

Das Banddiagramm

(Eine Studie zur Erschließung neuer Wege in der Gefügekunde)

Von Wilhelm Tronko

Inhalt: Nachstehend soll gezeigt werden, wie das Diagramm der Lagenkugel in ein Banddiagramm verwandelt werden kann und welche Möglichkeiten sich aus dieser neuen Darstellungsart hinsichtlich der mathematischen Erfassung und Deutung empirisch erfaßter Werte gesetzmäßig ergeben.

Wie bereits in einer früheren Arbeit gezeigt, kann die statistische Auswertung von Lagenkugeldiagrammen mittels fester Auszählnetze vorgenommen werden. Die Auswertung erfolgt dabei in der Form, daß die sphärischen Flächen der Kugel in der Projektion nicht mit ebenen Einheitsflächen, sondern ebenfalls mit solchen sphärischer Art, nämlich Kugelflächeneinheiten vorgenommen wurde. Es konnten somit die derzeit üblichen Verzerrungen ausgeschaltet werden, die sich besonders am Rande der Lagenkugelprojektion störend auswirkten.

Heute soll in Fortsetzung dieser Arbeit ein weiteres Blickfeld erfaßt und die Projektion der Lagenkugel in ein spektralähnliches Band überführt werden. Weiters soll gezeigt werden, in welcher Art diese Banddiagramme analysiert bzw. gegenseitig in Beziehung gebracht werden können. Ferner soll angedeutet werden, wie die in der Natur vermuteten und gegebenen Gesetzmäßigkeiten mathematisch erfaßt und in Ergänzung der empirisch gefundenen Werte bzw. Elemente gleich dem periodischen System auf weitere Werte geschlossen werden kann, deren Auffindung in der nun festgestellten Richtung erleichtert wird.

Als Studie wird die Arbeit deshalb bezeichnet, da sie das Hauptaugenmerk nicht auf bestimmte Untersuchungen im Gelände oder am U-Tisch richtet, sondern auf eine neue Darstellungs- und Betrachtungsweise, wie sie sich derzeit in der Literatur meines Wissens nicht findet.

Wenn daher am Schluß dieser Arbeit eine umfangreiche Literaturangabe fehlt, so sei hier ausdrücklich festgehalten, daß sich dies auf den noch näher auszuführenden Gedanken bezieht. Setzt man diesen jedoch in Beziehung zu der Gefügekunde im allgemeinen, so gilt die gesamte bekannte einschlägige Literatur, deren Grund- und zum Teil Spezialkenntnis vorausgesetzt wird.

Umwandlung der Lagenkugeldiagramme in das Banddiagramm

(Die Methode)

Jeder Punkt der Kugelfläche ist bei Verwendung des üblichen Polarkoordinatensystems durch den Radius (R), die Länge (l) und die Breite (b) bzw. durch R , α und β gegeben. Abbildung 1.

Bei unserer Betrachtung soll aber nicht von der Kugel im Raum ausgegangen werden, sondern gleich von der Projektion derselben, also vom

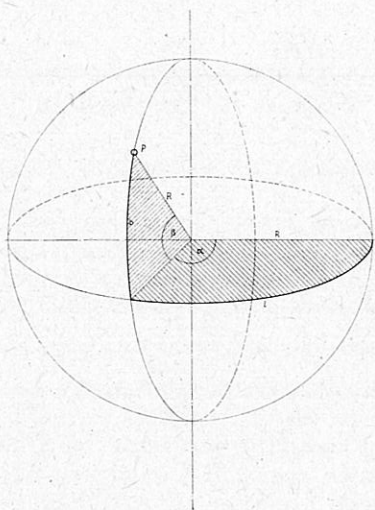


Abb. 1 Kugelkoordinaten.

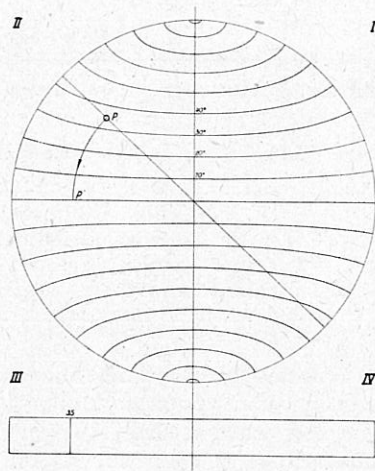


Abb. 2 Übertragung eines Punktes aus dem Netz in das Band.

Diagramm, d. h. dem Netz. Dabei ist es wieder gleichgültig, ob die azimutale (flächentreue) oder stereographische (winkeltreue) Projektion der Lagenkugel gewählt wird.

Die Übertragung in das Band erfolgt rein graphisch durch Angabe des Abstandes der charakteristischen Häufungen (Maxima) vom Mittelpunkt des Netzes unter Hinzufügung der Breite. Bei der praktischen Durchführung dieser Konstruktion wäre folgendermaßen vorzugehen:

Durch den zu übertragenden Punkt (P) und dem Netzmittelpunkt ist eine Gerade zu legen. Diese Gerade ist im Bereich der Quadranten I und III im Uhrzeigersinn, im Bereich der Quadranten II und IV entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn in die Horizontale zu drehen. Man erhält so P'. Der Punkt P' ist in das unter dem Netz befindliche Band zu projizieren und durch einen senkrechten Strich zu kennzeichnen (Abb. 2). Dabei ist zu beachten, daß die Bandlänge dem Durchmesser des Netzes entsprechen muß. Diese Konstruktion kann man auch so ausführen, daß man auf einen Papierstreifen den Durchmesser des Kreises aufträgt, den Mittelpunkt kennzeichnet und den zu übertragenden Punkt (Maximum) nach Anlegen der Papierdiagonale markiert und anschließend unmittelbar in das Band überträgt. Damit ist der Abstand des charakteristischen Wertes vom Mittelpunkt im Band festgelegt. Zu diesem Wert schreibt man die entsprechende Gradteilung des Parallelkreises (Abb. 3).

Hat man jedoch sehr viele Elemente aus dem Netz in das Band zu übertragen, so wäre dies sehr zeitraubend. Für diesen Fall ist daher die Verwendung eines Netzes mit Hilfskreisen empfehlenswert, wie sie Abb. 4 zeigt.

Der Abstand dieser Hilfskreise vom Mittelpunkt des Netzes ist nach Zentimetern gestaffelt. Bei einem Netzdurchmesser von 20 Zentimeter beträgt der Radius der Hilfskreise 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 10 Zentimeter.

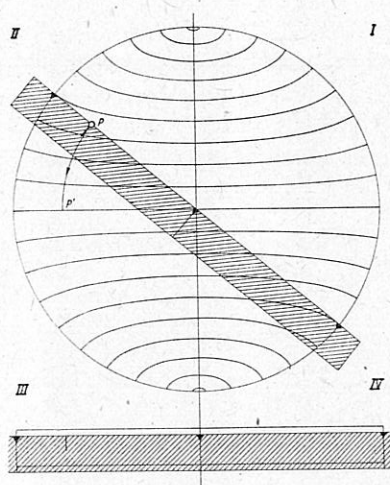


Abb. 3 Übertragung eines Punktes aus dem Netz in das Band, unter Benützung eines markierten Streifens.

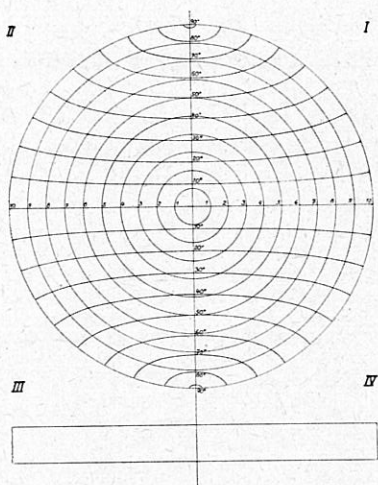


Abb. 4 Das Netz mit Breiten- und Hilfskreisen.

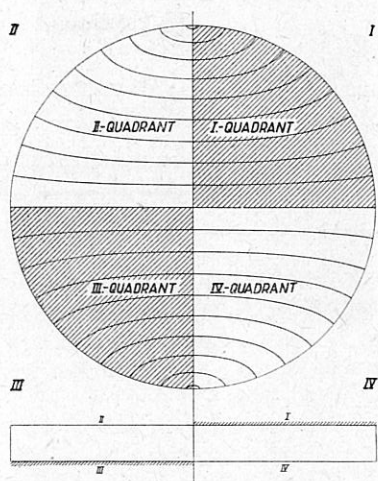


Abb. 5 Die Netz-Quadranten.

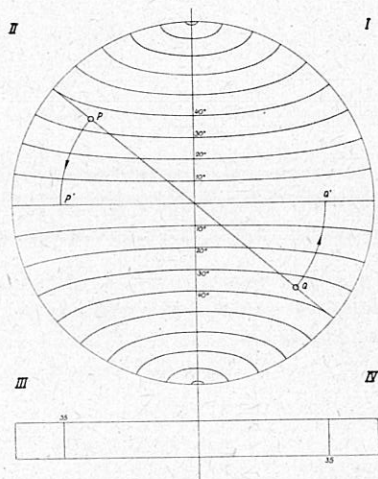


Abb. 6 Eindrehung der in das Band zu übertragenden Punkte im Bereich der Quadranten II und IV entgegen-gesetzt dem Uhrzeigersinn.

In Abb. 2 und 3 wurde bereits ohne nähere Erläuterung eine Gradzahl über das Band gesetzt, damit ist angedeutet worden, daß dieser Wert ein weiteres Bestimmungsstück im Band darstellt. Um eine eindeutige Festlegung der Übertragungspunkte im Band zu ermöglichen, bedarf es einiger Annahmen.

1. Das Netz wird in vier Quadranten geteilt, deren Bezeichnung aus Abb. 5 hervorgeht.

2. Die Eindrehung der in das Band zu übertragenden Punkte erfolgt, wie bereits gezeigt, im Bereich der Quadranten I und III im Uhr-

zeigersinn und im Bereich der Quadranten II und IV stets entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn. (Abb. 6.)

3. Am Band erscheinen der I. und IV. Quadrant auf der rechten Hälfte, der II. und III. Quadrant auf der linken Hälfte. (Abb. 5 unten.)

4. Die Parallelkreisbreiten werden bei Quadrant I und II in Zahlenform über das Band, für Quadrant III und IV unter das Band geschrieben.

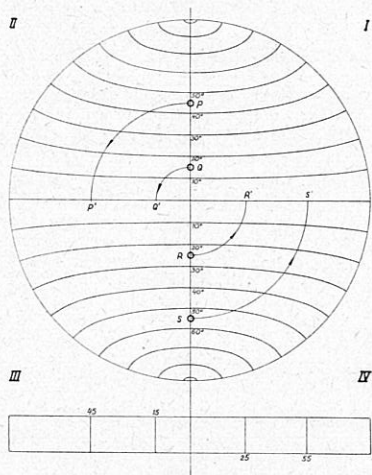


Abb. 7 Grenzfälle zwischen I. und II. Quadranten werden der linken Seite des Bandes, Grenzfälle zwischen III. und IV. Quadranten werden der rechten Seite des Bandes zugeordnet.

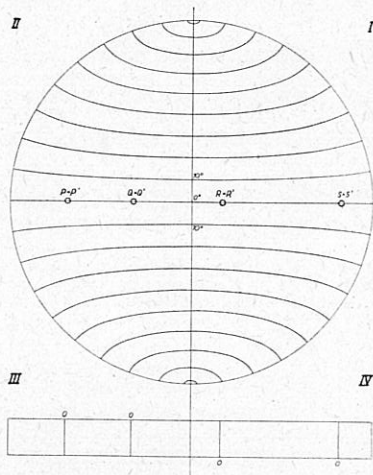
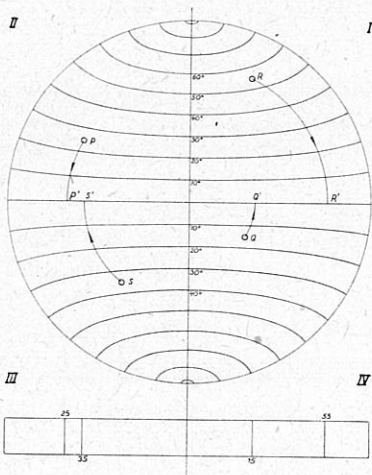


Abb. 8 Bezeichnung der Grenzfälle zwischen I. und IV. und II. und III. Quadranten unter Hinzusetzung der Gradzahl 0.

5. Für die Grenzfälle sind noch einige weitere Festlegungen erforderlich, wie sie aus den Abbildungen 7 und 8 hervorgehen. Dabei ist zu sehen, daß die an der Grenze zwischen dem I. und II. Quadranten gelegenen Punkte stets auf der linken, die an der Grenze zwischen III. und IV. Quadranten stets auf der rechten Seite des Bandes eingetragen werden.



Die an der Grenze zwischen I. und IV., II. und III. Quadranten gelegenen Werte werden nur in das Band projiziert und sind durch die Hinzusetzung der Gradzahl 0 gekennzeichnet, die im allgemeinen nicht angeschrieben werden braucht.

Die Abb. 9 zeigt die Übertragung einiger Punkte aus dem Netz in das Band unter Berücksichtigung der getroffenen Annahmen.

Abb. 9 Eindrehung einzelner Punkte aus den vier Quadranten.

Banddiagramm und Bandleiter

Die Bandleiter ist ein Netz, das dadurch entsteht, daß auf der Abszisse die Hilfskreisabstände und auf der Ordinate die Parallelkreisabstände gemäß Abb. 10 aufgetragen werden. Sie kann bei einer Vielzahl von Vermessungswerten zur Herstellung eines Banddiagrammes als auch zur Analyse desselben verwendet werden. Nach Zeichnung der Bandleiter und Eintragung der Meßwerte empfiehlt es sich, die Kennlinie der eingetragenen Strichmarken zu zeichnen und kritisch auszuwerten.

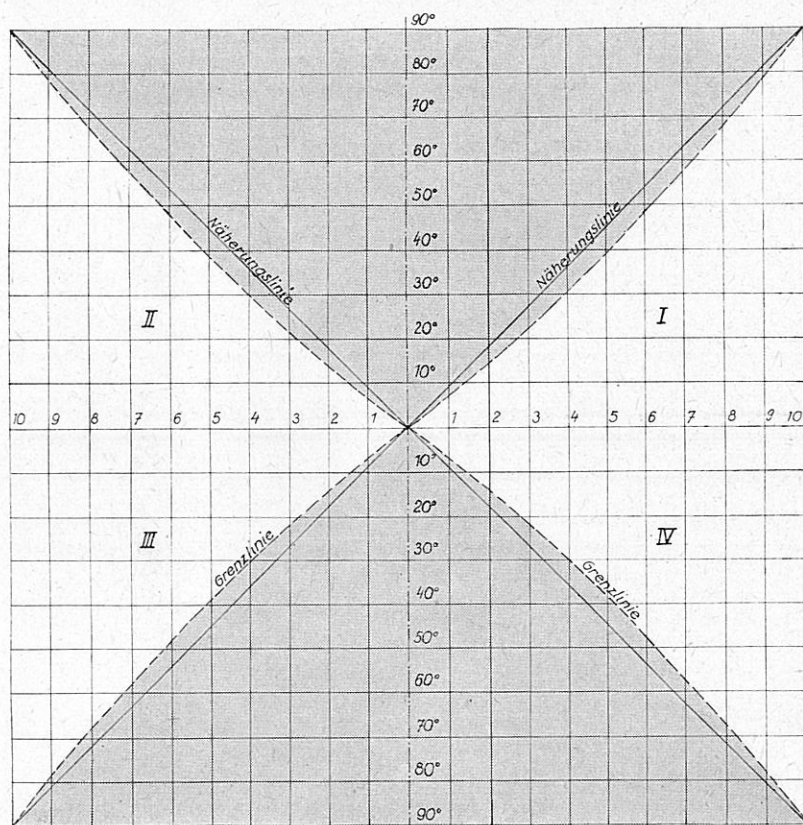


Abb. 10 Die Bandleiter.

Als Beispiel diene ein Oleat in azimuthaler Projektion mit 100 eingetragenen Achsenwerten eines Marmors. Abb. 11 zeigt das Punktdiagramm mit den Hilfskreisen. Wie rasch die Übertragung in das Bandleiterdiagramm (Abb. 12) vor sich geht, muß selbst versucht werden und hängt von einiger Übung ab. Unter der Bandleiter befindet sich das Band-

diagramm (Abb. 13). Die Anfertigung desselben unterscheidet sich nicht von der bereits beschriebenen Art und besteht in einer reinen Projektion, wie aus Abb. 13 hervorgeht. Maxima sind sofort erkennbar. Außer diesen Achsen hätte man in dem gleichen Diagramm auch andere Meßwerte eintragen können, z. B. e-Flächen des Marmors. Die Unterscheidung der Achsen und e-Flächen müßte jedoch färbig erfolgen. In-

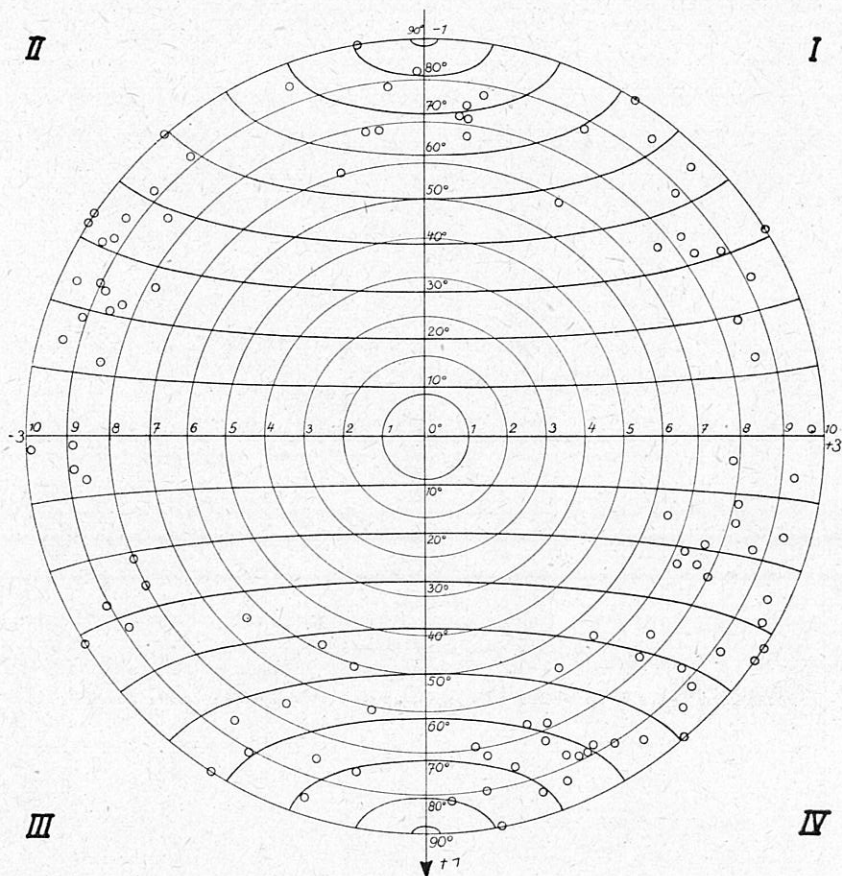


Abb. 11 Das Punktdiagramm. (100 Achsenwerte eines Marmors [Salla] in azimuthaler Projektion. Untere Halbkugel.)

folge der Einfachheit der Ausführung wurde diese Möglichkeit nicht in einem Beispiel dargestellt, da dies drucktechnisch einen Zweifarbendruck bedingt hätte.

Nach Herstellung des Banddiagrammes wurde die Kennlinie im Bandleiterdiagramm (Abb. 12) gezeichnet und ergänzend im Banddiagramm (Abb. 13) die Lage der Maximalwerte durch Hinzufügung der Breite (b) näher gekennzeichnet.

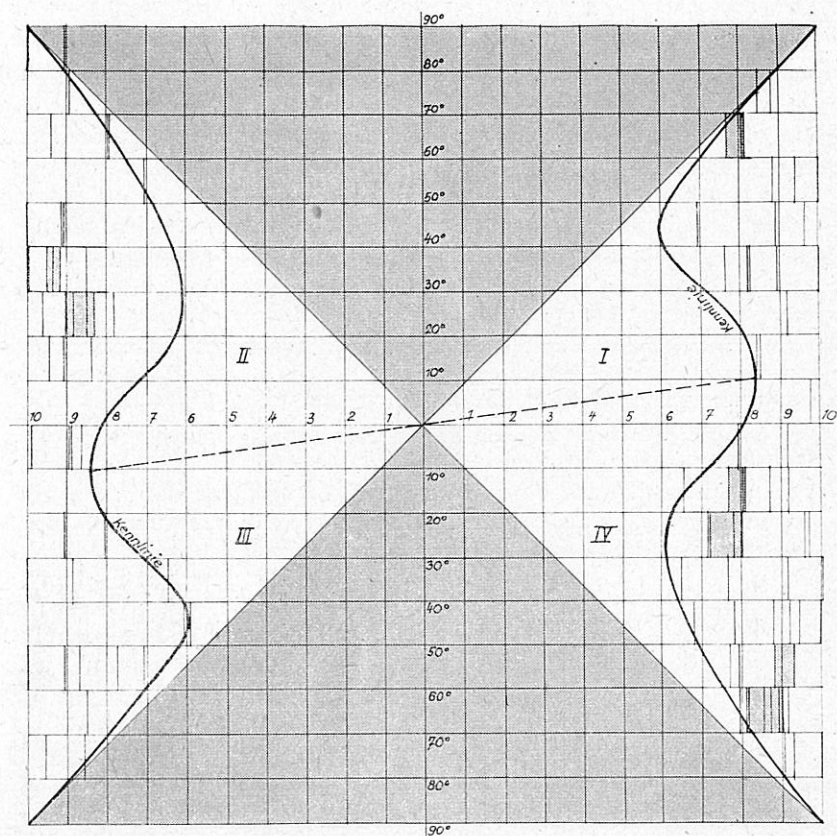


Abb. 12 Die Bandleiter mit Kennlinie zum Punktdiagramm der Abb. 11.

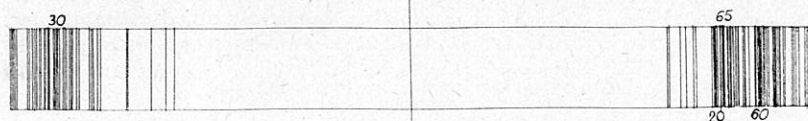
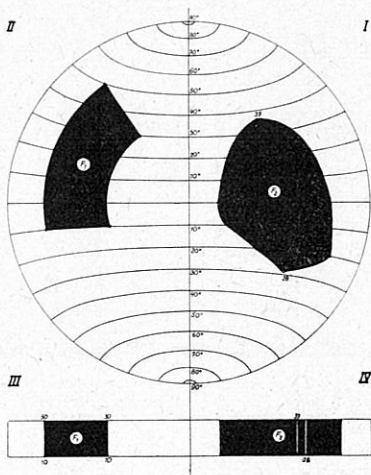


Abb. 13 Das Banddiagramm zur Abb. 11 bzw. 12.

Übertragung von Flächen aus dem Netz in das Band

Die Übertragung von Flächen aus dem azimutalen bzw. stereographischen Netz in das Band veranschaulicht Abb. Nr. 14. Eine weitere Erläuterung erscheint nach dem Vorhergesagten wohl nicht nötig. Zu beachten ist lediglich, daß die in das Band einzutragenden Breiten sich auf besonders charakteristische Werte beschränken. Dadurch ist auch eine Rückübertragung vom Banddiagramm in das Netz möglich.

Abb. 14 Übertragung von Flächen aus dem Netz in das Band.



Zusammenfassung mehrerer Banddiagramme zu Gruppen und ihre mathematische Erfassung

Der Gedanke: In der Natur besteht eine begründete Gesetzmäßigkeit. Die im Gelände oder am U-Tisch erfaßten Werte sind empirisch gefunden und gelangen im Oleat zur üblichen Darstellung.

Es soll nun der Versuch unternommen werden, wie mit Hilfe der Banddiagramme diese Gesetzmäßigkeit weiter erkannt werden kann.

Beim Vorliegen mehrerer Diagramme, wie es der Normalfall ist, können die Einzeldiagramme nebeneinander oder untereinander gezeichnet werden (Harfe) und die entsprechenden Werte durch eine mathematisch erfaßbare Linie graphisch ersetzt werden. Diese wäre durch eine Gleichung $y = f(x)$; z. B. $y = a + x \operatorname{tg} \alpha$; $y = \sin x$ oder anderer Art analytisch darstellbar. (Abb. 15 und Abb. 16.)

Wie bereits erwähnt, werden die in der Natur gemessenen Werte nur ein Teilbild ergeben, während eine Reihe von charakteristischen Werten, die sich aus der Gesetzmäßigkeit der Vorgänge in der Natur ergeben, nicht aufscheinen. Durch die mathematische Erfassung der Banddiagramme dürfte es jedoch möglich sein, gleich dem

„Periodischen System“ auf Werte herangeführt zu werden, die bisher nicht erfaßt waren, jedoch einen Hinweis ermöglichen, in welcher Richtung etwaige Meßwerte noch zu suchen wären. Dabei ist zu berücksichtigen, daß die Stetigkeit der mathematischen Linie durch Störungen usw. unterbrochen sein kann.

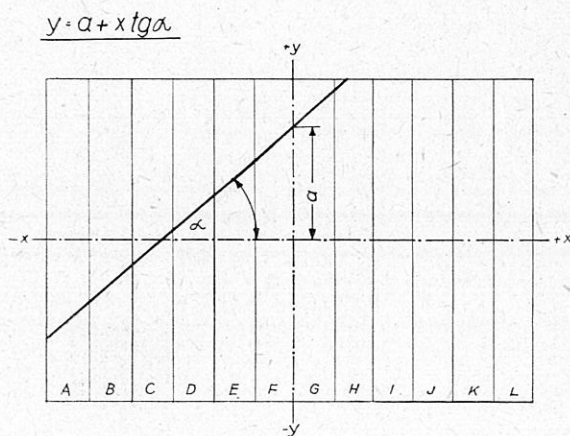


Abb. 15

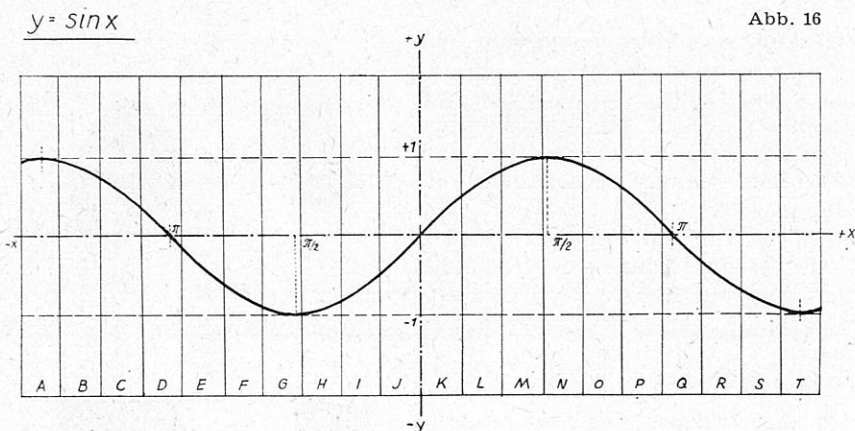


Abb. 16

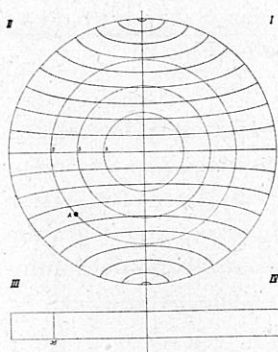


Abb. 17 Diagramm A.

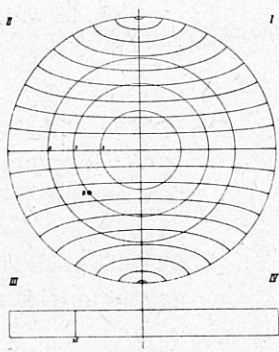


Abb. 18 Diagramm B.

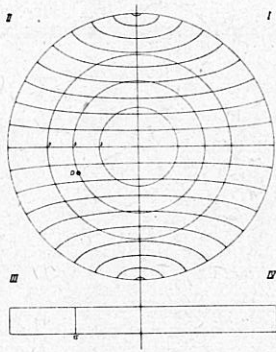


Abb. 19 Diagramm D.

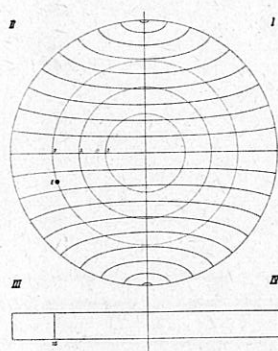


Abb. 20 Diagramm E.

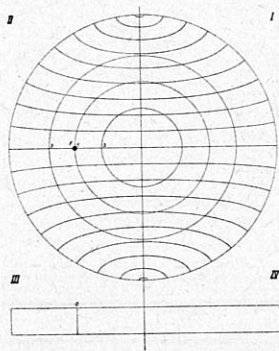


Abb. 21 Diagramm F.

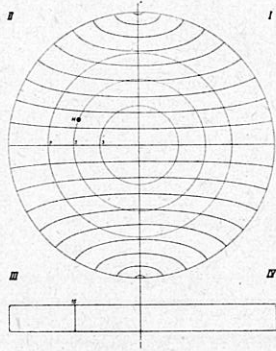


Abb. 22 Diagramm H.

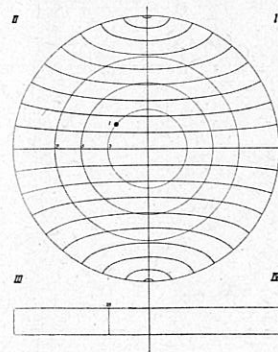


Abb. 23 Diagramm J.

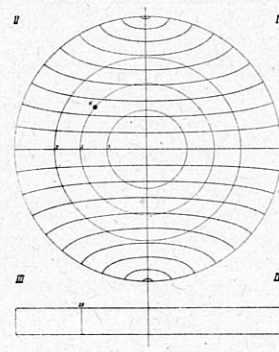


Abb. 24 Diagramm K.

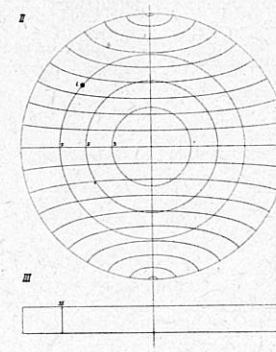


Abb. 25 Diagramm L.

Das Beispiel: Das nachstehende Beispiel, das in idealisierter Form wiedergegeben wird, möge diesen Gedanken näher erläutern.

In den Abb. 17 bis 25 sind Oleate und Banddiagramme mit je einem Maximalwert dargestellt.

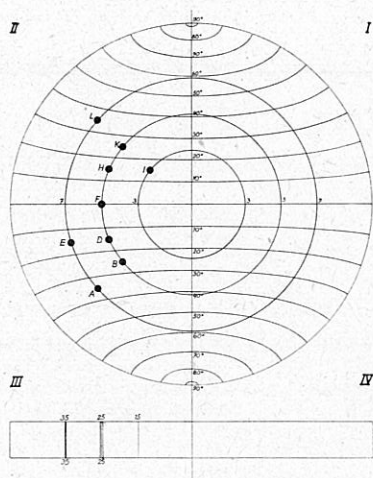


Abb. 26 zeigt das Summendiagramm der Oleate 17 bis 25.

Die Abb. 27 bringt die Darstellung bzw. Gegenüberstellung des Summendiagrammes in azimuthaler Projektion (Abb. 27 a), das Summenbanddiagramm (Abb. 27 b) und die Einzelbanddiagrammgruppe mit Auswertung (Abb. 27 c).

Abb. 26 Das Summendiagramm der Oleate der Abb. 17 bis 25.

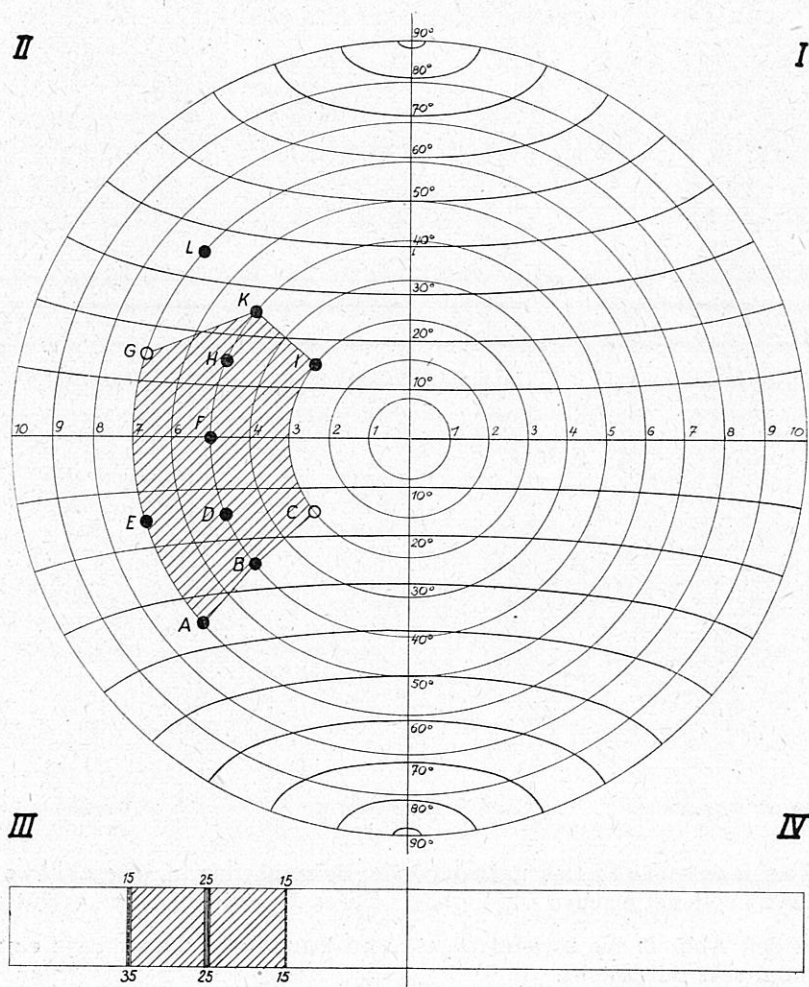


Abb. 27 a) Azimutale Projektion; b) Summenbanddiagramm;

Die Abb. 28 bringt die analoge Gegenüberstellung in stereographischer Projektion, jedoch in anderer Deutung.

Die Abb. 27 und 28 seien nun im folgenden kurz besprochen.

Abb. 27 stellt das Summendiagramm mit Hilfskreisen sowie die zugehörigen Banddiagramme dar. Die Punkte A, B, D, E, F, H, I, K, L seien empirisch gefundene Maxima. Die Maxima C und G ergeben sich aus der Gesetzmäßigkeit der Kurve. Im Banddiagramm wird die Fläche, innerhalb der sich die Maxima befinden, gekennzeichnet. In der Abb. 27 c erfolgt nun die Aneinanderreihung der einzelnen Bänder und es wird versucht, dieselben durch eine Sinuskurve zu erfassen. Die Aneinanderreihung der Banddiagramme erfolgt in der

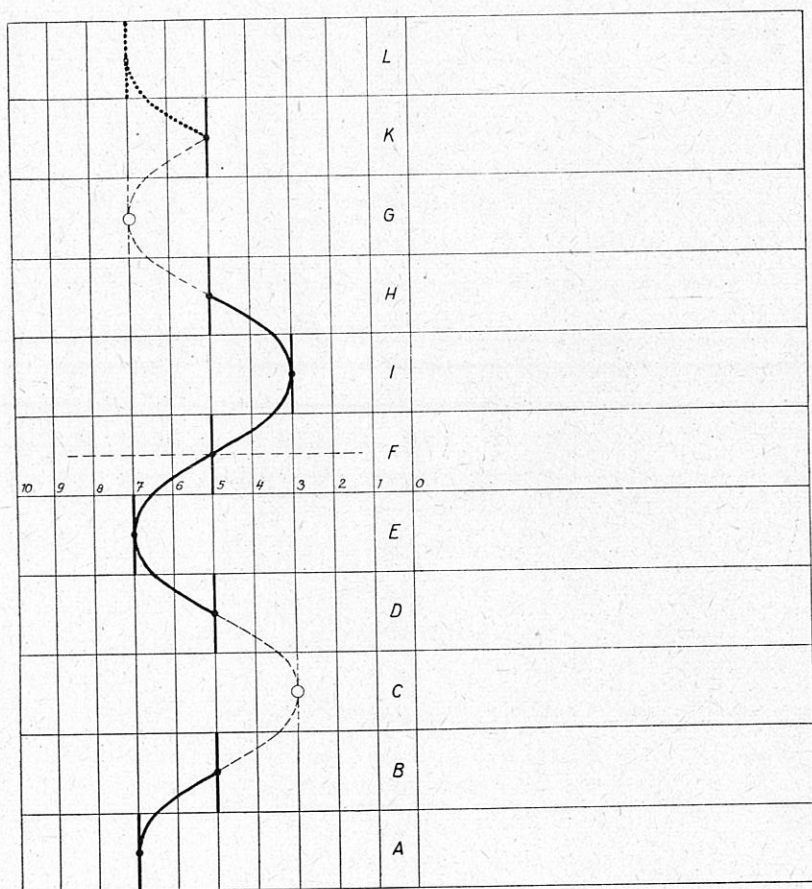


Abb. 27 c) Einzelbanddiagrammgruppe mit Auswertung (Sinuslinie).

Form, daß man, ausgehend vom Banddiagramm A, die einzelnen Werte der übrigen Bänder sinnvoll aneinanderreicht, so daß man sie durch eine Sinuskurve verbinden kann.

Es ergibt sich dadurch nachstehende Reihenfolge der einzelnen Bänder

A — B — C — D — E — F — J — H — G — K — L.

C und G sind nun Werte, die in der Vermessung bisher nicht gefunden werden konnten. Es wäre nun in der angegebenen Richtung nach diesen Werten zu forschen, ob sich dieselben in der Natur finden. Vorher sei jedoch folgende kritische Betrachtung der

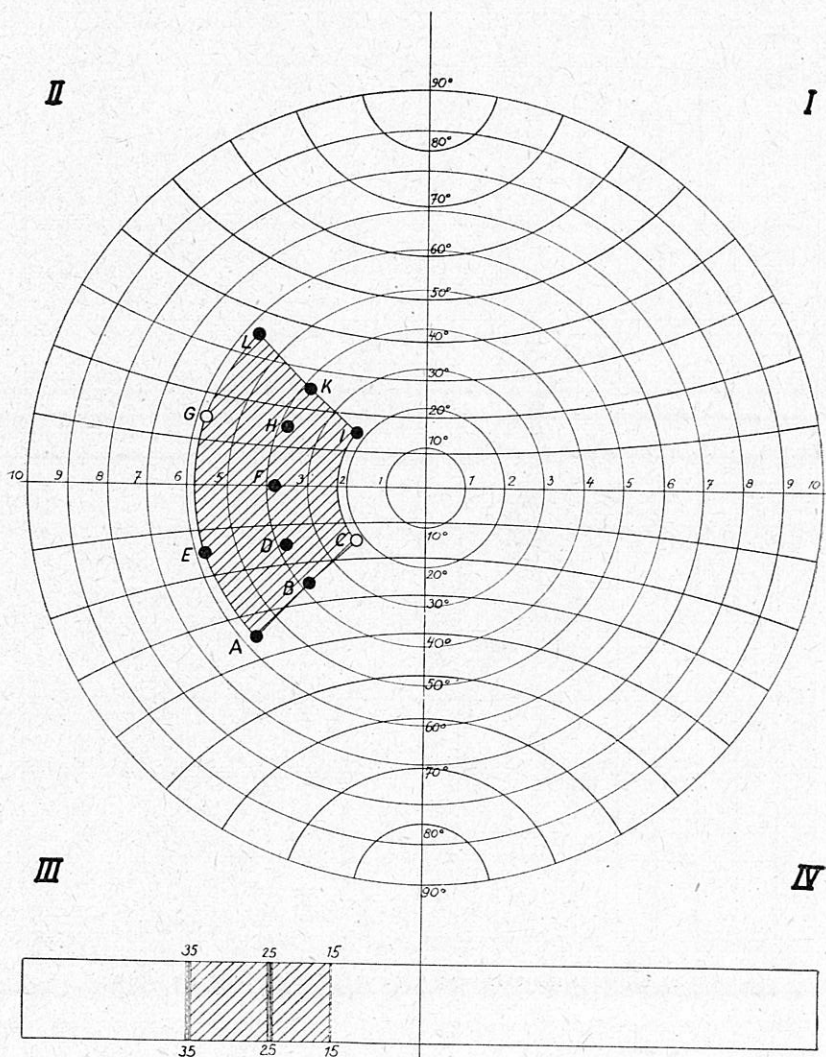


Abb. 28 a) Stereographische Projektion; b) Summenbanddiagramm;

Kurve durchgeführt. Man ersieht, daß die Sinuskurve im Banddiagramm K endet und der Wert des Banddiagrammes L sich nicht ohne weiteres in die Kurve einfügen läßt.

Es gibt nun verschiedene Möglichkeiten, z. B.

1. entweder ist in der Vermessung des Wertes L ein Fehler unterlaufen oder

2. die Sinuskurve hat eine Phasenverschiebung erlitten oder die Aneinanderreihung der Bänder ab Banddiagramm F ist falsch.

Es ist dies ein Warnsignal, das eine Überprüfung erfordert, um die einzelnen Werte zu koordinieren bzw. den unterlaufenen Fehler

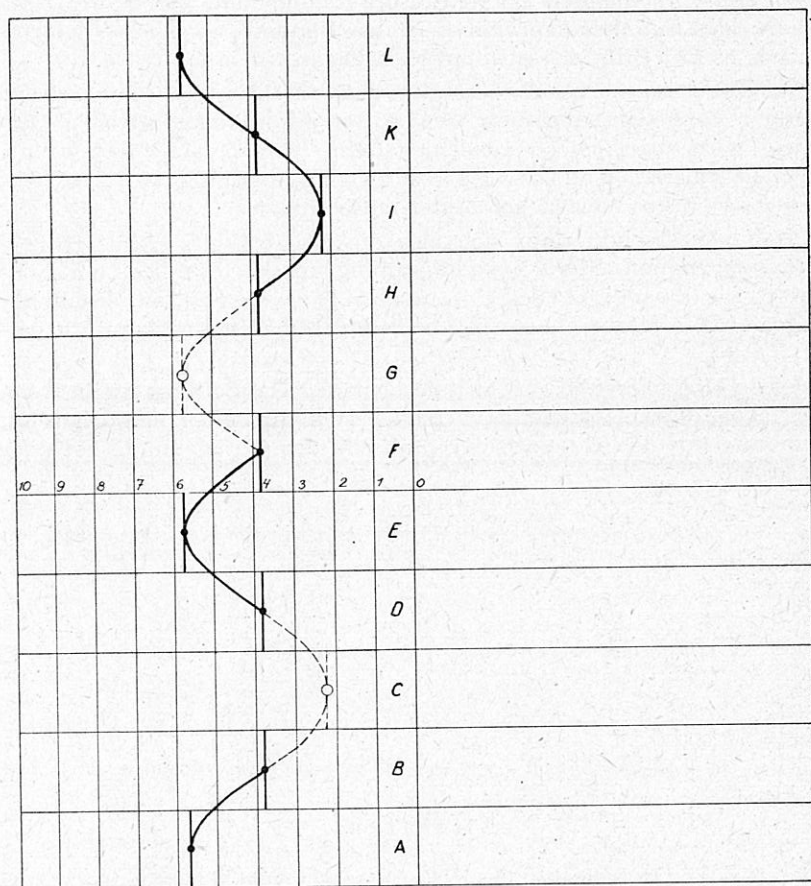


Abb. 28 c) Einzelbanddiagrammgruppe mit Auswertung (Kurve).

zu korrigieren. Die erste Möglichkeit ist nur aus dem speziellen Fall durch nochmalige Überprüfung der Vermessungswerte des Banddiagrammes L festzustellen. Die zweite Möglichkeit, die geänderte Aneinanderreihung der Bänder ab Banddiagramm F wird in Abb. 28 dargestellt.

In der Abb. 28 handelt es sich im wesentlichen um die gleichen Ergebnisse, doch wurden diese nicht in azimuthaler (flächentreuer), sondern in stereographischer (winkeltreuer) Darstellung weiter erläutert. Das Summendiagramm der Abb. 28 ist daher das gleiche, die Aneinanderreihung der Bänder erfolgt jedoch alphabetisch, also wiederum mit A beginnend und mit L endend. Die Phasenverschiebung findet im Banddiagramm F statt, woraus sich im Gegensatz zur Sinuskurve der Abb. 27 nicht eine antisymmetrische Kurve in bezug auf Banddiagramm F, sondern eine symmetrische Kurve ergibt. Der Wert des Banddiagrammes L ist in diesem Falle also möglich, ein Irrtum nach Punkt 1 wäre wahrscheinlich ausgeschlossen.

Aus den vorstehenden Darstellungen ersieht man, daß man die Maximalwerte des Summendiagrammes in den Bändern exakter beurteilen kann, als es mit Hilfe des gewöhnlichen Oleates möglich wäre.

Ergänzend sei nochmals bemerkt, daß die Darstellung in idealisierter Form vorgenommen wurde. Bei der praktischen Durchführung wird man jedoch aus einer Reihe von Zwischenwerten versuchen müssen, diejenige Kurve herauszufinden, die sich den vermessenen Werten am besten anschmiegt.

Zusammenfassend ergibt sich also die Möglichkeit, 1. mit Hilfe von Bänderdiagrammen bzw. Banddiagrammgruppen die gefundenen Werte zu kontrollieren, und 2. Hinweise zu erhalten, in welcher Richtung eventuell nicht erfaßte Werte noch zu suchen sind.

Welche Möglichkeiten sich aus dieser neuen Darstellung ergeben, heute weiter auszuführen, erscheint verfrüht, doch dürfte es möglich sein, in Verbindung mit den Gesetzen der Statistik, der Gefügekunde neue Wege zu eröffnen.

Literatur

- Baule B.: Die Mathematik des Naturforschers und Ingenieurs, S. Hirzel Verlag in Zürich.
- Mellis O.: Gefügediagramme in stereographischer Projektion. Tschermaks Mineralogische u. Petrographische Mitteilungen (neue Folge), Band 53, 1942.
- Sander B.: Einführung in die Gefügekunde der Geologischen Körper. Springer-Verlag, Wien-Innsbruck, 1948/50.
- Tronko W.: Lagenkugel und Diagramm (Entwicklung neuer Methoden), Joanneum, Mineralogisches Mitteilungsblatt 2/1954.