Physikalische Erklärung des Absatzes schwimmender Baumstämme zur Zeit der Steinkohlenbildung

von

Herrn Dr. **C. Jansen**

In der Steinkohlenformation findet sich bekanntlich eine grosse Menge versteinerter Pflanzenstämme, welche theils mit den Schichten des umgebenden Gesteins parallel laufen, theils auf denselben senkrecht stehen. Dazu kommen noch einige wenige Stämme, welche mit den Schichtungsflächen einen schiefen Winkel bilden. Nehmen wir nun auch an, dass die Steinkohlenflötze aus untergesunkenen Wäldern entstanden seien, so wird man doch zugeben müssen, dass ein grosser Theil der gedachten Stämme sich nicht mehr mit dem unteren Theile in der Erdscholle befinden, in der sie gewachsen sind. Diess gilt selbstverständlich von allen denen, welche wagerecht auf den Schichtungsflächen der umgebenden Gesteinsmasse liegen; es gilt aber auch von einer grossen Zahl derjenigen, welche die Schichtungsflächen senkrecht durchsetzen. Sanken nämlich Wälder bis unter den Meeresspiegel, so wurden, wie Göppert * bemerkt, sehr viele Bäume entwurzelt und umgeworfen; diese schwammen natürlich zuerst an der Oberfläche des Wassers und gelangten später durch bestimmte Ursachen auf den Boden. Dass sie dabei sehr häufig auch eine senkrechte Stellung einnahmen, bezeugt eine grosse

* Göppert: Abhandlung über die Beschaffenheit der Verhältnisse der fossilen Flora in den verschiedenen Steinkohlenablagerungen. Gekrönte Preisschrift, Leiden, *1849*, S. 17.

Zahl der aufgefundenen Stämme, deren ganze Erscheinung gegen die Ansicht spricht, als seien sie genau an der Stelle gewachsen, wo wir sie jetzt antreffen.

Naumann sagt in seiner Geognosie *: „Obgleich die aufrecht stehenden Bäume in manchen Fällen mit Recht für solche Stämme erklärt worden sind, welche an Ort und Stelle gewachsen, sich noch an ihrem ursprünglichen Standorte befinden, so ist doch eine solche Deutung derselben keineswegs in allen Fällen zulässig.« Lyell ** führt zur Erklärung der schiefstehenden fossilen Baumstämme die Tausende von Bäumen an, welche jährlich im Mississippi und anderen grossen Flüssen stromabwärts schwimmen, und von denen einige mit ihren Wurzeln in schiefer Stellung festgehalten werden, so dass man sie mit ruhenden Lanzen verglichen hat. Göppert *** sagt sogar von einem Stamme, den er in dem hangenden Schieferthon eines Flötzes bei Altwasser in Oberschlesien fand, dass derselbe sich wahrscheinlich »diagonal, d. h. mit dem Wurzelstock nach oben, mit den beblätterten Ästen nach unten abgelagert habe.«

Ich habe absichtlich diese Citate, die sich leicht noch vermehren liessen, den Werken solcher Geologen entnommen, welche annehmen, dass die Bildung der Steinkohlen entweder ausschliesslich, oder doch theilweise aus dem Untersinken vorhistorischer Wälder unter das Meer zu erklären sei.

Dass für die anderen Geologen, welche die Kohlenflötze aus zusammengeschwemmtem, pflanzlichem Detritus entstanden sein lassen, alle in der Kohlenformation vorkommenden Stammversteinerungen einstmals an der Oberfläche des Wassers geschwommen haben müssen, ist von selbst klar. Übrigens ist es durchaus nicht meine Absicht, mich durch die folgende Abhandlung in den Streit der Parteien über die Entstehung der Steinkohle einzumischen; ich glaube für alle etwas nicht Unbrauchbares zu liefern, wenn ich die Art und Weise, in welcher schwimmende Baumstämme zur Zeit der Steinkohlenbildung untersinken konnten, einer eingehenden Besprechung unterziehe. Dabei werde ich

* Naumann, Geognosie, Bd. II, S. 546.
** Lyell, Geologie, übersetzt von Cotta, Berlin, *1858*, Bd. II, S. 144.
*** A. a. O. S. 45.

allerdings zunächst und vorzüglich von dem senkrechten Absatze von Baumstämmen zu sprechen haben.

Senkrechter Absatz von Baumstämmen. Die wichtigsten Erklärungen, welche bisher dafür gegeben worden sind, dass schwimmende Stämme beim Untersinken auf den Meeresboden eine senkrechte Stellung angenommen haben, sind folgende. Unter dem Treibholz, welches die grösseren Ströme Amerika's mit sich fortführen, finden sich nicht selten aufrechte Stämme, und Bäume werden während der Fluth im Bagnien-Thale fortgeschwemmt und zu Martigny aufrecht stehend abgesetzt *. Ebenso wie jetzt Baumstämme, von andern eingeklemmt und dadurch gehindert, ihre natürliche Lage auf dem Wasser einzunehmen, in einer mehr oder minder aufrechten Stellung den Strom hinabschwimmen und sich auch manchmal in dieser Stellung festsetzen, so glaubt man, dass auch zur Zeit der Steinkohlenbildung viele Baumstämme eine senkrechte Stellung hätten bekommen können. Die Möglichkeit eines solchen Vorganges lässt sich gewiss nicht in Abrede stellen; jedoch konnte er nur dort stattgefunden haben, wo sich wirklich eine grössere Menge von Baumstämmen ganz dicht bei einander findet, ein Vorkommniss, wie es vielleicht an manchen Puncten Neu-Schottlandss auftritt, wo nach Dawson ** sich »verkalktes Araucarienholz in grosser Menge wie Treibholz zusammengehäuft« findet. Da jedoch eine solche Deutung in den allermeisten Fällen offenbar unzureichend ist, so hat man angenommen, dass die Bäume an ihren Wurzeln noch mit der Scholle, in welcher sie gewachsen oder sonstwie mit Steinen und Erde beladen in das Meer gekommen und nun durch das bedeutende Übergewicht am unteren Ende senkrecht untergesunken seien. Ich muss gestehen, dass ich mir nicht leicht ein so festes Anhaften der erdigen Theile an die Wurzel, wie es in diesem Falle nöthig wäre, vorstellen kann. Sollte es aber wirklich stattgefunden haben, so fragt sich, was von den so sehr häufig in der Kohlenformation vorkommenden Stämmen zu halten ist, welche gar keine Wurzeln mehr besitzen. Sollte hier die Wurzel vielleicht später, nachdem der senkrechte Absatz schon erfolgt war,

* De la Beche, *Geological Manual*, p. 428; vgl. auch G. Bischof, Geologie, 2. Aufl., Bd. I, S. 830.

** Naumann, a. a. O. S. 545.

spurlos verschwunden sein? Das ist nicht anzunehmen; ist der Stamm in eine mineralische Substanz umgewandelt, so wird auch die Wurzel das Schicksal des Stammes getheilt haben. Dass die Wurzel nicht durch irgend einen Zersetzungsprocess später gänzlich verschwunden ist, während der Stamm sich versteinerte, dafür spricht unter Anderem der Umstand, dass die Stämme, auch wenn sie nicht nach unten in einem Kohlenflötze endigen, von dem umgebenden Gestein gewöhnlich sehr scharf abgeschnitten sind.

Bischof gibt in seinem Lehrbuche der Geologie noch eine andere, aber auch nur für einen speciellen Fall geltende Erklärung. »In einem bis zu seinen Wurzeln hohlen Baumstamme, sagt Bischof *, fällt der Schwerpunct unterhalb der Stelle, wo sich die Höhlung endigt. Ein solcher Stamm wird in aufrechter und sogar in vollkommen senkrechter Stellung schwimmen, wenn seine entgegenliegenden Wurzeln von gleicher Länge und Dicke sind. Da Letzteres gewiss nur äusserst selten der Fall sein wird, so werden die schwimmenden Stämme meist von der senkrechten Stellung mehr oder weniger abweichen. In derselben Stellung, in welcher sie schwimmen, kommen sie aber auf den Meeresgrund, wenn sie untersinken.« Dazu macht aber Bischof selbst folgende Bemerkung: ** »Baumstämme mit kleinen Wurzeln und von bedeutender Höhe, in welchen der Schwerpunct weit über ihre Wurzeln fällt, und noch weniger Baumstämme ohne Wurzeln können nicht aufrecht schwimmen, wenn sie nicht etwa zufällig zwischen grossen Massen von Treibholz eingeklemmt sind; sie können daher nur in horizontaler Lage auf den Grund des Meeres gelangen. Finden sich gleichwohl hohe und dünne fossile Baumstämme, mit oder ohne Wurzeln, aufrecht in den Gesteinen der Kohlenformation, wie z. B. im Kohlensandsteine von le-Treuil bei St. Etienne, so hält es schwer, sich das Niedersinken solcher Baumstämme in solcher Stellung während des Absatzes des sie umhüllenden Gesteins zu denken. Jedoch der Umstand, dass sich die Wurzeln in einem verschiedenen Niveau befinden, sowie überhaupt die ganze Art der Erscheinung dieser

* Bischof a. a. O. S. 827.

** Bischof a. a. O S. 827 f.

Stämme widerspricht, wie schon Constant Prévost und Lindley bemerkt haben, der Ansicht, dass sie sich an ihrem ursprünglichen Standorte befinden.«

Man sieht, dass die gegebenen Erklärungen ohne Ausnahme einen speciellen Charakter an sich tragen und dessbalb nur in den wenigsten Fällen Anwendung finden können. Ich habe desshalb im Folgenden eine ganz allgemeine Erklärung des fraglichen Gegenstandes zu geben versucht und dabei solche Erscheinungen herangezogen, welche nicht nur in allen Fällen stattfinden konnten, sondern, wie mir scheint, auch jedesmal wenigstens bis zu einem gewissen Grade stattfinden mussten.

Physikalisches Gesetz. Wird ein Körper ganz unter die Oberfläche einer Flüssigkeit gebracht, so erleiden alle Theile des Körpers durch die Flüssigkeit einen gleichmässigen, der Richtung der Schwere parallelen Druck nach oben; die Resultante für alle die dabei wirkenden Kräfte geht durch den Schwerpunct der verdrängten Flüssigkeit. Durch die eigene Schwere des Körpers erleiden aber auch alle seine Theile einen gleichmässigen Druck nach unten, und die Resultante aller hierbei thätigen Kräfte geht durch den Schwerpunct des Körpers selbst. Es treten also bei jedem in eine Flüssigkeit eingetauchten Körper zwei in paralleler, aber entgegengesetzter Richtung wirkende Kräfte auf.

Ist der untergetauchte Körper von homogener Masse, so fällt der Schwerpunct des Körpers mit dem der verdrängten Flüssigkeit zusammen, welche Lage also auch der Körper haben mag, immer wirken die beiden angeführten entgegengesetzten Kräfte auf denselben Punct. Daraus folgt, dass der Körper, so lange er ganz von der Flüssigkeit umgeben ist, jede beliebige Lage einnehmen kann. Ist aber der Körper nicht homogen, so dass sein Schwerpunct nicht mit dem des verdrängten Wassers zusammenfällt, so wirken die beiden Kräfte auf zwei verschiedene Puncte, deren Verbindungslinie für den Fall des Gleichgewichts mit der Richtung der Kräfte zusammenfallen muss. Gibt man dem Körper eine solche Lage, dass dieser Bedingung nicht genügt wird, so erfolgt eine Drehung, bis der Schwerpunct des Körpers senkrecht unter dem der verdrängten Flüssigkeit zu liegen kommt. Diese Verhältnisse finden statt, mag der Körper dasselbe, oder ein grösseres, oder ein kleineres specifisches Gewicht haben als die Flüssigkeit, in welche er eingetaucht ist.

Nicht ganz so verhält es sich, wenn ein Körper an der Oberfläche einer Flüssigkeit schwimmt, also noch mit einem Theile seiner Masse über die Flüssigkeit hervorragt. In diesem Falle fällt niemals der Schwerpunct des Körpers mit dem der verdrängten Flüssigkeit zusammen. Für das Gleichgewicht gibt es zwei Möglichkeiten; dasselbe findet statt, erstens wenn der Schwerpunct des Körpers senkrecht unter, zweitens wenn er senkrecht über dem der verdrängten Flüssigkeit liegt. Welcher von beiden Fällen eintritt, hängt von der jedesmaligen Gestalt und Beschaffenheit des schwimmenden Körpers ab.

Schwimmt ein ziemlich regelmässig gewachsener Baumstamm *, der also im Allgemeinen die Gestalt eines abgestumpften Kegels hat, auf dem Wasser, so taucht derselbe so tief ein, dass seine in horizontaler Lage befindliche Axe unter das Niveau der Flüssigkeit zu liegen kommt. Der Schwerpunct des abgestumpften Kegels liegt auf der Axe, der des verdrängten Wassers, wie leicht ersichtlich, etwas unterhalb dieser Axe. Wird nun ein Theil des Baumstammes bei gleichbleibendem Volumen hinsichtlich seines specifischen Gewichtes so verändert, dass der Schwerpunct sich allmählich nach dem dickeren Ende hin bewegt, so kann es kommen, dass die Verbindungslinie der beiden genannten Schwerpuncte mit der Axe des Stammes parallel läuft, der Stamm also eine senkrechte Stellung annehmen muss. ** Wir haben also zuerst zu untersuchen, ob es wirklich Ursachen gibt, welche bei einem auf dem Meere schwimmenden Stamme eine Änderung in der Lage des Schwerpuncts hervorrufen können.

Eindringen fremder Materie in schwimmende Baumstämme. Wird ein Baumstamm in das Meer geführt, so dringt das Wasser allmählich von beiden Enden her in das Innere desselben vor, während die Rinde wegen ihrer Undurchdringlichkeit dem Wasser von den Seiten her den Durchgang versperrt.

* Der Kürze halber bezeichne ich in dieser Abhandlung, wo nicht ausdrücklich etwas Anderes bemerkt ist, mit dem Wort „Stamm" den zwischen Wurzel und Krone befindlichen, also astlosen Theil eines Baumes.

** Ich erinner hierbei an die Art und Weise, in welcher Areometer in einer Flüssigkeit schwimmen.

Dasselbe findet auch statt, wenn ganze, mit Wurzel und Krone versehene Bäume in das Meer gelangen. Denn durch mannichfaltige Ursachen werden bald eine Menge grösserer und kleinerer Zweige abgestossen, und dadurch dem Wasser der Zutritt in's Innere eröffnet. Mit dem weiteren Vordringen des Wassers wächst auch das specifische Gewicht des ganzen Stammes, und zwar so bedeutend, dass derselbe zum Untersinken gebracht werden kann. Bischof * fand das spec. Gewicht des luftfreien Buchenholzes = 1,53 und bemerkt dabei, dass blos die Luft im Holze durch das bei längerem Schwimmen eindringende Wasser verdrängt zu werden braucht, um es zum Niedersinken zu bewegen. Zahlreiche Versuche, von denen ich nachher noch sprechen werde, haben mir gezeigt, dass nicht einmal die ganze Länge eines Holzstammes vom Wasser durchdrungen zu werden braucht, um das Niedersinken hervorzurufen. Die Vermuthung liegt also nahe, dass dieselbe Ursache, welche einen schwimmenden Stamm auf den Boden des Meeres hinabzieht, auch die Stellung bedingt, in welcher er auf den Boden gelangt. Übrigens ist es nicht nur das Wasser, welches in die schwimmenden Stammfragmente eindringt; mit dem Wasser gelangen aber auch die in demselben gelösten mineralischen Substanzen in das Innere und setzen sich darin ab **. Wir finden ja in der Kohlenformation Stämme, welche durch Kieselsäure, kohlensauren Kalk, durch kohlensaures Eisenoxydul, bisweilen auch durch Eisenkies, also auf chemischem Wege durch die im Wasser gelösten Stoffe versteinert sind und dabei ihre innere Structur oft in wunderbarer Vollkommenheit erhalten haben. Noch viel häufiger findet sich die Holzsubstanz des Stammes durch Schieferthon, Sandstein, ja sogar durch Conglomerat, also durch eine Masse ersetzt, welche nur auf mechanische Weise in den Baum gelangen konnte. Um dieser als feinerer oder gröberer Detritus vom Meerwasser getragenen Substanz den Eingang zu gestatten, musste der Baumstamm offenbar wenigstens eine theilweise Zersetzung erlitten haben. Die nähere Art und Weise jedoch, auf welche der Detritus die Gestalt des Baumes angenommen hat, ist noch nicht über jeden Zweifel er-

---

* Bischof, a. a. O. Bd. I, S. 797.

** Vergl. Bischof, a. a. O. Bd. I, S. 816.

haben. Da für den Gegenstand unserer Betrachtung die angeregte Frage nicht ganz bedeutungslos ist, so möge es mir gestattet sein, dieselbe einer kurzen Besprechung zu unterziehen.

Nöggerath * ist der Ansicht, dass die Stämme, nachdem sie von den umhüllenden Sedimenten eingeschlossen waren, in Fäulniss übergingen. Hierdurch verschwand ihre ganze Masse bis auf die Rinde, welche in Steinkohlensubstanz umgewandelt wurde. Derjenige Theil der Stämme, welcher noch über den Gebirgsschichten hervorragte, faulte sammt der Rinde weg, und die nächste Gebirgsschichten-Bildung fand nun an der Stelle des vormaligen Baumstammes blos eine an der Oberfläche offene cylindrische Höhluug, welche von der nächsten Massenablagerung ausgefüllt wurde. Durch diese Erklärung wäre vorzugsweise der Erscheinung Genüge geschehen, dass die Baumstämme manchmal mit einem andern Material, als dem des umschliessenden Gesteins erfüllt sind. Ich möchte jedoch bemerken, dass manche Vorkommnisse sich nicht leicht der Nöggerath'schen Erklärung anpassen lassen. So sagt z. B. Voigt in seinem Aufsatze: »der Manebacher Grund im Thüringer Wald,« S. 78 **, wo er von aufrechten Stammversteinerungen spricht: »Eins ist mir bei den runden Abdrücken räthselhaft geblieben, — man findet sie nämlich allemal mit der Gebirgsmasse ausgefüllt, in der sie angetroffen werden.« So besitze ich z. B. ein Stück, das mit der grobkörnigsten Art des Kohlensandsteins ausgefüllt ist; eins ist mit höchst feinkörnigem Kohlensandstein, und eins mit der Masse des Schieferthons ausgefüllt, die jedoch nicht schieferig, sondern dicht ist. Diese Schilfe kann man sich in dem Momente, wo sie verschüttet wurden, nicht wohl offen denken; wenigstens waren sie noch mit ihrem eigenen Marke erfüllt, und gewiss waren sie von einem Absatz bis zum andern verschlossen, wie diess bei allen Schilfen der Fall ist. Es scheint mir, dass gerade die nicht schieferige Textur des Schieferthons gegen dessen Absatz in einem hohlen Rohre spricht.

Um nicht bei einem einzigen Beispiele stehen zu bleiben,

* Nöggerath, über aufrecht im Gebirgsgestein eingeschlossene fossile Baumstämme. Bonn, *1819*. S. 50 f.

** Vgl. Nöggerath, Fortgesetzte Bemerkungen über fossile Baumstämme. Bonn, *1821*. S. 33.

erwähne ich noch den von Lyell * beschriebenen, 5 Fuss 8 Zoll hohen Stamm, welcher drei verschiedene Schichten durchsetzt und oben durch ein Kohlenflötz abgeschnitten wird, in seinem Inneren aber neun deutliche, verschieden zusammengesetzte Schichten enthält. Es würde zu weit führen, wenn ich auf dieses und ähnliche Vorkommnisse näher eingehen wollte. Es sollte ja auch durch diese Bemerkungen keineswegs die Unmöglichkeit der Nöggerath'schen Erklärungsweise dargethan, es sollte vielmehr nur gezeigt werden, dass auch andere Erklärungen unter Umständen Berücksichtigung verdienen.

Bischof sagt in seiner Geologie**: »Wir bezweifeln nicht ganz die Möglichkeit, dass nicht auch Pflanzen, welche, wie die Calamiten, grosse Zellen enthalten, mit Sedimenten erfüllt werden können. Gehen die im Flusswasser suspendirten erdigen Theile sogar durch Fliesspapier: so gelangen sie auch in Zellen und setzen sich darin ab.« Diese etwas specielle Erklärung lässt sich vielleicht verallgemeineren durch folgende Betrachtungen.

Göppert sagt***: »Bei der Überschwemmung wurden die Stämme zum Theil entwurzelt, umgeworfen, nur wenige erhielten sich in ihrer aufrechten Lage und gingen nun rasch unter Begünstigung der hohen klimatischen Temperatur, die wir sehr wohl an 20—30° im Mittel anschlagen können, in eine Art Zersetzung über.« Aus Versuchen, welche Göppert über die Fäulniss grosser Monocotyledonen-Stämme anstellte, glaubt er schliessen zu dürfen: »dass die Zersetzung der Baumstämme sehr gut bei einer Temperatur von 25—30° in einem Sommer vollendet sein konnte. † Es fragt sich nun, in welcher Weise die Zersetzung vor sich geht.

In einem Keller fand ich zufällig eine grosse Menge Tannenholz in den verschiedensten Stadien der Zersetzung. Es waren grösstentheils Bruchstücke von Latten und Sparren, welche lange Jahre hindurch ein Gitterwerk zur Abtrennung eines Kellerraumes gebildet hatten, später aber, als diese Gitterwand abgebrochen wurde, in einer Kellerecke zusammengehäuft worden waren.

---

* Lyell, a. a. O. S. 145 ff.

** 2. Aufl., Bd. I, S. 829.

*** A. a. O. S. 17.

† Ebend.

Bei näherer Betrachtung zeigten mir sehr viele der Fragmente, welche, obwohl stark angegriffen, doch noch eine ziemliche Consistenz besassen, dass sie ihrer ganzen Masse nach von zweierlei Canälen durchzogen waren. Die erste Gruppe dieser Canäle lief mit der Längsrichtung des Stammes, also mit der Längsrichtung der Zellen parallel; sie gingen gewöhnlich einen bis zwei Zoll, bei einem 7 Zoll langen Stücke sogar von einem Ende bis zum andern ohne Unterbrechung fort und hatten eine solche Weite, dass je nach Umständen kleinere oder grössere Quarzkörner hindurchgehen konnten. Gewöhnlich waren die Längscanäle mit einem feinen Pulver theilweise ausgefüllt, welches durch Wasser leicht herausgespült wurde. Die mikroskopische Untersuchung ergab, dass dieses Pulver aus grösseren oder kleineren Bruchstücken von Zellen bestand, welche bald mehr bald weniger deutlich zu erkennen waren; manchmal liessen sich sogar die bekannten Tüpfel der Nadelholzzellen noch recht deutlich wahrnehmen. Die Canäle selbst entstanden, wie man sich leicht überzeugen konnte, dadurch, dass der ältere, zur Zeit der grössten Saftströmung entstandene Theil der Jahresringe, welcher immer aus grösseren, aber mit dünneren Wänden versehenen Zellen besteht, viel leichter der Zersetzung unterworfen ist, als der jüngere Theil derselben.

Die zweite Gruppe von Canälen waren querlaufende Gänge, welche je zwei, manchmal aber auch drei und mehrere Längscanäle mit einander verbanden. Die Weite dieser horizontalen Gänge war im Verhältniss zu den verticalen desselben Holzes eine sehr verschiedene; manchmal waren sie enger, manchmal weiter als diese. Bei einem Stücke, welches noch wenig zersetzt war und nur Andeutungen von verticalen Gängen zeigte, sah ich trotzdem Quercanäle von $^1/_8$ Zoll Weite. Ihre Entstehung scheinen die letzteren verschwundenen Markstrahlen zu verdanken.

Es ist klar, dass mit der weiteren Zersetzung auch die Canäle immer bedeutender wurden. Diess ging so weit, dass endlich die Masse des Holzes sich von beiden Enden her in getrennte Splitter auflöste. Wenn ich nun noch auf die leicht an hohlen Weidenbäumen anzustellende Beobachtung aufmerksam mache, bei denen der Holzkörper in sehr lange aus Gefässen bestehende Faserbündel zerfällt, wenn ich ferner noch die in der

Erde stehen bleibenden Stümpfe abgehauener Bäume erwähne, welche, während sie bis auf die Rinde vermodern, sich im Innern zunächst nicht ganz aushöhlen, sondern noch mit längeren und kürzeren, aufrecht stehenden Holzsplittern erfüllt sind: so wird Niemand etwas dagegen haben, wenn ich behaupte, dass in die auf dem Meere schwimmenden Baumstämme zur Zeit der Kohlenbildung, wo nach Göppert ihre Zersetzung sehr rasch begann, nicht nur jede Art von Detritus, sondern auch Fragmente anderer Pflanzen eindringen konnten, auch ohne dass ihr Inneres gänzlich verschwunden war. Waren einmal erdige oder feste Theile in einen Stamm hineingekommen; so wurde wenigstens ein Theil derselben gegen das spätere Auswaschen von Seiten des Meerwassers dadurch geschützt, dass die in letzteren gelösten chemischen Bestandtheile, vorzugsweise die Kieselsäure, durch die organische Materie in Niederschlag gebracht, die eingedrungenen erdigen Theile mit einander verkitteten. Es liesse sich über diesen Gegenstand noch manches sagen; um indessen von dem Hauptgegenstande unserer Abhandlung nicht zu weit abzukommen, mögen diese Andeutungen genügen.

Verschiebung des Schwerpuncts der Baumstämme. Indem ich nun dazu übergehe, die Änderung zu bestimmen, welche der Schwerpunct eines Stammes durch eine von beiden Enden her eindringende Substanz hinsichtlich seiner Lage erleidet, so mache ich, um einen bestimmten Anhaltspunct zu gewinnen, zunächst die Voraussetzung, dass der Stamm die Gestalt eines abgestumpften Kegels besitze. Hierbei kann ich nicht umhin, mich in eine längere mathematische Untersuchung einzulassen. Zwar weiss ich, dass in Abhandlungen, welche für geologische Leser bestimmt sind, mathematische Entwickelungen billiger Weise möglichst vermieden werden; wollte ich jedoch hier Hülfsmittel, welche die Mathematik bietet, von der Hand weisen, so würde ich mich in ein Raisonnement verlieren, bei welchem im günstigsten Falle nur eine schwache Wahrscheinlichkeit zu erzielen wäre. Übrigens habe ich den mathematischen Entwickelungen eine so kurze und elementare Form gegeben, als es eben möglich war. Gleichzeitig sind die Resultate dieser Entwickelungen jedesmal in Worten möglichst bestimmt wieder gegeben worden.

Denken wir uns eine gerade Linie A B und in der Verlängerung derselben über B hinaus einen Punct O, setzen dabei A O = l, B O = k, so dass also A B = l — k ist; nehmen wir ferner an, die Linie A B sei so belastet, dass das Gewicht eines jeden Punctes derselben proportional ist seiner Entfernung vom Puncte O in irgend einer Potenz c: so findet man die Entfernung y des Schwerpunctes der Linie A B vom Puncte O durch die der elementaren Statik entlehnte Formel: $y = \frac{c+1}{c+2} \cdot \frac{l^{c+2} - k^{c+2}}{l^{c+1} - k^{c+1}}$. Aus dieser Formel lassen sich durch eine bestimmte Annahme von c und k die Schwerpuncte eines Dreiecks, einer Pyramide, eines Kegels und dergleichen bestimmen, indem man jedesmal statt der betreffenden Fläche, oder des betreffenden Körpers eine in diesen Raumgebildeu liegende Linie (bei dem Dreiecke eine Schwerpunctstransversale, bei dem Kegel die Achse u. s. w.) einführt und jedem Punct dieser Linie eine solehe Schwere beilegt, wie sie der Masse der durch jeden einzelnen Punct parallel zur Basis gezogenen Durchschnittslinie, resp. Durchschnittsebene entspricht. Auch der Schwerpunct eines geraden, abgestumpften Kegels lässt sich aus der angegebenen Formel herleiten, Derselbe liegt nämlich offenbar auf der Achse des Kegels. Demnach ist O die Spitze des zu einem spitzen Kegel ergänzten abgestumpften Kegels, l die Entfernung der unteren, k die der oberen Endfläche des abgestumpften Kegels vom Puncte O; c ist = 2. Die Formel für den Schwerpunct lautet demnach: $y = \frac{3}{4} \frac{l^4 - k^4}{l^3 - k^3}$. Etwas bequemer wird diese Formel, wenn wir für l und k die Radien der Grnndkreise des abgestumpften Kegels einführen. Ist nämlich R der Radius des grösseren, r der des kleineren Grundkreises und d der Winkel zwischen der Seite und der Basis des Kegels, so ist $l = R. \tan g. \alpha$ und $K = r \tan g. \alpha$, also $y = {}^3/_4 \tan g. \alpha \frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3}$.

Diese Formel gilt natürlich nur so lange, als der abgestumpfte Kegel von homogener Masse ist. Sobald aber von den beiden Enden des Stammes her Wasser oder irgend eine versteinernde Substanz in denselben eindringt, so verschwindet die Homogenität. Der ursprüngliche abgestumpfte Kegel zerfällt dann in drei Abschnitte, welche alle drei die Gestalt abgestumpfter Kegel besitzen und zusammengenommen das Volumen des ursprünglichen Kegels ausmachen. Die beiden äusseren dieser Abschnitte besitzen, da das Wasser von beiden Seiten gleichmässig vordringt, gleiche Höhe und dazu auch gleiches specifisches Gewicht, der innere aber hat eine andere Höhe und ein anderes specifisches Gewicht. Je mehr das Wasser in den Stamm vordringt, desto mehr nimmt die Höhe der äusseren Kegel zu, während in demselben Masse die Höhe des inneren Kegels abnimmt. Wollen wir auch für den so veränderten abgestumpften Kegel den Schwerpunct kennen lernen, so haben wir nach statischen Gesetzen den Schwerpunct eines jeden der drei Abschnitte zu bestimmen. Diese Schwerpuncte liegen natürlich auf der Achse des Kegels und bestimmen sich durch die obige Formel des Schwerpuncts für homogene, abgestumpfte Kegel. Denken wir uns denn die Masse eines jeden der drei Abschnitte in dem zugehörigen Schwerpuncte concentrirt, so erhalten wir drei auf derselben geraden Linie liegende, schwere Puncte, welche unter sich starr verbunden sind. Den Schwerpunct y_0 dieser drei Puncte von irgend einem auf ihrer Verbindungslinie liegenden Puncte aus gerechnet, findet man durch die ebenfalls aus der elementaren Statik bekannten Formel:

$$y_0 = \frac{y_1 M_1 + y_2 M_2 + y_3 M_3}{M_1 + M_2 + M_3}.$$

worin y_1, y_2, y_3 die Entfernungen der schweren Puncte vom dem angenommenen Nullpunct, M_1, M_2, M_3 das Gewicht der betreffenden Puncte bezeichnet. Nehmen wir als Nullpunct wieder die Spitze des Kegels und sind R' und r' die Radien der neu hinzugetretenen Grundkreise, so ist

$$y_1 = {}^3/_4 \text{ tang. } \alpha \,.\, \frac{r'^4 - r^4}{r'^3 - r^3},$$

$$y_2 = {}^3/_4 \text{ tang. } \alpha \,.\, \frac{R'^4 - r'^4}{R'^3 - r'^3},$$

$$y_3 = {}^3/_4 \text{ tang. } \alpha \,.\, \frac{R^4 - R'^4}{R^3 - R'^3}.$$

Die Gewichte, welche in den drei Puncten wirken, sind gleich dem Producte aus dem Volumen der zugehörigen abgestumpften Kegel, ihrem specifischen Gewichte und dem Gewichte einer Volumeneinheit Wasser. Das Volumen V eines abgestumpften Kegels ist gleich $\frac{h}{3} \pi. \; (R^2 + Rr + r^2)$; setzen wir für h $(R - r)$ tang. α, so ist

$$V = \frac{R - r}{3} . \pi \,.\, \text{tang. } \alpha \,.\, (R^2 + Rr + r^2 = {}^1/_3 \, \pi \,.\, \text{tang. } \alpha \; (R^3 - r^3).$$

Bezeichnen wir ferner das specifische Gewicht der beiden äusseren Kegel durch S, das des inneren Kegels durch s, wobei natürlich S immer grösser ist als s, und ist w das Gewicht einer Volumeneinheit Wasser, so wird

$$M_1 = {}^1/_3 \,.\, \pi \,.\, \text{tang. } \alpha \,.\, (r'^3 - r^3) \, S \,.\, w,$$

$$M_2 = {}^1/_3 \;\; \pi \,.\, \text{tang. } \alpha \,.\, (R'^3 - R'^3) \, s \,.\, w,$$

$$M_3 = {}^1/_3 \;\; \pi \,.\, \text{tang. } \alpha \,.\, (R^3 - R'^3) \, S \,.\, w.$$

Die Werthe von y_1, y_2, y_3 und von M_1, M_2, M_3 in die obige Formel des Schwerpuncts eingesetzt, ergibt:

$$y_0 = {}^3/_4 \text{ tang. } \alpha \,.\, \frac{(r'^4 - r^4) \, S + (R'^4 - r'^4) \, s + (R^4 - R'^4) \, S}{(r'^3 - r^3) \, S + (R'^3 - r'^3) \, s + (R^3 - R'^3) \, S}.$$

Mittelst einer geringen Umformung verwandelt sich dieser Ausdruck in:

$$y_0 = {}^3/_4 \text{ tang. } \alpha \,.\, \frac{(R^4 - r^4) \; S - (R'^4 - r'^4) \; (S - s)}{(R^3 - r^3) \; S - (R'^3 - r'^3) \; (S - s)}.$$

Es ist klar, dass bei dem allmählichen Vordringen des Wassers, resp. der versteinernden Masse R' immer kleiner und r' immer grösser wird. In welcher Weise diess geschieht, ist leicht anzugeben. Nennen wir die Tiefe, bis zu welcher der Baumstamm von fremder Materie erfüllt ist, t, so ist $t = (r' - r)$. tang α und $t = (R - R')$. tang α. Aus diesen beiden Gleichungen folgt, dass $r' - r = R - R'$ ist, d. h. dass r' immer um dasselbe Stück zunimmt, um welches R' abnimmt. Bezeichnen wir nun die Differenzen $r' - r$ und $R - R'$ durch x, so ist offenbar der kleinste Werth, den x annehmen kann, gleich Null. In diesem Falle ist noch keine Masse in den ursprünglichen Holzkegel eingedrungen; R' ist also $= R$ und $r = r$. Von Null an wächst x und erreicht seinen grössten Werth in dem Augenblicke, wo der mittlere Kegel verschwindet, und die beiden äusseren zusammenstossen, mit anderen Worten in dem Augenblicke, wo die von aussen kommende Masse den Kegel ganz erfüllt hat. R' ist dann $= r' = \frac{R + r}{2}$; x also $= \frac{R - r}{2}$. Sowohl wenn x seinen kleinsten, als wenn es seinen grössten Werth besitzt, stellt der abgestumpfte Kegel eine homogene Masse dar, im ersten Fall aus blossem Holz, im zweiten aus Holz, Wasser und anorganischer Materie bestehend. In beiden Fällen muss also der Kegel denselben Schwerpunct haben. Diess zeigt auch unsere Formel. Setzen wir nämlich $x = o$, so entsteht:

$$y_0 = {}^3/_4 \text{ tang. } \alpha \frac{(R^4 - r^4)\, S - (R^4 - r^4)\,(S - s)}{(R^3 - r^3)\, S - (R^3 - r^3)\,(S - s)}$$

$$= {}^3/_4 \text{ tang. } \alpha \frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3}.$$

Setzen wir $x = \frac{R - r}{2}$, so wird $R'^4 - r'^4$ und $R'^3 - r'^3 = o$ und wir erhalten:

$$y_0 = {}^3/_4 \text{ tang } \alpha \,.\, \frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3}.$$

Diese beiden Werthe sind dieselben, welche wir am Anfange dieser Entwickelungen für den homogenen Kegel hergeleitet haben.

Es fragt sich nun, welche Werthe y_0 annimmt, wenn x einen zwischen o und $\frac{R - r}{2}$ gelegenen Werth besitzt. Um diess beantworten zu können, müssen wir das Differentialverhältniss der ersten Ordnung von y_0 nach der Variabolen x bilden. Ist dieses Differentialverhältniss für einen bestimmten Werth von x positiv, so ist y_0 im Zunehmen, ist es negativ, so ist y_0 im Abnehmen begriffen; ist es dagegen gleich Null, so hat die Function ein Maximum oder ein Minimum erreicht.

Es ist

$$\frac{dy_0}{dx} = {}^3/_4 \text{ tang. } \alpha \,.\, \frac{4\,[(R^3 - r^3)\, S - (R'^3 - r'^3)]\,(R'^3 + r'^3)\, S - s) -}{[(R^3 - r^3)\, S - (R'^3 - r'^3)\,(S - s)]^2}$$

$$\frac{3[R^4 - r^4) S - (R'^4 - r'^4)\,(S - s)]\,(R'^2 + r'^2)\,(S - s)}{[(R^3 - r^3)\, S - (R'^3 - r'^3)\, S - s)]^2}.$$

Setzen wir für x seinen kleinsten Werth, nämlich $x = o$, woraus folgt $R' = R$ und $r' = r$, so wird

$$\frac{dy_0}{dx} = {}^3/_4 \text{ tang. } \alpha \,.\, \frac{4(R^3 - r^3)(R^3 + r^3)(S - s)\, s - 3(R^4 - r^4)(R^2 + r^2)(S - s)s}{(R^3 - r^3)^2 . s^2}$$

$$= {}^3/_4 \text{ tang. } \alpha \,.\, \frac{S - s}{s} \,.\, \frac{4(R^3 - r^3)(R^3 + r^3) - 3(R^4 - r^4)(R^2 + r^2)}{(R^3 - r^3)^2}.$$

In diesem Ausdrucke ist der Factor ${}^3/_4$ tang $\alpha \,.\, \frac{S - s}{s}$ auf jeden Fall positiv; ebenso der Nenner $(R^3 - r^3)$ des andern Factors; es hängt demnach von dem Ausdrucke $4(R^3 - r^3)(R^3 + r^3) - 3(R^4 - r^4)(R^2 + r^2)$ ab, ob $\frac{dy_0}{dx}$ positiv oder negativ ist. Aufgelöst gibt der letzte Ausdruck

$$R^6 - r^6 - 3R^4r^2 + 3R^2r^4 \text{ oder } R^6 - r^2(r^4 + 3R^4 - 3R^2r^2).$$

Für jeden andern abgestumpften Kegel ist auch das Verhältniss zwischen r und R ein anderes. Die Grenzen, zwischen denen sich r im Verhältniss zu R bewegen kann, sind $r = o$ und $r = R$. Ist $r = o$, so verwandelt sich der abgestumpfte Kegel in einen spitzen, ist $r = R$, so verwandelt er sich in einen Cylinder. Setzt man nun in dem vorstehenden Ausdrucke $r = o$, so verschwindet das zweite Glied desselben und nimmt den positiven Werth R^6 an. Lege ich dem r einen sehr kleinen positiven Werth bei, so erhält auch der Subtrahend des in Rede stehenden Ausdrucks einen sehr kleinen positiven Werth; der ganze Ausdruck wird also kleiner als R^6, bleibt aber positiv. Je mehr r wächst, desto mehr nimmt der Werth des Ausdrucks ab; er bekommt endlich den Werth Null, wenn r den Grenzwerth R erreicht hat. Somit ist es klar, dass für den Werth $x = o$ das erste Differentialverhältniss positiv ist, welchen der möglichen Werthe r auch haben mag. Die Function y_0 selbst ist demnach bei $x = o$ im Zunehmen begriffen.

Setze ich zweitens für x den grössten Werth, den dasselbe annehmen kann, also $x = \frac{R - r}{2}$, so wird, da in diesem Falle $R' = r' = \frac{R + r}{2}$ ist,

$$\frac{dy^0}{dx} = {}^3/_4 \text{ tang. } \alpha \,.\, \frac{S - s}{s} \,.\, \frac{2(R^3 - r^3)(R + r)^3 - 3(R^4 - r^4)(R + r)^2}{2(R^3 - r^3)^2}.$$

Eine ähnliche Betrachtung, wie vorhin, zeigt, dass dieser Ausdruck sich bei den möglichen Werthen von r zwischen den Grenzen $-R^6$ (für $r = o$) und o (für $r = R$) bewegt, mithin immer negativ ist. Die Function y_0 ist an der Stelle, wo $x = \frac{R - r}{2}$ ist, wieder am Abnehmen.

Fassen wir alle diese Entwickelungen zusammen, so ergibt sich folgendes: Der Schwerpunct eines homogenen abgestumpften Kegels liegt auf der Axe desselben und zwar in einer solchen Entfernung von der Spitze des zugehörigen spitzen Kegels, wie es durch Formel S. 173 ausgedrückt wird. Wird der abgestumpfte Kegel von beiden Enden her mit irgend einer fremden Masse von grösserem specifischem Gewichte durchdrungen, so bewegt sich der Schwerpunct aus seiner ursprünglichen Lage nach dem stumpferen Ende hin, erreicht dabei bei einer gewissen Tiefe der eingedrungenen Materie ein Maximum, kehrt dann um und befindet sich, wenn die eindringende Substanz den ganzen Stamm erfüllt hat, wieder an der Stelle, von welcher er ausgegangen ist.

Es wäre nun vielleicht angemessen, dieses Maximum, welches der Schwerpunct erreicht, aus der für y_0 angegebenen Formel zu bestimmen. Da indessen diese Bestimmung einen nicht unbedeutenden Raum in Anspruch nehmen würde, so ziehe ich es vor, statt dieser abstracten Entwickelung an Zahlenbeispielen zu zeigen, welchen Veränderungen die Lage des Schwerpuncts unterworfen ist. Um aber auch diesen Zahlenbeispielen eine möglichst grosse Allgemeinheit zu verschaffen, so mögen mir noch folgende Bemerkungen über die allgemeine Formel

$$y_0 = \frac{(R^4 - r^4)\,S - (R'^4 - r'^4)\,S - s)}{(R^3 - r^3)\,S - (R'^3 - r'^3)\,S - s)}$$

gestattet sein.

I. Lasse ich R und r in demselben Verhältnisse grösser oder kleiner werden, setze ich also nR und nr statt R und r, halte aber die Höhe des abgestumpften Kegels bei, so bleibt, wie leicht zu sehen, die Höhe des entsprechenden spitzen Kegels ebenfalls ungeändert, während R′ und r′ in nR′ und nr′ übergehen; tang. α, welches sich durch die Formel $\frac{h}{R - r}$ bestimmt, geht über in $\frac{h}{n(R - r)}$ oder in $\frac{\text{tang. }\alpha}{n}$. Demnach wird

$$y_0 = {}^3/_4 \cdot \frac{\text{tang. }\alpha}{n} \cdot \frac{n^4[(R^4 - r^4)\,S - (R'^4 - r'^4)\,(S - s)]}{n^3[(R^3 - r^3)\,S - (R'^3 - r'^3)\,(S - s)]}$$

d. h. y_0 ist unverändert geblieben. Wir erhalten also den Satz, dass bei gleicher Höhe des abgestumpften Kegels der Schwerpunct dieselbe Lage behält, wenn die Radien der beiden Grundkreise in demselben Verhältnisse grösser oder kleiner gemacht werden; mit andern Worten, dass es bei gleicher Höhe des abgestumpften Kegels nur auf das Verhältniss der Radien der beiden Grundkreise, nur auf ihre relative, nicht auf ihre absolute Grösse ankommt, wenn man die Lage des Schwerpuncts festzustellen hat.

II. Lasse ich R, r, R′ und r′ ungeändert, verwandle aber die Höhe h des abgestumpften Kegels in nh, so verwandelt sich $\frac{h}{R - r}$ in $\frac{nh}{R - r}$, also auch tang. α, welches $= \frac{h}{R - r}$ ist, in n . tang. α. Ferner verwandelt sich l, welches gleich R . tang. α ist, in nl. In die Formel für y_0 habe ich also nur statt h nh zu setzen; y_0 wird dadurch n mal grösser. Hierbei ist jedoch zu bemerken, dass dieses letzte y_0 von einem anderen Puncte ausgerechnet ist, als das erste, indem ja auch die Spitze des Kegels eine andere Lage bekommen hat. Rechnen wir aber den Schwerpunct von der unverändert gebliebenen Basis aus, so hat im ersten Falle der Schwerpunct die Entfernung $l - y_0$, im zweiten Falle, wo l und y_0 n mal grösser geworden sind, die Entfernung $n(l - y_0)$ von der Basis. Wir erhalten auf diese Weise den Satz, dass bei gleichbleibenden Grundkreisen der drei Kegel, aber bei wachsender Höhe der Schwerpunct sich in demselben Masse weiter von der Basis entfernt, als die Höhe zunimmt.

Die Voraussetzung dass nicht nur R und r, sondern auch R′ und r′ unverändert bleiben sollen, bedingt, dass die Höhe, bis zu welcher die fremde Masse eingedrungen ist, auch n mal grösser wird, während unter I. diese Höhe dieselbe blieb. Ist nämlich diese Höhe wieder gleich t (vgl. S. 175), so ist $t = (R - R') \tang. \alpha$. In I. wird R und R′ n mal grösser, tang. α n mal kleiner; mithin bleibt t ungeändert. In II. bleibt R und R′ unverändert, während tang. α n mal grösser wird; es wird also auch t n mal grösser.

Hat man demnach unter einer bestimmten Voraussetzung die Werthe von R, r, h und t den Schwerpunct eines abgestumpften Kegels berechnet, so hat man damit auch die Schwerpuncte aller der Kegel, bei denen dasselbe Verhältniss zwischen R und r, und zwischen h und t besteht. Es ist zur Bestimmung dieser letzteren Puncte nur nöthig, den für den ersten Schwerpunct gefundenen Werth mit der Zahl zu multipliciren, welche angibt, wie oft die Höhe h des ersten Kegels in der der anderen enthalten ist. Für die practische Ausrechnung ergeben sich daraus die Vortheile, dass man R und h, oder r und h nach Belieben annehmen kann, wobei natürlich die übrigen in der Aufgabe vorkommenden Werthe mit Rücksicht auf diese Annahmen festzustellen sind. Mit Anwendung dieser Erleichterungen habe ich in dem folgenden Beispiele überall $R = 1$ und $h = 10$ gesetzt. Um eine ziemlich allgemeine Übersicht zu geben, liess ich r der Reihe nach die Werthe 0,1, 0,2 u. s. w. bis 0,9 annehmen. Für jeden dieser Werthe von r wurden die Schwerpuncte bestimmt, wenn die versteinernde Masse zuerst 0, dann 0,25, dann 0,50 u. s. w. Längeneinheiten in den Stamm eingedrungen war. Hierbei war natürlich auch eine feste Annahme von S und s erforderlich. Da die Stämme, welche sich in der Kohlenformation finden, meistens in Kalkstein, Schieferthon oder Sandstein umgewandelt sind, und in nicht unbedeutender Zahl der Familie der Coniferen angehören: so habe ich für S die Zahl 2,763 und für s die Zahl 0,471 gewählt. Die erste entspricht im Allgemeinen dem specifischen Gewicht der drei genannten Gesteinsarten, die zweite stellt das specifische Gewicht des lufttrockenen Rothtannenholzes dar. Die Rechnungen wurden jedesmal so weit fortgesetzt, bis der Schwerpunct das Maximum seiner Entfernung von der Spitze erreicht hatte. Auf diese Weise entstanden die folgenden neun Tabellen, deren Einrichtung von selbst verständlich ist.

I.

R : r = 1 : 0,1.

tang. α = 11,111 . . . l = 11,111 . . .

Tiefe, bis zu welcher d. fremde Masse eingedrungen ist = t.	R′.	r′.	Entfernung des Schwerpuncts von der Spitze des Kegels = y_0.	Entfernung des Schwerpuncts von der Basis des Kegels = $l - y_0$.	Differenz zwischen je zwei benachbarten Schwerpuncten = D.
0,00	1,0000	0,1000	8,3405	2,7706	
0,25	0,9775	0,1225	8,9817	2,1294	0,6412
0,50	0,9550	0,1450	9,2781	1,8330	0,2964
0,75	0,9325	0,1675	9,4343	1,6768	0,1562
1,00	0,9100	0,1900	9,4988	1,6123	0,0645
1,25	0,8875	0,2125	9,5039	1,6072	0,0051
1,50	0,8650	0,2350	9,4901	1,6210	— 0,0138

II.

R : r = 1 : 0,2.

tang. α = 12,5; l = 12,5.

t.	R′.	r′.	y_0.	$l - y_0$.	D.
0,00	1,0000	0,2000	9,4355	3,0645	
0,25	0,9800	0,2200	10,0286	2,4714	0,5931
0,50	0,9600	0,2400	10,3270	2,1730	0,2984
0,75	0,9400	0,2600	10,4771	2,0229	0,1501
1,00	0,9200	0,2800	10,5427	1,9573	0,0656
1,25	0,9000	0,3000	10,5560	1,9440	0,0133
1,50	0,8800	0,3200	10,5349	1,9651	— 0,0211

III.

R : r = 1 : 0,3.

tang. α = 14,2857; l = 14,2857.

t.	R′.	r′.	y_0.	$l - y_0$.	D.
0,00	1,0000	0,3000	10,9224	3,3633	
0,25	0,9825	0,3175	11,4552	2,8305	0.5328
0,50	0,9650	0,3350	11,7290	2,5567	0,2738
0,75	0,9475	0,3525	11,8685	2,4172	0,1395
1,00	0,9300	0,3700	11,9298	2,3559	0,0613
1,25	0,9125	0,3875	11,9421	2,3436	0,0123
1,50	0,8950	0,4050	11,9224	2,3633	— 0,0197

IV.

R : r = 1 : 0,4.

tang. a = 16,666 . . ; l = 16,666 . . .

t.	R′.	r′.	y_0.	l — y_0.	D.
0,00	1,0000	0,4000	13,0128	3,6539	
0,25	0,9850	0,4150	13,4706	3,1961	0,4578
0,50	0,9700	0,4300	13,7100	2,9567	0,2394
0,75	0,9550	0,4450	13,8328	2,8338	0,1228
1,00	0,9400	0,4600	13,8869	2,7798	0,0541
1,25	0,9250	0,4750	13,8980	2,7687	0,0111
1,50	0,9100	0,4900	13,8805	2,7862	— 0,0175

V.

R : r = 1 : 0,5.

tang. a = 20; l = 20.

t.	R′.	r′.	y_0.	l — y_0.	D.
0,00	1,0000	0,5000	16,0714	3,9286	
0,25	0,9875	0,5125	16,4473	3,5527	0,3759
0,50	0,9750	0,5250	16,6461	3,3539	0,1988
0,75	0,9625	0,5375	16,7489	3,2511	0,1028
1,00	0,9500	0,5500	16,7944	3,2056	0,0455
1,25	0,9375	0,5625	16,8036	3,1964	0,0092
1,50	0,9250	0,5750	16,7890	3,2110	— 0,0146

VI.

R : r = 1 : 0,6.

tang. a = 20; l = 20.

t.	R′.	r′.	y_0.	l — y_0.	D.
0,00	1,0000	0,6000	20,8163	4,1837	
0,25	0,9900	0,6100	21,1089	3,8911	0,2926
0,50	0,9800	0,6200	21,2650	3,7350	0,1561
0,75	0,9700	0,6300	21,3461	3,6539	0,0811
1,00	0,9600	0,6400	21,3820	3,6180	0,0359
1,25	0,9500	0,6500	21,3889	3,6111	0,0069
1,50	0,9400	0,6600	21,3776	3,6224	— 0,0113

VII.

$R : r = 1 : 0{,}7.$

$\text{tang. } \alpha = 33{,}333\ldots;\ l = 33{,}333\ldots$

t.	R′.	r′.	y_0.	$l - y_0$.	D.
0,00	1,0000	0,7000	28,9155	4,4178	0,2037
0,25	0,9925	0,7075	29,1192	4,2141	0,1213
0,50	0,9850	0,7150	29,2405	4,0928	0,0591
0,75	0,9775	0,7225	29,2996	4,0337	0,0264
1,00	0,9700	0,7300	29,3260	4,0073	0,0053
1,25	0,9625	0,7375	29,3313	4,0020	— 0 0085
1,50	0,9550	0,7450	29,3228	4,0105	

VIII.

$R : r = 1 : 0{,}8.$

$\text{tang. } \alpha = 50;\ l = 50.$

t.	R′.	r′.	y_0.	$l - y_0$.	D.
0,00	1,0000	0,8000	45,3689	4,6311	0,1192
0,25	0,9950	0,8050	45,4881	4,5119	0,0758
0,50	0,9900	0,8100	45,5639	4,4361	0,0399
0,75	0,9850	0,8150	45,6038	4,3962	0,0183
1,00	0,9800	0,8200	45,6221	4,3779	0,0044
1,25	0,9750	0,8250	45,6265	4,3735	— 0,0045
1,50	0,9700	0,8300	45,6220	4,3780	

IX.

$R : r = 1 : 0{,}9.$

$\text{tang. } \alpha = 100;\ l = 100.$

t.	R′.	r′.	y_0.	$l - y_0$.	D.
0,00	1,0000	0,9000	95,1753	4,8247	0,0649
0,25	0,9975	0,9025	95,2402	4,7598	0,0338
0,50	0,9950	0,9050	95,2740	4,7260	0,0188
0,75	0,9925	0,9075	95,2928	4,7072	0,0085
1,00	0,9900	0,9100	95,3013	4,6987	0,0015
1,25	0,9875	0,9125	95,3028	4,6972	— 0,0028
1,50	0,9850	0,9150	95,3000	4,7000	

Man sieht aus diesen Tabellen, dass die Änderung, welche die Lage des Schwerpuncts von ihrem Minimum bis zu ihrem Maximum erleidet, eine ziemlich bedeutende Grösse ist, und zwar um so bedeutender, einen je kleineren Werth r im Verhältniss zu R besitzt. * Der Schwerpunct erreicht sehr früh seine grösste Entfernung von der Spitze des Kegels und auffallender Weise jedesmal, wenn die eingedrungene Substanz eine zwischen 1,25 und 1,50 liegende Höhe hat. Von da an muss die fremde Materie noch mehr als 3,50 Längeneinheiten vorrücken, ehe die ursprüngliche Lage des Schwerpuncts wieder erreicht ist. Der Schwerpunct bewegt sich also bedeutend schneller aus seiner ersten Lage zum Maximum hin, als er von hier aus denselben Weg rückwärts durchläuft.

---

* Ich habe dieselben Rechnungen auch unter der Annahme gemacht, dass ein Holzstamm blos von Wasser durchdrungen werde. Die Entfernung zwischen den äussersten Lagen der Schwerpuncte war dabei natürlich nicht so gross, als in den vorliegenden Tabellen; im Übrigen jedoch zeigten sich dieselben Resultate, so dass ich es für überflüssig hielt, diese zweite Reihe von Tabellen hier aufzuführen.

(Schluss folgt.)