

# Die Zellhaut und das Gesetz der Zelltheilungsfolge von *Melosira* (*Orthosira* Thwaites) *arenaria* Moore.

Von

**Otto Müller.**

Hierzu Taf. XIV—XVIII.

---

## 1. Beziehungen zur Zweischaligkeit und Auxosporenbildung.

Von allen namhaften Autoren wird ohne Vorbehalt anerkannt, dass die vegetative Vermehrung der Bacillariaceen dem Gesetze der Zweitheilung unterliege; keiner derselben aber spricht sich darüber aus, wie weit oder wie eng dieser Begriff zu fassen sei. Mannigfache Folgerungen jedoch lassen keinen Zweifel darüber, dass das Wort „Zweitheilung“ im Sinne der Autoren keine zu enge Begrenzung erfahren darf. Dasselbe soll nicht nur ausdrücken, dass eine Mutterzelle gleichzeitig stets zwei, nie mehr nie weniger, Tochterzellen erzeugt, sondern auch, dass jede Zelle unter normalen Verhältnissen berufen ist sich ununterbrochen in gedachter Weise zu vermehren; dafür spricht schon der häufige Hinweis auf die ungeheure Nachkommenschaft und deren Berechnung nach dem Binomialtheorem<sup>1 u. 2)</sup>. Damit aber ist der Begriff nicht erschöpft; das Schema

---

1) Tomaschek, Paul. Ueber das Entwicklungsgesetz der Diatomaceen. Bot. Zeit. 1873 p. 274, 275.

2) Pfitzer in Schenk's Handbuch, Bd. II, p. 435.

der Zelltheilungsfolge, welches E. Pfitzer aufstellt<sup>1)</sup>, setzt auch stillschweigend den gleichzeitigen Beginn und gleiche Zeitdauer der Theilungsvorgänge aller Zellen derselben Generation, ununterbrochene simultane Zweitheilung, voraus. Jede Unregelmässigkeit würde andere Gruppierung der Zellen im Faden zur Folge haben.

Eine strenge Durchführung des Gesetzes in infinitum wird von vornherein nicht unterstellt werden dürfen, die Wahrscheinlichkeit häufiger Abweichungen oder vielleicht unbekannter gesetzmässiger Beschränkungen, liegt vielmehr in der Natur der Sache.

Soviel mir bekannt, sind über diesen Gegenstand Special-Untersuchungen nicht vorhanden, das zu den gewöhnlichsten Erscheinungen gehörende Vorkommen von Zellenpaaren einzeln lebender sowohl, als im Fadenverbände verbleibender Arten, hat vielleicht diese Verallgemeinerung des Gesetzes veranlasst.

Manche fadenbildende Arten, deren Zellkörper durch die Beschaffenheit der äusseren Umrisse der Schalen und die seitlichen Begrenzungen der Gürtelbänder die regelmässige Zusammensetzung des Fadens aus Zwillungszellen ohne weiteres erkennen lässt, bei welchen z. B. am Rande des Fadens immer eine durch die übereinandergreifenden Gürtelbänder geschlossene Einkerbung mit einer offenen abwechselt<sup>2)</sup>, werden in der That dem Gesetze der simultanen Zweitheilung folgen; wo dagegen die Gruppierung der Zellen zu Zellenpaaren aus den Conturen des Fadens nicht unmittelbar ersichtlich ist, darf der Geltungsbereich jenes Gesetzes nicht implicite angenommen werden, noch weniger aber kann dies, meines Erachtens, bei einzeln lebenden Arten geschehen, deren Zellen sich vor erneuter Theilung trennen.

Nachdem Pfitzer<sup>3)</sup> die Zweischaligkeit der Zellhaut und deren Unfähigkeit zu continuirlichem Längenwachsthum, als besondere Kennzeichen der Auxosporeen aufgestellt und über die Beziehungen

1) Pfitzer, E. Bau und Entwicklung der Bacillariaceen, Bonn 1871. p. 22, p. 100 ff. und Taf. 6 Fig. 4. Derselbe in Schenk's Handbuch der Botanik, Breslau 1882, Bd. II, p. 431 ff.

2) Pfitzer, l. c. p. 129.

3) l. c. p. 21 ff., 39, 153 ff. Derselbe in Schenk's Handbuch, Bd. II. p. 444.

dieser Eigenschaften zur Sporenbildung lichtvolle Schlussfolgerungen gezogen, erscheint das verhältnissmässig seltene<sup>1)</sup> Vorkommen der Auxosporen immerhin auffallend. Fasst man die Consequenzen des Gesetzes der Zweitheilung ins Auge, so dürfte man vielmehr ein häufiges Auffinden von Auxosporen erwarten.

Nach Pfitzer's Ausführungen<sup>2)</sup> erreichen im allgemeinen die Auxosporen die doppelte Länge ihrer Mutterzellen; die Länge der Bacillariaceen variirt grossentheils von  $a$  bis  $2a$ , wenn  $a$  den Längendurchmesser der kleinsten Zelle einer Art ausdrückt, doch kommen in einigen Fällen auch grössere Schwankungen, 3, 4 bis  $10a$  vor. Bezeichnet  $\gamma$  den Dickendurchmesser der Gürtelbandmembran, so beträgt, nach der geltenden Annahme, das Maass der Verkleinerung, welche eine der beiden Tochterzellen bei jeder Theilung erfährt,  $2\gamma$ ; die kleinste Zelle der  $n$ ten Generation ist mithin um  $2n\gamma$  kleiner als die Urmutterzelle<sup>3)</sup>. Wird die Grenze  $2, 3 \dots a - a = 2n\gamma$  überschritten, dann müsste nach oben citirtem Gesetz im allgemeinen Auxosporenbildung eintreten. Die Anzahl der Theilungen, welche dazu erforderlich sind, ist  $n = \frac{2, 3 \dots a - a}{2\gamma}$ , je grösser also  $a$  und je kleiner  $\gamma$ , desto mehr Theilungen sind nothwendig und es müssten daher Formen mit grossem Längendurchmesser ipso facto geringere Neigung zur Auxosporenbildung zeigen, als solche mit kleinem. Dazu kommt, dass der Dickendurchmesser der Gürtelbandmembran dem Längendurchmesser der Zelle keineswegs proportional ist, im Gegentheil besitzen lange Formen oft sehr dünne, kurze, relativ dickere Gürtelbänder, und es wird daher das Herabsinken der Länge der Zelle von  $2a$  auf  $a$  bei verschiedenen Arten nach einer sehr verschiedenen Anzahl Theilungen erfolgen; in allen Fällen aber kann man versichert sein, dass dazu der Werth von  $n$ ,

1) Schmitz, F. Auxosporenbildung der Bacillariaceen. Sitzungsber. d. Naturf. Gesellsch. zu Halle, 1877, Juni. Sep.-Abdr. p. 2.

2) l. c. p. 176.

3) Ich bin der Meinung, dass dieses Maass in vielen Fällen als zu gering sich erweist; wo nämlich die Anlage der jungen Schalen innerhalb eines von doppelter Gürtelbandmembran umschlossenen Raumtheiles der Zelle erfolgt und die jungen Schalen der umschliessenden Gürtelbandmembran nicht unmittelbar anliegen, ist dieser Werth  $4\gamma$  und mehr (s. p. 255, 256).

die Zahl der vorangegangenen Theilungen, ein bemerkenswerth grosser sein muss.

Nun gilt zwar der Satz, dass die Grösse der Species bis zur unteren Längengrenze herabsinken müsse bevor Auxosporenbildung eintritt, nicht ausnahmslos; bei Formen mit grosser Variation bilden auch grössere Zellen entsprechend grössere Auxosporen und bei einzelnen Bacillariaceen erzeugen Zellen sehr verschiedener Grösse Auxosporen, die ihnen einigermaassen proportional sind<sup>1)</sup>. Dennoch bleibt der charakteristische Zug der Sporenbildung, dass aus kleinen Zellen erheblich grössere entstehen, und allen verschiedenen Formen der Sporenbildung gemeinsam ist der erhebliche Grössenunterschied zwischen den die Sporen erzeugenden letzten Zellen der alten Generation und den in der Spore entstehenden Erstlingen einer neuen Entwicklungsreihe<sup>2 u. 3)</sup>. Auch auf diese Fälle werden daher die vorstehenden Ausführungen anwendbar sein.

*Melosira arenaria* z. B. hat eine Variation von  $3,25 a : a$ ,  $a = 40 \mu$  (s. p. 246),  $\gamma$  soll zu  $0,6 \mu$  und das Verkleinerungsmaass aus den p. 255, 256 mitgetheilten Gründen zu  $5 \gamma$ , also  $3 \mu$ , angenommen werden. Würde die ganze Variationsschwankung durchlaufen, so ist  $n = 30$ ; wenn aber, mit Rücksicht auf die Grösse der Variation, bereits Zellen von  $65 \mu$  Auxosporen bilden sollten, dann beträgt  $n = 22$ ; viele andere Arten aber dürften sicher ungleiche höhere Werthe für  $n$  ergeben.

P. Tomaschek<sup>4)</sup> hat bereits darauf hingewiesen, dass bei dem Gesetze der Zweitheilung die Zahl der Zellen verschiedener Ordnungen absteigender Grösse der  $n$ ten Generation durch die Coefficienten der Binomialreihe bestimmt ist. Bei höheren Werthen von  $n$  müssen die Theilungen daher unter anderen allemal auch sehr bedeutende Mengen von Zellen liefern, deren Länge jener Grenze  $2, 3 \dots a - a = 2 n \gamma$  ausserordentlich nahe steht und jede neue Theilung dieser Zellen müsste gewaltige Mengen Tochterzellen produciren, welche nun ihrerseits Auxosporen erzeugten.

1) Pfitzer, l. c. p. 160, 161.

2) Pfitzer in Schenk's Handbuch Bd. II. p. 436.

3) Schmitz, l. c. p. 2.

4) l. c. p. 275.

Nehmen wir in dem Beispiel von *Melosira arenaria* den gewiss sehr niedrig gegriffenen Werth  $n = 22$  an. Würde *Melosira arenaria* dem Gesetze ununterbrochener simultaner Zweitheilung folgen und würden alle Zellen, deren Längendurchmesser von  $130 \mu$  auf  $65 \mu$  herabgesunken, Mutterzellen von Auxosporen, dann müssten erzeugt werden:

|                      |                         |
|----------------------|-------------------------|
| nach 22 Theilungen = | 1 Auxospore,            |
| - 23 -               | 23 Auxosporen,          |
| - 24 -               | 276 -                   |
| - 25 -               | 2 300 -                 |
| - 26 -               | 14 950 -                |
| - 27 -               | 80 730 -                |
| u. s. f.             |                         |
| - 43 -               | ca. 1 052 100 000 000 - |

Wenn daher die Auxosporenbildung in der Entwicklungsreihe der Bacillariaceen-Zelle auch verhältnissmässig spät auftritt, wenn auch im allgemeinen zahlreiche Generationen vorangehen, bevor die Bedingungen der Uebergangsgeneration gegeben sind<sup>1)</sup>, so muss die Production von Auxosporen alsdann doch um so massenhafter erfolgen.

Die Thatsache, dass Auxosporen so viel seltener beobachtet werden als man nach jenen Voraussetzungen zu erwarten berechtigt ist, lässt bereits darauf schliessen, dass unbekannte Ursachen die Bedingungen ihrer Entwicklung beeinflussen, soweit diese mit dem Herabsinken der Grösse in Verbindung gebracht werden darf. Vielleicht, sogar wahrscheinlich, wirken mannigfache Ursachen auf das Gesetz der Zweitheilung modificirend ein, vielleicht folgen verschiedene Arten den verschiedensten Gesetzen, welche sich kaum je unserer Kenntniss erschliessen werden, weil die Bedingungen ihrer Erforschung zu ungünstig sind. Der tiefere Einblick in eine dieser präsumtiven Mannigfaltigkeiten, welche, wie ich glaube, mit einiger Sicherheit constatirt werden kann, die handgreiflich zur Production relativ grosser Tochterzellen, zur Verrückung der Grenze  $2, 3 \dots a - a = 2 n \gamma$  in weite Ferne führt, dürfte, selbst wenn ihr Nachweis

1) Schmitz, l. c. p. 9.

nur für eine oder wenige Arten gelingen sollte, aus den angeführten Gründen wohl einiges Interesse beanspruchen.

Diese Modificationen bestehen in regel- und gesetzmässigen Verzögerungen der Theilungsdauer morphologisch bestimmter Zellindividuen.

Die Vermuthung, dass die Entwicklung der Bacillariaceen nicht ausnahmslos dem Gesetze der simultanen Zweitheilung unterstellt sei, drängte sich mir zuerst bei Gelegenheit einer Untersuchung der anatomischen Verhältnisse in der Gattung *Terpsinoë* auf<sup>1)</sup>. Ich fand hier Drillingsgruppen deren Begrenzung durch je eine freie Schale den unmittelbaren Beweis lieferten, dass sie nicht durch Abtrennung von einer aus simultaner Zweitheilung entstandenen grösseren Zellgruppe isolirt sein konnten, und die Häufigkeit ihres Vorkommens schloss den Zufall von vornherein aus.

Unter freier Schale =  $f$  sei im Folgenden stets die grössere, nicht von Gürtelbandmembran bedeckte, der beiden Schalen einer Zelle verstanden, unter umschlossener =  $u$  die kleinere, von der Gürtelbandhälfte der grösseren eingeschlossene Schale derselben Zelle. In den schem. Fig. 1–4, Taf. 15, bezeichnen die blauen Linien den Querschnitt von Schalen, die rothen den von Gürtelbandhälften, die Exponenten  $\alpha, \beta, \gamma$  die Ordnungen absteigender Grösse, die Stellenzahlen 1, 2 die Reihe der zeitigen Aufeinanderfolge der Elemente  $f$  und  $u$ .  $f^\alpha$  und  $u^\alpha$  bedeuten daher die Schalen der Urmutterzelle;  $u_2^\alpha$  ist eine umschlossene Schale von der Grösse der Schale  $u$  der Urmutterzelle, welche in der zweiten Theilung entstanden ist.

Durch Theilung der Mutterzelle  $f^\alpha u^\alpha$ , Fig. 1, entsteht die Zwillinggruppe  $f^\alpha u_1^\alpha u_1^\beta f^\beta$ , Fig. 2. Fortgesetzte Zweitheilung derselben erzeugt die Vierlingsgruppe  $f^\alpha u_2^\alpha u_2^\beta f_1^\beta f_1^\gamma u_2^\gamma u_2^\beta f^\beta$ , Fig. 4, deren Anordnung und Grössenverhältnisse die einzig möglichen sind, welche eine nach dem Gesetze simultaner Zweitheilung entstandene Vierlingsgruppe aufweisen kann. Mag nun die erste oder die letzte der Zellen dieser Gruppe abgelöst werden, immer

1) Sitzungsberichte der Gesellschaft naturforsch. Freunde. Berlin 1881. p. 3ff.

verbleibt eine Drillingsgruppe, deren erste oder letzte Schale eine umschlossene ist, *fuuffu* oder *uffuuf*. Theilt sich aber in dem Zwillling die grössere Tochterzelle  $f'' u''$  der Urmutterzelle, während die kleinere  $u_2^\beta f^\beta$  ungetheilt bleibt, dann entsteht eine Drillingsgruppe von der Form  $f'' u_2'' u_2^\beta f_1^\beta u_1^\beta f^\beta$ . Drillingsgruppen von der Form *fuufuf* oder *fufuuf*, welche durch zwei freie Schalen begrenzt werden, müssen daher unbedingt selbständige organische Bildungen sein, sie stammen von einem Zwillinge, dessen eine Zelle sich wiederholt theilte, während die andere ungetheilt blieb.

Ich hielt mich daher zu dem Schlusse berechtigt, dass es sich bei jenen Terpsinoë-Drillingen um ein gesetzmässiges Verhalten handele, welches der simultanen Zweitheilung nicht mehr entspricht.

Diese Beobachtung veranlasste mich zu weiteren Nachforschungen an solchen Bacillariaceen, deren Zellen in grösserer Zahl im Fadenverbände zu verbleiben pflegen, in der Hoffnung, den Stammbaum des Fadens zu ermitteln. Solche Untersuchungen werden aber nur dann Aussicht auf Erfolg bieten, wenn

1. die Aufeinanderfolge der freien und der umschlossenen Schalen,  $f$  und  $u$ , im Faden richtig erkannt, aus diesen Elementen eine Fadenformel gebildet, und
2. in den Zwillingsgruppen die grössere von der kleineren Tochterzelle sicher unterschieden werden kann.

Die Kenntniss dieser Factoren lässt in der That einen Schluss auf die zeitliche Aufeinanderfolge der Zellen desselben Fadens und damit auf dessen Stammbaum zu, wie im letzten Abschnitt näher entwickelt werden wird. Diese Vorbedingungen aber sind der Untersuchung keineswegs günstig, nur in dem einen Falle, *Melosira arenaria*, habe ich bisher beide zugleich erfüllt gefunden.

Bei *Melosira arenaria* zeichnet sich die grössere Tochterzelle in den Zwillingsgruppen des Fadens durch einen Verdickungsring am Gürtelbandrande der Schale aus, welcher der kleineren Tochterzelle mangelt; die anatomischen Details werden im zweiten, und die Gründe dafür, dass jene in der That die grössere Zelle sein muss, im dritten Abschnitt erörtert werden. Die Ueberlagerung des Gürtel-

bandes ist optisch nachweisbar und gestattet die Aufstellung einer Fadenformel, in welcher das den Elementen  $f$  und  $u$  zugefügte Zeichen.— das Vorhandensein jenes Verdickungsringes, das Zeichen  $o$  dessen Fehlen anzeigt, speciell also das der Schale  $u$  zugefügte Zeichen — die grössere,  $o$  die kleinere Tochterzelle ihrer Specialmutterzellen kenntlich macht. Die Rückführung zahlreicher mikroskopisch bestimmter vielgliedriger Fadenfragmente auf vorangegangene Theilungszustände liess ein fest begrenztes Gesetz erkennen, dessen Schematismus auf Taf. 16 in Form eines regelmässig aus der Urmutterzelle  $f_u$  entwickelten Fadens siebenter Theilung dargestellt ist.

Das bezügliche Gesetz lautet:

Die grössere Tochterzelle der  $n$ ten theilt sich in der folgenden Theilungsperiode, der  $n + 1$ ten, die kleinere Tochterzelle dagegen regelmässig erst in der zweitfolgenden,  $n + 2$ ten Theilungsperiode.

Der Wortlaut dieses Gesetzes lässt dessen tief eingreifende Wirkung nicht unmittelbar erkennen, erst die nähere Betrachtung giebt überraschende Aufschlüsse über die mächtige Hemmung, welche es der fortschreitenden Verkleinerung der Zellen entgegenstellt.

Im wesentlichen handelt es sich bei diesem Gesetze um eine Differenz der Theilungsdauer; während die grössere der beiden Tochterzellen in einem gegebenen Zeitabschnitt ihre Theilung vollendet, gebraucht die kleinere den doppelten Zeitraum. Bei der Theilung der Mutterzelle dürfte das Plasma in zwei ungleichwerthige Hälften zerfallen; derjenige Theil, welcher der grösseren Tochterzelle einverleibt wird, scheint quantitativ reichlicher und mit einer grösseren vitalen Energie versehen zu sein, als der andere Theil; es ist sogar noch ein Plus zur Anlegung des Verdickungsringes vorhanden, welcher der kleineren Tochterzelle mangelt, und die dadurch eben morphologisch als solche erkennbar wird.

Dieses Ueberspringen einer Generation beschränkt die Vermehrung gerade der kleineren Zellen und die regelmässige Wiederholung des Vorganges bei der Theilung jeder einzelnen Zelle potenzirt den Ausfall mit fortschreitender Theilung immer mehr zu Gunsten der grösseren. Bei der simultanen Zweitheilung erfolgt die Ver-

mehrung nach Potenzen von zwei, bei unserem Gesetze dagegen nach Maassgabe einer recurrenten Reihe, in welcher jedes Glied die Summe der beiden vorangehenden Glieder ist, s. p. 264, Nr. 14.

Die folgende Zusammenstellung der Produkte der ersten zwölf Theilungen in beiden Fällen zeigt schon das enorme Zurückbleiben der negativen Vermehrung, welche unser Gesetz zur Folge hat.

| Theil.: | 1. | 2. | 3. | 4.  | 5.  | 6.  | 7.   | 8.   | 9.   | 10.   | 11.   | 12.        |
|---------|----|----|----|-----|-----|-----|------|------|------|-------|-------|------------|
|         | 2. | 4. | 8. | 16. | 32. | 64. | 128. | 256. | 512. | 1024. | 2048. | 4096 Zell. |
|         | 2. | 3. | 5. | 8.  | 13. | 21. | 34.  | 55.  | 89.  | 144.  | 233.  | 377 Zell.  |

Gleiche Dauer der einzelnen Theilungsvorgänge vorausgesetzt, würde eine Zelle in successiver simultaner Zweitheilung nach 18 Theilungen bereits 262 144 Nachkommen in demselben Zeitraum producirt haben, in welchem nach unserem Gesetze nur 6764 erzeugt wären, etwa der 39ste Theil jener Zahl. Vorher aber wurde bereits darauf hingewiesen, dass der Werth  $n = 18$  in Hinblick auf die Auxosporenbildung jedenfalls ein viel zu kleiner ist, die Differenzen wachsen daher bei höherem Werthe von  $n$  nahezu bis zum Verschwinden der nach unserem Gesetze erzeugten Zellenzahl, gegenüber der durch simultane Zweitheilung erzeugten.

Noch eigenthümlicher aber erscheinen die Wirkungen unseres Gesetzes, wenn man die Zahlen der Zellen vergleicht, welche den verschiedenen Ordnungen absteigender Grösse:  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \dots$  in beiden Fällen zukommen (s. dritter Abschnitt p. 231). Ich setze die Componenten der 18ten Theilung in ihren absoluten und den procentischen Werthen hierher:

| Ordnungen: | $\alpha$ | $\beta$  | $\gamma$   | $\delta$ | $\epsilon$ | $\zeta$    | $\eta$   | $\vartheta$   |
|------------|----------|----------|------------|----------|------------|------------|----------|---------------|
| Anzahl:    | 1.       | 18.      | 153.       | 816.     | 3060.      | 8568.      | 18564.   | 31824.        |
| Procent:   | 0,00038  | 0,0069   | 0,058      | 0,31     | 1,2        | 3,3        | 7,1      | 12,1          |
| Ordnungen: | $\iota$  | $\kappa$ | $\lambda$  | $\mu$    | $\nu$      | $\omicron$ | $\pi$    | $\varrho$     |
| Anzahl:    | 43758.   | 48620.   | 43758.     | 31824.   | 18564.     | 8568.      | 3060.    | 816.          |
| Procent:   | 16,7     | 18,3     | 16,7       | 12,1     | 7,1        | 3,3        | 1,2      | 0,31          |
| Ordnungen: | $\sigma$ | $\tau$   | $\upsilon$ | $\phi$   | $\chi$     | $\psi$     | $\omega$ | $\varnothing$ |
| Anzahl:    | 165.     | 10.      | 0          | 0        | 0          | 0          | 0        | 0             |
| Procent:   | 2,4      | 0,15     |            |          |            |            |          |               |

|            |          |        |           |                   |
|------------|----------|--------|-----------|-------------------|
| Ordnungen: | $\sigma$ | $\tau$ | $\varphi$ |                   |
| Anzahl:    | 153.     | 18.    | 1.        | = 262 144 Zellen. |
| Procent:   | 0,058    | 0,0069 | 0,00035   |                   |
| Anzahl:    | 0        | 0      | 0         | = 6 765 Zellen.   |

Nahezu die Hälfte aller Ordnungen, welche nach dem Gesetze simultaner Zweitheilung gebildet werden, und zwar diejenigen geringster Grösse mit imposanten Ziffern, entfällt unter der Herrschaft unseres Gesetzes gänzlich und bei der verbleibenden Hälfte der grösseren Ordnungen sprechen die Procentzahlen augenfällig zu Gunsten der Production grosser Zellen.

Die Auxosporenbildung von *Melosira arenaria* ist von Fr. Schmitz<sup>1)</sup> beobachtet worden; die Details sind aber leider noch nicht veröffentlicht. Die Auxosporen der *Melosireen* entstehen auf ungeschlechtlichem Wege durch einfache Verjüngung<sup>2)</sup>; während aber in in der Gattung *Melosira* die Theilungsebenen von Mutterzelle und Auxospore parallel liegen, kreuzen sich diese Ebenen in der Gattung *Orthosira* rechtwinklig und die Auxosporen entwickeln sich freier, von Gallertmasse umgeben, zwischen den Schalen der Mutterzelle<sup>3)</sup>. Da Fr. Schmitz bei Gelegenheit seiner Mittheilung über die Auxosporen unserer Art dieselbe ausdrücklich als *Orthosira* bezeichnet, so ist anzunehmen, dass sie diesem Gesetze folgt.

In dem Beispiele von *Melosira arenaria* wurde angenommen, dass die Zellen der Ordnung  $\psi$  (der 22sten Ordnung absteigender Grösse) Auxosporen erzeugen, s. p. 235. Nach unserem Gesetze erscheint die Ordnung  $\psi$  mit einer Zelle erst nach 43 Theilungen, s. 282. Wir sahen aber, dass unter dem Gesetze simultaner Zweitheilung in 43 Theilungen bereits 1 052 100 000 000 Auxosporen gebildet werden müssten, denen jene eine gegenübersteht.

Die Wirkung ist daher eine durchgreifende; dieselbe dürfte aber vielleicht noch gesteigert werden können durch die Verluste, welche ungünstige Einwirkungen der regelmässigen Entwicklung sicherlich in beiden Fällen zufügen. Ungemessene Mengen von Individuen werden stets zu Grunde gehen, und zwar unterliegen die

1) l. c. p. 4.

2) Schmitz, l. c. p. 2, 3, 7 und Pfitzer in Schenk's Handb. Bd. II. p. 441.

3) Pfitzer, l. c. p. 134. Derselbe in Schenk's Handb. Bd. II. p. 440.

Zellen den hierauf einwirkenden Ursachen, ob sie nun dem einen oder dem anderen Gesetze ihre Entstehung verdanken. Treffen die schädlichen Einflüsse jedoch sehr bedeutende Mengen von Individuen, welche schon durch ihre räumliche Ausdehnung sich unter günstigeren Vorbedingungen befinden, so liegt es immerhin im Bereiche der Wahrscheinlichkeit, dass ihnen *ceteris partibus* ein relativ grösseres Quantum entgeht, als wenn die Zahl derselben dem gegenüber eine auf engem Raum beschränkte, verschwindend kleine ist. Auch dieser Umstand dürfte also das seltene Auftreten der Auxosporen unter der Herrschaft unseres Gesetzes plausibel erscheinen lassen.

Zuletzt möchte ich darauf hinweisen, dass ein eingehendes Studium der scheinbaren Unregelmässigkeiten vielleicht zu weiteren Gesichtspunkten führt. Die meisten beobachteten Fadenfragmente weichen von dem Schema des regelmässig entwickelten Fadens mehr oder weniger ab. Zwischengeschobene oder mangelnde Glieder lassen erkennen, dass in früheren Theilungsperioden ungesetzmässige Theilungen stattgefunden oder gesetzmässige unterblieben. Bei genügender Zellenzahl lässt sich in vielen Fällen diejenige Zelle ermitteln, welche in einer der vorangegangenen Theilungsperioden den Anlass dazu gab; Taf. 18 zeigt die Formel und den Stammbaum eines derartigen Fragmentes. Sofern nun, nach Analogie anderer Algen, gewisse Zellen nur eine begrenzte Anzahl Theilungen eingehen, würde der Ausfall von Gliedern zu einer gesetzmässigen Erscheinung werden, welche unter Umständen das Hauptgesetz wesentlich zu modificiren im Stande wäre. Aller Wahrscheinlichkeit nach bestehen ähnliche Modificationen in der That. Das auf Taf. 18 dargestellte Fragment weist einen Ausfall von Gliedern an drei Stellen nach und die Rückwärtsconstruction lässt erkennen, dass die 8te Zelle jeder Theilungsperiode gesetzwidrig die folgenden Perioden übersprungen hat. Diese Beobachtung steht keineswegs vereinzelt und ich vermute deshalb, dass die Untersuchung, besonders von Fäden geringen Durchmessers welche der Auxosporenbildung näher stehen, und die Rückführung der mangelnden Glieder auf den Ursprung des Defects, werthvolle Thatsachen ergeben würden; vgl. auch Abschnitt 4.

Der Mangel genügenden, namentlich lebenden, Materials gestattete mir nicht nach den Grenzen der Zellenzahl lebender Fäden zu forschen. Ich vermute, dass diese Zahl keineswegs eine unbe-

grenzte ist, dass die Fäden bestimmte Längen niemals überschreiten. Ob mechanische Einwirkungen den Zusammenhang der Zellen lockern, ob vielleicht andere Ursachen dazu mitwirken, muss unentschieden bleiben. Immerhin ist die Thatsache auffallend, dass relativ viele Fragmente von Fäden verschiedenen Durchmessers gefunden werden, welche den Beginn eines aus der Zelle *fu* sich entwickelnden Fadens darstellen. Man darf vielleicht daran denken, dass die Zellen dieser Form länger lebens- und theilungsfähig bleiben; liegen sie zwischen abgestorbenen Zellen ihrer Umgebung, dann genügt wohl schon der durch lebhaftes Flottiren bewirkte Zug um die Gürtelbänder der toten Zellen voneinandergleiten zu lassen und somit die lebenden zu isoliren, welche dann zu Mutterzellen neuer Fäden werden.

Bei den angestellten Betrachtungen wurde die Dauer einer Theilungsperiode unter beiden Gesetzen als gleich angenommen, nur unter dieser Voraussetzung sind dieselben richtig. Wenn auch unser Gesetz die Aufeinanderfolge gleicher vegetativer Reihengenerationen erheblich vermehrt und deren Unterbrechung durch eine Uebergangsgeneration in weite Ferne rückt, so ist die Erzeugung gleich grosser Mengen von Auxosporen wie unter dem Gesetze simultaner Zweitheilung, wenn nicht anderweite Einwirkungen wie die oben angedeuteten hemmend entgegenreten, doch nur eine Frage der Zeit. Würde unser Gesetz auf die Dauer einer Theilungsperiode kürzend einwirken, so sind die Schlüsse hinfällig, die Differenzen müssten verschwinden. Im dritten Abschnitt wird erörtert, dass unter beiden Gesetzen mit wachsendem *n* die Zellenzahl jeder Ordnung absteigender Grösse nach derselben Ordnung der figurirten Zahlen zunimmt, s. p. 280 ff., diese setzen aber bei beiden Gesetzen in verschiedenen Perioden ein. So würde in dem Beispiel von *Melosira arenaria* die Zahl der Auxosporen im Falle simultaner Zweitheilung von der 22sten, im Falle unseres Gesetzes von der 43sten Theilung anfangend, in beiden Fällen aber alsdann gleichmässig nach der Reihe der 22sten Ordnung figurirter Zahlen fortschreiten.

Für die Wahrscheinlichkeit, dass die Dauer der Gesamtheit aller physiologischen Vorgänge, welche unter den Begriff der Thei-

lung fallen, von den in Frage stehenden Gesetzen beeinflusst werde, liegt aber keinerlei Grund vor.

Alles in Allem kann man die den Faden zusammensetzenden Individuen nicht mehr als völlig gleichwerthig ansehen, wie bei denjenigen Arten, welche dem Gesetze simultaner Zweitheilung unterworfen sind; nicht sowohl ihre Form, als auch der vegetative Vorgang der Theilung zeigt gewisse Unterschiede, welche sich zu einer bestimmten Gesamtwirkung potenziren. Diese steht, allem Anscheine nach, in engem Zusammenhange mit anderweiten Lebenserscheinungen (Auxosporen), deren Ursprung wiederum in dem der Gruppe eigenthümlichen morphologischen Aufbau des Zellkörpers (Zweischaligkeit) gesucht werden muss. Die Elemente des Fadens dokumentiren daher eine gewisse Zusammengehörigkeit, welche verbietet den Faden lediglich als eine Colonie einzelliger Organismen zu betrachten, es zeigen sich vielmehr die ersten Anfänge morphologischer und biologischer Differenzirung. —

Aehnliche Gruppierungen, Drillings- und Zwillingsgruppen abwechselnd, finden sich bei *Melosira Borrerii* und *Melosira nummuloides*; ein Merkmal für die Unterscheidung der kleineren Tochterzellen ist aber nicht vorhanden.

Pfitzer<sup>1)</sup> macht schon darauf aufmerksam, dass die Länge der Gürtelbänder bei *Melosira Borrerii* eigenthümliche Erscheinungen veranlasst. Ich glaube, dass nicht sowohl die Länge der Gürtelbänder, als vielmehr die Gruppierung der Zellen diese Erscheinungen hervorruft. Wo im Verlaufe der Randbegrenzungen bei *Melosira Borrerii* zwei aufeinanderfolgende Einkerbungen durch Gürtelbandmembran geschlossen sind, Taf. 15, Fig. 9aa, oder wo bei *Melosira nummuloides* eine völlig geschlossene neben einer halb geschlossenen sich befindet, Fig. 8aa, ist eine Drillingsgruppe vorhanden. Bei *Melosira nummuloides* sind die Gürtelbänder kürzer und die Gürtelbandhälfte der Drillingszelle erreicht daher die freie Schale der Mittelzelle des Drillings nicht ganz, bei *Melosira Borrerii* dagegen wird dieselbe noch theilweise bedeckt.

---

1) l. c. p. 129.

Bei beiden Arten sind Drillingsgruppen sehr häufig; ich habe aber nicht entscheiden können, ob die Anordnung derselben unserem Gesetze folgt oder nicht, weil die Länge der zur Untersuchung vorliegenden Fäden nicht ausreichte und der Mangel eines Merkmals zur Unterscheidung der kleineren Tochterzelle die Rückwärtsconstruction und die Erkenntniss von Unregelmässigkeiten verhinderte. — Andere *Melosiren*, *subflexilis*, *crenulata*, *Jürgensii*, *moniliformis*, *Roseana*, bedürfen genauerer Untersuchung.

Das häufige Vorkommen von Drillingsgruppen in der Gattung *Terpsinoë* ist bereits erwähnt worden. Ich konnte dasselbe bei den Arten *musica* und *americana* feststellen, doch bedarf es dazu eines nicht mit Säuren behandelten Materials. Die Zellindividuen von *Terpsinoë musica* sind zu Zick-Zack-Ketten verbunden; die Glieder der Kette bestehen aus einer, höchstens aus zwei Zellen, während bei *Terpsinoë americana* oft auch drei noch mit der ganzen Oberfläche der Schalen zusammenhängende Zellen ein Glied bilden. Leider stand mir nur getrocknetes Material zur Verfügung, aus dem nur Ketten von geringer Gliederzahl isolirt werden konnten, welche das Gesetz nicht deutlich erkennen liessen. Weitere Forschungen an Faden-, sowie Zick-Zack-Ketten-bildende Arten sind daher wünschenswerth.

## 2. Die Zellhaut von *Melosira arenaria* Moore.

*Melosira arenaria* lebt in süßen Gewässern Europas, nach Rabenhorst<sup>1)</sup> besonders in feuchten Mergelgruben. Die Zellen sind zu mehr oder weniger langen, cylindrischen, etwas gekrümmten Fäden verbunden. Smith<sup>2)</sup> und neuestens Van Heurck<sup>3)</sup> geben

1) Rabenhorst, L. *Flora Algarum*. Leipzig 1864. Bd I, p. 43.

2) Smith, W. *Synopsis of British Diatomaceae*. London 1856. Bd. II. Pl. LII.

3) Van Heurck, H. *Synopsis des Diatomées de Belgique*. Anvers 1882. Pl. XC.

instructive Abbildungen. Der Breiten- bzw. Längendurchmesser der Zellen ist nach

Kützing<sup>1)</sup> 41—87  $\mu$ .

Smith<sup>2)</sup> 66—130  $\mu$ .

Rabenhorst 115  $\mu$ .

Schumann<sup>3)</sup> 39—61  $\mu$ .

Meine Messungen ergaben 47—95  $\mu$ . Die bisher beobachtete Variation beträgt daher 40—130  $\mu$  oder 3,25  $a : a$ .

Die Höhe der Zellen ist dem Längendurchmesser nicht proportional,

der Länge von 95  $\mu$  entsprach eine Höhe von 29  $\mu$

- - - 68  $\mu$  - - - 25  $\mu$

- - - 59  $\mu$  - - - 24  $\mu$

- - - 51  $\mu$  - - - 23  $\mu$

- - - 47  $\mu$  - - - 21  $\mu$

Die cylindrische Gestalt der Fäden erschwert die Beobachtung. Für das Studium der Oberflächenstructur eignen sich stark brechende Medien, wie Monobromnaphtalin oder Anisöl etc.; die seitlichen Begrenzungen des Fadens dagegen müssen in schwächer brechenden Medien beobachtet werden, welche die so störenden Randschatten des Objects vortheilhaft aufhellen. Ich arbeitete anfänglich mit Collodium, später, auf Anregung des Herrn C. Günther, mit Olivenöl, welches Medium ich behufs Erkennung der Fadenbegrenzung warm empfehlen kann.

Die Schale von *Melosira arenaria* ist ein kurzer, auf einer Seite (Schalenseite der Zelle) durch einen wenig gewölbten Deckel (Discus) geschlossener Hohlcyylinder mit kreisrundem Querschnitt, Taf. 14, Fig. 14, 15. Auf dem Discus befindet sich eine äusserst seichte centrale Depression, welche sich bis etwa zum Beginn der radialen Falten ausbreitet; zwischen den Deckeln zweier Nachbarschalen muss hier also ein sehr schmaler linsenförmiger Raum bleiben.

4) Kützing, F. T. Die kieselchaligen Bacillarien. Nordhausen 1865. Zweiter Abdr. p. 55.

5) l. c. p. 59.

6) Schumann, J. Diatomeen der Hohen Tatra. Wien 1867. p. 81.

Die Membran des Discus geht mit scharfer Biegung und gleichzeitig unter erheblicher Verstärkung in die Membran des Mantels *a*, über. Wahrscheinlich besteht die Zellwand aus zwei Lamellen, welche nur im Centrum des Discus völlig verwachsen sind.

In der Peripherie desselben bildet die äussere Lamelle, Fig. 11, zahlreiche, radial gestellte Falten bzw. Fasern, *c*, Fig. 10–15, welche in centrifugaler Richtung nicht nur an Breite, sondern auch an Höhe zunehmen, Fig. 11 und 15; das zarte, weil niedrig verlaufende, centrische Ende derselben ist oft gabelig getheilt, Fig. 10. Im Centrum finden sich kleine flache Grübchen von regelmässiger, Fig. 10, oder auch unregelmässiger Gestalt, oder sehr zarte, kurze, zierlich gebogene Fältelungen, Fig. 11, 12.

Bei hoher Einstellung auf die Gürtelbandseite der Zelle erscheinen diese Falten in der Nähe der Mediane im optischen Durchschnitt als fingerförmige Hervorragungen, *c*, Fig. 6, 7, welche beim Senken des Tubus an Höhe verlieren; je mehr seitlich, desto undeutlicher wird das Bild, weil, wegen ihrer radialen Stellung, die Falten oder Fasern nunmehr schiefwinklig zu ihrer Längsachse geschnitten werden und die Bilder mehrerer Durchschnitte über einander liegen; trifft die optische Ebene die Ebene des Durchmessers, dann wird der Querschnitt zum Längsschnitt, Fig. 15, *c*.

Die nebeneinander liegenden Deckelplatten zweier Zellen, welche bei der Theilung gleichzeitig entstehen, passen ihre Falten einander an, dergestalt, dass das Faltensystem der einen als Matrice der anderen betrachtet werden kann. Stellung und Verlauf, Breiten- und Tiefendimensionen der Falten entsprechen sich gegenseitig, nur ist bei den einen erhaben, was bei den anderen hohl ist. Die einzelnen Zellen sind dadurch sehr fest aneinandergefügt, Fig. 2, *c*, Mitteltheil der Figur, und so erklärt sich leicht, dass nur selten, selbst nach mechanischer Einwirkung auf die Fäden, wirklich isolirte Zellen gefunden werden; meistens gleiten die Gürtelbänder von einander, während die beiden benachbarten Schalen zweier Zellen verbunden bleiben. Lagern nun solche, gleichsam aus zwei unpaaren Hälften zusammengesetzten Zellreste auf der Schalenseite, so erblickt man die Faltensysteme der beiden sich berührenden Membranen gleichzeitig und es muss der Eindruck einer sehr dicht gestellten, undeutlichen, radialen Streifung entstehen, da auch die wenngleich

äusserst engen, so doch immer vorhandenen, auf allen optischen Durchschnitten deutlich wahrnehmbaren Spalten zwischen den Falten im Bilde ihren Ausdruck finden. So ist die Abbildung aufzufassen, welche Van Heurck<sup>1)</sup> von der Schalenseite giebt, sie bezieht sich auf zwei vorhandene Deckelplatten.

Die Membran des Schalen-Mantels ist ungleich dicker als die des Discus, durchschnittlich etwa  $2,6 \mu$ ; ihr Längsschnitt ähnelt der Form eines mit der Spitze dem Zelllumen zugekehrten Stiefels, Fig. 15. Die Oberfläche, ausgenommen ein schmaler Streifen unmittelbar unter der Kante des Discus, bezw. den dort endenden Falten, und ein ähnlicher am Gürtelbandrande der Schale, Fig. 3, ist mit Areolen bedeckt, welche alternirende geradlinige Reihen bilden, Fig. 16. Schumann zählte  $29\frac{1}{2}$  Querriefen und 41 unter  $45^\circ$  geneigte Punktreihen auf  $\frac{1}{100}''$ ; die Entfernung der schiefen Reihen von einander beträgt danach  $0,55 \mu$ , der Abstand der geraden Querreihen  $0,76 \mu$ . Meine Messungen der ersteren ergaben im Durchschnitt  $0,57 \mu$ , sie stimmen also mit Schumann überein; dagegen beträgt die Neigung der schiefen Reihen nicht  $45^\circ$ , sondern, soweit ich dies bei dem Mangel eines Goniometers feststellen konnte, weniger, etwa  $40^\circ$ , da die schiefen Streifen sich unter einem Winkel von etwa  $80^\circ$  schneiden, wobei jedoch nicht ausser Betracht zu lassen ist, dass sie etwas gebogen und unregelmässig verlaufen. Wenn nach Dippel<sup>2)</sup> die Entfernung der Punktreihen von *Pleurosigma balticum* zu  $0,74 \mu$ , von *Pleurosigma angulatum* zu  $0,46 \mu$  anzunehmen ist, dann steht die Feinheit der Streifung zwischen jenen beiden Probeobjekten; sie würde der weniger bekannten *Grammatophora serpentina*,  $0,55 \mu$  entsprechen.

Ich vermute, dass der feinere Bau der Mantel-Membran ein ähnlicher ist wie bei den *Pleurosigen*, d. h. zwischen zwei Lamellen befindet sich ein System von Netzleisten, welche kleine Hohlräume umschliessen, wie Flügel zuerst bei *Pleurosigma*<sup>3)</sup> nachwies

---

1) l. c. Pl. XC, Fig. 2.

2) Dippel, L. Das Mikroskop. Braunschweig, 1867. Bd. I. p. 134, 135.

3) Flügel, J. H. L., in Archiv f. mikr. Anat. von Max Schultze. Bonn 1870, Bd. VI, p. 472 ff.

und ich bei *Triceratium*<sup>1)</sup> unter Bezugnahme auf *Pleurosigma* näher beschrieb. Schon das eigenthümliche Farbenspiel, welches die Zellen, ähnlich den *Pleurosigmen*, zeigen, wenn sie in Medien beobachtet werden, deren Brechungsindex von dem der Zellwandssubstanz wesentlich abweicht, wie in Luft (minus), Monobromnaphthalin, Anisöl (plus), deutet auf die Aehnlichkeit des feineren Baues. Deutliche Beugungsspectra werden an zwei Stellen zur Seite der Längsachse bei Einstellung auf den optischen Durchschnitt des Fadens sichtbar, Fig. 1. Die Farbe im durchfallenden Licht ist ein sehr lichtes Braun, im reflectirten, weiss.

Der Winkel, unter dem die Reihen der Areolen sich schneiden, bedingt aber jedenfalls eine andere Configuration der Netzleisten bzw. Kammerwände, als bei *Pleurosigma angulatum* und *Triceratium Favus*. Die Construction mit zwei schiefen Reihen, welche sich unter  $80^{\circ}$  schneiden und deren gegenseitiger Abstand zum gegenseitigen Abstände der Querreihen sich etwa wie 3 : 4 verhält, wie die oben mitgetheilten Riefenzahlen vorschreiben, ergiebt Hohlräume mit achteckiger Grundfläche, Fig. 16. Diese Achtecke sind in Richtung des Längendurchmessers gestreckt, was mit der Beobachtung der Areolen bei starken Vergrösserungen zu stimmen scheint. Die Netzleisten müssen unter diesen Verhältnissen an den Kreuzungskanten verdickt angenommen werden.

Für das Vorhandensein eines Systems von Hohlräumen findet man überdies an Bruchstücken der Mantelmembran directe Beweise. Bei Fragmenten verläuft häufig die Bruchkante der äusseren Lamelle anders, als die der inneren, Fig. 4, 5, und das abgebrochene Stück legt die Netzleisten auf dem verbliebenen Stück *a'* der anderen Lamelle frei, die Areolen erscheinen darauf in derselben Anordnung wie auf der Oberfläche der unverletzten Membran; die Conturen der Bruchkanten sind deutlich gezackt.

Meiner Vermuthung nach communiciren die Hohlräume wie bei *Triceratium*, *Pleurosigma*, durch freie Oeffnungen in der zarten äusseren Lamelle mit dem umgebenden Wasser, während die innere,

---

1) Müller, Otto, in Reichert's und du Bois-Reymond's Archiv. Leipzig 1871, p. 619 ff., im Auszuge bei Pfitzer, E, Bacillariaceen, in Schenk's Handbuch, Bd. II. p. 415 ff.

ebenfalls zarte Lamelle, den Zellraum abschliesst. Die Hohlräume selbst würden sich als langgestreckte, die Mantelmembran senkrecht zur Fläche durchsetzende Porenkanäle von  $2,6 \mu$  Länge,  $0,76 \mu$  Höhe und  $0,56 \mu$  Breite ausweisen.

Die Schalen desselben Fadens sind nicht gleichartig gebaut. Eine Hälfte derselben zeichnet sich vor der andern durch eine eigenthümliche Verdickung des Gürtelbandrandes aus; die Ungleichheit betrifft aber nicht nothwendig die Schalen derselben Zelle. Die Verdickungszone, welche der äusseren Membranlamelle aufliegt, schneidet in etwa  $\frac{1}{3}$  der Höhe des Cylindermantels mit einer deutlichen Grenzlinie ab, welche mithin als Querlinie erscheint, Fig. 1, 2, 3, 4, 5, 14 bei *b*.

In Olivenöl zeigt der optische Durchschnitt, dass ein schmaler oberer Streifen dieser Randverdickung nicht mit der Mantelmembran verwachsen ist, sondern als eine scharfe Schneide den Mantel umgiebt, Fig. 14, die äussere Contur der Zelle erscheint an dieser Stelle daher nicht rechtwinklig, sondern spitzwinklig gebrochen, Fig. 15. Aber auch die Verwachsung des unteren Theiles kann keine innige sein, da der Verdickungsrand unter Umständen einen besonderen Bruch eingeht, wie die Fragmente Fig. 3, 4, 5 beweisen; eine reale Spalte, welche ringförmig um den Mantel verläuft, ist jedoch nur an einer schmalen Zone des oberen Randes wahrnehmbar. Das in Fig. 3 über den Bruch der Mantelmembran vorragende Stück *b'* der Verdickungszone zeigte dieselbe Areolirung wie die Membran, die Bruchkante an der linken Seite war deutlich gezackt; der Bau des Verdickungsringes stimmt daher mit dem jener Membran überein.

Wenn dieser Verdickungsring an beiden Schalen derselben Zelle vorhanden ist oder beiden mangelt, dann ist *Melosira arenaria* in Bezug auf die Theilungsebene bilateral symmetrisch gebaut; wenn dagegen die Randverdickung nur an einer der beiden Schalen auftritt, so ist die Zelle zwar bilateral, aber asymmetrisch gebaut.

Die untere, zur Mantelmembran rechtwinklig stehende Fläche des Gürtelbandrandes der Schale ist kreisrund; der Durchmesser dieser ringförmigen Fläche beträgt  $3-3,6 \mu$ ; ähnlich dem Discus

ist sie mit kleinen Falten oder Leisten besetzt, welche hier als radial verlaufende Querleisten erscheinen, Fig. 9. Von der Gürtelbandseite aus gesehen, projeciren sich die Querleisten am Rande der Schale in Form kurzer Zähnen, Fig. 4, 5, *d*.

Dieser Fläche ist das Gürtelband mittelbar angefügt; die Stärke desselben ist aber sehr viel geringer als die der Schalenmembran, ich schätze den Durchmesser zu  $0,6\ \mu$ . Von cylindrischer Form, biegt dieses zarte Membranstück am Rande (Schalenrand des Gürtelbandes) rechtwinklig nach innen um Fig. 14, 15, *g*; das dadurch entstehende ringförmige Flächenstück ist ebenfalls radial gefurcht und auch diese Falten erscheinen daher am Rande in ihrer Projection als Zähnen, Fig. 8, *g*. Bei sorgfältiger Einstellung auf die Oberfläche kann man das Ineinandergreifen der Zähne der Ränder der Schale und des Gürtelbandes deutlich wahrnehmen, Fig. 2, 3, *dg*. So erklären sich die beiden transversalen Punktreihen aller Autoren, welche Smith und Van Heurck, ersterer Fig. 334 *a'* und *d*, offenbar in unrichtiger Auffassung abbilden.

Liegt die Zelle auf der Deckelfläche, den Rand mit angefügtem Gürtelbande nach oben gekehrt, so gelingt es auch, bei Verwendung des vollen Lichtkegels des Abbe'schen Condensors und möglichst centrischer Spiegelstellung, welche zweckmässig durch die freie Oeffnung des Objectivs regulirt wird, das Bild der Fig. 9 zu erhalten. An der Peripherie bemerkt man doppelte Conturen; der durch dieselben begrenzte helle Kreis ist durch zahlreiche runde Punkte rosenkranzartig gegliedert. Diese Punkte befinden sich stets zwischen den Enden zweier Leisten des Schalenrandes, und von ihnen ausgehend dringen zarte Linien in die Zwischenräume jener Leisten. Das Bild ist also analog dem oben beschriebenen, welches bei Betrachtung zweier verbundener Deckelplatten von der Schalen-seite der Zelle zu Stande kommt. Der periphere helle Kreis ist die Projection des Gürtelband-Mantels an der Umbiegungsstelle *g*, dessen Durchmesser um ein geringes grösser als der Schalendurchmesser ist. Die dunkeln Punkte entsprechen der Projection der dickeren Membranstreifen *f*, Fig. 8, zwischen den sogleich zu betrachtenden Längsfurchen *f'* des cylindrischen Mantels; diese dickeren Streifen gehen auf den umgebogenen Rand *g* des Gürtelbandes als Leisten (Wellen-

berge der Falten) über und letztere liegen zwischen den Leisten des Schalenrandes.

Die den Wellenthälern entsprechenden Rinnen dagegen setzen sich auf dem Mantel des Gürtelbandes in Form seichter Längsfurchen fort,  $f'$ , welche in Richtung zum freien Rande immer zarter werden und schon in beträchtlicher Entfernung von demselben enden; bei schief einfallendem Lichte vermag man allerdings diese Längsfalten noch weiter zu verfolgen. Mit Systemen homogener Immersion erkennt man ausserdem zwei äusserst zarte Streifensysteme sich kreuzender Linien, welche die ganze Gürtelbandmembran bedecken; die Auflösung dieser Streifen kommt der Lösung sehr schwieriger Probeobjecte gleich.

Beim Durchmustern von Präparaten findet man in der Regel nur Gürtelbandfragmente, welche die Länge einer Schalenhöhe besitzen, Fig. 3, *e*. Die Länge des vollständigen Gürtelbandes ist aber grösser, etwa  $1\frac{2}{3}$  der Schalenhöhe; bei einer Höhe der Schale von  $13\ \mu$  war die Gürtelbandlänge  $21\ \mu$ . In dem Fragment Fig. 2 bemerkt man bei  $e'$  je ein Ansatzstück, welches durch eine zarte Naht mit dem oberen Theile des Gürtelbandes verbunden ist. Diese Naht deutet auf eine Pause im Wachsthum des Gürtelbandes.

Es verdient besonders hervorgehoben zu werden, dass die ruhenden Zellen (nicht in Theilung befindlichen) des Fadens nur **eine** Gürtelbandhälfte besitzen, die umschliessende; die Bildung der zweiten, der umschlossenen, muss als ein die Theilung begleitender Akt betrachtet werden, so auch Pfitzer<sup>1)</sup> bei *Melosira varians*. Ich habe das gleiche Verhalten bei vielen anderen Bacillariaceen constatiren können, z. B. bei *Terpsinoë*. Ein gänzliches Unterbleiben der Ausbildung einer Gürtelbandhälfte scheint übrigens bei der Auxosporenbildung mehrfach vorzukommen<sup>2 u. 3)</sup>. Mit der räumlichen Ausdehnung des Protoplasma und dem dadurch bedingten passiven Heraustreten der eingeschlossenen Schale aus der Umfassung der präexistirenden Gürtelbandhälfte beginnt an dem bis dahin freien Rande der eingeschlossenen Schale die Ausscheidung

1) l. c. p. 129.

2) Schmitz, Fr., l. c. p. 3, 4

3) Pfitzer, l. c. p. 63. Derselbe in Schenk's Handb. Bd. II. p. 440.

der neuen Gürtelbandhälfte. Nachdem das junge Gürtelbandstück die Länge einer Schalenhöhe erreicht hat, tritt wahrscheinlich jene Wachstumpause ein, obgleich das Austreten der umschlossenen Schale fort dauert, bis der freie Raum zwischen den auseinandergewichenen Schalen die Breite der doppelten Höhe einer Schale erreicht hat. Das erneute Wachstum des freien Randes des umschlossenen Gürtelbandstückes beginnt erst wieder nachdem die jungen Schalen in der Theilungsebene angelegt sind; dasselbe hält dann so lange an, bis der wachsende Gürtelbandrand auf Widerstand stösst, welchen er, wie eine Betrachtung der schematischen Figur 5 Taf. 15 ergibt, an dem oberen Rande der Verdickungszone der nächstfolgenden abgewendeten jungen Schale findet. Solchem Widerstande aber muss der wachsende Rand der umschlossenen Gürtelbandhälfte nothwendig begegnen, weil eine der beiden jungen Schalen, wie im dritten Abschnitt näher erörtert wird, stets am Rande verdickt ist, und zwar immer die der Wachstumsrichtung des freien Gürtelbandrandes abgewendete.

Diese Schlüsse ziehe ich aus den Bildern, welche die seitlichen Begrenzungen der Fäden darbieten, Taf. 15, Fig. 6 und 7. Wäre das untere Gürtelbandstück vor Bildung der jungen Schalen vorhanden, so müsste es, ebenso wie das obere Stück, die Länge einer Schalenhöhe besitzen und auch die Verdickungszone der folgenden abgewendeten Schale umschliessen. Das aber ist ohne Zweifel nicht der Fall; das untere Gürtelbandstück *e'* hat nur die Länge einer Schalenhöhe minus Verdickungszone und stösst unmittelbar auf den Rand derselben, wie auch das von der Fläche gesehene, in Figur 2 Taf. 14 dargestellte Fragment beweist und noch des Näheren erörtert werden wird.

Im ersten Abschnitt wurde die Aufstellung einer Fadenformel, welche die Aufeinanderfolge der freien und umschlossenen Schalen im Faden ausdrückt, als erste Bedingung zur Ermittlung des Stammbaumes gefordert. Nach Schilderung des anatomischen Baues der Zellhaut kann nunmehr jener Forderung genügt werden.

Als umschlossen = *u* wurde die kleinere Schale einer Zelle bezeichnet, welche von der Membran der Gürtelbandhälfte der zugehörigen grösseren Schale derselben Zelle eingeschlossen wird; die

grössere dagegen, mit der umschliessenden Gürtelbandhälfte, als frei =  $f$ ; vgl. die schematischen Figuren auf Taf. 15.

Zunächst muss daher die Ueberlagerung der kleinen Schale durch Gürtelmembran im mikroskopischen Bilde nachgewiesen werden. Dieser Nachweis gelingt sowohl in dem Oberflächenbilde des Fadens, durch Aufsuchen der oben beschriebenen Längsfurchen auf dem Gürtelbandmantel, Taf. 14, Fig. 8, als auch in dem Bilde der seitlichen Fadenbegrenzungen.

Die Untersuchung der Oberfläche muss in stark brechenden Medien oder in Luft geschehen. Die zarten Längsfalten des oberen Gürtelbandabschnittes bedecken bei höchster Einstellung auf die Schalenoberfläche, ausgehend von dem gezahnten Gürtelbandrande der freien Schale, die Arcolen der darunter befindlichen Mantelfläche der eingeschlossenen Schale, Taf. 14, Fig. 1, 2 und enden etwa in halber Höhe dieser Schale. Die Richtung ihres Verlaufs, vom Schalenrande des Gürtelbandes nach dem freien Rande, Fig. 2, 3, 14,  $f$ , weist daher auf die Lage des letzteren und lässt, wo sie deutlich erkannt wird, über die richtige Bezeichnung der betreffenden Schale in der Formel keinen Zweifel. Unter Umständen aber ist die Erkennung und die Feststellung des Verlaufes dieser Längsfalten äusserst schwierig, auch die sorgfältigste Einstellung und Beleuchtung führt nicht zum Ziele.

Der in Fig. 1 dargestellte fünfzellige Faden ergibt nach der Stellung der Längsfurchen die Formel *fuufuffuuf*. Zur Vervollständigung dieser Formel ist aber noch die Constatirung des Vorhandenseins (Zeichen —) oder Mangels (Zeichen o) des Verdickungsringes erforderlich. Dieser Verdickungsring wird an der Querlinie erkannt, welche der obere, dem Schalendeckel zugewendete, Rand desselben auf dem cylindrischen Mantel der Schale markirt, Fig. 2, 3, 4,  $b$ . Indess begegnen hierbei mannigfache Täuschungen, welche die Richtigkeit der Fadenformel leicht beeinträchtigen. Nicht nur die gesuchte Randverdickung hat eine solche Querlinie zur Folge, sondern unter Umständen verursachen auch die freien Gürtelbandränder ähnliche Querstriche, welche dann irrthümlich als einer Randverdickung zugehörig angenommen werden. Für die richtige Auffassung der in Rede stehenden Verhältnisse ist daher das Stu-

dium der seitlichen Begrenzungen in schwach brechenden Medien (Olivenöl) unentbehrlich.

Der in Olivenöl eingelegte Faden ergibt mit gut definirenden Systemen, womöglich homogener Immersion, einen brauchbareren optischen Durchschnitt als man seiner körperlichen Natur nach voraussetzen sollte.

An den mit *a* bezeichneten Stellen der Fig. 6 Taf. 15 stehen die freien Ränder zweier Gürtelbandhälften einander gegenüber; entweder erreichen sie sich nicht ganz oder sie decken sich eine kurze Strecke. In beiden Fällen müssen auf der Oberfläche Querlinien erscheinen, welche, falls diese über Schalen verlaufen welche thatsächlich keine Randverdickung besitzen, Anlass zu dem oben erwähnten Irrthum geben. Nur die sorgfältige Betrachtung des Durchschnittes der Schalenmembran kann den richtigen Sachverhalt feststellen; die seitliche Contur derselben muss, wie bereits früher erwähnt wurde, spitzwinklig gebrochen sein, falls eine Randverdickung besteht. Die Pseudo-Querlinien sind übrigens auch häufig durch schiefen Verlauf unterscheidbar.

In ausgezeichneter Weise zeigen ferner die seitlichen Fadenconturen das Auswachsen der Gürtelbänder bis ihnen durch Widerstand Halt geboten wird, Fig. 6, *c* und 7. Ein solches Auswachsen ist die Regel und der freie Gürtelbandrand berührt in der That den oberen Rand des Verdickungsringes unmittelbar, so, dass ich lange Zeit über den Sachverhalt in Zweifel gewesen bin. Der Eindruck, dass das Gürtelband mit der Randverdickung der folgenden abgewendeten Schale verwachsen ist, drängt sich auch bei näherer Betrachtung immer wieder auf. Wenn man indessen den vollen Lichtkegel des Abbe'schen Condensors, nach Entfernung der Blendungsscheibe, einwirken lässt, dann kann man sich in jedem einzelnen Falle mit genügender Sicherheit davon überzeugen, dass zwischen beiden Rändern eine ausserordentlich enge Lücke vorhanden ist, viel enger, als in der Zeichnung darzustellen möglich.

Durch dieses Auswachsen wird der grössere Theil der folgenden abgewendeten Schale von Gürtelbandmembran überwuchert, und, sofern diese Schale eine umschlossene ist, wie in allen Zwillingen, liegt dann eine doppelte Membranschicht über derselben, vgl. die schematische Fig. 5 und Fig. 7. Im anderen Falle aber bleibt die

Schale trotz der theilweisen Ueberlagerung im Sinne unserer Definition eine freie, da sie nicht von Gürtelbandmembran der zugehörigen Zellhälfte umschlossen wird; ein ganz ähnliches Verhältniss besteht bei *Melosira Borrerii*, Fig. 9.

Der Raum zwischen Schalen- und Gürtelbandmembran erweist sich bei dem Studium der seitlichen Begrenzungen überraschend breit, so, dass ein schmaler Protoplasmagürtel denselben ausfüllen könnte.

Die Stelle *b* der Fig. 7 ist bemerkenswerth, weil sie erkennen lässt, dass das scheinbar kurze Gürtelband der Schale  $f_0$  lediglich ein Bruchstück ist, dessen Fortsetzung dem umfassenden Gürtelbandstück der letzten Schale anliegt; die Vergleichung der gegenüber liegenden Seite giebt darüber Aufschluss; vielleicht finden auch die kurzen Gürtelbänder *b* der schon vor dieser Beobachtung gezeichneten Fig. 6 theilweise ähnliche Erklärung, anderentheils handelt es sich bei diesen um unausgewachsene Gürtelbandhälften in Zellen deren Theilung soeben erst vollendet wurde.

### 3. Ableitung des Gesetzes und besondere Eigenschaften der Fadenformel.

Im Folgenden bezeichnet der Ausdruck  $Zwilling = Z$  eine einfache Zwillinggruppe von der Form *fuuf*. Unter Drilling ist eine dreizellige, beiderseits durch je ein *f* begrenzte Gruppe verstanden, welche aus einem Zwilling, dem Drillingszwilling = (*Z*) und einer dritten Zelle, der Drillingszelle = *d* besteht. Die Drillingszelle ist diejenige Zelle, welche aus dem Mutterzwillinge ungetheilt in die Drillingsgruppe übergegangen ist, s. p. 238; letztere ist, vom Standpunkte des Beobachters aus, entweder nach rechts: *fuufuf*, oder nach links: *fufuuf*, ausgeschoben.

Die Beobachtung vieler Zellfäden führte zu folgenden Ergebnissen:

- 1) Jeder Faden (vgl. Taf. 15, Fig. 5 und Taf. 16) besteht aus

einer bestimmten Anzahl zu Zwillingen und Drillings gruppirten Zellen.

2) Die Grenzschalen sämtlicher Nachbarzellen haben ungleiche Zeichen. Auf die Endschale – einer Zelle folgt die Anfangsschale  $o$  der nächsten und umgekehrt. Haben die beiden Schalen derselben Zelle gleiche Zeichen, dann kehrt die Folge der Zeichen der Grenzschalen um. Daraus folgt:

- a) Die beiden benachbarten  $f$  aller Zwillings- bzw. Drillingsgruppen, haben ungleiche Zeichen; auf die Endschale  $\underline{f}$  eines Zwillings, Drillings, folgt die Anfangsschale  $\underline{f}$  des Nachbar-Zwillings, -Drillings und umgekehrt.
- b) Haben Anfang- und End- $\underline{f}$  desselben Zwillings, Drillings, gleiche Zeichen, dann kehrt die Folge der Zeichen der benachbarten  $\underline{f}$ , der End- und Anfangsschalen benachbarter Zwillings-, Drillings-Gruppen um.
- c) Auch die beiden benachbarten  $u$  aller Zwillinge, der einfachen und der Drillingszwillinge,  $Z$  und  $(Z)$ , haben ungleiche Zeichen.
- d) Mehr als zwei aufeinanderfolgende gleiche Zeichen können nicht vorkommen. Folgen scheinbar dennoch mehr als zwei –, dann ergibt eine genaue Untersuchung das Vorhandensein von Pseudo-Querlinien, welche nicht von einer Randverdickung herrühren, s. p. 254, 255.

3) Das  $u$  der ausgeschobenen Drillingszelle ist stets  $\underline{u}$ . Hieraus und aus dem Vorangehenden folgt wiederum:

- a) Drillingszellen können nur die Formen  $\underline{f}\underline{u}$  bzw.  $\underline{u}\underline{f}$  oder  $\underline{f}\underline{u}$  bzw.  $\underline{u}\underline{f}$  haben.
- b) Das dem  $u$  der Drillingszelle benachbarte  $\underline{f}$  der Mittelzelle des Drillings, ist  $= \underline{f}$ .
- c) Drillingszellen von der Form  $\underline{f}\underline{u}$  oder  $\underline{u}\underline{f}$  sind zwischen zwei  $\underline{f}$  eingeschoben.

Die Begrenzung der Drillinge durch je ein  $\underline{f}$  am Anfang und Ende kennzeichnet mit absoluter Schärfe die Drillingszelle als eine unverändert gebliebene Zelle des Mutterzwillings, s. p. 238, und beweist, dass von den beiden Tochterzellen der zweiten Zelle des

Mutterzwilling, mag nun die grössere oder kleinere Zelle desselben wieder zur Mutterzelle geworden sein, die Mittelzelle des späteren Drillings unter allen Umständen die kleinere Tochterzelle ihrer Specialmutterzelle ist.

Bei der Theilung bildet die umschlossene Schale  $u''$ , Taf. 15 Fig. 1 zunächst die ihr zukommende Gürtelbandhälfte aus und rückt aus der umschliessenden Gürtelbandhälfte der Schale  $f''$  heraus, sie wird frei. Die Schale  $u''$  der Fig. 1 wird zur Schale  $f^\beta$  der Zelle  $b$  in Fig. 2, und da  $u''$  von vorn herein kleiner ist als  $f''$ , so ist auch die ganze entstehende Zelle kleiner als die Mutterzelle. Diejenige Tochterzelle, der das  $u$  der Mutterzelle vererbt wird, ist unter allen Umständen die **kleinere**, umgekehrt: das  $f$  der **kleineren** Tochterzelle bestand vor der Theilung allemal als  $u$  der Mutterzelle. Theilt sich in dem Zwillinge Fig. 2 Zelle  $a$ , so entsteht vor der unverändert bleibenden Zelle  $b$  ein neuer Zwilling; die Schale  $u_1''$  der Zelle  $a$  wird zur Schale  $f_1^\beta$  der Zelle  $c$  (Mittelzelle des Drillings Fig. 3) und da  $u_1''$  von der Zelle  $a$  der Zelle  $c$  als  $f_1^\beta$  vererbt wird, so ist diese die kleinere der beiden Tochterzellen. Aber auch wenn Zelle  $b$  des Zwillinges Fig. 2 sich theilen, nach der unverändert bleibenden Zelle  $a$  ein neuer Zwilling gebildet, wenn also Schale  $u_1^\beta$  zur Schale  $f_1^\gamma$  werden würde, ist die entstehende Mittelzelle kleiner als ihre Mutterzelle, da ihr die Schale  $u$  der Mutter als  $f$  vererbt wurde. Ein Bild dieser Drillingsgruppe giebt Fig. 4, wenn die Zelle  $c$  ausgeschaltet wird.

Da also das  $f$  der kleineren Tochterzelle nothwendig und in allen Fällen vor der Theilung als  $u$  der Mutterzelle, das  $f$  der grösseren Tochterzelle dagegen als  $f$  der Mutterzelle bestanden hat, so ist die Construction der Stammzelle des als Theil eines Drillings sich darstellenden Zwillinges ( $Z$ ) ebenso sicher wie einfach abzuleiten. Eine Drillingsgruppe z. B. von der Form  $\underline{\underline{f}}_0 \underline{\underline{u}} \underline{\underline{f}}_0 \underline{\underline{u}} \underline{\underline{f}}_0$  muss einem Mutterzwillinge von der Form  $\underline{\underline{f}}_0 \underline{\underline{u}} \underline{\underline{f}}_0$  seine Entstehung verdanken, eine andere Lösung ist nicht möglich.

Welche Form aber hatte die Stammzelle des auf solche Weise auf einen Zwillling zurückgeführten Drillings, welche Form hat die Mutterzelle einfacher Zwillinge im Faden überhaupt?

Die Schwierigkeiten den vorangegangenen Zustand des Fadens, zunächst die  $n$ —1te Theilungsperiode, richtig zu erkennen, liegen somit in den einfachen Zwillingen. Es ist offenbar ein sehr wesentlicher Unterschied, ob die Mutterzelle im Faden die Stellung  $fu$  oder  $uf$  hatte, da hiervon allein die weitere Gruppierung der Zellen abhängt. Diese Schwierigkeiten sind ohne weitere Anhaltspunkte nicht zu beseitigen.

In dem Zwillinge  $bd$  der Fig. 4, Taf. 15 bestand das  $f$  der Zelle  $d$  vor der Theilung als  $u$  der Zelle  $b$ , die Mutterzelle dieses Zwillings hatte daher die Stellung  $fu$ ; in dem Zwillinge  $ca$  dagegen bestand das  $f$  der Zelle  $c$  vor der Theilung als  $u$  der Zelle  $a$ , die Stellung der Mutterzelle war daher  $uf$ .

Gelingt es nicht Merkmale zu finden, welche mit Sicherheit die grössere von der kleineren Tochterzelle im Zwillinge unterscheiden lehren, dann bleibt lediglich die schwache Hoffnung durch directe Beobachtung im Wege von Culturen eine Lösung anzustreben, wobei es freilich schon von vorn herein fragwürdig erscheint, ob bei Deckglasculturen eine physiologische Vergrösserung des Fadens überhaupt wahrscheinlich ist.

Unsere Species bietet dagegen eine so seltene Gunst der Verhältnisse, dass eine vollkommene Lösung möglich wird; ob auch andere Species, bleibt fraglich, sicher deren sehr wenige.

Es ist zunächst sehr bemerkenswerth, dass nach den sub 2c und 3b mitgetheilten Beobachtungen

4) alle Mittelzellen von Drillingsgruppen die Form  $\underset{o}{fu}$  oder  $\underset{o}{uf}$  aufweisen oder anders ausgedrückt, dass in den Drillingszwillingen ( $Z$ ), das  $u$  der kleineren Tochterzelle in allen Fällen das Zeichen  $o$ , das  $u$  der grösseren Tochterzelle das Zeichen  $-$  führt.

Zieht man in Verbindung mit dieser Thatsache die sub 3 aufgestellte Regel in Betracht, wonach auch dem  $u$  der Drillingszelle ausnahmslos das Zeichen  $o$  zukommt und erwägt, dass diese Zelle eine ungetheilt gebliebene, unveränderte Zelle des Mutterzwillings ist, so liegt die Frage nahe, ob sie nicht ebenfalls die

kleinere der Tochterzellen derjenigen Zelle gewesen, welche den Mutterzwilling erzeugte, ob daher nicht auch die einfachen Zwillinge dem sub 4 festgestellten Gesetze folgen, dass in ihnen diejenige Zelle als die kleinere der beiden Tochterzellen der Stammzelle aufgefasst werden muss, deren  $u$  das Zeichen  $o$  trägt.

In der That lassen die Ergebnisse der Rückwärtsconstruction die Bejahung dieser Frage zweifellos erscheinen.

Führt man nämlich die Rückwärtsconstruction einer Anzahl directer Beobachtungen an vielgliedrigen Fäden in dem Sinne aus, dass deren einfache Zwillinge, unter der Annahme die Zelle mit  $u_o$  sei die grössere, auf die Mutterzelle zurückgeführt werden, dann gelangt man alsbald zu Drillingsformen, welche mit einem  $u$  beginnen oder enden, was dem Gesetze der Drillingsbildung durchaus widerspricht. Niemals begegnet eine sorgfältige Beobachtung im Verlaufe eines Fadens einer derartigen Gruppierung, welche in jedem mehrgliedrigen Faden wiederholt gefunden werden müsste, wenn sie überhaupt möglich wäre. Dagegen ergibt die Annahme, die Zelle mit  $u_o$  sei die kleinere, die fast überraschende Thatsache, dass die hypothetische  $n - 1$ te Theilungsperiode des Fadens der direct beobachteten  $n$ ten in Bezug auf die Gruppierung der Zellen und die Aufeinanderfolge der Zeichen ihrer Elemente, trotz des intercalaren Wachstums des Fadens, nach ausgeführter Rückwärtsconstruction also trotz der Elimination je einer Zelle aller Zwillinge, genau entspricht; nur die Gesamtzahl der Zellen ist um die Zahl der eliminirten Zellen geringer geworden; s. das Schema auf Taf. 16 und die Ausführungen p. 264.

Die unter Nr. 4 aufgestellte Regel darf daher ohne Bedenken dahin erweitert werden, dass

5) sämtliche Zellen des Fadens deren  $u$  das Zeichen  $o$  führen, sich dadurch als kleinere Tochterzellen, sämtliche Zellen deren  $u$  das Zeichen  $-$  zukommt, als grössere Tochterzellen ihrer Special-Mutterzellen ausweisen.

Nachdem wir erkannt haben, dass von den ungleichen Zeichen der beiden  $u$ , welche jede Mutterzelle neu zu bilden hat (Regel 2c) das Zeichen  $o$  der kleineren Tochterzelle zukommt (Regel 5) und da wir wissen, dass letzterer das  $u$  der Mutterzelle als  $f$  vererbt wurde, ist die Gestaltung jedes Zwillings fest begrenzt.

Es müssen danach bilden

6) Mutterzellen von der Form  $\begin{smallmatrix} fu \\ \hline \end{smallmatrix}$   $\begin{smallmatrix} fu \\ \hline \end{smallmatrix}$   $\begin{smallmatrix} fu \\ \hline \end{smallmatrix}$   $\begin{smallmatrix} fu \\ \hline \end{smallmatrix}$   
 Zwillinge von der Form  $\begin{smallmatrix} fuuf \\ \hline \end{smallmatrix}$ ;  $\begin{smallmatrix} fuuf \\ \hline \end{smallmatrix}$ ;  $\begin{smallmatrix} fuuf \\ \hline \end{smallmatrix}$ ;  $\begin{smallmatrix} fuuf \\ \hline \end{smallmatrix}$ ,

welche Formeln auch rückwärts gelesen Gültigkeit besitzen.

An diese Formeln können wir bereits einige Betrachtungen knüpfen, welche später bei Aufsuchung der allgemeinen Formeln für die verschiedenen Zellformen ihre Verwerthung finden werden.

Auch die grössere Tochterzelle erscheint hiernach nicht nothwendig in derselben Gestalt, welche vor der Theilung die Mutterzelle besessen, wie man wohl stillschweigend bisher angenommen, indem Mutterzellen, welche ihr  $u$  mit dem Zeichen  $o$  der kleineren Tochterzelle als  $f$  vererben, unter dem Zwange der Regel 5 das verlorene  $u$  in der grösseren Tochterzelle als  $u$  ersetzen. Dagegen gleichen die grösseren Tochterzellen der Mutterzelle vollkommen, wenn letztere ein  $u$  besass; das ist aber in der zweiten Generation, also in allen Zwillingen,  $Z$  und  $(Z)$  durchgehends der Fall, wie ein Blick auf die Formeln sub 6 zeigt, und deshalb müssen ganz allgemein grössere Tochterzellen in allen folgenden Generationen wiederum gleiche grössere Tochterzellen erzeugen. Da ihr  $u$  nach Nr. 5 =  $u$  ist, so können

7) grössere Tochterzellen nur in den Formen  $\begin{smallmatrix} fu \\ \hline \end{smallmatrix}$  bzw.  $\begin{smallmatrix} uf \\ \hline \end{smallmatrix}$  oder  $\begin{smallmatrix} fu \\ \hline \end{smallmatrix}$  bzw.  $\begin{smallmatrix} uf \\ \hline \end{smallmatrix}$  erscheinen und kleinere Tochterzellen lediglich in der Form  $\begin{smallmatrix} fu \\ \hline \end{smallmatrix}$  bzw.  $\begin{smallmatrix} uf \\ \hline \end{smallmatrix}$  erzeugen.

Derselben Regel folgend führen

8) kleinere Tochterzellen ihr  $u$  als  $u$ ; sie besitzen deshalb nur die Formen  $\begin{smallmatrix} fu \\ \hline \end{smallmatrix}$  bzw.  $\begin{smallmatrix} uf \\ \hline \end{smallmatrix}$  oder  $\begin{smallmatrix} fu \\ \hline \end{smallmatrix}$  bzw.  $\begin{smallmatrix} uf \\ \hline \end{smallmatrix}$ . Die von ihnen erzeugten grösseren Tochterzellen gleichen ihnen daher niemals und die kleineren Tochterzellen erscheinen nur in der Form  $\begin{smallmatrix} fu \\ \hline \end{smallmatrix}$  bzw.  $\begin{smallmatrix} uf \\ \hline \end{smallmatrix}$ .

Damit sind alle Bedingungen gegeben, die Entwicklungsgeschichte eines beliebigen Fadens oder Fadenstücks abzuleiten. Man findet die Stammzelle des Zwillings, wenn man die beiden jüngst

gebildeten  $u$  ausschaltet und das  $f$  der kleineren Tochterzelle mit seinem Zeichen dem  $f$  der grösseren Tochterzelle als zugehöriges  $u$  anfügt, wie das ohne Weiteres aus den oben mitgetheilten Formeln hervorgeht. Beim Drilling fügt man nach Ermittlung der Stammzelle des Drillingszwillings die Drillingszelle unverändert hinzu und führt dann den so gewonnenen Mutterzwilling auf seine Stammzelle zurück.

Der Drilling  $\begin{smallmatrix} fuufuf \\ 0 \quad 0 \quad 0 \end{smallmatrix}$  entstand aus  
dem Mutterzwilling  $\begin{smallmatrix} fu & uf \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}$  und dieser entstand aus  
der Stammzelle  $\begin{smallmatrix} fu. \\ 0 \end{smallmatrix}$

Die Anwendung des Vorstehenden zur Ermittlung des Stammbaums vielgliedriger Fäden führt nunmehr auf das bereits im ersten Abschnitt mitgetheilte Entwicklungsgesetz:

Die grössere Tochterzelle der  $n$ ten theilt sich in der folgenden,  $n + 1$ ten, die kleinere regelmässig erst in der zweitfolgenden,  $n + 2$ ten, Theilungsperiode.

Dieses Gesetz lässt die kleinere Tochterzelle unverändert in die  $n + 1$ te Theilungsperiode übergehen und in derselben zur Drillingszelle werden, indem sie dem neuen Theilungsproduct der grösseren Tochterzelle, einem Zwilling ( $Z$ ), vor- oder nachgeschoben wird. In der  $n + 2$ ten Theilung wird sie dann wieder Mutterzelle und bildet einen einfachen Zwilling. Alle Zwillinge der  $n$ ten Theilung, die einfachen sowohl wie die Drillingszwillinge,  $Z + (Z)$ , müssen mithin in der  $n + 1$ ten Periode je einen Drilling, jede Drillingszelle aber, als unveränderte kleinere Tochterzelle aus der  $n - 1$ ten Periode, ausserdem einen einfachen Zwilling bilden.

9) Die  $n + 1$ te Periode enthält daher so viel einfache Zwillinge als die  $n$ te Drillinge, und so viel Drillinge als die  $n$ te einfache Zwillinge + Drillinge.

Eine Stammzelle bildet nach der ersten Theilung einen Zwilling, nach der zweiten einen Drilling, nach der dritten je einen Zwilling und einen Drilling, nach der vierten einen Zwilling und zwei Drillinge u. s. f., es wächst daher die Zahl der Zwillinge und Drillinge wie folgt:

|     |            |       | Zellen   | Zwillinge | Drillinge |
|-----|------------|-------|----------|-----------|-----------|
| 10) | Theilung 1 | . . . | 2        | 1         | —         |
|     | - 2        | . . . | 3        | —         | 1         |
|     | - 3        | . . . | 5        | 1         | 1         |
|     | - 4        | . . . | 8        | 1         | 2         |
|     | - 5        | . . . | 13       | 2         | 3         |
|     | - 6        | . . . | 21       | 3         | 5         |
|     | - 7        | . . . | 34       | 5         | 8         |
|     | - 8        | . . . | 55       | 8         | 13        |
|     | - 9        | . . . | 89       | 13        | 21        |
|     | - 10       | . . . | 144      | 21        | 34        |
|     |            |       | u. s. f. |           |           |

Bezeichnet im Folgenden **a** die Zahl der einfachen Zwillinge, **b** die der Drillinge der **nten Theilungsperiode**, so ist

|     |           |                                                 |
|-----|-----------|-------------------------------------------------|
| 11) | b — a =   | die Zahl der Zwillinge der $n - 1$ ten Periode, |
|     | a = - - - | Drillinge - - -                                 |
|     | 2a — b =  | - - - Zwillinge - $n - 2$ ten -                 |
|     | b — a =   | - - - Drillinge - - -                           |
|     | 2b — 3a = | - - - Zwillinge - $n - 3$ ten -                 |
|     | 2a — b =  | - - - Drillinge - - -                           |
|     | 5a — 3b = | - - - Zwillinge - $n - 4$ ten -                 |
|     | 2b — 3a = | - - - Drillinge - - -                           |
|     |           | u. s. f.                                        |

|  |           |                                                 |
|--|-----------|-------------------------------------------------|
|  | b =       | die Zahl der Zwillinge der $n + 1$ ten Periode, |
|  | a + b =   | - - - Drillinge - - -                           |
|  | a + b =   | - - - Zwillinge - $n + 2$ ten -                 |
|  | a + 2b =  | - - - Drillinge - - -                           |
|  | a + 2b =  | - - - Zwillinge - $n + 3$ ten -                 |
|  | 2a + 3b = | - - - Drillinge - - -                           |
|  | 2a + 3b = | - - - Zwillinge - $n + 4$ ten -                 |
|  | 3a + 5b = | - - - Drillinge - - -                           |
|  |           | u. s. f.                                        |

Die Gesamtzahl der Zellen ist, wie ohne Weiteres erhellt,

|     |                            |                       |
|-----|----------------------------|-----------------------|
| 12) | in der $n$ ten Periode     | $2a + 3b$ und demnach |
|     | in der $n + 1$ ten Periode | $3a + 5b$             |
|     | in der $n + 2$ ten Periode | $5a + 8b$             |
|     |                            | u. s. f.              |

Die Zunahme des Fadens an Zellen beim Uebergange aus der  $n$ ten in die  $n + 1$ te Periode, da jeder Drilling eine Zunahme um zwei, jeder einfache Zwilling eine solche um eine Zelle veranlasst, ist

$$13) a + 2b.$$

Zellenzahl *in toto*, Gruppierung der Glieder, sowie Zuwachs regeln sich daher sämtlich nach Maassgabe der bekannten recurrenten Reihe:

$$14) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 \dots$$

worin jedes Glied gleich der Summe der beiden vorangehenden ist.

In jedem regelmässig gebildeten Faden verhält sich auch die Länge der neuen Elemente  $B$  zu der Länge der alten  $A$ , nach der geometrischen Proportion des goldenen Schnittes, d. h. wie die Länge der alten Elemente  $A$  zur Länge des ganzen Fadens  $A + B$ .

Taf. 16 enthält das Schema eines regelmässig aus der Urmutterzelle  $f_u$  entwickelten Fadens siebenter Theilung. Jede Generation wiederholt bis zur Zellenzahl der vorangegangenen, deren Gruppierung, Zeichenfolge und Zellengrösse.

Die Zeichenfolge der Grenzschaalen aller Zwillinge,  $Z$  und  $(Z)$ , und der Elemente der Drillingszellen, bilden gemeinsam die Zeichenfolge der Elemente der  $n - 1$ ten Periode, weil in der folgenden Generation die grösseren Tochterzellen und die Drillingszellen zu je einer Drillingsgruppe heranwachsen und ihre  $u$  diesen Gruppen als begrenzende  $f$  vererben, während die kleineren Tochterzellen unverändert als Drillingszellen übergehen; oder anders ausgedrückt: die Grenzschaalen der Zwillinge und die Drillingszellen sind die aus der  $n - 1$ ten Periode überkommenen alten Elemente des Fadens. Zwischen ihnen werden die benachbarten  $u$  aller Zwillinge neugebildet, deren Zeichen die Reihenfolge der Zeichen der alten Elemente (= der Zeichenfolge der Elemente der  $n - 1$ ten Periode) derart ergänzen, dass nunmehr auch die Zeichenfolge der Elemente der  $n$ ten die Folge der Elemente der  $n - 1$ ten, bis zu deren Zellenzahl, wiederholt.

Die Zeichenfolge der Grenzschaalen der Drillings- und Zwillingsgruppen der  $n$ ten bildet die Zeichenfolge der Elemente der  $n - 2$ ten Periode, weil nach zwei Generationen die grösseren Tochterzellen zu

je einer Drillingsgruppe, die kleineren Tochterzellen zu je einer Zwillingsgruppe herangewachsen und ihre  $u$  zu einem der begrenzenden  $f$  dieser Gruppen geworden sind; oder anders, die Grenzschalen der Drillings- und Zwillingsgruppen der  $n$ ten sind die aus der  $n - 2$ ten Periode überkommenen alten Elemente.

Auch das Schema Taf. 15 Fig. 4 illustriert diese Verhältnisse. Die Zeichenfolge, von rechts nach links gelesen, bleibt dieselbe, wenn zunächst die mit 5, dann die mit 4 u. s. f. bezeichneten Schalen ausgeschaltet werden.

Die Zahl der verschiedenen Elemente der  $n$ ten Periode ergibt sich aus den Regeln sub Nr. 2 und 3.

Im zweiten Abschnitt wurde bereits darauf hingewiesen, dass der Hälfte aller Schalen  $+ 1$ , also  $(2a + 3b) + 1$  das Zeichen  $-$ ,  $(2a + 3b) - 1$  dagegen das Zeichen  $o$  zukommt, vorausgesetzt, dass die Urmutterzelle die Form  $f\underline{u}$  besessen hat. Diese Zeichen vertheilen sich auf  $f$  und  $u$  in ungleicher Weise.

Nach Nr. 2a und b sind so viel  $f$  und eben so viel  $f_o$  vorhanden, als Grenzen von Zwillings- und Drillingsgruppen:  $= (a + b) - 1$ ; dazu treten nach Nr. 3b die  $f$  aller Mittelzellen von Drillingen:  $= b$  und endlich zwei  $f$  als Anfangs- und Schlusschalen des Fadens, die beiden Schalen der Urmutterzelle. Im Ganzen sind also vorhanden

$$(a + 2b) + 1 f; (a + b) - 1 f_o.$$

Sollten Urmutterzellen von der Form  $f_o\underline{u}$  vorkommen, dann würde  $+ 1$  auf Seite  $f_o$ ,  $- 1$  auf Seite  $f$  stehen; bei den Formen  $f_o\underline{u}$  oder  $f\underline{u}$  entfallen  $+ 1$  und  $- 1$ .

Nach Nr. 2c sind so viel  $\underline{u}$  und eben so viel  $u_o$  vorhanden, als benachbarte  $u$  in allen Zwillingen,  $Z + (Z)$ , also  $a + b$ ; dazu treten nach Nr. 3 so viel  $u_o$  als Drillingszellen:  $= b$ . Im Ganzen sind also vorhanden

$$a + b \underline{u}; a + 2b u_o.$$

Um die Elemente des Zuwachses festzustellen ist daran zu erinnern, dass sämtliche neu erzeugten Schalen als  $u$  gebildet

werden und zwar muss nach Nr. 2c die Hälfte aller dieser neuen  $u = \underline{u}$ , die andere Hälfte  $= \underline{u}_0$  sein. Der Zuwachs an Zellen beim Uebergange aus der  $n$ ten in die  $n + 1$ te Periode beträgt, wie unter Nr. 13 gezeigt,  $a + 2b$ , an Schalen mithin  $2a + 4b$ ; es werden daher jedesmal  $a + 2b \underline{u}$  und  $a + 2b \underline{u}_0$  neu erzeugt.

Indess kann der Zuwachs nicht unter dieser Form erscheinen. Den Ausführungen unter Nr. 6 zufolge ergänzen die grösseren Tochterzellen in allen Zwillingen,  $Z + (Z)$ , das ihren kleineren Tochterzellen als  $f$  vererbte  $\underline{u}$  in ihren grösseren Tochterzellen. Von den neu gebildeten  $a + 2b \underline{u}$  werden daher in der  $n + 1$ ten Periode  $a + b$  für die erwähnten grösseren Tochterzellen verwendet und eben so viel alte  $\underline{u}$  rücken als  $f$  in die kleineren Tochterzellen. Die übrigen neu gebildeten  $b \underline{u}$  werden als solche den grösseren Tochterzellen der Drillingszellen einverleibt, welche letzteren als kleinere Tochterzellen aus der  $n - 1$ ten Periode in die  $n$ te unverändert übergegangen, gesetzmässig wieder Mutterzellen werden. Dabei vererben sie ihr  $\underline{u}_0$  ihren kleineren Tochterzellen als  $f_0$  und bilden in denselben neue  $\underline{u}_0$ . Von den neu gebildeten  $a + 2b \underline{u}_0$  werden daher  $b$  in der  $n + 1$ ten Periode für die kleineren Tochterzellen jener Drillingszellen verwendet und ebenso viele alte  $\underline{u}_0$  rücken als  $f_0$  in dieselben. Für den Zuwachs aus der  $n$ ten in die  $n + 1$ te Periode ergeben sich daher die Elemente:

$$a + b \underline{f}; b \underline{f}_0; b \underline{u}; a + b \underline{u}_0.$$

15) Der Faden enthält hiernach an Elementen:

|                  | $\underline{f}$ | $\underline{f}_0$ | $\underline{u}$ | $\underline{u}_0$ |              |
|------------------|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------|--------------|
| $n$ te Periode:  | $(a + 2b) + 1$  | $(a + b) - 1$     | $a + b$         | $a + 2b$          | $= 4a + 6b$  |
| Zuwachs:         | $a + b$         | $b$               | $b$             | $a + b$           | $= 2a + 4b$  |
| $n + 1$ te Per.: | $(2a + 3b) + 1$ | $(a + 2b) - 1$    | $a + 2b$        | $2a + 3b$         | $= 6a + 10b$ |

Betrachten wir nunmehr die Gruppierung dieser Elemente zu Zellen und zwar zunächst in den kleineren Tochterzellen.

Die hier folgenden Entwicklungen sind aus dem Schema Taf. 17 ersichtlich.

Die Regel Nr. 7 beweist, dass kleinere Tochterzellen von grösseren Tochterzellen nur in der Form  $\underline{f}u_0$  bzw.  $\underline{u}f_0$  gebildet werden können. So viel grössere Tochterzellen in allen Zwillingen,  $Z + (Z)$  der  $n + 1$ ten Theilung, so viel  $\underline{f}u_0$  werden daher als deren kleinere Tochterzellen in den  $(Z)$  der  $n$ ten neu gebildet, also  $a + (b - a) = b$ . Dazu treten nach Regel 4, und zwar als Drillingszellen, so viel alte  $\underline{f}u_0$ , als in der  $n - 1$ ten Theilung Mittelzellen von Drillingen enthalten waren, da diese als kleinere Tochterzellen von grösseren Tochterzellen der  $n - 2$ ten Periode die Form  $\underline{f}u_0$  haben und unverändert aus der  $n - 1$ ten in die  $n$ te Theilung übergehen müssen; also a.

Die  $n$ te Theilung enthält daher im Ganzen

$$a + b \underline{f}u_0 \text{ bzw. } \underline{u}f_0.$$

Hiervon gehen die Mittelzellen in den Drillingen der  $n$ ten Periode unverändert in die  $n + 1$ te und zwar als Drillingszellen über, also b. Ferner werden in den  $(Z)$  der  $n + 1$ ten Theilung so viel  $\underline{f}u_0$  neu gebildet, als grössere Tochterzellen in den  $Z + (Z)$  der  $n$ ten enthalten sind, also  $a + b$ .

Die  $n + 1$ te Theilung enthält daher im Ganzen

$$b + (a + b) = a + 2b \underline{f}u_0 \text{ bzw. } \underline{u}f_0.$$

Der Zuwachs beim Uebergange aus der  $n$ ten in die  $n + 1$ te Periode beträgt mithin

$$(a + 2b) - (a + b) = b \underline{f}u_0 \text{ bzw. } \underline{u}f_0.$$

Die kleineren Tochterzellen von kleineren Tochterzellen können nach Regel 8 nur in der Form  $\underline{f}u_0$  bzw.  $\underline{u}f_0$  erscheinen. Die Drillingszellen der  $n - 1$ ten Periode sind unveränderte kleinere Tochterzellen der  $n - 2$ ten, müssen daher in der  $n$ ten wieder Mutterzellen werden und einfache Zwillinge bilden.

So viel Drillingszellen in der  $n - 1$ ten Periode enthalten, so viel  $\underline{f}u_0$  werden daher in den einfachen Zwillingen neu gebildet, also a. So viel Drillingszellen dagegen in der  $n - 2$ ten enthalten waren, so viel alte  $\underline{f}u_0$  gehen als Drillingszellen in die  $n$ te über, also  $b - a$ .

Die  $n$ te Theilung enthält daher im Ganzen

$$a + (b - a) = b \begin{smallmatrix} fu \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix} \text{ bzw. } \begin{smallmatrix} uf \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix}.$$

Davon gehen als Drillingszellen in die  $n + 1$ te Theilung unverändert über so viel, als in der  $n$ ten kleinere Tochterzellen von Drillingszellen der  $n - 1$ ten Theilung vorhanden, also  $a$ . In den einfachen Zwillingen der  $n + 1$ ten werden neu gebildet so viel, als Drillingszellen in der  $n$ ten Theilung enthalten, also  $b$ .

Die  $n + 1$ te Theilung enthält daher im Ganzen

$$a + b \begin{smallmatrix} fu \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix} \text{ bzw. } \begin{smallmatrix} uf \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix}.$$

Der Zuwachs beim Uebergange in die  $n + 1$ te Periode beträgt mithin

$$(a + b) - b = a \begin{smallmatrix} fu \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix} \text{ bzw. } \begin{smallmatrix} uf \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix}.$$

Behufs Ableitung der grösseren Tochterzellen ist die Berücksichtigung der sämtlichen vorangegangenen Theilungen erforderlich.

Die Form aller Mittelzellen von Drillingen ist nach Regel 4  $\begin{smallmatrix} fu \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix}$  bzw.  $\begin{smallmatrix} uf \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix}$ . Als kleinere Tochterzellen erzeugen dieselben erst in der  $n + 2$ ten Periode wieder grössere Tochterzellen von der Form  $\begin{smallmatrix} fu \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix}$  bzw.  $\begin{smallmatrix} uf \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix}$ . In der  $n$ ten Theilung kommen daher so viel  $\begin{smallmatrix} fu \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix}$  bzw.  $\begin{smallmatrix} uf \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix}$  vor, als die Summe aller Mittelzellen von Drillingen in der  $(n - 2) + (n - 3) + \dots + 3 + 2$ ten Periode, die erste ausgeschlossen, da in dieser keine Drillingsgruppe enthalten ist. Dazu tritt je 1  $\begin{smallmatrix} fu \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix}$  als grössere Tochterzelle der Urmutterzelle (Anfangszelle) des Fadens und, von der 3ten Theilung beginnend, 1  $\begin{smallmatrix} uf \\ 0 \ 0 \end{smallmatrix}$  als grössere Tochterzelle der kleineren Tochterzelle 1ter Theilung (Schlusszelle des Fadens).

Die Reihe unter Nr. 10, nach welcher Zwillinge und Drillinge mit wachsendem  $n$  fortschreiten, ist weder eine arithmetische, noch eine geometrische; die Summenformeln für derartige Reihen sind deshalb nicht anwendbar. Wir folgen daher dem Satze, dass das  $r$ te Glied jeder Reihe gleich ist der Summe aus dem Anfangsgliede, hier  $= 1$ , und den  $r - 1$  ersten Gliedern der ersten Differenzreihe. Diese Differenzreihe gleicht in unserem Falle der ursprünglichen Reihe, nur steht sie, wie leicht zu ersehen, um ein Glied zurück. Das  $r$ te Glied unserer Reihe,  $A_r$ , ist daher gleich 1 plus

der Summe der  $r - 2$  ersten Glieder. Wir erhalten sodann die Summenformel für die  $r$  ersten Glieder

$$S = 2 A_r + A_{r-1} - 1.$$

Es soll jedoch die Summe der Drillinge der  $(n - 2) + (n - 3) + \dots + 3 + 2$ ten Theilung gefunden werden. In der  $n - 2$ ten Periode sind nach Nr. 11  $b - a$ , in der  $n - 3$ ten  $2a - b$  Drillinge enthalten. Die Gleichung geht daher über in

$$S = 2(b - a) + (2a - b) - 1$$

und deren Auflösung ergibt  $b - 1$ ; dazu die beiden Anfang- und Schluss- $\underline{fu}$ , also zusammen  $b + 1$ . Da  $b - a$   $\underline{fu}$  in der  $n - 1$ ten Periode als Drillingszellen enthalten waren, so befinden sich von jenen  $b + 1$   $\underline{fu}$ ,  $b - a$  als deren grössere Tochterzellen in den einfachen Zwillingen, der Rest  $a + 1$  in den  $(Z)$  der  $n$ ten Periode, s. Taf. 17.

Die  $n$ te Periode enthält daher im Ganzen

$$b + 1 \underline{fu} \text{ bzw. } \underline{uf}.$$

Diese erzeugen in den  $(Z)$  der  $n + 1$ ten Periode eben so viele, also  $b + 1$  gleiche grössere Tochterzellen. Vorher, s. p. 267, wurde nachgewiesen, dass  $a$  Drillingszellen von der Form  $\underline{fu}$  in der  $n$ ten enthalten sind, welche eben so viel, also  $a$ , grössere Tochterzellen von der Form  $\underline{fu}$  in den Zwillingen der  $n + 1$ ten Periode erzeugen müssen.

Die  $n + 1$ te Periode enthält daher

$$(a + b) + 1 \underline{fu} \text{ bzw. } \underline{uf}.$$

Der Zuwachs beim Uebergange aus der  $n$ ten in die  $n + 1$ ste Periode beträgt daher

$$(a + b) + 1 - (b + 1) = a \underline{fu} \text{ bzw. } \underline{uf}.$$

Drillingszellen besitzen nur die Formen  $\underline{fu}$  bzw.  $\underline{uf}$  oder  $\underline{fu}$  bzw.  $\underline{uf}$ . Zellen von der Form  $\underline{fu}$  erzeugen zufolge Nr. 6 in der  $n + 1$ ten Periode kleinere Tochterzellen von der Form  $\underline{uf}$ , gehen dann als solche unverändert in die  $n + 2$ te und erzeugen in der  $n + 3$ ten Periode grössere Tochterzellen von der Form  $\underline{fu}$  bzw.  $\underline{uf}$  und diese nun in allen folgenden Perioden wiederum grössere Tochterzellen gleicher Form.

Die Anzahl  $f_{\underset{0}{0}}u$ , welche in der  $n$ ten Theilung vorkommen, muss daher gleich sein der Summe aller Drillinge in der  $(n - 3) + (n - 4) \dots + 3 + 2$ ten Theilung. Nach Nr. 11 beträgt die Zahl der Drillinge in der  $n - 3$ ten Theilung  $2a - b$ , in der  $n - 4$ ten  $2b - 3a$ . Die Summenformel ist daher

$$S = 2(2a - b) + (2b - 3a) - 1,$$

und deren Auflösung ergiebt den Werth  $a - 1$ . Davon befinden sich  $2a - b$  als grössere Tochterzellen von der gleichen Anzahl Drillingszellen von der Form  $f_{\underset{0}{0}}u$  der  $n - 1$ ten, in den einfachen Zwillingen, der Rest  $(b - a) - 1$  in den  $(Z)$  der  $n$ ten Periode; s. Taf. 17.

In der  $n$ ten Periode sind enthalten

$$a - 1 \ f_{\underset{0}{0}}u \text{ bzw. } u_{\underset{0}{0}}f.$$

Diese erzeugen in den  $(Z)$  der  $n + 1$ ten Periode eben so viele grössere Tochterzellen gleicher Form.  $b - a$  Drillingszellen von der Form  $f_{\underset{0}{0}}u$ , welche, wie vorher p. 267 nachgewiesen worden, in der  $n$ ten Periode enthalten sind, erzeugen in den einfachen Zwillingen der  $n + 1$ ten Periode eben so viel grössere Tochterzellen von der Form  $f_{\underset{0}{0}}u$ .

Die  $n + 1$ te Periode enthält daher

$$(b - a) + (a - 1) = b - 1 \ f_{\underset{0}{0}}u \text{ bzw. } u_{\underset{0}{0}}f.$$

Der Zuwachs bei Uebergange aus der  $n$ ten in die  $n + 1$ te Periode beträgt daher

$$(b - 1) - (a - 1) = b - a \ f_{\underset{0}{0}}u \text{ bzw. } u_{\underset{0}{0}}f.$$

Nachdem wir unter Nr. 15 die Elemente ermittelt haben, aus denen ein Faden  $n$ ter Theilung sich zusammensetzt, besitzen wir ein einfaches Mittel um die Richtigkeit der vorstehend analytisch gefundenen Ableitungen zu prüfen. Subtrahiren wir die für die kleineren Tochterzellen  $f_{\underset{0}{0}}u$  und  $u_{\underset{0}{0}}f$  erhaltenen Zahlenwerthe von dem Bestande der Elemente, so müssen damit sämmtliche  $u_{\underset{0}{0}}$  erschöpft sein und die übrig bleibenden  $f_{\underset{0}{0}}$ ,  $f_{\underset{0}{0}}$ ,  $u_{\underset{0}{0}}$  genau für die Zusammensetzung der grösseren Tochterzellen  $f_{\underset{0}{0}}u$  und  $u_{\underset{0}{0}}f$  ausreichen.

In der  $n$ ten Theilung sind verfügbar:

$$\begin{array}{cccc} f & f & u & u \\ (a+2b)+1; & (a+b)-1; & a+b; & a+2b. \end{array}$$

Für  $f_u$  u.  $f_u$  wurden verwendet:  $a+b$  ;  $b$  ; — ;  $a+2b$ .

Für  $f_u$  und  $f_u$  verbleiben:  $b+1$  ;  $a-1$  ;  $a+b$  ; 0

Von  $a+b$   $u$  müssen sich  $b+1$  mit der gleichen Zahl  $f$  zu

$$b+1 \ f_u$$

verbinden und die übrig bleibenden  $a-1$   $u$  mit  $a-1$   $f$  zu

$$a-1 \ f_u.$$

Im Zuwachs sind verfügbar:

$$\begin{array}{cccc} f & f & u & u \\ a+b; & b & b & a+b. \end{array}$$

Für  $f_u$  und  $f_u$  wurden verwendet:  $b$  ;  $a$  ; — ;  $a+b$ .

Für  $f_u$  und  $f_u$  verbleiben:  $a$  ;  $b-a$  ;  $b$  ; 0

Davon verbinden sich  $a$   $f$  mit  $a$   $u$  zu

$$a \ f_u,$$

und die übrig bleibenden  $b-a$   $u$  mit  $b-a$   $f$  zu

$$b-a \ f_u.$$

## 16) Zusammenstellung der vorstehenden Ergebnisse:

|                                                    | $f_u$<br>—    | $f_u$<br>0 0 | $f_u$<br>— 0 | $f_u$<br>0 —   | Summe     |
|----------------------------------------------------|---------------|--------------|--------------|----------------|-----------|
| <b>I. Die <math>n-1</math>te Theilung enthält</b>  |               |              |              |                |           |
| i. d. einf. Zwillingen                             | $2a - b$      | $b - a$      | —            | $2b - 3a$      | $2b - 2a$ |
| in den (Z) . . . .                                 | $(b - a) + 1$ | —            | $a$          | $(2a - b) - 1$ | $2a$      |
| in d. Drillingszellen                              | —             | $2a - b$     | $b - a$      | —              | $a$       |
|                                                    | $a + 1$       | $a$          | $b$          | $(b - a) - 1$  | $a + 2b$  |
| <b>II. Der Zuwachs enthält</b>                     |               |              |              |                |           |
| i. d. einf. Zwillingen                             | $2b - 3a$     | $2a - b$     | —            | $5a - 3b$      | $4a - 2b$ |
| in den (Z) . . . .                                 | $2a - b$      | —            | $b - a$      | $2b - 3a$      | $2b - 2a$ |
| in d. Drillingszellen                              | —             | $2b - 3a$    | $2a - b$     | —              | $b - a$   |
|                                                    | $b - a$       | $b - a$      | $a$          | $2a - b$       | $a + b$   |
| <b>III. Die <math>n</math>te Theilung enthält</b>  |               |              |              |                |           |
| i. d. einf. Zwillingen                             | $b - a$       | $a$          | —            | $2a - b$       | $2a$      |
| in den (Z) . . . .                                 | $a + 1$       | —            | $b$          | $(b - a) - 1$  | $2b$      |
| in d. Drillingszellen                              | —             | $b - a$      | $a$          | —              | $b$       |
|                                                    | $b + 1$       | $b$          | $a + b$      | $a - 1$        | $2a + 3b$ |
| <b>IV. Der Zuwachs enthält</b>                     |               |              |              |                |           |
| i. d. einf. Zwillingen                             | $2a - b$      | $b - a$      | —            | $2b - 3a$      | $2b - 2a$ |
| in den (Z) . . . .                                 | $b - a$       | —            | $a$          | $2a - b$       | $2a$      |
| in d. Drillingszellen                              | —             | $2a - b$     | $b - a$      | —              | $a$       |
|                                                    | $a$           | $a$          | $b$          | $b - a$        | $a + 2b$  |
| <b>V. Die <math>n + 1</math>te Theilung enth.:</b> |               |              |              |                |           |
| i. d. einf. Zwillingen                             | $a$           | $b$          | —            | $b - a$        | $2b$      |
| in den (Z) . . . .                                 | $b + 1$       | —            | $a + b$      | $a - 1$        | $2a + 2b$ |
| i. d. Drillingszellen                              | —             | $a$          | $b$          | —              | $a + b$   |
|                                                    | $(a + b) + 1$ | $a + b$      | $a + 2b$     | $b - 1$        | $3a + 5b$ |

Die oberflächliche Vergleichung vorstehender Formeln, speciell der Nummern III, IV, V könnte leicht zu der irrthümlichen Auffassung führen, dass die grösseren Tochterzellen des Zuwachses,  $a \underline{f}u$  und  $b - a \underline{f}u$ , mit eben so viel, also  $b$ , kleineren Tochterzellen aus der  $n$ ten von der Form  $\underline{f}u$ , die einfachen Zwillinge der  $n + 1$ sten Theilung zusammensetzen, während die kleineren Tochterzellen des Zuwachses,  $a \underline{f}u$  und  $b \underline{f}u$  die Drillingszellen der  $n + 1$ sten Theilung bilden; der Rest des Bestandes der  $n$ ten Theilung dagegen, die grösseren Tochterzellen  $b + 1 \underline{f}u$  und  $a - 1 \underline{f}u$  sich mit derselben Anzahl, also  $a + b$  kleineren Tochterzellen von der Form  $\underline{f}u$  zu den ( $Z$ ) der  $n + 1$ sten Theilung vereinigen.

Die vorangegangenen Ableitungen erweisen jedoch eine wesentlich andere Zusammensetzung der Zwillinge und Drillinge. Die Verschiebungen und Formveränderungen, welche hierbei stattfinden, soll die auf Taf. 17 versuchte graphische Darstellung nochmals übersichtlich vorführen.

Versuchen wir nunmehr den verwickelten Aufbau des Fadens aus seinen Elementen, den Schalen  $\underline{f}$ ,  $\underline{f}$ ,  $\underline{u}$ ,  $\underline{u}$ , durch Bildung von Gruppen niederer und höherer Ordnungen anschaulich zu machen.

Drillings- und Zwillingsgruppen, deren Mutterzellen die Stellung  $\underline{f}u$  gehabt haben, bezeichnen wir mit dem Vorzeichen  $+$ , solche, deren Mutterzellen die umgekehrte Stellung  $\underline{u}f$  hatten, mit dem Vorzeichen  $-$ . Die Ausdrücke positive und negative Drillingsgruppen etc. sollen daher lediglich diese Beziehung zur Mutterzelle bildlich vergegenwärtigen. Positive Drillingsgruppen,  $+ D$ , schieben ihre Drillingszelle nach rechts,  $\underline{f}u\underline{f}u\underline{f}u$ , negative,  $- D$ , nach links aus,  $\underline{f}u\underline{f}u\underline{f}u$ .

In der  $n + 1$ ten Periode bildet jeder Drilling einen Drilling und einen Zwilling, jeder Zwilling einen Drilling. Mit Vorzeichen versehen erzeugen, wie ein Blick auf Taf. 16 lehrt,

$$\begin{aligned} + D &\text{ erzeugt } + D - Z; & - D &\text{ erzeugt } + Z - D; \\ + Z &\text{ - } + D; & - Z &\text{ - } - D. \end{aligned}$$

Von dem positiven Drilling zweiter Theilung ausgehend, können wir den gröberen Bau des Fadens hiernach bereits construiren.

Die Elemente zweiter Ordnung  $Z$  und  $D$  sind jedoch unter sich wesentlich verschieden.

Die einfachen Zwillinge der  $n$ ten Theilung stammen von den Drillingszellen der  $n - 1$ ten, s. p. 262; Drillingszellen können nach Nr. 3a nur die Formen  $\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}_0$  bezw.  $\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}_0$  und  $\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}_0$  bezw.  $\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}_0$  besitzen und daher treten einfache Zwillinge im regelmässig entwickelten Faden in vier Formen auf:

$$\begin{aligned} + Z_1 &= \underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}; - Z_1 \underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}; \\ + Z_2 &= \underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}; - Z_2 \underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}, \end{aligned}$$

Die Formen  $\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}, \underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}$  kommen nur in den Drillingszwillingen

vor, ausgenommen der nach der ersten Theilung der Urmutterzelle  $\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}$  entstehende einfache Zwilling  $\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}$ ; wo daher jene Formen selbständig auftreten, muss vermuthet werden, dass die Drillingszelle fehlt, s. auch Abschnitt 4.

Drillinge können den acht Zellformen der  $n - 2$ ten  $\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}$  bezw.  $\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}$ ,  $\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}$  bezw.  $\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}$ ,  $\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}$  bezw.  $\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}$ ,  $\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}$  bezw.  $\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}$  entstammen und daher folgende acht Formen annehmen:

$$\begin{aligned} + D_1 &= \underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}; - D_1 = \underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}; \\ + D_2 &= \underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}; - D_2 = \underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}; \\ + D_3 &= \underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}; - D_3 = \underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}; \\ + D_4 &= \underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}; - D_4 = \underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{u}}\underline{\underline{f}}; \end{aligned}$$

Somit haben wir 6 positive und 6 negative Elemente zweiter Ordnung,  $\pm Z_1$  und  $Z_2$ ,  $D_1$  bis  $D_4$ .

17) Von der Urmutterzelle ausgehend gelangt man nunmehr zu den Formeln:

$$\begin{aligned} &\underbrace{+ D_1 - Z_1 - D_2}_{+ 1} \underbrace{+ Z_2 - D_1}_{- 5} \underbrace{+ D_4 + Z_1 - D_1}_{- 2} \underbrace{+ D_3 - Z_2 + D_2 + Z_1 - D_1}_{+ 6} \underbrace{\phantom{+ D_3 - Z_2 + D_2 + Z_1 - D_1}}_{- 1} \\ &\quad \underbrace{+ D_3 - Z_1 - D_4}_{+ 3} \underbrace{+ D_1 - Z_2}_{+ 5} \underbrace{+ D_2 + Z_1 - D_1}_{- 1} \\ &\underbrace{+ D_3 - Z_1 - D_2}_{+ 4} \underbrace{+ Z_2 - D_3}_{- 6} \underbrace{+ D_1 - Z_1 - D_4}_{+ 2} \underbrace{+ D_1 - Z_2}_{+ 5} \underbrace{+ D_2 + Z_1 - D_1}_{- 1} \end{aligned}$$

Werden die homologen Gruppen mit entsprechenden Ziffern bezeichnet, so erhält man 6 positive und 6 negative gleichartige Gruppen, welche als Elemente dritter Ordnung den Aufbau des Fadens gestalten. Die Vorzeichen + und - sind hier ganz willkürlich gewählt; das Zeichen - bedeutet nur Umkehrung der Zeichen und Stellung der + Gruppe.

$$\begin{array}{ccccccccc}
 \begin{array}{c} 4te \\ +1 \end{array} & \begin{array}{c} 5te \\ -5 \end{array} & \begin{array}{c} 6te \\ -2 \end{array} & \begin{array}{c} 7te \\ +6 \end{array} & \begin{array}{c} 8te \\ -1 \end{array} & \begin{array}{c} 9te \\ +3 \end{array} & \begin{array}{c} 10te \\ +5 \end{array} & \begin{array}{c} 11te \\ -1 \end{array} & \begin{array}{c} 12te \\ +4 \end{array} \\
 \hline
 \underbrace{+1 \mid -5 \mid -2 \mid +6}_{+A} & \underbrace{-1 \mid +3 \mid +5}_{+B} & \underbrace{-1 \mid +4 \mid -6}_{-A} & \underbrace{+2 \mid +5 \mid -1}_{-B} & \underbrace{-1 \mid +4 \mid -5}_{-A} & \underbrace{-3 \mid +1 \mid -6}_{-B} & \underbrace{+2 \mid +5 \mid -1}_{-A} & & \\
 \hline
 \begin{array}{c} +4 \end{array} & \begin{array}{c} -5 \end{array} & \begin{array}{c} -2 \end{array} & \begin{array}{c} +6 \end{array} & \begin{array}{c} -4 \end{array} & \begin{array}{c} +1 \end{array} & \begin{array}{c} -5 \end{array} & \begin{array}{c} -3 \end{array} & \begin{array}{c} +1 \end{array} \\
 \hline
 \underbrace{+4 \mid -5 \mid -2}_{+A} & \underbrace{+6 \mid -4 \mid +1}_{-B} & \underbrace{-5 \mid -3 \mid +1}_{-A} & \underbrace{-6 \mid +2 \mid +5}_{-B} & \underbrace{-1 \mid +4 \mid -5}_{-A} & \underbrace{-3 \mid +1 \mid -6}_{-B} & \underbrace{+2 \mid +5 \mid -1}_{-A} & & \\
 \hline
 \begin{array}{c} +4 \end{array} & \begin{array}{c} -5 \end{array} & \begin{array}{c} -2 \end{array} & \begin{array}{c} +6 \end{array} & \begin{array}{c} -1 \end{array} & \begin{array}{c} +3 \end{array} & \begin{array}{c} +5 \end{array} & \begin{array}{c} -4 \end{array} & \begin{array}{c} +1 \end{array} \\
 \hline
 \underbrace{+4 \mid -5 \mid -2}_{+A} & \underbrace{+6 \mid -1 \mid +3}_{+B} & \underbrace{-4 \mid +1 \mid -5}_{+A} & \underbrace{-2 \mid +6 \mid -4}_{-B} & \underbrace{+1 \mid -5 \mid -3}_{-B} & \underbrace{+1 \mid -6 \mid +2}_{-A} & \underbrace{+5 \mid -1 \mid +4}_{-A} & & \\
 \hline
 \end{array}$$

Vereint man wiederum homologe Gruppen zu Elementen vierter Ordnung, so betheiligen sich 2 positive und 2 negative Elemente vierter, A und B, zugleich mit 2 positiven und 2 negativen Elementen dritter Ordnung 1 und 4 an dem Aufbau. Die Verbindungen derselben ergeben 8 positive und 8 negative Untergruppen a'—h'.

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 18) & \begin{array}{c} +a' \\ +1 \end{array} & \begin{array}{c} +b' \\ +A \end{array} & \begin{array}{c} +c' \\ -1 \end{array} & \begin{array}{c} +d' \\ +B \end{array} & \begin{array}{c} +e' \\ -1 \end{array} & \begin{array}{c} +f' \\ +4 \end{array} & \begin{array}{c} -a' \\ -A \end{array} & \begin{array}{c} +e' \\ -1 \end{array} & \begin{array}{c} +g' \\ +4 \end{array} & \begin{array}{c} -c' \\ -B \end{array} & \begin{array}{c} -b' \\ +1 \end{array} & \begin{array}{c} -a' \\ -A \end{array} & \begin{array}{c} +e' \\ -1 \end{array} \\
 \hline
 \underbrace{+1 \mid +A \mid -1 \mid +B}_{4te \quad +N \quad 7te} & \underbrace{-1 \mid +4 \mid -A}_{8te \quad +O} & \underbrace{-1 \mid +4 \mid -B}_{9te} & \underbrace{+1 \mid -A \mid -1}_{+P} & & & & & & & & & & 10te \\
 \hline
 \begin{array}{c} +e' \\ +4 \end{array} & \begin{array}{c} +h' \\ +A \end{array} & \begin{array}{c} -f' \\ -4 \end{array} & \begin{array}{c} -e' \\ +1 \end{array} & \begin{array}{c} -d' \\ -B \end{array} & \begin{array}{c} -c' \\ +1 \end{array} & \begin{array}{c} -b' \\ -A \end{array} & \begin{array}{c} -a' \\ -1 \end{array} & \begin{array}{c} +e' \\ \end{array} \\
 \hline
 \underbrace{+4 \mid +A \mid -4}_{-O} & \underbrace{+1 \mid -B \mid +1}_{-N} & \underbrace{-A \mid -1 \mid +4}_{11te} & & & & & & & & & & & \\
 \hline
 \begin{array}{c} +e' \\ +4 \end{array} & \begin{array}{c} +h' \\ +A \end{array} & \begin{array}{c} +b' \\ -1 \end{array} & \begin{array}{c} +c' \\ +B \end{array} & \begin{array}{c} -g' \\ -4 \end{array} & \begin{array}{c} -e' \\ +1 \end{array} & \begin{array}{c} +a' \\ +A \end{array} & \begin{array}{c} -f' \\ -4 \end{array} & \begin{array}{c} -e' \\ +1 \end{array} & \begin{array}{c} -d' \\ -B \end{array} & \begin{array}{c} -c' \\ +1 \end{array} & \begin{array}{c} -b' \\ -A \end{array} & \begin{array}{c} -a' \\ -1 \end{array} \\
 \hline
 \underbrace{+4 \mid +A \mid -1}_{-P} & \underbrace{+B \mid -4 \mid +1}_{-O} & \underbrace{+A \mid -4 \mid +1}_{-N} & \underbrace{-B \mid +1 \mid -A}_{12te} & \underbrace{-1 \mid +4 \mid -5}_{-A} & \underbrace{-3 \mid +1 \mid -6}_{-B} & \underbrace{+2 \mid +5 \mid -1}_{-A} & & & & & & & \\
 \hline
 \end{array}$$

Werden weiter die gleichartigen Gruppen zu Elementen fünfter Ordnung vereinigt, so erhalten wir 3 positive und 3 negative, N, O, P, welche zugleich mit 2 positiven und 2 negativen Elementen dritter Ordnung den Faden aufbauen:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{8te} & & \text{9te} & & \text{10te} & & \text{11te} & & & & \text{12te} \\ + & N & | + O - 1 & | + P - 1 & | + 4 - O - N & | + 4 - P + 1 - O - N & | \\ \hline & & + I & & & + II & & & - I & & \end{array}$$

Endlich gelangt man zu den Elementen sechster Ordnung I und II und damit zur engsten Begrenzung der drei grossen Gruppen, welche in jedem Falle nachgewiesen werden können:

$$19) \begin{array}{ccc} \text{10te} & \text{11te} & \text{12te} \\ (+ I - 1) & | (+ 4 + II) & | (+ 4 - I) \end{array}$$

Setzt man hierin für  $-1$  und  $+4$  die entsprechenden Elemente erster Ordnung, so findet man die Elemente der ersten und der dritten Gruppe in symmetrischer Anordnung der Art, dass von den freien Enden des Fadens aus, gleiche Stellen durch gleiche Elemente mit gleichen Zeichen besetzt sind, mit alleiniger Ausnahme der Schlusschale der ersten und der Anfangschale der dritten Gruppe, welche ungleiche Zeichen besitzen.

Von den  $2a + 3b$  Zellen<sup>1)</sup> der  $n$ ten Theilung enthält die erste Gruppe so viel, als die  $n - 2$ te Theilung im Ganzen, oder zwei aufeinander folgende Gruppen der  $n - 1$ ten, also  $a + b$ ; auch entspricht dieselbe in der Zusammensetzung genau den  $n - 2$  ersten Theilungen. Anfang- und Schlusschale dieser Gruppen haben gleiche Zeichen. Die dritte Gruppe wiederholt die erste in umgekehrter Folge, ausgenommen die Schlusschale; Anfang- und Schlusschale dieser Gruppe haben daher ungleiche Zeichen. Die Anfangschale der ersten und die Schlusschale der dritten Gruppe dagegen haben wiederum gleiche Zeichen.

---

| 1)                 | Erste    | Mittel-  | Dritte Gruppe | Zellenzahl |
|--------------------|----------|----------|---------------|------------|
| $n - 3\text{te} =$ | $b - a$  | $2a - b$ | $b - a =$     | $b$        |
| $n - 2\text{te} =$ | $a$      | $b - a$  | $a =$         | $a + b$    |
| $n - 1\text{te} =$ | $b$      | $a$      | $b =$         | $a + 2b$   |
| $n\text{te} =$     | $a + b$  | $b$      | $a + b =$     | $2a + 3b$  |
| $n + 1\text{te} =$ | $a + 2b$ | $a + b$  | $a + 2b =$    | $3a + 5b$  |

In der  $n$ ten Theilung müssen daher zunächst  $2(a + b) - 1$  Schalen, von den freien Enden des Fadens aus gezählt, in dem angegebenen Sinne symmetrisch angeordnet sein, die  $2(a + b)$ ten Schalen dagegen sind unsymmetrisch.

Die Mittelgruppe enthält so viel Zellen als die  $n - 3$ te oder die  $(n - 1) - (n - 2)$ te Theilung, also  $(a + 2b) - (a + b) = b$ ; sie stimmt im Bau mit der dritten Gruppe der  $n - 1$ ten Theilung überein, Anfang- und Schlusschale haben daher ungleiche Zeichen.

Jede dieser Gruppen lässt sich nun wieder in analoge drei Untergruppen zerlegen, da ja Zellenzahl und Anordnung einem vollständigen Faden jüngerer Generation im Wesen entspricht.

Die Mittelgruppe zerfällt in die drei Untergruppen

$$b - a; 2a - b; b - a.$$

Auf die mit ungleichen Zeichen versehenen, also in unserem Sinne unsymmetrischen Anfangs- und Schlusschalen dieser Gruppe folgen analog der ersten und dritten Gruppe daher jederseits zunächst  $2(b - a) - 2$  symmetrisch angeordnete Schalen und alsdann die Schlusschale der ersten und die Anfangschale der dritten Untergruppe mit ungleichen Zeichen.

Zerlegt man fortschreitend die  $2a - b$  Zellen enthaltende mittlere Untergruppe der Mittelgruppe in ihre drei Componenten:

$$5a - 3b; 5b - 8a; 5a - 3b$$

und bestimmt die Symmetrie ihrer Elemente nach denselben Gesichtspunkten, u. s. f., so findet man in der  $n$ ten Theilung allgemein die Symmetrie der Elemente, von je einem freien Ende des Fadens bis zur Mitte, nach folgender Formel geordnet:

$$\begin{aligned} 20) \quad & \left[ \frac{2(a + b) - 1}{x} + \frac{1}{x} \right] + \left[ \frac{1}{x} + \frac{2(b - a) - 2}{x} + \frac{1}{x} \right] + \\ & + \left[ \frac{1}{x} + \frac{2(5a - 3b) - 2}{x} + \frac{1}{x} \right] + \left[ \frac{1}{x} + \frac{2(13b - 21a) - 2}{x} + \frac{1}{x} \right] + \\ & + \left[ \frac{1}{x} + \frac{2(89a - 55b) - 2}{x} + \frac{1}{x} \right] + \dots \end{aligned}$$

Wird der symmetrische Theil eines Gliedes  $= 0$ , dann folgen bis zur Fadenmitte  $2a + 3b$ , nur noch unsymmetrische Elemente, deren aber nie mehr als noch 3, nie weniger als noch 1 sein können. In der Mitte des Fadens liegt daher stets eine Gruppe von 4, 6 oder

8 unsymmetrischen Schalen. In Fäden mit ungerader Zellenzahl, in denen eine Mittelzelle vorhanden, sind die Schalen dieser Zelle nicht mehr lediglich bezüglich ihrer Zeichen, sondern auch hinsichtlich der Gürtelband-Bedeckung,  $f$  und  $u$ , unsymmetrisch.

Diese empirisch gefundene Formel kann auch analytisch entwickelt werden, doch wird um so mehr auf eine solche Ableitung verzichtet werden dürfen, als dieselbe mit Schwierigkeiten verknüpft ist.

Die Tabelle am Schluss zeigt die Symmetrie-Verhältnisse der Fäden in den ersten 12 Theilungen, bis zur Mitte; auch in diesem Falle schreiten die Glieder nach recurrenten Reihen fort. In der ersten Reihe 3, 5, 9, 15, 25 . . . ist jedes Glied gleich der Summe der beiden vorangehenden + 1, in der folgenden gleich der Summe der beiden vorangehenden + 2.

Die Verfolgung der unsymmetrischen Elemente in den vorangegangenen Theilungsperioden an dem Schema Taf. 16 ergibt ferner die interessante Thatsache, dass jede Schale, welche bei ihrer Geburt unsymmetrisch gestellt wurde, im Laufe aller späteren Theilungsperioden auch unsymmetrisch gestellt bleibt.

Mit Hülfe der aufgestellten Schemata sind wir nunmehr in der Lage, jeden beliebigen Fadenabschnitt unter Theilung nach seinen Elementen festzustellen, in vielen Fällen aber auch umgekehrt, ein beobachtetes Fadenfragment sicher zu bestimmen. Zu diesem Zweck empfiehlt sich zunächst das Schema Nr. 18 durch die 8 positiven und 8 negativen Untergruppen, welche an sich charakteristische Fadentheile von 21—26 Zellen Länge, in ihrer gegenseitigen Stellung unter Umständen sichere diagnostische Merkmale bieten. Bis zur 12ten Theilung sind z. B. vorhanden:

|             |          |     |   |   |     |
|-------------|----------|-----|---|---|-----|
| Untergruppe | $a' + 2$ | mal | — | 4 | mal |
| -           | $b' + 2$ | -   | — | 3 | -   |
| -           | $c' + 2$ | -   | — | 3 | -   |
| -           | $d' + 1$ | -   | — | 2 | -   |
| -           | $e' + 4$ | -   | — | 3 | -   |
| -           | $f' + 1$ | -   | — | 2 | -   |
| -           | $g' + 1$ | -   | — | 1 | -   |
| -           | $h' + 2$ | -   | — | 0 | -   |

Mit Berücksichtigung der Nachbargruppen bieten sich daher der Bestimmung eines Fadenstücks mancherlei Wahrscheinlichkeiten. Bei kleineren Fragmenten sind die vorangehenden Schemata Nr. 17 heranzuziehen, indess ohne gleich günstige Aussicht auf Erfolg; wenn jedoch Fadentheile vorliegen, welche Grenzen benachbarter Untergruppen einschliessen, wird die Wahrscheinlichkeit grösser.

Die directen grösseren Tochterzellen der Urmutterzelle haben deren Grösse und bilden die Zellen der Ordnung  $\alpha$ , deren daher nur je eine, die Anfangszelle, in jeder Theilung enthalten sein kann.

Die  $n$ te Theilung enthält

1 Zelle der Ordnung  $\alpha$ .

Die Urmutterzelle und deren directen grösseren Tochterzellen bilden bei jeder Theilung je eine um den doppelten Durchmesser der Gürtelbandmembran  $= 2\gamma$  kleinere Tochterzelle, s. übrigens die Bemerkungen p. 234. Die Zahl der Zellen von der Grösse  $\beta$  schreitet daher mit den Theilungsperioden nach der Einerreihe fort.

Die  $n$ te Theilung enthält

$n$  Zellen der Ordnung  $\beta$ .

Von den  $n - 1\ \beta$  der  $n - 1$ ten Periode geht eins, als neu gebildete kleinere Tochter unverändert in die  $n$ te Periode, die übrigen  $n - 2\ \beta$  erzeugen in der  $n$ ten eben so viele kleinere Tochterzellen, welche, um  $4\gamma$  kleiner als die Urmutterzelle, der Ordnung  $\gamma$  angehören. Von den  $n - 2\ \beta$  der  $n - 2$ ten Periode ging eins unverändert in die  $n - 1$ te, die übrigen  $n - 3\ \beta$  erzeugten in der  $n - 1$ ten eben so viel kleinere Tochterzellen der Grösse  $\gamma$ , welche als solche unverändert in die  $n$ te übergehen. Auf dieselbe Weise stammten aus der  $n - 3$ ten in der  $n - 1$ ten,  $n - 4$  alte  $\gamma$ , welche in der  $n$ ten eben so viele grössere Tochterzellen gleicher Grösse  $\gamma$ , bilden. Wir erhalten daher die Reihe

$$n - 2 + n - 3 + n - 4 \dots + 3 + 2 + 1$$

und wenn wir die Reihe summiren, finden wir in der  $n$ ten Theilung

$$S = \frac{(n - 1) \cdot (n - 2)}{1 \cdot 2}, \text{ Zellen von der Grösse } \gamma.$$

Für  $n = 3$  ist  $S = 1$ , d. h. die Reihe der Zellen von der Grösse  $\gamma$

beginnt in der dritten Theilung mit 1 und steigt in den folgenden mit der Reihe der figurirten Zahlen<sup>1)</sup> zweiter Ordnung 1, 3, 6, 10, 15 . . .

Die als kleinere Tochterzellen der  $n - 2$ ten unverändert in die  $n - 1$ te übergegangenen  $n - 4$   $\gamma$ , bilden in der  $n$ ten eben so viele kleinere Tochterzellen der Ordnung  $\delta$ . Die als kleinere Tochterzellen der  $n - 3$ ten unverändert in die  $n - 2$ te übergegangenen  $n - 5$   $\gamma$ , bilden in der  $n - 1$ ten eben so viel grössere Tochterzellen  $\gamma$  und kleinere Tochterzellen  $\delta$ . Die grösseren  $\gamma$  bilden in der  $n$ ten neue  $n - 5$  kleinere Tochterzellen  $\delta$  und die in der  $n - 1$ ten gebildeten  $n - 5$  kleineren Tochterzellen  $\delta$  gehen aus dieser in die  $n$ te über; zusammen  $2(n - 5)$   $\delta$ . Die als kleinere Tochterzellen der  $n - 4$ ten in die  $n - 3$ te übergegangenen  $n - 6$   $\gamma$ , bilden in der  $n - 2$ ten kleinere Tochterzellen  $\delta$ , welche unverändert in die  $n - 1$ te übergehen und in der  $n$ ten eben so viele gleiche grössere Tochterzellen erzeugen. Zugleich bildeten sie in der  $n - 2$ ten eben so viele grössere Tochterzellen  $\gamma$ , welche der  $n$ ten  $2(n - 6)$  zuführen müssen; zusammen  $3(n - 6)$   $\delta$ . In derselben Weise werden aus früheren Theilungen der  $n$ ten  $4(n - 7)$ ,  $5(n - 8)$  . . . einverleibt. Hieraus ergibt sich die Reihe:

$$1(n - 4) + 2(n - 5) + 3(n - 6) + 4(n - 7) + \dots \\ + (n - 5) \cdot 2 + (n - 4) \cdot 1.$$

Setzt man in dieser Reihe  $n - 4 = a$  und entwickelt die Differenzreihen, so erkennt man die Reihe als eine arithmetische zweiter Ordnung mit der beständigen Differenz  $-2$ . Die Summirung der Reihe ergibt in der  $n$ ten Theilung

$$S = \frac{(n - 4)}{1} \cdot \frac{(n - 3)}{2} \cdot \frac{(n - 2)}{3} \text{ Zellen von der Grösse } \delta.$$

Für  $n = 5$  ist  $S = 1$ , d. h. die Reihe der Zellen von der Grösse  $\delta$  beginnt in der fünften Theilungsperiode mit 1 und steigt

1) Die Glieder einer arithmetischen Reihe  $r$ ter Ordnung, in welcher das erste Glied  $= 1$  und für welche jedes Glied der  $r$ ten Differenzreihe  $= 1$  ist, bilden die figurirten Zahlen der  $r$ ten Ordnung. Behm, G.: Mathematische Formeln, p. 56. In den Reihen der figurirten Zahlen ist die Reihe der natürlichen Zahlen die erste Ordnung und allgemein die  $p$ te Zahl der  $r$ ten Ordnung

$$= \frac{p(p + 1) \cdot \dots \cdot (p + r - 1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot r}.$$

in den folgenden mit der Reihe der figurirten Zahlen dritter Ordnung 1, 4, 10, 20, 35 . . . .

Fahren wir fort in derselben Weise die Grösse der Zellen abzuleiten, so ergibt sich, dass die in die  $n - 4$ te als kleinere Tochterzellen übergegangenen  $n - 6$   $\gamma$ , der  $n$ ten je eine Zelle von der Grösse  $\epsilon$ , die  $n - 7$   $\gamma$  der  $n - 5$ ten, je 3  $\epsilon$ , die  $n - 8$   $\gamma$  der  $n - 6$ ten, je 6  $\epsilon$  u. s. f. zuführen. Wir bilden daher die Reihe

$$1(n - 6) + 3(n - 7) + 6(n - 8) + 10(n - 9) + \dots \\ + (n - 7) \cdot 3 + (n - 6) \cdot 1$$

Diese Reihe ist eine arithmetische Reihe dritter Ordnung mit der beständigen Differenz  $- 3$ .

In der  $n$ ten Theilung befinden sich daher

$$S = \frac{(n - 6) \cdot (n - 5) \cdot (n - 4) \cdot (n - 3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \text{ Zellen von der Grösse } \epsilon.$$

Für  $n = 7$  ist  $S = 1$ , d. h. die Reihe der Zellen von der Grösse  $\epsilon$  beginnt in der siebenten Theilungsperiode mit 1 und steigt in den folgenden mit der Reihe der figurirten Zahlen vierter Ordnung 1, 5, 15, 35, 70 . . . .

21) In der  $n$ ten Theilung finden wir im Ganzen:

$$1\alpha + \frac{n}{1}\beta + \frac{n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2}\gamma + \frac{n-2 \cdot n-3 \cdot n-4}{1 \cdot 2 \cdot 3}\delta + \\ + \frac{n-3 \cdot n-4 \cdot n-5 \cdot n-6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}\epsilon + \\ + \frac{n-4 \cdot n-5 \cdot n-6 \cdot n-7 \cdot n-8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}\zeta + \dots \\ \dots + \frac{n-(r-2) \cdot n-(r-1) \dots n-(2r-4)}{1 \cdot 2 \dots r-1}\xi$$

Eine elementare Summenformel für diese Reihe kann ich nicht aufstellen; vermuthlich ist die Reihe überhaupt nicht oder nur durch Integration zu summiren. Da aber die gesuchte Summe gleich ist der Gesamtzahl der Zellen  $n$ ter Theilung, welche nach unserer Hauptreihe unter Nr. 14 fortschreiten und das  $r$ te Glied derselben leicht zu finden ist, s. p. 264, so kann die Summirung entbehrt werden.

Unter dem Gesetze ununterbrochener simultaner Zweitheilung regeln sich die Grössenverhältnisse der Zellen, wie schon erwähnt,

nach den Coëfficienten der Binomialreihe und die Vermehrung im Ganzen nach deren Summe,  $S = 2^n$ . Auch in diesem Falle schreiten die einzelnen Glieder mit wachsendem  $n$  nach den Reihen der figurirten Zahlen fort. Die Gliederzahl der Binomialreihe ist  $= n + 1$  und die  $r$ te Ordnung figurirter Zahlen mit deren ersten Gliede  $= 1$  die Reihe schliesst, ist die  $n$ te. Fortgesetztę simultane Zweitheilung erzeugt daher Zellen von  $n + 1$  verschiedenen Grössen absteigender Richtung, deren kleinste um  $2 \cdot n \cdot \gamma$  kleiner als die Urmutterzelle ist.

Unsere Reihe dagegen hat nur  $\frac{n}{2} + 1$  bei geradem und  $\frac{n+1}{2} + 1$  Glieder bei ungeradem  $n$ ; die  $r$ te Ordnung figurirter Zahlen mit deren zweitem Gliede bei geradem  $n$  die Reihe schliesst, ist  $\frac{n}{2}$  und mit deren ersten  $= 1$  bei ungeradem  $n$  die Reihe schliesst, ist  $\frac{n+1}{2}$ . Die Theilung nach unserem Gesetze erzeugt daher Zellen von nur  $\frac{n}{2} + 1$  bzw.  $\frac{n+1}{2} + 1$  verschiedenen Grössen, deren kleinste nur um  $n \cdot \gamma$ , bzw.  $(n+1) \cdot \gamma$  kleiner ist als die Urmutterzelle.

Bei dem Gesetze simultaner Zweitheilung setzt daher die  $r$ te Ordnung figurirter Zahlen mit dem  $n + 1$ ten Gliede bei der  $r = n$ ten Theilung ein; bei unserem Gesetze dagegen mit dem  $\frac{n+1}{2} + 1$ ten Gliede bei der  $2r - 1 = n$ ten Theilung.

Im ersten Abschnitt sind die Wirkungen des Gesetzes an Beispielen erläutert worden, s. p. 240 ff.

#### 4. Unregelmässiger Fadenaufbau.

Bei dem Umstande, dass die Dauer der Theilungen, der Zeitabschnitt von Vollendung der einen bis zum Abschluss der folgenden, bei den grösseren und kleineren Tochterzellen eine verschiedene ist, deren jede genau eingehalten werden muss, wenn anders nicht

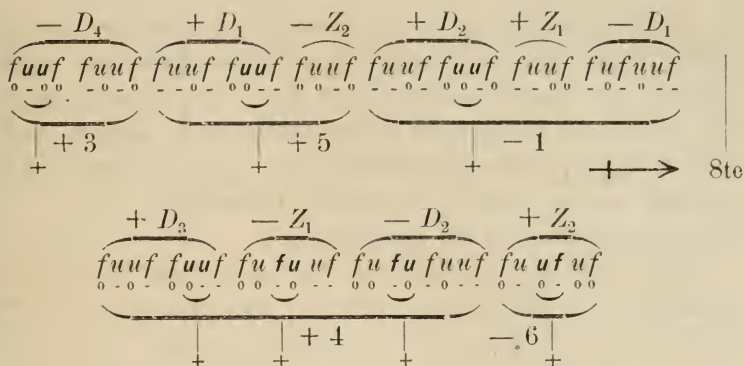
Störungen in der regelmässigen Entwicklung des Fadens eintreten sollen, kann es nicht auffallen, dass völlig regelmässig entwickelte Fäden von grosser Zellenzahl kaum je angetroffen werden. Die regelmässige Folge der Elemente wird mehr oder weniger häufig durch überzählige oder mangelnde Glieder unterbrochen; Fragmente indess bis 20 Zellen aus verschiedenen Regionen kommen oft völlig regelmässig entwickelt vor.

Die Fadenformel eines beobachteten Fragments von 38 Zellen enthält Taf. 18; eine Vergleichung mit der regelmässigen Formel Taf. 16 kennzeichnet dasselbe als den Anfang oder den Schluss eines Fadens von jedenfalls mehr als sieben Theilungen. An drei Stellen ist ein Minus, an zwei ein Plus zu erkennen. Die Rückwärtsconstruction erweist, dass in den drei vorausgegangenen Generationen jedesmal die achte Zelle, vom Beginn an gerechnet, den Ausfall veranlasste; diese, obgleich grössere Tochterzelle, theilte sich nicht in der folgenden Generation, sondern übersprang dieselbe. Die unterbliebene Theilung musste in der  $n + 1$ ten den Ausfall der Mittelzelle eines Drillings, in der  $n + 2$ ten den einer Drillingszelle, in der  $n + 3$ ten den eines einfachen Zwillings veranlassen. Leider ist die Gliederzahl zu gering, um zu constatiren, ob auch in den weiter zurückliegenden Perioden dieselbe Unregelmässigkeit stattgefunden, welche alsdann zwischen den Zellen 46 und 50 des regelmässigen Fadens den Ausfall einer Drillingsgruppe, zwischen den Zellen 75—81 den eines Drillings und eines Zwillings u. s. f. bewirken müsste.

Aehnliche, mehr oder weniger regelmässig auftretende Abweichungen von der gesetzmässigen Entwicklung habe ich auch an anderen Fäden beobachtet und ich wies daher schon im ersten Abschnitt, s. p. 242, auf diese bemerkenswerthen Eigenthümlichkeiten hin, deren genauere Kenntniss vielleicht wesentliche Modificationen des Gesetzes ergibt; besonders dürfte von der Untersuchung der Fäden geringeren Durchmessers als Producte vielfach vorangegangener Theilungen entscheidende Auskunft über diese Verhältnisse zu erwarten sein.

Die beiden überzähligen Zellen des Fragments sind, wie Taf. 18 unmittelbar zeigt, durch verfrühte Theilung kleinerer Tochterzellen der beiden vorangehenden Perioden entstanden.





Die drei ersten Unregelmässigkeiten entstanden in der  $n - 1$ ten Theilung; die kleineren Tochterzellen von drei nebeneinanderliegenden Gruppen theilten sich verfrüht und schoben anstatt drei Drillingszellen, drei irreguläre Zwillinge in den Faden. Auch das vierte Plus entstand in der  $n - 1$ ten Periode in gleicher Weise. Die beiden begrenzenden  $f$  der überzähligen Zwillinggruppen sind die alten Elemente der kleineren Tochterzellen, welche aus der  $n - 1$ ten unverändert hätten übergehen müssen und deshalb stören die Zeichen der beiden  $u$  dieser Zwillinge den regelmässigen Verlauf.

Der Ursprung der drei letzten Unregelmässigkeiten muss dagegen in früheren Perioden gesucht werden.

Die fünfte und die siebente entstanden wie die vorigen, doch war es eine kleinere Tochterzelle der  $n - 2$ ten Periode, welche sich verfrüht theilte. Dadurch wurde in der  $n - 1$ ten ein irregulärer Zwilling gebildet, der sich dann gesetzmässig weiter entwickelte, d. h. dessen kleinere Tochterzelle ging unverändert als Drillingszelle in die  $n$ te Periode über, die grössere theilte sich. In dem auf solche Weise erzeugten irregulären Drilling ist die Mittelzelle überzählig. Die Entwicklung ist analog derjenigen, des auf Taf. 18 dargestellten Plus der Zelle  $f u$ .

Das sechste überzählige Glied endlich hat durch seine Stellung einen jener oben erwähnten Vierlinge zur Folge. Die Veranlassung gab eine kleinere Tochterzelle der  $n - 3$ ten, welche sich ungesetzmässig theilte. Die kleinere Tochterzelle der dadurch in der  $n - 2$ ten entstandenen irregulären Zwillinggruppe ging dann unverändert, nicht sowohl in die  $n - 1$ te, sondern auch in die  $n$ te über, während sich



| nach Theilung | Der Faden besteht |    |    |                      |     |     | Der Faden ist vermehrt |    |    |     |    |    | Der Faden enthält<br>Zellen von der<br>Grösse der<br>Ordnung |    |    |           |    |    | Symmetrie-Verhältnisse der Schalen-<br>Stellung bis zur Fadenmitte; die mit<br>X versehenen stehen unsymmetrisch | In d. Mitte des Fadens<br>befindliche unsymm.<br>stehende Schalen |   |    |     |     |     |
|---------------|-------------------|----|----|----------------------|-----|-----|------------------------|----|----|-----|----|----|--------------------------------------------------------------|----|----|-----------|----|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|---|----|-----|-----|-----|
|               | aus Zellen        |    |    | aus den<br>Elementen |     |     | aus den<br>Zellen      |    |    | um  |    |    | um die<br>Elemente                                           |    |    | um Zellen |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     |     |
|               | n. zwat           |    |    | f                    |     |     | u                      |    |    | f   |    |    | u                                                            |    |    | f         |    |    |                                                                                                                  |                                                                   | u |    |     |     |     |
|               | Z                 | D  | f  | Z                    | D   | f   | Z                      | D  | f  | Z   | D  | f  | Z                                                            | D  | f  | Z         | D  | f  |                                                                                                                  |                                                                   | Z | D  | f   |     |     |
| 1             | 2                 | 1  | —  | 2                    | —   | 1   | 1                      | 1  | 1  | —   | 1  | —  | 1                                                            | —  | 1  | —         | 1  | —  | 1                                                                                                                | —                                                                 | 1 | —  | 1 + | 2 + |     |
| 2             | 3                 | —  | 1  | 3                    | —   | 1   | 2                      | 1  | —  | 1   | —  | 1  | —                                                            | 1  | —  | 1         | —  | 1  | —                                                                                                                | 1                                                                 | — | 1  | —   | 4 + |     |
| 3             | 5                 | 1  | 1  | 4                    | 1   | 2   | 3                      | 2  | 1  | 2   | —  | 1  | 1                                                            | 1  | 1  | —         | 1  | —  | 1                                                                                                                | —                                                                 | 3 | 1  | —   | 4 + |     |
| 4             | 8                 | 1  | 2  | 6                    | 2   | 3   | 5                      | 3  | 2  | 3   | —  | 1  | 2                                                            | 1  | 1  | 1         | —  | 1  | —                                                                                                                | 4                                                                 | 3 | —  | —   | 6 + |     |
| 5             | 13                | 2  | 3  | 9                    | 4   | 5   | 8                      | 4  | 3  | 5   | 1  | 1  | 3                                                            | 2  | 2  | 3         | 1  | 1  | 2                                                                                                                | 1                                                                 | 5 | 6  | 1   | 8 + |     |
| 6             | 21                | 3  | 5  | 14                   | 7   | 8   | 13                     | 6  | 5  | 8   | 2  | 1  | 5                                                            | 3  | 3  | 5         | 2  | 2  | 3                                                                                                                | 1                                                                 | 6 | 10 | 4   | 6 + |     |
| 7             | 34                | 5  | 8  | 22                   | 12  | 13  | 21                     | 9  | 8  | 13  | 4  | 2  | 8                                                            | 5  | 5  | 8         | 3  | 3  | 5                                                                                                                | 2                                                                 | 7 | 15 | 10  | 8 + |     |
| 8             | 55                | 8  | 13 | 35                   | 20  | 21  | 34                     | 14 | 13 | 21  | 7  | 3  | 13                                                           | 8  | 8  | 13        | 5  | 5  | 8                                                                                                                | 3                                                                 | 8 | 21 | 20  | 6 + |     |
| 9             | 89                | 13 | 21 | 56                   | 33  | 34  | 55                     | 22 | 21 | 34  | 12 | 5  | 21                                                           | 13 | 13 | 21        | 8  | 8  | 13                                                                                                               | 5                                                                 | 9 | 28 | 35  | 8 + |     |
| 10            | 144               | 21 | 34 | 90                   | 54  | 55  | 89                     | 35 | 34 | 55  | 20 | 8  | 34                                                           | 21 | 21 | 34        | 13 | 13 | 21                                                                                                               | 8                                                                 | 1 | 10 | 36  | 67  | 4 + |
| 11            | 233               | 34 | 55 | 145                  | 88  | 89  | 144                    | 56 | 55 | 89  | 33 | 13 | 55                                                           | 34 | 34 | 55        | 21 | 21 | 34                                                                                                               | 13                                                                | 1 | 11 | 45  | 84  | 6 + |
| 12            | 377               | 55 | 89 | 234                  | 143 | 144 | 233                    | 90 | 89 | 144 | 54 | 21 | 89                                                           | 55 | 55 | 89        | 34 | 34 | 55                                                                                                               | 21                                                                | 1 | 12 | 55  | 120 | 8 + |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | 2 + |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     | X   |
|               |                   |    |    |                      |     |     |                        |    |    |     |    |    |                                                              |    |    |           |    |    |                                                                                                                  |                                                                   |   |    |     |     |     |

## Erklärung der Figuren-Tafeln.

Die Abbildungen sind, mit Ausnahme der schematischen Figuren, mit Hülfe der Camera lucida gezeichnet und daher in Bezug auf die Maassverhältnisse genau. Die beigesetzten Vergrößerungsziffern beziehen sich auf die Systeme homogener Immersion  $\frac{1}{12}$ " Zeiss und  $\frac{1}{8}$ " Seibert, combinirt mit den Ocularen Zeiss II—IV und auf einen Abstand von ca. 28 cm.

### Tafel XIV.

In sämtlichen Figuren dieser Tafel bedeutet:

- a* die Mantelmembran der Schale,
- b* den Verdickungsring am Gürtelbandrande der Schale,
- c* die Falten (Fasern) auf dem Deckeltheile (Discus) der Schale,
- d* die Projection der Leisten auf der Fläche des unteren Gürtelbandrandes der Schale,
- e* die Mantelmembran einer Gürtelbandhälfte; *e'* dieselbe, unteres Stück,
- f* convexe, verdickte Stellen des Gürtelbandmantels; *f'* concave, verdünnte Stellen, Längsfurchen, desselben,
- g* Projection der Falten (Leisten) auf dem umgebogenen Rande, Schalenrande, einer Gürtelbandhälfte.

Die Figuren 1—13 sind nach Präparaten in Monobromnaphtalin gezeichnet.

Fig. 1. Vergr. 470. Habituszeichnung einer Gruppe von fünf Zellen (1 Drilling und 1 Zwillig) aus der oberen und mittleren Einstellung combinirt. Die beiden Längslinien zur Seite der Mediane bedeuten Beugungsspectra.

Fig. 2. Vergr. 558. Fragment von zwei Zellen. Die beiden Schalen der oberen Zelle ohne Verdickungsring; von der unteren Zelle ist nur eine Schale mit Verdickungsring *b* vorhanden. Beide Gürtelbandhälften mit Ansatzstücken *e'*, das Ansatzstück der oberen Gürtelbandhälfte ist bis zum Rande des Verdickungsringes der abgewendeten Schale ausgewachsen. Die Längsfurchen des Gürtelbandes überlagern bei der oberen Zelle die Areolen der umschlossenen Schale.

Fig. 3. Vergr. 760. Fragment einer Schale mit Verdickungsring und unvollständiger Gürtelbandhälfte. Der Bruch des Verdickungsringes überragt seitlich den Bruch der Schalenmembran; auf dem überstehenden Stück befindet sich die gleiche Areolirung wie auf der Mantelmembran; die Bruchkante des Verdickungsringes ist gezackt.

Fig. 4. Vergr. 1392. Fragment einer Schale von innen. Die äussere Lamelle der Mantelmembran überragt bei *a'* die innere. Auf dem überstehenden Stück sind die Reste der Netzleisten der polygonalen Hohlräume sichtbar; die Bruchkante ist gezackt. Der Verdickungsring *b* ist an der rechten Seite abgebrochen.

Fig. 5. Vergr. 760. Die äussere und innere Lamelle der Mantelmembran, sowie der Verdickungsring zeigen verschiedenen Bruch.

Fig. 6. Vergr. 1392. Fragment der Kante von Discus und Mantel. Die radialen Falten des Discus erscheinen hier im Querschnitt als hohe fingerförmige Zacken; sie gehen mit breiter Basis, etwas unterhalb der eigentlichen Umbiegungskante, in die Mantelmembran über.

Fig. 7. Vergr. 760. Wie Fig. 6.

Fig. 8. Vergr. 1392. Gürtelbandfragment mit den Längsfurchen  $f'$  und sehr zarter Streifung.

Fig. 9. Vergr. 1392. Untere Fläche des Schalenrandes mit den radialen Leisten  $d$ , und obere Fläche des Gürtelbandrandes mit ihren radialen Falten  $g$ , in situ.

Fig. 10. Vergr. 760. Centrum des Discus mit Grübchen. Die radialen Falten verlaufen theilweise mit gabelig getheilten Enden.

Fig. 11. Vergr. 760. Fragment eines Discus; die obere Lamelle desselben ist radial gefaltet. Die Falten nehmen in centrifugaler Richtung an Höhe und Breite zu und ragen theilweise über den Bruch der unteren Lamelle hervor.

Fig. 12. Vergr. 558. Fragment eines Discus mit unregelmässigen zarten Fältelungen.

Fig. 13. Vergr. 760. Umbiegungskante von Discus und Mantel, mit den zungenförmigen Enden der radialen Falten, welche in der Projection auf der Gürtelbandansicht, Fig. 6, 7, als fingerförmige Zacken erscheinen.

Fig. 14. Ideale perspectivische Ansicht einer Schale und einer Gürtelbandhälfte.

Fig. 15. Idealer Längsschnitt.

Fig. 16. Projection des Netzleistensystems der Mantel-Areolen; zwei unter ca.  $80^\circ$  sich schneidende Liniensysteme mit verdickten Knotenpunkten, welche alternirende geradlinige Reihen länglicher Octogone bilden.

#### Tafel XV.

Die Figuren 6 und 7 sind nach Präparaten in Olivenöl, 8 und 9 in Canada-balsam, gezeichnet.

Die blauen Linien der schematischen Figuren bedeuten Schalen-, die rothen Gürtelbanddurchschnitte.

$f$  = freie,  $u$  = umschlossene Schale, s. p. 237.

Fig. 1—4. Schema der Entwicklung eines Zwillings, einer Drillingsgruppe durch Theilung der grösseren Tochterzelle des Zwillings, einer Gruppe von vier Zellen durch simultane Zweitheilung.

Fig. 5. Schema eines Fadens von *Melosira arenaria* nach 5 Theilungen, mit den marginalen Verdickungsringen und Bezeichnung der zeitlichen Entstehung der Schalen durch Ziffern, welche die verschiedenen Theilungen anzeigen.

Fig. 6. Vergr. 470. Randbegrenzungen eines Fadenstücks von *Melosira arenaria*. Bei  $a$  stehen sich die freien Ränder der Gürtelbandhälften unmittelbar gegenüber und geben Veranlassung zu Pseudoquerstrichen, welche leicht für die Randcontur eines Verdickungsringes gehalten werden können.  $b$  kurze Gürtelbandhälften,  $c$  lang ausgewachsene Gürtelbandhälften, deren freier Rand dem Rande des Verdickungsringes der abgewendeten Schale unmittelbar gegenübersteht.

Fig. 7. Vergr. 470. Fadenstück von *Melosira arenaria* bei mittlerer Einstellung, zur Demonstration der Randbegrenzungen.

Fig. 8. Vergr. 470. Fadenstück von *Melosira nummuloides* mit Drillingsgruppen, bei  $a$ .

Fig. 9. Vergr. 470. Drillingsgruppe von *Melosira Borrerii*.

Tafel XVI und XVII

erläutern die im dritten Abschnitt gegebenen Entwicklungen; vergl. besonders p. 264 und 266.

Tafel XVIII

illustriert die im vierten Abschnitt dargestellten Abweichungen vom regelmässigen Fadenaufbau; vergl. auch p. 242.

## Berichtigung

zu dem Aufsätze: „Die Zellhaut und das Gesetz der Zelltheilungsfolge von *Melosira arenaria* Moore“.

Tafel XIV, Figur 2 ist fehlerhaft wiedergegeben worden. An der rechten oberen Ecke der zweiten Schale wird durch die Bruchkante des Gürtelbandes *e* ein dreieckiger Raum abgegrenzt, welcher durch Abspaltung von der bedeckenden Gürtelbandmembran befreit wurde und über dem daher die senkrechten Längsfurchen (s. pag. 252) des Gürtelbandes fehlen müssen. Die Darstellung der selben an dieser Stelle der Figur ist unrichtig und bei der Correctur der Tafel übersehen worden.

Otto Müller.

Fig. 2.

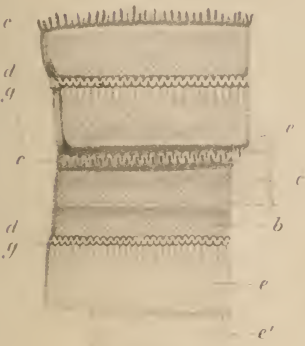


Fig. 3.

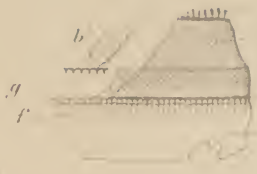


Fig. 4.

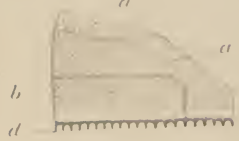


Fig. 5.

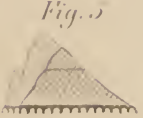


Fig. 6.

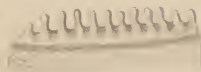


Fig. 7.

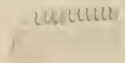


Fig. 8.

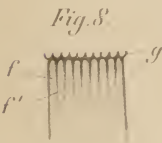


Fig. 10.



Fig. 9.

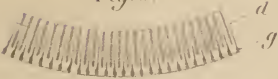


Fig. 12.



Fig. 11.



Fig. 15.

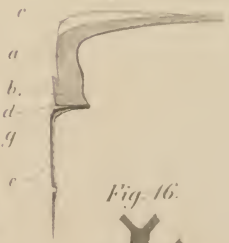


Fig. 14.



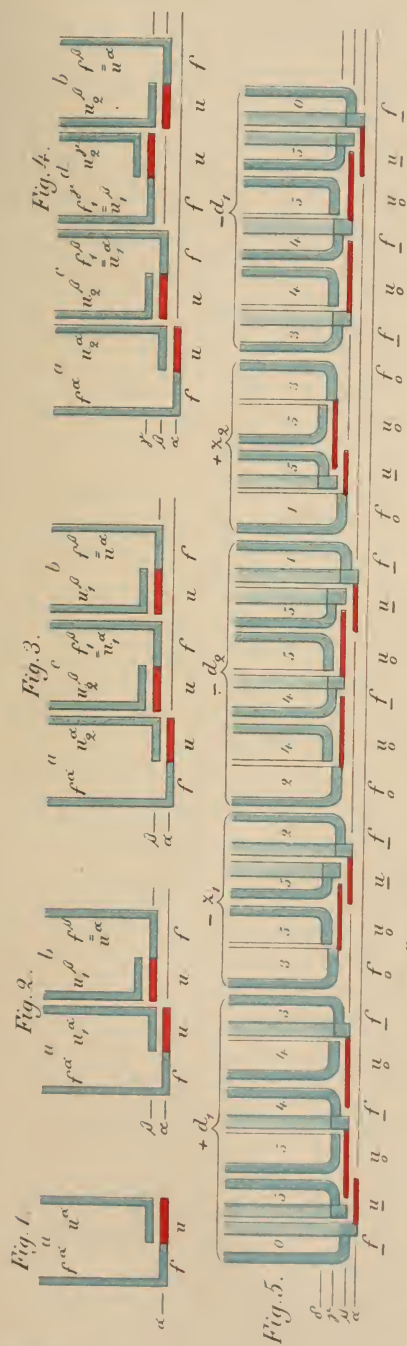
Fig. 13.



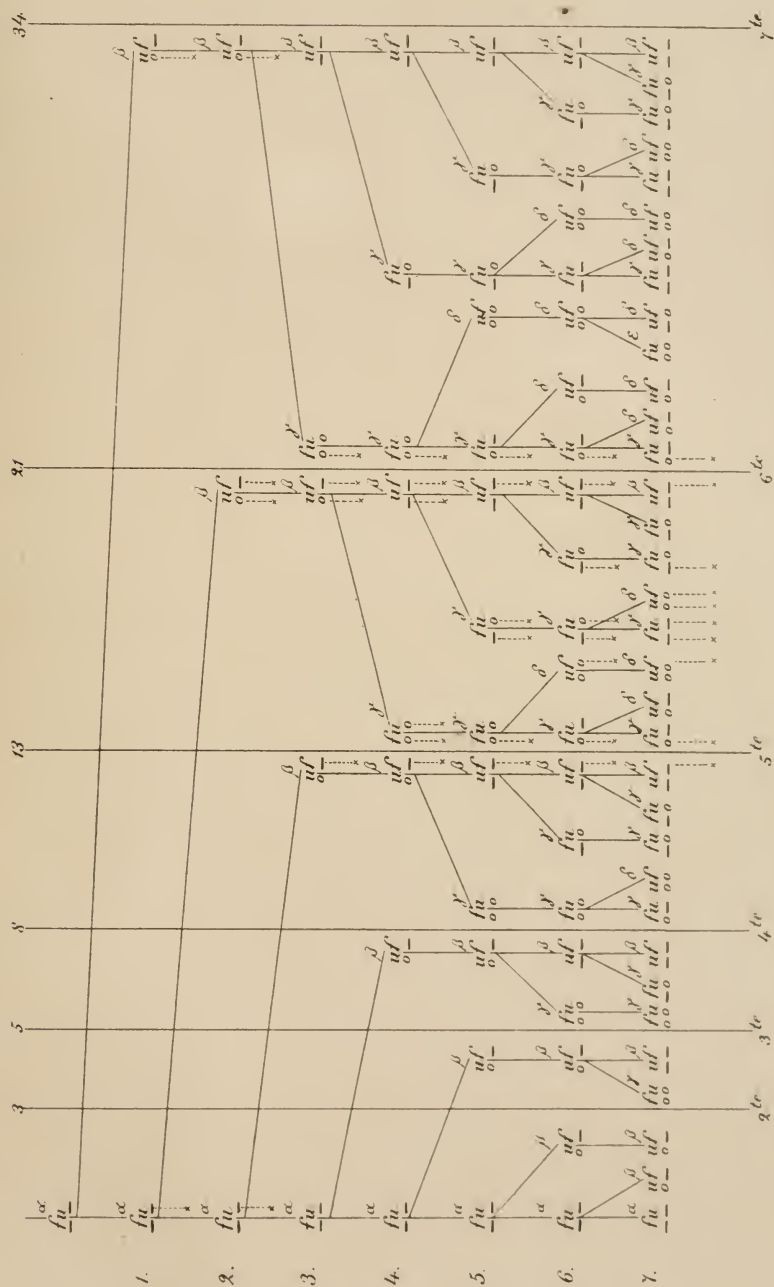
Fig. 16.













|               | Größere Tochterzellen.                        | Kleinere Tochterzellen.                       | Größere Tochterzellen.                        |
|---------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|
|               | $f_{\underline{u}}$ bezw. $u_{\underline{f}}$ | $f_{\underline{u}}$ bezw. $u_{\underline{f}}$ | $f_{\underline{u}}$ bezw. $u_{\underline{f}}$ |
| $n-1$ te<br>Z | $2a-b$                                        | $b-a$                                         | $2b-3a$                                       |
| (Z)           | $(b-a)+1$                                     | $2a-b$                                        | $(2a-b)-1$                                    |
| d             |                                               | $a$                                           |                                               |
|               |                                               | $b-a$                                         |                                               |
|               |                                               | $b$                                           |                                               |
| $n$ te<br>Z   | $a+1$                                         | $a$                                           | $(b-a)-1$                                     |
| (Z)           | $b-a$                                         | $(2a-b)+(b-a)$                                | $2a-b$                                        |
| d             | $2a-b$                                        | $(2a-b)+(2b-3a)$                              | $2b+3a$                                       |
|               | $(b-a)+1$                                     | $(b-a)+1+(2a-b)-1$                            | $(2a-b)-1$                                    |
|               | $a+1$                                         | $b$                                           | $(b-a)-1$                                     |
| $n+1$ te<br>Z | $b+1$                                         | $a$                                           | $a-1$                                         |
| (Z)           | $a$                                           | $a+b$                                         | $b-a$                                         |
| d             | $b-a$                                         | $(b-a)+(2a+b)$                                | $2a-b$                                        |
|               | $\frac{a+1}{b+1}$                             | $\frac{(a+1)+(b-a)-1}{a+b}$                   | $\frac{(b-a)-1}{a-1}$                         |
|               | $(a+b)+1$                                     | $a+2b$                                        | $b-1$                                         |