

Graphische Lösung von Aufgaben aus der astronomischen Erdkunde

Von Dr. Max Möller

(Mit 12 Textfiguren)

Eine Reihe von Fragen aus dem Gebiete der mathematischen Geographie kann auf konstruktivem Wege beantwortet werden, mit Lineal und Zirkel, ganz ohne Rechnung und unter alleiniger Verwendung von Kreis und gerader Linie in endlicher Anzahl, also mit rein elementaren Hilfsmitteln.

1. Aus der Deklination eines Gestirnes dessen Morgenweite zu finden

Der Kreis $nBA s A' B'$ Fig. 1 stellt den Meridian des Beobachtungsortes vor; ns ist die Mittagslinie; AA' der Durchschnitt der Äquatorebene mit dem Meridian (Stundenlinie ge-

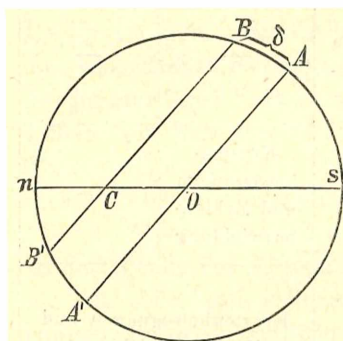


Fig. 1.

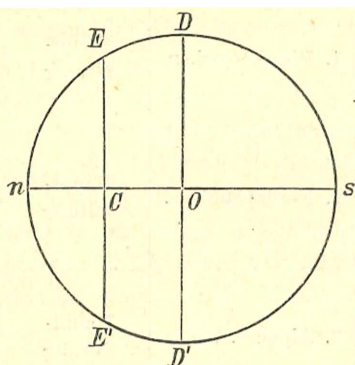


Fig. 2.

nannt) oder die Projektion des Äquators auf den Meridian; sie schließt mit der Mittagslinie einen Winkel ein, welcher die geographische Breite zu einem Rechten ergänzt. — Die Breite muß gegeben sein, sonst ist die Aufgabe vieldeutig, läßt unzählig

viele Lösungen zu. — Ist die Deklination δ eine nördliche, dann wird sie nach links von A aufgetragen bis B , so daß $AB = \delta$; $BB' \parallel AA'$ ist der Himmelsparallel, welchen der Stern im Tage beschreibt, projiziert auf den Meridian; er schneidet die Mittagslinie in C . Nun zeichnen wir einen zweiten Kreis, Fig. 2, dessen Radius gleich dem vorigen; er stelle den Horizont vor; ns sei die zugehörige Mittagslinie, O und C nehmen in der Mittagslinie dieselbe Stelle ein wie vorhin; DD' ist der Durchschnitt von Äquatorebene und Gesichtskreis, Ost-Westlinie; D Ostpunkt, D' Westpunkt; in ECE' schneidet der Parallel des Sternes, seine Tagesbahn, den Horizont, in E geht der besagte Stern auf; der Bogen DE ist die gesuchte Morgenweite; $D'E'$ ist die Abendweite, vorausgesetzt, daß die Deklination sich seit dem Aufgange nicht merklich geändert hat. — Die Morgenweite wäre auch zu finden gewesen ohne die Konstruktion des zweiten Kreises; in der ersten Figur wären in O und C Lote zu errichten auf die Mittagslinie, die von ihnen begrenzten Bogen im Horizontrande sind Morgen- und Abendweite; es kann derselbe Kreis zuerst als Meridian und dann als Horizont gebraucht werden; man denke sich den Kreis um die Mittagslinie als Achse 90° gedreht, Punkte der Mittagslinie ändern dadurch ihre Lage nicht; man hat sich bloß die Geraden AA' und BB' weggelöscht zu denken; n, s, O und C bleiben in voller Geltung.

Von solcher Drehung einer Kreisebene um einen ihrer Durchmesser wird im folgenden noch häufig Anwendung gemacht, um Konstruktionen abzukürzen und zu erleichtern.

2. Aus der Morgen- oder Abendweite die Deklination zu finden

Die gegebene Morgenweite sei eine nördliche. Der Horizont mit der eingezeichneten Mittags- und Ost-Westlinie gilt für alle Breiten. Wenn die Morgenweite als Bogen ED gegeben ist (Fig. 2), läßt sich auch EE' konstruieren und der Punkt C finden, in welchem die Mittagslinie von der Ebene der Tagesbahn geschnitten wird. Da die geographische Breite bekannt ist, läßt sich in eine Figur wie 1 die Stundenlinie einzeichnen, die Entfernung OC wird aus 2 übertragen, durch C eine Parallele zur Stundenlinie ist Projektion der Tagesbahn auf den Meridian: die Punkte B und B' sind gefunden; der Bogen BA ist die gesuchte Deklination. — Für eine südliche Morgenweite wäre auch die Deklination als

südlich herausgekommen. Es ist leicht zu bemerken, daß Fig. 2 zuerst als Horizont, dann als Meridian hätte benützt werden können.

Sind die Kardinalpunkte des Horizontes O , W , S , N bekannt, und kann die Entfernung der aufgehenden Sonne oder des Mondes vom Ostpunkte mit hinreichender Genauigkeit — wenn auch nicht mit Präzisionsinstrumenten — gemessen werden, dann läßt sich die Deklination dieser Gestirne für diesen Tag, resp. Abend, auf graphischem Wege herausfinden und aus fortgesetzten Beobachtungen auch die Änderung der Deklination mit der Zeit. Im allgemeinen eignen sich Bestimmungen am Horizont nicht zur Erlangung astronomischer Daten, weil der Gesichtskreis selten rein ist von Dünsten; viel besser sind Beobachtungen im Meridian.

3. Aus geographischer Breite und Sonnendeklination die Zeit des Sonnenaufganges zu finden. Bestimmung des Tagbogens irgendeines Gestirnes

Die Fig. 1 läßt sich aus den gegebenen Stücken zeichnen, dann ist der Durchmesser des Sonnenparalleles (der Tagesbahn) bekannt: BB' . Eine auf ns Senkrechte im Punkte C gibt den Durchschnitt der Tagesbahn mit dem Horizont — EE' in Fig. 2; diese Linie trennt den Tagbogen vom Nachtbogen. Wird über BB' als Durchmesser ein Kreis geschlagen und EE' als Sehne in diesen Kreis eingetragen, dann ist die Scheidung von Tag- und Nachtbogen vollzogen. Der Zentriwinkel des Tagbogens mit dem Transporteur ausgemessen und die gefundene Anzahl von Graden durch 15 geteilt, gibt bei der Sonne die Tageslänge in mittleren Stunden; die Hälfte davon ist die (wahre) Zeit des Sonnenunterganges, von 12 abgezogen die Zeit des Sonnenaufganges.

Aus Fig. 1 ist zu ersehen, daß die Größe des Tagbogens in hohem Grade abhängig ist von der Deklination des Gestirnes und von der geographischen Breite des Beobachtungsortes. Je größer die Deklination, desto kleiner wird der Tagesparallel, und je kleiner die Äquatorhöhe, desto mehr rückt der Punkt C ab vom Horizontmittelpunkte O und desto kleiner die einzutragende Sehne.

Hier war vorausgesetzt, daß die Sonnendeklination für den gewünschten Tag bekannt ist, daß sie gegeben oder einer Tabelle entnommen werden kann. Wir werden später (pag. 166) sehen, daß ein für Graphik hinreichend genauer Deklinationswert ebenfalls durch elementare Konstruktion gefunden werden kann.

geben, dann ließe sich die Rektaszension $\mathcal{R}$, die Deklination δ und die Länge λ der Sonne finden. Ein durch s gelegter Äquatorradius OD schließt mit der Hälfte OF der Nachtgleichenlinie einen Winkel ein $= \mathcal{R}$. Ein in s auf OD errichtetes Lot sE trennt ab den Bogen $DE = \delta$; in OD schneidet nämlich die Ebene des Deklinationskreises den Himmelsäquator; um dieses OD denken wir uns den Deklinationskreis hineingeklappt in die Äquatorebene, dann fällt der Sonnenort auf E , weil die Projektion des Sonnenortes auf s fallen muß, s aber bei der ausgeführten Drehung seinen Platz unverändert beibehält. — Ein von s auf FH gefälltes Lot sC trifft in seiner Verlängerung auf G ; der Kreisbogen FG ist gleich der Sonnenlänge λ ; denken wir uns die Ekliptik um die Nachtgleichenlinie FH $23\frac{1}{2}^\circ$ gedreht, auf die Äquatorebene geklappt, dann muß der Sonnenort auf G fallen, weil der Sonnenort vom Frühlingspunkte λ Grade entfernt war. Durch s wird die Kreisordinate CG (nahezu) im Verhältnisse 9:10 geteilt, der Ekliptikschiefe entsprechend. — Angenommen wurde hier, daß die Sonnenprojektion im ersten Äquatorquadranten zu liegen kommt; in den übrigen Fällen sind nur leichte Modifikationen nötig.

Zur Versinnlichung der Konstruktionen, besonders für Unterrichtszwecke, können Kreisscheiben dienen, aus dünner Pappe angefertigt und mit radialen Einschnitten versehen, durch welche sie ineinander geschoben die größten Himmelskreise in ihrer natürlichen Lage darstellen können und auch das Hineinklappen einer Ebene in die andere leicht gestatten.

Kleinere Scheiben, in welchen und für welche passende Einschnitte angebracht sind, dienen, um Wende- und Polarkreise zu veranschaulichen. Auch halbe und Viertelkreise aus verschiedenfarbigem Papier werden gut verwendbar sein.

Wäre die Projektion der Sonne auf den Kolor — darunter sei der Solstitialkolor verstanden — gegeben, so ließe sich $\mathcal{R}$, δ und λ gleichfalls finden. Der Halbkreis in Fig. 3, dessen Durchmesser FH diesmal die Weltachse ist, sei der erwähnte Kolor, in OA wird er vom Äquator geschnitten, in OJ von der Ekliptik, H ist astronomischer Nordpol. Äquatorschnitt und Ekliptikschnitt bilden den Winkel $AOJ = 23\frac{1}{2}^\circ$. Die Projektion des Sonnenmittelpunktes auf den Kolor muß in die Gerade OJ hineinfallen, letztere ist ja Projektion der Jahresbahn; s' sei der gegebene Punkt. Eine zu OA durch s' parallele Gerade KL ist Durchschnitt der — parallel dem Äquator gelegenen — Tagesbahn mit der Ebene des Kolors, somit ist $\text{arc } AL = \delta$, Bogenabstand des Sonnen-

parallels vom Äquator. — Wird über KL als Radius ein Viertelkreis LM geschlagen, so schneidet ein in s' auf den Radius errichtetes Lot von diesem Quadranten einen Bogen LN , der, von L aus gezählt, dem Komplement der R gleichkommt: wir denken uns den Kreisquadranten als einen Teil der auf den Kolor geklappten Tagesbahn; im Äquator könnten wir, anstatt vom Frühlingspunkte aus zu zählen, ebensogut vom Durchschnitte mit dem Kolor nach rückwärts zählen: 90, 89, 88 . . . gegen Null hin, und dieselbe Zählung kann in jedem Himmelsparallel vollzogen werden, ausgehend von dessen Durchschnittpunkte mit dem Kolor. — Um die Sonnenlänge zu finden, errichte man in s' ein Lot auf OJ ; es treffe P , der Bogen JP ist Komplement der Länge: λ kann vom Sommersolstitium J gegen den Frühlingspunkt, von 90 bis 0, gezählt, der Bogen JH als ein Teil der auf den Kolor umgeschlagenen Ekliptik angesehen werden. Die Projektion der Sonne auf den Äquator und auf den Kolor wurde als bekannt angesehen; tatsächlich ist s , resp. s' , nie direkt gegeben, es muß aus einer bekannten Sonnenkoordinate gesucht werden, und das gefundene s oder s' vermittelt dann die Transformation in andere Koordinaten.

Ist die Sonnenlänge gegeben, dann können wir den Sonnenort sowohl auf den Äquator als auch auf den Kolor projizieren: Auf die Äquatorebene durch Auftragen des Bogens λ vom Frühlingspunkt aus auf den Äquatorumfang und durch Verkürzen der Kreisordinate auf 0.9 (genauer $0.92 = \cos 23\frac{1}{2}^\circ$). Auf den Kolor, indem das Komplement der gegebenen Länge von J aus gegen H , erforderlichenfalls noch über H hinaus, aufgetragen und vom so gewonnenen Punkte ein Lot auf OJ herabgelassen wird; der Fußpunkt des Lotes ist die Projektion auf den Kolor. Aus jeder von diesen zwei Projektionen kann nach pag. 153 u. 154, R und δ gefunden werden; das sind zwei elementare Methoden, um λ auf R und δ zu transformieren. Beide ausgeführt und deren Resultate mit einander verglichen und übereinstimmend gefunden, liefern eine Gewähr für die Richtigkeit der Konstruktion und Exaktheit der Ausführung. — In der Fig. 3 wird ein Kalendertag des Frühjahres vorausgesetzt, es ist aber leicht zu bemerken, wie während anderer Quartale zu verfahren ist.

Ist die Sonnendeklination gegeben, dann gelingt es ohne weiteres, den Sonnenort auf den Kolor zu „werfen“: δ wird als Bogen von A aus auf den Kolor getragen (Fig. 3), durch den

erreichten Punkt L eine Parallele zu AO gelegt; wo die Parallele den Ekliptikschnitt (OJ) trifft, dort liegt s' ; daraus läßt sich λ und R konstruieren. — Weniger gut bestellt ist es mit der Projektion auf den Äquator. Aus δ kann der Radius des Sonnenparallels gefunden und ein mit dem Äquator konzentrischer Halbkreis gezeichnet werden; irgendwo in der Peripherie dieses Halbkreises liegt s . Denken wir uns die nördliche Ekliptikhälfte auf die Äquatorebene projiziert, so schneidet das halbe Oval jenen Halbkreis in zwei Punkten, und wir ersehen daraus, daß zu einer gegebenen Sonnendeklination zwei λ gehören, die sich zu 180° ergänzen, und ebenso zwei Werte der R einander supplementierend. Während aber die Projektion eines beliebig gegebenen Punktes aus der Kreisperipherie auf elementare Weise zu finden ist, kann die Projektion eines endlichen Bogens der Peripherie nicht mehr eine elementar zu lösende Aufgabe genannt werden, und wir hätten in unserem Falle einen vollen Halbkreis auf die Äquatorebene zu werfen, um die Durchschnittspunkte mit dem genannten konzentrischen Kreis zu finden. Die Aufgabe könnte nur annäherungsweise gelöst werden, indem man in der vermuteten „Gegend“ des Durchschnittspunktes einander nahe gelegene Punkte des Ovals sucht, sie mit einander verbindet und den Durchschnitt dieser Verbindungslinie mit dem konzentrischen Kreise als gesuchtes s gelten läßt. Eine durchgelegte Kreisordinate müßte durch s in einem Verhältnisse geteilt werden, welches sich von 9:10 für das Auge nicht bemerkbar unterscheidet. — Es gibt also nur eine Methode, durch einfaches Umklappen die Sonnendeklination in die übrigen Koordinaten mit Hilfe der Sonnenprojektion auf elementare Weise und komplett zu transformieren; wohl wissen wir, in welchem Verhältnisse der Äquatorradius durch s geteilt wird, aber die Lage dieses Radius ist uns unbekannt.

Wo eine elementare Methode in Abrede gestellt wird, sei damit nur gesagt, daß Verfasser eine solche nicht finden konnte.

Die Sonnenrektaszension sei gegeben und wir versuchen aus diesem Datum zunächst eine Projektion s zu finden. Mit R ist die Lage des Radius OD Fig. 3 gegeben. Dieser Halbmesser ist Projektion des Deklinationskreises und die Ortslinie der Sonnenprojektion auf die Äquatorebene. Um s zu finden, müßte wieder die Ekliptik oder ein endlicher Bogen derselben auf die Äquatorebene geworfen werden, was elementare Hilfsmittel übersteigt. — Der

Ekliptiksnitt OJ des Kolurs ist Ortslinie des s' auf der Kolor-ebene; um s' zu finden, müßte der Deklinationskreis auf den Kolor geworfen werden, der Durchschnitt mit OJ gäbe s' . Einzelne Punkte des Deklinationskreises können auf den Kolor projiziert werden, die Neigung der Kreisebene gegen den Kolor ist ja bekannt, sie ist Komplement der R . Anders ist es wieder mit einem endlichen Bogen des Deklinationskreises; es gibt also keine elementare Konstruktion, um R in δ und λ durch Projektion des Sonnenortes und einfaches Umlegen komplett zu transformieren.

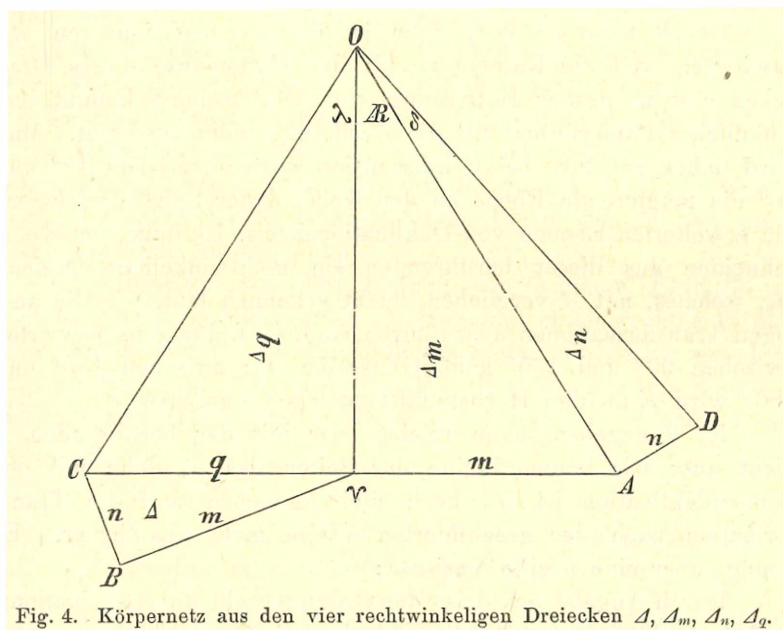


Fig. 4. Körpernetz aus den vier rechtwinkligen Dreiecken Δ , Δ_m , Δ_n , Δ_q .

Wir suchen nach einer anderen Methode. Durch den Frühlingspunkt legen wir eine Ebene E , welche die Sphäre — deren Radius als Einheit gilt — tangiert. Die gehörig erweiterten Ebenen des Äquators, Deklinationskreises und der Ekliptik schneiden aus E ein rechtwinkliges Dreieck Δ , dessen Seiten der Reihe nach m , n , q heißen sollen; q ist Hypotenuse in Δ und schließt mit der Kathete m einen Winkel ein $= 23\frac{1}{2}^\circ$. m , n und q sind ihrerseits Katheten in drei rechtwinkligen Dreiecken, welche den Sphärenmittelpunkt O als Scheitel gemeinsam haben. In Δ_m liegt m dem Winkel der R gegenüber, n in Δ_n gegenüber der Deklination, q dem λ

in Δ_q . — Δ_m kann gezeichnet werden, wenn die R bekannt ist; das gefundene m ermöglicht die Konstruktion des Δ ; jetzt sind auch q und n bekannt, ersteres liefert Δ_q mit dem q gegenüberliegenden λ ; die nun bekannten Hypotenusen von Δ_m und Δ_q schließen das der Kathete n gegenüberliegende δ ein. Vgl. Fig. 4.

Da der Winkel, den m und q einschließen, unter allen Umständen bekannt ist — $23\frac{1}{2}^\circ$ — genügt auch die Kenntnis des q , um Δ zu konstruieren. Wenn λ gegeben ist, kann q gefunden werden, und wir haben eine dritte Methode, λ in R und δ zu transformieren.

Ist R nahe an 90° , dann ist die Konstruktion von Δ_m erschwert, weil die Kathete m mit der Hypotenuse dieses Dreieckes erst in großer Entfernung zum Durchschnitt kommt, gewöhnliches Papierformat für die Zeichnung nicht ausreicht. Man wird daher gut tun, bei Rektaszensionswerten zwischen 45° und 90° die tangierende Ebene an den Nordpol der Sphäre zu legen; die erweiterten Ebenen von Deklinationskreis, Ekliptik und Kolor schneiden aus dieser berührenden ein rechtwinkeliges Dreieck Δ_p , welches, mit Δ verglichen, leicht erkennen läßt, wie die analogen Transformationen auszuführen sind. — Rektaszensionswerten zwischen 90° und 135° genügt dasselbe Δ_p ; zwischen 135° und 180° wird E an den Herbstpunkt zu legen sein, usw.

Ist δ gegeben, dann reichen wir mit der berührenden E nicht aus; wir kennen keine der Seiten des Δ , denn mit der Sonnendeklination ist Δ , noch nicht gegeben und die Transformation nach der geschilderten Weise nicht ausführbar. Es genügt aber eine leichte Variante:

Durch Angabe des δ ist die Ordnungszahl des Deklinationskreises noch nicht bestimmt, wohl aber die Größe des Lotes, vom Sonnenort auf die Äquatorebene gefällt, und durch dieses Lot auch die beiden Abschnitte, in welche der Äquatorradius durch dessen Fußpunkt geteilt wird. Wir denken uns eine Ebene E' gelegt durch das Lot und senkrecht auf die Nachtgleichenlinie. Ekliptik, Äquator und Lot schneiden aus E' ein rechtwinkeliges Dreieck Δ' ; das Lot ist Kathete n' und liegt gegenüber dem Winkel der Ekliptikschiefe; aus Kathete und gegenüberliegendem Winkel läßt sich Δ' konstruieren; die zweite Kathete m' und die Hypotenuse q' sind daher bekannt. q' ist Kathete in einem Dreieck Δ_q , dessen Hypotenuse die Längeneinheit—Sonnenabstand vom Sphärenzentrum O . Aus Kathete und Hypotenuse kann Δ_q ge-

zeichnet werden; q' gegenüber liegt der Winkel λ . Da m' bekannt ist, ferner das Stück eines Äquatorradius, um welches n' von O entfernt ist, können wir das rechtwinkelige Dreieck $\mathcal{A}_m$ zeichnen; dem m' liegt der Winkel $\mathcal{R}$ gegenüber. — Man zeichne einen Halbkreis mit dem Radius 1, trage von einem Endpunkte die gegebene Deklination als Bogen auf, falle vom zweiten Endpunkte des Bogens ein Lot auf den Durchmesser; das Lot ist n' . Durch den Scheitel von n' wird eine Linie gelegt unter einem Winkel $= 66\frac{1}{2}^\circ$ geneigt; zweite Kathete des entstandenen Dreiecks ist m' , Hypotenuse q' . Aus 1 als Hypotenuse und q' wird $\mathcal{A}_q$ gezeichnet, dessen q' gegenüberliegender Winkel λ ist. Über die Gerade, welche zwischen O und dem Fußpunkt von n' liegt, wird ein Halbkreis geschlagen, m' als Sehne eingetragen, im rechtwinkligen Dreieck $\mathcal{A}_m$ liegt dem m' gegenüber die $\mathcal{R}$ der Sonne.

Der Sonnenort kann auch in einem zweiten Deklinationskreis liegen, dessen Ordnungszahl die erstere zu 180° ergänzt. Die zur selben Deklination gehörigen Werte von $\mathcal{R}$ und Länge sind gleichfalls supplementär.

Festzuhalten ist: Die Ebenen von Äquator, Ekliptik und Deklinationskreis bilden einen Dreikant mit einem rechten Winkel, ein zweiter Winkel ist die Ekliptikschiefe; die Seiten des Dreikantes sind: $\mathcal{R}$, λ , δ ; die einander parallelen Ebenen E und E' schließen den Dreikant zu je einem Tetraeder; $\mathcal{A}$ und $\mathcal{A}'$ sind einander ähnlich.

b) Äquatorkoordinaten der Sonne in Koordinaten des Horizontes zu transformieren

Für diese Umwandlung werden wir als Äquatorkoordinaten die Deklination beibehalten, anstatt $\mathcal{R}$ aber den Stundenwinkel gebrauchen. Letzterer — die Differenz zwischen Sternzeit und $\mathcal{R}$ — wird vom Meridian aus gezählt im Äquator oder ebenso gut im Tagesparallel der Sonne. Die Aufgabe ist, aus Deklination und Stundenwinkel Azimut und Höhe zu finden.

Fig. 5 stellt den bekannten Meridianschnitt vor. AE ist Durchschnitt der Äquatorebene mit dem Meridian; der Bogen AW die Sonnendeklination — am 21. Juni —; Ww Durchschnitt des Sonnenparallels; f und f' sind die Projektionen von W , resp. w , auf die Mittagslinie ns . Fig. 6 stellt den Horizont des 49. Breitengrades vor, wird in px vom Sonnenparallel geschnitten, ns ist

Mittagslinie; o' , in der Mitte zwischen f und f' gelegen, ist der auf die Mittagslinie projizierte Mittelpunkt des Sonnenparallels, dessen projizierter Durchmesser ff' ist. Die Punkte f , O , o' und f' sind aus Fig. 5 übertragen. Den Sonnenparallel denken wir uns parallel nach abwärts bewegt, bis dessen Mittelpunkt auf o' fällt, und dann um ZM auf den Horizont geklappt; $FGH...P$ ist ein Teil von dessen Peripherie; g ist die Sonnenprojektion

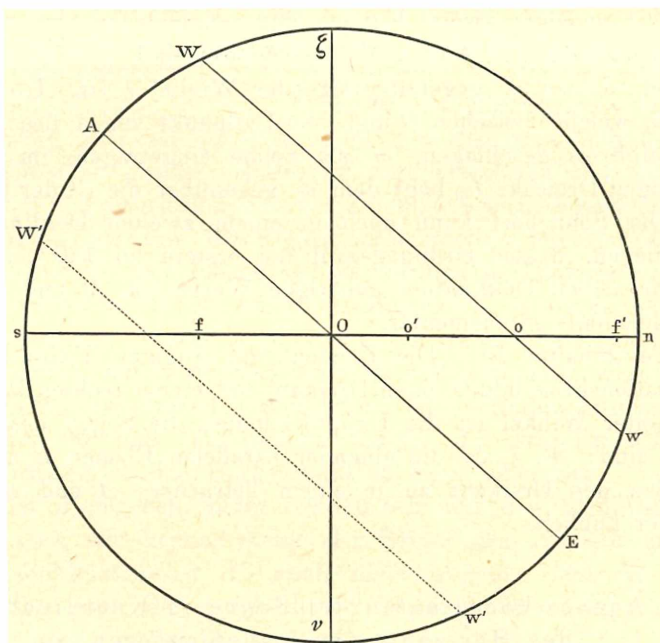


Fig. 5.

(Aus des Verf. „Orientierung nach dem Schatten“.)

um 1^h , gewonnen durch Verkürzung der aus G auf ZM gefällten Ordinate auf zirka $\frac{3}{4}$, wie es einer Äquatorhöhe von 41° entspricht. h ist die Projektion der Sonne auf den Horizont um 2^h ; f war die Projektion um 12^h . f , g , h , i , k , l , M , n , p freihändig verbunden, ist ein Bogen des Projektionsovals. Der Winkel gOf ist das Sonnenazimut um 1^h , der Winkel $lOXII$ ist diesem Azimut scheinbar gleich; OI ist die Richtung des Schattens, welchen ein vertikaler Stab am 21. Juni um 1^h nachmittags wirft, schließt mit der Mittagslinie einen Winkel ein dem Azimut gleich. Der

Kreisbogen zwischen XII und I mißt 15° , ist gleich dem Stundenwinkel der Sonne um 1^h . II XII ist ihr Stundenwinkel um 2^h , $\angle$ XII O 2 gleich groß dem Azimut f O h usw. QRTUV ist ein Teil vom umgelegten Sonnenparallel des 21. Dezember; q, r, t, u liegen im zugehörigen Projektionsoval. Aus derselben Figur kann auch bei

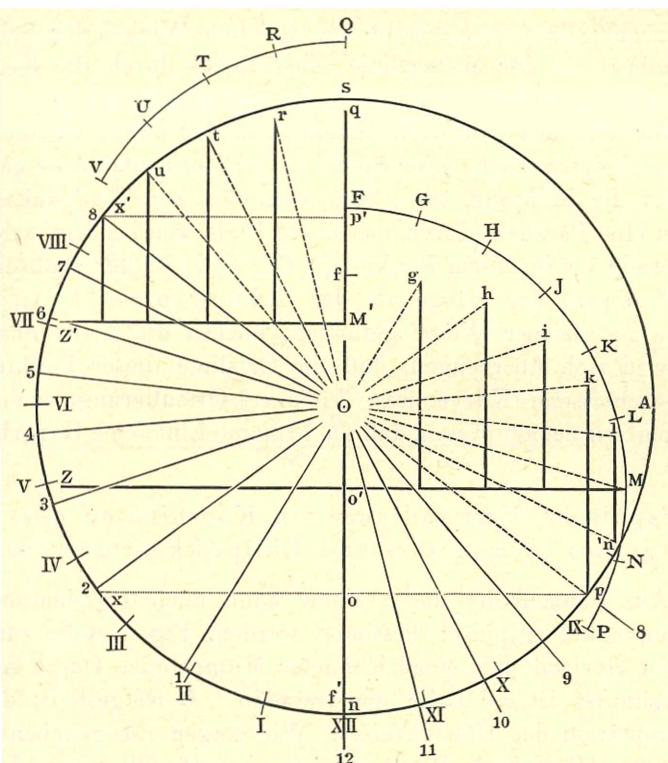


Fig. 6.

(Aus der „Orientierung nach dem Schatten“.)

einer Sonnendeklination $\pm 23\frac{1}{2}^{\circ}$ für jeden gegebenen Stundenwinkel die Sonnenhöhe graphisch gefunden werden, nachdem das Azimut bestimmt worden ist. g ist Sonnenprojektion um 1^h ; das Lot, welches von der Einuhrsonne auf den Horizont herabgelassen wird, trifft auf g; die Verlängerung von Og über g hinaus schneide die Peripherie des Horizontes in einem Punkte g' (Buchstaben und Linien, welche in der Figur fehlen, können leicht ergänzt werden); Og' ist Projektion vom Höhenkreise der Einuhrsonne auf den

Gesichtskreis; denken wir uns diesen Höhenkreis um Og' als Achse 90° gedreht, in den Horizont umgeklappt, dann trifft die mitgeführte Sonne peripherisch auf einen Punkt G' ; $G'g \perp Og'$ ist gleich dem erwähnten Lot von der Einuhrsonne auf den Horizont; der Bogen $G'g' = h_1$ ist die Sonnenhöhe um 1 Uhr. — Im Mittelpunkte O des Gesichtskreises stehe ein Stab von der Länge l senkrecht; das Azimut gibt an, welchen Winkel der Schatten des Stabes mit der Mittagslinie einschließt; durch die Kenntnis der Sonnenhöhe läßt sich auch die Schattenlänge bestimmen, z. B. für 1^h . Mit dem Höhenkreise und der Sonne ist auch der Stab umgelegt worden, seine Spitze in die Horizontalebene gelangt. $G'O$ ist die Richtung eines Sonnenstrahles zum Fußpunkte von l , dazu eine Parallele durch das obere Ende von l gelegt, schneide die Gerade lg in einem Punkte i_1 ; $Oi_1 = l$ ist der Stabschatten um 1^h sowohl der Länge als der Richtung nach. $i_0, i_2, i_3 \dots$ werden in gleicher Weise gefunden, ebenso die Zwischenwerte; man wird sich überzeugen, daß die Ortslinie dieser Punkte eine nichtgeschlossene Kurve ist. In der „Orientierung nach dem Schatten“ ist nachgewiesen, daß die krumme Linie eine Hyperbel ist.

c) Graphische Umwandlung von Koordinaten des Horizontes in Äquator- und Ekliptikkoordinaten.

Aus Sonnenhöhe und Azimut kann auch Deklination und Stundenwinkel graphisch bestimmt werden. Fig. 7 stelle zunächst vor den Horizont mit eingezeichneter Mittagslinie. Durch Angabe des Azimutes ist die Lage der Geraden OD festgestellt, das ist die Projektion des Höhenkreises. Wir tragen die gegebene oder gemessene Höhe h als Bogen von D aus auf, fallen von dem erreichten Punkte E ein Lot auf OD , dessen Fußpunkt, H , ist die Projektion der Sonne auf den Horizont. Nun fallen wir von H ein Lot HJ auf die Mittagslinie; die linke Kreishälfte betrachten wir jetzt als den 90° um sn gedrehten Meridian; der Punkt J ändert durch diese Drehung seinen Platz nicht (die rechte Hälfte der Figur bleibt Horizont); im Meridian errichten wir ein Lot im Punkte J , machen $JK = HE$ (K ist Sonnenprojektion auf die Meridianebene; die Verbindungslinie K — Sonne liegt im Tagesparallel der letzteren); durch O legen wir im ungeklappten Meridian eine Gerade OL , welche mit ns den Winkel der Äquatorhöhe bildet, OL ist Stundenlinie (Durchschnitt von Äquator und

Meridian, nur scheinbar $\perp OD$); durch K wird eine Parallele zur Stundenlinie gezogen, in MN schneidet der Sonnenparallel den Meridian, denn wenn wir von irgendeinem Sonnenorte ein Lot auf den Horizont herablassen, geht die Ebene der Tagesbahn durch den Scheitel dieses Lotes, durch dessen Projektion auf den Meridian, und ist parallel der Äquatorebene; somit ist der Bogen ML Sonnendeklination. Sämtliche Sonnenlote projizieren sich

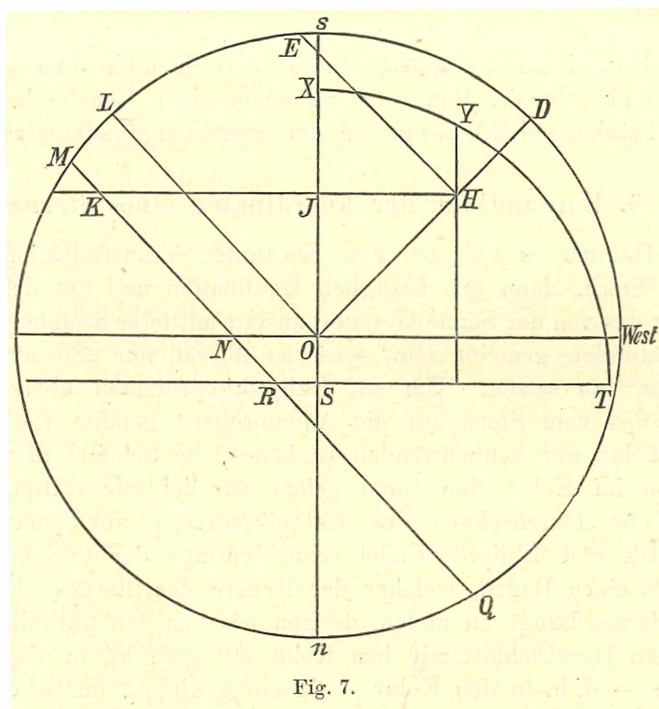


Fig. 7.

unverkürzt auf die Meridianebene und ihre Scheitel fallen auf MN und dessen Verlängerung bis zur Mittagslinie. MN über N hinaus (im — erweiterten — Meridian) bis Q verlängert, ist der Durchmesser des Sonnenparallels, dessen Mittelpunkt R projiziert sich auf den Punkt S der Mittagslinie. Durch S wird im Horizont die Gerade $ST = RM$ senkrecht auf die Mittagslinie gelegt; ST ist der projizierte horizontale — also unverkürzte — Halbmesser des Sonnenparallels. Ein von S aus mit ST als Radius in den Horizont eingezeichneter Viertelkreis TYX ist südwestlicher Quadrant der in den Horizont umgeklappten Tages-

bahn; ein Lot von H auf ST und über H hinaus verlängert, schneidet den letztgenannten Viertelkreis in Y ; S denken wir uns mit Y geradlinig verbunden; $\sphericalangle YSX$ ist der Stundenwinkel der Sonne in Bogengraden, die Anzahl der Grade durch 15 dividiert gibt den Stundenwinkel in Zeit.

Daß der Sonnenparallel auf den Horizont geklappt wurde, um den Stundenwinkel zu finden, ist nur geschehen, um den auf pag. 160 geschilderten Prozeß in genau umgekehrter Ordnung zu wiederholen. Etwas kürzer wäre es, den Sonnenparallel in den Meridian hinein zu klappen, d. i. über MQ einen Kreis zu schlagen; eine Senkrechte im Punkte K schneidet einen Bogen ab, dessen Zentriwinkel von RM aus gezählt den gesuchten Stundenwinkel gibt.

5. Umwandlung der Koordinaten eines Sternes

Handelt es sich bei den erwähnten Transformationen um einen Stern, dann gilt bezüglich Deklination und Stundenwinkel genau das von der Sonne Gesagte; anstatt mittlerer Stunden werden Sternstunden gemeint sein, sonst ist überall nur „Stern“ anstatt „Sonne“ zu setzen. Um auf Ekliptikkordinaten überzugehen, wird das vom Stern auf die Äquatorebene gefällte Lot l_a auf den Kolor der Sonnenwenden projiziert, im Scheitel dieser Projektion im Kolor eine Linie gelegt parallel zur Ekliptik; die Linie ist Durchschnitt des Ekliptikparallels mit dem Kolor. Ekliptik und Ekliptikparallel schneiden aus der Peripherie des Kolurs einen Bogen, welcher der Breite des Sternes gleich ist. Um dessen Länge zu finden, denken wir uns den Ekliptikparallel um den Durchschnitt mit dem Kolor 90° gedreht, in die Papierebene — d. h. in den Kolor — hinein geklappt, im Scheitel des l_a auf den Durchmesser des Parallels eine Senkrechte gelegt; das Bogenstück, welches vom Parallel abgetrennt wird, ergänzt entweder die Länge zu einem Rechten oder ist um 90° zu vermehren etc., je nach dem Quadranten des Ekliptikparallels, in welchem der Stern sich befindet.

Einige Fälle sollen ausgeführt werden:

Aus Länge und Breite auf graphischem Wege R und δ zu finden

In Fig. 8 ist Pp Durchmesser des Deklinationskreises, welcher in AB vom Äquator geschnitten wird. S sei der Ort des Sternes

im Deklinationskreis; $\text{arc } BS = \delta$. Wir fallen ein Lot SD auf den Durchmesser Pp , verkürzen das Lot gemäß der Neigung des Deklinationskreises ($90^\circ - R$) zum Kolor und finden dadurch den Punkt s . Den Deklinationskreis, der bis jetzt in der Papierebene gelegen war, denken wir uns um die Weltachse Pp gedreht um $90^\circ - R$; um ebensoviel Winkelgrade gelangt er vor die Papierfläche und der Kolor der Sonnenwenden liegt dann genau in der Papierebene; s ist nunmehr die Projektion unseres Sternes auf den Kolor. Um letzteren Halbkreis als zum System der Ekliptik gehörend vor Augen zu haben, ist der Kreisbogen SP über P hinaus um $23\frac{1}{2}^\circ$ ausgedehnt bis P' , welches der nördliche Ekliptikpol ist; p' liegt ihm diametral gegenüber; in AC schneidet die Ekliptik; $\angle BAC = 23\frac{1}{2}^\circ$. Wenn wir durch s eine Parallele zu AC legen, so ist diese Parallele EF der Durchschnitt des Solstitialkolors mit einer Kreisebene, welche durch den Stern geht parallel der Ekliptik; CF ist der Bogenabstand dieses Kreises von der Ekliptik, also ist CF die gesuchte

Breite β . Der letztgenannte Kreis — ein Ekliptikparallel — steht auf der Ekliptikachse Pp senkrecht und ist kein größter Kreis, sein Radius ist EF ; um diesen Radius 90° gedreht, fällt der Kreis in die Papierebene; ein Lot in s schneidet seine Peripherie in G ; der Kreisbogen FG ergänzt die Länge des Sternes zu 90° ; anstatt nämlich λ in der Ekliptik und vom Frühlingspunkte abzuzählen, kann in dem zur Ekliptik parallelen Kreis von dort aus gezählt werden, wo er von einer Ebene geschnitten wird, welche durch die Ekliptikachse geht und senkrecht auf dem Solstitialkolor steht; diese Ebene geht durch den Frühlingspunkt und

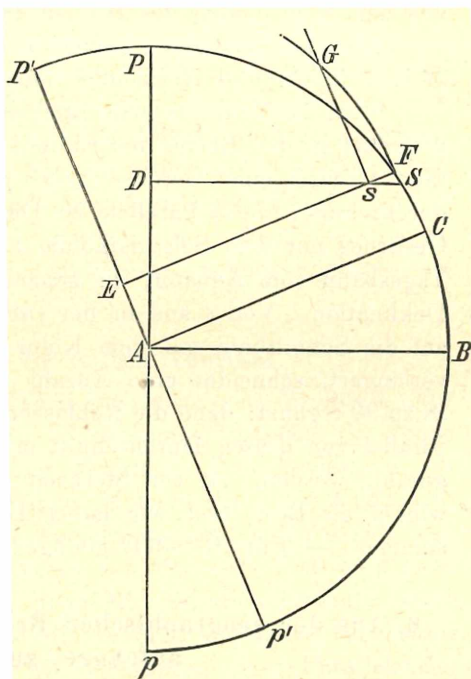


Fig. 8.

halbiert alle zur Ekliptik parallelen Kreise; es ist der Breitenkreis Null; von ihm aus gezählt werden durch jeden anderen Breitenkreis von allen Ekliptikparallelen gleich viele Bogengrade abgetrennt. Der Nullpunkt in der Zählung muß immer dem Frühlingspunkt entsprechen. — Für $R > 90^\circ$ werden geringe Modifikationen nötig sein. — R und δ können aus ω und h gefunden werden (c pag. 162), wir gelangen also auf rein graphischem Wege von den Koordinaten des Horizontes zu Ekliptikkoordinaten.

Ebenfalls graphisch können λ und β eines beliebigen Sternes in Koordinaten des Horizontes transformiert werden:

Vom Breitenkreis wird auf den Kolor der Sonnenwenden projiziert in der Ebene des Ekliptikparallels. Durch die Projektion s wird eine Gerade (DS) parallel gelegt zum Äquatordurchschnitt; diese Parallele ist Durchschnitt der Tagesbahn des Gestirnes mit dem Solstitialkolor. Der Bogenabstand (SB) dieser Tagesbahn vom Äquator, im genannten Kolor gemessen, ist die Deklination. Von s aus in der (umgelegten) Tagesbahn ein Lot auf die Schnittlinie mit dem Kolor bis zur Peripherie der Bahn verlängert, schneidet eine Anzahl von Bogengraden ab, welche R zu 90 ergänzt; denn die Rektaszension kann auf jedem Himmelsparallel von dessen Durchschnitt mit dem Nachtgleichenkolor abgezählt werden. R von Sternzeit abgezogen, läßt den Stundenwinkel als Rest, und wir haben Daten genug, ω und h zu bestimmen. — Für $R > 90^\circ$ genügen leichte Modifikationen.

6. Aus der geographischen Breite die Zeit des Sonnenaufganges zu finden

(Nachtrag zu 3. auf pag. 152.)

Ein für graphische Lösung hinreichend genauer Wert der Deklination kann ebenfalls durch Konstruktion gefunden werden. Man zählt die Tage, welche seit dem 21. März verflossen sind, multipliziert deren Anzahl mit $360/365$, das Produkt läßt man als Sonnenlänge für den gegebenen Tag gelten. Aus dieser Länge kann nach pag. 155 die Sonnendeklination gefunden werden. Die hier verwendete Sonnenlänge ist bloß ein Mittelwert; so regelmäßig, wie vorausgesetzt, ändert sich diese Koordinate nicht; wenn aber Tageslänge und Sonnenaufgang nur auf Minuten genau verlangt werden — im astronomischen Kalender sind auch nur Minuten verzeichnet —, kann angenommen werden, daß die Sonne

am 21. März zu Mittag im Frühlingspunkte gestanden und auch in ihrer Jahresbahn mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich bewegt hat. Ein genaueres Resultat als Zeitminuten wird zeichnerisch kaum erreicht werden können. — Sollte ganz scharf gerechnet werden, müßte noch auf die stetige Änderung der Sonnendeklination Rücksicht genommen werden, ferner auf Strahlenbrechung, welche letztere den Sonnenschein um zirka vier Minuten verlängert, und schließlich wären die gerechneten Sekunden durch Beobachtung kaum zu kontrollieren.

Aus Fig. 6 kann die Zeit des Sonnenunterganges am 21. Juni direkt entnommen werden. Im Punkte p geht sie unter; k_p ist die Sonnenuntergangsordinate des Ovals; über p hinaus verlängert würde sie den (umgelegten) Sonnenparallel in P treffen; P ist Scheitel der Kreisordinate und der Kreisbogen $FG \dots NP$ ist Stundenwinkel des Sonnenunterganges. Im linken oberen Quadranten ist $QRTUV$ Stundenwinkel des Sonnenaufganges am 21. Dezember unter 49° n. B.

7. Die Sonne im ersten Vertikal

Wann steht die Sonne genau im Osten oder Westen? Nur im Sommerhalbjahr (21. März—23. September) passiert die Sonne die Ost-Westebene über dem Horizont; ihre Projektion auf den Horizont passiert im selben Moment die Ost-Westlinie; die zugehörige Ordinate des Projektionsovals muß gleich sein dem Abstand seiner großen Achse von der Ost-Westlinie; diese Distanz ist $= o'O$ in Fig. 6, denn MZ ist die erwähnte große Achse; die zugehörige Kreisordinate muß im selben Verhältnis größer sein, als $o'F$ größer wie $o'f$; durch einen Parallelenzug läßt sich also die Kreisordinate finden; von o' aus wird sie längs der Mittagslinie aufgetragen, von ihrem oberen Endpunkte aus eine Parallele zu $o'M$ gelegt; wo diese den umgelegten Sonnenparallel trifft, dort ist der Grenzpunkt des Stundenwinkelbogens der genau im Osten oder Westen stehenden Sonne.

8. Bestimmung von geographischer Breite und Ortszeit, wenn Sonnendeklination und die Kardinalpunkte des Horizontes bekannt sind

a) Aus der Morgenweite

Wenn Morgen- oder Abendweite der Sonne gegeben sind, läßt sich die Fig. 2 auf S. 150 zeichnen, da Bogen DE bekannt

ist. In O als Scheitel wird die Deklination, δ , angetragen an die Ost—Westlinie DD' Fig. 9; der zweite Schenkel schneide die Peripherie in einem Punkt D'' , links oder rechts von D , je nachdem die Deklination eine nördliche oder südliche ist. Vom gewonnenen Durchschnittspunkt wird ein Lot auf DD' gefällt, dieses Lot in den Zirkel gefaßt und um O als Mittelpunkt ein Kreis geschlagen. Durch F — Durchschnittspunkt von ns

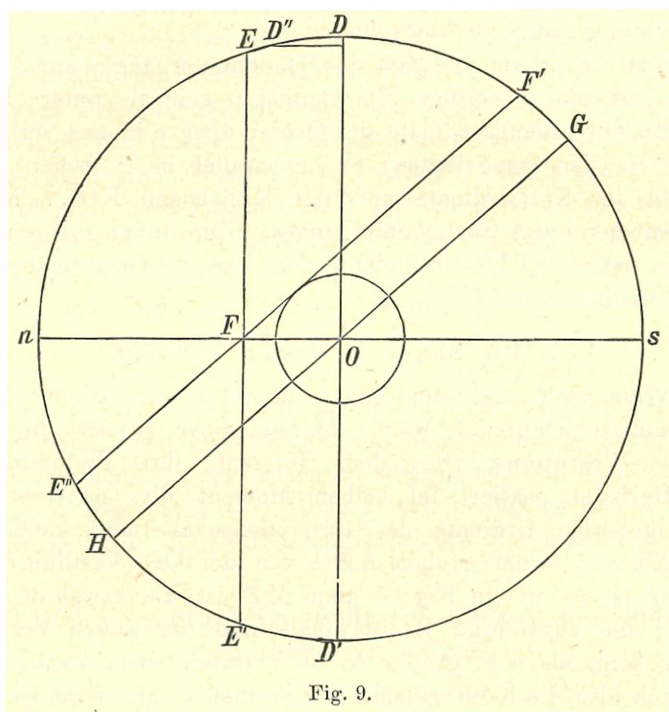


Fig. 9.

und EE' — legen wir eine Tangente $E''F'$ an diesen Kreis; durch O — der Tangente gleichlaufend — wird der Durchmesser GH gelegt (von jetzt ab betrachten wir den großen Kreis als Meridian); GH ist Projektion des Äquators auf den Meridian, $E''F'$ der Durchschnitt des Sonnenparallels; der Bogen $F'G$ ist — hier nördliche — Deklination, weil der Abstand des F' von GH , dem Radius des Kleinen Kreises gleich, ebenso groß ist wie der Abstand des Punktes D' vom Durchmesser DD' , und der Bogen $D'D$ ist das gegebene δ . $\sphericalangle F'Fs = \sphericalangle GOs$ ist Äquatorhöhe des Beobachtungsortes, dessen Komplement die ge-

vertikalen Stabes schließt mit der Mittagslinie einen Winkel ein, welcher dem Sonnenazimut, ω , gleich ist. OB sei die verlängerte Schattenlinie; es ist auch die (verlängerte) Projektion vom Höhenkreise der Sonne auf den Horizont. Denken wir uns den Höhenkreis um OB 90° gedreht, dann fiel er in die Papierfläche. BC sei die gemessene Sonnenhöhe; ein Lot von C auf OB schneide in a ; a ist die Projektion der Sonne auf den Gesichtskreis, aC ihr lotrechter Abstand vom Horizont, Sonnenlot l_s . Dieses Lot projiziert sich auf die Meridianebene unverkürzt, weil es derselben parallel ist. Wir fallen von a eine Senkrechte auf die Mittagslinie, sie schneide in D , verlängern und machen $DE = aC$. Denken wir uns nun die linke Hälfte des Kreises als Meridian — trotz der Drehung um einen rechten Winkel behält D seine Lage, weil ns Drehachse war —, jetzt ist E Projektion der Sonne auf die Meridianebene; durch E geht die Ebene des Sonnenparallels, erübrigt nur noch zu wissen, wie diese Ebene gegen die Mittagslinie geneigt ist. Die Tagesbahn der Sonne und der parallel liegende Äquator müssen aus der Meridianperipherie einen Kreisbogen schneiden, welcher der gekannten Sonnendeklination entspricht. Im Endpunkte (irgend) eines Durchmessers wird die Deklination als Bogen aufgetragen (nd), vom gewonnenen Punkte d ein Lot auf den Durchmesser gefällt, dieses Lot in den Zirkel gefaßt und um O als Zentrum ein Kreis geschlagen. Durch E wird an diesen Kreis eine Tangente FG und ein paralleler Durchmesser HJ durch O gelegt; in FG schneidet der Sonnenparallel den Meridian, in HJ der Äquator (der ganze Randkreis war jetzt Meridian); $90^\circ - \angle HOs$ ist die gesuchte Polhöhe des Beobachtungsortes. — Die Konstruktion lehrt uns noch ein weiteres kennen. Der Mittelpunkt des Sonnenparallels projiziert sich auf K ; der große Kreis sei wieder Horizont; $LL \perp ns$ (und $= FG$) ist die (unverkürzte) Projektion vom horizontalen Durchmesser der Tagesbahn; $aM \perp KL$ eine Ordinate des Projektionsovals; das Lot wird nach Süden hin verlängert bis zum Durchschnitt — N — mit dem Kreisquadranten QL , dessen Radius KL ; der Bogen QN , mit dem Zentrum in K , spannt den Stundenwinkel der Sonne: mit der Polhöhe kann unter einem auch die Ortszeit graphisch bestimmt und durch Uhrenvergleich die Längendifferenz gefunden werden.

Von E aus sind zwei Tangenten an den kleinen Kreis möglich; zu wählen ist auf der nördlichen Halbkugel diejenige, deren

Taghälfte nach Süden neigt. — Wenn Ea den inneren Kreis nicht schneidet, dann sind von E aus zwei Tangenten möglich, beide nach Süden geneigt; für die geographische Breite kommen dann zwei verschiedene, geometrisch gleichberechtigte Werte und aus Nebenumständen wird zu entscheiden sein, welcher Wert tatsächlich gilt (vgl. auch betreffs der Möglichkeit des geschilderten Doppelwertes pag. 184 u. 185). — Es ist leicht zu ersehen, daß $8a$ ein spezieller Fall von $8b$ ist, nämlich für $h = 0$, $\omega = 90^\circ \pm$ Morgenweite.

Zur Nachtzeit kann der Mond die Stelle der Sonne vertreten, wenn er hell genug ist, um einen Schatten wahrnehmen zu lassen, so daß sein Azimut angebbar ist.

Für den praktischen Gebrauch würde es sich empfehlen, Quartblätter zu benützen, auf welchen ein großer Kreis nebst zwei auf einander senkrechten Durchmesser vorgedruckt sind, und vom selben Mittelpunkt aus eine Schar konzentrischer Kreise den Deklinationswerten 0 bis $23\frac{1}{2}^\circ$ entsprechend; die großen Werte etwa von 3 zu 3 Graden abgestuft, bei den kleinen müßten die Intervalle geringer sein. Die Kreise sollten abwechselnd voll ausgezogen und punktiert sein, um sie leichter abzählen zu können. Der große Randkreis in Grade geteilt, würde das Auftragen der gemessenen Sonnenhöhe erleichtern und könnte auch sonst als Transporteur dienen.

Kompaß, Wasserwage und Deklinationstabelle führt der Reisende mit; dazu noch eine Tabelle der Zeitgleichung, um den gefundenen Stundenwinkel, welcher wahre Zeit angibt, in mittlere Zeit zu verwandeln. So ausgerüstet, ist es ihm möglich, auch kurzwährenden Sonnenschein auszunützen, um sich en passant geographisch zu orientieren, indem er die zwei nötigen Daten gleichzeitig erheben kann, während zwei Sonnenhöhebestimmungen ein nicht unbedeutendes Zeitintervall erfordern würden. — Es ließe sich auch ein kompensiöser Apparat herstellen, eine in Bogengrade geteilte Scheibe mit drehbarem Hebelarm und darauf senkrecht stehendem, aber längs des Armes und parallel der Scheibe verschiebbarem Stift, mit letzterem gepaart ein drehbarer Stift, Arm und Stifte in Millimeter geteilt; der Apparat würde es ermöglichen, manches Stück der Fig. 10 einfach abzulesen und das Zeichnen selbst auf ein Geringstes zu beschränken.

9. Sonnenuhren

Auf einer horizontalen Fläche denke man sich einen Stift eingeschlagen parallel zur Weltachse; es soll die Richtung des Schattens bestimmt werden, welchen dieser Stift während der einzelnen Tagesstunden wirft. Für jeden dieser geradlinigen Schattenstrahlen genügt die Kenntnis je eines Punktes der Fläche, denn einen zweiten Punkt haben sie alle gemein dort, wo der Stift in der Horizontalen befestigt ist. Wir denken uns vom freien Ende des Stiftes ein Lot herabgelassen, dessen Fußpunkt O , und behandeln dieses Lot genau so, wie den vertikalen Stab im Artikel 4b auf pag. 162; $i_0, i_1, i_2, i_3 \dots$, mit der Basis des Stiftes verbunden, geben die Schattenstrahlen für eine Horizontaluhr; die Länge der Strahlen variiert von Tag zu Tag; ihre Richtung bleibt ungeändert, weil der Stift parallel ist der Weltachse. — Für den Entwurf des Zifferblattes ist es gleichgültig, welche Sonnendeklination gewählt wird, ja es könnte für jeden Strahl eine andere zugrunde gelegt werden, auch eine solche, die von der Sonne gar nicht erreicht werden kann. Am bequemsten ist es, die ganze Konstruktion für das Äquinoktium auszuführen.

Für das Zifferblatt einer Vertikaluhr auf einer Ost-Westwand muß der Stift ebenfalls nach der Weltachse gerichtet sein. Vom freien Ende denke man sich eine Gerade senkrecht zur Wand; diese Senkrechte liegt dem Horizonte parallel und zeigt gegen Mittag. Um den Schatten der Spitze, also Punkte analog $i_0, i_1, i_2 \dots$ zu finden, genügt die Überlegung, daß die Ebene der Tagesbahn unserer Sonne in bezug auf die vertikale Ost-Westwand genau dieselbe Lage hat wie gegen den Horizont des komplementären Breitengrades. Wenn wir eine Horizontaluhr für den 42. Breitengrad zeichnen, so genügt das Zifferblatt als Vertikaluhr für den 48. Grad. — Die Breiten von Wien und Rom sind komplementär; unsere Vertikaluhr könnte in Rom als Horizontaluhr verwendet werden.

Die erste Sonnenuhr soll durch den Konsul Valerius Mesala aus Catania in Sizilien nach Rom gebracht worden sein (Plin., Hist. nat. 7. Buch 60); sie zeigte nicht richtig, weil der Breitenunterschied 4° ausmacht.

Die Schattenstrahlen der zwei Tageshälften liegen bei den geschilderten Uhren zur Mittagsebene symmetrisch. Soll ein Zifferblatt entworfen werden für eine vertikale, aber gegen die Mittags-

ebene schief stehende Wand, dann denke man sich den Stift der Horizontaluhr verlängert bis zur Wand und den getroffenen Punkt verbunden mit den bis zur Durchschnittslinie von Horizont und Wand verlängerten wagrechten Strahlen. Die Schattenstrahlen auf der Wand sind nicht mehr symmetrisch angeordnet.

Die geschilderte Konstruktion von Sonnenuhren erfordert weder in der Begründung noch in ihrer Ausführung irgendwelche Kenntnisse aus Trigonometrie.

Sonnenuhren zeigen wahre Zeit. Den Unterschied in der Zeitangabe von Sonnenuhren und nach mittlerer Zeit gehenden Räderuhren,
die Zeitgleichung,

auf graphischem Wege finden zu wollen, wäre ein vergebliches Bemühen. Diese Gleichung besteht aus zwei algebraischen Summanden, deren einer — Unterschied zwischen Länge und Rektaszension der wahren Sonne — die Kenntnis der Mittelpunktsgleichung in seinem Minuenden voraussetzt, der zweite Summand die Mittelpunktsgleichung selbst ist; sie zu finden, das ist das Keplersche Problem und graphisch wohl noch nicht gelöst, sonst fände man in den Lehrbüchern die Aufgabe behandelt: eine Kreisfläche von einem innerhalb der Peripherie gelegenen Punkte aus in n gleiche Teile zu teilen.

Interessantes über Sonnenuhren enthält „Die Erde als Himmelskörper“ von J. B. Messerschmitt, Stuttgart 1909, S. 157 u. ff.

Graphisch ungelöst kann das Keplersche Problem genannt werden, wenn eine komplette Lösung verlangt wird. Sehr angenäherte Werte gibt eine Methode in M. d'Ocagne, *Traité de Nomographie*, Paris 1899.

10. Ekliptik und Horizont

Ihre gegenseitige Lage ändert sich kontinuierlich während des ganzen Sterntages. In bezug auf die Position der Ekliptik gegen den Horizont kann die Frage sein: 1. Nach der Geraden, welche beiden Ebenen gemeinsam ist, Schnittlinie wollen wir sie nennen. 2. und 3. Nach welcher Seite neigt sich die Ekliptik und wie groß ist der Neigungswinkel? 4. Welcher Teil der Ekliptik liegt über dem Horizont, resp. welche Sternbilder des Tierkreises können gesehen werden?

Den Neigungswinkel der Ekliptik wollen wir mit N bezeichnen, w sei der ebene Winkel zwischen Ost-Westlinie und Schnittlinie.

Angenommen, wir wünschten die Position des Tierkreises zu kennen für heute Abend 9^h unter der Breite +25°. Zunächst müssen wir wissen: Welche Stunde Sternzeit entspricht am gegebenen Tage der mittleren Zeit 9^h abends? Im astronomischen Kalender finden wir für jeden Tag angegeben: Sternzeit im mittleren Mittag, und daraus läßt sich finden, wieviel die Sternuhr

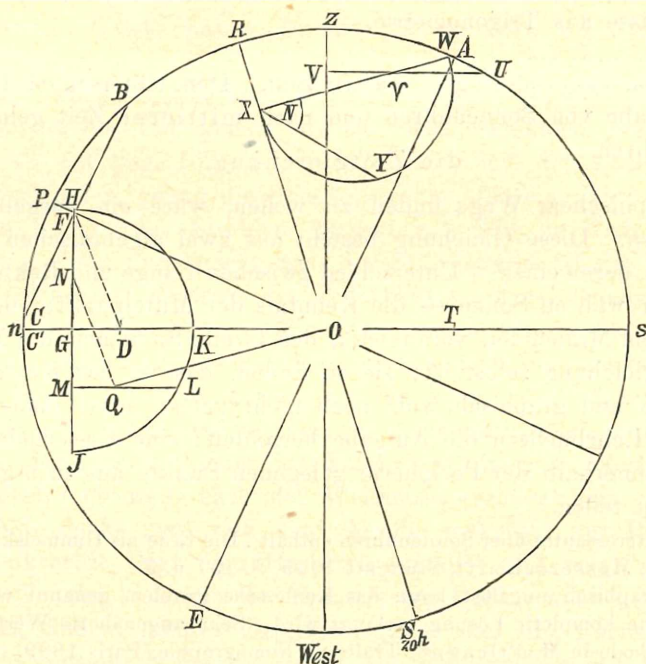


Fig. 11. Für das Auge, im Mittelpunkte O des wahren Horizontes gedacht, bewegt sich der nördliche Ekliptikpol — allgemein P' genannt — dem Sinne der Uhrzeigerdrehung entgegengesetzt, während das Himmelsgewölbe scheinbar seinen täglichen Umschwung vollführt. Q ist Projektion des P' auf den wahren Horizont um 20^h Sternzeit; die Projektion bewegt sich für den Leser im Drehsinne des Uhrzeigers.

um die neunte Abendstunde zeigen wird (ganz unabhängig von geographischer Breite). Gesetzt, das wäre „heute“ 20^h Sternzeit; es bedeutet, seit der Kulmination des Frühlingspunktes sind zwanzig Sternstunden verflossen, oder der Frühlingspunkt ist, im Äquator gemessen, noch 60° vom Meridian entfernt. Der nördliche Ekliptikpol kulminiert sechs Stunden vor dem Frühlings-

punkt, befindet sich also zur Sternzeit 20^h vom Meridian nach Westen 30° abstehend, gemessen im Polarkreis.

Die Ausführung der Konstruktion des w und N soll durch Fig. 11 erläutert werden.

Der Kreis $nPZs$ sei zunächst Meridian; ns die Mittagslinie, OZ Zenitlinie (die Vertikale oder die Horizontachse), AE Durchschnitt des Äquators mit dem Meridian, $\angle AOs = 65^\circ$; OP , die Weltachse ist nach Norden hin 25° (Polhöhe) gegen die Mittagslinie geneigt; BC ist die Linie, in welcher die Ebene des Polarkreises von der Meridianebene geschnitten wird, D ist Projektion des Punktes B auf die Mittagslinie; in F schneidet BC die Weltachse, G liegt senkrecht unter F ; C' , die Projektion von C , fällt so nahe an n , daß man in der Figur den Abstand nicht wahrnimmt, C' und n ein Punkt zu sein scheinen; die Gerade $C'D$ ist der projizierte Durchmesser des Polarkreises, G dessen Mittelpunkt. Nun benutzen wir den großen Kreis als Horizont; Mittagslinie (ns), C' , G , D , O bleiben in Geltung, aus Z wird der Ostpunkt. Eine Senkrechte durch G , auf welcher GH und GJ — beide gleich FC — von G aus aufgetragen werden, ist Durchschnitt der Ebene des Polarkreises mit dem Horizont, nachdem jener sich selbst parallel gesenkt wurde, bis sein Mittelpunkt ins Niveau des Gesichtskreises langte; noch immer ist der Polarkreis nach Süden hin 65° gegen den Horizont geneigt. Der Halbkreis HKJ ist der behufs Projektion seiner Teilpunkte auf den Horizont geklappte Polarkreis, GK sein Radius, GD ein durch Projektion verkürzter Radius; im Verhältnisse $GD:GK$ werden alle auf HJ senkrechten Sehnen durch Projektion verkürzt. KL ist ein Bogen von 30° ; L ist der Teilpunkt 2 des von K — Teilpunkt 0 — aus in 24 gleiche Bogen zerlegten Polarkreises; $LM \perp HJ$, MN ist = gemacht LM , $NQ \parallel$ gelegt der Verbindungslinie DH , daher verhält sich $QM:MN = GD:GH$; Q ist somit die Projektion des nördlichen Ekliptikpols auf den Gesichtskreis zur Sternzeit 20^h ; QO ist die Projektion der nördlichen Ekliptikachsenhälfte. $RS \perp OQ$ ist die „Schnittlinie“ für Sternzeit 20^h ; es steht nämlich jener Durchmesser der Ekliptik senkrecht auch auf der Projektion ihrer Achse; daher $\angle SO$ — West = w_{20} . So lautet die Antwort auf die 1. Frage. Jetzt handelt es sich, den Frühlingspunkt auf den Horizont zu „werfen“, damit wir noch einen Punkt aus der Projektion der Ekliptik gewinnen; ist außer der großen Achse des Ovals nur noch ein einziger

Punkt aus dessen Peripherie bekannt, dann lassen sich beliebig viele Punkte finden und auch der Winkel angeben, unter welchem der projizierte Kreis gegen die Projektionsebene geneigt war. In der Ost-Westlinie schneidet der Äquator den Gesichtskreis; sein Durchschnitt mit dem Meridian — Stundenlinie — auf den Horizont geworfen bei einer Äquatorhöhe von 65° ist OT . Wir denken uns den Äquator — um die Ost-Westlinie als Charnier — nach Süden umgelegt; der Bogen ZU mißt 30° ; in der Stundenlinie ist der Frühlingspunkt zur Zeit 0^h , in Z um 18^h , daher in U um 20^h ; in $UV \perp OZ$ liegt die Projektion des Frühlingspunktes auf den Horizont, und zwar in γ , wenn $V\gamma:VU = OT:OA$, denn in letzterem Verhältnisse werden alle auf der Ost-Westlinie senkrechten Äquatorsehnern verkürzt. Der Punkt γ gehört auch der auf den Gesichtskreis projiziert gedachten Ekliptik an, weil der Frühlingspunkt dem Äquator und der Ekliptik gemeinsam ist. $\gamma X \perp RS$ ist die Ordinate des Ekliptikvokals für 20^h , und denken wir uns die ganze Ekliptik um die Schnittlinie RS als Charnier in den Horizont geklappt, so fällt der Frühlingspunkt auf W , welches in der Verlängerung von $X\gamma$ liegt. Kreisbogen RW ist jener Teil der nördlichen Ekliptikhälfte, welche über dem Horizont liegt, an ihn schließt sich gleichzeitig der supplementäre Bogen WS aus der südlichen Ekliptikhälfte; damit ist die 4. Frage beantwortet. WX ist die Größe der Ekliptikordinate des Frühlingspunktes um 20^h ; durch Projektion auf den Horizont verkürzt wird sie zu γX ; wird um XW als Durchmesser ein Halbkreis geschlagen, γX von X aus als Sehne XY eingetragen, dann ist $\angle YXW$ der Neigungswinkel N der Ekliptik gegen den Gesichtskreis zur Sternzeit 20^h unter dem Breitengrad $+25$, und zwar ist die sichtbare Ekliptikhälfte geneigt gegen jene Horizont-hälfte, welche den Südpunkt enthält, dort hinein fällt γ : Antwort auf die Fragen 2 und 3. — w würde größer ausfallen für 21^h , einen größten Wert erreichen, wenn der Ekliptikpol sich auf J projiziert, dann wieder abnehmen usw. Ebenso läßt sich auch die mit der Zeit eintretende Änderung von N finden. Es wäre aber schwierig, auf induktivem Wege allgemeine Regeln für den Stand der Ekliptik anzugeben; es müßten Bilder wie Fig. 11 für verschiedene Breiten gezeichnet und für mehrere Stunden des Sterntages ausgeführt werden. Wir werden nach einer leichteren Methode suchen. Zunächst sollen ausgezeichnete Werte des N besprochen werden.

Kann N ein rechter Winkel sein? Bei ihrem Vertikalstand muß die Ekliptik durch den Zenit gehen; weil Horizont und Ekliptik größte Kreise des Himmelsgewölbes sind, muß die Zenitlinie in der vertikal stehenden Ekliptik liegen. Solche Zenite gibt es nur zwischen beiden Wendekreisen; die Ekliptik scheuert diesen Himmelsgürtel, über ihn hinaus gelangt kein einziger Punkt von ihr: nur Bewohner der heißen Zone können die Ekliptik senkrecht auf dem Horizonte sehen. Wann geschieht dies in der nördlichen Hälfte der heißen Zone? Der nördliche Teil der Ekliptik schneidet jeden nordtropischen Himmelsparallel in zwei Punkten; so oft einer von beiden Schnittpunkten in den Zenit gelangt, steht der Tierkreis vertikal; beide Punkte liegen symmetrisch zum Sommersolstitialpunkt; gleichviel Stunden vor und nach der oberen Kulmination der Sommerwende (6^h Sternzeit) steht die Ekliptik senkrecht, also zweimal während eines Sterntages; unter dem Äquator zur Zeit 0^h und 12^h , wenn Frühlingspunkt, resp. Herbstpunkt, ihren Höchststand haben; weiter nach Norden in der heißen Zone rücken die Zeiten näher an 6^h ; es ist also das Zeitintervall zwischen einem Vertikalstand und dem nächsten ungleich, aber je zwei Intervalle ergänzen sich zu 24 Stunden. Unter dem nördlichen Wendekreis hat die Nordhälfte der Ekliptik mit dem Wendekreis des Krebses nur einen Punkt gemeinsam: das Sommersolstitium; in einem Sterntag gibt es dort nur einen Vertikalstand der Ekliptik, und zwar um 6^h : Kulmination der Sommerwende oder Untergang des Frühlingspunktes.

Wo und wann $N = 90^\circ$ ist, lehrt auch eine andere Betrachtung. Beim Vertikalstand der Ekliptik muß deren Achse in der Ebene des Horizontes liegen. Die Ekliptikachse beschreibt den Mantel eines Doppelkegels, dessen Kegelachse ist die Weltachse, der Öffnungswinkel $= 23\frac{1}{2}^\circ$; Basis des Kegels ist die Ebene des Polarkreises. Soll die Ekliptikachse im Horizont liegen, dann muß der Horizont vom Kegelmantel geschnitten werden, was nur für tropische Horizonte zutrifft. Gelangt die Ekliptikachse in eine der Durchschnittslinien, dann ist die Bedingung für den Vertikalstand ihrer zugeordneten Ebene gegeben. Der Gesichtskreis des Äquatorbewohners halbiert die Polarkreise; Horizonte der nördlichen Tropenzone schneiden den Nordpolarkreis unterhalb seines horizontalen Durchmessers; die Schnittpunkte nähern sich, je weiter man gegen den Wendekreis des Krebses fortschreitet; in der Breite $+23\frac{1}{2}^\circ$ berührt der Horizont den Kegelmantel

im Meridian; es gibt in diesem Abstand vom Äquator nur einen Vertikalstand. Die zwei Bogen, in welche der Polarkreis durch einen Tropenhorizont zerlegt wird, sind explementär und ihre Größe den Zeiten proportional, welche zwischen den aufeinanderfolgenden Vertikalstellungen abläuft.

Kann N auch Null werden? Dann muß der nördliche Ekliptikpol auf den Zenit fallen. Auf dem Himmelsgewölbe beschreibt P' den nördlichen Polarkreis; in diesem Kreise liegen die Zenite von Bewohnern des gleichnamigen geographischen Polarkreises; bei der oberen Kulmination von P' (18^h Sternzeit) wird unter der geographischen Breite $+66\frac{1}{2}^\circ$ die Ekliptik mit dem Horizont für einen Moment zusammenfallen. Dort und dann wird ein Beobachter sämtliche Ekliptiksterne gleichzeitig sehen und weil sie durch Strahlenbrechung um eine Vollmondbreite gehoben werden, erstreckt sich die Sichtbarkeit auf eine meßbare Zeit, parallel dem Horizont allerdings nur auf einen Moment.

Über das Wachstum des Winkels w , über die Grenzwerte, die es erreichen kann, erhalten wir Aufschluß durch folgende Betrachtung: Beim täglichen Umschwung des Himmelsgewölbes beschreibt die Solstitiallinie der Ekliptik den Mantel eines Kegels, dessen Öffnungswinkel $66\frac{1}{2}^\circ$; so groß ist der Winkel zwischen Ekliptikebene und Weltachse. Die Ekliptikebene schleift auf diesem Mantel, ihn jeden Moment an einer anderen Seite berührend; in das Innere eines solchen Kegels kann kein Punkt der Ekliptik je hineingeraten. Aus Horizonten der heißen und gemäßigten Zonen schneidet der Doppelkegelmantel zwei Kreissektoren, deren gemeinsame Spitze der Kegelscheitel oder das Sphärenzentrum ist. In diese Sektoren wird die Schnittlinie nie gelangen können, sie wird sich nur in den übrig bleibenden Sektoren des Horizontes bewegen, und an den Grenzradien der Sektoren findet auch die Bewegung der Schnittlinie ihre Grenze; aber selbstverständlich bleibt sie dort nicht in Ruhe, sondern durchläuft von da ab den Sektor in einer der vorigen entgegengesetzten Richtung, bis sie den nächsten Grenzradius erreicht hat. Die Ost-Westlinie halbiert jenes Tummelfeld der Schnittlinie. Wir könnten die Ost-Westlinie mit der Ruhelage eines Pendels oder einer Magnetnadel vergleichen, um welche hier die Schnittlinie oszilliert.

Der Zentriwinkel letztgenannter Sektoren kann auch durch Konstruktion gefunden werden. Die beiden Wendekreise schneiden

den Horizont in zwei parallelen Geraden; in ihren Durchschnittspunkten mit dem Horizontrand gehen die Sonnenwendepunkte der Ekliptik auf, resp. unter, also auch die Sonne selbst zur Zeit einer Wende in einem der zusammengehörigen Punktpaare auf, resp. unter. Die Basis des Sektors, die Morgenweite oder Abendweite der Sonne, kann nach Figg. 1, 2 auf S. 150 gezeichnet werden.

Der Begriff einer Schnittlinie involviert die Notwendigkeit, daß an ihren Enden Punkte der Ekliptik oder Ekliptiksterne auf- oder untergehen; das Ende der Schnittlinie gehört ja der sich drehenden Ekliptik an, muß entweder über den Horizont sich erheben oder unter denselben tauchen. Nicht alle Punkte des Horizontrandes sind bezüglich der Schnittlinie gleichwertig; in zwei Segmente des Gesichtskreises, in welchen der Nordpunkt, resp. der Südpunkt, liegt, kann ein Schnittlinienende nicht hineingelangen. Das gilt aber nur für heiße und gemäßigte Zonen. Horizonte einer arktischen Kalotte schneiden den Kegel von $66\frac{1}{2}^{\circ}$ Öffnung nicht mehr, sondern liegen ganz im Raume zwischen beiden Doppelkegelmänteln. Die Wendekreise schneiden solche Horizonte gar nicht; für die Bewegung der Schnittlinie gibt es kein Hindernis mehr; alle Randpunkte jener Horizonte sind bezüglich der Schnittlinie gleichwertig und sie „schwingt“ nicht, sondern bewegt sich im Kreise durch den Horizont, sie „zirkuliert“.

Der geschilderte Gegensatz in der Schnittlinienbewegung hat noch ein Pendant. Die Schnittlinie ändert ihre Lage nicht nur im Horizont, sondern auch in der Ekliptik selbst; als Nullage werden wir hier die Nachtgleichenlinie ansehen und vom Frühlingspunkt aus zählend den Winkel mit v bezeichnen. In der heißen und gemäßigten Zone sind alle Punkte der Ekliptik für die Schnittlinie gleichwertig, sie durchläuft die Ekliptik im Kreise einmal im Sterntag. In den arktischen Zonen werden Teile der Ekliptik zirkumpolar; mit den Solstitialpunkten beginnend, schließen sich an die Sonnenwenden immer größere Bogen, welche nicht unter-, resp. nicht aufgehen; dort kann eine Schnittlinie nicht ausmünden: hat sie die Grenze eines solchen Bogens erreicht, dann „schwingt“ sie zurück. — Für einen Beobachter am geographischen Nordpol — sein Horizont wäre der Äquator — ist die ganze Nordhälfte der Ekliptik zirkumpolar; die Schnittlinie — diesmal die Nachtgleichenlinie — kreist im Horizont, bewegt sich in der Ekliptik gar nicht; w wächst gleichförmig von 0° auf 360° , v bleibt konstant $= 0$, $N = 23\frac{1}{2}^{\circ}$; es fehlt an einem Ausdruck dafür, wo-

hin die Ekliptik sich neigt, ebensowenig gibt es eine ausgezeichnete Linie, von welcher aus w zu zählen ist, weil am Pol jeder Durchmesser des Äquators mit gleichem Recht als Mittagslinie oder als Ost-Westlinie gelten kann.

Das unterschiedliche Verhalten des Winkels v — vorhin mehr spekulativ als geometrisch dargetan — kann auch anschaulich begründet werden. Wir denken uns diesmal das Himmelsgewölbe ruhend und die Erde in Rotation, wie es in Wirklichkeit ist — versuchen es also einmal mit der Ehrlichkeit. Die Mittagslinie beschreibt einen Doppelkegel, dessen Öffnungswinkel gleich ist der geographischen Breite. Der Horizont schleift auf dem Kegelmantel; in das Innere des Mantels gelangt kein Teil des Horizontes. Die ruhende Ekliptik ist gegen die Weltachse konstant $66\frac{1}{2}^{\circ}$ geneigt. Vom Äquator bis zum Polarkeis ist jeder Durchmesser der Ekliptik als Schnittlinie möglich; in der arktischen Zone schneidet der Kegelmantel, in welchen der Horizont nicht hinein kann, zwei Sektoren aus der Ekliptikebene; in diesen Ausschnitten gelegene Ekliptikdurchmesser können nicht Schnittlinien sein. Vom Äquator bis zum Polarkreis oszilliert die Schnittlinie im Horizont und zirkuliert in der Ekliptik, in der arktischen Zone zirkuliert sie im Horizont und oszilliert in der Ekliptik.

Die Größe der herangezogenen Kreissektoren kann graphisch bestimmt werden, da der Öffnungswinkel der Kegel bekannt ist, mittels passender Schnitte durch die Sphäre die ebene Basis dieses Kegels und der Abstand der Sektorsehne vom Zentrum dieser Basis und danach der Zentriwinkel gezeichnet werden können.

In welchem Tempo das Wachstum der Winkel w , v und auch N vor sich geht, soll noch gezeigt werden, um zu sehen, wie weit der Ausdruck „oszillieren“ oder „schwingen“ gerechtfertigt ist.

Äquator, Ekliptik und Horizont sind größte Kreise am Himmelsgewölbe, haben den Sphärenmittelpunkt O gemeinsam; durch denselben Punkt geht auch die Meridianebene. Die Achsen der Kreise sind: Weltachse, Ekliptikachse, die Linie Zenit—Nadir, die Ost-Westlinie. Diese Achsen schließen mit einander dieselben Winkel ein wie die ihnen zugeordneten Ebenen, d. i. wie die Ebenen der Kreise, auf denen sie senkrecht stehen. In den Figg. 12 soll der Kreis den nördlichen Polarzirkel am Himmels-

gewölbe vorstellen; die linke Figur gilt für einen Ort in der heißen oder in der gemäßigten Zone, deshalb liegt der Zenit Z außerhalb des Polarkreises. P ist der unverrückbare Nordpol, P' ist der auf dem Polarkreis mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich bewegendende nördliche Pol der Ekliptik. Das Auge, welches die Figur betrachtet, denken wir uns im Raume über P befindlich, P' bewegt sich wie die Spitze unseres Uhrzeigers. Der Bogen PZ , im Meridian gelegen, ist die Poldistanz des Zenites, an Größe gleich der Höhe des Äquators über dem Horizont, komplettiert die geographische Breite φ zu 90° , ist also $= 90^\circ - \varphi$. PP' mißt den Winkel e zwischen Äquator und Ekliptik, etwa $23\frac{1}{2}^\circ$.

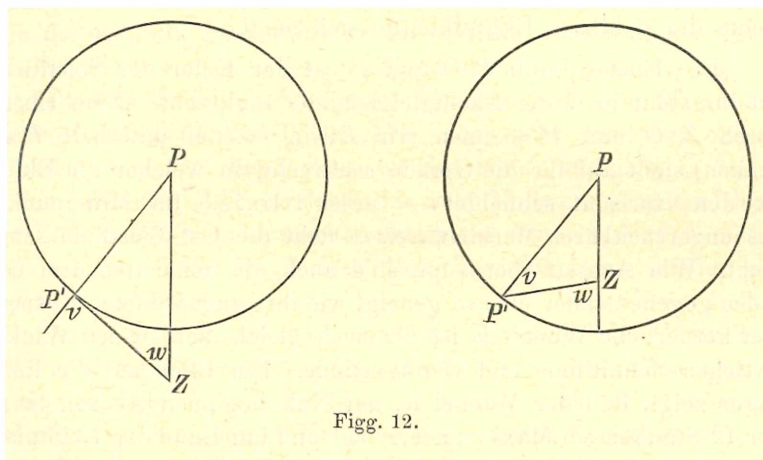


Fig. 12.

Ein (größter) Kreisbogen, der sich von Z bis P' erstreckt, mißt die Neigung N der Ekliptik gegen den Horizont. Wir sehen unmittelbar, daß dieser Bogen am kleinsten ist, wenn P' genau zwischen P und Z , also im Meridian liegt, und das ist die obere Kulmination des P' ; von dort aus wollen wir die Zeit zählen. 12 Sternstunden später liegt P' in der Verlängerung des Bogens ZP über P hinaus; P' ist in seiner unteren Kulmination; während dieses Momentes schließen Ekliptik und Horizont den größten Winkel ein, $90^\circ - \varphi + e$, wogegen der kleinste $90^\circ - \varphi - e$ war. In den nächsten 12 Stunden nimmt N in gleicher Weise ab, als es bis dahin zugenommen; Zu- und Abnahme geschehen am raschesten, wenn eine Ebene durch O , Z und P' senkrecht steht auf PP' , weil dann das ganze Wegelement des P' , nicht bloß eine Komponente davon, zur Änderung des N beiträgt. Das eben

genannte O , in der Figur nicht darstellbar, ist Sphärenmittelpunkt, unterhalb der Papierfläche gelegen.

Auf der Fig. 12 rechts haben P , Z und P' gleiche Bedeutung wie vorhin; sie gilt für einen Ort in der kalten Zone; Z liegt innerhalb des Polarkreises; der kleinste Wert des N , gemessen durch ZP' , ist $e - (90^\circ - \varphi)$, der größte $e + (90^\circ - \varphi)$.

Die Zeit wird gemessen durch den körperlichen Winkel bei P ; dieser wächst als Bogen gleichförmig von 0 bis 360° im Sinne der Uhrzeigerdrehung.

ZP' gibt uns die jeweilige Lage der Ekliptikachse gegen den Horizont; daraus werden wir auch erkennen, wohin im Momente die sichtbare Ekliptikhälfte sich neigt.

Die Ebene durch P , O und P' ist der Kolor der Solstitien; auf ihr steht in O die Nachtgleichenlinie senkrecht. Eine Ebene durch Z , O und P' nennen wir E ; in O (tief unterhalb P zu denken) steht auf ihr die Gerade senkrecht, in welcher die Ekliptik den Horizont schneidet — Schnittlinie. Im Mittelpunkte des unverrückbaren Meridiankreises steht die Ost-Westlinie senkrecht. Wie Achsen überhaupt, sind auch die genannten drei Geraden gegeneinander ebenso geneigt wie ihre zugeordneten Ebenen. Der körperliche Winkel w ist demnach gleich dem ebenen Winkel zwischen Schnittlinie und Ost-Westlinie. Ein Blick auf die linke Figur zeigt, daß der Winkel w , mit Null beginnend, schon lange vor 12 Stunden ein Maximum erreicht und am Ende der 12. Stunde wieder Null ist, auch in den nächsten 12 Stunden demselben Größenwechsel unterliegt: in den wärmeren Zonen pendelt die Schnittlinie um die Ost-Westlinie. Am raschesten ändert sich w zur Zeit 0^h und 12^h , also wenn die Schnittlinie mit der Ost-Westlinie zusammenfällt, weil damals die ganze tangentielle Geschwindigkeit des P' zur Wachstumsänderung beiträgt, und diese ist um 12^h geringer als um 0^h , weil ein gleich großer Bogen des Polarkreises bezüglich der Änderung des w desto weniger ausmacht, je weiter vom Zenit er absteht. Diese Ungleichheit stimmt nicht mit dem, was wir gewöhnlich „Ruhelage“ in einer oszillatorischen Bewegung nennen. Auch sind die Zeiten von der Nulllage bis zur erreichten äußersten Elongation nach rechts und nach links sehr ungleich, während sie bei wahren Schwingungen gleich sind. Die „Oszillationen“ der Schnittlinie stimmen also nur bezüglich der Gleichheit in den äußersten Ausschlägen nach beiden

Seiten der Ost-Westlinie. — Nur die Bewegungen voller Halbtage sind treue Spiegelbilder von einander.

In derselben Figur ist v der Winkel, oder gleich dem Bogen, zwischen Frühlingspunkt und östlichem Ende der Schnittlinie. $180^\circ - v$, d. h. der innere Dreieckswinkel, wird gemessen durch den Bogen: Herbstpunkt — östliches Schnittlinienende; die genannten Winkel ergänzen einander zu 180° ; die Änderung des einen sowohl als des anderen zeigt uns die Schnittlinienbewegung in der Ekliptik; der Außenwinkel des Dreieckes $PP'Z$ wurde gewählt, weil dieser Null ist zur Zeit Null; wir sehen unmittelbar, daß v von Null auf 360° anwächst, während P' einen ganzen Umkreis beschreibt, daß also diesseits des Polarkreises die Schnittlinie die Ekliptik ganz durchkreist. (Wenn vom östlichen Ende der Schnittlinie gesprochen wird, ist darunter gemeint, daß es zur Zeit Null östlich gelegen war; Ähnliches gilt vom Westende.) Wenn Z außerhalb des Polarkreises, aber sehr nahe der oberen Kulmination des P' liegt, dann ist der erste Maximalwert des w in der kürzesten Zeit erreicht; bis zum Nullwert vergehen dann fast 12 Stunden, bis zum zweiten Maximum wieder fast 12 Stunden, und von da ab ist im kleinen Rest des Sterntages wieder ein Nullwert erreicht.

Liegt Z im Polarkreis, so ist die Richtung von E zur Zeit Null unbestimmt, weil Zenitlinie und Ekliptikachse eine einzige Gerade bilden; in diesem Moment kann w alle Werte haben; Ekliptik und Horizont bilden dann eine einzige Kreisfläche; jeder ihrer Durchmesser kann als Schnittlinie gelten.

In der Figur rechts — sie gilt von der arktischen Zone — ist ein äußerer Winkel des (sphärischen) Dreieckes mit w und ein innerer mit v bezeichnet, weil diese Winkel Null sind zu Beginn der Zeitzählung. Diesmal wächst w im Verlaufe des Sterntages von 0 bis 360° ; v bewegt sich in engen Grenzen: in der kalten Zone durchkreist die Schnittlinie den Horizont, sie pendelt in der Ekliptik.

Zu bemerken wäre noch bezüglich der Figg. 12, daß PP' , die Projektion des Solstitialkolurs auf den Äquator oder auf eine dem Äquator parallele Ebene, eine gerade Linie ist; ebenso PZ als Projektion des Meridians; ZP' ist die Projektion eines Höhenkreises auf den Äquator, müßte also ein Ellipsenbogen sein; es führt aber auch die gerade Linie zu keinem Mißverständnis; es handelt sich hier nicht um den Zahlenwert des N , w und v ,

sondern allgemein um deren Größenwechsel. Im Raume ist das Dreieck PZP' ein sphärisches und wird in der Rechnung auch als solches behandelt.

Ein Beispiel für Graphik auf der Kugeloberfläche:

Aus zwei beobachteten Sonnenhöhen die geographische Breite und Länge durch Konstruktion zu bestimmen.

Ein Beobachter mißt die augenblickliche Sonnenhöhe zu 30° ; gibt es noch andere Menschen, welche im selben Moment die Sonne gleich hoch über ihrem Gesichtskreis erblicken? Die Frage ist leicht zu beantworten, wenn statt dieser Sonnenhöhe gesetzt wird: 60° Zenitdistanz; man denke sich einen großen Zirkel 60° weit aufgespannt, die eine Spitze in den Sonnenmittelpunkt eingestochen und einen vollen Kreis K am Himmelsgewölbe verzeichnet. K ist der geometrische Ort aller Zenite, von welchen im selben Momente die Sonne 60° absteht, den respektiven Beobachtern erscheint sie 30° hoch, aber nicht alle haben die gleiche Ortszeit, im Gegenteil, nur bei je zweien zeigt die Uhr eine gleiche Stunde, nur für jene, welche unter demselben Erdmeridian wohnen. K wird vom entsprechenden Stundenkreis des Himmelsgewölbes allgemein in zwei Punkten geschnitten, nur zwei Stundenkreise berührt K ; diese singulären Zenite gehören Bewohnern an, deren Ortszeit die größte Abweichung zeigt.

Denken wir uns zur See oder auf dem Festlande eine Gesellschaft, die einen großen Globus zur Verfügung hat; je 90 Parallelkreise seien zwischen Äquator und Wendekreisen als Sonnenbahnen für kalendarisch bezeichnete Tage aufgetragen und durch Stundenkreise geschnitten, so daß für jeden Jahrestag und jede Stunde der Sonnenort herausgefunden werden kann. Ein Kreis, wie K , wird beschrieben mit der beobachteten Zenitdistanz als Halbmesser; in derselben Station verweilend nach einem Zeitintervall von einigen Stunden ein zweiter Kreis K' ; beide schneiden einander allgemein in zwei Punkten, diese zwei Punkte entsprechen zwei möglichen Zeniten, einer davon gehört zur Gesellschaft. Wenn die Zenitdistanz der Sonne größer war als die geographische Breite, dann liegen die zwei Zenite auf verschiedenen Seiten des Äquators, und wenn die Teilnehmer der Expedition

wissen, auf welcher Halbkugel sie sich befinden, werden sie die Breite ihres Beobachtungsortes vom Globus eindeutig ablesen können und überdies die Ortszeit; sie haben nur nachzusehen, wieviele Stundenkreise zwischen ihrem Ausgangspunkte — Stundenkreis 0^h — und dem jetzigen Zenit auf dem Globus gezählt werden.

Das Einzeichnen vieler Kreise, wie K und K' , würde den Globus bald unbrauchbar machen. Die Reisenden könnten Metallstreifen benutzen, welche nach dem Radius der Kugel gekrümmt und mit Gradteilung versehen sind. Nachdem zwei Zenitdistanzen gefunden sind, werden zwei Streifen mit ihrem einen Ende an die Sonnenorte angelegt und die Metallbogen so gegeneinander geneigt, daß die angemerkten Distanzen übereinander fallen. Der Punkt wird auf dem Globus markiert oder nach einem dort vorfindlichen geographischen Detail im Gedächtnisse behalten. Durch weiteres Verschieben der Metallstreifen — bei alldem leistet ein „Assistent“ gute Dienste — wird auch der zweite Durchschnittspunkt gefunden werden können; gewöhnlich wird der nördliche oder der südliche allein genügen und das Aufsuchen des zweiten überflüssig sein.

Die geschilderte, wenn auch nur summarische Orientierung würde sich empfehlen für arktische Regionen, denn eine Kenntnis der Weltgegenden setzt sie nicht voraus, und die direkte Bestimmung der Mittagslinie ist in hohen Breiten nicht gut ausführbar, weil der Kompaß dort im Stiche läßt. Für heiße und gemäßigte Zonen genügt nach Fig. 10 auf pag. 169 eine Sonnenhöhe.

Der Globus sollte so eingerichtet sein, daß im Gürtel zwischen beiden Wendekreisen nur die Tagesbahnen der Sonne, zu beiden Seiten Länder und Meere verzeichnet sind. Das Verfahren ist so einfach, daß Matrosen dazu abgerichtet werden könnten auf Schiffen, die keinen Gelehrtenstab an Bord haben. — Es ist möglich, daß bei gehöriger Größe des Globus — 1 m Durchmesser oder darüber — die Breite auf einen halben Grad gemessen werden könnte; weniger genau die Längendifferenz, weil im Norden die Längengrade eine geringe Ausdehnung haben; bezüglich der linearen Strecke aber wäre der Fehler auch nicht größer wie bei der Breitenmessung. — Für Reisen auf der nördlichen Halbkugel allein könnte die südliche, vom Wendekreis des Steinbockes begrenzte Kalotte gänzlich entfallen.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Mitteilungen der Österreichischen Geographischen Gesellschaft](#)

Jahr/Year: 1909

Band/Volume: [52](#)

Autor(en)/Author(s): Möller Max

Artikel/Article: [Graphische Lösung von Aufgaben aus der astronomischen Erdkunde 150-185](#)