Ueber das Gesetz der Temperaturzunahme nach der Tiefe unter zu Grundlegung der Dunker'schen Beobachtungen im Bohrloch zu Sperenberg.

Von

Fr. Hottenroth, Ingenieur zu Erbenheim bei Wiesbaden.

Im vorjährigen Jahrgang dieser Zeitschrift [1] hat mein hochverehrter Lehrer F. Henrich eine Abhandlung veröffentlicht, in welcher er nachweist, dass die von Herrn Bergrath Dunker seiner Zeit für das Gesetz der Temperaturzunahme nach der Tiefe aufgestellte Formel [2] unrichtig ist, weil sie als Constante die mittlere Temperatur der Oberfläche enthält, von der die Temperaturzunahme jedenfalls von einer gewissen Tiefe an unabhängig ist. Ferner verwirft Herr Henrich die Annahme einer Parabel überhaupt, indem er mit Zugrundlegung der Dunker'schen Beobachtungen im Bohrloch zu Sperenberg, für das Gesetz der Temperaturzunahme nach der Tiefe eine gerade Linie annimmt und mit Hülfe der Methode der kleinsten Quadrate die entsprechende Formel herleitet. Die Resultate dieser Formel sind es, welche auf das schlagendste die Unrichtigkeit der Dunker'schen Formel darthun. Damit ist aber noch lange nicht bewiesen, dass die Annahme einer Parabel ohne Berücksichtigung der mittleren Temperatur auch zu verwerfen ist, da der Beweis, wodurch Herr Henrich die

[1] Über die Temperaturen im Bohrloch zu Sperenberg und die daraus gezogenen Schlüsse, von F. Henrich, Gymnasiallehrer in Wiesbaden. (pag. 716—723.)

[2] $T = 7{,}18 + 0{,}01298572\ S - 0{,}00000125791\ S^2$, wenn T die Temperatur in Graden Réaum. und S die Tiefe in Fussen ist.

Annahme einer geraden Linie begründet, wie wir später hinten sehen werden, nicht stichhaltig ist.

Die Wichtigkeit des in Rede stehenden Gegenstandes möge die Entstehung vorliegender Abhandlung rechtfertigen.

Dem Beweise für die Annahme einer geraden Linie legt Herr Henrich eine graphische Darstellung der Dunker'schen Beobachtungen zu Grunde, indem er die Tiefen als Abscissen, die entsprechenden Temperaturen als Ordinaten aufträgt und dann sagt: „So sieht man auf den ersten Blick, dass diese Temperaturen auf einer geraden Linie liegen".

Wählt man bei diesem Auftragen den Massstab der Ordinaten gleich oder nicht viel grösser als denjenigen der Abscissen, so liegen die so aufgetragenen Punkte allerdings scheinbar auf einer geraden Linie, da in der Grösse, bis zu welcher eine graphische Darstellung überhaupt möglich ist, selbst eine Parabel noch als gerade Linie erscheinen kann. Denn für die weiter hinten von mir berechnete Parabel z. B. ergibt sich der Abstand des Parabelbogens von der Sehne, welche man sich durch den ersten und letzten der aufgetragenen Punkte gelegt denken kann, zu 0,474. Da nun bei der obengenannten graphischen Darstellung nach der Rechnung von Herrn Henrich selbst Grössen von 0,680 und sogar von 0,752 verschwinden, so kann man der graphischen Darstellung nach mit demselben Rechte eine Parabel annehmen, mit dem man eine gerade Linie annimmt und die oben angeführten Worte des Herrn Henrich schliessen also nichts weniger als einen Beweis für seine Annahme ein.

Trägt man die Ordinaten, resp. die Temperaturen in einem bedeutend grösseren Massstabe auf als die Abscissen resp. Tiefen, ähnlich wie man die Längenprofile im Strassen- und Eisenbahnbau darstellt, und verbindet die aufgetragenen Punkte durch gerade Linien, so erhält man einen ganz unregelmässigen Polygonzug, dem man der Zeichnung nach ebensowenig ansehen kann, dass sich ihm eine gerade Linie besser anschmiegen soll als eine Parabel. Ich für meinen Theil glaube, den Beweis für die Richtigkeit der einen oder der andern Annahme in der Rechnung suchen zu müssen und zwar in der Weise, dass mit Hülfe der Methode der kleinsten Quadrate die Rechnung, wie sie Herr Henrich für die gerade Linie durchgeführt hat, ebenso für die Parabel (ohne

Rücksicht auf mittlere Temperatur) durchzuführen ist, um diejenige Annahme als richtig bezeichnen zu können, für welche die Summe der Fehlerquadrate von berechneten und beobachteten Temperaturen am kleinsten ist.

Was die Resultate der HENRICH'schen Formel anbelangt, so verweise ich auf die im Eingang genannte Abhandlung[3], und bemerke hier nur soviel aus derselben, dass die Summe der Fehlerquadrate bei Annahme einer geraden Linie 1,4658 beträgt.

Im Nachfolgenden habe ich nun die Rechnung unter Annahme einer Parabel ohne Rücksicht auf mittlere Temperatur der Oberfläche ausgeführt, und die durch Vergleichung der Resultate bei dieser Annahme sich ergebenden Schlüsse gezogen.

Die Gleichung einer Parabel für ein rechtwinkeliges, parallel zum Durchmesser und zur Scheitellinie verschobenes Achsenkreuz hat im Allgemeinen, wenn man die zum Durchmesser parallele Achse als Ordinatenachse wählt, mit y die Ordinaten und mit x die Abscissen bezeichnet, die Form:

$$y = m + qx + rx^2.$$

Für unsern Fall mögen die Temperaturen mit T als Ordinaten, die Tiefen als Abscissen mit S bezeichnet werden und erhalten wir dann dementsprechend die Gleichung:

$$T = m + qS + rS^2 \quad (1),$$

m, q, und r sind Constanten, welche mit Hülfe der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden müssen, und zwar berechnen sie sich aus den Gleichungen:

$$\begin{aligned} qm + q\Sigma(S) + r\Sigma(S^2) &= \Sigma(T) \\ m\Sigma S + q\Sigma(S^2) + r\Sigma(S^3) &= \Sigma(ST) \\ m\Sigma(S^2) + q\Sigma(S^3) + r\Sigma(S^4) &= \Sigma(S^2T), \end{aligned}$$

worin Σ das Summenzeichen ist.

Nach Einführung der Werthe aus den Beobachtungen erhält man:

$$\begin{aligned} 9m + 14590q - 28852100r &= 219{,}140000 \\ 14590m + 28852100q - 67966219000r &= 393991{,}620 \\ 28852100m + 6796621900q - 183179562410000r &= 859539199{,}80 \end{aligned}$$

[3] Über die Temperaturen im Bohrloch zu Sperenberg und die daraus gezogenen Schlüsse (p. 716—723 dieser Zeitschr.).

und hieraus schliesslich

$$m = 11{,}5816;\ q = 0{,}0082753775;$$
$$\text{und } r = -\ 0{,}0000002024828.$$

Und somit nach Einführung dieser Werthe in Gl. (1):

(I) $T = 11{,}5816 + 0{,}0082753775\,S - 0{,}0000002024828\,S^2$

als Gleichung, welche das Gesetz der Temperaturzunahme nach der Tiefe unter Annahme einer Parabel ausdrückt.

Die Resultate dieser Formel sind in nebenstehender Tabelle zusammengestellt:

Ferner ergibt sich aus der Formel, dass die Temperatur bei einer Tiefe von 20,435 Fuss ihr Maximum mit 96° Rém. erreicht hat, bei 42,221 Fuss gleich Null ist und von hier ab negativ wird.

Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass die Temperaturzunahme für fortschreitende gleiche Tiefen nicht stetig, sondern fortwährend kleiner und kleiner wird und zwar für 200 Fuss etwa um 0,0160 abnimmt. Ferner aber, dass die Summe der Fehlerquadrate zwischen beobachteten und berechneten Temperaturen 1,289066 beträgt, also um 0,1767 kleiner ist als die bereits oben angegebene Summe bei Annahme einer geraden Linie.

Durch das letztgenannte Resultat ist somit bewiesen, dass sich eine Parabel besser an den oben genannten Polygonzug anschmiegt als eine gerade Linie und so lange keine, bis zu grösseren Tiefen dringenden, mit derselben Sorgfalt ausgeführten Beobachtungen wie die Dunker'schen, ein anderes Gesetz für die Temperaturzunahme nach der Tiefe erkennen lassen, muss die unter I. angegebene Gleichung einer Parabel für Sperenberg dasselbe ausdrücken.

Freilich sucht Herr Henrich in neuester Zeit in seinen Vorträgen über Geologie[4] die Annahme einer Parabel aus einem andern Grunde als unrichtig zu erweisen, indem er annimmt, dass die beständige Abnahme des Temperaturzuwachses nach unten, wie solche durch Annahme der Parabel zu Tage tritt, in einer Beeinflussung der beobachteten Temperaturen durch eine Strö-

[4] Vorträge über Geologie von F. Henrich, Oberlehrer am Gymnasium zu Wiesbaden. Erstes Heft. Seite 43. (Verlag von Bischkopff. Wiesbaden 1877.)

Nummer der Beobachtung	Tiefe in Fussen	Beobachtete Temperatur (Réaumur)	Berechnete Temperatur (Réaumur)	Differenz der berechneten und beobachteten Temperatur	Temperaturzunahme für 200 Fuss nach der Beobachtung	Temperaturzunahme für 200 Fuss nach der Rechnung	Quadrate der Fehler
1	700	17°,275	17°,275	± 0,0000			0,000000
2	900	18°,780	18°,866	+ 0,086	1°,505	1°,591	0,007396
3	1100	21°,147	20°,440	— 0,707	2°,367	1°,574	0,499849
4	1300	21°,510	21°,998	+ 0,488	0°,363	1°,558	0,238144
5	1500	23°,277	23°,540	+ 0,263	1°,767	1°,542	0,069169
6	1700	24°,741	25°,066	+ 0,325	1°,464	1°,526	0,105625
7	1900	26°,504	26°,575	+ 0,071	1°,763	1°,509	0,005041
8	2100	28°,668	28°,069	— 0,599	2°,164	1°,494	0,358801
9	3390	37°,238	37°,309	+ 0,071			0,005041
							1,289066

mung in dem das Bohrloch anfüllenden Wasser gesucht werden müsse, und zwar sagt Herr Henrich in genannten Vorträgen:

„Das Bohrloch von Sperenberg ist mit Wasser gefüllt. Die Temperatur dieses Wassers ist an der Oberfläche am niedrigsten, in der Tiefe am höchsten. Da nun, wie durch Versuche in Sperenberg bewiesen ist, das kältere und schwerere Wasser fortwährend in die Tiefe sinkt, das wärmere, leichtere dagegen in die Höhe steigt, so wird die Temperatur des Gesteins nach der Tiefe fort und fort erniedrigt, nach der Oberfläche dagegen beständig erhöht. Es ist aber wahrscheinlich, dass diese Veränderungen der Gesteinstemperatur nicht bedeutend sind. Wird ein Thermometer in die Tiefe eines solchen Bohrlochs gebracht, so wird es von den hinabsinkenden, kälteren Strömungen getroffen und es zeigt, wie die Versuche lehren, die Temperatur des Gesteins um 3 bis 4° R. zu niedrig an. Schliesst man, wie das in Sperenberg geschehen ist, das Thermometer zwischen zwei mit Wasser gefüllten Kautschukhüllen, welche die Wassersäule unten und oben absperren, ein, so kann es von Strömungen direct nicht mehr getroffen werden.

„Wird es jetzt die Temperatur des Gesteines genau annehmen? Nach meinem Dafürhalten nicht; denn es ist nicht von allen Seiten vom Steinsalz eingeschlossen. Die untere Kautschukhülle wird bespült von Wasser, das nicht ganz die Temperatur des umgebenden Gesteins hat, die obere Kautschukhülle wird getroffen von Wasser, das etwa 3° kälter ist als das Gestein. Wenn nun das Thermometer 10 Stunden in der Tiefe bleibt, wie in Sperenberg, so muss der zwischen den Kautschukhüllen eingeschlossenen Wassersäule Wärme entzogen werden. Je grösser die Tiefe ist, in der die Beobachtungen gemacht werden, desto grösser ist der Fehler in der Temperatur, die das Geothermometer angibt.“

Um sich hierüber ein Urtheil bilden zu können, muss ich die geehrten Leser auf die Abhandlung aufmerksam machen, welche Herr Bergrath Dunker in der Zeitschrift für Berg-, Hütten- und Salinenwesen, 20. Bd. (pag. 207—238) seiner Zeit über die von ihm ausgeführten Beobachtungen zu Sperenberg veröffentlicht hat. Ich für meinen Theil weiss zur Entkräftigung obiger Behauptung nichts besseres zu thun, als die eigenen Worte des Herrn Hen-

RICH hierüber aus seiner im Anfang näher angegebenen Abhandlung in dieser Zeitschrift anzuführen. Herr HENRICH sagt dort:

„Unter allen Temperaturbeobachtungen, die jemals in grösseren Tiefen angestellt worden sind, verdienen die von Sperenberg das grösste Vertrauen, nicht nur, weil sie im Steinsalz und in einem Bohrloch angestellt worden sind, in welches Quellen nicht einmündeten, sondern hauptsächlich, weil das Thermometer von unten und oben gegen Strömung durch Abschluss der Wassersäule vollständig geschützt wurde vermittelst Kautschukhüllen. Auf diese Weise konnte das Thermometer die Temperatur des Gesteins vollkommen annehmen".

Diese letzte Annahme hat auch Herr HENRICH der Entwickelung seiner Formel in mehrfach genannter Abhandlung zu Grunde gelegt.

Es ist somit in keiner Weise eine Beeinflussung der beobachteten Temperaturen erwiesen und muss dementsprechend, wie ich früher schon bemerkt habe, das Gesetz der Temperaturzunahme nach der Tiefe für Sperenberg, durch die unter (I) angegebene Gleichung einer Parabel ausgedrückt sein.

Selbst für den Fall aber, dass ein Einfluss der Strömung auf die Beobachtungen und die Behauptung:

„Je grösser die Tiefe ist, in der die Beobachtungen gemacht werden, desto grösser ist der Fehler in der Temperatur, die das Geothermometer angibt",

richtig wäre, ist die Parabel von vornherein noch nicht ausgeschlossen. Erst dann, wenn die Temperaturerniedrigung durch die Strömung für jede Beobachtung auf irgend welche Weise ermittelt wäre, die beobachteten Temperaturen hiernach corrigirt und mit Hülfe der Methode der kleinsten Quadrate nachgewiesen würde, dass sich den corrigirten Temperaturen eine gerade Linie am besten anschmiegte, müsste die Annahme einer Parabel als unrichtig verworfen werden.

Vorläufig ist dieser Rechnungsgang für die Sperenberger Beobachtungen ausgeschlossen, da es doch unmöglich ist, den Werth einer Grösse anzugeben, deren Vorhandensein man nicht einmal beweisen kann.

Nimmt man aber, um das Gesetz einer stetigen Temperaturzunahme nicht aufgeben zu müssen, zu einer Hypothese seine

Zuflucht, indem man die noch unerwiesene Beeinflussung der Beobachtungen durch die Strömung a priori in der Weise festsetzt, dass man sagt, die Fehler in den Beobachtungen seien gerade so gross, dass sie die Ablenkung oder den Übergang der das Gesetz der Temperaturzunahme repräsentirenden geraden Linie in eine Parabel bedingen, so muss der im ersten der aufgetragenen Punkte der graphischen Darstellung, an die von mir berechnete Parabel gelegte Tangente das Gesetz der Temperaturzunahme ausdrücken, und zwar erhält man dann für diese Tangente die Gleichung:

$$T = 11{,}6807 + 0{,}0079919\,S,$$

woraus sich für je 100 Fuss Tiefe eine stetige Zunahme von $0{,}799^0$ ergeben würde.

Die aus der von mir hergeleiteten Formel (I) bereits früher angegebenen Resultate vertragen sich allerdings mit der Hypothese eines feuerflüssigen Erdinnern nicht, daraus aber einen Beweis für die Unzulässigkeit dieser Formel herleiten zu wollen, ist unstatthaft, da jener Hypothese diejenige eines festen Erdkernes, wie sie von einzelnen Geologen angenommen wird, entgegengestellt werden muss und wir durch Temperaturbeobachtungen in der Tiefe überhaupt erst erkennen wollen, wo die Wahrheit liegt.

Zur vollen Erkenntniss der letzteren haben uns die Sperenberger Beobachtungen, wie wir gesehen haben, nicht verholfen, da die durchdrungene Tiefe im Vergleich zum Erdhalbmesser noch sehr klein ist und eine Beeinflussung der Beobachtungen durch die Strömung, wenn auch noch nicht erwiesen, doch für möglich gehalten werden muss. Immerhin müssen die genannten Beobachtungen aber, als ein wichtiger Theil jener Kette angesehen werden, die, Glied um Glied mit jeder neuen Beobachtung wachsend, uns weiter führt auf dem Wege zum ersehnten Ziele einer endgültigen Entscheidung.

Wohl steht die Annahme eines festen Erdkernes auf schwachen Füssen, da für sie eine zufriedenstellende Erklärung jener hohen Temperaturen, wie sie uns in den warmen Quellen und Ausbrüchen der Vulkane entgegentreten, nach der ausführlichen Darlegung des Herrn Henrich[5], bis jetzt noch nicht gefunden ist.

---

[5] Siehe hierüber Vorträge über Geologie von F. Henrich, Seite 22.

Trotz dieser schwachen Seite aber, hat sie an den Sperenberger Beobachtungen bis jetzt noch eine starke Stütze.

Um zum Schlusse nochmals auf die Bedeutung des in Rede stehenden Gegenstandes hinzuweisen, sei erwähnt, dass die Sperenberger Beobachtungen in rein wissenschaftlichem Interesse von der preussischen Regierung mit einem Kostenaufwande von 175,254 Rm. angestellt wurden, und dass es somit selbstverständlich ist, die Resultate dieser Beobachtungen von allen Seiten zu beleuchten, damit wir klar darüber werden, was sie uns von dem Innern unserer Erde erzählen.

Zur gedeihlichen Fortentwickelung dieses Gegenstandes, hoffe ich durch vorstehende Abhandlung wenigstens einen Anstoss gegeben zu haben.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paläontologie

Jahr/Year: 1877

Band/Volume: 1877

Autor(en)/Author(s): Hottenroth Fr.

Artikel/Article: Ueber das Gesetz der Temperaturzunahme nach der Tiefe unter zu Grundlegung der Dunker'schen Beobachtungen im Bohrloch zu Sperenberg 607-615