

Über einige Lokalformen von *Pleuronectes platessa* L.

Von **Georg Duncker**.

Mit zwei Tafeln, vier Text- und vier Anhangstabellen.

I. Gegenstand der Untersuchung.

1912 veröffentlichte L. KEILHACK¹⁾ eine Arbeit „Rassenuntersuchungen an Nordseeschollen“, in welcher er Unterschiede der Lokalformen von Helgoland, vom Kanaleingang in der südwestlichen Nordsee und von der schottischen Ostküste feststellt, und zwar hauptsächlich hinsichtlich der Wirbelsumme und der Strahlzahlen der Rücken- und der Afterflosse, während die relativen Maße verschiedener Körpermassen keine deutlichen Differenzen ergaben. Aus jenen Unterschieden schließt er auf verschiedenartige Rassenzugehörigkeit der Lokalformen und aus dieser (l. c. p. 185),

1. „daß die Jungfischgründe der deutschen Bucht nicht von dem Laichgebiet der ‚Tiefen Rinne‘ des Kanals besiedelt werden können, sondern daß die Schollen der deutschen Bucht ihr eigenes Laichgebiet haben müssen“;
2. „daß . . . die Kanalscholle in den durch die Besonderheiten des Fischgrundes nicht modifizierbaren Zahlenmerkmalen mit der schottischen eine nähere Verwandtschaft zeigt als mit den benachbarten Rassen“.

Bei Durchsicht der Arbeit fiel mir auf, daß die Zahlenangaben des Textes nicht immer mit den von M. THIELEMANN zusammengestellten Anhangstabellen des Untersuchungsmaterials²⁾ übereinstimmen. Außerdem steht die statistisch-rechnerische Behandlung desselben nicht überall in Einklang mit den erprobten Methoden der Biostatistik. So unternahm ich zunächst die Durcharbeitung von KEILHACKS Material, soweit dasselbe in THIELEMANNS Tabellen mitgeteilt ist, jedoch nur des auf Helgoland (l. c. Tab. I), den Kanaleingang (Tab. IV) zwischen 52° 28' und 53° 0' N und zwischen 2° 36' und 4° 16' Ø und die Ostküste Schottlands (Tab. III) bei Aberdeen Ground (174 Ex.) und Moray Firth (19 Ex.) bezüglichen, für welches einigermaßen genügende Individuenzahlen vorliegen. Dann aber erhielt ich durch die Güte Herrn H. M. KYLES dessen reichliches, noch

¹⁾ Wissensch. Meeresunters., N. F., Abt. Helgoland, Bd. X, H. 2, p. 171—186; XL pp. Anhangstabellen.

²⁾ l. c. p. III—XV, XVIII—XXXII.

unveröffentlichtes Untersuchungsmaterial von Eckernförde, Helgoland, Helder, Lowestoft, St. Andrews und Aberdeen, dem ich eigene kleinere Zählungen von der südwestlichen Ostsee (Greifswald, Niendorf an der Lübecker Bucht, Kiel) und von Helgoland hinzufügen konnte.

Die vorliegende Arbeit bezweckt, etwaige Verschiedenheiten von Lokalformen an einem größeren Material festzustellen, als es KEILHACK zu Gebote stand, und ferner, die Zulässigkeit des Schlusses von solchen Verschiedenheiten auf Unterschiede der Rassenzugehörigkeit, d. h. der Blutsverwandtschaft, der Lokalformen zu prüfen.

An Merkmalen wurden untersucht: die Zahl der Rumpf- und der Schwanzwirbel, die Strahlzahl der After-, der Rücken-, sowie, bei KYLES und bei meinem Material, der linken und der rechten Brustflosse. Von diesen erleiden die Wirbelzahlen und die Strahlzahlen der Kielflossen bei Exemplaren der gefundenen Totallängen keine, die Strahlzahl der Brustflossen, wenn überhaupt irgendwelche Abänderungen, eine geringe Zunahme mit wachsender Totallänge. Diese Merkmale erscheinen daher besonders geeignet zur Feststellung lokaler Verschiedenheiten.

Wie KEILHACK, ziehe ich das Material nahe beieinander liegender Fangorte in je eine Gruppe zusammen und vergleiche diese letzteren miteinander. Von den einzelnen Fundorten und auf die einzelnen Merkmale sind im ganzen untersucht: (s. die Tabelle auf S. 199).

Den Totallängen nach erweist sich das Helgolander Material (Gruppe II) als das jugendlichste; seine Zentralwerte sind noch kleiner als diejenigen der Ostseegruppe, obgleich diese eine Zwergform der Scholle darstellt. Wesentlich größer als diese beiden sind die Schollen der westlichen Nordsee, von denen die ostschottische (Gruppe IV) die vom Kanaleingang (Gruppe III) an Länge noch übertrifft. In allen vier Untersuchungsgruppen erweisen sich sowohl den Extrem- wie den Zentralwerten nach die Weibchen größer als die Männchen.

Auffällig ist die Verschiebung der relativen Häufigkeit der Geschlechter der vier Gruppen:

	♂	♀	Wahrsch. Fehler
I. SW.-Ostsee	38,4 %	61,6 %	2,7 %
II. Helgoland	40,2 ..	59,8 ..	1,3 ..
III. SW.-Nordsee	57,0 ..	43,0 ..	1,2 ..
IV. O.-Schottland	61,7 ..	38,3 ..	1,6 ..

Sie entspricht in keiner Weise der zu erwartenden Zunahme der Zahl der Weibchen mit zunehmender Totallänge der Tiere. Doch dürfte ohne nähere Kenntnis der Fangzeiten, des Fischgrundes und des Lebensalters des Materials kein besonderer Nachdruck auf diese Befunde zu legen

Fundort	Geschlecht			Totallängen in Millimetern ¹⁾			Merkmale				
	♂	♀	?	♂	♀	?	Wirbel	Alten-Rückenflosse	Brustflosse	rechte Brustflosse	linke Brustflosse
I.											
1. Greifswald	4	7	—	196—226 (211)	212—289 (255)	—	11	11	11	11	11
2a. Niendorf 1893	21	34	—	197—277 (229)	223—312 (257)	—	52	55	55	55	55
2b. Niendorf 1904	—	—	218	—	—	—	218	—	—	—	—
3. Kiel	17	16	—	240—297 (274)	249—299 (208,5)	—	32	33	33	32	32
4. Eckernförde (KYLE)	4	33	—	255—310 (294)	255—396 (317)	—	47	47	47	47	47
I. SW.-Ostsee	56	90	218	196—310 (255)	212—396 (275)	—	142	364	116	145	145
II.											
5. Helgoland (KEHLA)	199	244	—	100—330 (210)	94—390 (220)	—	439	443	443,2)	—	—
6. " (KYLE)	42	122	21	78—376 (285,5)	79—464 (321,5)	68—180	179	185	185	182	182
7. " (D)	35	45	7	134—289 (224)	193—326 (240)	60—189	86	87	87	87	87
II. Helgoland	276	411	28	78—376 (225)	79—464 (249)	—	704	715	715	219	269
III.											
8. Kanalengang (KEHLA)	250	155	—	170—440 (270)	180—620 (330)	—	405	405	405	—	—
9. Helder (KYLE)	68	82	50	241—450 (290)	249—428 (283)	210—369	200	200	200	199	200
10. Lowestoft (KYLE)	95	75	—	245—429 (325)	235—476 (312)	—	170	170	170	170	170
III. SW.-Nordsee	413	312	50	170—450 (290)	180—620 (310)	—	775	775	775	369	370
IV.											
11. St. Andrews (KYLE)	28	26	—	267—344 (295,5)	270—329 (297,5)	—	54	54	54	54	54
12. Aberdeen (KYLE)	127	73	—	255—443 (325)	270—458 (328)	—	200	200	200	200	200
13. Schott. Ostküste (KEHLA) . .	121	72	—	240—420 (330)	250—710 (330)	—	193	193	193	—	—
IV. O.-Schottland	276	171	—	240—443 (325)	250—710 (335)	—	417	417	417	254	254

¹⁾ KEILHACK gibt, entsprechend den Methoden der internationalen Meeresforschung, die Längenmaße in ganzen Zentimetern (25,0—27,9 = 27 cm), die durchschnittlich um + 0,5 cm zu korrigieren sein dürfen. KYLES und meine Messungen sind auf Millimeter ausgeführt; ich behalte deshalb diese Art der Messung bei. Den beobachteten Längenextremen sind (in Klammern) die zentralen Längenwerte jeder Gruppe hinzugefügt.

²⁾ Unter Fortlassung eines ♂ (d. c. Tab. I, Nr. 227), bei welchem von sämtlichen Merkmalen nur die Rückenflosse (76 Strahlen) untersucht war.

sein. Insgesamt finden sich unter 2005 Exemplaren bekannten Geschlechts 1021 ♂ = 50,9 %.

In den Anhangstabellen 1a—1c dieser Arbeit ist das Material geordneter Variantenkombinationen der abdominalen mit der kaudalen Wirbelzahl, der Strahlzahl der After- mit der der Rückenflosse, sowie der Strahlzahlen der linken und der rechten Brustflosse für die 13 Einzelfangorte getrennt angegeben, so daß es noch andere Gruppierungen als die von mir gewählten zuläßt.

2. Methode.

Nach Auszählung der Untersuchungstabellen auf die Variationsreihen der sechs Merkmale und die Variantenkombinationen der wichtigeren Merkmalpaare wurden die Mittel (A) und die Hauptabweichungen (v) der Variationsreihen nebst ihren wahrscheinlichen Fehlern E (A) und E (v) bestimmt, aus den Kombinationsschemata (vgl. Anhangstabelle 2) der einzelnen Merkmalpaare die Korrelationskoeffizienten (ρ) berechnet und, je nachdem positive oder negative Korrelation vorlag, die Differenz- resp. die Summenreihe¹⁾ des Merkmalpaars aufgestellt, deren Mittel und Hauptabweichungen nebst ihren wahrscheinlichen Fehlern ebenfalls bestimmt wurden. Die Summenreihe der Wirbelzahlen ergibt die Variationsreihe der Wirbelsumme, die Differenzreihe der Kielflossen (Strahlzahl der Rücken- minus der der Afterflosse) annähernd die Variationsreihe der dem abdominalen Abschnitt der Wirbelsäule angehörigen Rückenflossenstrahlen, die Differenzreihe der Brustflossen (rechte minus linke Strahlzahl) die Schwankungen individueller Asymmetrie dieses Merkmalpaars.

Der Vergleich zahlreicher individueller numerischer Befunde ist nur mittelst der Methode der Durchschnittswerte möglich. Für jede numerische Variationsreihe sind mindestens zwei derselben, ihre Bestimmungswerte, erforderlich: das arithmetische Mittel ihrer Varianten und ihre Hauptabweichung („standard deviation“), die Wurzel aus dem „mittleren Fehlerquadrat“ der Variationsreihe, d. h. aus dem Mittel der ins Quadrat erhobenen Abweichungen der einzelnen Varianten vom arithmetischen Mittel der Reihe. Diese Größe mißt die „Streuung“ oder die Variabilität der Reihe; sie wird um so größer, je zahlreichere verschiedenartige Varianten eines Merkmals innerhalb einer gegebenen Individuenmenge angetroffen werden. Doch nicht nur von der absoluten Zahl solcher Varianten, sondern auch von ihrer Frequenzverteilung innerhalb der Variationsreihe hängt

¹⁾ Über die einfache Ableitung dieser Reihen aus dem Kombinationsschema vgl. meine Arbeit „Symmetrie und Asymmetrie bei bilateralen Tieren“ in Arch. f. Entw.-Mech., 1904, Bd. XIV, H. 4, p. 538—539.

die Variabilität der letzteren ab. So ist z. B. bei fünf Varianten und 100 Individuen der Verteilung

die Hauptabweichung

$V \dots \dots \dots$	-2	-1	0	1	2	v
$f_1 \dots \dots \dots$	1	4	90	4	1	0,4,
$f_2 \dots \dots \dots$	6,25	25	37,5	25	6,25	1,0,
$f_3 \dots \dots \dots$	20	20	20	20	20	$\sqrt{2} = 1,4142$

Im ersten Verteilungsfall ist die Wahrscheinlichkeit, die Variante Null 22 mal¹⁾ ohne Unterbrechung hintereinander herauszugreifen, ebenso groß wie diejenige, eine der sämtlichen übrigen auch nur ein einziges Mal anzutreffen ($= \frac{1}{10}$): im letzten dagegen haben alle fünf Varianten gleiche Wahrscheinlichkeit, gefunden zu werden. Die Beurteilung der Variabilität eines numerischen Merkmals nach seinem Variationsumfang ist daher ein irreführendes Verfahren, das aus wissenschaftlichen Arbeiten endgültig verschwinden sollte.

Die einzelnen Varianten eines numerischen Merkmals seien, ihrem Zahlenwert nach geordnet, mit V_1, V_2 usw., die ihnen zugehörigen Frequenzen mit f_1, f_2 usw., sein arithmetisches Mittel mit A , seine Hauptabweichung mit v bezeichnet. Dann bedeutet

$\Sigma(f) = f_1 + f_2 + \dots = n$ die Summe der untersuchten Individuen;
ferner

$\Sigma(V^r) = f_1 \cdot V_1^r + f_2 \cdot V_2^r + \dots$ die Summe aller Varianten r ter Potenz.

und es ist

$$\frac{1}{n} \Sigma(V) = A,$$

$$\frac{1}{n} \Sigma(V^2) = A^2 + v^2.$$

Bezeichnet ferner $V - A$ die Abweichung einer einzelnen Variante vom arithmetischen Mittel der Reihe, so ist

$$\frac{1}{n} \Sigma(V - A) = 0,$$

$$\frac{1}{n} \Sigma(V - A)^2 = v^2.$$

¹⁾ Genauer 21,85 mal.

Hieraus folgt, daß v^2 ein Minimum, d. h., daß die mittlere quadratische Abweichung der Varianten von irgendeinem andern, als dem Mittelwert der Reihe, z. B. von $A \pm d$, stets größer ist, als v^2 , denn es ist

$$\frac{1}{n} \sum (V - [A \pm d])^2 = v^2 + d^2.$$

Auf dieser Eigenschaft der Hauptabweichung, ein Minimum zu sein, beruht ihre besondere Bedeutung als Maß der Variabilität gegenüber der durchschnittlichen, der wahrscheinlichen Abweichung usw.

Die durch Untersuchung erhaltene Variationsreihe eines Merkmals stellt naturgemäß nur eine Stichprobe aus der sehr viel größeren Gesamtmenge existierender Individuen der Formengemeinschaft dar. Die aus ihr ermittelten Durchschnittswerte sind daher den wahren Durchschnittswerten der Gesamtheit gegenüber als fehlerhaft anzusehen. Die Zuverlässigkeit eines empirischen Durchschnittswertes steigt einerseits mit der Anzahl der Beobachtungen, aus denen er gewonnen ist, andererseits sinkt sie bei zunehmender Variabilität dieser Beobachtungen. Denkt man sich die Bestimmung eines Durchschnittswertes, etwa von A , aus je n Beobachtungen so häufig wiederholt, wie die Gesamtmenge existierender Individuen dies zuläßt, so ist der wahrscheinliche Fehler desselben, hier also $\pm E(A)$, diejenige Abweichung von seinem wahren Betrag, innerhalb deren Grenzen sich die Hälfte aller für A aus je n Beobachtungen bestimmten Einzelwerte halten würden, während die andere Hälfte außerhalb dieser Grenzen läge.

Der wahrscheinliche Fehler des arithmetischen Mittels einer Variationsreihe ist

$$E(A) = \frac{\lambda v}{\sqrt{n}},$$

wo die numerische Konstante $\lambda = 0,67449$; derjenige ihrer Hauptabweichung angennähert¹⁾

$$E(v) = \frac{\lambda v}{\sqrt{2n}}.$$

Die Angabe eines Durchschnittswertes ohne seinen wahrscheinlichen Fehler ist statistisch unvollständig.

¹⁾ Exakt: $E(v) = \frac{\lambda v}{2} \sqrt{\frac{\beta_4 - 1}{n}}$, wo $\beta_4 = \frac{\frac{1}{n} \sum (V - A)^4}{v^4}$.

Der wahrscheinliche Fehler der Summe resp. der Differenz zweier Mittel beträgt

$$E(A_1 \pm A_2) = \sqrt{E^2(A_1) + E^2(A_2)} = \lambda \sqrt{\frac{v_1^2}{n_1} + \frac{v_2^2}{n_2}},$$

der entsprechende Fehler zweier Hauptabweichungen angenähert

$$E(v_1 \pm v_2) = \sqrt{E^2(v_1) + E^2(v_2)} = \lambda \sqrt{\frac{v_1^2}{2n_1} + \frac{v_2^2}{2n_2}}.$$

Der Vergleich verschiedener Individuengruppen in bezug auf ein numerisches Merkmal beruht auf den Differenzen der homologen Durchschnittswerte dieses Merkmals. Solange die Differenzen den Betrag ihres wahrscheinlichen Fehlers nicht überschreiten, haben sie für den Vergleich als nichtssagend zu gelten, und erst, wenn sie größer als das Doppelte ihres wahrscheinlichen Fehlers sind, kommt ihnen reale Bedeutung zu. Ein bequemes Maß für die Bedeutsamkeit solcher Differenzen ist daher der Differenzquotient (Dq), d. h. der Quotient zwischen der gefundenen Differenz und ihrem wahrscheinlichen Fehler

$$Dq(a - b) = \frac{a - b}{\sqrt{E^2(a) + E^2(b)}}$$

mit dem konstanten wahrscheinlichen Fehler ± 1 . Insbesondere kommt der Differenzquotient bei der Feststellung sexueller Verschiedenheiten numerischer Merkmale in Betracht; solche liegen erst dann mit Sicherheit vor, wenn die homologen Differenzquotienten aller auf das betreffende Merkmal untersuchten Gruppen ($\sigma - \varphi$) dasselbe Vorzeichen aufweisen und absolut größer als Zwei sind.

Der wahrscheinliche Fehler einer einzelnen Frequenz (f) unter n Beobachtungen ist

$$E(f) = \lambda \sqrt{\frac{f(n-f)}{n}},$$

derjenige einer relativen Frequenz ($q = f/n$) daher

$$E(q) = \lambda \sqrt{\frac{q(1-q)}{n}},$$

welcher für $q = 0.5$ ein Maximum wird:

$$E(0.5) = \frac{0.337245}{\sqrt{n}}.$$

Eine Variationsreihe ist repräsentativ, wenn die relativen Frequenzen ihrer Varianten, g_1, g_2 usw., durch Hinzufügung weiterer Beobachtungen nicht mehr wesentlich verändert werden.

Beim Vergleich verschiedener Individuengruppen hinsichtlich einzelner variabler Merkmale erhebt sich nicht selten die Frage nach dem Grade ihrer Übereinstimmung oder Verschiedenheit. Im Folgenden sei eine Methode zur Messung des absoluten Grades der Divergenz zweier Individuengruppen hinsichtlich eines beliebigen numerischen Merkmals entwickelt.

Zwei Individuengruppen divergieren hinsichtlich eines Merkmals, wenn die prozentualen Variationsreihen desselben bei ihnen nicht identisch sind. Dies kommt bei numerischen Merkmalen darin zum Ausdruck, daß die inhaltgleichen graphischen Darstellungen ihrer Variationsreihen (Variationspolygone, Variationskurven) sich nicht vollständig decken, sei es wegen Verschiedenheit ihrer Lage zur Abszisse (Verschiedenheit der angetroffenen Varianten), sei es wegen Verschiedenheit ihrer Form (Verschiedenheit der Frequenzverteilung), sei es aus beiden Ursachen gemeinschaftlich. Je größer die Divergenz der Individuengruppen hinsichtlich eines numerischen Merkmals, um so kleiner ist daher die gemeinsame Deckungsfläche der graphischen Darstellungen der prozentualen Variationsreihen dieses Merkmals.

Das scheinbar einfachste Verfahren beim Vergleich zweier Individuengruppen auf ein numerisches Merkmal hin wäre nun offenbar, die prozentualen Frequenzen seiner beiden Variationsreihen zu berechnen, diese in Form zweier Variationspolygone graphisch darzustellen und denjenigen ihrer Flächenteile zu ermitteln, zu welchem sie sich decken. Diesem Verfahren haftet jedoch der Nachteil an, daß Formverschiedenheiten der Variationspolygone, welchen andere Ursachen als die Verschiedenheit ihrer Hauptabweichungen, nämlich Verschiedenheiten ihrer höheren Momentquotienten¹⁾ zugrunde liegen, ihren Deckungsbereich so sehr beeinflussen, daß die Vergleiche von Fall zu Fall auf ungleichen Voraussetzungen beruhen und ihre Resultate unter sich unvereinbar bleiben würden.

Man beschränkt sich daher vorteilhafterweise darauf, den höheren Momentquotienten je einen einzigen bestimmten Wert beizulegen, der ihren wirklichen Werten in der Regel dann nahekommt, wenn das numerische Merkmal Altersänderungen nicht unterliegt und die Individuen

¹⁾ Unter dem ν ten Momentquotienten (β_ν) einer numerischen Variationsreihe versteht man das Mittel aus den ν ten Potenzen der Abweichungen ihrer Einzelvarianten von ihrem arithmetischen Mittelwert, ausgedrückt durch die ν te Potenz der Hauptabweichung, also

$$\beta_\nu = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sum (V - A)^\nu}{r^\nu}.$$

Dann ist stets $\beta_1 = 0$ und $\beta_2 = 1$.

der untersuchten Gruppe einer einzigen Formengemeinschaft angehören, nämlich ihren Wert bei der bekannten GAUSSSchen Fehlerkurve, für welche $\beta_3 = \beta_5 = \beta_{2r+1} = 0$ und $\beta_4 = 1 \cdot 3 = 3$, $\beta_6 = 1 \cdot 3 \cdot 5 = 15$ usw., allgemein $\beta_{2r} = 1 \cdot 3 \dots (2r-1)$. Diese vielfach auch als „Normalkurve“ bezeichnete Fehlerkurve stellt die Entwicklung des Binoms $(\frac{1}{2} + \frac{1}{2})^c$ dar, wenn man für c sehr große Werte annimmt. Sie ist um ihre Maximalordinate symmetrisch und erstreckt sich, nach beiden Seiten hin abfallend, theoretisch zwar unendlich weit, mündet aber tatsächlich bereits im Abstand der vierfachen Hauptabweichung von der Symmetrieordinate asymptotisch in die Abszissenachse ein; ihr endlicher Bereich ist also nur $A \pm 4v$. Unter den vorhin angeführten Bedingungen gibt die Normalkurve die Frequenzverteilung der Varianten eines numerischen Merkmals in guter Annäherung wieder; ihre Lage zur Abszisse wird ausschließlich durch den Mittelwert, ihre Form ausschließlich durch die Hauptabweichung des Merkmals bedingt.

Denkt man sich die prozentualen Variationsreihen eines numerischen Merkmals bei zwei Individuengruppen (I und II) durch inhaltgleiche Normalkurven der Form

$$y = \frac{100}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(V-A)^2}{2v^2}}$$

von gleichen Mitteln und gleichen Hauptabweichungen, wie die Variationsreihen dargestellt, so können sich diese nur dann vollständig decken, wenn $A_I = A_{II}$ und $v_I = v_{II}$. Nun sind erfahrungsgemäß die Hauptabweichungen eines Merkmals bei verschiedenen Individuengruppen derselben Spezies in der Regel auch dann noch recht ähnlich, wenn seine Mittel bei ihnen erhebliche Differenzen aufweisen; das Auseinanderfallen der Variationskurven beruht also hauptsächlich auf der Verschiedenheit ihrer Mittel. Nimmt man zunächst an, daß ihre Hauptabweichungen vollkommen gleich sind, so werden die Kurven kongruent, und es liegt, wenn $A_{II} - A_I = d$, ihre Schnittpunktordinate bei $\frac{d}{2}$, in gleichem Abstand von ihren zu A_I und A_{II} gehörigen Symmetrieordinaten (Tafel I, Fig. B). Betrachtet man ferner die beiden Kurven gemeinsame Hauptabweichung als Einheit der Abszissenachse, so erhalten sie die Form

$$y = \frac{100}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{d^2}{2}},$$

und ihre Schnittpunktordinate ist bestimmt durch

$$y = \frac{100}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{d^2}{8v^2}}.$$

Tatsächlich nun ist v_I fast niemals genau gleich v_{II} , und die prozentualen Variationskurven sind daher nicht kongruent, sondern nur inhaltsgleich. Inhaltgleiche, nicht kongruente Normalkurven aber, die sich teilweise decken, ergeben stets zwei Schnittpunktordinaten, deren Abszissenabstände von A_I mit x_1 und x_2 , von A_{II} mit $x_1 - d$ und $x_2 - d$ bezeichnet seien. Jede dieser Schnittpunktordinaten gehört sowohl der Kurve I als auch der Kurve II an und ist daher durch die beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} y &= \frac{100}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2v_I^2}} \\ &= \frac{100}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-d)^2}{2v_{II}^2}} \end{aligned}$$

bestimmt. Aus diesen aber ergibt sich die quadratische Gleichung

$$x = \frac{dv_I^2}{v_I^2 - v_{II}^2} \pm \frac{v_I v_{II}}{v_I^2 - v_{II}^2} \sqrt{d^2 + 2(v_I^2 - v_{II}^2) \ln \frac{v_I}{v_{II}}}. \quad (1)$$

deren beide Wurzeln x_1 und x_2 die Abszissenabstände der Fußpunkte der Schnittpunktordinaten von A_I sind. Diese Punkte seien

$$P_1 = A_I + x_1 = A_{II} - d + x_1 \text{ und } P_2 = A_I + x_2 = A_{II} - d + x_2.$$

Solange nun v_I und v_{II} ungleich, erhält man endliche Werte für x_1 und x_2 ; nicht selten jedoch für einen der beiden so große, daß P_1 resp. P_2 weit außerhalb des endlichen Kurvenbereichs fällt und die zu ihm gehörige Schnittpunktordinate nur unmerklich von Null abweicht (Tafel I, Fig. D).

Haben x_1 und x_2 gleiche Vorzeichen, so liegt eine der Schnittpunktordinaten zwischen den Symmetrieordinaten der beiden Kurven, die andere außerhalb derselben (Tafel I, Fig. A). Haben x_1 und x_2 entgegengesetzte Vorzeichen, so liegen die Symmetrieordinaten der Kurven zwischen den beiden Schnittpunktordinaten, solange die letzteren innerhalb des endlichen Kurvenbereichs fallen (Tafel I, Fig. C).

Ist $v_I = v_{II}$, so sind die Wurzeln der Gleichung (1)

$$x_1 = \frac{dv_I}{v_I - v_{II}} = \pm \infty, \quad x_2 = \frac{dv_I}{v_I + v_{II}} = \frac{d}{2},$$

d. h. man findet nur eine Schnittpunktordinate, welche in der Mitte zwischen den Symmetrieordinaten der beiden Kurven liegt (Tafel I, Fig. B).

Bei zwei Schnittpunktordinaten werden, außer durch diese selbst, vom gemeinsamen Deckungsbereich der beiden Kurven durch die flachere derjenige seiner Flächenabschnitte, welcher innerhalb, durch die steilere die beiden seiner Flächenabschnitte begrenzt, welche außerhalb dieser Ordinaten liegen (Tafel I, Fig. A u. C). Stets ist die flachere Kurve die, welche die größere Hauptabweichung aufweist. Ist im endlichen Kurvenbereich nur eine Schnittpunktordinate vorhanden, so entspricht die gemeinsame Deckungsfäche den ihr beiderseits anliegenden Kurvenextremen (Tafel I, Fig. B u. D).

Die Flächenabschnitte des Deckungsbereichs ermittelt man mit Hilfe von Tabellen des Wahrscheinlichkeitsintegrals, indem man in solchen die Werte $\frac{x_1}{r_I}$, $\frac{x_2}{r_I}$, $\frac{x_1 - d}{r_{II}}$, $\frac{x_2 - d}{r_{II}}$ nacheinander als x aufschlägt und daneben die Eintragungen

(SHEPPARD)¹⁾

$$\frac{1 + \alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x - \frac{x^2}{2}} e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot dx$$

oder (DAVENPORT)²⁾

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x - \frac{x^2}{2}} e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot dx$$

findet. $\frac{\alpha}{2}$ entspricht dem Flächenabschnitt einer Normalkurve der Hauptabweichung Eins zwischen ihrer Symmetrie- und der durch die Abszisse $\pm x$ bestimmten Ordinate und kann aus der zweiten Tabelle direkt, aus der ersten durch Verkleinerung der Werte $\frac{1 + \alpha}{2}$ um 0.5 entnommen werden.

Zur Berechnung des gemeinsamen Deckungsbereichs der beiden Kurven findet man bei zwei im Endlichen liegenden Schnittpunktordinaten (Taf. I, Fig. A, C) zunächst für die flachere ihre durch $\frac{x_1}{r_I}$ und $\frac{x_2}{r_I}$ resp. durch $\frac{x_1 - d}{r_{II}}$ und $\frac{x_2 - d}{r_{II}}$ bedingten beiden Werte $\frac{\alpha}{2}$ und addiert diese, sofern die korrespondierenden x ungleiches, subtrahiert den kleineren vom größeren Betrag, sofern dieselben gleiches Vorzeichen aufweisen; so ergibt sich der

¹⁾ W. F. SHEPPARD, New tables of the probability integral. — Biometrika, Vol. II, p. 182—188 (Tables I and II).

²⁾ C. B. DAVENPORT, Statistical methods with special reference to biological variation. 2nd Ed., New York and London 1904, p. 119—125 (Table IV).

von der flacheren Kurve begrenzte Flächenabschnitt des gemeinsamen Deckungsbereichs. Hierauf findet man analog die Werte $\frac{\alpha}{2}$ für die steilere Kurve und subtrahiert jeden derselben von $\frac{1-\alpha}{2}$; die Summe der Restbeträge ist die Summe der von der steileren Kurve begrenzten Flächenabschnitte des gemeinsamen Deckungsbereichs. Bei nur einer im endlichen Kurvenbereich liegenden Schnittpunktordinate (Tafel I, Fig. B, D) addiert man die Flächenabschnitte der ihr anliegenden zum gemeinsamen Deckungsbereich gehörigen Kurvenextreme. Haben die aus (1) gefundenen endlichen Werte x und $x-d$ entgegengesetzte Vorzeichen, so liegt die Schnittpunktordinate zwischen den Symmetrieordinaten der beiden Kurven, und die Flächenwerte betragen jeweils $\frac{1-\alpha}{2}$ für $x: r_I$ und $(x-d): r_{II}$. Haben jene gleiche Vorzeichen, so liegt die Schnittpunktordinate außerhalb der Symmetrieordinaten, und es beträgt der durch die flachere Kurve begrenzte Flächenabschnitt $\frac{1+\alpha}{2}$, der durch die steilere begrenzte $\frac{1-\alpha}{2}$. Summiert man nun die sämtlichen zum gemeinsamen Deckungsbereich der beiden Kurven gehörigen Flächenabschnitte, setzt ihre Summe gleich $1-\alpha$, d. h. gleich demjenigen Wert, den er bei zwei sich zu gleichem Betrage deckenden kongruenten Normalkurven annehmen muß²⁾, und schlägt den dem letzteren $\frac{\alpha}{2}$ korrespondierenden Wert von x in den genannten Tabellen auf, so erhält man den Divergenzkoeffizienten der beiden Individengruppen, der mit t_1 bezeichnet sei und in seinem Vorzeichen mit d übereinstimmt.

Der Divergenzkoeffizient ist also der halbe Abstand der Symmetrieordinaten zweier kongruenter Normalkurven, ausgedrückt durch die beiden gemeinsame Hauptabweichung, welche sich ebenso weitgehend decken wie zwei inhaltgleiche Normalkurven der empirisch gegebenen Mittel A_I und A_{II} und der entsprechenden Hauptabweichungen r_I und r_{II} . Er ist eine unbenannte Zahl und das absolute Maß der Divergenz zweier Individengruppen in bezug auf ein numerisches Merkmal, unabhängig von dessen Bezeichnung sowie von der Größe seiner Mittel und Hauptabweichungen und basiert auf der in der Regel zutreffenden Voraussetzung, daß die

¹⁾ Da nämlich $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot dx = \frac{1}{2}$.

²⁾ Da ja $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{+x} e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot dx$.

Variation eines solchen Merkmals durch Normalkurven annähernd richtig darstellbar sei¹⁾.

Ist bei geringer Verschiedenheit von v_I und v_{II} oder bei beträchtlicher Größe der Differenz $A_{II} - A_I = d$ der stets positive Ausdruck

$$2(v_I^2 - v_{II}^2) \ln \frac{v_I}{v_{II}}$$

dem Wert d^2 gegenüber so klein, daß er in der Rechnung vernachlässigt werden darf, so erhält man als Wurzeln der Gleichung (1)

$$x_1 = \frac{dv_I}{v_I - v_{II}}, \quad x_2 = \frac{dv_I}{v_I + v_{II}},$$

von denen nur die zweite in Betracht kommt, solange $\left(\frac{d}{v_I - v_{II}}\right)^2 > 16$
oder $\left(\frac{Dq(A)}{Dq(v)}\right)^2 > 8$. Für diesen Fall ergibt sich als Näherungswert des Divergenzkoeffizienten²⁾

$$\mathcal{A}_2 = \left[\frac{x}{v_I} = \frac{d - x}{v_{II}} \right] = \frac{A_{II} - A_I}{v_I + v_{II}}, \quad (2)$$

dessen Ermittlung natürlich bedeutend bequemer ist als die von \mathcal{A}_1 . Mit letzterem stimmt er um so genauer überein, je größer der bei seiner Anwendbarkeit stets positive Wert $\left(\frac{d}{v_I - v_{II}}\right)^2 - 16$.

Umgekehrt endlich kann man den Deckungsbereich zweier empirischer prozentualer Variationspolygone rechnerisch bestimmen³⁾ und den diesem korrespondierenden Rohwert \mathcal{A}' in derselben Weise wie \mathcal{A}_1 in den Tabellen des Wahrscheinlichkeitsintegrals auffinden. Er bleibt dem letzteren ähnlich, solange die Variation des Merkmals annähernd normal ist.

Der wahrscheinliche Fehler des Divergenzkoeffizienten \mathcal{A}_1 ist nur mit Hilfe desjenigen des gemeinsamen Deckungsbereichs der Variationskurven zu ermitteln. Der letztere ist

$$E(1 - \omega) = \lambda \sqrt{\omega(1 - \omega) \left(\frac{1}{n_I} + \frac{1}{n_{II}} \right)}.$$

¹⁾ Einige Rechnungsbeispiele s. auf p. 210 ff.

²⁾ Ohne Ableitung zuerst von mir verwendet zur Messung der Divergenz von Lokalformen von *Siphonostoma typhle* L. in dieser Zeitschr. 1908, Bd. XXV, p. 17 ff.

³⁾ Cf. meine Arbeit „Symmetrie und Asymmetrie“ in Arch. f. Entw.-Mech. 1904, Bd. XVII, H. 4, p. 554—555.

Dann ist die halbe Differenz der den Flächenstücken $(1 - \alpha) + E(1 - \alpha)$ und $(1 - \alpha) - E(1 - \alpha)$ entsprechenden A_1 -Werte als angenäherter wahrscheinlicher Fehler von A_1 , bestimmt aus $1 - \alpha$, zu betrachten.

Der wahrscheinliche Fehler des Näherungswertes A_2 ist, seiner Ableitung entsprechend,

$$E(A_2) = \frac{\sqrt{E^2(A_I) + E^2(A_{II})}}{v_I + v_{II}} = \lambda \frac{\sqrt{\frac{v_I^2}{n_I} + \frac{v_{II}^2}{n_{II}}}}{v_I + v_{II}}.$$

Zwischen dem Näherungswert, seinem wahrscheinlichen Fehler und dem Differenzquotienten der verglichenen Mittel besteht somit die Beziehung

$$A_2 = E(A_2) \cdot Dq(A_{II} - A_I).$$

Der wahrscheinliche Fehler des Rohwerts A' ist, analog dem von A_1 , aus dem gemeinsamen Deckungsbereichs der Variationspolygone abzuleiten.

Zur Erläuterung des Vorhergehenden mögen einige numerische Beispiele dienen. Sämtliche Kurven der Fig. A, B, C und D auf Tafel I sind inhaltgleich. In Fig. A sind zwei Kurven dargestellt, von denen die flachere durch $A_I = 0$, $v_I = 2$, die steilere durch $A_{II} = 1,5$, $v_{II} = 0,5$ bestimmt ist. Die Lage ihrer Schnittpunktordinaten ist daher durch die Gleichung

$$x = \frac{1,5 \cdot 4}{3,75} \pm \frac{1}{3,75} \sqrt{2,25 + 7,5 \ln 4}$$

gegeben, so daß

$$\begin{aligned} x_1 &= 2,5483, & x_1 - d &= 1,0483, \\ x_2 &= 0,6517, & x_2 - d &= -0,8483. \end{aligned}$$

Dann ist nach DAVENPORTS Tabelle

für x	$\frac{\alpha}{2}$	und der gemeinsame Deckungsbereich	
1. $x_1 : v_I$	= 1,27415	0,39869	$\alpha_1 : 2 = 0,39869$ { begrenzt durch Kurve I
2. $x_2 : v_I$	= 0,32585	0,12772	$-\alpha_2 : 2 = -0,12772$ { gleiche Vorzeichen von x_1 u. x_2
3. $(x_1 - d) : v_{II}$	= 2,09660	0,48198	$(1 - \alpha_3) : 2 = 0,01802$ { begrenzt durch Kurve II
4. $(x_2 - d) : v_{II}$	= -1,69660	0,45511	$(1 - \alpha_4) : 2 = 0,04489$ { begrenzt durch Kurve II
		$1 - \alpha = 0,33388$	total.

Hieraus ergibt sich $\frac{\alpha}{2} = 0,33306$, $x = A_1 = 0,96636$.

In Fig. B ist

$$A_I = 0, v_I = 1, A_{II} = 1,93272, v_{II} = 1,$$

$$x_1 = \infty, x_2 = \frac{d}{2} = 0,96636 = A_1, \frac{\alpha}{2} = 0,33306, 1 - \alpha = 0,33388.$$

Die beiden Kurven I und II in Fig. A und in Fig. B decken sich mithin zu genau dem gleichen Betrage.

In Fig. C ist $A_I = 0$, $v_I = 1$, $A_{II} = 0,3$, $v_{II} = 0,9$, folglich

$$x = \frac{0,3 \cdot 1}{0,19} \pm \frac{0,9}{0,19} \sqrt{0,09 + 0,38 \ln \frac{10}{9}},$$

Deckungsbereich

$$\begin{array}{lll} x_1 = 3,28709 & x_1 : v_I = 3,28709 & \alpha_1 : 2 = 0,49949 \\ x_2 = -0,12919 & x_2 : v_I = -0,12919 & \alpha_2 : 2 = 0,05140 \\ x_1 - d = 2,98709 & (x_1 : d) : v_{II} = 3,31899 & (1 - \alpha_3) : 2 = 0,00045 \\ x_2 - d = -0,42919 & (x_2 : d) : v_{II} = -0,47688 & (1 - \alpha_4) : 2 = 0,31672 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{begrenzt durch Kurve I} \\ \text{(entgegengesetzte Vor-} \\ \text{zeichen von } x_1 \text{ u. } x_2) \\ \text{zwischen } x_1 \text{ u. } x_2 \\ \text{begrenzt durch Kurve II} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1 - \alpha = 0,86806 \\ \text{total.} \end{array}$$

mithin $\frac{\alpha}{2} = 0,06597$ und $A_I = 0,1661$.

Die Schnittpunktordinate bei $P_I = A_I + x_1 = A_{II} - d + x_1$ liegt bereits fast an der oberen Grenze des endlichen Bereichs der beiden Kurven. Vernachlässigt man ihre geringe Entfernung von derselben, so hat man in obiger Addition $\frac{\alpha_1}{2} = 0,5$ und $\frac{1 - \alpha_3}{2} = 0,0$ zu setzen; dann ist

$1 - \alpha = 0,86812$, $\frac{\alpha}{2} = 0,06594$ und wiederum $A_I = 0,1661$.

Fig. D endlich stellt zwei Kurven dar, für welche $A_I = 0$, $v_I = 2$, $A_{II} = 3$, $v_{II} = 1,5$, folglich

$$x = \frac{3 \cdot 4}{1,75} \pm \frac{3}{1,75} \sqrt{9 + 3,5 \ln \frac{4}{3}},$$

Deckungsbereich (entgegengesetzte Vorzeichen von x_2 und $x_2 - d$)

$$\begin{array}{lll} x_1 = 12,28006 & x_1 : v_I = 6,14003(\infty) & (1 - \alpha_1) : 2 = 0 \\ x_2 = 1,43422 & x_2 : v_I = 0,71711 & (1 - \alpha_2) : 2 = 0,23666 \text{ Extrem der Kurve I} \\ x_1 - d = 9,28006 & (x_1 - d) : v_{II} = 6,18671(\infty) & (1 - \alpha_3) : 2 = 0 \\ x_2 - d = -1,56578 & (x_2 - d) : v_{II} = -1,04385 & (1 - \alpha_4) : 2 = 0,14828 \text{ Extrem der Kurve II} \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ 1 - \alpha = 0,38494 \text{ total.} \end{array}$$

mithin $\frac{\alpha}{2} = 0,30753$, $A_I = 0,8689$. Der Divergenzkoeffizient dieser Kurven ist also etwas kleiner als der der Kurvenpaare in Fig. A und B¹⁾.

¹⁾ Ist $A_I = A_{II}$, so ist $d = 0$ und die Gleichung (1) wird zu

$$x = \pm v_I v_{II} \sqrt{\frac{2 \ln \frac{v_I}{v_{II}}}{v_I^2 - v_{II}^2}}.$$

Dann ist z. B. für $v_I = 2$ und $v_{II} = 0,5$, wie in Fig. A, $A_I = 0,8354$, d. h. fast von demselben Betrag, wie für Fig. D.

Aus dem empirischen Material dieser Arbeit führe ich drei Beispiele mit verschiedenen großen Quotienten $\frac{d}{v_I - v_{II}}$ zum Vergleich von A_1 , A_2 und A' an; es handelt sich um die Divergenz der Ostsee- (I) von der Helgolander Gruppe (II).

1. Zahl der Rumpfwirbel.

$$\begin{aligned} A_I &= 12,66901, & A_{II} &= 12,82102, & d &= 0,15201 \\ v_I &= 0,57802, & v_{II} &= 0,44506, & \frac{d}{v_I - v_{II}} &= 1,14 \\ x &= \frac{0,15201 \cdot 0,33411}{0,13603} \pm \frac{0,25725}{0,13603} \sqrt{0,02311 + 0,27206 \cdot 0,26140} \\ x_1 &= 0,95386 & J_1 &= 0,2068 \pm 0,0294 & 1 - \alpha &= 0,83616 \pm 0,02297 \\ x_2 &= -0,20714 & J_2 &= 0,1486 \pm 0,0338 & J' &= 0,2080 \pm 0,0295 & 1 - \alpha' &= 0,83525 \pm 0,02302 \end{aligned}$$

2. Strahlzahl der Afterflosse.

$$\begin{aligned} A_I &= 49,42033, & A_{II} &= 53,76643, & d &= 4,34610 \\ v_I &= 2,16915, & v_{II} &= 2,18065, & \frac{d}{v_I - v_{II}} &= -377,92 \\ x &= -\frac{4,34610 \cdot 4,70521}{0,05003} \pm \frac{4,73016}{0,05003} \sqrt{18,88858 + 0,10006 \cdot 0,00528766} \\ x_1 &= -819,65517 & J_1 &= 0,9991 \pm 0,0418 & 1 - \alpha &= 0,31775 \pm 0,02022 \\ x_2 &= 2,17275 & J_2 &= 0,9991 \pm 0,0217 & J' &= 1,0203 \pm 0,0423 & 1 - \alpha' &= 0,30760 \pm 0,02004 \end{aligned}$$

3. Strahlzahl der rechten Brustflosse.

$$\begin{aligned} A_I &= 10,49650, & A_{II} &= 11,05948, & d &= 0,56298 \\ v_I &= 0,82677, & v_{II} &= 0,75920, & \frac{d}{v_I - v_{II}} &= 8,33 \\ x &= \frac{0,56298 \cdot 0,68355}{0,10717} \pm \frac{0,62768}{0,10717} \sqrt{0,31695 + 0,21434 \cdot 0,08526} \\ x_1 &= 6,98182 & J_1 &= 0,3549 \pm 0,0469 & 1 - \alpha &= 0,72071 \pm 0,03132 \\ x_2 &= 0,19974 & J_2 &= 0,3550 \pm 0,0354 & J' &= 0,3372 \pm 0,0408 & 1 - \alpha' &= 0,73595 \pm 0,03077 \end{aligned}$$

Schließlich sei eine Tabelle des gemeinsamen Deckungsbereichs zweier inhaltgleicher Variationskurven für die um 0,05 steigenden Werte des Divergenzkoeffizienten mitgeteilt (siehe S. 213), die ich, der größeren Sicherheit wegen, aus SHEPPARDS und aus DAVENPORTS Integraltabellen gesondert berechnet habe. Durch einfache Interpolation lässt sich aus ihr die dritte Dezimale von A_1 mit noch hinreichender Genauigkeit ermitteln.

Nach Untersuchung der Variationsreihen der Einzelmerkmale mit Hilfe ihrer Bestimmungswerte, der Differenzquotienten der letzteren und der Divergenzkoeffizienten bleibt noch die Korrelation zu ermitteln,

Divergenzkoeffizient (J_1) und Deckungsbereich zweier inhaltgleicher Variationskurven in Prozenten ihres Flächeninhalts.

J_1	100 (1 - α)	J_1	100 (1 - α)	J_1	100 (1 - α)	J_1	100 (1 - α)
0,00	100,00	1,00	31,73	2,00	4,55	3,00	0,27
0,05	96,01	1,05	29,37	2,05	4,04	3,05	0,23
0,10	92,03	1,10	27,13	2,10	3,57	3,10	0,19
0,15	88,08	1,15	25,01	2,15	3,16	3,15	0,16
0,20	84,15	1,20	23,01	2,20	2,78	3,20	0,14
0,25	80,26	1,25	21,13	2,25	2,44	3,25	0,12
0,30	76,42	1,30	19,36	2,30	2,14	3,30	0,10
0,35	72,63	1,35	17,70	2,35	1,88	3,35	0,08
0,40	68,92	1,40	16,15	2,40	1,64	3,40	0,07
0,45	65,27	1,45	14,71	2,45	1,43	3,45	0,06
0,50	61,71	1,50	13,36	2,50	1,24	3,50	0,05
0,55	58,23	1,55	12,11	2,55	1,08	3,55	0,04
0,60	54,85	1,60	10,96	2,60	0,93	3,60	0,03
0,65	51,57	1,65	9,89	2,65	0,805	3,65	0,03
0,70	48,39	1,70	8,91	2,70	0,69	3,70	0,02
0,75	45,23	1,75	8,01	2,75	0,60	3,75	0,02
0,80	42,17	1,80	7,19	2,80	0,51	3,80	0,01
0,85	39,13	1,85	6,43	2,85	0,44	3,85	0,01
0,90	36,81	1,90	5,74	2,90	0,37	3,90	0,01
0,95	34,21	1,95	5,12	2,95	0,32	3,95	0,01
					4,00	4,00	0,01
0,12566	90,00	0,96746	33,33				
0,31864	75,00	1,15035	25,00				
0,43074	66,67	1,64490	10,00				
0,67449	50,00						

welche zwischen je zwei variierenden Einzelmerkmalen besteht. Korrelation im statistischen Sinne ist diejenige Beziehung zweier oder mehrerer Merkmale zueinander, welche bewirkt, daß die Frequenzen ihrer Variantenkombinationen sämtlich oder teilweise von ihrem wahrscheinlichen Betrag $\left(\frac{f_1 f_2}{n}, \frac{f_1 f_2 f_3}{n^2} \text{ usw.} \right)$ abweichen. Bei numerischen Merkmalen unterscheidet man ferner positive und negative Korrelation, je nachdem, daß entweder die Kombinationen höherer Varianten des einen mit höheren des anderen, ebenso niederer mit niederen, größere als die wahrscheinlichen Frequenzen aufweisen, oder daß dies bei Kombinationen niederer Varianten des einen mit höheren des anderen und umgekehrt der Fall ist.

Die Messung der Korrelationsintensität zweier numerischer Merkmale erfolgt durch das mittlere Produkt der Abweichungen ihrer kombinierten Varianten von den resp. Mitteln der Merkmale, dividiert durch das Produkt ihrer Hauptabweichungen, d. h. durch den Korrelationskoeffizienten

$$\varrho = \frac{\frac{1}{n} \sum (V - A)_1 (V - A)_2}{v_1 v_2}.$$

Bei fehlender Korrelation nämlich ist das mittlere Produkt der kombinierten Varianten der beiden Merkmale

$$\frac{1}{n} \sum (V_1 V_2) = A_1 A_2,$$

also

$$\frac{1}{n} \sum (V - A)_1 (V - A)_2 = 0$$

und

$$\varrho = 0.$$

Im Falle denkbar intensivster Korrelation, in welchem jede Variante des einen Merkmals mit nur einer einzigen des zweiten kombiniert auftritt, ist dagegen

$$\frac{1}{n} \sum (V_1 V_2) = A_1 A_2 \pm v_1 v_2,$$

also

$$\frac{1}{n} \sum (V - A)_1 (V - A)_2 = \pm v_1 v_2$$

und

$$\varrho = \pm 1.$$

Somit stellt der Korrelationskoeffizient ein Maß der Korrelationsintensität mit den Grenzwerten 0 und ± 1 dar, je nachdem positive oder

negative Korrelation zwischen den Merkmalen besteht. Sein wahrscheinlicher Fehler ist, angenähert,

$$E(\varrho) = \frac{\lambda(1-\varrho^2)}{\sqrt{n}}.$$

Zwischen den Bestimmungswerten der Variationsreihen zweier numerischer Merkmale, denen ihrer Summen- (σ) resp. Differenzreihe (δ) und ihrem Korrelationskoeffizienten bestehen folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} A_\sigma &= A_1 + A_2, \\ A_\delta &= A_1 - A_2, \\ r_\sigma &= v_1^2 + v_2^2 + 2\varrho v_1 v_2, \\ r_\delta &= v_1^2 + v_2^2 - 2\varrho v_1 v_2. \end{aligned}$$

Sind nun sämtliche Bestimmungswerte richtig aus den empirischen Daten berechnet, so müssen die Gleichungen

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \sum (V - A)_1 (V - A)_2 &= v_\sigma^2 - v_1^2 - v_2^2 \\ &= v_1^2 + v_2^2 - v_\delta^2 \end{aligned}$$

zutreffen, die daher jeweils zur Kontrolle der erforderlichen Rechnungen benutzt wurden. Die Ausführung der Rechnungen auf fünf Dezimalen geschieht nur zwecks schärferer Ausübung der Rechnungskontrolle. Morphologisch kommt höchstens die zweite Dezimale der gefundenen Werte noch in Betracht.

Die an Zahlenbeispielen erläuterte Praxis zur Erleichterung der vor kommenden Rechnungen habe ich 1904 (Arch. f. Entw.-Mech., Bd. XIV, H. 4, p. 552—555) ausführlich dargestellt.

3. Sexuelle Verschiedenheiten der Merkmale.

Bei KEILHACKS Material sind die Geschlechter getrennt tabelliert; ich benutzte es deshalb zur Feststellung etwaiger Geschlechtsverschiedenheiten der dort berücksichtigten Merkmale (Wirbelzahlen und Strahlzahlen der Kielflossen); siehe Anhangstab. 1a und 1b, Nr. 5, 8 und 13.

Zu diesem Zweck wurden in jeder Untersuchungsgruppe (II, III und IV, Tabelle S. 216) die Mittel und die Hauptabweichungen der Merkmale für jedes Geschlecht besonders bestimmt und hierauf der Differenzquotient der homologen männlichen und weiblichen Werte ermittelt. Liegen tatsächlich geschlechtliche Verschiedenheiten eines Merkmals vor, so müssen die korrespondierenden Differenzquotienten nicht nur in sämtlichen Gruppen dasselbe Vorzeichen aufweisen, sondern auch ihrem absoluten Zahlenwert nach größer als zwei sein.

	n	Rumpfwirbel		Schwanzwirbel	
		A	v	A	v
II. Helgoland	198 ♂	12,86869	0,37996	30,05051	0,67231
	241 ♀	12,79253	0,51382	30,03320	0,67478
	Dq (♂ - ♀)	2,64	- 6,57	0,40	- 0,08
III. SW.-Nordsee	250 ♂	12,93600	0,31608	30,15200	0,59405
	155 ♀	12,90968	0,30833	30,05161	0,54232
	Dq (♂ - ♀)	1,23	0,51	2,59	1,89
IV. O.-Schottland	121 ♂	12,98347	0,31448	30,05785	0,59332
	72 ♀	12,94444	0,22906	30,12500	0,52540
	Dq (♂ - ♀)	1,47	4,56	- 1,21	1,73

	n	Afterflosse		Rückenflosse	
		A	v	A	v
II. Helgoland	199 ♂	53,72864	2,05129	72,22111	2,84814
	244 ♀	53,79508	2,18579	72,40164	2,93693
	Dq (♂ - ♀)	- 0,49	- 1,40	- 0,97	- 0,67
III. SW.-Nordsee	250 ♂	54,11600	1,94488	72,78400	2,77152
	155 ♀	53,71613	2,09994	72,43226	2,86699
	Dq (♂ - ♀)	2,84	- 1,56	1,80	- 0,69
IV. O.-Schottland	121 ♂	54,28099	2,29704	72,54545	2,86328
	72 ♀	54,62500	2,19493	72,90278	2,67270
	Dq (♂ - ♀)	- 1,53	0,64	- 1,30	0,98

Von sämtlichen Differenzquotienten erfüllen nur diejenigen der Mittel der Rumpfwirbelzahl die erste der obigen Bedingungen. Demnach scheinen männliche Schollen durchschnittlich eine etwas größere Zahl von Rumpfwirbeln zu besitzen als weibliche; doch ist dieser Unterschied so geringfügig, daß nur ein einziger unter den betreffenden drei Differenzquotienten den Wert Zwei übersteigt.

Weder die Variabilität der Rumpfwirbelzahl, noch irgendein Bestimmungswert der übrigen Merkmale läßt an den drei Untersuchungsgruppen übereinstimmende sexuelle Differenzen erkennen. Es erschien daher überflüssig, bei dem Vergleich der Gruppen unseres Materials die Geschlechter getrennt zu berücksichtigen, und ich gebe im folgenden deshalb nur die Bestimmungswerte der zusammengefaßten ♂ + ♀.

4. Variation der Einzelmerkmale.

Von den hierhergehörigen Zahlenangaben findet man die Variationsreihen unserer vier Vergleichsgruppen, aus den Tabellen 1a—1c zusammengefaßt, in Tabelle 3. die Bestimmungswerte¹⁾ derselben nebst ihren wahrscheinlichen Fehlern in Tabelle 4a und die Näherungswerte der Divergenzkoeffizienten mit ihren wahrscheinlichen Fehlern sowie die Differenzquotienten der Mittel und der Hauptabweichungen für sämtliche Gruppenvergleiche in Tabelle 4b²⁾ des Anhangs. Aus letzterer gebe ich nachstehend einen kurzen, nur Vergleiche örtlich benachbarter Gruppen enthaltenden Auszug, in welchem die Näherungswerte der Divergenzkoeffizienten (Δ_2) durch die exakten Werte derselben (Δ_1) ersetzt worden sind. Durch einfache Addition der letzteren erhält man ziemlich genau den wahren Betrag der Divergenz entfernterer Gruppen (siehe Tabelle S. 218)³⁾.

a) Die Wirbelzahlen.

In KEILHACKS Arbeit ist nur die Wirbelsumme berücksichtigt, obwohl in seinen Untersuchungstabellen auch die Zahlen der abdominalen und der kaudalen Wirbel angeführt sind. Der Vergleich der Mittelwerte dieser drei Merkmale aber zeigt, daß eine bestimmt gerichtete Abänderung derselben mit den Fundorten wesentlich auf der Zahl der Rumpfwirbel beruht.

Sämtliche Variationsreihen sind monotypisch, d. h. ihre graphischen

¹⁾ Mit diesen vergleiche man die an KEILHACKS wesentlich kleinerem Material (♂ + ♀) gewonnenen:

	Rumpfwirbel		Schwanzwirbel		Afterfresse		Rückenflosse	
	A	r	A	r	A	r	A	r
I. Helgoland . . .	12,827	0,460	30,041	0,674	53,765	2,127	72,321	2,899
III. SW.-Nordsee . .	12,926	0,313	30,114	0,577	53,963	2,015	72,649	2,814
IV. O.-Schottland . .	12,969	0,286	30,083	0,570	54,409	2,266	72,679	2,799

²⁾ Soweit hier $[Dq(A)]^2 < 8[Dq(r)]^2$, weichen die angenäherten Werte des Divergenzkoeffizienten von den wahren erheblich ab und sind deswegen in [eckige] Klammern gesetzt.

³⁾ Z. B. IV-II = (IV-II) + (III-II).

Rumpfwirbel: $\Delta_1(IV-II) = 0,0873 + 0,2189 = 0,3062$ statt direkt berechnet 0,3039.
Schwanzwirbel: $\Delta_1(IV-II) = -0,0477 - 0,0639 = -0,1116 \dots \dots = -0,1091$.

Gruppendifferenz:	A_1			Dq (A)			Dq (v)		
	II-I	III-II	IV-III	II-I	III-II	IV-III	II-I	III-II	IV-III
Rumpfwinkel	0,2068	0,2189	0,0873	4,39	7,53	3,00	-5,43	-11,91	-4,10
Schwanzwinkel	0,3185	-0,0639	-0,0477	9,50	-0,25	-1,22	-3,23	-4,22	-2,51
Afterflosse	0,9991	0,0555	0,1161	46,05	1,64	5,42	0,17	-3,37	2,68
Rückentflosse	0,9142	0,0346	0,0357	30,18	1,43	1,78	0,81	-1,50	-0,15
linke Brusttflosse	0,3156	0,1864	0,0863	8,89	6,90	3,01	-3,14	0,07	-1,33
rechte Brusttflosse	0,3549	0,1445	0,2357	10,03	4,32	8,56	-1,70	-4,02	-0,21

Darstellungen (Variationspolygone) weisen nur einen Gipfel auf. Ihre Mittel sind bei der Ostseegruppe stets erheblich kleiner als bei denen der Nordsee. In letzterer steigt die Zahl der Rumpfwirbel von Gruppe II zu Gruppe IV; die der Schwanzwirbel aber bleibt bei allen drei so gut wie konstant, nimmt vielleicht sogar in derselben Reihenfolge etwas ab. Die Steigerung der Wirbelsumme von Gruppe II bis Gruppe IV ist daher ausschließlich auf die entsprechende Zunahme der Zahl der Rumpfwirbel zurückzuführen.

Ein auffälliges Verhalten zeigen die Untersuchungsgruppen hinsichtlich der Variabilität ihrer Wirbelzahlen; sowohl die der abdominalen wie die der kaudalen ist in der Ostsee bedeutend höher als in der Nordsee und nimmt in der Reihenfolge der Gruppen II bis IV der letzteren ebenfalls deutlich ab. Das Verhältnis der Hauptabweichungen der Schwanz- zu denen der Rumpfwirbelzahl beträgt bei Gruppe I (Ostsee) 1,30, bei II 1,45, bei III 1,77 und bei IV 1,85, schwankt also in ziemlich weiten Grenzen. Da, wie später gezeigt wird, die Korrelationsintensität zwischen diesen beiden Merkmalen in allen Fällen nicht sehr verschieden ist, so verhält sich auch die Variabilität der Wirbelsumme bei den vier Gruppen ähnlich wie die der Einzelmerkmale. Besonders beachtenswert erscheint einerseits die sehr hohe Variabilität der untersuchten Ostseeschollen, welche Zweifel an der Einheitlichkeit des Materials oder seiner Untersuchungsweise aufkommen lassen könnte, andererseits der Umstand, daß unter den Nordseeschollen gerade die von Helgoland, also von einem einheitlichen Fundort, stammenden die höchste Variabilität der Wirbelzahlen aufweisen.

Die Divergenz der Ostsee- von den Nordseeschollen in der Rumpfwirbelzahl beträgt nur etwa $\frac{2}{3}$ derjenigen in der Zahl der Schwanzwirbel. Unter den Gruppen der Nordseeschollen dagegen weicht die Helgolander gerade in der Rumpfwirbelzahl bedeutend von den beiden westlichen ab und steht hinsichtlich derselben ziemlich genau in der Mitte zwischen der Ostsee- und der SW.-Nordseegruppe, während alle drei Nordseegruppen in der Schwanzwirbelzahl nahezu übereinstimmen. Zur Charakteristik der Ostseeschollen gegenüber denen der Nordsee können also beide Wirbelzahlen dienen, zu derjenigen der Helgolander gegenüber den beiden westlichen Nordseegruppen nur und in geringem Maß die Zahl der Rumpfwirbel. Die Kanalscholle ist von der ost-schottischen auf Grund der Wirbelzahlen nicht mehr mit Sicherheit unterscheidbar.

b) Die Strahlzahlen der Kielflossen.

Das Verhalten der Rücken- und der Afterflosse bei den einzelnen Untersuchungsgruppen ist im allgemeinen recht ähnlich. Das Material an Ostseeschollen aber ergab für seine allerdings meist sehr kleinen Fangort-

gruppen so verschiedenartige Mittel und Hauptabweichungen der Strahlzahl der Afterflosse, daß ihre besondere Erwähnung geboten erscheint.

Fangort	A	r	n
1. Greifswald	50,63636	—	11
2a. Niendorf 1893	49,83636	2,43283	55
2b. „ 1904	49,13303	2,02410	218
2. „ total	49,27473	2,12296	273
3. Kiel	49,87879	—	33
	[49,56250] ¹⁾	—	32
4. Eckernförde	49,65957	1,87113	47
<hr/>			
SW.-Ostsee			
einschl. Niendorf 1904	49,42033	2,16915	364
ausschl. „ „	49,84932	2,30349	146

Umfangreichere Zählungen von einigen wohlgetrennten Fundorten der südwestlichen Ostsee sind jedenfalls wünschenswert.

KEILHACK betont, daß er bei 425 (statt 444 tabellierten!) Exemplaren von Helgoland zwei Maxima der Strahlzahl der Rückenflosse, nämlich bei 71 und bei 74 Strahlen, gefunden habe. Die entsprechenden Frequenzen seiner Zählung sind nebst ihren wahrscheinlichen Fehlern:

V	71	72	73	74
$f \pm E(f)$	56 ± 4.7	48 ± 4.4	56 ± 4.7	62 ± 4.9

Der Befund ist einfach die Folge der für die hohe Variabilität des Merkmals unzureichenden Menge untersuchter Individuen. Auch unser Material gibt in diesem Fall zwei falsche Maxima bei 71 und bei 73 Strahlen, während das richtige offenbar bei 72 liegen müßte. Eine ähnliche Unregelmäßigkeit ergibt die Strahlzahl der Afterflosse für die ost-schottischen Exemplare.

Die übrigen Variationsreihen sind monotypisch. Die Mittel der Strahlzahlen sind in beiden Flossen bei der Ostseegruppe ganz bedeutend niedriger als bei denen der Nordsee, welche untereinander zwar nur geringe Differenzen, aber doch von Osten (II. Helgoland) nach Westen (IV. O.-Schottland) in beiden Flossen übereinstimmend eine Zunahme der Strahlzahl aufweisen. Diese ist in der After- etwas stärker als in der Rückenflosse. Die Mittelwerte, besonders der der Afterflosse, bei der Scholle der südwestlichen Nordsee ähneln mehr denen von Helgoland als denen von O.-Schottland.

¹⁾ Abzüglich eines ♂ mit 60 A-Strahlen.

Die Variabilität jedes der beiden Merkmale bleibt in allen vier Untersuchungsgruppen ziemlich dieselbe. Die der Afterflosse ist bei Gruppe III merklich niedriger als bei den übrigen. Die Hauptabweichungen der Rückenflosse bei den einzelnen Gruppen betragen das 1,3- bis 1,4fache derjenigen der Afterflosse.

Die Divergenz der Ostseegruppe von denen der Nordsee ist in den Strahlzahlen der Kielflossen am ausgeprägtesten von allen Merkmalen, und zwar noch etwas mehr in der After- als in der Rückenflosse. Es mag von Interesse sein, hiermit die Divergenz zweier nahe verwandter Spezies von nicht sehr weit voneinander entfernten Fundorten, nämlich *Pleuronectes flesus* von Plymouth und *Pleuronectes platessa* aus der südwestlichen Nordsee, in demselben Merkmal zu vergleichen; die Bestimmungswerte der Strahlzahl der Afterflosse bei *Pl. flesus*¹⁾ sind $A = 43,6098$, $r = 1,6026$, mithin findet man für ihre Divergenz von Gruppe III unseres Materials $\lambda_1 = 2,8500$, $\lambda_2 = 2,8480$, d. h. einen gemeinsamen Deckungsbereich der Variationsgebiete von immer noch 0,44 %. — Die Nordseegruppen zeigen eine geringfügige Divergenz in der Strahlzahl der Afterflosse, während solche in der der Rückenflosse nicht mehr mit Sicherheit nachweisbar ist. Hinsichtlich ersterer steht die Scholle der südwestlichen Nordsee nur halb so weit von der von Helgoland entfernt wie von der ost-schottischen, hinsichtlich der Strahlzahl der Rückenflosse steht sie in der Mitte zwischen diesen beiden Gruppen.

Die Ostseescholle ist also den Nordseeschollen gegenüber außerordentlich deutlich durch die Strahlzahlen der beiden Kielflossen charakterisiert, während unter den drei Untersuchungsgruppen der Nordsee höchstens die ost-schottische auf Grund der Strahlzahl der Afterflosse in geringem Maß von den beiden anderen unterschieden werden kann.

c) Die Strahlzahlen der Brustflossen.

Die Strahlzahlen der beiden Brustflossen sind, der Asymmetrie der Scholle entsprechend, links und rechts meistens etwas voneinander verschieden, und zwar in der Regel auf der (rechten) Augenseite etwas größer als auf der (linken) Blindseite. Unberücksichtigt blieben bei der Aufstellung der Variationsreihen, der Berechnung der Bestimmungswerte usw. die Varianten 5 in der linken und 6—8 in der rechten Brustflosse (7 Fälle), die, wie sich aus den Kombinationsschemata ergibt, offenbar abnorm sind und wahrscheinlich auf Entwicklungsstörungen beruhen.

Die Variationsreihen unseres Materials sind sämtlich monotypisch. Die Mittelwerte der rechten Brustflosse sind stets größer als die der linken:

¹⁾ G. DUNCKER, Variation und Asymmetrie bei *Pleuronectes flesus* L. Wissenschaftl. Meeresunters., N. F., Abt. Helgoland, 1900, Bd. III, H. 2, p. 390.

beide nehmen von Gruppe I (Ostsee) gegen Gruppe IV (O.-Schottland) hin an Größe zu. Wiederum sind die korrespondierenden Mittelwerte der Nordseegruppen einander ähnlicher als denen der Ostseegruppe.

Umgekehrt nimmt die Variabilität der beiden Merkmale in derselben Reihenfolge bei den Untersuchungsgruppen — mit geringfügiger Ausnahme der linken Brustflosse von Gruppe III¹⁾ — ab, verhält sich also in dieser Hinsicht wie diejenige der Wirbelzahlen. Bei den Gruppen I, III und IV sind die Hauptabweichungen der Strahlzahl der Blindseite merklich (1,06—1,16mal) größer als die der Augenseite, bei Gruppe II dagegen ist sie, wenn auch kaum nennenswert (0,99mal), kleiner als diese¹⁾. Im allgemeinen bestätigt sich also der bereits früher an *Pleuronectes flesus*²⁾ gemachte Befund, daß die Variabilität der paarigen Flossen größer auf der Blind- als auf der Augenseite ist.

Die Divergenz der Ostsee- von den Nordseegruppen ist in beiden Merkmalen, besonders aber in der Strahlzahl der rechten Brustflosse, wiederum wesentlich größer als die der letzteren voneinander. Von den drei Nordseegruppen steht die der südwestlichen Nordsee in der Strahlzahl der Blindseite der ost-schottischen, in der der Augenseite der Helgolander am nächsten.

d) Zusammenfassung.

Sämtliche untersuchten Merkmale, mit geringfügiger, auf Zufall beruhender Ausnahme der Strahlzahl der Rückenflosse bei dem Helgolander und der Strahlzahl der Afterflosse bei dem ost-schottischen Material, ergeben monotypische Variationsreihen. Stets weist die Ostseegruppe die kleinsten Mittelwerte auf und verhält sich in vier von den sechs Merkmalen, nämlich in den beiden Wirbelzahlen und den Strahlzahlen der beiden Brustflossen, nachweislich variabler als alle drei Nordseegruppen; nur in den Strahlzahlen der Kielflossen wird ihre Variabilität durch die der Helgolander Gruppe anscheinend ein wenig übertroffen.

Bei den drei Nordseegruppen zeigen fünf von den sechs untersuchten Merkmalen deutlich steigende Mittelwerte in der Reihenfolge der Fundorte Helgoland, südwestliche Nordsee, O.-Schottland. Nur die Zahl der Schwanzwirbel hat in derselben Reihenfolge vielleicht fallende Tendenz; doch ist diese so schwach, daß sie nicht mehr mit voller Sicherheit nachweisbar ist. Den Mittelwerten nach steht die Scholle der südwestlichen Nordsee derjenigen von Helgoland näher in der Zahl der Schwanzwirbel

¹⁾ Diese beiden Unregelmäßigkeiten würden wegfallen, wenn man bei der Helgolander Scholle an der Brustflosse der Blindseite eine Hauptabweichung von ca. 0,8 gefunden hätte, ein Wert, der sich den übrigen gut anschließen würde und vielleicht richtiger ist als der tatsächlich gefundene.

²⁾ l. e. p. 347.

und der Strahlen der After-, der Rücken- und der rechten Brustflosse, derjenigen von O.-Schottland dagegen in der Zahl der Rumpfwirbel und der Strahlen der linken Brustflosse. Mit Ausnahme des letztgenannten Merkmals, für welches ein etwas unwahrscheinlicher Wert der Hauptabweichung vorliegt, hat die Helgolander Gruppe in allen Merkmalen die höchste Variabilität unter den Nordseeschollen.

Die Ostseescholle ist von denen der Nordsee in allen sechs Merkmalen unterscheidbar; zu ihrer Charakterisierung erweisen sich die letzteren nach der Größe der Divergenzkoeffizienten in folgender Reihe tanglich: Strahlzahlen der After-, der Rücken-, der rechten und der linken Brustflosse, Schwanz- und Rumpfwirbelzahl. Zwischen der Helgolander Gruppe und der der südwestlichen Nordsee bestehen erkennbare, wenn auch weit geringere Unterschiede (in gleicher Ordnung) hinsichtlich der Rumpfwirbelzahl, der Strahlzahl der linken und der rechten Brustflosse; zwischen der letzteren Form und der von O.-Schottland hinsichtlich der Strahlzahl der rechten Brust- und vielleicht der Afterflosse.

Da die beiden Divergenzkoeffizienten der benachbarten Nordseegruppen (siehe Texttabelle p. 218) für jedes Merkmal das gleiche Vorzeichen aufweisen, so steht die Helgolander Form in sämtlichen Merkmalen der ostschottischen ferner als der Gruppe der südwestlichen Nordsee, in zweien (Zahl der Rumpfwirbel und der rechten Brustflossenstrahlen) sogar noch ferner als der Ostseegruppe.

5. Wichtigere korrelative Beziehungen der untersuchten Merkmale.

Auf ihre Korrelation hin wurden bei allen vier Gruppen unseres Materials folgende Merkmalpaare untersucht:

- abdominale und kaudale Wirbelzahl,
 - Strahlzahlen der beiden Kielflossen,
 - Strahlzahlen der beiden Brustflossen,
- ferner nur bei den drei Nordseegruppen:
- Zahl der Schwanzwirbel und der Afterflossenstrahlen,
 - Wirbelsumme und Strahlzahl der Rückenflosse.

Für die Merkmalpaare a, b und c lassen sich Kombinations-schemata der Form e und d (cf. Anhangstabelle 2a und 2b) aus den Tabellen ihrer geordneten Variantenkombinationen (Anhangstabelle 1) mit leichter Mühe ableiten. Soweit diese nicht sämtliche Individuen umfassen, die zur Berechnung der Bestimmungswerte in Tabelle 4a benutzt worden sind, findet man nachstehend im Text entsprechende ergänzende Angaben. Geschlechtsdifferenzen kamen für die Korrelationskoeffizienten nicht in Betracht.

Die einzelnen horizontalen und vertikalen Frequenzreihen innerhalb eines Kombinationsschemas lassen sich in Verbindung mit den zugehörigen Varianten als Variationsreihen des einen Merkmals bei solchen Individuen auffassen, welche sämtlich in dem zweiten Merkmal eine und dieselbe Variante aufweisen. Wir bezeichnen diese Reihen als der Variante V_1 des zweiten zugeordnete Variationsreihen des ersten Merkmals. Dann sind die Mittel und die durchschnittlichen Hauptabweichungen¹⁾ der zugeordneten Variationsreihen

$$A_1' = A_1 - q \frac{v_1}{v_2} A_2 + q \frac{v_1}{v_2} V_2,$$

$$v_1' = v_1 \sqrt{1 - q^2}.$$

Die erstere Gleichung wird auch als Regressionsgleichung und die Konstante $q \frac{v_1}{v_2}$ als Regressionskoeffizient des ersten Merkmals auf das zweite bezeichnet. Setzt man in die Regressionsgleichungen des einen Merkmals nacheinander die verschiedenen Variantenwerte des andern (V_2) ein, so erhält man die jeder dieser Varianten zugeordneten Mittel des ersten. Diese liegen bei graphischer Darstellung sämtlich auf einer geraden Linie, der Regressionslinie. Zur Darstellung der korrelativen Variation eines Merkmalpaars gehören daher zwei Regressionslinien, deren Schnittpunkt den Gesamtmitteln der beiden Merkmale entspricht, und deren Schneidungswinkel um so mehr von rechten Winkeln abweichen, je intensiver die zwischen ihnen bestehende Korrelation ist. Beim Vergleich verschiedener Individuengruppen miteinander geben deren homologe Regressionslinien ein sehr viel klareres Bild ihrer Übereinstimmung oder Verschiedenheit als ihre Regressionsgleichungen; sie stellen den Unterschied von Formengemeinschaften in Bezug auf die zugeordneten Variationsreihen eines Merkmals bei solchen Individuen dar, die in einem andern eine gemeinsame Variante aufweisen.

Die Korrelationskoeffizienten der Merkmalpaare und die Konstanten sämtlicher Regressionsgleichungen unseres Materials sind nebst den Hauptabweichungen der zugeordneten Variationsreihen in Tabelle 4c zusammengestellt. Die Summen- resp. die Differenzreihen einiger Merkmalpaare finden sich auf Tabelle 3 (c, f und i), die meist sehr kleinen Differenzquotienten der homologen Korrelationskoeffizienten bei den verschiedenen Gruppen auf Tabelle 4 b. Tafel II (Fig. 1—5) giebt die graphischen Darstellungen der Regressionsgleichungen.

¹⁾ Auch die Hauptabweichungen der einzelnen zugeordneten Variationsreihen ändern mit der Entfernung des Mittels der letzteren vom Gesamtmittel des Merkmals etwas ab.

a) Abdominale und kaudale Wirbelzahl.

Die Korrelation zwischen der abdominalen und der kaudalen Wirbelzahl ist bei allen vier Gruppen unseres Materials negativ und von geringer Intensität. Die Korrelationskoeffizienten der Gruppen I, III und IV sind nahezu identisch ($\approx -0,18$ bis $\approx -0,20$); nur der von Gruppe II bleibt seinem absoluten Zahlenwert nach hinter den übrigen etwas zurück ($\approx -0,13$). Innerhalb der einzelnen Gruppen nimmt also übereinstimmend die Wirbelzahl des einen Abschnitts der Wirbelsäule zu, wenn die des andern fällt. Bei dem Vergleich der Mittel verschiedener Gruppen miteinander trifft jedoch diese Regel nicht durchweg zu. So hat die Helgolander Gruppe durchschnittlich sowohl mehr Rumpf- als auch mehr Schwanzwirbel als die der südwestlichen Ostsee; die Scholle der südwestlichen Nordsee hat zwar mehr Rumpf-, aber ebensoviel Schwanzwirbel wie die von Helgoland; die ost-schottische endlich die höchste Zahl der Rumpf- und die kleinste der Schwanzwirbel unter den Nordseegruppen, jedoch gleichzeitig mehr Rumpf- und mehr Schwanzwirbel als die Ostseeform.

Somit besteht ein Unterschied zwischen dem Verhältnis der Variation zweier Merkmale innerhalb einer einzelnen Formengemeinschaft und dem ihrer Mittel beim Vergleich von mehreren derselben. Bezeichnet man ersteres als korrelativ, so kann letzteres korrelativ, irrelativ oder antirelativ sein¹⁾.

Das Verhalten der Mittel der beiden Merkmale beim Vergleich der Ostsee- mit den Nordseeschollen ist demnach ausgesprochen antirelativ, bei dem der Gruppe II mit Gruppe III der Nordseeschollen irrelativ und beim Vergleich der Gruppe IV mit II und III korrelativ. Ein Schluß von der korrelativen Variation dieser Merkmale bei einer einzelnen Formengemeinschaft auf das Größenverhältnis ihrer Mittel bei verschiedenen derselben ist daher unmöglich.

Die Wirbelsumme ist, entsprechend den sie ergebenden einzelnen Wirbelzahlen, bei weitem am kleinsten in der südwestlichen Ostsee und bleibt in der Nordsee bei der Helgolander Gruppe recht merklich hinter denen der beiden westlichen Formen zurück (III-II:Dq(4)=3,28), welche letztere beiden identische Wirbelsummen aufweisen. Wegen der geringen Korrelationsintensität ist die Variabilität der Wirbelsumme größer als die Variabilität jedes der sie ergebenden Merkmale; sie nimmt, dem Verhalten der letzteren entsprechend, in der Reihenfolge der Fundorte von der südwestlichen Ostsee nach O.-Schottland hin ab.

¹⁾ Vgl. meine „Syngnathiden-Studien I“, diese Zeitschr. 1908, Bd. XXV, p. 7 u. 81. — Korrelatives Verhalten eines Merkmalpaars beim Vergleich verschiedener Formengemeinschaften scheint wesentlich durch hohe Korrelationsintensität desselben innerhalb der einzelnen Formengemeinschaften bedingt zu sein, wie auch das vorliegende Material bestätigt.

Von den Regressionslinien der graphischen Darstellung (Fig. 1) verlaufen die der Ostseegruppe isoliert. Von denen der drei Nordseegruppen fallen die Regressionslinien der Schwanz- auf die Rumpfwirbelzahl fast völlig zusammen. Die Regression der Rumpf- auf die Schwanzwirbelzahl bei Gruppe II weicht ein wenig von der übereinstimmenden der Gruppe III und IV ab.

b) Strahlzahlen der beiden Kielflossen.

Wie bei *Pleuronectes flesus*¹⁾ ($0,6720 \pm 0,0111$), so besteht auch bei *Pl. platessa* zwischen den Strahlzahlen der Kielflossen anfällig intensive, positive Korrelation, die bei allen vier untersuchten Gruppen sehr ähnliche Werte der Korrelationskoeffizienten (0,68—0,71) ergiebt. Die Abänderungen der Mittel der beiden Merkmale bei den verschiedenen Gruppen verhalten sich stets korrelativ zueinander.

Die Differenzreihe der Strahlzahlen, d. h. die Strahlzahl der Rückenabzüglich der der Afterflosse, repräsentiert annähernd die den Rumpfwirbeln zugehörigen Rückenflossenstrahlen. Ihr Mittel ist bei dem Ostseematerial am kleinsten; in der Nordsee ist das der Gruppe III am größten, nur sehr wenig kleiner das von Gruppe II, das von Gruppe IV am kleinsten. Die Variabilität der Differenzreihen ist infolge der hohen Korrelationsintensität der Einzelmerkmale verhältnismäßig schwach und stets noch etwas geringer als die der korrespondierenden Variationsreihen der Afterflosse.

Von den Regressionslinien (Fig. 2) liegen die der Ostseegruppe isoliert und ziemlich weit von den übrigen entfernt. Die der Rücken- auf die Afterflosse schneiden sich bei den drei Nordseegruppen unter sehr spitzen Winkeln, so daß sie fast zusammenfallen, während von denen der After- auf die Rückenflosse die von Gruppe IV merklich von jenen der Gruppen II und III abweicht; die letzteren fallen fast völlig zusammen.

c) Zahl der Schwanzwirbel und der Afterflossenstrahlen.

Bei der Aufstellung der betreffenden Kombinationsschemata (Anhangstabelle 2) mußten von dem Helgolander Material elf Individuen fortgelassen werden, deren Wirbelzahlen nicht festgestellt waren. Die Bestimmungswerte der Afterflosse sind für die restierenden 704 Exemplare: $A = 53,76136$, $r = 2,18658$.

Die Korrelation ist in allen drei Fällen positiv und von geringer Intensität (0,16—0,24). Die Abänderung der Mittel der beiden Merkmale

¹⁾ G. DUNCKER, Variation und Asymmetrie bei *Pleuronectes flesus* L. Wissenschaftl. Meeresunters., N. F., Abt. Helgoland, 1900, Bd. III, H. 2, p. 398, Tab. 5.

verhält sich irrelative beim Vergleich der Gruppen II und III, antirelative bei dem von Gruppe IV mit den beiden eben genannten.

Die Regressionslinien der Wirbelzahl auf die Strahlzahl der Afterflosse fallen fast völlig zusammen, die der letzteren auf die Wirbelzahl dagegen verlaufen bei den drei Gruppen isoliert und bei Gruppe IV stark divergierend von denen der Gruppen II und III (Fig. 3).

d) Wirbelsumme und Strahlzahl der Rückenflosse¹⁾.

Die Bestimmungswerte des letzteren Merkmals bei dem Helgolander Material sind nach Ausschaltung der oben erwähnten elf Individuen: $A = 72,36222$, $r = 2,93699$. Die Korrelation der beiden Merkmale ist bei allen drei Gruppen positiv und von geringer Intensität (0,18—0,26); jedoch sind alle Korrelationskoeffizienten 8—9 mal so groß wie ihre wahrscheinlichen Fehler. Die Abänderungen der Mittel der beiden Merkmale beim Vergleich der drei Gruppen miteinander verhalten sich korrelativ.

Die Regressionslinien dieser beiden Merkmale (Fig. 4) verhalten sich ähnlich denen der vorigen. Die der Wirbelsumme auf die Strahlzahl der Rückenflosse fallen bei den drei Gruppen fast genau zusammen; die der letzteren auf die Wirbelsumme schneiden sich sämtlich, doch fallen die der Gruppen II und III nahezu zusammen, während die der Gruppe IV wesentlich abweichend von ihnen verläuft.

e) Strahlzahlen der beiden Brustflossen.

In die Kombinationsschemata zur Berechnung der Korrelationskoeffizienten und zur Ermittelung der Differenzreihen wurden nur solche Individuen aus Tabelle 1c aufgenommen, welche auf beiden Körperseiten normale Strahlzahlen aufwiesen. Dies waren

in Gruppe	links				rechts			
		A	r		A	r		
I von 145 Exemplaren	143	mit 10,06993	0,88223		siehe Tabelle 4a			
II .. 269	..	269	..	siehe Tabelle 4a	4a
III .. 370	..	365	..	10,86575	0,75202	11,22740	0,64982	
IV .. 254	..	253	..	siehe Tabelle 4a	11,52964	0,64431		

Die gefundenen Korrelationskoeffizienten ähneln dem entsprechenden von *Pleuronectes flesus* ($0,5895 \pm 0,0135$) und schwanken bei den ver-

¹⁾ Von KEILHACK (l. c. p. 175) an 17 und 19 Schollen „geprüft“ und „recht unsicher“ befunden.

schiedenen Gruppen unseres Materials in ziemlich weiten Grenzen. Der der Ostseegruppe ist merklich höher (0.595) als diejenigen der drei Nordseegruppen (0,494—0,529). Wie bei *Pl. flesus*, so bleibt auch bei *Pl. platessa* die Korrelationsintensität der Strahlzahlen der Brustflossen bedeutend hinter derjenigen symmetrisch gebauter Fischarten (*Acerina cernua* L., *Cottus gobio* L., *Siphonostoma typhle* L. : 0,64—0,82) zurück. Die Abänderungen der Mittel der beiden Merkmale bei den verschiedenen Untersuchungsgruppen verhalten sich stets korrelativ.

Die Differenzreihen der Strahlzahlen der Brustflossen (rechte minus linke) ergeben ein Bild von den Schwankungen individueller Asymmetrie dieses Merkmalpaars, das für die verschiedenen Gruppen verschieden ausfällt; sie sind sämtlich monotypisch. Die Symmetrieverhältnisse der vier Gruppen ergeben sich aus dem Prozentsatz symmetrischer Individuen (φ_o) bei ihnen und aus ihren Asymmetrieindizes (α)¹⁾:

Gruppe	ρ	φ_o %	α
I . . .	0,59475	48,95	0,35450
II . . .	0,50030	43,49	0,42173
III . . .	0,49417	53,42	0,32789
IV . . .	0,52918	45,45	0,49322
<i>Pl. flesus</i> . . .	0,5895	35,98	0,60443
(562 ♂ + 497 ♀)			

Die Extreme von φ_o enthalten die Gruppen II und III, von α die Gruppen III und IV; alle Gruppen bleiben hinsichtlich der rechtsseitigen Asymmetrie dieses Merkmalpaars bedeutend hinter *Pl. flesus* zurück. Der Grad seiner Asymmetrie ist auch bei dem vorliegenden Material unabhängig von der Korrelationsintensität seiner Einzelmerkmale (Arch. f. Entw.-Mech. I. c. p. 608).

Von den Regressionslinien der linken auf die rechte Brustflosse fallen die der Gruppen III und IV nahezu zusammen, während die der Gruppe II bei den höheren Varianten der rechten Brustflosse von ihnen abweicht und sich der der Gruppe I nähert. Die letztere verläuft im übrigen isoliert. Von den Regressionslinien der rechten auf die linke Brustflosse fallen die der Gruppen II und III fast völlig zusammen, während sowohl die von I wie die von IV isoliert verlaufen (Fig. 5).

¹⁾ Erklärt in meiner Arbeit „Symmetrie und Asymmetrie bei bilateralen Tieren“, Arch. f. Entw.-Mech. 1904, Bd. XIV, H. 4. p. 546. — Man vergleiche daselbst die verschiedenen paarigen Merkmale der Flunder (p. 568—578) und die Prozentsätze symmetrischer Individuen, sowie die Asymmetrieindizes der Strahlzahlen der Brustflossen bei den oben angeführten symmetrischen Spezies: $\varphi_o = 75,56—85,52\%$, $\alpha = -0,02631$ bis $0,06304$.

f) Zusammenfassung.

Die Korrelationskoeffizienten eines und desselben Merkmalpaars sind einander bei den verschiedenen Untersuchungsgruppen sehr ähnlich, ihre Differenzquotienten daher klein. Stets weisen sie übereinstimmende Vorzeichen auf. Negative Korrelation besteht nur zwischen den Zahlen der Rumpf- und der Schwanzwirbel; in allen anderen Fällen ist die Korrelation positiv.

Die intensivste Korrelation aller untersuchten Merkmalpaare besteht zwischen den Strahlzahlen der Kielflossen; sie übertrifft bei unserem Material, ebenso wie bei *Pleuronectes flesus*, noch diejenige zwischen den Strahlzahlen der Brustflossen, welche sonst, bei symmetrisch gebauten Fischarten, die intensivere ist. Von geringerer Intensität sind (in fallender Ordnung) die Korrelation zwischen der Wirbelsumme und der Strahlzahl der Rückenflosse, zwischen der Zahl der Schwanzwirbel und der Afterflossenstrahlen und zwischen der Zahl der Rumpf- und der Schwanzwirbel. Die Abänderungen der Mittelwerte der drei erstgenannten Merkmalpaare (mit intensivster Korrelation) verhalten sich beim Vergleich der verschiedenen Untersuchungsgruppen stets korrelativ, die der übrigen nur gelegentlich oder gar nicht, wie die nachstehende Tabelle zeigt:

Gruppenvergleich: Merkmalpaare	I : (II - IV)				ρ
	II : III	II : IV	III : IV		
a) Wirbelzahlen	a	i	c	c	$\div 0,13 - \div 0,20$
b) Strahlzahlen der Kielflossen	c	c	c	c	$0,68 - 0,71$
c) Zahl der Schwanzwirbel und der Afterflossenstrahlen	?	i	a	a	$0,16 - 0,24$
d) Wirbelsumme und Strahlzahl der Rückenflosse	?	c	c	c	$0,18 - 0,26$
e) Strahlzahlen der Brustflossen	c	c	c	c	$0,49 - 0,59$

(e = korrelativ, i = irrelativ, a = antirelativ).

Hinsichtlich der Strahlzahlen der Brustflossen verhält sich *Pl. platessa* weniger asymmetrisch als *Pl. flesus*; die einzelnen Lokalformen jener Art aber weisen beträchtliche Schwankungen der Asymmetrie dieses Merkmalpaars auf, die unabhängig von der Intensität der zwischen den Einzelmerkmalen bestehenden Korrelation sind.

Die Regressionslinien des Ostseematerials verlaufen bei den drei daraufhin untersuchten Merkmalpaaren stets mehr oder weniger weit isoliert von denen des Nordseematerials. Von den Regressionslinien des letzteren fallen diejenigen sämtlicher drei Gruppen zusammen für die Regression der Schwanz- auf die Rumpfwirbelzahl, der Strahlzahl der Rücken- auf die der Afterflosse, der Schwanzwirbelzahl auf die Strahl-

zahl der Afterflosse und der Wirbelsumme auf die Strahlzahl der Rückenflosse. In der Mehrzahl der übrigen Fälle verlaufen die Regressionslinien der Gruppe IV isoliert oder wenigstens deutlich abweichend von den zusammenfallenden der Gruppen II und III; so für die Regression der Strahlzahl der After- auf die der Rückenflosse, der erstenen auf die Schwanzwirbelzahl, der Strahlzahl der Rückenflosse auf die Wirbelsumme und der Strahlzahl der rechten auf die der linken Brustflosse. In zwei Fällen endlich, nämlich von Regression der Rumpf- auf die Schwanzwirbelzahl und der Strahlzahl der linken auf die der rechten Brustflosse, fallen die Regressionslinien der Gruppen III und IV zusammen, während die der Gruppe II im ersten Fall von ihnen abweicht, im zweiten isoliert verläuft; doch liegt sie jenen stets sehr nahe. Das so häufige ungleichartige Verhalten der beiden Regressionslinien eines und desselben Merkmalpaars in Bezug auf verschiedene Individuengruppen dürfte mit der Charakterisierung der letzteren durch seine Variantenkombinationen in engerem Zusammenhang stehen; ein näheres Eingehen auf diesen Gegenstand muß ich mir für eine andere Gelegenheit vorbehalten.

6. Lokalform und Rasse.

Die Untersuchung einiger größerer Individuenreihen von Schollen verschiedener Herkunft auf gewisse, vom Alter und Geschlecht unabhängige Zählungsmerkmale ergab:

1. individuelle Variation aller untersuchten Merkmale innerhalb der einzelnen Individuengruppen,
2. sehr erhebliche Unterschiede der Schollen der südwestlichen Ostsee gegenüber denen der Nordsee,
3. viel kleinere, aber immer noch merkliche Verschiedenheiten der Nordseeschollen verschiedener Fundorte dergestalt, daß die Scholle der südwestlichen Nordsee eine Zwischenstellung zwischen derjenigen von Helgoland und der von O.-Schottland einnimmt. In drei von sechs Merkmalen (Wirbelzahlen, Strahlzahl der linken Brustflosse) divergiert sie stärker von der erstenen, in den drei weiteren (Strahlzahlen der Kielflossen und der rechten Brustflosse) von der letzteren.

Ein Rassengegensatz ist unverkennbar zwischen der Ostsee- und der Nordseescholle. Die sehr beträchtliche Divergenz und das Verhalten der Regression aller untersuchten Merkmale repräsentieren Unterschiede, die schon bei flüchtiger Betrachtung im Habitus der Tiere zum Ausdruck gelangen. Zu der Eigenart der in dieser Arbeit berücksichtigten Merkmale kommt noch die geringe Größe des „Goldbutts“, d. i. der Ostseescholle (geschlechtsreife Weibchen von ca. 18 cm an), und

das Auftreten einer oft sehr ausgedehnten ktenoiden Beschuppung der geschlechtsreifen Männchen¹⁾ hinzu, wie sie bei den weit größeren Exemplaren des Kattegats und der Nordsee nicht annähernd so stark wiedergefunden wird. Auch dem Verständnis eines solchen Rassengegensatzes stellen sich keine Schwierigkeiten entgegen, da bekannt ist, daß der Goldbutt in der westlichen Ostsee überall jenseits der 20 m-Tiefenlinie laicht²⁾ und, abgesehen von kleineren Weidewanderungen, daselbst ein Standfisch ist.

Nun sieht KEILHACK in den weit unbedeutenderen Verschiedenheiten der Lokalformen der Nordsee ebenfalls Rasseneigentümlichkeiten, d. h. er nimmt an, daß die morphologischen Differenzen dieser verschiedenen Formengruppen durch ungleiche Abstammung zu erklären sind. Er schließt daher auch von den Unterschieden der Lokalformen auf verschiedene Laichplätze derselben.

Unter einer Lokalform verstehe ich eine Gemeinschaft von Individuen derselben Spezies, welche sich an demselben Fundort aufhalten und von gleichzeitig lebenden Individuengemeinschaften dieser Spezies anderer (näherer oder entfernterer) Fundorte dauernd morphologisch unterscheiden. Unter einer Rasse verstehe ich eine Gemeinschaft von Individuen derselben Spezies, welche untereinander blutverwandt sind und sich, unabhängig von ihrem Aufenthaltsort, durch mehrere Generationen hindurch von anderen in sich blutverwandten Stämmen dieser Spezies in gleichem Sinne morphologisch unterscheiden. Beiden Begriffen gemeinsam ist also die morphologische Verschiedenheit der verglichenen Individuengruppen; ihr Unterschied liegt in der lokalen, im Gegensatz zur erblichen, Bedingtheit dieser Verschiedenheiten.

In der vorliegenden Arbeit sind nur drei Gruppen von Nordseeschollen berücksichtigt, die sich als Zwischenstufen zweier extremer Gegensätze — hohe gegenüber niedrigen Zahlen der Rumpfwirbel, der After- und der Brustflossenstrahlen — charakterisieren und in ihrem gegenseitigen Verhalten der geographischen Lage ihrer Fundorte entsprechen. Große Strecken des Küsten- wie des Hochseegebiets der Nordsee sind dabei außer acht gelassen, von ersterem z. B. die ganze Südküste von der Wesermündung bis Helder, im Westen die englische Küste von Lowestoft bis St. Andrews, sowie die gesamte Ostküste nördlich von Helgoland. Es fragt sich also, ob außer den drei hier besprochenen Formen nicht noch andere existieren.

¹⁾ G. DUNCKER, Variation und Verwandtschaft von *Pleuronectes flesus* L. und *Pl. platessa* L., untersucht mittelst der HEINCKESCHEN Methode. Wissensch. Meeresunters., N. F., 1895, Bd. I, H. 2, p. 17.

²⁾ H. HENKING und E. FISCHER, Die Scholle und Flunder im Ostseegebiet. Protok.-Abdr. e. a. 12, VI, 12 i. Minist. f. Landw. usw. abgeh. Konferenz, p. 9.

Von zwei weiteren Punkten konnte ich wenigstens an unzureichendem Material noch einige hierher gehörige Bestimmungswerte feststellen, die ich mit denen der Tabelle 4a zu vergleichen bitte. Ihnen füge ich einige Zählungen an Schollen des Kattegats (im hiesigen Handel sog. „dänische Schollen“) hinzu.

Merkmale	Grimsby (KYLE)		Silverpit (KEILH.) ¹⁾		Kattegat (D.)	
	A	v	A	v	A	v
Rumpfwirbel	12,942	0,324	12,909	0,287	12,875	0,509
Schwanzwirbel	30,075	0,565	30,116	0,645	30,050	0,630
Afterflosse	53,983	1,919	53,752	1,848	54,725	2,439
Rückenflosse	72,517	2,620	72,603	2,475	72,750	3,238
Linke Brustflosse . . .	10,908	0,671	—	—	9,846	0,769
Rechte	11,328	0,699	—	—	10,250	0,968
<i>n</i>	$60\sigma + 60\varphi$		$41\sigma + 80\varphi$		$12\sigma + 28\varphi$	

Die Mittelwerte der 120 Schollen von Grimsby nehmen in allen sechs Merkmalen ansnahmslos eine Zwischenstellung zwischen denen der Gruppe III und IV ein, wie sie den geographischen Lagebeziehungen der Fundorte entspricht. Von den vier Mittelwerten der Schollen vom Silverpit liegt der der Rumpfwirbelzahl zwischen denen der Gruppen II und III, der der Strahlzahl der Rückenflosse zwischen denen der Gruppen III und IV; die mittlere Strahlzahl der Afterflosse bleibt bei ihnen noch etwas hinter dem Helgolander Wert zurück; der Mittelwert der Schwanzwirbelzahl ist ein wenig höher als bei irgendeiner der übrigen untersuchten Nordseeformen. Diese Resultate lassen sich also nicht in das Schema unserer bisherigen Befunde einreihen, z. T. wohl aus dem Grunde, daß sie an zu kleinem Material gewonnen wurden. Ähnlich liegen die Dinge bei KEILHACKS 157 Schollen von der Doggerbank (l. e. Tabelle II und VIII), die sich auf elf Fänge von verschiedenen Zeiten und Örtlichkeiten verteilen.

(Sehr abweichend von denen der Nordseeschollen verhalten sich die Mittelwerte der 40 Kattegatexemplare, die sich durch auffällige Körperhöhe auszeichnen: die der Wirbelzahlen liegen zwischen denen der Ostsee- und der Nordseeschollen, die der Strahlzahlen der Kielflossen sind höher als selbst bei dem ost-schottischen Material, während die der Strahlzahlen der Brustflossen noch hinter den bei der Ostseegruppe gefundenen zurückbleiben.)

Immerhin ergiebt sich aus den Zahlen, daß die Schollen der Nordsee keineswegs nur einigen wenigen ausgeprägten und scharf voneinander

¹⁾ l. e. p. XXXIII—XXXV, Tab. VI.

unterscheidbaren Lokalformen angehören¹⁾. Vielmehr erhält man den Eindruck, daß an den verschiedenen Punkten der Nordsee prozentual ungleichartige Mischungen zweier (oder mehrerer?) Formengemeinschaften angetroffen werden, von denen in einer Gegend die eine, in einer anderen die andere überwiegt.

Der Gedanke an Mischbeyölkerungen bei den offenbar zahlreichen, aber wenig voneinander verschiedenen Lokalformen der Nordseescholle gewinnt an Wahrscheinlichkeit, wenn man die verschiedenen Wanderungen derselben während ihres Lebenszyklus in Betracht zieht. Dies sind wesentlich drei: die Wanderung der noch symmetrischen, pelagisch lebenden Larven von den jenseits der 40 km-Tiefenlinie liegenden Laichplätzen an den flachen, sandigen Strand der Küste, das allmähliche Vordringen der einzelnen Jahrgänge der asymmetrischen, grundbewohmenden Schollen vom Strande weg in immer größere Wassertiefen und die alljährliche Wanderung der geschlechtsreifen Tiere von ihren Weidegründen zu den Laichplätzen und zu den ersteren zurück.

Nach HEINCKE²⁾ sind in der Nordsee sechs getrennte Laichgebiete bekannt: ein hauptsächliches in der südwestlichen Nordsee, speziell in der sog. „Tiefen Rinne“ vor dem östlichen Kanaleingang zwischen 51° und 53°; ferner zwei an der britischen Ostküste, das eine auf den Flamborough-Gründen (54° N), das andere in und vor dem Moray Firth (57° 50' N). Im Norden auf der Hochsee ist ein weiterer Laichplatz, die große Fischerbank (um 57° N und 4° O). Der fünfte, nicht eigentlich mehr zur Nordsee gehörig, ist das nördliche Kattegat. Der sechste endlich liegt in der südöstlichen Nordsee: ein nicht sehr ausgedehntes Gebiet im Nordwesten von Helgoland, vor der westholsteinischen Küste, nördlich vom 54. Breitengrad. Die Wichtigkeit der einzelnen Laichgebiete geht aus den dort pro Quadratmeter Oberfläche angetroffenen Eimengen hervor: an dem zuerst genannten 100—600 Eier, an dem letztgenannten nur 30, an den übrigen 30—60 Eier.

Zwischen diesen Laichplätzen finden sich gänzlich eileere Gebiete, wie das Skagerrak, die Region nördlich und nordwestlich zur großen Fischerbank zwischen dieser und der schottischen Küste und vor allem die zentral in der Nordsee belegene Doggerbank, die einer der wichtigsten Weide- und Fanggründe der Scholle ist. Die einzelnen Laichplätze liegen also fast völlig isoliert voneinander.

¹⁾ So dürfte es z. B. an dem vorliegenden Material kaum möglich sein, auf Grund der berücksichtigten Merkmale die 715 Schollen der Gruppe II und die 775 der Gruppe III, nach Eintragung der einzelnen Individualbeschreibungen auf besondere Karten und Mischung der letzteren, wieder in zwei ähnliche Gruppen auseinander zu sortieren.

²⁾ F. HEINCKE, Untersuchungen über die Scholle. Generalbericht. Rapp. et Proc. Verb. Cons. Perman. Internat. pour l'Expl. de la Mer. Copenhague 1913, Vol. XVIIa, p. 17.

Wenn nun trotzdem getrennte Rassen der Nordseescholle nicht zu unterscheiden sind, wenn selbst bei räumlich weit voneinander entfernten Lokalformen der gemeinsame Variationsbereich ihrer unterscheidenden Merkmale stets weit mehr als 50% und die Divergenz der Lokalformen in ihnen bedeutend weniger als 0,6745 beträgt, so sind die Ursachen hierfür offenbar in den Wanderungen der geschlechtsreifen Schollen nach und der pelagischen Larven von den Laichplätzen zu suchen. Erstere finden selbstverständlich aktiv, d. h. durch die Eigenbewegung der Tiere, statt. Aber auch die letzteren sind, wie EHRENBAUM¹⁾ dargetan hat, keineswegs rein passiv, obgleich sie voraussichtlich durch die Stromverhältnisse beeinflußt werden.

Aus den einschlägigen Untersuchungen²⁾ geht hervor, daß erwachsene Schollen im allgemeinen zwar keine sehr weiten Wanderungen unternehmen, sondern in der Regel den nächsten Laichplatz aufsuchen; vereinzelte Exemplare aber, und zwar besonders die größten, ziehen auch zu entfernter gelegenen. Hierdurch ist die erste Möglichkeit einer Mischung der Lokalformen gegeben. Ferner findet man zu den entsprechenden Zeiten (Februar bis April) Larven auch in solchen Gebieten der Nordsee, in denen Eier nicht angetroffen werden. Demnach zieht ein gewisser Prozentsatz der Larven nicht mit dem jeweiligen Hauptschwarm direkt zur nächstgelegenen Küste, sondern legt weitere Strecken in anderen Richtungen zurück, wie z. B. EHRENBAUM³⁾ große Larven von dem bereits früh im Jahr belebten Laichplatz der „Tiefen Rinne“ zu einer Zeit bei Helgoland vorfand, zu welcher die hier geborenen noch bedeutend weniger weit entwickelt und dadurch von jenen unterscheidbar waren. Die einzelnen Küstenpunkte können mithin von Larven ungleicher Herkunft besiedelt werden.

Diese Umstände erklären zur Genüge, weswegen man scharf getrennte Lokalformen an den Küsten der Nordsee nicht antrifft; sie erklären aber nicht die tatsächlich vorliegende, wenn auch geringe Verschiedenheit der Schollen von verschiedenen Fundorten.

Schon bei den pelagischen Larven werden die Wirbel und die Kielflossenstrahlen in ihren definitiven Anzahlen entwickelt⁴⁾. Unterschiede in diesen können also nicht erst an den Aufenthaltsorten der grundbewohnenden Schollen erworben sein und jedenfalls nicht auf direkter

¹⁾ E. EHRENBAUM, Eier und Larven der im Winter laichenden Fische der Nordsee. II. Die Laichverhältnisse von Scholle und Flunder. Wissensch. Meeresunters., N. F., Abt. Helgoland 1910, Bd. IX, H. 2, p. 156.

²⁾ A. REICHARD, Die deutschen Versuche mit gezeichneten Schollen. II. Bericht. Ibid. H. 1, p. 43; cf. auch p. 45–47.

³⁾ I. e. p. 159.

⁴⁾ E. EHRENBAUM, Eier und Larven von Fischen der deutschen Bucht. Wissensch. Meeresunters., N. F., Abt. Helgoland 1897, Bd. II, H. 1, p. 260ff.

Abänderung derselben (Alteration) durch das umgebende Medium beruhen. Abgesehen von dem Mischungsverhältnis von Larven verschiedener Herkunft, über deren Übereinstimmung oder Verschiedenheit wir bis jetzt nichts wissen, sehe ich die einzige Erklärungsmöglichkeit jener lokalen Formdifferenzen in der Hypothese, daß unter den Individuen der symmetrischen oder bereits metamorphosierenden Larven mit definitiver Ansbildung der genannten Merkmale durch die lokalen Bedingungen ihres Ankunftsortes eine Auslese in dem Sinne stattfindet, daß Individuen mit gewissen Varianten oder Variantenkombinationen dieser Merkmale unter bestimmten lokalen Verhältnissen eine bessere Lebenschance aufweisen als unter anderen. Demnach würde die Differenzierung der Lokalform während des Überganges des symmetrischen pelagischen zum asymmetrischen grundbewohnenden Stadium durch das vorwiegende Absterben der durch ihre individuellen Varianten benachteiligten Exemplare oder gleich nach demselben, also durch natürliche Selektion, erfolgen müssen, und die Richtigkeit der Hypothese durch den Vergleich der entsprechenden Entwicklungsstufen an einem und demselben Fundort kontrolliert werden können. Selbstverständlich bleibt bei dieser Annahme, ebenso wie eventuell bei einem ihr entsprechenden Befund, völlig dahingestellt, warum ein geringes Plus oder Minus der Wirbelzahlen oder der Zahlen der Flossenstrahlen unter gewissen Bedingungen von Vorteil, unter anderen von Nachteil ist. Derartige Differenzen können z. B. bloße Symptome für konstitutionelle Verschiedenheiten sein, wie solche ja auch vom Menschen bekannt sind, ohne daß sie selbst zur Ertragung der äußeren Bedingungen irgendwie als „nützlich“ oder „schädlich“ in Betracht kommen.

Zusammenfassend läßt sich über die Differenzierung der Nordseeschollen aussagen, daß sie in mehreren geringfügig verschiedenen Lokalformen auftreten, deren scharfe Abgrenzung unmöglich ist. Die eigenartigen Verhältnisse bei der Besiedelung der Küsten durch die Jungfische und bei den Laichwanderungen der geschlechtsreifen Tiere stehen einer Rassendifferenzierung der Lokalformen entgegen. Ferner widerspricht der Entwickelungsgrad der Larven zur Zeit ihrer Metamorphose der Annahme einer alternativen, d. h. durch nachträgliche Abänderung des einzelnen Individuums stattfindenden Anpassung des Gesamtbestandes an einzelne Fundorte. Somit bleibt als wahrscheinlichste Erklärung der Differenzierung des letzteren an den verschiedenen Fundorten die Annahme natürlicher Auslese, die sich bereits bei Tieren des ersten Jahrganges geltend macht und daher voraussichtlich dem Zeitpunkt der Metamorphose vom pelagischen zum grundbewohnenden Stadium nahe liegt. Für den Schluß von der morphologischen Verschiedenheit der Lokalformen auf eine Verschiedenheit ihrer Laichplätze, wie KEILHACK ihn zieht, besteht jedenfalls kein genügender Anhalt.

Sehr erhebliche morphologische Differenzen finden sich zwischen den Schollen der Ostsee und der Nachbargebiete. Da die Ostseescholle überall auf genügenden Tiefen der westlichen Ostsee laicht, ohne eine nennenswerte Zuwanderung aus den Nachbargebieten zu erfahren, ist sie als eine selbständige, wenn auch noch sehr unvollkommen bekannte Schollenrasse anzusprechen.

Anhangstabellen.

Tabelle 1—3 Empirische Daten.

Tabelle 4 Rechnungsergebnisse.

Tabelle 1.
Geordnete Variantenkombinationen

- a) der Anzahl der Rumpf- und der Schwanzwirbel,
- b) der Strahlzahlen der After- und der Rückenflosse,
- c) der Strahlzahlen der linken und der rechten Brustflosse für die 13 Fangorte des Materials (cf. Texttabelle p. 199).

Die [eckig] eingeklammerten abnormen Varianten in Tabelle 1c sind bei der Berechnung der Bestimmungswerte usw. unberücksichtigt geblieben.

a) Zahl der Rumpf- und der Schwanzwirbel.

Rumpf wirbel	Schwanz- wirbel	1.	2a.	3.	4.	5. ♂ ♀	6.	7.	8. ♂ ♀	9.	10.	11.	12.	13. ♂ ♀
10	31 1
11	29 2 1
11	30	..	1 1	..	1
11	31	..	1 2
12	27	1
12	28 1
12	29	..	6	6	1	2 6	..	3	1 1
12	30	1	16	7	3	14 18	10	16	9 14	17	4	3	7	4 2
12	31	..	2	2	..	7 19	7	13	11 1	7	8	2	5	3 1
12	32	..	1	1	1
13	28	..	2	..	3	1	2
13	29	3	5	6	20	34 37	17	4	25 17	27	17	3	24	15 5
13	30	4	14	10	11	97 120	113	29	147 98	113	112	39	133	74 49
13	31	..	2	..	5	40 27	31	17	52 23	26	27	5	27	19 14
13	32	1 3	1	1 ..
14	29	..	2	1	1	1 1	2 1	3	..	1	2	2 ..
14	30	1	.. 4	1	1	3 ..	3	2	1	2	3 ..
14	31	1
14	32	1
?	?	..	3	1	..	1 3	6	1
n		11	55	33	47	199 244	185	87	250 155	200	170	54	200	121 72

b) Strahlzahl der After- und der Rückenflosse.

After- flosse	Rücken- flosse	1.	2a.	3.	4.	5. ♂ ♀	6.	7.	8. ♂ ♀	9.	10.	11.	12.	13. ♂ ♀
42	61	..	1
45	63	..	1
45	64	1
45	70	1 ..
45	71 1

Alter höfse Rücken- höfse	1.	2a.	3.	4.	5.		6.	7.	8.		9.	10.	11.	12.	13.	
					♂	♀			♂	♀					♂	♀
46	61	1
46	64	..	1	..	2
46	65	..	1
46	66	..	1
47	61	1
47	62	2
47	63	1
47	64	..	1	2
47	65	1
47	66	..	2	1
47	67	1
48	62	1	1
48	63	..	1
48	64	2	1
48	65	1	1	1
48	66	..	3	..	1
48	67	1	..	2	1
48	70	1
48	73
49	63	..	1
49	64	..	4	..	1
49	65	..	1	1	1	1
49	66	..	2	..	3	1
49	67	..	2	3	1	1	1
49	68	2	1	1	1
49	69	..	1	..	4	1	1
49	70	1	1	1
49	71	1
49	72	2
49	73
50	64	..	1
50	65	..	1	1
50	66	1	2	..	1	2	2	1	2	1
50	67	..	3	2	..	1	1	1	1	..	1	3	1
50	68	..	1	2	1	..	1	1	1	..	3	..	1
50	69	1	1	..	2	1	1	1	1	..	4	1	1	1
50	70	1	1	3	2	1	1	3
50	71	1	3	2	..
50	72	1
50	73	2	1
51	64	1
51	65	..	1	1	1	1
51	66	..	2	..	1	1	1	1	1	1
51	67	1	2	..	4	1	2	1	1	2	..
51	68	1	5	1	..	5	3	1	3	1	..	4	2	..	1	..
51	69	..	1	..	3	5	4	2	3	1	2	2	2	..	1	2
51	70	1	1	3	5	2	3	3	2	4	3	1	2	1
51	71	1	6	1	3	3	3	1
51	72	1	1	1	1	2	3	2	1	1
51	73	1	..	1	2	3	2	1	1
51	74	1	2
51	77	1
52	65	..	1	1	1	1
52	66	1	1	1
52	67	..	1	1	2	7	1	..	6	2	2	1	..	1
52	68	..	1	..	2	2	1	4	3	8	2	..	1
52	69	1	2	6	3	5	1	4	3	8	2	..	5	2

After- höuse	Rücke- höuse	1.	2a.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	
						♂	♀	♂	♀	♂	♀	♂	♀	♂	♀
52	70	1	7	6	4	3	3	4	9	6	2	6
52	71	1	..	10	8	3	1	4	3	7	2	..	1
52	72	..	1	2	4	3	1	8	3	4	2	1	2
52	73	1	..	1	2	4	1	3	..	3	..	1	2
52	74	2	..	1	1	2	..	1	..	1	1
52	75	1	..	1	1	1	1
52	76	1	1
52	77	1
53	65	1
53	67	1
53	68	2	2	5	2	1	1	..	1
53	69	..	1	4	4	2	..	4	1	4	2	1	2
53	70	1	3	7	9	5	7	3	8	7	2	10
53	71	2	..	1	..	5	10	8	1	10	5	5	11	..	9
53	72	6	3	5	..	8	9	10	5	2	10
53	73	1	6	9	6	3	6	4	4	4	2	4
53	74	8	5	5	3	5	1	3	3	..	1
53	75	2	4	2	3	1	2
53	76	2	1	..	1	..	3	..	1	..
53	77	1	..	1	..	1	..	1
53	78	1
54	67	1	1
54	68	1	1	1
54	69	1	1	2	1	2
54	70	5	5	2	1	3	1	3	3	2	4
54	71	1	..	4	4	8	..	8	4	6	5	2	4
54	72	6	11	7	..	14	6	9	4	7	2
54	73	..	1	10	10	7	2	18	8	4	5	1	4
54	74	8	5	2	2	10	6	3	9	6	2
54	75	4	..	2	2	2	5	3	2	..	3
54	76	2	1	1	1	2	..	1
54	77	1	2	1	1	1	..	3	1
54	78	1	1
54	80	1
55	65	..	1
55	67
55	68	1
55	69	1
55	70	2	2	1	1	1	2
55	71	4	5	1	5	2	5	3	1	5
55	72	4	2	4	2	3	5	6	7	1	9
55	73	3	8	8	1	7	5	6	7	1	7
55	74	9	7	6	1	11	6	4	5	..	10
55	75	3	7	1	1	4	3	6	5	..	1
55	76	1	2	1	3	6	3	2	4
55	77	1	1	1	..	1
55	78	2	1	1	1
55	79	1	1
55	80	1
56	70	1	1	..
56	71	4	..	1	..	2	3	..	3	..
56	72	4	6	5	1	2	2	3	2	..
56	73	1	5	1	2	1	..	3	6	3
56	74	3	10	3	2	3	2	2	7	3	4
56	75	4	4	3	2	10	3	2	3	4	1
56	76	2	5	1	3	5	4	2	7	5	3
56	77	2	2	..	1	6	1	3	3	5	1

After- hose	Rücke- hose	1.	2a.	3.	4.	5.		6.	7.	8.		9.	10.	11.	12.	13.	
						♂	♀			♂	♀					♂	♀
56	78	1	2	1	1	2	1	2	1
56	79	1	2
57	70	1
57	71	2	1	..
57	72	1	2
57	73	.	1	.	.	2	3	2	..	2	1	1	1
57	74	3	1	..	3	3	1	2	..
57	75	1	1	..	2	1	..	1	1	1	1	4	3
57	76	1	1	..	4	1	1	2	..	3	1
57	77	7	2	..	3	..	2	2	1	3	1
57	78	1	1	..	2	1	..	1	1	1	2
57	79	1	2	1	1	..	1
57	80	2	..	1	1
58	72	1	1
58	73	1	1	1
58	74	1	2	1	1
58	75	2	2	2	1
58	76	2	3	1	2	..
58	77	1	1	1	1
58	78	1	1	1	..	2	1	1	..	2	1
58	79	1	1	1	..	3	1	2	..
58	80	1
59	72	1
59	74	1
59	75	1	1	1
59	76	1	2	1
59	77	1	1	..	1	1	2
59	78	2	1	1	2	..
59	79	1	2	1	1
60	76
60	78	.	1	1	1
60	79	1
60	80	2
60	81
61	75	1
61	81	1
61	82
n	11	55	33	47	199	244	185	87	250	155	200	170	54	200	121	72	

c) Strahlzahl der linken und der rechten Brustflossen.

linke Brust- flosse	rechte Brust- flosse	1.	2a.	3.	4.	6.	7.	9.	10.	11.	12.
[5]	[8]	..	1
[5]	12	1
8	9	1	1	1
8	10	1	1
8	11	1
8	12	1

linke Brust- flosse	rechte Brust- flosse	1.	2a.	3.	4.	6.	7.	9.	10.	11.	12.
9	9	1	6	2	4	1
9	10	..	8	4	5	4	3	4	2
9	11	1	1	1	..	1	4	2	1	1	3
9	12	..	1	1
10	[7]	1
10	[8]	1
10	9	1	2	2
10	10	2	12	5	12	16	13	8	5	2	8
10	11	..	10	5	10	43	24	40	21	4	26
10	12	..	2	5	1	4	1	2	3
10	13	1
11	[6]	1
11	[8]	1
11	9	2	..	1	1
11	10	4	1	1	2	8	1	3	4	..	1
11	11	1	5	9	10	50	20	76	64	18	48
11	12	..	1	..	4	28	13	31	32	12	74
11	13	..	1	1	1	..	2
12	[8]	1
12	10	1	1	1
12	11	1	..	6	1	7	4	1	..
12	12	..	2	2	1	12	2	13	28	11	27
12	13	4	..	3	..	1	3
13	12	2	..	1	1
13	13	1	..
14	12	1
?	11	1
?	?	1	..	3
<i>n</i>		11	55	33	47	185	87	200	170	54	200

Tabelle 2.**Kombinationsschemata**

a) der Zahl der Schwanzwirbel und der Afterflossenstrahlen,
 b) der Wirbelsumme und der Strahlzahl der Rückenflosse
 für die drei Gruppen des Nordseematerials.

II. Helgoland.

a)

Afterflosse.

	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	Σ	
Schwanzwirbel	28	2	2	
	29	2	4	16	18	25	14	15	10	2	2	108	
	30	1	3	8	13	37	55	91	72	52	48	27	9	7	1	425	
	31	3	3	7	25	21	36	28	20	8	5	7	1	164	
	32	1	1	2	1	5	
	Σ	1	3	13	20	62	98	137	123	96	80	38	16	14	2	1	704
	?	1	1	2	3	1	2	1	11	

b)

Rückenflosse.

	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	Σ	
Wirbelsumme	40	1	1	...	1	1	4		
	41	1	1	2	3	5	2	...	1	15		
	42	...	2	5	6	10	15	21	25	17	12	14	9	9	4	2	1	152		
	43	1	1	5	5	20	32	44	55	41	62	55	30	20	15	11	7	1	407	
	44	2	5	3	8	8	18	22	22	8	4	12	6	4	...	122	
	45	1	1	...	1	...	1	...	4	
	Σ	1	3	10	14	36	51	77	91	82	98	91	48	35	31	20	12	3	1	704
	?	1	3	...	1	3	2	1	11	

III. SW.-Nordsee.

a)
Afterflosse.

	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	
Schwanz- wirbel	28	1	1	2
	29	1	10	11	11	16	20	14	4	4	1	...	1	93
	30	1	2	6	15	27	68	107	111	89	56	29	11	522
	31	4	9	17	21	24	27	30	9	9	3	1	1	155
	32	1	2	3
	Σ	1	2	7	29	47	97	144	155	131	93	42	21	3	2	1

b)
Rückenflosse.

	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	Σ
Wirbelsumme	41	1	1	...	1	3
	42	2	...	7	12	8	18	19	18	14	15	5	6	6	130	
	43	...	4	6	9	11	25	53	71	76	67	65	45	37	16	10	6	1	1	503
	44	3	4	9	8	13	22	18	15	12	9	13	8	1	2	...	137	
	45	1	1	
	46	1	1	
Σ		2	4	6	19	28	42	79	103	116	100	95	63	52	37	18	7	3	1	775

IV. O.-Schottland.

a)
Afterflosse.

	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61		Σ
Schwanz- wirbel	29	3	4	12	9	5	9	8	2	1	53
	30	1	2	5	21	35	58	58	51	45	20	13	6	1	1	...	317
	31	1	4	11	9	15	17	5	7	5	2	76
	32	1	1
	Σ	1	2	8	26	51	78	72	75	70	28	21	11	3	1	...	447

b)
Rückenflosse.

	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81		Σ
Wirbelsumme	41	1	1
	42	1	...	1	4	2	9	4	11	7	11	5	3	2	3	63
	43	...	1	2	5	8	15	42	36	56	31	37	33	15	15	12	2	...	1	311
	44	2	4	4	8	13	10	13	6	2	3	3	3	...	71	
	45	1	1	
	Σ	1	1	3	9	10	26	50	51	71	56	52	49	24	20	15	5	3	1	447

Tabelle 3.

Variationsreihen

der sechs untersuchten Merkmale (a, b, d, e, g, h), abzuleiten aus Tab. 1a—1c, unter Nichtberücksichtigung der [eckig] eingeklammerten Varianten in Tab. 1c, ferner

- c) Summenreihen der Wirbelzahlen,
- f) Differenzreihen der Strahlzahl der Rücken- minus der der Afterflosse,
- i) Differenzreihen der Strahlzahl der rechten minus der der linken Brustflosse für die vier Gruppen des gesamten Materials.

	Zahl der												c) Wirbelsumme,							
	a) Rumpfwirbel.						b) Schwanzwirbel.													
	10	11	12	13	14	27	28	29	30	31	32	39	40	41	42	43	44	45	46	n
I. SW.-Ostsee	2	49	85	6	1	5	51	71	13	1	0	19	65	47	9	1	..	142	
II. Helgoland	1	7	117	571	8	2	108	425	164	5	..	4	15	152	407	122	4	..	704	
III. SW.-Nordsee	73	687	15	..	93	522	153	3	3	130	503	137	1	1	..	773	
IV. O.-Schottland	28	408	11	..	53	317	76	1	..	1	63	311	71	1	..	447		

d) Strahlzahl der Afterflosse.

	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	n
I. SW.-Ostsee	1	0	0	2	6	12	15	28	25	29	14	9	2	1	0	1	0	0	1	..	146
2b. Niendorf 1904	1	5	14	26	37	48	35	24	17	5	5	1	218
I. SW.-Ostsee	1	0	1	7	20	38	52	76	60	53	31	14	7	2	0	1	0	0	1	..	364
II. Helgoland	1	0	0	3	13	20	63	39	139	126	97	82	39	16	14	2	1	..	715
III. SW.-Nordsee	1	2	7	29	47	97	144	155	131	93	42	21	3	2	1	..	773
IV. O.-Schottland	1	0	0	0	2	8	26	51	78	72	75	70	28	21	11	3	1	447	

e) Strahlzahl der Rückenflosse.

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	n
I. SW.-Ostsee	3	4	4	16	14	21	24	18	15	11	6	4	5	0	0	0	0	1	1	1	1	1	146
II. Helgoland	1	3	10	14	36	52	80	91	83	101	93	49	35	31	20	12	3	1	1	..	715
III. SW.-Nordsee	2	4	6	19	28	42	79	103	116	100	95	63	52	37	18	7	3	0	1	1	775
IV. O.-Schottland	1	1	3	9	10	26	50	51	71	56	62	49	24	20	15	5	3	1	1	..	447

f) Differenzen der Strahlzahl der Rückenflosse minus der Afterflosse.

	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	n
I. SW.-Ostsee	1	0	1	3	8	16	22	27	28	18	16	4	1	1	1	1	..	146
II. Helgoland	4	11	29	75	101	134	132	105	62	33	16	8	3	2	715
III. SW.-Nordsee	1	2	9	28	68	113	148	159	122	74	26	20	3	1	1	775
IV. O.-Schottland	2	10	22	43	73	89	75	72	36	19	5	0	1	..	447

Strahlzahl der Brustflossen
g) links,
h) rechts.

	8	9	10	11	12	13	14	n	9	10	11	12	13	n
I. SW.-Ostsee	4	33	62	39	6	144	15	57	57	13	1	143
II. Helgoland	17	103	123	26	269	6	16	149	62	6	269
III. SW.-Nordsee	3	10	82	214	58	2	..	369	4	29	217	112	4	366
IV. O.-Schottland	5	45	156	43	3	1	253	1	11	101	134	7	254

i) Differenzen der Strahlzahl der rechten minus der linken Brustflosse.

	-2	-1	0	1	2	3	4	n
I. SW.-Ostsee	12	70	50	10	1	..	143
II. Helgoland	16	117	119	12	2	..	269
III. SW.-Nordsee	22	195	133	10	1	1	365
IV. O.-Schottland	2	4	115	120	11	1	..	253

Tabelle 4.

Rechnungsergebnisse

- a) Mittelwerte und Hauptabweichungen sämtlicher Variations-, Summen- und Differenzreihen der vier Untersuchungsgruppen (cf. Tab. 3):

a) Mittelwerte und

	Rumpfwirbel		Schwanz $A \pm E (A)$
	$A \pm E (A)$	$v \pm E (v)$	
I. SW.-Ostsee	$12,66901 \pm 0,03272$	$0,57802 \pm 0,02313$	$29,65493 \pm 0,04251$
II. Helgoland	$12,82102 \pm 0,01131$	$0,44506 \pm 0,00800$	$30,08807 \pm 0,01644$
III. SW.-Nordsee	$12,92516 \pm 0,00796$	$0,32855 \pm 0,00563$	$30,08258 \pm 0,01411$
IV. O.-Schottland	$12,96197 \pm 0,00934$	$0,29292 \pm 0,00661$	$30,05539 \pm 0,01731$

	Afterflosse ¹⁾		Rücken $A \pm E (A)$
	$A \pm E (A)$	$v \pm E (v)$	
I. SW.-Ostsee	$49,42033 \pm 0,07669$	$2,16915 \pm 0,05422$	$67,10274 \pm 0,15771$
II. Helgoland	$53,76643 \pm 0,05501$	$2,18065 \pm 0,03889$	$72,35804 \pm 0,07376$
III. SW.-Nordsee	$53,88645 \pm 0,04860$	$2,00580 \pm 0,03436$	$72,50194 \pm 0,06826$
IV. O.-Schottland	$54,34452 \pm 0,06910$	$2,16591 \pm 0,04886$	$72,70246 \pm 0,08949$

	Linke Brustflosse ¹⁾		Rechte $A \pm E (A)$
	$A \pm E (A)$	$v \pm E (v)$	
I. SW.-Ostsee	$10,06944 \pm 0,04942$	$0,87918 \pm 0,03494$	$10,49650 \pm 0,04663$
II. Helgoland	$10,58736 \pm 0,03083$	$0,74971 \pm 0,02180$	$11,05948 \pm 0,03122$
III. SW.-Nordsee	$10,86721 \pm 0,02639$	$0,75163 \pm 0,01866$	$11,22678 \pm 0,02288$
IV. O.-Schottland	$10,98814 \pm 0,03028$	$0,71396 \pm 0,02141$	$11,53150 \pm 0,02724$

- b) Gruppenvergleiche: Näherungswerte des Divergenzkoeffizienten¹⁾; Differenzquotienten der Mittel. der Hauptabweichungen und der Korrelationskoeffizienten;
 c) Korrelation und Regression.

¹⁾ In [eckigen] Klammern, soweit sie erheblich von den wahren Werten verschieden (cf. Texttabelle p. 218).

Hauptabweichungen.

wirbel	Wirbelsumme		<i>n</i>
	$A \pm E (A)$	$c \pm E (c)$	
0,75102 ± 0,03006	42,32394 ± 0,04870	0,86031 ± 0,03443	142
0,64682 ± 0,01163	42,90909 ± 0,01868	0,73487 ± 0,01321	704
0,58223 ± 0,00997	43,00774 ± 0,01487	0,61377 ± 0,01052	775
0,54260 ± 0,01224	43,01790 ± 0,01797	0,56334 ± 0,01271	447

flosse ²⁾	Differenzreihe der Rücken- und Afterflosse ²⁾		<i>n</i>
	$A \pm E (A)$	$c \pm E (c)$	
2,82535 ± 0,11152	17,25342 ± 0,11684	2,09308 ± 0,08262	¹⁾ 364 ²⁾ 146
2,92430 ± 0,05216	18,59161 ± 0,05410	2,14468 ± 0,03825	715
2,81740 ± 0,04827	18,61548 ± 0,04785	1,97514 ± 0,03384	775
2,80517 ± 0,06328	18,35794 ± 0,06332	1,98469 ± 0,04477	447

Brustflosse ²⁾	Differenzreihe der Brustflossen ³⁾		<i>n</i>
	$A \pm E (A)$	$c \pm E (c)$	
0,82677 ± 0,03297	0,42657 ± 0,04348	0,77088 ± 0,03075	¹⁾ 144 ²⁾ ³⁾ 143
0,75920 ± 0,02208	0,47212 ± 0,03102	0,75427 ± 0,02193	269
0,64904 ± 0,01618	0,36164 ± 0,02508	0,71051 ± 0,01733	¹⁾ 369 ²⁾ 366 ³⁾ 365
0,64371 ± 0,01926	0,54150 ± 0,02806	0,66182 ± 0,01984	¹⁾ ³⁾ 253 ²⁾ 254

b) Gruppenvergleiche.

Gruppen-differenz	$\Delta_2 \pm E(\Delta_2)$	Dq		$\Delta_2 \pm E(\Delta_2)$	Dq		Dq (ρ)
		(A)	(v)		(A)	(v)	
Rumpfwirbel.							
II—I	[0,1486 ± 0,0338]	4,39	— 5,43	0,3099 ± 0,0326	9,50	— 3,23	0,82
III—I	[0,2825 ± 0,0371]	7,61	— 10,48	[0,3208 ± 0,0336]	9,55	— 5,33	— 0,03
IV—I	[0,3364 ± 0,0391]	8,61	— 11,85	[0,3096 ± 0,0355]	8,72	— 6,42	— 0,25
III—II	[0,1346 ± 0,0179]	7,53	— 11,91	[— 0,0045 ± 0,0178]	— 0,25	— 4,22	— 1,48
IV—II	[0,1910 ± 0,0199]	9,61	— 14,66	[— 0,0275 ± 0,0201]	— 1,37	— 6,17	— 1,64
IV—III	[0,0592 ± 0,0198]	3,00	— 4,10	[— 0,0242 ± 0,0199]	— 1,22	— 2,51	— 0,37
Afterflosse.							
II—I	0,9991 ± 0,0217	46,05	0,17	0,9140 ± 0,0303	30,18	0,81	— 0,05
III—I	1,0697 ± 0,0217	49,19	— 2,54	0,9568 ± 0,0305	31,42	— 0,65	0,90
IV—I	1,1359 ± 0,0238	47,70	— 0,04	0,9945 ± 0,0322	30,88	— 0,16	0,75
III—II	[0,0287 ± 0,0175]	1,64	— 3,37	[0,0251 ± 0,0175]	1,43	— 1,50	1,69
IV—II	0,1330 ± 0,0203	6,55	— 0,24	[0,0601 ± 0,0202]	2,97	— 1,45	1,29
IV—III	[0,1098 ± 0,0202]	5,42	2,68	0,0357 ± 0,0200	1,78	— 0,15	— 0,18
Linke Brustflosse.							
II—I	0,3180 ± 0,0358	8,89	— 3,14	0,3550 ± 0,0354	10,03	— 1,70	— 1,98
III—I	0,4892 ± 0,0344	14,24	— 3,22	0,4948 ± 0,0352	14,06	— 4,84	— 2,23
IV—I	0,5767 ± 0,0364	15,85	— 4,03	0,7039 ± 0,0367	19,16	— 4,79	— 1,38
III—II	0,1864 ± 0,0270	6,90	0,07	[0,1188 ± 0,0275]	4,32	— 4,02	— 0,15
IV—II	0,2738 ± 0,0295	9,27	— 1,17	[0,3365 ± 0,0295]	11,39	— 3,94	0,67
IV—III	[0,0825 ± 0,0274]	3,01	— 1,33	0,2357 ± 0,0275	8,56	— 0,21	0,86

	Dq (ρ)	
	a	b
III—II	0,30	— 1,28
IV—II	1,98	1,16
IV—III	1,75	2,32

a) Korrelation der Zahl der Schwanzwirbel und der Afterflossenstrahlen.

b) Korrelation der Wirbelsumme und der Strahlzahl der Rückenflosse.

c) Korrelation und Regression.

Gruppe	$\rho \pm E(\rho)$	A'_1	v'_1	A'_2	v'_2
Zahl der Rumpf- (1) und der Schwanzwirbel (2).					
I . . .	$-0,18198 \pm 0,05473$	$16,82258 - 0,14006 V_2$	$0,56837$	$32,65053 - 0,23645 V_1$	$0,73848$
II . . .	$-0,13277 \pm 0,02497$	$15,56966 - 0,09135 V_2$	$0,44111$	$32,56194 - 0,19295 V_1$	$0,64109$
III . . .	$-0,18354 \pm 0,02341$	$16,04087 - 0,10357 V_2$	$0,32297$	$34,28659 - 0,32526 V_1$	$0,57234$
IV . . .	$-0,19775 \pm 0,03065$	$16,17057 - 0,10675 V_2$	$0,28714$	$34,80400 - 0,36631 V_1$	$0,53189$
Strahlzahl der After- (1) und der Rückenflosse (2).					
I . . .	$0,68435 \pm 0,02968$	$12,40994 + 0,55794 V_2$	$1,25489$	$25,25962 + 0,83939 V_1$	$1,53919$
II . . .	$0,68271 \pm 0,01347$	$16,92916 + 0,50910 V_2$	$1,59338$	$23,13336 + 0,91553 V_1$	$2,13676$
III . . .	$0,71311 \pm 0,01191$	$17,07805 + 0,50769 V_2$	$1,40616$	$18,52620 + 1,00166 V_1$	$1,97511$
IV . . .	$0,70947 \pm 0,01584$	$14,51872 + 0,54779 V_2$	$1,52639$	$22,76706 + 0,91887 V_1$	$1,97690$
Zahl der Schwanzwirbel (1) und der Afterflossenstrahlen (2).					
II . . .	$0,16351 \pm 0,02471$	$27,48778 + 0,04837 V_2$	$0,63812$	$37,43071 + 0,55273 V_1$	$2,15716$
III . . .	$0,17377 \pm 0,02350$	$27,36457 + 0,05044 V_2$	$0,57337$	$35,87817 + 0,59863 V_1$	$1,97529$
IV . . .	$0,24058 \pm 0,03006$	$26,78055 + 0,06027 V_2$	$0,52666$	$25,48043 + 0,96035 V_1$	$2,10229$
Wirbelsumme (1) und Strahlzahl der Rückenflosse (2).					
II . . .	$0,21928 \pm 0,02420$	$38,93886 + 0,05487 V_2$	$0,71699$	$34,75794 + 0,87637 V_1$	$2,86551$
III . . .	$0,17609 \pm 0,02348$	$40,22649 + 0,03836 V_2$	$0,60418$	$37,73852 + 0,80831 V_1$	$2,77337$
IV . . .	$0,26386 \pm 0,02968$	$39,16556 + 0,05299 V_2$	$0,54338$	$16,18243 + 1,31387 V_1$	$2,70576$
Strahlzahl der linken (1) und der rechten Brustflosse (2).					
I . . .	$0,59475 \pm 0,03645$	$3,40839 + 0,63464 V_2$	$0,70923$	$4,88392 + 0,55736 V_1$	$0,66465$
II . . .	$0,50030 \pm 0,03083$	$5,12348 + 0,49405 V_2$	$0,64914$	$5,69559 + 0,50663 V_1$	$0,65735$
III . . .	$0,49417 \pm 0,02668$	$4,44490 + 0,57189 V_2$	$0,65378$	$6,58759 + 0,42701 V_1$	$0,56493$
IV . . .	$0,52918 \pm 0,03053$	$4,22731 + 0,58639 V_2$	$0,60580$	$6,28216 + 0,47756 V_1$	$0,54670$

Tafelerklärung.

Tafel I. Fig. A, B, C, D: Paare inhaltgleicher Normalkurven, die sich in verschiedener Weise partiell decken. Erklärung siehe im Text p. 210.

Tafel II. Regressionslinien:

Fig. 1: der Rumpf- auf die Schwanzwirbelzahl und der letzteren auf die erstere je für die Untersuchungsgruppen I—IV;

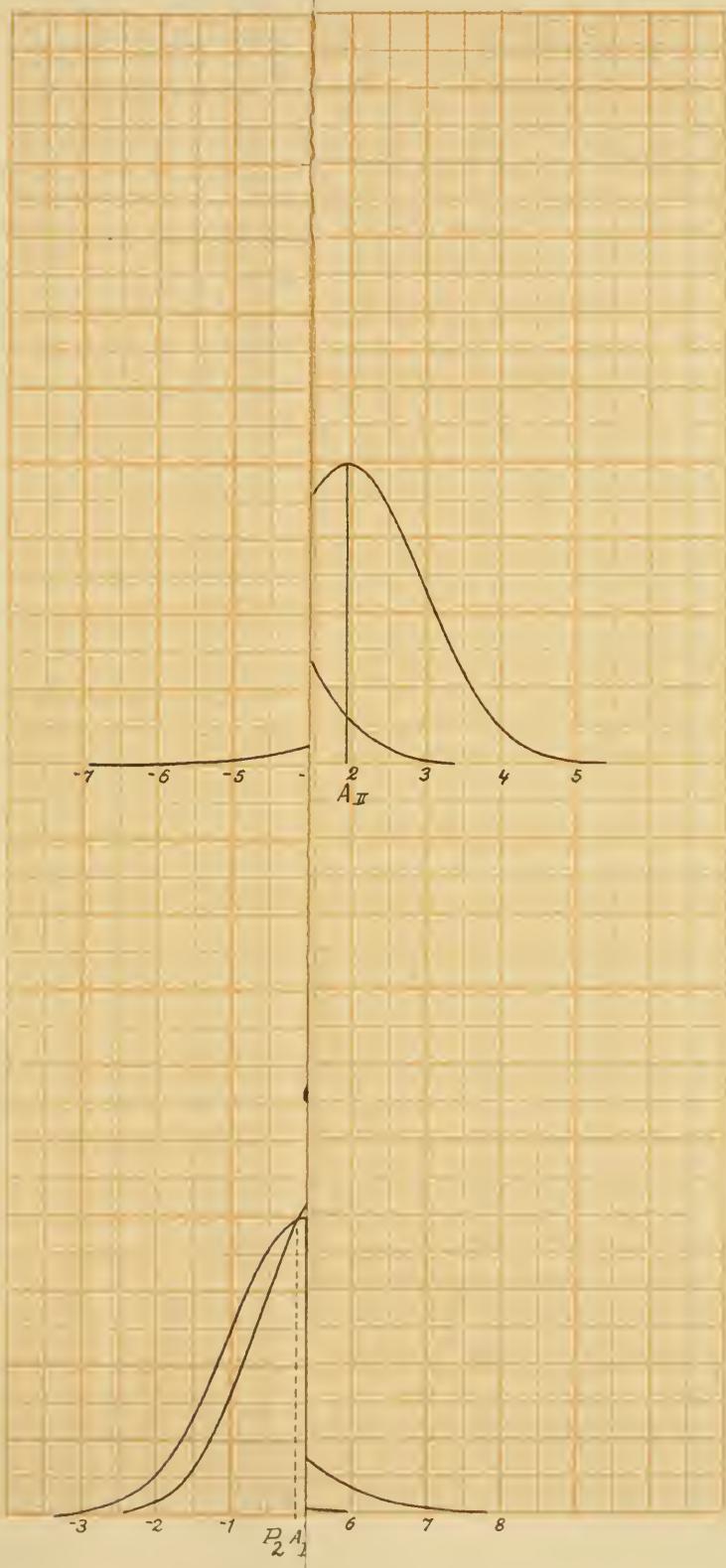
Fig. 2: der Strahlzahl der After- auf die der Rückenflosse und der letzteren auf die erstere je für die Gruppen I—IV;

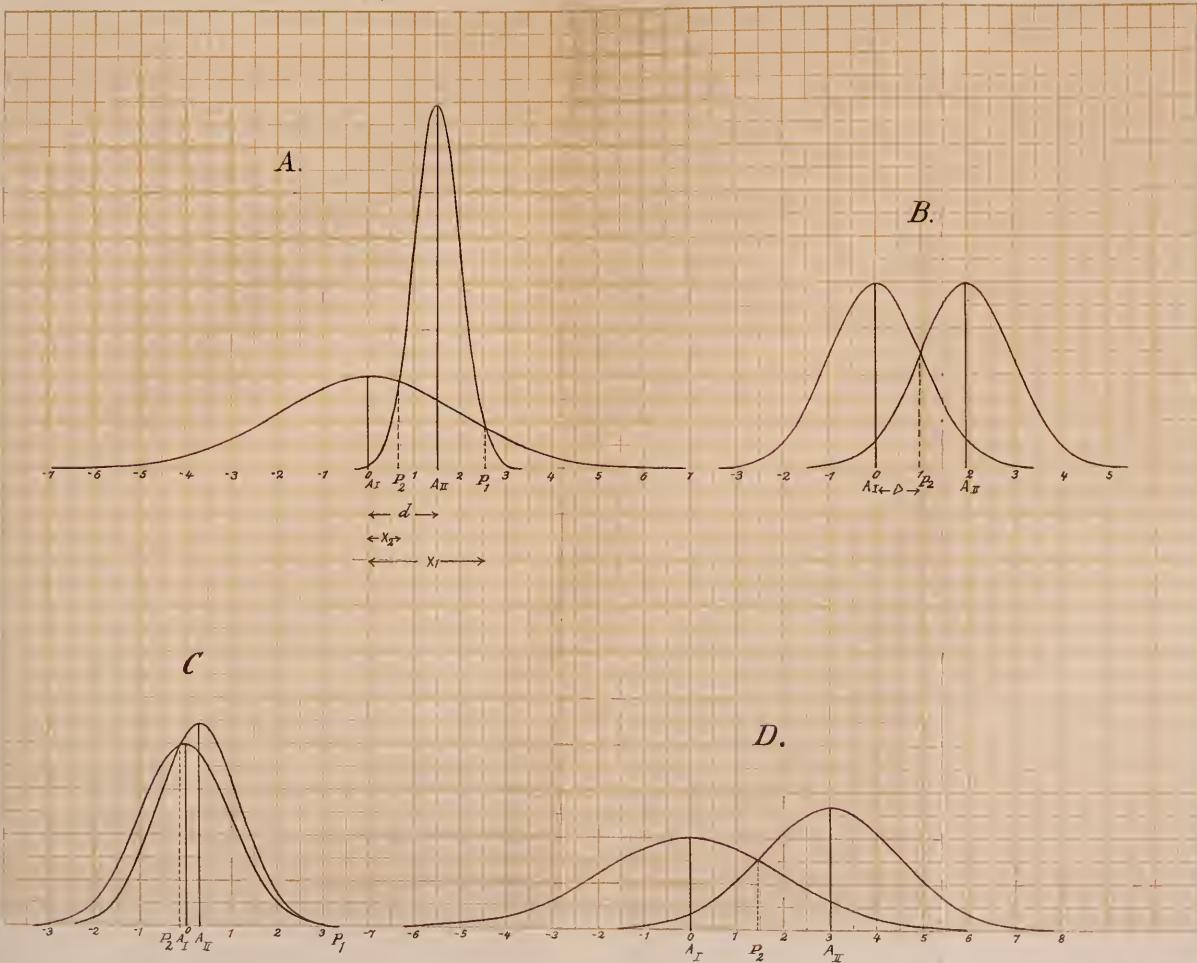
Fig. 3: der Zahl der Schwanzwirbel auf die Strahlzahl der Afterflosse und der letzteren auf die erstere je für die Gruppen II—IV;

Fig. 4: der Wirbelsumme auf die Strahlzahl der Rückenflosse und der letzteren auf die erstere je für die Gruppen II—IV;

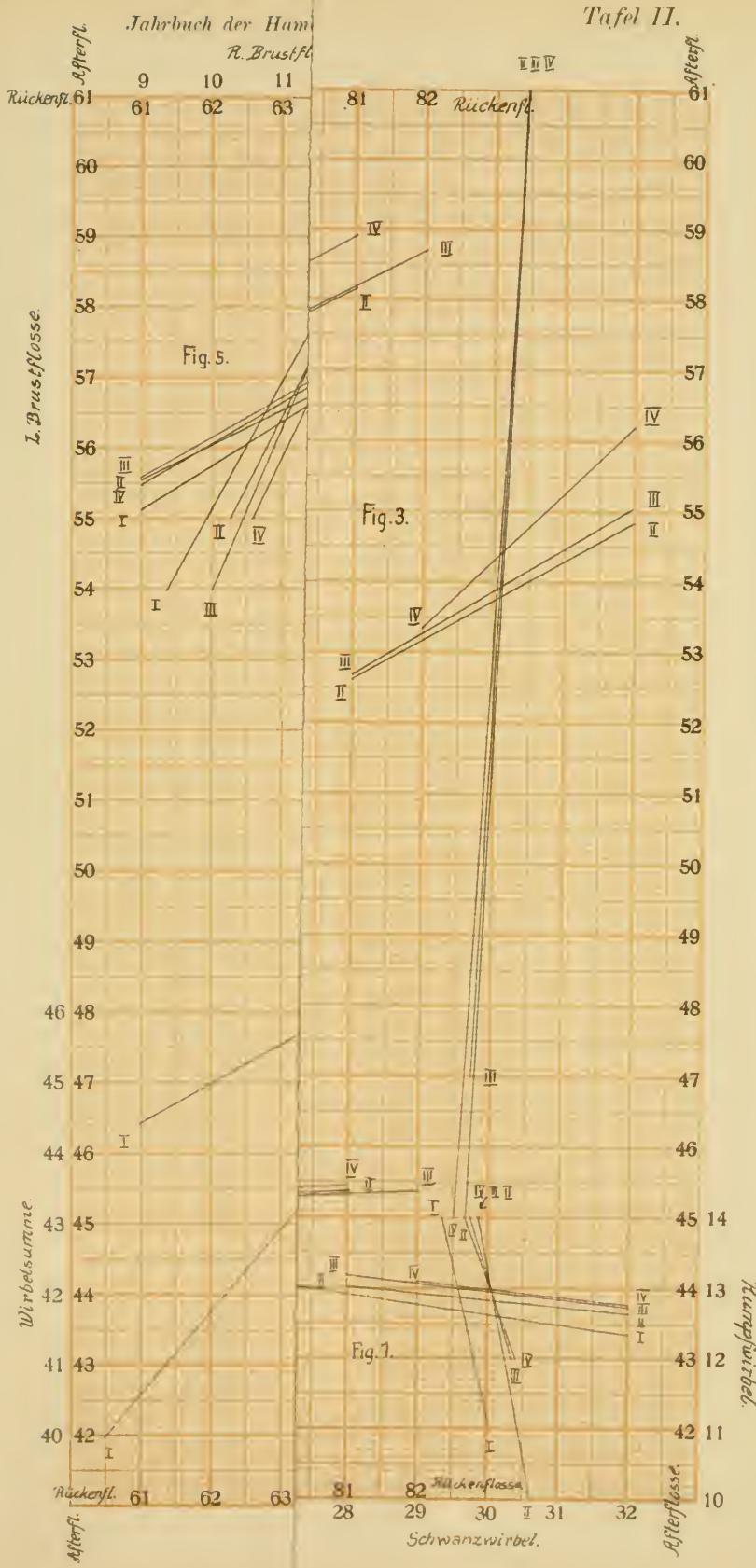
Fig. 5: der Strahlzahl der linken auf die der rechten Brustflosse und der letzteren auf die erstere je für die Gruppen I—IV.

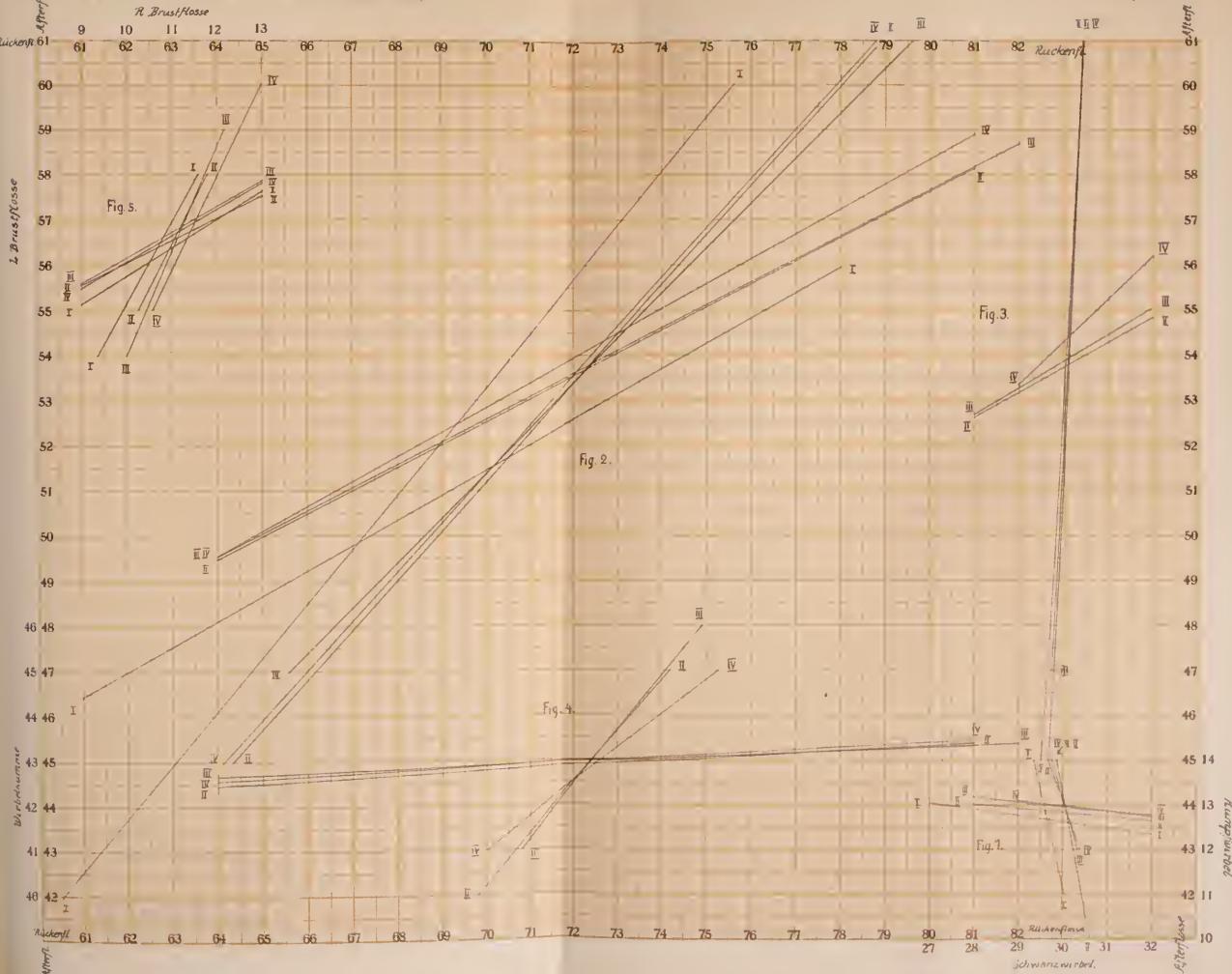
Über die Bedeutung der Regressionslinien siehe p. 224 des Textes.





Tafel II.





Inhaltsübersicht.

1. Gegenstand der Untersuchung.

Material, Merkmale.

2. Methode.

Bestimmungswerte, ihre wahrscheinlichen Fehler und Differenzquotienten. — Wahrscheinliche Fehler von Frequenzen. — Divergenz von Individuengruppen und ihre Messung. — Der Divergenzkoeffizient und sein wahrscheinlicher Fehler. — Numerische Beispiele zum vorigen. — Korrelative Variation. — Rechnungskontrolle.

3. Sexuelle Verschiedenheiten der Merkmale.

4. Variation der Einzelmerkmale.

- a) Die Wirbelzahlen.
- b) Die Strahlzahlen der Kielflossen.
- c) Die Strahlzahlen der Brustflossen.
- d) Zusammenfassung.

5. Wichtigere korrelative Beziehungen der untersuchten Merkmale.

- a) Abdominale und kaudale Wirbelzahl.
- b) Strahlzahlen der beiden Kielflossen.
- c) Zahl der Schwanzwirbel und der Afterflossenstrahlen.
- d) Wirbelsumme und Strahlzahl der Rückenflosse.
- e) Strahlzahlen der beiden Brustflossen.
- f) Zusammenfassung.

6. Lokalform und Rasse.

Anhangstabellen.

Tafelerklärung.