Über

den Einfluss der verschiedenen Achsen

auf

die Krystallgestaltung und über eine, diesem Einfluss entsprechende Bezeichnung,

vom

Geheimen Medicinalrathe Dr. RITGEN.

---

1) Unter Krystall-Achsen versteht man diejenigen einfachsten Richtungen, also geraden Linien, welche, aus dem Innern einer Krystallgestalt hervorgehend, deren Äusseres bestimmen.

2) In den Krystallgestalten haben die Achsen stets einen gemeinsamen Mittelpunkt.

3) Sodann sind je zwei dieser Achsen zu meistens gleichstarker, immer aber gerade entgegengesetzt gerichteter, Wirksamkeit verbunden, indem sie vereint nur eine einzige Linie bilden, also als eine einzige Achse erscheinen, welche durch den Mittelpunkt des Krystalls in zwei, meistens gleiche, Hälften getheilt wird: die krystallographische Achse.

Die krystallographischen Achsen (und nur von diesen wird hier die Rede seyn) wirken auf das Äussere der Krystallgestalt, indem die Grenze jedes Krystallkörpers von Ebenen gebildet wird, denen die Endpunkte der Achsenhälften ihre Lage anweisen.

4) Diese Achsen endigen sich daher stets: entweder in eine einzige ebene Aussenfläche: Flächenschluss der Achse; oder in den Durchschnitt zweier solcher Flächen: Kantenschluss der Achse; oder in den gemeinschaft-

lichen Durchschnitt dreier oder mehrer Aussenflächen: Eckschluss der Achse.

5) Damit ein Körper entstehn könne, sind wenigstens drei Achsen erforderlich, daher hat jeder Krystall wenigstens drei Achsen.

6) Jede, aus der gemeinsamen Wirkung nur dreier Achsen hervorgehende äussere Gestalt eines Krystalls wird mit Recht Grundgestalt genannt.

In sofern diese Grundgestalt nur durch das Zusammenwirken dreier Achsen entstehen kann, verdienen diese Achsen den Namen der: wesentlichen Achsen.

Es giebt aber auch noch eine Krystall-Grundform, welche nur aus dem Zusammenwirken von vier Achsen entstanden gedacht werden kann; die hierfür unerlässlich erforderlichen vier Achsen sind daher auch als wesentliche Achsen zu bezeichen.

7) Die Theilung der wesentlichen Achsen durch den Mittelpunkt der Krystallgestalt geschieht immer so, dass jede dieser Achsen in zwei gleiche Hälften zerfällt wird.

8) Es können zu diesen drei oder vier wesentlichen Achsen noch andere Achsen hinzukommen, welche also zwischen den wesentlichen Achsen liegen müssen und daher deren Zwischenachsen sind.

9) Zwischen die wesentlichen Achsen und Zwischenachsen können noch weitere Achsen treten, diese sind alsdann Zwischenzwischenachsen, die man der Kürze wegen Beiachsen nennen kann.

10) Ragen die Enden der Zwischenachsen oder Beiachsen über die Flächen oder Kanten der Grundgestalt hinaus, so werden dieselben für die Bildung von Aussenflächen bestimmend, welche zwischen diesen Endpunkten und den Endpunkten der wesentlichen Achsen sich gestalten. Auf diese Weise erhält die Grundgestalt eines Krystalls eine Überbauung durch neue Flächengestalten, welche als Aufsätze auf die Grundgestalt erscheinen. Wird, statt der Zwischenachsen oder Beiachsen, die eine oder andere

der wesentlichen Achsen verlängert, so können die Endpunkte dieser verlängerten wesentlichen Achse ebenfalls durch Flächen mit den Endpunkten der unverändert gebliebenen wesentlichen Achsen verbunden werden. Alsdann entstehen ebenfalls Aufsätze auf die Grundgestalt. Wird eine der wesentlichen Achsen verkürzt, und werden deren Endpunkte mit den Endpunkten der übrigen unverändert gebliebenen wesentlichen Achsen durch Flächen verbunden, so gestalten sich Einsätze in die Grundgestalt, oder negative Aufsätze auf die Grundgestalt, welche die Grundgestalt auf ähnliche Weise durch Entziehung, wie die eigentlichen Aufsätze durch Zugabe, verändern. Man nennt die durch positive oder negative Aufsätze auf die Grundgestalt entstehende Gestalten der Krystalle abgeleitete Krystallgestalten.

Grundgestalten.

11) Da zufolge 7 und 3 die wesentlichen Achsen in zwei gleiche Hälften von entgegengesetzter Richtung getheilt sind, so wirken diese Hälften in entgegengesetzter Richtung auf gleiche Weise für das Äussere des Krystalls. Daher kann man, wenn man durch den Mittelpunkt je einer wesentlichen Achse eine Ebene legt, welche von den übrigen beiden Achsen nicht abweicht, also diese enthält, den Krystall in zwei gleichgestaltete Hälften seiner Grundgestalt theilen.

12) Die wesentlichen Achsen können auf eine weniger oder mehr mannigfaltige Weise miteinander in Verhältniss treten, um die Grundgestalten der Krystalle zu bilden; dieses Verhältniss bezieht sich auf Länge und Lage der Achsen.

13) Das möglichst einfache Verhältniss ist dasjenige, bei welchem:

a) nur drei Achsen zugegen sind,

b) diese Achsen gleiche Länge haben,

c) mit ihren Hälften sich gleichmässig zu einanander neigen, also rechtwinklig zu einander stehn.

14) Man bezeichnet dieses Verhältniss durch Isometrie.

15) Die durch dieses Verhältniss erzeugte Krystallgestalt ist das regelmässige Achtflach oder Oktaeder.

16) Da hier alle Achsen gleichlang und gleich geneigt sind, so kann man keiner derselben eine vorzügliche Wirksamkeit zuschreiben und desshalb keine als eigentliche Hauptachse ausheben. Bei der beschreibenden Betrachtung der Krystalle pflegt man indessen, schon wegen der für die leichtere Bezeichnung bequemen Unterscheidung, stets eine Hauptachse festzusetzen: daher eine der wesentlichen Achsen senkrecht zu stellen und diese die Hauptachse, die beiden übrigen aber die Nebenachsen zu nennen. In Ansehung des Oktaeders ist es sonach gleichgültig, welche der drei Achsen man wählt und durch senkrechte Stellung zur Hauptachse stempelt.

17) Schon etwas mannigfaltiger wird das Verhältniss der wesentlichen Achsen zu einander, wenn, bei einfachster gegenseitiger Neigung der Achsen, Eine derselben durch veränderte Länge eigenthümlich vór den beiden übrigen hervortritt und eben dadurch von selbst zur Hauptachse wird und die beiden übrigen zu Nebenachsen macht, so dass alle Willkür in der Wahl derselben für den Krystallographen aufhört.

18) Man bezeichnet das hier gedachte Verhältniss der drei wesentlichen Achsen durch: Monodimetrie.

19) Die erzeugte Form ist das verlängerte oder verkürzte Oktaeder, welches man unter dem Namen der achtflächigen Doppelpyramide, oder, zur Bezeichnung der den beiden Pyramiden gemeinsamen Grundfläche, Tetragonalpyramide aufzuführen pflegt.

20) Die bis hierher entwickelten Verhältnisse können dadurch weitere Mannigfaltigkeit erlangen, dass zu

den drei wesentlichen Achsen eine vierte hinzukommt, welche sich mit zwei gleichlangen derselben so in Grösse und Lage ausgleicht, dass sie mit ihnen gleiche Länge hat, mit denselben in gleicher Ebene liegt und dass sie alle drei ihre Neigung gleichmachen, wodurch dann ihre Durchschneidungswinkel sämmtlich den Werth von 60° erhalten. Durch diese Ausgleichung ordnen sich drei Achsen der noch übrigen vierten, ausschliesslich senkrecht bleibenden, unter. Die Wahl der Hauptachse ist sonach hier nicht willkürlich, sondern diejenige wesentliche Achse, welche zu allen übrigen senkrecht steht, ist offenbar die eigenthümlich hervortretende, ihre Länge seye, welche sie wolle: sie ist also von selbst Hauptachse, und die übrigen drei Achsen sind ihre Nebenachsen.

21) Dieses Verhältniss hat man: Monotrimetrie genannt.

22) Die dadurch erwachsende Grundgestalt ist die zwölfflächige Doppelpyramide oder Hexagonalpyramide.

23) Die Mannigfaltigkeit des Verhältnisses der wesentlichen Achsen zu einander nimmt zu, wenn alle nur in Dreizahl vorhandenen Achsen ungleiche Länge annehmen, während ihre gegenseitige Neigung die einfachste, daher rechtwinklige bleibt.

24) Dieses Verhältniss ist das der s.g. Anisometrie.

25) Die dadurch sich ergebende Grundgestalt ist eine schmalbreite oder gedrückte achtflächige Doppelpyramide, gewöhnlich nach der, den Pyramiden gemeinsamen, Grundfläche rhombische Pyramide genannt.

26) Die weitere, in der Natur vorkommende, Vermannigfaltigung der Verhältnisse der wesentlichen Achsen bezieht sich stets auf nur drei derselben und zwar bei Ungleichheit der Länge von allen dreien. Die Vermannigfaltigung der Beziehungen kann sich sonach nur in einer verschiedenen Neigung äussern.

27) Das einfachste hier mögliche Verhältniss ist

dasjenige, wobei nur eine der drei Achsen sich aus dem Neigungsgleichgewichte begiebt und mithin zu einer der übrigen Achsen, welche in rechtwinkliger Durchschneidung fortbestehen, eine schiefe Richtung annimmt. Durch diese eigenthümliche Ausscheidung macht sich diese Achse zur Hauptachse und die beiden übrigen zu ihren Nebenachsen. Da hier stets zwei Achsen zu einander schief, zwei zu einander rechtwinklig stehn, und diess immer der Fall bleibt, man mag am Krystall, welche immer der Achsen, durch senkrechte Stellung, zur Hauptachse machen; so ist die Wahl der Achsen zur Hauptachse willkürlich. Dennoch möchte es angemessen seyn, die grösste oder kleinste der drei Achsen zur Hauptachse zu wählen.

28) Der gewöhnliche Namen für dieses Verhältniss ist bekanntlich Monoklinometrie.

29) Die daraus entspringende Grundform ist eine einfach schiefe, gedrückte, achtflächige Doppelpyramide, die s. g. monoklinometrische Pyramide.

30) Hört das Gleichgewicht in der Neigung der Achsen zu einander so sehr auf, dass nur noch unter einer und einer der Achsen ein rechtwinkliges Verhältniss bleibt, so ist diess der Ausdruck einer noch weiter vorgeschrittenen Beziehung der wesentlichen Achsen zu einander.

Zur Hauptachse wählt man hier eine der zwei unter sich senkrechten wesentlichen Achsen.

31) Dieses Achsenverhältniss wird: Diklinometrie genannt.

32) Die Grundgestalt, welche sich hieraus ergiebt, ist eine doppelt schiefe, gedrückte, achtflächige Doppelpyramide, die s. g. diklinometrische Pyramide.

33) Noch bleibt der mögliche Fall übrig, dass das Gleichgewicht in der Neigung aller drei Achsen zu einander aufgehoben wird, somit sie sämmtlich sich unter schiefen Winkeln schneiden. Hierdurch ist die Vermannigfaltigung der Achsenbeziehungen auf den höchsten Punkt gebracht,

indem alle drei ungleich gross und ungleich geneigt erscheinen. Die Bestimmung der Hauptachse ist hier willkürlich, jedoch möchte die Wahl der grössten oder kleinsten der drei wesentlichen Achsen zur Hauptachse am angemessensten seyn.

34) Triklinometrie ist der gewöhnliche Ausdruck für das hier gedachte Achsenverhältniss.

35) Die dadurch entstehende Grundform ist die dreifach schiefe, gedrückte, achtflächige Doppelpyramide, die s. g. triklinometrische Pyramide.

36) Um beim Beschreiben der Krystalle den entwickelten sieben Grundgestalten ein kurzes Zeichen zu geben, halte ich es für angemessen,

1) das Oktaeder wie gewöhnlich mit O,
2) die Tetragonalpyramide wie gewöhnlich mit P,
3) die Hexagonalpyramide mit P und drei gleichlangen, senkrechten Strichen, welche durch den Stamm des Buchstaben geführt sind, also mit P zu bezeichnen, um an die drei Nebenachsen zu erinnern.
4. Für die Rhombenpyramide können zwei horizontale Striche von ungleicher Länge, durch den Stamm des Buchstaben P geführt, das Achsenverhältniss anzeigen; sonach wäre das Zeichen P.
5) Ein schief durch den Buchstaben P geführter Strich, also P kann einfach an das Achsenverhältniss der monoklinometrischen, also einfach schiefen Pyramide dienen.
6) Die diklinometrische, also doppelt schiefe, Pyramide bezeichnet ein, am Stamm des Buchstaben horizontal geführter Strich, von einem schiefen gekreuzt, wohl angemessen; somit wäre das Zeichen P.
7) Ein Kreuz von zwei schiefen Strichen bleibt dann als Bezeichnung der triklinometrische, also dreifach schiefen Pyramide übrig. Das Zeichen wäre sonach P.

Abgeleitete Gestalten.

37) Die abgeleiteten Gestalten entstehn (vergl. 8.) durch den Hinzutritt von Zwischenachsen zu den wesentlichen Achsen, oder durch die Längenveränderung der letztern.

38) Die Zwischenachsen können in verschiedene Verhältnisse zu den wesentlichen Achsen treten.

39) Das einfachste dieser Verhältnisse ist dasjenige, bei welchem die, zu den wesentlichen Achsen hinzukommende, Zwischenachse mit möglichst vielen der wesentlichen Achsen zugleich in gleiche Lagenbeziehung tritt, also die diagonale Zwischenrichtung zwischen je drei wesentlichen Achsen einnimmt. In diesem Falle, und eine andere Richtung kommt bei Zwischenachsen nicht vor, müssen die Enden der Zwischenachsen durch die Flächen der Grundform aus deren diagonalem Mittelpunkt zur Bildung von Aufsätzen (vergl. 8.) hervortreten. Diese Aufsätze sind daher: Flächenaufsätze, und deren Ecke: Flächenaufsatzecke der Grundform. Die Zwischenachsen verdienen hier den Namen: Flächenzwischenachsen.

40) Schon mannigfaltiger ist das Verhältniss, wo die Zwischenachsen nur mit zwei wesentlichen Achsen in gleichmässige Beziehung treten, also als deren Diagonale sich verhalten. Hier treten die Enden der Zwischenachsen aus den Kanten und zwar aus dem Mittelpunkt der Länge derselben hervor. Man kann daher die dadurch entstehenden Aufsätze: Kantenaufsätze und deren Ecke; Kanteneckaufsätze, die Zwischenachsen selbst aber Kantenzwischenachsen nennen. Da die Kanten der Krystalle in Polkanten und Mittelkanten zerfallen, so theilen sich jene Bezeichnungen hiernach weiter ab, so dass es Polkantenaufsätze und Mittelkantenaufsätze, Polkantenaufsatzecke und Mittelkantenaufsatzecke, Polkantenzwischenachsen und Mittelkantenzwischenachsen zu unterscheiden giebt.

41) Wenn Flächenzwischenachsen auftreten und Flächenaufsatzecke erzeugen, so sind es immer alle, für die Flächen der Grundgestalt möglichen, Zwischenachsen zugleich, welche thätig erscheinen.

42) Ebenso, wenn Polkantenzwischenachsen Polkantenaufsatzecke bilden, so thun diess wiederum alle für die Grundgestalt möglichen Polkantenzwischenachsen zugleich.

43) Dasselbe gilt von den Mittelkantenzwischenachsen.

44) Welche Kombinationen dieser drei Verhältnisse (vergl. 41, 42, 43.) in der Natur vorkommen, wird weiter unten berührt werden.

45) Von Zwischenzwischenachsen oder s. g. Beiachsen kommen sowohl diejenigen vor, welche durch die Flächen, wie diejenigen, welche durch die Kanten der Grundgestalt vortreten: Flächenbeiachsen und Kantenbeiachsen.

46) Diese Flächen- und Kanten-Beiachsen halten nicht nothwendig die diagonale Richtung zwischen den Achsen, zwischen welchen sie liegen.

47) Die durch Aufsatzecke entstandenen Gestalten können dadurch sich noch ferner vereigenthümlichen, dass für die abgeleitete Gestalt Zwischenachsen auftreten und Aufsätze und daher auch Aufsatzecke erzeugen. Die Zwischenachsen, Aufsätze und Aufsatzecke, welche unmittelbar an der Grundgestalt entstehn, verdienen als primäre, diejenigen hingegen, welche unmittelbar an der abgeleiteten Gestalt, daher mittelbar an der Grundgestalt auftreten, als sekundäre bezeichnet zu werden.

48) Diese sekundären Achsen sind für die Grundgestalt als Zwischenzwischenachsen, somit als Beiachsen zu betrachten.

49) Bei der Gestaltung von Aufsätzen und somit von Aufsatzecken überhaupt ist ein zweifacher Fall möglich und wirklich, dass nämlich:

a) entweder beide Enden dieser Achsen eine Entwicklung in Aufsätze und mithin in Aufsatzecke erlangen;

b) oder dass nur ein Ende derselben sich zu dieser Entwicklung erhebt, wobei dann das Gesetz gilt, dass eine unwesentliche Achse um die andere, wenn man deren Enden rings um den aufrecht gestellten Krystall seitlich verfolgt, ecktragend erscheint.

Die durch das erstere Verhältniss der Wirksamkeit der unwesentlichen Achsen entstehenden abgeleiteten Gestalten werden: homiedrische, die von dem andern Verhältnisse dieser Wirksamkeit abhängigen hemiedrische genannt.

50) Jede Grundgestalt eines Krystalls, welche, auf die angegebene Weise, durch messbare Verlängerung der Zwischenachsen und Beiachsen, oder auf noch anzugebende Weise durch messbare Verlängerung oder Verkürzung der wesentlichen Achsen eine Ableitung erfährt, verwandelt sich stets in eine andere Gestalt, die das Eigenthümliche hat, von genau bestimmten Flächen eingeschlossen zu seyn. Es ist aber auch möglich, dass die Verwandlung der Grundgestalt so geschieht, dass die Flächen derselben, oder auch die Flächen der aus ihr entstandenen abgeleiteten Gestalten in unbestimmter, also unendlicher Grösse erscheinen. Letzteres erfolgt immer, wenn irgend eine der drei wesentlichen Achsen ins Unendliche verlängert wird. Man nennt die abgeleiteten Gestalten mit gemessenen wesentlichen Achsen: geschlossene, die mit unendlich verlängerten wesentlichen Achsen: offene Krystallgestalten.

51) Die durch die unendliche Verlängerung der wesentlichen Achsen entstehenden offenen Gestalten sind die s. g. Prismen. Wird die Hauptachse unendlich verlängert, so entstehen vertikale, oder aufrechte, werden die Nebenachsen ∞, so entstehen liegende Prismen, welche horizontal oder schiefgeneigt seyn können.

52) Noch ist es möglich, dass man sich die Hauptachse der Grundgestalt des Krystalls unendlich verkürzt denkt; alsdann bleibt nichts übrig, als die gemeinsame Grundfläche der Krystalldoppelpyramide, welche dem Queerdurch-

schnitte eines aus dieser Pyramide abgeleiteten Prisma's gleich ist: sonach ist das obere und untere Poleck zu je einer einzigen Fläche geworden.

Ausdruck der Grundgestalten und abgeleiteten Gestalten durch Zeichen.

53) Die Grundgestalten und abgeleiteten Gestalten der Krystalle werden behufs der Beschreibung durch kurze Zeichen ausgedrückt, wofür man die Beziehungen der wesentlichen Achsen zu einander ausschliesslich gewählt hat. Da aber gerade die Zwischenachsen bei der Ableitung aus den Grundformen mit gleichen Nebenachsen die Gestaltänderung häufig zunächst bedingen, so scheint es unrecht, dieselben in der Krystallographie ganz unausgedrückt zu lassen. Ich möchte daher eine dessfallsige Abänderung in Vorschlag bringen.

54) Da die Krystallgestalt stets zunächst von den Achsen-Enden abhängt, indem, wenn diese festgesetzt sind, die Verbindung derselben durch Flächen sich von selbst ergiebt; so halte ich es auch für angemessen, stets das Verhalten der Achsenendigungen bei dem kurzen Ausdruck der Krystallgestalten zunächst ins Auge zu fassen. Desshalb möchte ich, zum Behufe der physiologischen Betrachtung der Krystalle, empfehlen, die oben (unter 36.) in Vorschlag gebrachten sieben Zeichen für die sieben Grundgestalten als kürzesten Ausdruck der Achsenenden dieser Grundgestalten anzunehmen und durch Beischreiben der Zahl der den Schluss der Achsen bildenden Flächen als Exponenten anzudeuten. O, P, P, P, P, P, P mit irgend einem Exponenten geschrieben, soll sonach heissen, das Ende der Achse trägt so viele Flächen als der Exponent ausdrückt. Als Achsen sind hier zunächst die Hauptachsen gemeint.

55) Da im Oktaeder alle Ecke gleich und vierflächig sind, so wäre O^4 das Zeichen für diese Grundgestalt.

56) Für die Tetragonalpyramide kann das Zeichen

P^4 dienen, da auch die Mittelkanten dieser Grundgestalt vierflächig sind.

57) Für die Hexagonalpyramide reicht das Zeichen $\mathfrak{P}^6$ hin, wenn gleich die Mittelkanten nicht sechsflächig, sondern vierflächig sind, weil diess ohnehin nahe genug liegt.

58) Die Rhombenpyramide als Grundgestalt ist durch $\mathfrak{P}^4$ hinlänglich charakterisirt, da keine Verwechselung möglich ist.

59) Ebenso die monoklinometrische Pyramide durch $\mathfrak{P}^4$.

60) Ferner dis diklinometrische Grundgestalt durch $\mathfrak{P}^4$.

61) Endlich die triklinometrische Pyramide durch $\mathfrak{P}^4$.

62) Da übrigens beim Bezeichnen der unveränderten Grundgestalt überhaupt keine Verwechslung möglich ist, so kann man, der Kürze wegen, auch die Bezeichnung der Flächenzahl der Achsenendigungen durch Exponenten ganz hinweglassen.

63) Um die Flächenaufsatzachsenenden auszudrücken, schlage ich den Buchstaben F vor.

64) Der Buchstabe K mag als Bezeichnung für die Kantenaufsatzachsenenden dienen.

65) Endlich seye der Ausdruck für die Beiachsenenden f oder k, je nachdem dieselben durch die Flächen oder Kanten der Grundgestalt hervortreten.

66) Um, wenn von Achsenendigungen die Rede ist, unterscheiden zu können, ob man es mit Polendigungen oder Mittelendigungen zu thun habe, kann man dem Zeichen der Achsenendigung p oder m vorsetzen.

67) Um die Zahl der Flächen auszudrücken, in welche die Flächenzwischenachsen, die Kantenzwischenachsen und Beiachsen sich schliessen, bediene man sich, wie bei den wesentlichen Achsen, der Exponenten.

68) Um das Ausfallen der halben Zahl der vorhandenen Zwischenachsen oder Beiachsen bei abgeleiteten hemiedrischen Gestalten auszudrücken, ist es angemessen, unter das Zeichen für das Achsenende die Zahl 2 mit dem Divisionszeichen des Bruchs zu setzen.

69) Bei abgeleiteten offenen Gestalten möchte ich, um das Prisma auszudrücken, empfehlen, dem Zeichen für das Ende der betreffenden wesentlichen Achse das Unendlichkeitszeichen ∞ als Exponens beizufügen, da hier ein Eck mit unendlichen Flächen gedacht werden kann.

70) Als Ausdruck der Grundfläche der möglichen Doppelpyramiden der Grundform, also auch des Durchschnitts des auf eine dieser Grundflächen konstruirten Prisma's kann zweckmässig das Zeichen des Hauptachsenendes mit dem Exponenten 1 gegeben werden, da hier an die Stelle des Eckes eine einzige Fläche getreten ist.

Bezeichnung der Wirksamkeit unter den wesentlichen Achsen und den Zwischenachsen.

71) Vergleicht man den Einfluss, den die wesentlichen Achsen und die übrigen Achsen auf die Bildung des Krystalls haben, so ergiebt sich Folgendes.

Bei den Grundgestalten wirken die wesentlichen Achsen allein, indem nur sie die Ecke bestimmen. Sobald weitere Achsen Wirksamkeit erhalten, so bedingt diess eine Abnahme des ausschliesslichen Einflusses der wesentlichen Achsen auf die Gestaltentwicklung. Die Wirksamkeit der unwesentlichen Achsen kann fortschreitend an Bedeutenheit gewinnen; die Zunahme der Macht der Zwischenachsen hält daher mit der Abnahme der Macht der wesentlichen Achsen gleichen Schritt. Der geringste Grad der Abnahme der Herrschaft der wesentlichen Achsen ist derjenige, wo neben den Ecken der wesentlichen Achsen Ecke der unwesentlichen Achsen zuerst auftreten. Ein höherer Grad der gedachten Herrschaftabnahme ist derjenige, wo die Ecke der Grundgestalt durch die Lage und Höhe der Aufsatzecke in Kanten verwandelt werden. Der höhste Grad aber tritt ein, wenn die Aufsatzecke die Ecke der Grundform so sehr verdrängen, dass diese sich in einfache Flächen auflösen. Die wesentlichen Achsen bestimmen nämlich durch ihre Endigung in Ecke die Lage von wenigstens drei, im Eck sich schneidende, Flächen; endigen sie in Kanten, so bestimmen sie nur noch die Lage von zwei sich durchschneidenden Flächen und bei einem Ausgehn der wesentlichen Achsen in eine blosse Fläche ist es eben nur eine einzige Fläche, welche ihre Lage dem Einflusse der betreffenden wesentlichen Achse verdankt.

72) Übrigens kann der Einfluss der wesentlichen Achsen nie ganz aufgehoben werden, so dass er stets wenigstens den entsprechenden einfachen Flächenschluss (vergl. 4.) bestimmt.

Aus dem Oktaeder abgeleitete Gestalten.

1) Homoedrische Gestalten.

73) Verfolgen wir hier den Hergang des Hervortretens der abgeleiteten Gestalten aus der Grundgestalt nach dem Gesetze des allmählichen Fortschreitens in der Vermannigfaltigung der Achsenverhältnisse.

74) Es wird ein möglichst einfaches Hinzutreten der unwesentlichen Achsen zu den wesentlichen Achsen des Oktaeders Statt haben, wenn:

a) nur Zwischenachsen, also keine Beiachsen, wirksam sind;

b) wenn von diesen Zwischenachsen nur die Flächenzwischenachsen auftreten (vergl. 39.);

c) wenn keine der möglichen Flächenzwischenachsen ohne Eckschluss bleibt (4.);

d) wenn jedes Ende jeder Flächenzwischenachse ecktragend wird (49.);

e) wenn die Flächenzwischenachsen die genau diagonale Richtung zwischen den wesentlichen Achsen inne halten (39.);

f) wenn die Flächenzwischenachsen über die Flächen der Grundgestalt nur schwach vortreten, so dass die

Ecke der letztern dadurch nicht zum Verschwinden gebracht werden.

75) Die auf diese Weise durch einen dreiflächigen Aufsatz auf jede Oktaederfläche entstandene abgeleitete Gestalt ist ein, aus 24 gleichschenkligen ähnlichen und gleichen Dreiecken zusammengesetztes Vierundzwanzigflach, an welchem die Ecke der wesentlichen Achsen 8 Flächen, die Ecke der Flächenzwischenachsen 3 Flächen haben. Der Name ist oktaedrischer Ikositetraeder. Um an die Entstehung aus den 8 Flächen der Grundgestalt zu erinnern, ist der Name Dreimalachtflach, Triakisoktaeder, nach NAUMANN's Vorgange, sehr angemessen.

76) Das Zeichen dieser abgeleiteten Gestalt ist O^8F^3, wodurch die 8 Flächen des Ecks der wesentlichen Achsen und die 3 Flächen des Ecks der Flächenzwischenachsen ausgedrückt sind.

77) An die Bildung dieser abgeleiteten Gestalt reihet sich in steigender Vermannigfaltigung zunächst die Bildung einer andern, welche dadurch entsteht, dass die niedern Flächenaufsatzecke zu mittelhohen werden, so dass also die Ecke der Grundgestalt die Hälfte ihrer Flächenzahl verlieren, indem je zwei Flächen eines Oktaederecks, welche zugleich zwei aneinander liegenden Aufsatzecken angehören, in Eine Ebene zu liegen kommen, daher zu einer einzigen Fläche zusammenfliessen.

78) Die entstehende Gestalt ist, statt eines Vierundzwanzigflachs, durch Ausfall der Hälfte der Flächen, ein Zwölfflach geworden. Die Gestalt der ähnlichen und gleichen Flächen ist aus gleichschenkligen Dreiecken zu Rauten geworden. Die dreiflächigen Aufsatzecke sind dreiflächig geblieben, die achtflächigen Ecke der wesentlichen Achsen sind vierflächig geworden. Der Name dieser Form ist: Rautenzwölfflach, Rhombododekaeder.

79) Das Zeichen ist O^4F^3; es drückt die 4 Flächen der Grundformecke und die 3 Flächen der Flächenaufsätze aus.

80) Eine zunächst weiter fortschreitende Vermannigfaltigung der Achsenverhältnisse ist diejenige, bei welcher zu den Flächenzwischenachsen auch die Kantenzwischenachsen sämmtlich hinzukommen und die entstehenden Ecke in niedriger Erhebung auftreten.

81) Die entstehende Gestalt hat 6 Grundformecke, welche achtflächig sind, 8 Flächenaufsatzecke, welche sechsflächig sind, 12 Kantenaufsatzecke, welche vierflächig sind.

Das Zeichen ist sonach $O^8F^6K^4$.

82) Die Krystallgestalt ist ein Achtundvierzigflach, Tetrakontoktaeder, welches auch als Sechsmalachtflach, Hexakisoktaeder, zweckmässig von Naumann aufgeführt wird, um an die Entstehung aus dem Oktaeder zu erinnern. Die 48 Flächen sind deckende gleichseitige Dreiecke.

83) In der so eben erwähnten Gestalt sind die Erhebungen der Ecke der Grundgestalt, sowie der Flächenaufsatzecke und Kantenaufsatzecke in gleichgewichtiger Erhebung entwichelt. Erheben sich die Kantenaufsatzecke vorwiegend, ohne jedoch die übrigen Ecke zu vernichten, so fallen je zwei Flächen, die einer Grundgestaltecke und einer Flächenaufsatzecke gemeinsam sind, und von welchen eine einem Kantenaufsatzecke, die andere einem andern Kantenaufsatzecke angehört, in eine einzige Fläche zusammen.

84) Die entstehende Gestalt behält durch Ausfall der Hälfte der Flächen der vorhergehenden nur 24 Flächen, ist also ein Ikositetraeder, welches aus deckenden Trapezien gebildet ist und daher den Namen Schiefrautenvierundzwanzigflach, Trapezikositetraeder verdient.

85) Das Zeichen ist $O^4F^3K^4$, indem die Ecke der wesentlichen Achsen vierflächig, die Ecke der Flächenzwischenachsen dreiflächig und die Ecke der Kantenzwischenachsen vierflächig sind.

86) Erlangen bei der gleichzeitigen Wirksamkeit der Flächenzwischenachsen und Kantenzwischenachsen erstere

das Übergewicht in der Erhebung, jedoch nur so, dass keine Ecke vernichtet werden, dass aber je zwei Flächen, welche zugleich einem Eck der Grundgestalt und einem Kantenaufsatzeck angehören, in eine einzige Ebene zusammenfallen.

87) Die entstehende Gestalt ist ein Vierundzwanzigflach von deckenden gleichschenkligen Dreiecken. Wegen ihrer Verwandtschaft mit dem Sechsflach nennt man sie Viermalsechsflach, Tetrakishexaeder. Sie erscheint nämlich als ein Würfel, welcher auf jeder seiner sechs Flächen mit einem vierflächigen Aufsatz bedeckt ist.

88) Das Zeichen ist $O^4F^6K^2$, indem die Ecke der wesentlichen Achsen vier Flächen, die Ecke der Flächenzwischenachsen aber sechs Flächen haben und die Kantenzwichenachsen in Kanten endigen.

89) Wenn, bei gleichzeitiger Wirksamkeit der wesentlichen Achsen, der Flächenzwischenachsen und Kantenzwischenachsen es geschieht, dass die Flächenzwischenachsen, in möglichstem Grade das Übergewicht erlangen, so bleiben nur für die acht Enden dieser Achsen acht Ecken, von drei Flächen gebildet, übrig, während die Kantenzwischenachsen statt in Ecke, in Kanten ausgehn und die wesentlichen Achsen einen einfachen Flächenschluss erhalten.

90) Das Zeichen ist sonach für die, in eine einzige Fläche endenden, wesentlichen Achsen O^1, für die in eine Kante, also in zwei Flächen endenden Kantenzwischenachsen K^2 und für die in je ein dreiflächiches Eck endenden Flächenzwischenachsen F^3. Das Zeichen der ganzen Gestalt ist also: $O^1K^2F^3$; man kann aber das Zeichen bloss durch O^1 geben, da hier keine Verwechslung möglich ist, indem aus dieser Bezeichnung hervorgeht, dass alle wesentlichen Achsen in je eine einzige Fläche sich schliessen, was nur bei der hier gedachten Gestalt der Fall ist.

91) Diese Gestalt ist der Würfel, oder das regelmässige Sechsflach, aus sechs sich deckenden Quadratflächen, acht Ecken und zwölf Kanten bestehend.

2) Hemiedrische Gestalten.

a) Parallelflächige Gestalten.

92) Es kommen in der Natur Krystallgestalten vor, welche durch Aufbau auf die Grundgestalt des Oktaeders entstehn, indem statt der Kantenzwischenachsen die Kantenzwischenzwischenachsen oder s. g. Kantenbeiachsen neben den Flächenzwischenachsen wirksam erscheinen und zwar so, dass abwechselnd eine Beiachse um die andere mit beiden Hälften zugleich ausfällt. Hier entstehn also hemiedrische Gestalten. Dieselben haben je zwei gegenüberstehende parallele Flächen und heissen daher parallelflächige.

93) Wirken am Oktaeder auf die so eben gedachte Weise die wesentlichen Achsen, die Flächenzwischenachsen und Kantenbeiachsen gleichseitig und geschieht diess mit schwacher Erhebung der Enden der Flächenzwischenachsen, so entsteht eine aus vierundzwanzig sich deckenden Trapezien zusammengesetzte Gestalt, bei welcher die sechs Ecke der wesentlichen Achsen vierflächig, die acht Ecke der Flächenzwischenachse dreiflächig und die zwölf Ecke der, wegen des Ausfalls der Hälfte, von zwölf auf sechs verminderten Beiachsen vierflächig sind. Das Zeichen ist $O^4F^3\frac{k^4}{2}$.

94) Der Name der Gestalt ist Diakisdodekaeder oder Zweimalzwölfflach.

95) Erheben sich am Oktaeder die Enden der Flächenzwischenachsen bei gleichzeitiger Wirksamkeit der wesentlichen Achsen und Beiachsen möglichst hoch, so fallen von der vorigen Gestalt je zwei Flächen, welche zugleich einem Eck der wesentlichen Achsen und einem Eck der Beiachsen, abwechselnd in den Polkanten und Mittelkanten angehören, zu einer einzigen Fläche zusammen. Aus dem Vierundzwanzigflach wird ein Zwölfflach. Jede der Flächen des Zwölfflachs ist ein symmetrisches Fünfeck. Daher heisst die Gestalt Pentagonaldodekaeder.

96) Die Ecke der wesentlichen Achsen werden hier zu Kanten, die Enden dieser Achsen schliessen sich daher in zwei Flächen. Die Ecke der Flächenzwischenachsen bleiben dreiflächig und die Ecke der Beiachsen, welche in der vorigen Gestalt vierflächig waren, werden dreiflächig.

Das Zeichen ist daher $O^2F^3\frac{k^3}{2}$.

97) In sofern hier hemiedrische Formen bestehn, machen je zwei eine g a n z e Ganzgestalt aus, man kann daher je eine derselben als Hälfte mit +, die andere mit — bezeichnen. Die Zeichen sind also $+ O^4F^3\frac{k^4}{2}$ und $- O^4F^3\frac{k^4}{2}$, sodann $+ O^2F^3\frac{k^3}{2}$ und $- O^2F^3\frac{k^3}{2}$. Sind beide Hälften zugegen, so ist das Zeichen $\pm O^4F^3\frac{k^4}{2}$ nnd $\pm O^2F^3\frac{k^3}{2}$.

98) Es geshieht in der Natur, dass die Zwischenachsen zwar nicht durch Beiachsen ersetzt werden, dass aber ihre halbe Zahl durch Ausfall je einer ihrer Hälften um die andere ausser Wirksamkeit tritt; alsdann entstehn h e m i e d r i s c h e Gestalten, welche gar keine parallelen Flächen besitzen und daher nicht p a r a l l e l f l ä c h i g e heissen.

99) Bei diesem Verhalten der Zwischenachsen kann von den acht Hälften der vier Flächenzwischenachsen des Oktaeders je eine um die andere sich so sehr über abwechselnd eine der acht Oktaederflächen erheben, dass die Ecke des Oktaeders nicht mehr als Ecke vorstehn, sondern in die Mitte der sechs Kanten der vier entstandenen dreiflächigen Aufsatzecke zu liegen kommen.

100) Das Zeichen ist somit $O^2\frac{F^3}{2}$; indem die in Kanten ausgehenden Enden der sechs wesentlichen Achsenhälften sich sämmtlich in zwei Flächen schliessen, während nur die halbe Zahl der Flächenzwischenachsenhälften sich je in drei Flächen zum Aufsatzeck schliesst.

101) Die entstehende Gestalt ist das regelmässige V i e r f l a c h, T e t r a e d e r, aus vier gleichseitigen deckenden Dreiecken bestehend.

102) Hier sind von den vier bestehenden Flächenzwischenachsen nur die einen Hälften für die Bildung der Krystallform zur Wirksamkeit gekommen, während sie die Wirksamkeit der wesentlichen Achsen auf diese Form gänzlich verschlungen haben. Es ist also der Antheil der Flächenzwischenachsen auf die Krystallbildung, von welchem diese hier ausschliesslich abhängt, nur zur Hälfte verwirklicht.

103) Daher ist die Wirksamkeit der übrigen Flächenzwischenachsen nur dann befriedigt, wenn auch sie eine gleiche Krystallgestalt für sich hervorbringen. In sofern gestalten sich dann, auf analoge Weise wie vorhin (97.), aus je einem Oktaeder zwei abgeleitete Krystallformen, jedoch in abwechselnd entgegengesetzten Richtungen, welche für die plastokratische Wirksamkeit der Flächenzwischenachsen des Oktaeders als sich gegenseitig integrirende Hälften erscheinen.

Man kann daher auch die als integrirende Hälften zusammengehörenden zwei Krystallgestalten durch $+ O^2\frac{F^3}{2}$ und $- O^2\frac{F^3}{2}$ und zusammen durch $\pm O^2\frac{F^3}{2}$ bezeichnen.

104) Ist einmal auf die angegebene Weise ein Tetraeder gebildet, so hat diese abgeleitete Krystallgestalt ihre e i g e n e n A c h s e n, also aus den Verhältnissen der Oktaederachsen a b g e l e i t e t e A c h s e n. Solche a b g e l e i t e t e O k t a e d e r a c h s e n, oder e i g e n e T e t r a e d e r a c h s e n können auch in Form von Flächenzwischenachsen und Kantenzwischenachsen auftreten.

105) Geschieht ersteres allein und zwar mit einer Achsenhälfte um die andere, so erhält jede Tetraederfläche einen Aufsatz, mithin einen Aufsatzeck von drei Flächen. Das Zeichen ist sonach, da f die a b g e l e i t e t e oder s e k u n d ä r e F l ä c h e n z w i s c h e n a c h s e, d. h. B e i a c h s e, ausdrückt $\pm O^2\frac{F^6 f^3}{2}$. Es endigt sich nämlich noch immer jede der wesentlichen Oktaederachsenhälften in die Kanten der abgeleiteten Gestalt. Sodann haben die Ecke des Tetraeders, also

die Ecke der abwechselnd hervorgetretenen Enden der primären Flächenzwischenachsen des Oktaeders eine Verdoppelung ihrer Flächen erfahren. Endlich sind die Aufsatzecke, somit die Enden der abwechselnden Hälften der sekundären Flächenzwischenachsen mit drei Flächen hinzugekommen.

106) Die entstandene Gestalt ist ein Zwölfflach oder Dreimalvierflach, Triakistetraeder, aus zwölf gleichschenkligen deckenden Dreiecken bestehend und gemeinlich Trigondodekaeder genannt.

107) Erheben sich mit mässiger Erhebung neben den eigenen Flächenzwischenachsen des Tetraeders auch die eigenen Kantenzwischenachsen desselben, also die sekundären Flächen- und Kantenzwischenachsen des Oktaeders, in halb ausfallender Weise mit ihren Enden zur Bildung von, so entsteht ein auf Flächen und Kanten überbautes Hexaeder mit seinen natürlichen vier Ecken, welche eine Flächenverdoppelung erfahren haben, also 6 Flächen besitzen. Die Flächenaufsatzecken der vorigen Figur haben die Zahl ihrer Flächen verdoppelt, jedes Eck hat also deren, statt drei, nunmehr sechs. Die hinzugekommenen sechs Kantenaufsatzecke haben vier Flächen. Die Oktaederecke fallen in diese sekundären Kantenaufsatzecke.

Das Zeichen ist also $\pm\ O^4\frac{F^6 f^6}{2}$.

108) Die Gestalt ist ein Vierundzwanzigflach, also Sechsmalvierflach, Hexakistetraeder von zwölf gleichschenkligen deckenden Dreiecken.

109) Sind die Verhältnisse der Achsen genau wie im Hexakistetraeder, geschieht aber die Erhebung der Flächenaufsatzecke und Kantenaufsatzecke in möglichster Höhe, so fallen je zwei Flächen, welche am Überbau der Flächen des Tetraeders den Ecken des Tetraeders angehören, in eine Fläche zusammen. Daher ist die Zahl der Tetraederecke drei, der Tetraederflächenaufsatzecke drei und der Tetraederkantenaufsatzecke, welche mit den Oktaederecken zusammenfallen, vier. Das Zeichen ist also $\pm\ O^4\frac{F^3 f^3}{2}$.

110) Die entstehende Krystallgestalt ist ein **Zwölfflach**, **Dodekaeder**, von symmetrischen deckenden Trapezien zusammengesetzt, wesshalb es gemeinlich **Trapezdodekaeder** genannt wird.

111) Stellen wir die sämmtlichen berührten Krystallgestalten zusammen, so ergiebt sich:

1. Das Oktaeder . . . . O^4 oder O.
2. Das Tetrakisoktaeder . . . . O^8F^3.
3. Das Rhombendodekaeder . . O^4F^3.
4. Das Hexakisoktaeder . . . . $O^8F^6K^4$.
5. Das Trapezikositetraeder . . $O^4F^3K^4$.
6. Das Tetrakishexaeder . . . . $O^4F^6K^2$.
7. Das Hexaeder . . . . $O^1F^3K^2$ oder O^1.
8. Das Diakisdodekaeder . . . $\pm\ O^4F^3\frac{k^4}{2}$.
9. Das Pentagonaldodekaeder . . $\pm\ O^2F^3\frac{k^3}{2}$.
10. Das Tetraeder . . . . $\pm\ O^2\frac{F^3}{2}$.
11. Das Triakistetraeder . . . . $\pm\ O^2\frac{F^6f^3}{2}$.
12. Das Hexakistetraeder . . . . $\pm\ O^4\frac{F^6f^6}{2}$.
13. Das Trapezdodekaeder . . . $\pm\ O^4\frac{F^3f^3}{2}$.

112) Die Bezeichnung dieser vom Oktaeder abgeleiteten zwölf Krystallgestalten durch die Achsenenden ist, da stets nur höchstens drei Buchstaben zu schreiben sind, an sich sehr kurz; allein durch das Schreiben der die Achsenenden begrenzenden Flächen als Exponenten weitläufig. Es fragt sich daher, ob es für alle Fälle, wo eine Erinnerung an die Flächenzahl der Ecke kein besonderes Interesse hat, nicht noch eine kürzere Bezeichnungsweise gebe.

113) Diese kann man darin finden, dass man, statt der Flächenzahl des Schlusses der Zwischenachsen und Beiachsen die **relative Höhe der Erhebung** derselben über die Grundgestalt ausdrückt.

114) Sind bei der Vergleichung nur zwei Höhengrade

dieser Erhebung, nämlich *hoch* und *niedrg*, auszudrücken, so kann diess durch die prosodischen Zeichen — und ◡ geschehn, welche man über den die Zwischenachse oder Beiachse bezeichnenden Buchstaben schreibt.

115) Müssen dagegen drei Höhengrade ausgehoben werden, nämlich *höschst*, *mittelhoch* und *niedrigst*, so können die Zeichen $\overset{\circ}{\smile}$ und $\overset{-}{\smile}$ und $=$ dienen, welche man wiederum über den die Zwischenachsenenden und Beiachsenenden bezeichnenden Buchstaben schreibt. Ist das Verhalten der Erhebungshöhe einer Achsenhälfte ein *relativ indifferentes* zu den entschieden ausgesprochenen Erhebungshöhen der übrigen in Wirksamkeit begriffenen Achsenhälften, so mag das Zeichen × Anwendung finden.

116) Um indessen diese Achsen nicht immer *aussprechen* zu müssen, möchte es angemessen seyn, sich daran zu erinnern, dass, wenn die Aufsätze, welche die Grundgestalt durch die Wirksamkeit der Zwischenachsen und Beiachsen erhält, Folge des Hervortretens der Flächenzwischenachsen oder Flächenbeiachsen sind, die Aufsätze eine *flache* Grundfläche haben; dass aber, wenn die Aufsätze Folge des Hervortretens der Kantenzwischenachsen oder Kantenbeiachsen sind, die Grundfläche der Aufsätze *hohl* erscheint. Man kann daher die sämmtlichen Aufsätze in *flache* und *hohle* theilen und bei den abgeleiteten Gestalten sagen, sie seyen *flach oder hohl aufgesetzte Grundgestalten.*

117) Endlich muss man noch in Bezug auf Homoedrie und Hemiedrie bemerken, ob die Grundgestalt *ganz oder halb aufgesetzt* sey.

118) Nach dieser Ausdruckweise würde sich die vorerwähnte Art der Bezeichnung folgender Massen ändern.

Zunächst würde das *Oktaeder* als *nacktes* oder *nicht aufgesetztes Oktaeder* statt O^4, kurz O zu schreiben seyn.

119) Das *Triakisoktaeder* entsteht durch niedrige Erhebung der Flächenzwischenachsen, es ist daher *ein nie-*

drig flach aufgesetztes Oktaeder und das Zeichen desselben kann, statt O^8F^3, kürzer $O\breve{F}$ seyn.

120) Beim Rhombendodekaeder ist die Erhebung der Flächenzwischenachsen eine hohe, diese Gestalt ist daher ein hoch flach aufgesetztes Oktaeder. Für dieselbe erscheint sonach, statt des Zeichens O^4F^3, das Zeichen $O\bar{F}$ anwendbar.

121) Bei dem Hexakisoktaeder sind sowohl die Flächen-, als auch die Kanten-Zwischenachsenenden hervorgetreten und die Erhebung beider ist niedrig. Die Gestalt ist somit ein niedrig flach und hohl aufgesetztes Oktaeder und deren Zeichen, statt $O^8F^6K^4$, kürzer $O\breve{F}\breve{K}$.

122) Das Trapezikositetraeder entsteht durch eine höhere Erhebung der Kantenzwischenachsenenden als der Flächenzwischenachsenenden, die Gestalt ist also ein niedrig flach und hoch hohl aufgesetztes Oktaeder. Statt des Zeichens $O^4F^3K^4$ kann daher das Zei- $O\breve{F}\bar{K}$ Anwendung finden.

123) Das Tetrakishexaeder entsteht durch eine höhere Erhebung der Flächenzwischenachsenenden als der Kantenzwischenachsenenden, es kann daher als ein hoch flach und niedrig hohl aufgesetztes Oktaeder betrachtet und, statt durch $O^4F^6K^2$, durch $O\bar{F}\breve{K}$, ausgedrückt werden.

124) Das Hexaeder entsteht durch hohe Erhebung der Kantenzwischenachsenenden und durch höchste Erhebung der Flächenzwischenachsenenden, es ist daher ein höchst und hoch hohl aufgesetztes Oktaeder. Da hier der höchse Aufsatz besteht, den ein Oktaeder erlangen kann, so kann man den Würfel ein höchst aufgesetztes Oktaeder kurzweg nennen. Das Zeichen $O^1F^3K^2$ kann desshalb durch das Zeichen $O\bar{\bar{F}}\bar{K}$, oder kürzer durch das Zeichen $\bar{\bar{O}}$ ersetzt werden.

125) Das Diakisdodekaeder entsteht durch gan-

zes Hervortreten der Flächenzwischenachsenenden und halbes Hervortreten der Kantenbeiachsenenden in niedriger Erhebung der leztern. Die Gestalt ist daher *ein flach ganz und niedrig hohl halb aufgesetztes Oktaeder.* Statt des Zeichens $\pm\, O^4F^3\frac{k^4}{2}$ kann demnach das Zeichen $\pm\, OF\frac{\times\breve{k}}{2}$ Anwendung finden.

126) Das *Pentagonaldodekaeder* entsteht durch ganzes Hervortreten der Flächenzwischenachsenenden und halbes Hervortreten der Kantenbeiachsenenden in hoher Erhebung der letztern. Die Gestalt ist somit *ein flach ganz und hoch hohl halb aufgesetztes Oktaeder.* Das Zeichen ist, statt des Zeichens $\pm\, O^2F^3\frac{k^3}{2}$, alsdann $\pm\, OF\frac{\times\bar{k}}{2}$.

127) Das *Tetraeder* entsteht durch höchste Erhebung der Hälfte der Flächenzwischenachsenenden. Die Gestalt ist daher *ein höchst flach halb aufgesetztes Oktaeder.* Da dieser Aufsatz der höchste von allen übrigen hemiedrischen Aufsätzen ist, so kann man das Vierflach *ein höchst halb aufgesetztes Oktaeder* nennen. Das Zeichen $\pm\, O^2\frac{F^3}{2}$ kann desshalb durch das Zeichen $\pm\, O\frac{\bar{\bar{F}}}{2}$, oder noch kürzer durch $\pm\,\frac{\bar{\bar{O}}}{2}$ ersetzt werden.

128) Das *Triakistetraeder* entsteht durch niedrigste Erhebung der Hälfte der Flächenzwischenachsenenden und Flächenbeiachsenenden. Man kann daher sagen, die Gestalt seye *ein niedrigst doppeltflach halb aufgesetztes Oktaeder.* Für das Zeichen $\pm\, O^2\frac{F^6f^3}{2}$ kann also das Zeichen $\pm\, O\frac{\bar{\bar{F}}\overset{\times}{f}}{2}$ dienen. Hier ist der Ausdruck für die höchste Erhebung $=$ über dem Zeichen für die Flächenzwischenachsenenden F angebracht, weil zunächst von der Erhebung dieser Achse die Gestalt des Krystalls und insbesondere das fehlende geringe oder bedeutendere Hervor-

treten der Oktaederecke abhängt, während die Erhebung der Flächenbeiachsen stets ein relativ geringe ist. Auch bei den folgenden zwei Gestalten wird diese Bezeichnungsweise beibehalten werden.

129) Das **H e x a k i s t e t r a e d e r** entsteht durch mittelhohe Erhebung der Flächenzwischenachsenenden und Flächenbeiachsenenden. Die Gestalt ist demnach **e i n m i t t e l h o c h d o p p e l t f l a c h h a l b a u f g e s e t z t e s O k t a e d e r.** Statt des Zeichens $\pm\, O^4\frac{F^6f^6}{2}$ lässt sich desshalb das Zeichen $\pm\, O\frac{\breve{F}\overset{\times}{f}}{2}$ gebrauchen.

130) Das **T r a p e z d o d e k a e d e r** entsteht durch höchste Erhebung der Flächenzwischenachsenenden und Flächenbeiachsenenden. Die Gestalt ist also **e i n h ö c h s t d o p p e l f l a c h h a l b a u f g e s e t z t e s O k t a e d e r.** Das Zeichen $\pm\, O^4\frac{F^3f^3}{2}$ kann hier durch $\pm\, O\frac{\breve{\bar{F}}\overset{\times}{f}}{2}$ ersetzt werden.

131) Die abgekürzte Bezeichnung aller bisher betrachteten oktaedrischen Krystallgestalten ist also für das

1. Oktaeder . . . . O.
2. Tetrakisoktaeder . . . . $O\overset{\supset}{F}$.
3. Rhombendodekaeder . . . . . $O\bar{F}$.
4. Hexakistetraeder . . . . $O\breve{F}\breve{K}$.
5. Trapezikositetraeder . . . . . $O\breve{F}\bar{K}$.
6. Tetrakishexaeder . . . . $O\bar{F}\breve{K}$.
7. Hexaeder . . . . $O\bar{\bar{F}}\bar{K}$ oder $\bar{\bar{O}}$.
8. Diakisdodekaeder . . . . $\pm\, OF^{\times\breve{k}}_{\frac{}{2}}$.
9. Pentagonaldodekaeder . . . . . $\pm\, OF^{\times\bar{k}}_{\frac{}{2}}$.
10. Tetraeder . . . . $\pm\, O\frac{\bar{\bar{F}}}{2}$ oder $\pm\frac{\bar{\bar{O}}}{2}$
11. Triakistetraeder . . . . $\pm\, O\frac{\bar{\bar{F}}\overset{\times}{f}}{2}$.

12. Hexakistetraeder . . . . $\pm\ O\frac{\overset{\underline{\smile}}{F}\overset{\times}{f}}{2}$.

13. Trapezdodekaeder . . . . $\pm\ O\frac{\overset{\smile\smile}{F}\overset{\times}{f}}{2}$.

132) Diese Bezeichungsweise kann noch weiter abgekürtzt werden, wenn man die Zeichen F oder f für das Flächenzwischenachsenende und das Flächenbeiachsenende vor dem Zeichen des Oktaeders O und die Zeichen K und k für das Kantenzwischenachsenende und Kantenbeiachsenende nach dem Zeichen des Oktaeders O setzt, also z. B. $\breve{F}O$ statt $O\breve{F}$, $\bar{F}O$ statt $O\bar{F}$, ferner $\breve{F}O\breve{K}$ statt $O\breve{F}\breve{K}$ u. s. w. schreibt, sodann die Buchstaben F, f und K, k hinweglässt, aber die Zeichen der Erhebung $\smile$, $-$, $\overset{\smile}{\smile}$, $\underline{\smile}$, $=$ und $\times$ zu schreiben fortfährt und endlich das Erhebungszeichen für f unter das für F, so wie das Erhebungszeichen für k unter das für K setzt, wobei man, wenn F oder K kein Erhebungszeichen haben, o an dessen Stelle zu schreiben hat, um dem Zeichen für f oder k seine unter F oder K angewiesene Stelle wirklich geben zu können.

Die Zeichen verändern sich also folgendermassen:

Tetrakisoktaeder	$O\breve{F}$ in $\breve{F}O$ oder ${}^{\smile}O$.
Rhombendodekaeder . . .	$O\bar{F}$ in $\bar{F}O$ oder ${}^{-}O$.
Hexakistetraeder	$O\breve{F}\breve{K}$ in $\breve{F}O\breve{K}$ oder ${}^{\smile}O^{\smile}$.
Trapezikositetraeder . . .	$O\breve{F}\bar{K}$ in $\breve{F}O\bar{K}$ oder ${}^{\smile}O^{-}$.
Tetrakishexaeder	$O\bar{F}\breve{K}$ in $\bar{F}O\breve{K}$ oder ${}^{-}O^{\smile}$.
Hexaeder	$O\bar{\bar{F}}\bar{K}$ in $\bar{\bar{F}}O\bar{K}$ oder ${}^{=}O^{-}$.
Diakisdodekaeder	$\pm\ O\overset{\times}{F}{}^{\breve{k}}_{2}$ in $\pm\overset{\times}{F}O^{\breve{k}}_{2}$ od. $\pm\frac{{}^{\times}O^{\smile}}{2}$
Pentagonaldodekaeder . .	$\pm\ O\overset{\times}{F}{}^{\bar{k}}_{2}$ in $\pm\overset{\times}{F}O^{\bar{k}}_{2}$ od. $\pm\frac{{}^{\times}O^{-}}{2}$
Tetraeder	$\pm\ O^{\bar{\bar{F}}}_{2}$ in $\pm{}^{\bar{\bar{F}}}_{2}O$ oder $\pm\frac{{}^{=}O}{2}$.
Triakistetraeder	$\pm\ O\frac{\bar{\bar{F}}\overset{\times}{f}}{2}$ in $\pm{}^{\bar{\bar{F}}}_{2}O^{\overset{\times}{f}}_{2}$ oder $\pm\frac{{}^{=}O^{\times}}{2}$.

Hexakistetraeder . . . . $\pm O\frac{\overset{\smile\times}{Ff}}{2}$ in $\pm\frac{\overset{\smile}{F}}{2}O\frac{\overset{\times}{f}}{2}$ oder $\pm\frac{{}^{\times}O^{\times}}{2}$.

Trapezdodekaeder . . . $\pm O\frac{\overset{\smile\times}{Ff}}{2}$ in $\pm\frac{\overset{\smile}{F}}{2}O\frac{\overset{\times}{f}}{2}$ od. $\pm\frac{{}^{\times}O^{\times}}{2}$.

133) Diese Bezeichnungsweise der abgeleiteten Oktaederformen mit Hinweglassung der Zeichen F, f, K, k scheint mir so kurz zu seyn, dass ich dieselbe für den wirklichen Gebrauch in der beschreibenden Krystalllehre empfehlen zu dürfen glaube. Vergleichen wir die Naumann'sche Bezeichnungsweise der hier gedachten abgeleiteten Krystallgestalten mit den von mir in Vorschlag gebrachten, so ergibt sich Folgendes:

Tetrakisoktaeder:	statt	mO . . .	${}^{\smile}O$.
Rhombendodekaeder	—	∞O . . .	${}^{-}O$.
Hexakistetraeder	—	mOn . . .	${}^{\smile}O^{\smile}$.
Trapezikositetraeder	—	mOm . . .	${}^{\smile}O^{-}$.
Tetrakishexaeder	—	∞On . . .	${}^{-}O^{\smile}$.
Hexaeder	—	$\infty O\infty$ . . .	${}^{=}O^{-}$.
Diakisdodekaeder	—	$\pm\left(\frac{mOn}{2}\right)$.	$\pm\frac{{}^{\times}O^{2}}{2}$.
Pentagonaldodekaeder	—	$\pm\frac{\infty On}{2}$ . .	$\pm\frac{{}^{\times}O^{\underline{\smile}}}{2}$.
Tetraeder	—	$\pm\frac{O}{2}$ . . .	$\pm\frac{{}^{=}O}{2}$.
Triakistetraeder	—	$\pm\frac{mOm}{2}$ . .	$\pm\frac{{}^{=}O^{\times}}{2}$.
Hexakistetraeder	—	$\pm\frac{mOn}{2}$ . . .	$\pm\frac{{}^{\underline{\smile}}O^{\times}}{2}$.
Trapezdodekaeder	—	$\pm\frac{mO}{2}$ . . .	$\pm\frac{{}^{\underline{\smile}}O^{\times}}{2}$.

134) Die Naumann'sche Bezeichnungsweise bezieht sich lediglich auf die wesentlichen Achsen. Es ist nämlich durch Messungen wirklicher Krystallgestalten ausgemittelt, dass die Flächen der von einer Grundgestalt abgeleiteten Gestalten eine solche Neigung haben, dass, wenn man diese Flächen bis zur Durchschneidung der verlängerten wesentlichen Achsen verlängert, von den verlängerten wesentlichen Achsen

messbare Beträge abgeschnitten werden, welche einer gewissen arithmetisch fortschreitenden Vielheit der betreffenden unverlängerten wesentlichen Achsenhälfte bestehn. Es folgt aus diesen Naturbeobachtungen das Gesetz, dass die messbaren abgeleiteten Flächen stets von den wesentlichen Achsen in einem gewissen stöchiometrischen Verhältnisse beherrscht werden, und desshalb ist die Bezeichnungsweise auf diese Axokratie lediglich beschränkt, und die Betrachtung des Einflusses der Zwischenachsen und Beiachsen ganz ausgeschlossen worden. Zur Bezeichnung des Verhaltens der auf die angegebene Weise herrschenden wesentlichen Achsen wird die unveränderte Grösse der Achsenhälften der Grundgestalt als Einheit angenommen und die Zahl Wiederkehr dieser Einheit in den Achsenverlängerungen allgemein durch m, wenn die Verlängerung nur eine einfache, durch m und m wenn sie eine gleiche zweifache, und durch m und n, wenn sie eine ungleiche zweifache ist. m wird vor O, n nach O hingeschrieben. Sind im gegebenen besondern Falle diese, durch m und n allgemein ausgedrückten, stöchiometrischen Zahlen als faktisch gemessene Vielheiten der Grundeinheit bekannt, so wird diese Vielheit wirklich mit Zahlen z. B. 2. $3\frac{3}{2}$ u. s. w. geschrieben.

Bei unendlichen Verlängerungen der Achsen wird das Unendlichkeitszeichen ∞ an die Stelle von m, sowie von n gesetzt.

135) Auf den beherrschenden Einfluss der abgeleiteten Gestalten durch die wesentlichen Achsen ist bei der in Antrag gebrachten Bezeichnungsweise keine Rücksicht genommen worden, weshalb auch dafür kein Ausdruck angegeben wurde. Es ist diess auch unnöthig, wenn die Verlängerungen der Hälften der wesentlichen Achsen als Vielheiten der Achsenhälften der Grudgestalt nicht wirklich der Zahl nach bekannt sind. Ist aber letzteres der Fall, so kann man diese Zahlen ganz nach der gewöhnlichen Weise: nämlich, statt m, vor O; und,

statt n, *nach* O wirklich hinsetzen. Z. B. ist mOm = 303, so schreibt man ${}^{\smile}_{3}O^{-}_{3}$.

Diese Bemerkung gilt übrigens nicht bloss für die vom Oktaeder ableitbaren Gestalten, sondern auch für alle übrigen ableitbaren Gestalten überhaupt.

Aus der tetragonalen Pyramide abgeleitete Gestalten.

1) *Homoedrische Gestalten.*

136) Bei den aus dem *Oktaeder* abgeleiteten Gestalten ist ein *ausschliessliches* Abnehmen oder Zunehmen der Grundgestalt nach der Höhe, d. h. nach der Richtung der Hauptachse nicht möglich, da *alle drei* wesentliche Achsen *gleich gross* sind. Anders verhält sich diess bei den aus der *tetragonalen Doppelpyramide* abgeleiteten Formen. Hier kann die Grundgestalt *ausschlieslich* sowohl eine Verkürzung als Verlängerung der Hauptachse erfahren.

137) Diese Verkürzung und Verlängerung der Hauptachse kann eine messbare oder eine unendliche seyn. Die messbare Verkürzung der Kauptachse bildet *verkürzte*, die Verlängerung der Hauptachse *verlängerte abgeleitete Tetragonalpyramiden.* Die unendliche Verkürzung der Hauptachse lässt eine *blosse Grundfläche einer Tetragonalpyramide* übrig (52.). Die unendliche Verlängerung der Hauptachse erzeugt ein *unendlich langes Prisma* (51.).

138) Man kann die messbare Verkürzung durch das prosodische Zeichen ◡, die messbare Verlängerung durch das prosodische Zeichen — ausdrücken, indem man diese Zeichen *gerade über* das Zeichen der tetragonalen Doppelpyramide P schreibt. $\breve{P}$ bezeichnet alsdann eine *abgeleitete verkürzte*, $\bar{P}$ eine *abgeleitete verlängerte Tetragonalpyramide.* Für die *abgeleitete unendlich verkürzte Tetragonalpyramide*, also für die *einfache* Grundfläche der Tetragonalpyramide

dient zum Behufe des krystallographischen Gebrauchs am besten das Zeichen o, für die abgeleitete, unendlich verlängerte Tetragonalpyramide, also für das Tetragonalprisma, dient das Zeichen ∞ gerade über P geschrieben: also für die gedachte Grundfläche $\overset{o}{P}$, für das gedachte Prisma $\overset{\infty}{P}$.

139) Vergleicht man die unveränderte Grundform mit den so sich durch Verkürzung und Verlängerung ergebenden vier abgeleiteten Gestalten, so ergibt sich eine Reihenfolge von Gestalten, welche als kleinste, nämlich als blosse Grundfläche, anheben und als unendlich langes Prisma schliessen, in deren Mitte die unveränderte Grundgestalt steht und in welcher die gemessen verkürzte Tetragonalpyramide der Grundform zunächst vorangeht und die gemessen verlängerte Tetragonalpyramide eben der Grundform zunächst nachfolgt. Das Schema der Series ist sonach:

$$\overset{o}{P} \;.\;.\;.\; \breve{P} \;.\;.\;.\; \overset{\times}{P} \;.\;.\;.\; \bar{P} \;.\;.\;.\; \overset{\infty}{P}.$$

140) Fragt man nach dem Verhalten der Zwischenachsen, so ergibt sich, dass deren Enden nicht vortreten, dass aber die Flächen der sämmtlichen Gestalten zu derjenigen Ebene senkrecht stehn, oder wie man sagt, normal sind, welche von der Hauptachse aus durch die Mittelkantenzwischenachse gelegt werden kann. Da diese Zwischenachsen diagonal zu den Nebenachsen liegen, so nennt man die ererwähnte Ebene: den diagonalen Hauptschnitt der Gestalt; sodann die hier gedachte ganze Reihenfolge von Gestalten: Tetragonalpyramiden mit normaler Flächenstellung.

141) Treten die Mittelkantenzwischenachsenenden mit schwacher Erhebung vor, so entsteht eine niedrig hohl aufgesetzte Tetragonalpyramide mit 16 Polkanten und 8 Mittelkanten, mit zwei achtflächigen Polecken und acht vierflächigen Mittelecken. Das Zeichen ist also: P^8mK^4, oder kürzer, da hier, nach der Beobachtung des wirklichen Vorkommens, immer nur von Mittelkan-

tenzwischenachsen die Rede ist: P^8K^4. Auch reicht schon das Zeichen P^8 hin. In sofern hier die Enden der Mittelkantenzwischenachsen eine geringe Erhebung haben, kann man die Grundgestalt auch durch $P\breve{K}$, oder (nach 132.) kürzer durch $P^{\smile}$ bezeichnen.

142) Auch für diese Pyramiden, welche man *Ditetragonalpyramiden* nennt, gibt es eine Reihenfolge, von der blossen Grundfläche angefangen, bis zum unbegrenzten Prisma hinauf.

Das Schema wäre sonach:

$$\mathring{P}\breve{K} \;.\;.\; \breve{P}\breve{K} \;.\;.\; \overset{\times}{P}\breve{K} \;.\;.\; \bar{P}\breve{K} \;.\;.\; \overset{\infty}{P}\breve{K}.$$

oder (nach 132.) kürzer:

$$\mathring{P}^{\smile} \;.\;.\; \breve{P}^{\smile} \;.\;.\; \overset{\times}{P}^{\smile} \;.\;.\; \bar{P}^{\smile} \;.\;.\; \overset{\infty}{P}^{\smile}.$$

143) Wird die Erhebung der Enden der Mittelkantenzwischenachsen eine bedeutende, so fallen die Mittelecke der Grundgestalt, hinweg und aus der *sechszehnflächigen Pyramide* (*Ditetragonalpyramide*) entsteht wiederum eine *achtflächige Pyramide* (*Tetragonalpyramide*), jedoch stehen hier die Flächen nicht auf die *diagonalen Hauptschnitte* normal, sondern auf die Ebene, welche durch die Hauptachse und je eine Nebenachse gehn, also auf die s. g. *normalen* Hauptschnitte. Man nennt diese Art von Pyramiden: *Tetragonalpyramiden mit diagonaler Flächenstellung*. Da hier wieder die Polecke vier Flächen und die Mittelkantenzwischenachsenecke ebenfalls vier Flächen haben, so ist das Zeichen, wenn man dieses von den Flächen hernimmt, P^4K^4. Bezieht man die Bezeichnung auf die Erhebung der Mittelkantenzwischenachsenenden, so ist, weil diese *Erhebung eine hohe* ist, das Zeichen für die Grundgestalt: $P\bar{K}$ oder P^{-}, und für die wiederum mögliche Reihenfolge:

$$\mathring{P}\bar{K} \;.\;.\; \breve{P}\bar{K} \;.\;.\; \overset{\times}{P}\bar{K} \;.\;.\; \bar{P}\bar{K} \;.\;.\; \overset{\infty}{P}\bar{K}.$$

oder kürzer

$$\mathring{P}^{-} \;.\;.\; \breve{P}^{-} \;.\;.\; \check{P}^{-} \;.\;.\; \bar{P}^{-} \;.\;.\; \overset{\infty}{P}^{-}.$$

144) Stellt man die drei erwähnten Reihen zusammen, so entsteht ein System von drei Reihen tetraedrischer homoedrischer Pyramiden:

$\overset{\circ}{P}$ . . . $\overset{\smile}{P}$ . . . $\overset{\times}{P}$ . . . $\bar{P}$ . . . $\overset{\infty}{P}$.

$\overset{\circ}{P}{}^{\smile}$ . . . $\overset{\smile}{P}{}^{\smile}$ . . . $\overset{\times}{P}{}^{\smile}$ . . . $\bar{P}{}^{\smile}$ . . . $\overset{\infty}{P}{}^{\smile}$.

$\overset{\circ}{P}{}^{-}$ . . . $\overset{\smile}{P}{}^{-}$ . . . $\overset{\times}{P}{}^{-}$ . . . $\bar{P}{}^{-}$ . . . $\overset{\infty}{P}{}^{-}$.

wovon die erste Reihe die homoedrische Hauptreihe, die dritte die homoedrische Nebenreihe und die zweite die homoedrische Zwischenreihe des tetragonalen Systems darstellt.

2. Hemiedrische Gestalten.

145) Es können auch die Mittelkantenbeiachsenenden hervortreten, allein alsdann nur mit abwechselnder Überspringung je eines der Enden. Die entstehende achtflächige Pyramide wird daher eine hemiedrische Gestalt. Die Bezeichnung, durch Ausdruck der Eckflächen, ist $\pm P^4 \frac{mk^4}{2}$, oder kürzer $\pm P^4 \frac{k^4}{2}$, da die Polecke und Mittelecke vierflächig sind. Dagegen ist die Bezeichnung durch Ausdruck der Erhebung der Mittelkantenbeiachsenenden $\pm P^{\bar{k}}_{2}$ oder kürzer $\pm \frac{P^{\underline{o}}}{2}$, weil hier die Erhebung als eine hohe erscheint, indem durch sie die Mittelecke der Grundgestalt vernichtet werden. Man kann die abgeleitete Gestalt sonach eine hoch hohl halb aufgesetzte Tetragonalpyramide nennen.

146) Es gehören hier wiederum zwei dieser hemiedrischen Pyramiden zum Ganzen, man bezeichnet sie aber nicht nur als positive und negative Hälften, sondern auch nach der Lage des vortretenden Beiachsenendes zum Ende der nächsten Beiachse in rechts gewendete und links gewendete Hälften. Das Zeichen kann daher auch seyn: für die eine Hälfte $r\frac{P^{\underline{o}}}{2}$, für die andere $l\frac{P^{\underline{o}}}{2}$, zusammen $\frac{r}{l}\frac{P^{\underline{o}}}{2}$.

147) Bei der letztgenannten abgeleiteten Gestalt stehn die Flächen derselben weder auf dem normalen noch diagonalen Hauptschnitt senkrecht, man nennt daher diese Gestalt: Tetragonalpyramide von abnormer Flächenstellung. Übrigens sind die gegenüberstehenden Flächen dieser Gestalt gleichlaufend; die Gestalt ist also eine parallelflächige.

148) Die Enden der Flächenzwischenachsenhälften können abwechselnd hervortreten und zwar in niedriger und hoher Erhebung. Es entsteht durch die niedrige Erhebung dieser Achsenenden eine niedrig flach halb aufgesetzte Tetragonalpyramide in Gestalt des s. g. tetragonalen Skalenoeders, bei welchem die Polecke vier und die Flächenzwischenachsenecke ebenfalls vier Flächen haben. Das Zeichen ist also, nach Analogie der frühern Bezeichnung der vereinten zusammengehörenden positiven und negativen Hälften der hemiedrischen Gestalt, $\pm \frac{F^4}{2} P^4$. Drückt man dagegen die geringe Erhebung der Flächenzwischenachse aus, so ist das Zeichen $\pm \frac{\breve{F}}{2} P$, oder kürzer $\pm \frac{\breve{P}}{2}$.

149) Geschieht die Erhebung der Flächenzwischenachsen in möglichster Höhe, so werden die sämmtlichen Ecke der Grundgestalt zu Kanten, die wesentlichen Achsen werden also zweiflächig. Zugleich werden die Flächenzwischenachsenecke dreiflächig. Das Zeichen ist also $\pm \frac{F^3}{2} P^2$. Die entstehende Gestalt ist eine hoch flach halb aufgesetzte Tetragonalpyramide und erscheint als tetragonale Sphäroide. Giebt man das Zeichen durch den Ausdruck der Erhebung der Flächenzwischenachsenenden, so ist dasselbe $\pm \frac{\bar{F}}{2} P$ oder kürzer $\pm \frac{\bar{P}}{2}$.

150) Noch können sich abwechselnd je eine der Flächenbeiachsenhälften, welche den Mittelkanten zunächst liegen, so stark erheben, dass dadurch die Flächenzahl der entstehenden abgeleiteten Gestalt verglichen mit der Flächenzahl

der Grundgestalt nicht vermehrt wird. Alsdann entsteht eine hoch flach halb aufgesetzte Tetragonalpyramide in Gestalt eines tetragonalen Trapezoeders, dessen deckende acht symmetrische Trapezien in der Gegend der Mittelkanten durch ihre, abwechselnd vorspringenden, grössten Winkel gegenseitig in einander greifen, so dass die Polkanten im Zickzack laufen. Das Zeichen ist, da die Polecke vierflächig und die übrigen Ecke dreiflächig sind, $\pm \frac{f^3}{2} P^4$. In Ansehung der hohen Erhebung der Flächenbeiachsen und Kantenbeiachsen ist das Zeichun $\pm \frac{\bar{f}}{2} P$, oder $\pm \frac{{}^{\underline{\circ}}P}{2}$.

151) Diesemnach ist der kürzeste Ausdruck für:

die Tetragonalpyramide von abnormer

Flächenstellung . . . . $\pm \frac{P^{\underline{\circ}}}{2}$;

das tetragonale Skalenoeder . . . . . $\pm \frac{{}^{\smile}P}{2}$;

die tetragonale Sphäroide . . . . . . $\pm \frac{{}^{-}P}{2}$;

das tetragonale Trapezoeder . . . . . $\pm \frac{{}^{\underline{\circ}}P}{2}$.

Aus der hexagonalen Pyramide abgeleitete Gestalten.

1. Homoedrische Gestalten.

152) Die erste homoedrische Gestalt, welche aus der Hexagonalpyramide durch Wirksamkeit der unwesentlichen Achsen abgeleitet wird, ist die Dihexagonalpyramide, welche durch schwache Erhebung der Mittelkantenzwischenachsenenden entsteht. Sie ist also eine hohl aufgesetzte Hexagonalpyramide. Die Polecke dieser Gestalt sind zweiflächig, die Mittelecke vierflächig. Sonach ist das Zeichen der Dihexagonalpyramide $Ᵽ^{12}K^4$. Giebt man das Zeichen nach der Erhebung der Mittelkantenzwischenachsenenden, so ist es $Ᵽ\breve{K}$ oder hürzer $Ᵽ^{\smile}$.

153) Wird die Erhebung der Mittelkantenzwischenachsenenden eine hohe, so wird die durch niedrigste Erhebung dieser Achsenenden entstandene Dihexagonalpyramide wieder zur Hexagonalpyramide, indem je zwei Flächen zu einer einzigen Ebene zusammenfallen. Die entstehende Gestalt ist eine hoch hohl aufgesetzte Hexagonalpyramide. Diese abgeleitete Hexagonalpyramide unterscheidet sich dadurch von der Grundgestalt, dass bei dieser die Flächen eine normale, bei der abgeleiteten Gestalt eine diagonale Stellung haben, was aus der Analogie des unter 140. und 143. Bemerkten verständlich ist.

154) Sowohl die Grundgestalt, als die aus ihr homoedrisch abgeleiteten Gestalten können durch Verkürzung und Verlängerung ebenso wie die tetragonalen Formen Reihen bilden. Diese Reihen haben folgendes Schema für die Grundform oder die Hexagonalpyramide mit normaler Flächenstellung:

$$\overset{\circ}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\smile}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\times}{P} \;.\;.\;.\; \overset{-}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\infty}{P};$$

für die Dihexagonalpyramide:

$$\overset{\circ}{P}{}^{\smile} \;.\;.\; \overset{\smile}{P}{}^{\smile} \;.\;.\;.\; \overset{\times}{P}{}^{\smile} \;.\;.\; \overset{-}{P}{}^{\smile} \;.\;.\;.\; \overset{\infty}{P}{}^{\smile};$$

für die Hexagonalpyramide mit diagonaler Flächenstellung:

$$\overset{\circ}{P}{}^{-} \;.\;.\;.\; \overset{\smile}{P}{}^{-} \;.\;.\;.\; \overset{\times}{P}{}^{-} \;.\;.\;.\; \overset{-}{P}{}^{-} \;.\;.\;.\; \overset{\infty}{P}{}^{-}.$$

2. Hemiedrische Gestalten.

155) Erhebt sich eine der Mittelkantenzwischenachsenhälften um die andere mit ihrem Endpunkte allmählich in möglichster Höhe, so wird, ehe diese höchste Höhe erreicht ist, eine Fläche der Hexaederpyramide um die andere zu einer doppelten; diese Flächenhälften fallen aber bei der Vollendung der gedachten Achsenerhebung je einzeln mit den anstossenden Hexaederflächen in eine einzige Fläche zusammen. So entsteht eine Doppelpyramide, deren obere und untere Hälfte nur drei Flächen zählen. Diess ist eine s. g. Trigonalpyramide mit dreiflächigen Polecken und vier-

flächigen Mittelecken. Diesen Ecken zufolge ist das Zeichen $\pm P^3\frac{K^4}{2}$.

In Ansehung der Bezeichnung der Erhebung der Mittelkantenzwischenachsenenden ist die Gestalt eine hoch hohl halb aufgesetzte Hexagonalpyramide. Das Zeichen ist nach dieser Beziehung $\pm P\frac{\bar{K}}{2}$, oder $\pm \frac{P^-}{2}$.

156) Es können sich auch die Polkantenbeiachsenhälften je eine um die andere und zwar zunächst nur schwach erheben, alsdann entsteht eine niedrig flach halb aufgesetzte Hexagonalpyramide in der Gestalt eines s. g. Hexagonalskalenoeders. Die Gestalt besteht nämlich aus zwölf deckenden ungleichseitigen Dreiecken; die Polecke derselben sind sechsflächig, die Mittelecke, welche im Zickzack laufen, sind vierflächig. Das Zeichen ist daher, nach der Flächenzahl der Ecke, $\pm P^6\frac{k^4}{2}$; nach der Erhebung der Polkantenbeiachsen $\pm P\frac{\breve{k}}{2}$, oder $\pm \frac{P^{\smile}}{2}$.

157) Wird die Erhebung der Polkantenbeiachsen eine möglichst hohe, so fallen je zwei Flächen der vorigen Gestalt in eine einzige Ebene zusammen, und aus den zwölf Skalenflächen werden sechs symmetrische Rhombenflächen. Die Gestalt, eine niedrig hohl halb aufgesetzte Hexagonalpyramide, erscheint daher als Rhomboeder mit dreiflächigen Polecken und dreiflächigen, im Zickzack laufenden Mittelecken. Das Zeichen nach den Eckflächen ist $\pm P^3\frac{k^3}{2}$, nach der Achsenerhebung $\pm P\frac{\bar{k}}{2}$ oder $\pm \frac{P^{\circ}}{2}$.

158) Naumann bezeichnet das Rhomboeder durch R. Die für die Rhomboedergestalt entstehende Series ist alsdann:

$$\mathring{R} \;\ldots\; \pm \breve{R} \;\ldots\; \pm \overset{\times}{R} \;\ldots\; \pm \bar{R} \;\ldots\; \pm \tilde{R}.$$

159) Man kann dem unter 156. und 157. Bemerkten

zufolge das Hexagonalskalenoeder ein Rhomboeder mit schwacher Polkantenbeiachsenerhebung nennen und daher durch $\pm \mathrm{R}\breve{\mathrm{k}}$, oder durch $\mathrm{R}^{\odot}$ bezeichnen. Alsdann ist die Reihenfolge der Skalenoeder:

$$\mathring{\mathrm{R}}^{\odot} \;\ldots\; \pm \breve{\mathrm{R}}^{\odot} \;\ldots\; \pm \overset{\times}{\mathrm{R}}^{\odot} \;\ldots\; \pm \bar{\mathrm{R}}^{\odot} \;\ldots\; \pm \overset{\infty}{\mathrm{R}}^{\odot}.$$

160) Die Beiachsenhälften der Flächen können in der Nähe der Mittelkanten sich abwechselnd eine um die andere stark erheben. Die Gestalt ist alsdann eine hoch flach halb aufgesetzte Hexagonalpyramide. Hier entsteht auf ähnliche Weise aus der Hexagonalpyramide ein Hexagonaltrapezoeder, wie aus der Tetragonalpyramide ein Tetragonaltrapezoeder. Dieses Hexagonaltrapezoeder hat zwölf deckende Trapezien zu Flächen, die Polecke derselben sind sechsflächig, die im Zickzack verlaufenden Mittelecke sind dreiflächig. Das Zeichen ist sonach, in Bezug auf die Eckflächen, $\pm \frac{\mathrm{f}^3}{2}\mathrm{P}^6$, in Bezug auf die Erhebung der Flächenbeiachsenenden $\pm \frac{\bar{\mathrm{f}}}{2}\mathrm{P}$ oder $\pm \frac{{}^{\circ}\mathrm{P}}{2}$.

161) Noch ist es möglich, dass die Hälften der Polkantenbeiachsen und die Flächenbeiachsen, je eine Hälfte um die andere, in der Nähe der Mittelkanten möglichst stark vortreten. Alsdann entsteht eine Gestalt, welche eine hoch flach und hoch hohl halb aufgesetzte Hexagonalpyramide ist. Sie hat sechs Flächen, nämlich deckende verzerrte (unsymmetrische) Trapezien; ihre sämmtlichen acht Ecke sind dreiflächig und ihre Mittelecke verlaufen in einem, abwechselnd kurzen und langen, von je zwei ungleichen Mittelecken gebildeten Zickzack. Die Gestalt führt den Namen Trigonaltrapezoeder. Ihr Zeichen ist, nach den Eckflächen, $\pm \frac{\mathrm{f}^3}{2}\mathrm{P}^3\frac{\mathrm{k}^3}{2}$, nach der Erhebung der Polkantenbeiachsen und Flächenbeiachsen $\pm \frac{\bar{\mathrm{f}}}{2}\mathrm{P}\frac{\bar{\mathrm{k}}}{2}$, oder $\pm \frac{{}^{\circ}\mathrm{P}^{\circ}}{2}$.

162) Alle erwähnten Gestalten sind parallelflächig,

mit Ausnahme der Trapezoeder, welche bloss geneigte Flächen haben.

Aus der rhombischen Pyramide abgeleitete Gestalten.

1) Homoedrische Gestalten.

163) Die aus der Rhombenpyramide durch Ableitung sich ergebenden homoedrischen Gestalten entstehn sämmtlich durch Verkürzung oder Verlängerung der wesentlichen Achsen.

164) Wenn die Verkürzung so wie die Verlängerung nur die Hauptachse trifft, so entsteht auf analoge Weise, wie bei der Tetragonalpyramide und Hexagonalpyramide, eine rhombische Gestaltenreihe nach dem Schema:

$$\overset{o}{P}\ .\ .\ .\ \overset{\smile}{P}\ .\ .\ .\ \overset{\times}{P}\ .\ .\ .\ \overset{-}{P}\ .\ .\ .\ \overset{\infty}{P}.$$

Man nennt diese Reihe die Hauptreihe des rhombischen Systems. Die in dieser Reihe enthaltenen Pyramiden und das Prisma haben vertikale Stellung.

165) Trifft die Grössenveränderung die grössere der beiden Nebenachsen, die s. g. Makrodiagonale, welches durch $\bar{P}$ bezeichnet werden kann, so ergibt sich wiederum eine Gestaltenreihe, welche eine makrodiagonale heisst und deren Schema folgendes ist:

$$\overset{o}{P}\ .\ .\ .\ \overset{\smile}{\bar{P}}\ .\ .\ .\ \overset{\times}{\bar{P}}\ .\ .\ .\ \overset{-}{\bar{P}}\ .\ .\ .\ \overset{\infty}{\bar{P}}.$$

Trifft die Grössenveränderung die kleinere der beiden Nebenachsen, die Mikrodiagonale, so entsteht eine mikrodiagonale Gestaltenreihe. Bezeichnet man die kleine Nebenachse durch $\breve{P}$, so ist das Schema der Reihe:

$$\overset{o}{\breve{P}}\ .\ .\ .\ \overset{\smile}{\breve{P}}\ .\ .\ .\ \overset{\times}{\breve{P}}\ .\ .\ .\ \overset{-}{\breve{P}}\ .\ .\ .\ \overset{\infty}{\breve{P}}.$$

Man nennt diese beiden Reihen, in welchen die Pyramiden und Prisma horizontal liegen, die beiden Nebenreihen des rhombichen Systems, von welchen die erste die makrodiagonale, die zweite die mikrodiagonale ist.

166) Es kann auch noch geschehn, dass bei der Verkürzung so wie Verlängerung der Hauptachse zu einer rhom-

bischen Gestaltenreihe sich zugleich eine der Nebenachsen in einer gemessenen Weise verlängert. Die Grundfläche, aus welcher alsdann die Gestaltenreihe hervorgeht, ist hier nicht mehr die einfache Grundfläche der Grundgestalt, sondern sie ist nach der Richtung der Makrodiagonale oder nach der Richtung der Mikrodiagonale vergrössert. Man kann die Vergrösserung der Makrodiagonale durch Hinzufügung des prosodischen Zeichens —, die Vergrösserung der Mikrodiagonale durch Hinzufügung des prosodischen Zeichens ◡, welches aber zur Unterscheidung unterhalb des Grundsymbols zu setzen ist, also durch $\underset{-}{P}$ und $\underset{\smile}{P}$ ausdrücken.

Die entstehenden beiden Gestaltenreihen sind alsdann folgende.

Die makrodiagonal vergrösserte Reihe:

$$\underset{-}{\overset{o}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{-}{\overset{\smile}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{-}{\overset{\times}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{-}{\overset{-}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{-}{\overset{\infty}{P}};$$

die mikrodiagonal vergrösserte Reihe:

$$\underset{\smile}{\overset{o}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{\smile}{\overset{\smile}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{\smile}{\overset{\times}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{\smile}{\overset{-}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{\smile}{\overset{\infty}{P}}.$$

Diese beiden Reihen werden makrodiagonale und mikrodiagonale Zwischenreihen des rhombischen Systems genannt, die Pyramiden und Prismen derselben haben vertikale Stellung.

167) Nachfolgendes Schema gibt eine Übersicht der fünf Reihen, die Hauptreihe mitten, die Nebenreihen zu äusserst oben und unten, die Zwischenreihen zunächst oberhalb und unterhalb der Hauptreihe gestellt:

$$\overset{\overset{o}{-}}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\overset{\smile}{-}}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\overset{\times}{-}}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\overset{-}{-}}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\overset{\infty}{-}}{P};$$

$$\underset{-}{\overset{o}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{-}{\overset{\smile}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{-}{\overset{\times}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{-}{\overset{-}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{-}{\overset{\infty}{P}};$$

$$\overset{o}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\smile}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\times}{P} \;.\;.\;.\; \overset{-}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\infty}{P};$$

$$\underset{\smile}{\overset{o}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{\smile}{\overset{\smile}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{\smile}{\overset{\times}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{\smile}{\overset{-}{P}} \;.\;.\;.\; \underset{\smile}{\overset{\infty}{P}};$$

$$\overset{\overset{o}{\smile}}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\overset{\smile}{\smile}}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\overset{\times}{\smile}}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\overset{-}{\smile}}{P} \;.\;.\;.\; \overset{\overset{\infty}{\smile}}{P}.$$

2) Hemiedrische Gestalten.

168) Es kommt nur eine einzige hemiedrische Gestalt

im rhombischen Systeme vor; sie entsteht durch höchstes Hervortreten der Flächenzwischenachsenhälften mit abwechselnder Überspringung je einer derselben; sie ist also eine hoch flach halbaufgesetzte Rhombenpyramide.

Die Form erscheint als Sphäroide und zwar als rhombische Sphäroide. Das Zeichen ist nach der Eckflächenzahl $\pm \frac{\bar{F}^3}{2}P^2$, nach der Erhebung der Flächenzwischenachsenenden $\pm \frac{\bar{F}}{2}P$, oder $\pm \frac{\bar{P}}{2}$.

Aus der monoklinometrischen Pyramide abgeleitete Gestalten.

169) Alle aus der monoklinometrischen Pyramide abzuleitenden Gestalten entstehn nur durch Grössenveränderung der wesentlichen Achsen: ganz nach der Analogie des rhombischen Systems. Man unterscheidet daher eine aufrechte Hauptreihe monoklinometrischer Gestalten, zwei geneigte Nebenreihen und zwei aufrechte Zwischenreihen. Die Nebenachsen kann man entweder nach der Grösse als makrodiagonale und mikrodiagonale, oder nach der Neigung, als wagerechte oder orthodiagonale und geneigte oder klinodiagonale unterscheiden und hiernach zerfallen die Nebenreihen und Zwischenreihen je in eine makrodiagonale und mikrodiagonale, oder in eine orthodiagonale und klinodiagonale.

170) In den klinometrischen Pyramiden sind die je zwei Gegenflächenpaare nach Gestalt und Lage gleich, die zusammengehörenden Gegenflächenpaare bilden daher vereint eine Halbpyramide (Hemipyramide). Die Flächen dieser Hemipyramiden bestehn aus Dreiecken mit zwei gleichen Seiten und einer ungleichen dritten. Diese dritte Seite ist bei der einen Hemipyramide grösser, bei der andern kleiner. Hiernach nennt man die Hemipyramiden mit Flächen der erstern Art positive und die mit Flächen der andern Art negative und gibt

ihnen das Vorzeichen + und —. Beide Zeichen müssen daher zugleich vor die g a n z e k l i n o m e t r i s c h e P y r a m i d e gesetzt werden.

171) Das Schema der fünf Reihen ist also nach Analogie des unter 167. Bemerkten:

$$\overset{\circ}{\mathrm{P}} \;.\;.\;.\; \pm\overset{\smile}{\mathrm{P}} \;.\;.\;.\; \pm\overset{\times}{\mathrm{P}} \;.\;.\;.\; \pm\overset{=}{\mathrm{P}} \;.\;.\;.\; \overset{\infty}{\mathrm{P}};$$

$$\underset{-}{\overset{\circ}{\mathrm{P}}} \;.\;.\;.\; \pm\underset{-}{\overset{\smile}{\mathrm{P}}} \;.\;.\;.\; \pm\underset{-}{\overset{\times}{\mathrm{P}}} \;.\;.\;.\; \pm\underset{-}{\overset{=}{\mathrm{P}}} \;.\;.\;.\; \underset{-}{\overset{\infty}{\mathrm{P}}};$$

$$\overset{\circ}{\mathrm{P}} \;.\;.\;.\; \pm\overset{\smile}{\mathrm{P}} \;.\;.\;.\; \pm\overset{\times}{\mathrm{P}} \;.\;.\;.\; \pm\overset{-}{\mathrm{P}} \;.\;.\;.\; \overset{\infty}{\mathrm{P}};$$

$$\underset{\smile}{\overset{\circ}{\mathrm{P}}} \;.\;.\;.\; \pm\underset{\smile}{\overset{\smile}{\mathrm{P}}} \;.\;.\;.\; \pm\underset{\smile}{\overset{\times}{\mathrm{P}}} \;.\;.\;.\; \pm\underset{\smile}{\overset{-}{\mathrm{P}}} \;.\;.\;.\; \underset{\smile}{\overset{\infty}{\mathrm{P}}};$$

$$\overset{\ominus}{\mathrm{P}} \;.\;.\;.\; \pm\overset{\smile}{\mathrm{P}} \;.\;.\;.\; \pm\overset{\times}{\mathrm{P}} \;.\;.\;.\; \pm\overset{\sqcap}{\mathrm{P}} \;.\;.\;.\; \overset{\infty}{\mathrm{P}}.$$

172) Wenn man die Hemipyramidaltheile zu bezeichnen die Absicht nicht haben muss, kann man die Vorzeichen + und — ganz hinweglassen.

Aus der diklinometrischen Pyramide abgeleitete Gestalten.

173) Die vordere Hälfte der diklinometrischen Doppelpyramide hat vier ungleich grosse Flächen ungleichseitig von dreieckiger Gestalt. Zweckmässig gibt man den obern vordern Flächen das Zeichen +, den untern das Zeichen —, und theilt sodann die obern vordern Flächen in die rechte und linke, welches man durch ein kleines Strichelchen an der rechten oder linken Seite des Grundgestaltsymbols ausdrücken kann. Die hintere Hälfte wiederholt in umgekehrter Richtung von oben und unten diese vier Flächen, wodurch man sich vier Viertelpyramiden zusammengesetzt denken kann. Man kann daher die vier Viertelpyramiden durch $+\,\mathrm{P}'$, $+\,{}'\mathrm{P}$, $-\,\mathrm{P}'$ und $-\,{}'\mathrm{P}$ und die gesammte diklinometrische Pyramide durch $\pm\,{}'\mathrm{P}'$ bezeichnen.

174) Unterscheidet man die Nebenachsen als m a k r o d i a g o n a l e und m i k r o d i a g o n a l e, so sind wiederum fünf Reihen von Gestalten möglich, nämlich eine H a u p t r e i h e, eine m a k r o d i a g o n a l e N e b e n r e i h e, eine

mikrodiagonale Nebenreihe, eine makrodiagonale Zwischenreihe und eine mikrodiagonale Zwischenreihe. Das Schema in gewöhnlicher Zusammenstellung ist:

$$'\overset{\circ}{\bar{P}}' \ldots\ldots \pm '\overset{\smile}{\bar{P}}' \ldots\ldots \pm '\overset{\times}{\bar{P}}' \ldots\ldots \pm '\overset{=}{\bar{P}}' \ldots '\overset{\infty}{\bar{P}}';$$
$$'\underset{-}{\overset{\circ}{P}}' \ldots\ldots \pm '\underset{-}{\overset{\smile}{P}}' \ldots\ldots \pm '\underset{-}{\overset{\times}{P}}' \ldots\ldots \pm '\underset{-}{\overset{-}{P}}' \ldots '\underset{-}{\overset{\infty}{P}}';$$
$$'\overset{\circ}{P}' \ldots\ldots \pm '\overset{\smile}{P}' \ldots\ldots \pm '\overset{\times}{P}' \ldots\ldots \pm '\overset{-}{P}' \ldots '\overset{\infty}{P}';$$
$$'\underset{\smile}{\overset{\circ}{P}}' \ldots\ldots \pm '\underset{\smile}{\overset{\smile}{P}}' \ldots\ldots \pm '\underset{\smile}{\overset{\times}{P}}' \ldots\ldots \pm '\underset{\smile}{\overset{-}{P}}' \ldots '\underset{\smile}{\overset{\infty}{P}}';$$
$$'\overset{\overset{\smile}{\circ}}{P}' \ldots\ldots \pm '\overset{\overset{\circ}{\smile}}{P}' \ldots\ldots \pm '\overset{\times}{P}' \ldots\ldots \pm '\overset{\overline{\smile}}{P}' \ldots '\overset{\infty}{P}'.$$

175) Will man die Viertelpyramidentheile nicht näher bezeichnen, so werden die Zeichen + und —, sowie die Zeichen für rechts und links hinweggelassen.

Aus der triklinometrischen Pyramide abgeleitete Gestalten.

176) Die Ableitung aus der triklinometrischen Pyramide geschieht auf ganz analoge Weise wie aus der diklinometrischen. Es entstehn also wiederum fünf Gestaltenreihen, deren kürzesten Ausdruck folgendes Schema enthält:

$$\overset{\circ}{\bar{P}} \ldots \overset{\smile}{\bar{P}} \ldots \overset{\times}{\bar{P}} \ldots \overset{=}{\bar{P}} \ldots \overset{\infty}{\bar{P}};$$
$$\underset{-}{\overset{\circ}{P}} \ldots \underset{-}{\overset{\smile}{P}} \ldots \underset{-}{\overset{\times}{P}} \ldots \underset{-}{\overset{-}{P}} \ldots \underset{-}{\overset{\infty}{P}};$$
$$\overset{\circ}{P} \ldots \overset{\smile}{P} \ldots \overset{\times}{P} \ldots \overset{-}{P} \ldots \overset{\infty}{P};$$
$$\underset{\smile}{\overset{\circ}{P}} \ldots \underset{\smile}{\overset{\smile}{P}} \ldots \underset{\smile}{\overset{\times}{P}} \ldots \underset{\smile}{\overset{-}{P}} \ldots \underset{\smile}{\overset{\infty}{P}};$$
$$\overset{\overset{\smile}{\circ}}{P} \ldots \overset{\overset{\circ}{\smile}}{P} \ldots \overset{\times}{P} \ldots \overset{\overline{\smile}}{P} \ldots \overset{\infty}{P}.$$