

Jber. Abt. Limnol. Innsbruck 4: 165 - 170 (1978)

## 1.2 Ein mathematisches Modell für die Analyse der Populationsdynamik von Zooplankton und seine Anwendung auf *Cyclops abyssorum taticus* im Kalbelesee (E. GNAIGER, Institut für Zoophysiologie, Universität Innsbruck)

Als Berechnungsgrundlage der Entwicklungsrate eines Lebensstadiums  $s$  in die nächste Entwicklungsstufe  $s + 1$  wurden bisher die Entwicklungsdauer  $D_s$ , die Abundanz  $N_s$  und die Altersstruktur des Stadiums  $s$  zur jeweiligen Zeit  $t$  erkannt (ELSTER 1954, EDMONDSON 1960). Ändert sich jedoch die Entwicklungsgeschwindigkeit ( $1/D_s$ ) im Verlauf der Entwicklung eines Stadiums, so ist für die Produktion von  $s + 1$  (in Individuenzahlen) nicht die Altersstruktur sondern die Struktur der Entwicklungsphasenverteilung innerhalb von  $s$  entscheidend: bei jeweils verschiedener Entwicklungsgeschwindigkeit erreichen gleich alte Individuen unterschiedliche Entwicklungsphasen. Während eine heterogene Altersklassenverteilung durch diskontinuierliche (synchronisierte) Reproduktion, Massenmortalität oder selektive Elimination verursacht wird, bewirkt, davon unabhängig, jede Beschleunigung der Entwicklungsgeschwindigkeit eine ungleichförmige Verteilung der Entwicklungsphasen, was wiederum eine entsprechend synchronisierte Kohortenentwicklung bedingt.

Dieser einfache Gedanke bildete die Grundlage des während eines Workshops der Plankton Ecology Group in Lunz (1) erarbeiteten deterministischen Modells (Computerprogramm in BASIC), welches als diskretes Ein-Kompartiment-Modell zur Berechnung der Geburtsrate von Zooplankton angewendet wurde, sich jedoch für die Analyse ganzer Populationen mit unterscheidbaren Kohorten erweitern läßt.

### 1. Beschreibung des Modells

Die Entwicklungsdauer der Eier  $D_e$  von Zooplankton wird durch die Temperatur  $T$  bestimmt. Ändert sich die Tagesdurchschnittstemperatur  $T(t)$ , so kann angenommen werden, daß täglich ein Bruchteil der Eientwicklung durchlaufen wird, welcher der temperaturabhängigen Entwicklungsdauer (2).

$$D_e(T(t)) = \exp(A + B \cdot (\ln T(t)) + C \cdot (\ln T(t))^2) \quad (1)$$

indirekt proportional ist. Die Entwicklungsdauer eines zur Zeit  $t$  produzierten Eies  $D_{e(t)}$  ergibt sich bei



$$\sum_{i=t}^{t+d} \frac{1}{D_e(T(i))} = 1 \quad (2)$$

$$D_e(t) = d \quad (2')$$

Als Berechnungsgrundlage der Verteilung der Entwicklungsphasen muss folgende Anfangsbedingung gelten:

$$N_e(0) = 0 \quad (3)$$

$$R_e(1) = N_e(1) \quad (3')$$

Alle zur Zeit  $t=1$  in der Population befindlichen Eier sind im gleichen Zeitintervall unmittelbar vor Probenentnahme produzierte Eier  $R_e(t)$ . Zur Zeit  $t=2$  ist daher

$$R_e(2) = N_e(2) - R_e(1) \quad (3'')$$

und unter Berücksichtigung der Entwicklungsdauer  $D_e(t)$  und Eielimination  $M_e(t)$  gilt für die Fertilitätsleistung

$$R_e(t+d) = N_e(t+d) - \sum_{i=t}^{t+d-1} (R_e(i) - M_e(i)) \quad (4)$$

unter den Voraussetzungen, daß

$$d = D_e(t) \quad (4')$$

und daß die summierte Differenz zwischen Reproduktion  $R_e(i)$  und Elimination  $M_e(i)$  an jedem Zeitpunkt  $i$ , wenn sie negative Werte annimmt, gleich null gesetzt wird, weshalb dann am Zeitpunkt  $t=i+1$  wieder die Anfangsbedingung (3')  $R_e(t) = N_e(t)$  gilt.

Gleichung (4) zeigt, daß die Eiproduktion (in Individuenzahlen) negative Werte annehmen kann und daher als Elimination zu werten ist, falls die gefundene Anzahl der Eier  $N_e(t+d)$  unter dem aus den vorhergehenden Reproduktionszahlen summierten Wert liegt. Die derart für Eistadien erstmals quantifizierbare Elimination stellt einen Minimalwert dar, da alle durch Eiproduktion kompensierten Eliminationen nicht berücksichtigt werden. Letztere bewirken einen kumulativen Fehler in der Schätzung der Entwicklungs-



phasenverteilung.

Masseneliminationen (z.B. durch Ausschwemmungen bei der Schneeschmelze) werden jedoch exakt erfaßt und führen aufgrund des Synchronisationseffektes zu einer Korrektur dieses Fehlers. Im Modell kann die Elimination nach verschiedenen Mustern auf die einzelnen Entwicklungsphasen der Eier verteilt werden (R. KAUFMANN, pers. Mitteilung).

Bei konstanter Entwicklungsgeschwindigkeit ist zu erwarten, daß die zur Zeit  $t$  produzierten Eier  $R_e(t)$  zur Zeit  $(t+D_e)$  schlüpfen.

$$R_n(t+D_e) = R_e(t) \quad (5)$$

Bei zunehmender Entwicklungsgeschwindigkeit  $(1/D_{e(t)})$  können jedoch an verschiedenen Tagen produzierte Eier im gleichen Zeitintervall schlüpfen, wenn

$$t+D_{e(t)} = (t+1)+D_{e(t+1)} = \dots = (t+x)+D_{e(t+x)}$$

$$R_n(t+D_{e(t)}) = \sum_{i=t}^{t+x} R_e(i) - \sum_{i=t+1}^{t+D_{e(t)}} M_e(i) \quad (6)$$

Die Nauplienrekutierung oder Geburtsleistung  $R_n(t)$  ist demnach eine Funktion der Fertilität der Population  $R_e(t)$ , der Temperaturgeschichte der Eier und der Eielimination  $M_e(t)$ ; die Abundanzdynamik der Eier läßt sich somit vollständig beschreiben:

$$\frac{\Delta N_e}{t-(t-1)} = R_e(t) - R_n(t) - M_e(t) \quad (7)$$

## 2. Anwendungsbeispiel: Cyclops abyssorum taticus im Kalbelesee (KS) (1650 m, Hochtannberg, Vorarlberg)

In alpinen und subalpinen Seen mit periodischer Eisbedeckung fällt das Reproduktionsmaximum von Cyclopiden oft in die Zeit um den Eisbruch (1,3). Während dieser Periode können sowohl die Erwärmung des Gewässers als auch eine Verlagerung der Tiefenverteilung in wärmere Wasserschichten (4) zu einer Erhöhung der nach Populationsdichte gewichteten mittleren Temperatur führen (Abb.1.2.-1a). Bei den vorherrschenden tiefen Temperaturen (1.7 - 6°C im KS) bewirkt ein



Temperaturanstieg um 4°C eine Verdreifachung der für Cyclopideneier berechneten Entwicklungsgeschwindigkeit (2), wobei der berechnete Wert innerhalb der Vertrauensgrenzen der 4°C-Meßwerte für C.a.tatricus vom Vorderen Finstertaler See liegt (3).

Die populationsdynamischen Daten über C.a.tatricus im KS (4) liefern ein demonstratives Beispiel für den stürmischen Verlauf der Nauplienentwicklung im Frühjahr, welcher durch den Synchronisationseffekt einer temperaturbedingten Entwicklungsbeschleunigung der Eier erklärt werden kann. Die natürlichen Verhältnisse werden in ihrem Verlauf durch das die Entwicklungsphasenverteilung (Abb. 1.2.-1b) berücksichtigende Modell befriedigend dargestellt, während herkömmliche Berechnungsmethoden (1) auf der Grundlage einer (nur selten verwirklichten) homogenen Altersklassenverteilung

$$R_n(t) = \frac{N_e(t)}{D_e(T(t))} \quad (8)$$

eine unrealistische Verzerrung bedingen (Abb. 1.2.-1c).

Für die gesamte Reproduktionsperiode ist definitionsgemäß  $N_e = 0$ , und nach der Gleichung (6) und (7) ergibt sich die Gesamtzahl der produzierten Nauplien aus der Gesamtzahl der produzierten Eier abzüglich aller Eieliminationen. Für den KS wurde eine Gesamtzahl der pro Liter produzierten Nauplien

$$\sum_{i=68}^{156} R_n(i) = 10.5 - 1.6$$

errechnet. Die Differenz gegenüber den weit höheren Naupliendichten im See kann durch die unzureichende statistische Absicherung der Rohdaten (keine Berücksichtigung der Horizontalverteilung) und durch evt. unrealistische Interpolationen der Abundanzwerte (Spline-Funktion mit ökologisch definierten Zusatzannahmen) bedingt sein.

Da der Entwicklungsverlauf des Eistadiums durch das Modell naturgetreu wiedergegeben wird, sollte es vor weniger realistischen Rechenverfahren auch für die Analyse ganzer Populationen bevorzugt Anwendung finden, falls die benötigten Eingangsdaten (Abundanzwerte, die Entwicklungsgeschwindigkeit beeinflussende Faktoren)

verfügbar sind. Besonders muß auf die Notwendigkeit einer kontinuierlichen Datenerfassung (5) zur Ausgrenzung wesentlicher Fehlerquellen hingewiesen werden.

Diese am Institut für Zoophysiologie der Universität Innsbruck durchgeführte Studie wurde durch den "Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung in Österreich", Projekt No. 2919 und den "Forschungsförderungsbeitrag der Vorarlberger Landesregierung" finanziert. Die EDV wurde durch die "Jubiläumsfondsprojekte der Österreichischen Nationalbank", No. 454 und 895 ermöglicht.

#### Legenden zu den Abbildungen

- Abb. 1.2.-1a. Mittlere Temperatur (gewichtet nach Populationsdichte in der Tiefenverteilung) und Entwicklungsdauer der Eier von C.a.tatricus im Kalbelese. Konsekutive Numerierung der Tage im Jahr (1976).
- Abb. 1.2.-1b. Abundanzdynamik und Entwicklungsphasenverteilung der Eier von C.a.tatricus im KS (Erklärung im Text).
- Abb. 1.2.-1c. Vergleich zweier Rechenmethoden zur Bestimmung der Nauplienrekrutierung und Abundanz der Nauplien von C.a.tatricus im KS. a: Berechnung nach Gleichung (6); b: Berechnung nach Gleichung (8) (Erklärung im Text).

#### Zitierte Literatur:

- LARSSON, P., LANGE LAND, A., LAMPERT, W., JONES, H., DUNCAN, A., HERZIG, A., RUTTNER-KOLISKO, A., DE BERNARDI, R., BURGIS, M.J., HILLBRICHT-ILKOWSKA, A., GNAIGER, E.: The evaluation of zooplankton production calculations.- Mem.Ist.Ital.Idrobiol. (im Druck).
- BOTTRELL, H.H., DUNCAN, A., GLIWICZ, Z.M., GRYGIEREK, E., HERZIG, A., HILLBRICHT-ILKOWSKA, A., KURASAWA, H., LARSSON, P., WEGLENSKA, T. (1976): A review of some problems in zooplankton production studies.- Norw.J.Zool. 24: 419-456
- BRETSCHKO, G. (1975): Ökosystemstudie Vorderer Finstertaler See: Cyclops abyssorum tatricus.- Jber. Abt. Limnol. Innsbruck 1:134-137



GNAIGER, E., 1977: Vergleich von Cyclops abyssorum tatricus  
Gossenköllesee - Kalbelesee.- Jber. Abt. Limnol.  
Innsbruck 3:232-242

FORSTNER, H., 1976: Projekt "Gossenköllesee" (Kühtai, 2413 m NN):  
Datenerfassung und Datenmanagement.- Jber. Abt. Limnol.  
Innsbruck 2:189-190

Abb.: 1.2.-1a

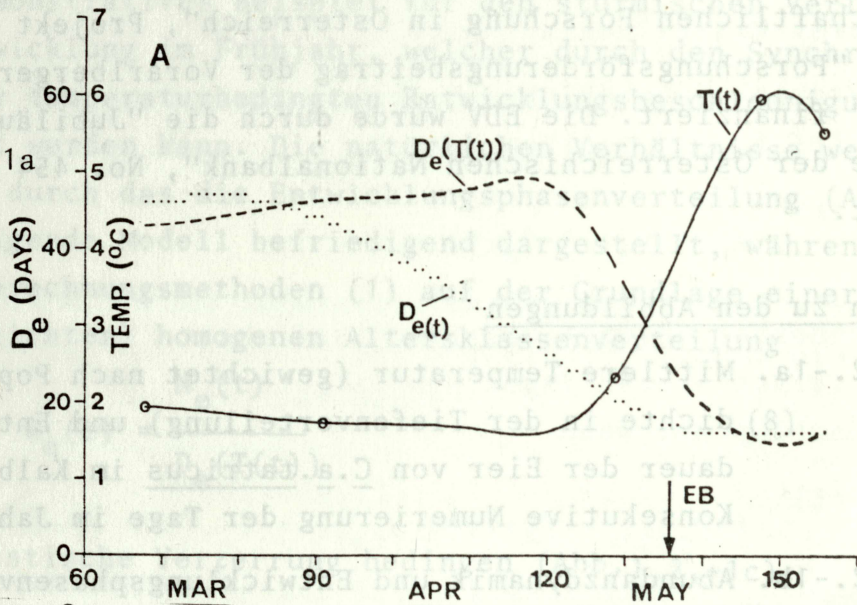


Abb.: 1.2.-1b

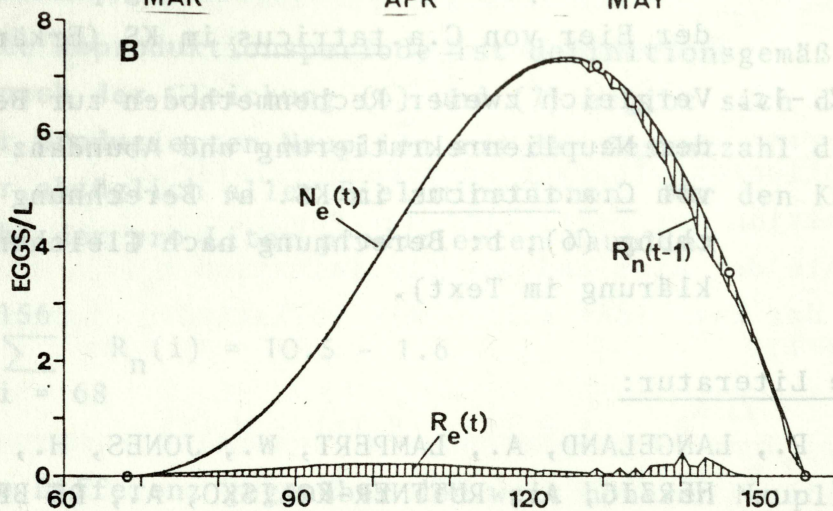
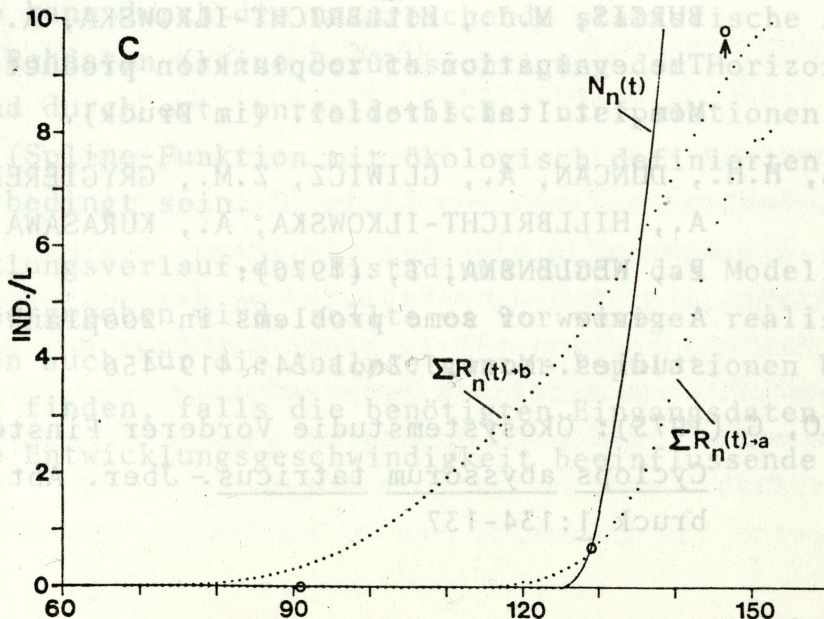


Abb.: 1.2.-1c





# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Jahresbericht der Abteilung für Limnologie am Institut für Zoologie der Universität Innsbruck](#)

Jahr/Year: 1977

Band/Volume: [1977](#)

Autor(en)/Author(s): Gnaiger Erich

Artikel/Article: [Ein mathematisches Modell für die Analyse der Populationsdynamik von Zooplankton und seine Anwendung auf Cyclops abyssorum taticus im Kalbelesesee 165-170](#)