Walther L. Fischer

Die Rezeption der Natur in Theorie und Praxis der zentralperspektiven Abbildung

0. Vorbemerkungen

In unseren Ausführungen zur Rezeption der Natur beschränken wir uns auf einen Aspekt: auf die Rezeption des Raumes.
Auch hier können und wollen wir nicht die volle Bandbreite des Themas ausloten. Das philosophische Problem des Wesens des Raumes lassen wir ausgeblendet, verweisen hier lediglich auf einige wenige Namen: Aristoteles, Francis Bacon, Descartes, Galilei, Newton, Leibniz, Kant und Einstein.

Wir apostrophieren speziell die Rezeption des Raumes in Theorie und Praxis der Zentralperspektive und deuten an, wie die Bemühungen der Künstler (Maler) der Renaissance die Ablösung vom Aristotelischen Raumbegriff ausgelöst, befördert und die Entwicklung und Etablierung des Raumbegriffs der klassischen Physik vorbereitet haben.

1. Zum Begriff „Rezeption der Natur" und des Raumes

1.0. Das Rahmenthema der Matreier Tagung 2001 lautet: *„Die Rezeption der Natur".*
Sagen wir zuerst, wie wir die Wendung „Rezeption der Natur" verstehen werden, insbesondere im Hinblick auf den Titel unseres Referats: *Die Rezeption der Natur in Theorie und Praxis der zentralperspektiven Abbildung.*
Wir werden den etwas vagen Begriff der „Rezeption" relativ weit fassen und zwar unter epistemologischen und begriffskritischen Aspekten und unter Verweis auf neuere neurophysiologische Erkenntnisse über das Sehen.

1.1. Wir apostrophieren die Abbildung realer Gegenstände bzw. von Situationen der Natur- und Menschenwelt, die durch unser Sehvermögen zugänglich bzw. vermittelt werden.

1.2. Die *begriffliche Erfassung eines Gegenstandbereichs,* auch eines Ausschnitts der Naturwirklichkeit verläuft mehrstufig und zwar über eine (im allgemeinsten Sinne verstandene) *Abbildung* des Außenbereichs in ein Innen – sei es zunächst die subjektive Innenwelt unserer Wahrnehmung,

sei es in die intersubjektive Welt der Sprache (einer Umgangs-, einer Epi-, einer formalisierten Sprache).
Nicht als wäre die Rezeption der Natur beginnend mit dem Wahrnehmungsprozess nur ein Abbildungsvorgang im Sinne aristotelischer Noetik. Wir verweisen auf Kants Anschauungsformen, verweisen auf die Aussagen des Konstruktivismus ohne uns seiner ideologisch vereinseitigenden Haltung in toto anzuschließen. Ich verweise auf neurophysiologische Befunde im Hintergrund des Kognitionsprozesses.
Gleichwohl gibt es in jeder empirischen und begrifflichen Erkenntnis und Weltbemächtigung eine fundamentale Komponente, die mit dem Stichwort *„Abbildung"* gekennzeichnet werden kann. Sie betrifft insbesondere unser Thema.
Die Abbildung (konkreter oder idealer) Objekte in ein Zeichenhaftes, im Sinne der Semiotik ihre Repräsentation, ist in verschiedenen Stufen der Präzisierung in den Naturwissenschaften zu einem zentralen methodologischen Konzept geworden – zum Konzept des *Modells,* d. h. eines begrifflichen Gebildes, das zum betreffenden Gegenstandsbereich als strukturierter gedeuteter Zeichenkomplex homomorph oder isomorph ist (Vgl. *Fischer,* W. L., 1951[1], 45ff, 48ff.).

1.3. Die Wahrnehmung der Gegenstände und ihre Verteilung im Raum und die Darstellung ihrer Formen im täglichen Leben, in Kunst und Wissenschaft, in der Sprache, in der Zeichnung, im Diagramm und in formaler Struktur ist zunächst bestimmt von der Sichtweise der Welt, zugleich auch von der Auffassung vom Wesen des Raums. Andererseits hat sich *die Sicht und die Darstellung der Gegenstände im Raum,* haben sich damit die zugrunde liegenden Vorstellungen und Auffassungen vom Wesen des Raums im Verlauf der Menschheitsgeschichte immer wieder verändert, in bestimmter Weise entwickelt. Insbesondere hat die Veränderung der Sichtweise bzw. der Repräsentation die begriffliche und modellmäßige Auffassung der Welt und des Raums und der Raumerfüllung durch die Jahrhunderte bis in die Gegenwart hin im Wandel geprägt (Vgl. Abschnitt 7).

1.4. Dass dem so ist, hängt auch mit den neurophysiologisch bedingten Grundlagen des menschlichen Sehvermögens und des Sehens zusammen. Sehen ist nicht nur die physikalische Abbildung von Gegenständen durch die Linse des Auges auf die Bildschirmfläche der Netzhaut. Das Netzhautbild wird ans Gehirn weitergeleitet und dort verarbeitet.
Wir wollen drei Aspekte besonders apostrophieren.
(1) Sehen ist – wie wir heute wissen – lebenslang zunächst verknüpft mit (begleitet von) der Bildung neuer Synapsenverbindungen im Gehirn, bedeutet *lebenslang Lernen,* Dazu-Lernen.

(2) Was wir sehen ist weiter *auch abhängig von unserem Willen.* Das zeigen schon in einfachsten Fällen gewisse Erfahrungen beim Betrachten des Bildes eines Kantenmodells eines Würfels. Je nach unserer Konzentration auf die eine oder andere Würfelecke sehen wir den Würfel „von oben" oder „von unten" (Fig.1).

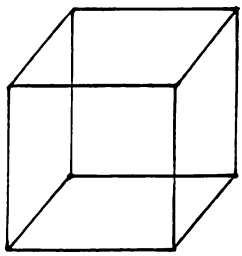


Fig.1. Kantenmodell eines Würfels

(3) Was wir sehen bzw. was wir an einem Gegenstand sehen, hängt schließlich auch von unserem je *verfügbaren Begriffsarsenal* ab. Wahrnehmung, Anschauung geht also in bestimmten Phasen des Erkenntnisprozesses nicht nur der Begriffsbildung voraus (*Fischer, W .L.,* 2001). Was wir an einem Gegenstand sehen, heraussehen, hineinsehen, hängt auch von den bereits zuhandenen Begriffen (Gegenstands- und Merkmalstypen) ab. Das wird z. B. deutlich, wenn wir in uns zunächst unstrukturiert erscheinende Muster – z.B. in scheinbar „wirre" Strichmuster, in Wolkenbildungen – durch (uns unbewusste) Zusammenfassungen von Elementen und Formteilen Figuren entdecken, erkennen. Dazu müssen wir freilich zuvor einen Begriff von den betreffenden Formen haben, ohne den wir die Figuren ins Muster nicht „hineinsehen" bzw. aus ihm „heraussehen" könnten / würden.[1] Ganz in diesem Sinne lässt sich die bekannte Wendung verstehen: „Wir sehen nur, was wir wissen."

1.5. Was für das Sehen des Einzelwesens und seine Ontogenese gilt, gilt auch kunst- und wissenschaftsgeschichtlich für die Entwicklung der Stile und der kognitiven Paradigmen.

1.6. Bezüglich des Rahmenthemas unserer Tagung können wir also allgemein feststellen, *dass sich die Rezeption der Natur im Verlaufe der Zeit entwickelt hat, entwickelt hat mit den verschiedenen Sichtweisen von der Natur.*
Und im Hinblick auf das Thema dieses Referats kann festgestellt werden, dass sich *die Sichtweisen auch an der Entwicklung der Darstellungsweisen* – hier speziell der Abbildungsweisen in die 2-dimensionalen Zeichenebene – *manifestiert haben,* mit denen zugleich eine Veränderung der inhaltlichen und formalen Auffassung vom Raum verbunden war und ist.

1.7. Die wissenschaftliche Erfassung und Bearbeitung der Natur erfolgt in der Genese der Wissenschaft in Phasen: Ausgehend von der Beobachtung

in einer *deskriptiven Phase* fortschreitend zu einer *explikativen Phase* bis hin zur Ausbildung einer *theoretischen Phase.* Diesen Phasen entsprechen zugleich je eigene *Sprachstufen* bzw. *Sprachformen.* In der deskriptiven Phase herrscht die *umgangssprachliche Darstellung* vor, in der explikativen Phase erfolgt die Ausbildung einer mit Fachtermini durchsetzten *Episprache,* in der theoretischen Phase erfolgt die Repräsentation der Fakten in einer Basis- bzw. Beobachtungssprache, deren Elemente durch einen Zuordnungsteil auf die Terme der theoretischen (meist formalen) Sprache und damit auf die sie repräsentierenden abstrakten Strukturen abgebildet werden (*Fischer, W. L.,* 1951[1]).
Im Rahmen unseres Themas befassen wir uns wesentlich mit der Frage der Deskription, und zwar eingeschränkt zunächst auf die bildnerische Darstellung von Gegebenheiten im Raum.
Um es besonders zu betonen: Die Genese der Deskription, allgemein der Darstellung der Welt in Alltagssprache und Kunst, und d. h. insbesondere ihrer Methoden, wirkt auch auf die Genese der Weltsicht und in der Wissenschaft auf die Explikation und auf die theoretische Strukturbildung weiter.

2. Nahsicht – Fernsicht / Tast-Geometrie – Visuelle Geometrie

2.1. *Geradenstücke und Geraden – Nahsicht und Fernsicht I*
2.1.1. Geometrische Erfahrungen kann der Mensch auf verschiedene Arten machen.
Man kann die Welt aus der Nähe betrachten oder aus der Ferne. Dabei macht es einen Unterschied aus, wie man *'Nahsicht'* und *'Fernsicht'* interpretiert, menschlich oder formal-mathematisch, ob man sagt und denkt „in der Nähe", „in der Ferne" oder „aus der Nähe", „aus der Ferne". Je nach dem Aspekt wird man die gleiche Sichtweise eine Nahsicht oder Fernsicht nennen können.
Aus anderer Sicht haben Stöcker (1958/1965) und Ivins (1964) aufgezeigt, dass damit zusammenhängend in der europäischen Kulturgeschichte zwei Arten vom Raumanschauungen auftreten, eine die überwiegend an taktilen Erfahrungen orientiert ist, und eine andere, für die visuelle Erfahrungen dominant sind. Wir erfahren die Welt unterschiedlich mit dem *Tastsinn* oder mit dem *Sehsinn* (Zitiert nach *Struve, H.,* 1990, 119).
2.1.2. In gewisser Weise war *die Sicht der alten Griechen eine Nahsicht.* In der Geometrie des Euklid gibt es in unserem Sinne keine beidseitig ins Unendliche ausgedehnte Geraden. Die Griechen verwandten bei der (mit Zirkel und Lineal durchgeführten) Konstruktion geometrischer Figuren im strengen Sinne nicht Geraden, sondern nur Geradenstücke, die man für die

Zwecke der Konstruktion entsprechend verlängern konnte. Dem entspricht eine Nahsicht über dem Zeichenblatt, „in" und „aus der Nähe".
Anders gesagt *orientiert sich die Raumvorstellung der alten Griechen vorwiegend am Tastsinn,* also an den taktilen Erfahrungen der Konstruktionen von (geometrischen) Figuren. Und sogar für die visuellen Erfahrungen sind taktile Erfahrungen grundlegend (*Struve, H.,* 1990, 119ff).
Für den Tastsinn ist die *Kongruenz,* das zur-Deckung-bringen (z. B. von Dreiecken), fundamental. Auch *Länge* und *Parallelität* sind für die Griechen wesentliche Elemente ihrer Geometrie. Wiederholtes Abtragen einer Messstrecke (eines Maßstabes) bzw. die Parallelität von Kanten, bei denen entsprechende Punkte gleich weit voneinander entfernt liegen, hängen aber mit dem Tastsinn zusammen.
2.1.3. *Die Raumvorstellung der Neuzeit basiert dagegen vorwiegend auf einer Fernsicht, ist vorwiegend am Gesichtssinn, d. h. an visuellen Erefahrungen orientiert.*
Für den Gesichtssinn ist die *Inzidenz* (Verknüpfung) von Punkten und Geraden, von Geraden und Ebenen fundamental. Man blickt, um ihre Verknüpfung festzustellen, die Geraden und Ebenen entlang. Mit den Händen kann man nur „im Endlichen tasten", mit den Augen aber „unendlich weit sehen".
Die ins Unendliche ausgedehnte Gerade kam erst in die Vorstellung und ins begriffliche Spiel, als man im 18. Jahrhundert lineare Funktionen und ihre Graphen in die Betrachtung einbezog, lineare Funktionen deren Definitionsbereiche die Gesamtheit der reellen Zahlen (die ganze X-Achse) umfasste, deren Graphen also als gerade Linien nach beiden Seiten ins Unendliche reichten. Und nicht anders in der Geometrie: Erst als man (in der projektiven Geometrie) an den Geraden „entlangvisierte", enstanden (über das Geradenstück hinaus) die Vorstellung und der reine Begriff der Geraden, wie wir ihn heute verstehen. Dies aber entspricht einer Fernsicht, „in die Ferne" oder „aus der Ferne".
Beim Sehvorgang spielen Projektionen eine große Rolle. Die projektive Geometrie der Neuzeit (vgl. Abschn. 6) kann man daher als die mathematische Beschreibung einer visuell geprägten Raumanschauung bzw. eines „Sehraums" auffassen.
2.1.4. Der Unterschied zwischen den beiden Auffassungsweisen lässt sich auch an den intendierten Anwendungen der Tast- und der Sehgeometrie erfassen, z. B. an der alltäglichen Erfahrung mit einem Eisenbahngleis. In der empirischen Tast-Geometrie wird ein Eisenbahngleis als ein Paar nebeneinander herlaufender (gleich-abständiger) Schienen aufgefasst. In der empirischen Seh-Geometrie dagegen schneiden sich die beiden Schienen in einem unendlich fernen Punkt (*Struve, H.* 1990, 202/3).

2.1.5. Struve weist weiter darauf hin, dass es auch im begrifflichen Aufbau der beiden Geometrie-Typen Unterschiede gibt. In der empirischen Tast-Geometrie ist die „gerade Linie unendlicher Länge" ein *theoretischer Begriff,* in der Seh-Geometrie wird die Gerade Linie, die unendlich lange ist, ostensiv definiert (*Struve, H.,*1990, 203).

3. Parallelprojektion – Zentralprojektion

3.1. Sicht, Sehen ist ein Abbilden, letztlich zunächst *die Abbildung einer 3-dimensionalen Struktur auf die 2-dimensionale Netzhaut oder auf eine Bildebene (Bildfläche).* Nahsicht und Fernsicht gewinnen hier andere Aspekte.

3.2. *Parallel- und Zentralperspektive – Nahsicht und Fernsicht II*

3.2.1. Wir sprechen von Abbildungsverfahren, sprechen im Zusammenhang mit gewissen Raumeindrücken und Raumillusionen von *Perspektive.* In einer ersten Annäherung haben wir dabei *Parallel- und Zentralperspektive* zu unterscheiden.[2] Der Unterschied der beiden Abbildungsverfahren, der Parallelprojektion und der Zentralprojektion, wird schon am einfachsten Abbildungsverfahren, am *Schattenwurf* deutlich.

Die *Parallelprojektion (Parallelperspektive)* haben wir beim Schattenwurf im Licht der Sonne vorliegen, sie wird vermittelt durch Lichtstrahlen, die von einer sehr weit entfernten, sagen wir: von einer unendlich fernen Lichtquelle ausgehen. Eben weil die Lichtquelle im Unendlichfernen liegt, verlaufen die abbildenden Strahlen, die Gegenstands- und Bildpunkte verbinden, zueinander parallel. Ein wesentliches Kennzeichen dieses Schattenwurfs, also der Abbildung mit parallelen Lichtstrahlen, ist die Tatsache, dass parallele Linien wieder parallele Bilder haben. So sind die Schatten der Latten eines Zaunes im Sonnenlicht zwar zu den realen Zaunlauten geneigt, aber sämtlich zueinander parallel wie die Latten selbst (Fig.2a).

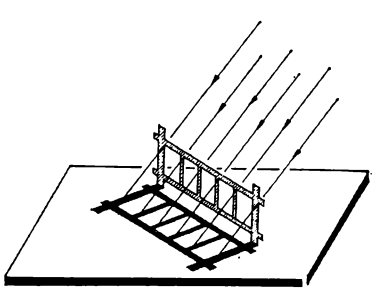


Fig. 2a

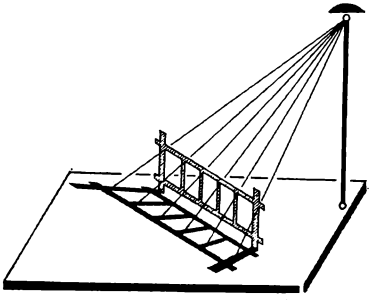


Fig.2b

(nach Graf U., 1961, 9)

Anders der Verlauf der Abbildungsstrahlen, der Schattenwurf bei der *Zentralprojektion (Zentralperspektive),* bei der die Lichtquelle (die Lampe) im Endlichen liegt. Von ihr gehen die Strahlen kegelförmig aus. Nunmehr ist das Bild (der Schatten) paralleler Geraden nicht mehr parallel. Die Schatten der Zaunlatten streben im Licht einer nahen Laterne auseinander bzw. laufen auf die Lichtquelle zu. (Fig.2b)

3.2.2. Entsprechend beim *Sehvorgang:* Denkt man sich als Betrachter sehr *weit entfernt von den Gegenständen,* so verlaufen die Sehstrahlen aus unserem /oder in unser Auge nahezu parallel, erhalten wir (näherungsweise) auf der Bildschirmfläche (unserer Netzhaut oder des Zeichenblattes) ein Bild, wie es sich beim Schattenwurf durch die parallelen Lichtstrahlen der (sehr weit entfernten) Sonne ergibt. Die parallelen Kanten eines Würfels/Quaders erscheinen auch in seinem Bild als parallel, sie schneiden sich in ihrer Verlängerung gewissermaßen erst im Unendlichen. [3]

Bei genauerem Zusehen erweisen sich die Bildkanten eines Würfels (Quaders) freilich nicht mehr als parallel, sie laufen von uns wegstrebend aufeinander zu, so wie die Eisenbahnschienen, wenn wir sie von uns weglaufend betrachten.

Jetzt tritt beim Sehvorgang der Betrachter in sein volles Recht. Entsprechend dem Schattenwurf im Lichte einer im Endlichen gelegenen punktförmigen Lichtquelle sind die Lichtstrahlen, die in sein Auge eintreten, nicht mehr parallel, als Sehstrahlen treffen sie sich als Strahlenkegel im (punktförmigen) Auge des Betrachters (auf seiner Netzhaut) - oder sie werden in der Konstruktion des Bildes eines Gegenstandes von seinem Auge ausgehend gedacht. (Fig. 3)

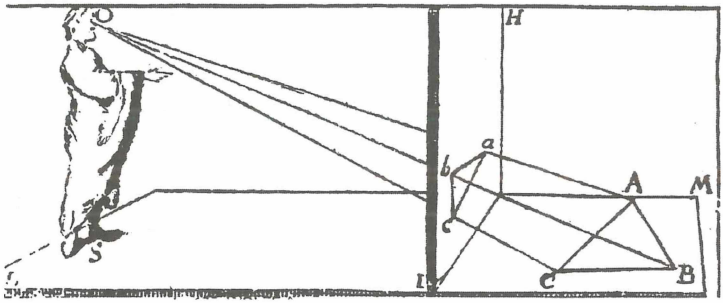


Fig.3. Nach Wolff C., 1772

4. Parallelperspektive und Zentralperspektive in der Antike

4.0. Mit dem Vorstehenden haben wir die beiden *grundlegenden Abbildungsverfahren der Kunst und der Darstellenden Geometrie* angespro-

chen: die *Parallelperspektive* und die *Zentralperspektive.* Beide haben sie in verschiedener Akzentuierung das Bild der Außenwelt, der Natur, in der Kulturgeschichte der Menschheit, in Kunst und Wissenschaft für lange Zeit geprägt.

4.1. Beide Verfahren waren in Anfangsgründen den Griechen und den Römern bekannt.
Die *Stereometrie* und die *Perspektivenlehre* nimmt im Altertum ihren Ausgang von den praktischen Problemen der Bühnendekoration, um 460 v. Chr. bei Agatharchos, und von den Schriften zur Perspektive von Anaxagoras und Demokrit. Dabei sind die Erörterungen zur Perspektive naturgemäß – und das gilt auch späterhin – in Werken zu finden, die dem Thema Optik gewidmet sind (*Hofmann, J.,* 1963, 31).

4.2. Auf antiken Wandgemälden, z. B. in Pompeji – vor allem Pompeji II.Stil – treten zur Steigerung der Raumillusion bereits *konvergente Bilder* von schrägen Parallelen auf und zwar nach zwei symmetrisch gelegenen Punkten hin.
Daneben gibt es ebensowenig konsequent durchgeführte Darstellungen von Raumsituationen durch *Parallelperspektive.* Ein typisches Beispiel liefert ein vorderasiatisches Relief mit der Darstellung einer Stadt um 200 n. Chr., auf dem die einzelnen Gebäude von verschiedenen Standpunkten, teils von rechts, von links, teils von unten bzw. oben abgebildet sind (Fig. 4).

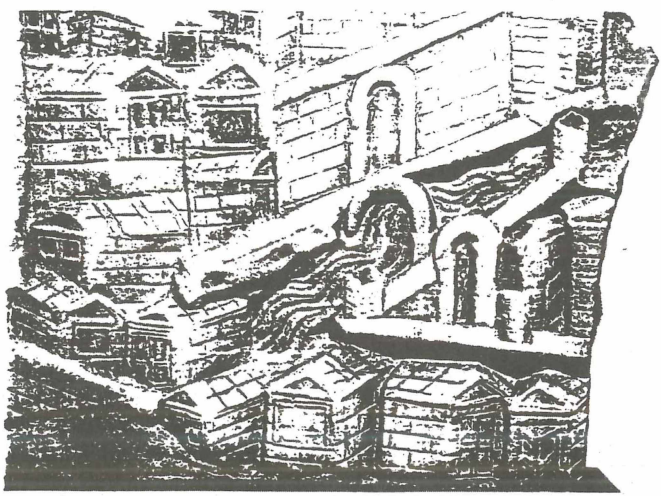


Fig.4. Reliefdarstellung einer antiken Stadt am Fluss, Kleinasien um 200 n. Chr. (Berlin, Antikenmuseum)

5. Die Entwicklung der Zentralperspektive in der Kunst der Renaissance – Die Perspektive als mathematisches Abbildungsverfahren

5.0. Wenn auch, wie gesagt die Zentralperspektive im Ansatz schon den Griechen und den Römern bekannt war, so wurde sie erst ab der und nach der Renaissance zur Vollkommenheit ausgearbeitet und schließlich in den Rang mathematischer Theorienbildungen erhoben[4] (Vgl. Abschnitt 6).

5.1. Die allmähliche Ausbildung und Anwendung der Perspektive ist zunächst das Verdienst von Handwerkern und Künstlern. Freilich bleibt, wie der Mathematikhistoriker Hofmann bemerkt, „was zu diesem Gegenstand in den optischen Schriften des Euklid, Ptolemaios und Alhazen und in den sog. perspektivischen Traktaten von Albertus Magnus, Roger Bacon, Johannes Peckham und Witelo gesagt wird, in den Anfängen stecken. ... Konvergente Tiefenlinien in einer Ebene (Fußboden, Decke) finden sich u.a. bei Giotto (1266 - 1337) und bei Jan Van Eyck (1381?-1441) und im Raum bei F. Brunelleschi (1377-1446)" (*Hofmann, J.*, 1963, 122). Brunelleschi soll um 1420 die erste zentralperspektivische Konstruktion angegeben haben.

5.2. Die eigentlich erste systematische Lehre von der Zentralperspektive liegt in Piero della Francescas (1410-1492) Werk *„Prospettiva pingendi"* (1482) vor. Dieses Werk und die darin entwickelte Methode der Abbildung räumlicher Objekte auf der Zeichenfläche geht wohl auf die grundsätzlichen Überlegungen von Leon Battista Alberti (1404 - 1472) und sein Werk *Pictura* (1435) zurück und war zu ihrer Zeit wohl vielen Malern bekannt. Zu nennen ist vor allem auch Leonardo da Vinci (1452-1519) der eine (heute verschollene) *Perspektive* verfaßt hat. Für Deutschland legt Albrecht Dürer (1471 - 1528) mit seiner *„Underweysung der messung mit dem zirckel und richtscheyt"* (1525) ein beredtes Zeugnis ab. Später verdient G. del Monte (1545-1607) um 1600 und über dieses sein Vorbild hinausgehend Stevin (1548-1620) mit einer beachtlichen Darstellung der Perspektive (1605/08) noch Erwähnung. Brechen wir hier die Liste der Namen ab.[5]

5.3. Von Alberti stammt die grundlegende Definition der Bildgewinnung: „Die Malerei (das Bild) *ist also der Schnitt ... durch die Sehpyramide, die* durch Linien und Farben *auf einer vorgegebenen Oberfläche dargestellt wird."* Damit stellt er den betrachtenden Menschen, genauer das Auge des Betrachters, ins Zentrum des Abbildungsverfahrens (Fig.3).
Die bekannten Figuren aus Dürers „Unterweisung" (Fig.5, 6) zeigen die Situation eindringlich. Die durch das Auge des Malers bestimmte Sehpyramide oder, anders gesagt, die vom Gegenstand ausgehenden und in sein

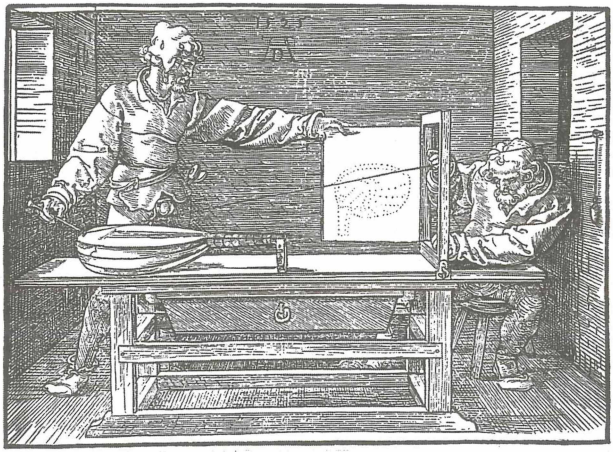


Fig.5. Kupferstich aus Dürers „Unterweisung"

Fig. 6. Kupferstich aus Dürers „Unterweisung"

Auge eintretenden Strahlen bilden eine Strahlenpyramide, die die Bildebene durchdringt und dort das Bild des Gegenstands erzeugt.

In einer schematischen Abwandlung von Dürers Darstellung sehen wir (Fig. 7) den Zeichner vor der *„Bildebene"* ß, der ein vor ihm auf dem Tisch (oder dem Boden) liegendes Quadratraster abbildet. Zur Erläuterung des Verfahrens wählen wir den einfachsten Fall der Abbildung eines Rasters, das senkrecht zur Bildfläche liegt.

Die Lage des Auges ist fixiert durch die Spitze eines Stabs, durch den so genannten *„Augenpunkt"* A. Dieser befindet sich – für die Gestalt des Bildes nicht unbedeutsam – in einer gewissen Entfernung von der Bildfläche, der so genannten *„Distanz"* d. Sie ist bestimmt durch die Länge der Strecke AF zwischen dem Augenpunkt und dem Schnittpunkt (Fußpunkt) F der von A ausgehenden Senkrechten auf die Bildebene. In diesem Punkt F treffen sich nun alle Bildgeraden derjenigen Geraden, die in der Gegenstands-

ebene senkrecht auf die Bildebene ß zulaufen, die also insbesondere alle zueinander parallel sind. F heißt der *„Fluchtpunkt"* dieser Geradenschar (Fig.7, 8).

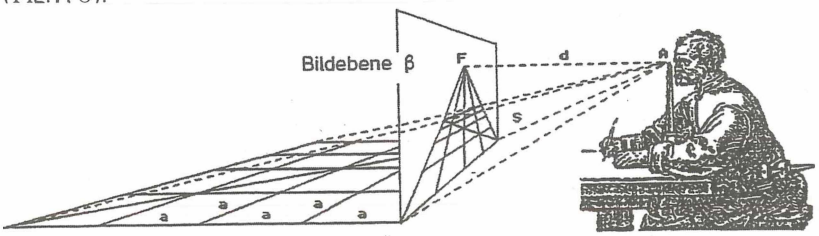


Fig. 7.Konstruktion eine Quadratrasters senkrecht zur Bildebene / Schnitt durch die Sehpyramide (nach Fichtner R. 1984, 39)

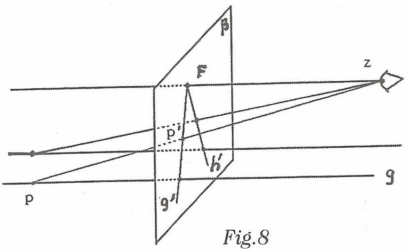


Fig.8

Ganz entsprechend werden nun auch andere Scharen von zueinander parallelen Geraden, die „schräg" auf die Bildebene zulaufen abgebildet. Auch sie treffen sich jeweils wieder in einem Fluchtpunkt F´, der wie F auf der *„Horizontlinie"* liegt, also auf der Geraden die in Augenhöhe waagrecht durch F verläuft.

Geradenstücke, die in der Wirklichkeit parallel zur Bildfläche (zur „Standlinie") liegen, werden zwar – in Abhängigkeit von ihrer Entfernung von der Bildebene – nicht in gleicher Länge, sondern mehr oder weniger verkürzt, aber doch als Parallele zur Bildunterkante abgebildet.

Wie man das Bild des Quadratrasters (Koordinatennetzes) bei vorgegebener Distanz d und Augenhöhe h konstruktiv erhält, in anderen Worten, „auf die Bildebene projiziert", macht Fig. 9 deutlich. So ist im Grunde Piero della Francesca bei der Konstruktion von Quadratrastern vorgegangen. – Wir klappen das Quadratraster in die Bildebene (Fig. 10) und gewinnen zunächst das Bild des (umbeschriebenen) Quadrats (über die Sehpyramide) durch die Konstruktion des Bildes seiner Seite. Die Abstände der querliegenden Gitterlinien erhalten wir dadurch, dass wir die entsprechenden Abstände der Querlinien von der „Grundlinie" über Urbild und Bild einer Diagonalen des Quadrats aufeinander beziehen (Fig. 9).
Um das perspektivische Bild P´ eines beliebigen Punktes P innerhalb des umbeschriebenen Quadrats zu konstruieren geht man – in Nachfolge Pieros – wie in Fig. 10 vor.

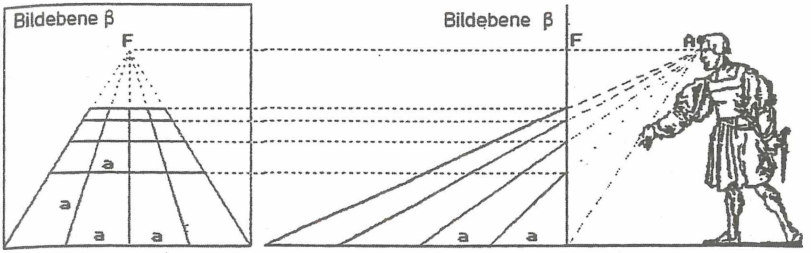
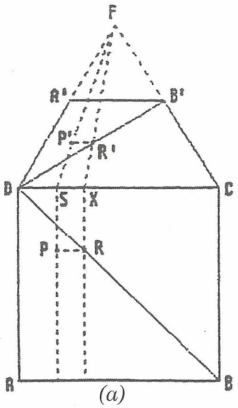
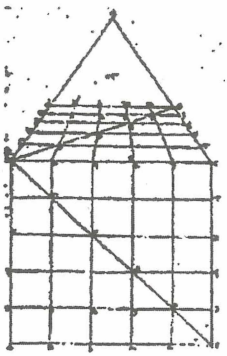


Fig. 9. Konstruktion eines Quadratrasters in frontaler Zentralperspektive (nach Fichtner R. 1984, 40)

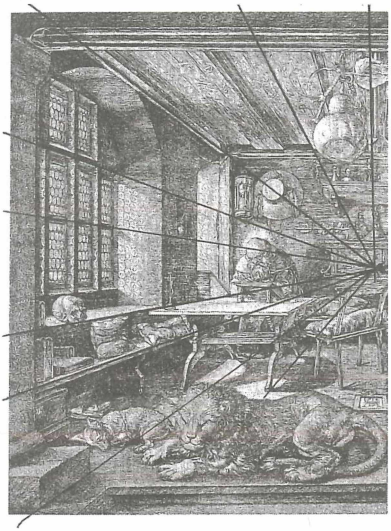


(a)



(b)

Fig. 10. (a) Konstruktion des perspektivischen Bildes P´ eines beliebigen Punktes P innerhalb des umbeschriebenen Quadrats; (b) nach Piero



Schräg liegende Quadrate oder einen Quader gewinnt man analog.

Die Fig. 11 von Dürers Kupferstich *„Hieronymus im Gehäuse"* spricht für sich. Hier ist der Fluchtpunkt für die senkrecht auf die Bildebene zulaufenden Parallelen eingezeichnet.

Fig. 11. Dürers Kupferstich „Hieronymus im Gehäuse" (1514)

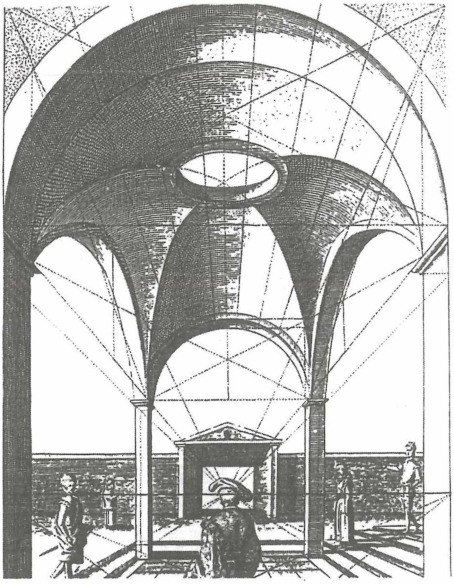


Fig. 12. Perspektivisches Bild nach Hans V. de Vries, Perspectiva (nach Wertheim M. 1999, 116). Der Ort des Künstlers und das betrachtende Auge sind angegeben.

6. Die Perspektive als mathematische Abbildungsverfahren – Darstellende Geometrie und Projektive Geometrie

Aus den Arbeiten der Künstler in der Renaissance erwuchsen in der Folge zwei mathematische Teildisziplinen, beginnend mit dem 18. Jahrhundert die *Darstellende Geometrie und die Projektive Geometrie.*

6.1. Die *Darstellende Geometrie*

Die *Darstellende Geometrie* „lehrt, wie man räumliche Objekte mit geometrischen Methoden durch Zeichnung abbildet und Aufgaben über die dargestellten Gebilde auf Grund der Abbildung löst "(*Reutter,F. I,* (1953), 9), wie man insbesondere von Objekten anschauliche und maßfähige Bilder herstellt, wie man Lage- und Maßverhältnisse der Objektteile in die zeichnerische Darstellung überträgt bzw. aus den Plänen von projektierten Bauwerken und Maschinen bzw. Maschinenteilen entnehmen kann.

Der eigentliche Schöpfer der Darstellenden Geometrie als einer eigenständigen mathematischen Disziplin ist Gaspard Monge (1746–1818) mit seiner *`Geometrie descriptive, lecons donnes a l'Ecole normale´,* Paris 1798. Monge gab in diesem Buch die erste systematische Begründung des Grund- und Aufrissverfahrens, indem er Grund- und Aufrissebene über ihre Schnittgerade „als Achse" miteinander in Beziehung setzte.[6] In der Folge

wurde die Darstellung von Objekten in der Zeichenebene (oder auch auf gekrümmten Flächen) unter Zugrundlegung der verschiedensten Projektionsarten systematisch ausgebaut.[7]

6.2. Die *Projektive Geometrie*

6.2.1. Aus der Perspektive der Künstler und d. h. aus der Methode der Zentralperspektive erwuchs schließlich ein weiterer Zweig der Geometrie, die Projektive Geometrie. Ihre Begründung verbindet sich zunächst mit den Namen G. Desargues (1593–1662), Bl. Pascal (1623–1662). Aus der Schule von G. Monge ist dann der Geometer J. V. Poncelet (1788–1867) hervorgegangen. Er hatte an Napoleons russischem Feldzug teilgenommen. In russischer Gefangenschaft schrieb er das für die projektive Geometrie grundlegende Werk *„Traite des proprietes projectives des figures"*, das 1822 erschien.[8] Nach Poncelet wurde für die projektive Geometrie das berühmte Werk *„Geometrie der Lage"* (1847) von Christian von Staudt (1798–1867) von besonderer Bedeutung. Er begründet darin die projektive Geometrie ohne Verwendung metrischer Eigenschaften, verwendet nur die Beziehung „der Lage" der Punkte und Geraden. Mit von Staudts Arbeit etabliert sich die projektive Geometrie als eigenständige Disziplin der Mathematik.

6.2.2. *Die Geometrie der projektiven Ebene* unterscheidet sich in wesentlichen Eigenschaften von der dem Laien vertrauten euklidischen (oder affinen) Ebene. Um wenigstens eine Vorstellung von ihr zu geben: In der projektiven Ebene wird nicht mehr zwischen sich schneidenden und sich nicht schneidenden, d. h. parallelen Geraden unterschieden. *In der projektiven Ebene schneiden sich alle Geraden,* also auch die gleichlaufenden so genannten parallelen Geraden. Das wird dadurch erreicht, dass die Ebene durch ideale, sogenannte *uneigentliche* oder *unendlich ferne Punkte* ergänzt (abgeschlossen) wird. Parallele Geradenscharen laufen wie bei unserem Seheindruck in der Ferne zusammen, sie schneiden sich in den unendlich fernen Punkten. Dies hat unter anderem zur Folge, dass die Geraden nicht mehr beidseitig offen ins Unendliche laufen, *die projektiven Geraden sind (im Unendlichen) in sich geschlossen.* Um dies einzusehen, denke man sich zwei Geraden g und h von denen die eine (g) fest sei, die andere (h) sich um einen Punkt P drehe (Fig.13). Die beiden Geraden schneiden sich auf g im Punkt S. Man drehe nun die Gerade h so, dass der Schnittpunkt (etwa nach rechts) hinauswandert. Werden die beiden Geraden parallel, so „schneiden sie sich" (rechts draußen) in ihrem gemeinsamen unendlich fernen Punkt. Dreht man nun h im gleich Drehsinn weiter, so kommt der Schnittpunkt S von der anderen Seite (also von links her) zurückgewandert. Die Gerade g besitzt also im Undlichfernen genau einen Punkt, ist dort in ihm (wie zum Kreis) geschlossen.

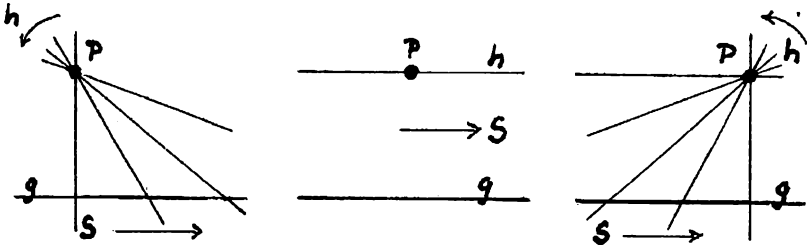


Fig. 13

Die projektive Ebene wird durch eine unendlich ferne Gerade abgeschlossen, die gewissermaßen im Unendlichen die projektive Ebene umschließt. In ihr werden die unendlich fernen Punkte zusammengefasst.
Die projektive Ebene hat weitere Eigenschaften, die sie von der euklidischen Ebene unterscheiden. So ist die projektive Ebene im Gegensatz zur euklidischen Ebene *nicht orientierbar,* d. h. sie ist wie das Möbius-Band eine *einseitige Fläche* (*Fischer, W. L.,* 2002). Verschiebt man in ihr einen orientierten Kreis über das Unendliche, so kommt er mit anderem Umlaufssinn zurück. – In der euklidischen Ebene ist die Ellipse in sich geschlossen, die Parabel hat im Endlichen ihren Scheitel und öffnet sich mit zwei Ästen ins Unendliche, die Hyperbel hat im Endlichen zwei Scheitel und öffnet sich mit je zwei Ästen ins Unendliche. In der projektiven Geometrie sind die genannten *Kegelschnitte sämtlich geschlossene Kurven,* die Parabel besitzt im Unendlichfernen ihren zweiten Scheitel und die Äste der Hyperbel laufen über das Unendliche in sich zurück.

7. Die Entwicklung der Raumvorstellung und des Raumbegriffs von der Antike bis zur Gegenwart

7.1. Die Wahrnehmung, die Vorstellung und Konzeption vom Wesen des Raums hat sich im Verlauf der abendländischen Geistes- und Ideengeschichte mehrfach verändert. Rekapitulieren wir zusammenfassend im Überblick einige dieser Stadien :
Bei Leukippos und Demokritos im 5. Jh. v. Chr. bestand die Welt aus „Materie" und der „Leere" zwischen den Atomen.
Aristoteles (um 300 v. Chr.) hatte demgegenüber eine ganz andere Sicht vom Wesen des Raumes. Der Raum als „Leere" war ihm undenkbar, weil ihm das Nichts undenkbar schien. Der Raum galt ihm nicht als Gefäß, als Raum galt ihm die Begrenzung von Körpern, gewissermaßen das Konfinium, in dem Körper aneinanderstoßen.

Diese Auffassung vom Wesen des Raumes hielt sich über die Jahrhunderte und setzte sich bis ins christliche Mittelalter fort.
Im 13. Jahrhundert wurde nun diese Sichtweise durch eine andere, die neue Sichtweise der Maler aufgebrochen. Bei Giotto ist der Raum, in dem die heiligen Figuren stehen, nicht länger nur ein goldgrundiertes Umfeld für die Figuren, Träger einer spirituellen christlichen Symbolik. Das Umfeld der Figuren wird zu einem illusionären Raum um- und ausgestaltet. Dabei werden die in einem Bild dargestellten Geschehnisse freilich gleichzeitig von mehreren Standpunkten aus gesehen und dargestellt, die einen Architekturteile von rechts her, die anderen von links bzw. von unten bzw. von oben her, sind die Maßverhältnisse der Bildteile, der Figuren nicht einheitlich strukturiert – spielt die spirituell geistliche Hierarchie der Gestalten und Formen noch immer die zentrale Rolle. Und doch, der Anfang für eine Überwindung des aristotelischen *horror vacui,* für eine Auffassung des Raums als Leere zwischen Körpern, war geleistet.
Die Entwicklung setzte sich im 14. und 15. Jahrhundert bei Alberti bis hin zu Piero della Francesca und Leonardo da Vinci (in Deutschland bei Dürer) fort. Nunmehr wurde in der Entwicklung der Zentralperspektive der Raum, die Welt des Geschehens wie durch ein Fenster und von einem Augenpunkt aus gesehen, wurde die Darstellung der Welt mit der Zentralperspektive, und zwar nach strengen Regeln entwickelt und realisiert, wurden damit die Maßverhältnisse der dargestellten Architekturen und der Figuren konsistent verwirklicht, war der Raum nicht länger ein spirituelles Konzept, folgte die Raumdarstellung und der Gegenstände nicht nur spirituellen Ordnungen, war der Raum als Leere zwischen den Körpern anerkannt, war der Raum ein einheitliches, homogenes Umfeld der körperlichen Welt, rückte schließlich sogar der menschliche Körper ins Zentrum der Darstellung.
Besonders bedeutsam ist nun, dass damit psychologisch auch der Weg für eine neue physikalische Weltsicht, insbesondere für eine neue wissenschaftliche Sicht vom Wesen des Raumes bereitet war.[9]
Galilei haben wir zu zitieren, der ganz in dieser Entwicklungslinie, ja Tradition stand. Kaum bekannt, aber für unsere Überlegungen bedeutsam ist, dass ihm gelegentlich auch eine Professur an einer Malerakademie angeboten worden war. Mit Galilei hebt nun die neue, moderne, an der Empirie ausgerichtete Naturwissenschaft an – und an der Empirie ausgerichtet waren ja auch zum Teil schon die bildlichen Darstellungen des Giotto.
Pythagoreische Ideen kamen zum Tragen: „Alles ist Zahl!", „Das Buch der Natur ist in Zahlen geschrieben"[10]. Wie sehr Galilei am Anfang der bis heute fortwirkenden Auffassung der theoretischen Weltbemächtigung stand, erkennen wir an seiner Vorlesung über die Struktur von „Dantes Hölle", in der er die mathematische Konsistenz der danteschen Konzeptionen nach-

wies, in der er das konsistente mathematische Modell, und d.h. das Modell nicht einer wirklichen, sondern – ganz im Sinne der modernen theoretischen Physik – auch möglicher Welten, apostrophierte.
Die mathematische Auffassung der klassischen Physik vom Raum begann mit Galilei und zwar als Modellstruktur eines absoluten, euklidischen Raumes. Die Fortsetzung findet sich bei Newton – und, fügen wir andeutend hinzu, bei Kant –, findet sich durch die ganze so genannte klassische Physik bis Maxwell und bis zur Wende des 19. zum 20. Jahrhunderts. Inzwischen waren in der Mathematik nicht-euklidische Raumstrukturen entwickelt worden, war zuvor bei Leibniz und dann wieder bei Einstein die Absolutheit des Raumes – im Gegensatz zu Newton und Kant – als eines leeren Gefäßes aufgegeben worden (*Fischer, W. L.,* 2002) – Raum ist nur, wo materielle Körper sind, der Raum ist mit den Körpern koexistentiell verbunden. Gleichwohl blieb die Vorstellung und Konzeption eines im Wesentlichen mathematisch strukturierten bzw. in mathematischen Begriffen charakterisierbaren Raumes erhalten.

7.2. Wie sehen wir heute das Wesen des Raumes in der Mathematik, in der Physik und in der Kunst? – Auf „höherer" begrifflicher Ebene sind wir zurückgekehrt zu einer neuen spirituellen Konzeption des Raumes, einer anderen nicht-klassischen Auffassung von Realität, zu den (wie Heisenberg in Bezug auf die Quantentheorie gelegentlich sagte) nicht-ikonischen Modellen. Die Redewendung „spirituell" ist dabei nicht mehr verstanden im christlich-hierarchisch symbolischen Sinne wie in der Zeit des Mittelalters vor Giotto. Wieder aber konstatieren wir eine Koinzidenz von künstlerischem und mathematischem Geist (*Fischer, W. L.,* 1987). Unser Raumbegriff umfasst nicht länger ausschließlich den Raum der menschlichen Alltagswelt der mesokosmischen Dimension. Unser Raum ist ein *Hyperraum,* umgreift die verschiedensten Aspekte, will sagen, ist nicht länger ausschließlich perspektiv, sondern aspektiv darin, dass er je nachdem diesen oder jenen Raumaspekt betrifft. Nicht-euklidische Raummodelle dienen uns heute ebenso zur Repräsentation der Welt – der menschlichen Welt wie der kosmischen und kosmologischen Welt der Natur – wie die gekrümmte 4-dimensionale Raum-Zeitstruktur der Relativitätstheorie, wie der unendlich-dimensionale Hilbert-Raum in der Quantenphysik, der Cyber-Space in der Computerwelt. Wie in der Mathematik wurde auch in der Physik die begriffliche Erfassung von Raumstrukturen algebraisiert, in Vektor- und Tensorräumen, in den Modellstrukturen algebraischer Gruppen, in der algebraischen Topologie.
Und nicht anders in der Malerei, in der bildenden Kunst. Das Abbildungsverfahren der Zentralperspektive wurde in den Jahrhunderten zur Vollen-

dung gebracht, wurde in der Erfindung der Photographie perfektioniert und ist bis heute in die Alltagswelt integriert.[11] Freilich, die Perspektivität wurde im vergangenen Jahrhundert abgelöst durch die Aspektive – wir zitieren stellvertretend den Kubismus. Und entsprechend den nicht-ikonischen Modellen in der Physik, den Verallgemeinerungen und Algebraisierungen der Raumbegriffe in den verschiedenen Geometrien wurde auch der Raum in der Malerei und in der bildenden Kunst zu einem abstrakten Gebilde, d.h. erfüllt von nicht-ikonischen Strukturgebilden (*Fischer, W.L.*, 1987).

8. Aspektive und perspektive Weltsicht

Wenden wir uns noch einer grundsätzlichen Überlegung zu, indem wir generalisierend und wie bereits angesprochen die perspektive Weltsicht von einer nicht perspektiven Weltsicht absetzen.

8.1. Die Ägyptologin Emma Brunner-Traut nahm mit der Prägung und dem Wortpaar *'Aspektive - Perspektive'* [12] das strukturelle Gegenüber und das historische Nacheinander von Aperspektive und Perspektive wieder auf, das z. B. H. Schäfer (1909, 1963) und später J. Gebser (1938) zum Thema umfänglicher Untersuchungen gemacht hatten.
Um die Situation am *einfachsten Fall* – in der Darstellenden Geometrie – zu verdeutlichen: *Aspektiv* ist die Darstellung eines Quaders (der Architektur eines Gebäudes) durch die drei Ansichten: Grundriss, Aufriss und Seitenriss – *perspektiv* hingegen ist die Darstellung von einem Standpunkt aus, in der der Quader (des Gebäudes) wie beim Sehvorgang als Ganzes erscheint, bei der jedoch einerseits gewisse Kanten und Seitenflächen verdeckt sind, andererseits (in der Zentralperspektive) gewisse seiner Größen, wie Seitenlängen und Kantenwinkel verzerrt erscheinen.

8.2. Es muss freilich besonders betont werden, daß Aspektive und Perspektive primär nicht nur für eine je bestimmte Darstellungsweise des bildnerischen Bemühens, für zwei optische Wahrnehmungsweisen stehen, für zwei verschiedene Abbildungsmethoden der Malerei oder der Darstellenden Geometrie.
Der Unterschied zwischen Aspektive und Perspektive ist kognitiver Art. Die Bezeichnungen Aspektive und Perspektive sind wie die früheren Bezeichnungen „Aperspektive und Perspektive" zu verstehen als *Chiffre für eine bestimmte Art der Wahrnehmung,* sagen wir besser, für eine *bestimmte Art der Wirklichkeits- und Gegenstandsgewinnung und Darstellung* – sie sind als unterschiedliche Weltsichten zu verstehen, die jeweils in allen Erscheinungen einer Kultur manifest sind.

In Aspektive und Perspektive „manifestieren sich unterschiedliche, epochenunterschiedlich mentale Stufen" [13] – wobei die Aspektive eine Weltsicht ist, die das kulturelle Antlitz der Erde weit länger prägte als die Perspektive – und die Perspektive, die der Aspektive entwicklungsgeschichtlich folgt, signalisiert eine sprunghaft veränderte Wahrnehmungsweise bzw. Weltsicht. Mit der Perspektive hat sich die kognitive Wahrnehmung, die zur Gewinnung des Gegenstandes bzw. der Wirklichkeit führt, gewandelt.

8.3. Brunner-Traut untersuchte und demonstrierte die Situation der Aspektive am Wesen des ägyptischen Flachreliefs und gewann *allgemeine Kriterien für den Unterschied von Aspektive und Perspektive,* die sich nicht nur auf die bildnerische Darstellung beziehen.
Worin unterscheiden sich nun Aspektive und Perspektive im Einzelnen? (*Brunner-Traut, E.,* 1974, 8)
In der *Perspektive* wird das Objekt in seiner Gänze und Tiefe einheitlich zu erkennen versucht. Die Glieder sind allseitig funktionell miteinander verknüpft, ordnen sich dem Ganzen unter. Die Relation der Bildteile ist *hypotaktisch.* Die Darstellung kommt einer Vorstellung nahe, wie sie einem durch die Vermittlung der Sinne entstehenden Bild (sei es parallel- oder zentralperspektivisch) entspricht. Die Perspektive liefert ein „Scheinbild", ist immer verbunden mit einer „perspektiven Illusion", denn das Bild des Objekts ist abhängig vom jeweiligen Standpunkt. Es lässt verdeckte Eigenheiten im Dunkel.
Demgegenüber erfasst die *aspektivische Sichtweise* das Objekt im Neben- bzw. Nacheinander der Einzelteile, sagen wir besser: in seinen Einzelaspekten. Diese überschaubaren, nach gewissen Intentionen sinnvoll ausgegrenzten Teile stehen in der Darstellung des Objekts zueinander in der Relation der *Parataxe.* Sie stehen zunächst einzeln, jedes für sich und selbständig. Für die Darstellung des Gegenstandes genügt es, hinreichend viele Aspekte auszuwählen. Ein Kanon erlaubt es, die einzelnen Aspekte einzeln zu behandeln und sie den Regeln entsprechend zusammenzufügen. „Aspektive" hat Brunner-Traut diese Darstellungsweise genannt, weil sie „Aspekte" zusammenfügt.

8.4. Es ist hier nicht der Ort, die Diskussion der grundsätzlichen Probleme des Begriffspaars Aspektiv-Perspektiv weiter zu verfolgen.
Um die Erörterung von Assoziationen ausschließlich mit den Erscheinungsweisen in bestimmten Kunststilen bzw. speziellen Abbildungsmethoden der Malerei zu befreien, würde ich für die erkenntnistheoretische Diskussion neutrale Termini bevorzugen: statt aspektiv – perspektiv etwa *polyspektiv* und *monospektiv* oder besser noch: *merospektiv* und *holospektiv.*
Wie auch immer: Die mit den genannten Begriffspaaren apostrophierte

Unterschiedlichkeit der Darstellungsmethoden ist ein geistes- und kulturgeschichtliches Faktum. Das Vorherrschen der Aspektive ist mutatis mutandis in der geistigen Welt aller alten Hochkulturen nachweisbar, auch in der Welt der alten Chinesen.

Um wenigstens ein *Beispielfeld* anzusprechen: *Typisch aspektiv sind die chinesischen Schriftzeichen* heute wie in ihren Frühformen nach einem bestimmten System aus Radikalen additiv zusammengesetzt. Daneben haben manche der Frühformen der chinesischen Ideogramme auf den Orakelknochen und den Bronzen der Shang-Yin-Zeit typische merospektive Struktur.[14] Sie sind unabhängig von ihrer vornehmlich phonetischen Form auch Bilder. Als solche zeigen sie den dargestellten Gegenstand bzw. gewisse seiner Teilelemente häufig in zwei Ansichten zugleich, in Grund- und Aufriss oder in Grund- und Seitenriss. Das sehen wir z. B. in der alten Schriftform für *guo*^{1} mit der Bedeutung „äußerer (zweiter) Wall, Vorstadt, Rand": der Wall ist dargestellt durch einen Kreisring, also im Grundriss, und die einander gegenüberliegenden Stadttürme sind als Seitenriss umgeklappt in die Zeichenebene.[15] – Ein anderes Ideogramm *xiu*^{3} in der Bedeutung „Rast machen, übernachten, Nachtlager, Unterkunft" zeigt das Bild eines Menschen in Seitenansicht unter einem Dach über bzw. neben der Matte, auf der er zu sitzen oder zu schlafen pflegt; die Matte ist von oben zu sehen, also im Grundriss ausgebreitet.[16] – Und in der paläographischen Form des Schriftzeichens *che*^{1} für „Wagen" sehen wir den Wagenkasten, die Deichsel und die Pferde von oben im Grundriss wiedergegeben, die Räder aber von der Seite (im Seitenriss) gesehen als Kreise (Ellipsen) gezeichnet.[17]

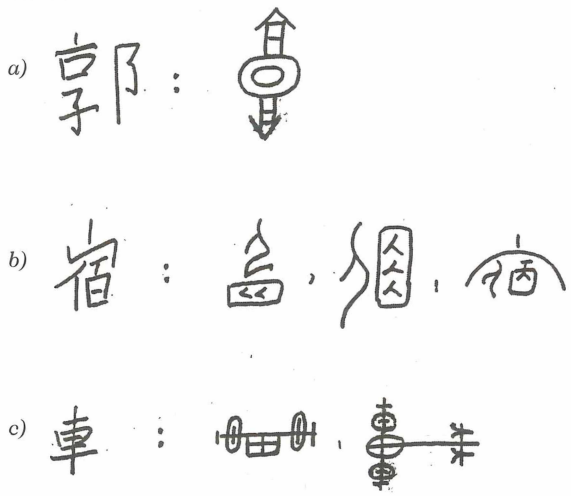


Fig.14. Paläographische Formen der chinesischen Schriftzeichen für a) guo^{1}*, b) xiu*^{3}*, c) che*^{1} *(nach Creel und Karlgren)*

8.5. Die Dinge und Erscheinungen sind verwickelt und sie werden in Bezug auf die gegewärtigen Erscheinungen in Kunst und Wissenschaft noch verwickelter dadurch, dass es sich, wenn wir von Aspektive sprechen, selbstverständlich nicht um eine Aspektive im wörtlichen Sinne, und d. h. um eine mentale und kognitive Haltung handeln kann, die kongruent wäre zu der der alten Ägypter oder der alten Chinesen. *Wir sind durch die Perspektive hindurchgegangen* (*Brunner-Traut, E.,* 1974, 41 und 1990, 196).
Jede neoaspektivische Weltsicht und Darstellungsweise in der Kunst (sei es bei Picasso im Kubismus oder bei Ezra Pound im Imagismus – um als Chiffre nur zwei Namen anzusprechen -) oder auch in der heutigen Naturwissenschaft ist als Ausdrucksform in einem anderen Sinne zwangsläufig notwendig, als es die ursprüngliche Aspektive in den Frühkulturen war. Sie ist das Ergebnis eines geistesgeschichtlichen Prozesses und insoferne zwangsläufig. Sie ist aber in jedem Falle eine *nachperspektivische Ausdrucks- und Darstellungsform* – sie ist bewusst und „reflektiert eingesetzt".

8.6. Genau besehen erweist sich *unsere heutige Weltsicht und Darstellungsweise weder als rein perspektivisch noch rein aspektivisch.* Das gilt für die Kunst ebenso wie für die heutige Naturwissenschaft.
Wir formulieren heute unser Bild von der Welt in den Sprachen einander ausschließender und zueinander komplementärer Modelle. *Wir denken in verschiedenen Stufen lokal aspektivisch und global perspektivisch.*[18]
Wir wissen um die Polymorphie der Wirklichkeit – wir kennen Gödels Unvollständigkeitssatz und die Existenz von Unentscheidbarkeiten.
Wir misstrauen dem totalen Wahrheitsanspruch einzelner Denksysteme. Wir sind bescheidener geworden und damit aufrichtiger. Die Welt ist erkennbar nur in Ausschnitten, in Abhängigkeit von unseren Intentionen, in Abhängigkeit von der jeweils verwendeten oder zuhandenen Sprache. „Wir hängen in der Sprache" – hat Niels BOHR immer wieder zu bedenken gegeben – auch das ist aspektivisches Denken.
Vollkommenheit, den Abschluss der Systeme erwarten nur die Toren – oder jene, die – um den Dichter Ezra Pound zu zitieren – *„die zu schwach sind, um eine Ungewissheit zu ertragen oder in einer Ungewissheit zu verharren."*

9. Die Einführung der Zentralperspektive in China und Japan [19]

9.1. Für unser Thema der Rezeption der Natur im Bild, in Theorie und Praxis der Zentralperspektive, gewinnen wir schließlich einen weiteren Aspekt, wenn wir unseren Kulturkreis verlassen und das Eindringen der Zentralperspektive in die bildnerische Darstellung in China seit dem 17.

Jahrhundert, in Japan seit dem 18. Jahrhundert wenigstens andeutend verfolgen. Und um es vorweg zu sagen, mit zeitlicher Phasenverschiebung verlief die Entwicklung ganz analog wie in der Renaissance, waren in der Anfangsphase – und dies natürlich völlig unabhängig von der längst beendeten Entwicklung in Europa – die gleichen methodischen Schwierigkeiten zu bewältigen, wurden die gleichen Ungeschicklichkeiten begangen, treten die gleichen Abbildungs- und Darstellungsfehler auf wie ehemals in Europa, bis schließlich die Abbildungsmethoden konsistent ausgebildet und ihre Gesetzmäßigkeiten erkannt waren und angewandt wurden.

9.2. In China war die Zentralperspektive nach 1600 am Kaiserhof durch die europäischen Missionare bekannt geworden, durch Matteo Ricci (1552–1610) und durch Giuseppe Castiglione (1688–1766). In ihrer Nachfolge wendeten einige Maler am Kaiserhof die strengen Regeln der Zentralperspektive zur Gestaltung ihrer Bilder an, wir nennen um 1700 Jiao Bingzheng.

9.3. Die japanischen Maler der Holzschnittkunst (Ukiyoe) kamen mit der Perspektive über die chinesischen Nengas in Berührung. Diese volkstümlichen bildlichen Glückwunschblätter waren in ihrer Raumerfassung freilich nicht systematisch nach den Regeln der Zentralperspektive durchkonstruiert. Die Blätter waren billig, schon deshalb folgten die chinesischen Künstler bei ihrer Herstellung nicht komplizierten aufwendigen mathematischen Regeln. Entsprechend war auch die Art der Perspektive, die die Japaner von den Chinesen übernahmen nicht streng, sondern eher naiv – bestanden sie in einer Mischung von Elementen der Zentralperspektive mit solchen der schiefen Parallelprojektion.

9.4. In Japan war wohl Okumura Masanobu um 1740 der Erste, der Methoden der Perspektive in seinen Holzschnitten verwandte. Seine Methoden folgten nicht systematisch den zentralperspektiven Abbildungsverfahren. Da gibt es für die (parallele) Linien senkrecht zur Bildebene mehrere Fluchtpunkte. Die Abstände von Längen zur Bildebene werden nicht systematisch verkürzt, andere Bildteile sind mit schiefer Parallelprojektion abgebildet, etwa, wenn Reisfelder in der Ferne als Parallelogramme dargestellt werden. Fehler dieser Art treten in den Ukiyoe-Holzschnitten dieser Zeit allenthalben auf.

9.6. Um 1770 erlebte die Methode der Perspektive einen entscheidenden Wendepunkt. Hiraga Gennai (1728–1779) regte Shiba Kokan (1747–1818), Sarake Shozan (1748–1785) und Odano Naotsake (1749–1780) an, die Perspektivenlehre systematisch aus Büchern zu erlernen, die aus Holland ein-

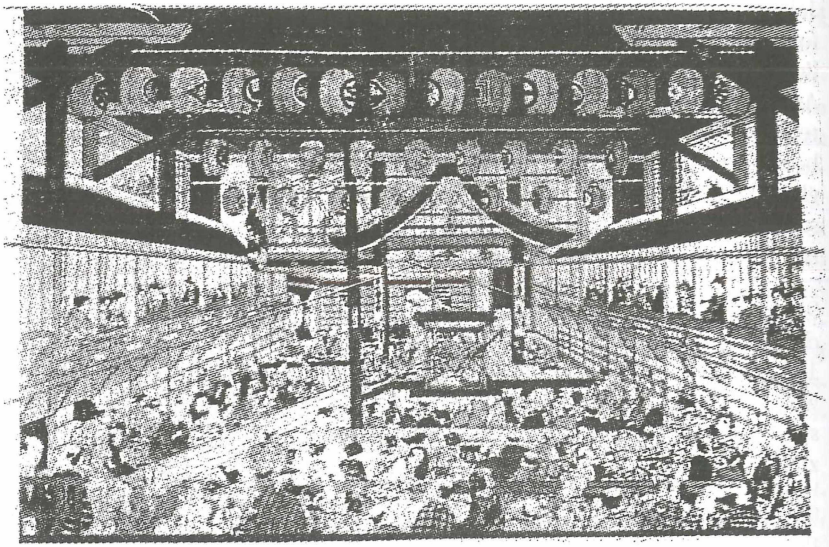


Fig. 15. Holzschnitt von Masanobu

geführt wurden. Zu nennen ist hier z. B. Das „Groot Shilderboek" von Gerard de Laireisse (1740).

9.7. Die ersten japanischen Bücher, die sich in Japan der Perspektive widmeten sind die beiden Bücher von Shozan *„Gahookoryu und Gatorikai"* von 1778. Eine Figur aus einem der Bände gibt die Konstruktion des Bildes einen Kreises wieder. Es ist dieselbe Konstruktion, die sich schon bei Leon Battista Alberti in seinem Buch „Della Pictura" von 1435 findet.

9.8. Erwähnen wir noch Katsushika Hokusai (1760–1849), einen der berühmtesten Maler Japans. Er war durch Kokan mit der Perspektive bekannt geworden. Auch er war freilich kein „Systemdenker", alle seine Bilder waren im Wesentlichen von den Abbildungsverfahren der schiefen Parallelprojektion bestimmt, was ihrer ästhetischen Wirkung auf den Betrachter und auf die europäischen Künstler des Impressionismus keinen Abbruch tat.

9.9. Um es zu betonen. Das Eindringen und die spezifische Art der Entwicklung der Zentralperspektive in Japan ist uns ein Indiz für die *Existenz kognitiver Universalien,* von Verlaufsformen in der Entwicklung kultureller Erscheinungen, die, wenn auch zuweilen mit zeitlicher Phasenverschiebung, über die Zeiten und Kulturen hinweg gleichartig sind.

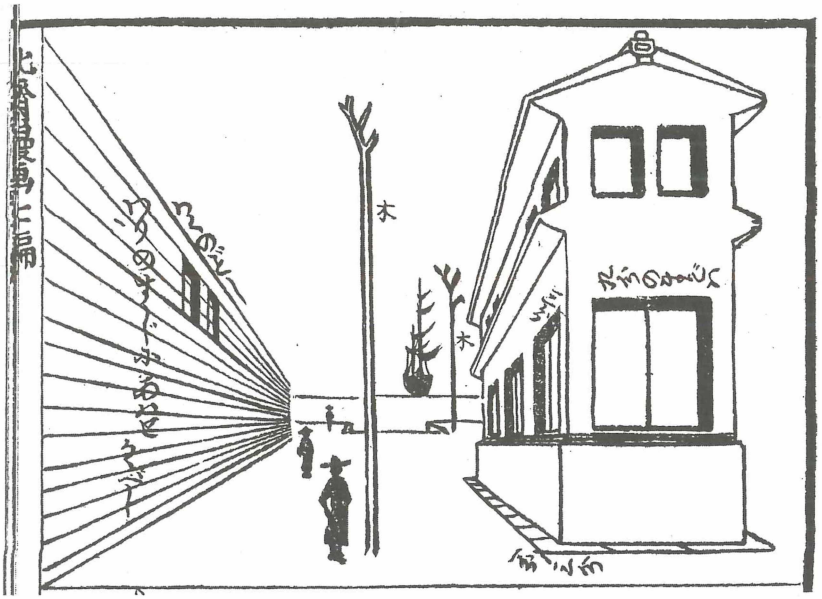


Fig. 16. Abbildung aus einem der Mangas von Hokusai mit einem fehlerhaften Versuch einer zentralperspektiven Darstellung

LITERATUR:

BLASCHKE, W. (1954): Projektive Geometrie. Basel, Stuttgart.

BRUNNER-TRAUT, E. (1974): Aspektive und die historoische Wandlung der Wahrnehmungsweise. Stuttgarter Privatstudiengesellschaft.

BRUNNER-TRAUT, E. (1990): Frühformen des Erkennens. Wiss. Buchgesellschaft, Darmstadt.

CREEL, H. G. (1938, 1939): Literary Chinese by the Inductive Method. Vo.I, Vol.II. Chicago-Illinois.

DÜRER, A. (1525, 1972): Unterweisung mit Zirkel und Richtscheit. Reprint. Uhl, Unterschneidheim.

FICHTNER, R. (1984): Die verborgene Geometrie in Raffaels „Schule von Athen". Oldenbourg, München.

FICHTNER, R. (1999): Der „Raum" in der Renaissance-Malerei und in der klassischen Physik. In: WETH, Th. (Hrsg.): Nürnberger Kolloquium zur Didaktik der Mathematik 1999. Lehrstuhl Didaktik d. Mathematik. Universität Erlangen-Nürnberg.

FISCHER, W. L. (1984): Begegnung mit Ezra Pound. Vortrag Zürich.(unveröff.).

FISCHER, W. L. (1987): Koinzidenzen in Kunst- und Mathematikgeschichte. In: HOHENZOLLERN, J. G.Prinz von / LIEDTKE, M. (Hrsg.): Vom Kritzeln zur Kunst. (Schriftenreihe d. Bayer. Schulmuseums Ichenhausen, Bd. 6) Klinkhardt, Bad Heilbrunn. S.101-133.

FISCHER, W. L. (1951): Der Einsatz mathematischer Methoden bei der Beschreibung, Formalisierung und Modellierung von anthropologischen Datenstrukturen. In: UHER, J. (Hrsg.): Pädagogische Anthropologie und Evolution. Erlanger Forschungen: Reihe A, Bd.73. Univ.Bibliothek Erlangen. S. 33-71.

FISCHER, W. L. (1952): Die mathematischen Grundlagen der abendländischen Zahlensymbolik, der Zahlen-Mystik und der Zahlen-Magie bei den Pythagoreern. In: LIEDTKE, M. (Hrsg.): Aberglaube, Magie, Religion. Matreier Gespräche 1990. austria medienservice, Graz. S.11-43.

FISCHER, W. L. (2001): Niveaus der Anschauung im Mathematikunterricht. In: FORSTER, J./ KREBS, U. (Hrsg.): Das „Praktische Lernen" und das Problem der Wissenskumulation. (Schriftenreihe d. Bayer. Schulmuseums Ichenhausen, Bd. 20) Klinkhardt, Bad Heilbrunn. S. 221-258.

FISCHER, W. L. (2002): Die Begrifflichkeit der „Orientierung" in der Mathematik. In: LIEDTKE, M. (Hrsg.): Orientierung. Matreier Gespräche 2000. austria medien service, Graz.

GEBSER, J. (1938): Ursprung und Gegenwart. Bd.I: Die Fundamente der aperspektivischen Welt. - Bd.II: Die Manifestationen der aperspektivischen Welt. Stuttgart.

GRAF, U.(1961): Darstellende Geometrie. Quelle und Meyer, Heidelberg.

HOFMANN, J. (1963): Geschichte der Mathematik I. Walther de Gruyter, Berlin.

KARLGREN, B. (1957): Grammata Serica Recensa. Stockholm

KREUZER, A. / KREUZER M. (1997): Zur Geschichte des Fluchtpunktes, des Fernpunktes und der projektiven Geometrie. In: BEUTELSBACHER,A. et al. (Hrsg.) Überblicke Mathematik 1996/97. Vieweg, Braunschweig; S.126 - 134.

REUTTER, F. (1953): Darstellende Geometrie. Bd.II. Braun, Karlsruhe,

SCHÄFER, H. (1909,1963): Von ägyptischer Kunst. 4. Aufl. Herg. von BRUNNER-TRAUT, E.. Harrassowitz, Wiesbaden.

SCHRÖDER, E. (1980): Dürer und die Kunst der Geometrie. Birkhäuser, Basel.

STRUVE, H. (1990): Grundlagen einer Geometrie-Didaktik. Wissenschaftsverlag, Mannheim/Wien/Zürich.

WERTHEIM, M (2000): Die Himmelstür zum Cyberspace. Eine Geschichte des Raumes von Dante zum Internet. Ammann, Zürich.

WOLFF, C. (1772): Auszug aus den Anfangsgründen der Mathematischen Wissenschaften, zu bequemerem Gebrauche der Anfänger. Renger, Frankfurt a.M.

YOKOCHI, K. (1993): Perspective of the Ukiyoe in the Edo Period. In: Proceedings of the Cultural History of Mathematics. Inner Mongolia University Press. Rep. China., 1995, Vol. 5., S. 34-41.

YOKOCHI, K. (1996): Drawing Method of Ukyoe in the Edo Period in Japan. In: Bulletin for Mathematics Education Study. Mathematics Education Society of Japan, Gunma University Maebashi Japan. 3-5.

[1] Das beruht u. a. auch darauf, dass nach der Ramsay-Theorie jede ungeordnete Komplexion geordnete (strukturierte) Teilkomplexionen enthält. Fischer, W. L, 1952, 39-40.

[2] Mathematisch gesprochen handelt es sich in der Parallelperspektive um die affine Abbildung und den affinen Raum, in der Zentralperspektive um die projektive Abbildung und den projektiven Raum.

[3] Das Bild eines Würfels erscheint auch aus der Nähe betrachtet nicht anders, weil wir des Unterschieds zur Fernbetrachtung ohne genaues Hinsehen und Nachprüfen nicht gewahr werden. Zudem wissen wir, dass die Kanten parallel verlaufen, wir wollen sie daher auch so sehen. Bei der Nahsicht entsteht das Bild freilich wie beim Schattenwurf eines Gegenstandes im Licht einer im Endlichen gelegenen punktförmigen Lichtquelle.

[4] Im Rahmen der Darstellenden Geometrie, der affinen und der projektiven Geometrie und später noch allgemeiner in der Theorie der abstrakten Transformationen.

[5] Wir verweisen auf die Lehrbücher der Darstellenden Geometrie bzw. zur Geschichte der Mathematik, hier auf Hofmann, J., 1963; Fichtner, R., 1984, 1999; Kreuzer, A. / Kreuzer, M., 1997.

[6] Grundvorstellungen über das Grund- und Aufrissverfahren waren bereits im Altertum bekannt. Sie finden sich bei dem römischen Baumeister Vituvius Pollio (um Christi Geburt) in seinem Buch „De architectura."

[7] Man vergleiche hierzu irgend eines der Bücher über Darstellende Geometrie.

[8] Für die weitere Entwicklung der projektiven Geometrie vgl. Blaschke, W., 1954, 14ff.

[9] Für eine detaillierte Darstellung vgl. Fichtner, R., 1999, Wertheim, M., 2000.

[10] „Die Natur kann nur der verstehen, der ihre Sprache und ihre Zeichen kennengelernt hat, in der sie zu uns spricht. Die Sprache aber ist die Mathematik und ihre Zeichen sind die geometrischen Figuren" (GALILEI). Vgl. Fischer, W. L., 1951.

[11] Zentralperspektive Abbildungen spielen z.B. in der Welt der Fernsehbilder eine große Rolle, werden mit aufwendigen Computerprogrammen im Cyberspace realisiert. Eine über die Zentralperspektive hinausgehende Steigerung der Raumillusion mit veränderbarem Augenpunkt wird in der Holographie erreicht.

[12] Brunner-Traut, E.,1963,1964,1973,1974. Erweitert und in systematischem Zusammenhang dargestellt in Brunner-Traut, E., 1990.

[13] Für das Folgende Brunner-Traut, E., 1974 und 1990,2-16,164.

[14] Das gilt mutatis mutandis auch für die Schriftzeichen der alten Ägypter.

[15] Creel, H.G., Vol.I 1938; Nr.909a, S.174. - Karlgren, B., 1957; Nr.774bcd, S.205.

[16] Creel, H.G., Vol.II 1939; Nr.223, S.97. - Karlgren , B.,1957; Nr.1029a, S.268.

[17] Creel, H.G., Vol.II 1939; Nr.144a, S.85. - Karlgren, B., 1957; Nr.74c, S.38.

[18] Die Stufenfolge ist im Sinne der kognitiven Entwicklung der Menschheit, des Einzelmenschen und der Wissenschaften und Künste verwickelter. Die Situation lässt sich schon am Beispiel der Entwicklung der vorgriechischen und der griechischen Mathematik gut verdeutlichen.

[19] Die Ausführungen dieses Abschnitts basieren auf Yokochi, K., 1993,1996.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Matreier Gespräche - Schriftenreihe der Forschungsgemeinschaft Wilheminenberg

Jahr/Year: 2003

Band/Volume: 2003a

Autor(en)/Author(s): Fischer Walther L.

Artikel/Article: Die Rezeption der Natur in Theorie und Praxis der Zentralperspektiven Abbildung 110-135