Zur Mechanik der Schichtenfaltungen.

Von

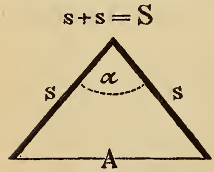
Dr. F. M. Stapff,

Ingenieur-Geolog der Gotthardbahn; Airolo.

Die im Folgenden aufgestellten Sätze sind als geometrische oder mechanische Wahrheiten selbstverständlich nicht neu, hier vielleicht aber zum ersten Male auf die Theorie der Schichtenfaltungen applicirt. Um nicht missverstanden zu werden, schicke ich die Bemerkung voraus, dass sie *keine Naturgesetze* ausdrücken, sondern nur statistische oder empirische Thatsachen, deren Eintreffen das Vorhandensein eines Mittelwerthes aller hier betheiligten mechanischen Kräfte und aller jener Verhältnisse voraussetzt, unter denen diese Kräfte wirken.

1.

Stossen die zwei Flügel S, S einer geradlinigen Falte unter dem Bruchwinkel α zusammen, so verhält sich der Abstand A zwischen den Fusspunkten der gebrochenen Schicht zur Länge $s + s = S$ derselben: $\frac{A}{S} = \sin\frac{\alpha}{2}$.



Da α alle Werthe von 0^0 bis 180^0, oder $\frac{\alpha}{2}$ alle Werthe von 0^0 bis 90^0, annehmen kann und da der Mittelwerth der Sinus *aller* Winkel von 0^0 bis $90^0 = \frac{2}{\pi}$, so ist im grossen Mittel: $\frac{A}{S} = \frac{2}{\pi} = 0{,}6366.$

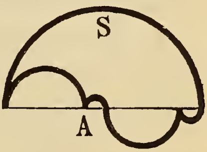
Dem entspricht als mittler Bruchwinkel aller möglichen geradlinig geknickten Schichten: α = (rund) 79°.

2.

Das Verhältniss $\frac{A}{S} = \frac{2}{\pi}$ ist das des Kreisdurchmessers zum Halbkreis. Als allgemeine oder mittlere Form aller möglichen einfachen Schichten-Knickungen und Biegungen erscheint also die halbkreisförmige Falte.

3.

Der Länge des über dem Durchmesser A geschlagenen Halbkreises S ist die summarische Länge aller möglichen über demselben Durchmesser gespannten und sich in demselben berührenden Halbkreise gleich [1]. Durch Zusammenquetschen eines horizontal liegenden Schichtencomplexes zu einem halbcylindrischen Sattelgebirge, dessen Höhe gleich seiner halben Breite ist, wird also dieser Schichtencomplex nicht mehr verkürzt als durch die Kräuselung zu unendlich vielen kleinsten, sich berührenden, halbkreisförmigen Fältchen (mit beibehaltenen horizontalen Grenzflächen des Schichtencomplexes).



4.

Die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens der sub 1 und 2 entwickelten Mittelwerthe ist 0,477. Man darf also a priori erwarten, dass bei etwa $^1/_2$ aller einfach geknickten oder gefältel-

---

[1] Theilt man nämlich den Durchmesser A in n gleiche Theile, so ist die Länge des über einen jeden dieser Theile geschlagenen Halbbogens $= \frac{A \,.\, \pi}{n \,.\, 2}$; die summarische Länge aller dieser Halbbögen $= \frac{A\pi \,.\, n}{2n} = \frac{A\pi}{2}$, d. h. gleich dem über A geschlagenen Halbkreis. Dasselbe Verfahren kann man nun mit irgend welchen der kleinen Halbbögen wiederholen, und dadurch die Beweisführung auch auf ungleich grosse sich in A berührende halbkreisförmige Falten ausdehnen. Nur müssen die Durchmesser aller dieser Falten durch einen gemeinsamen Divisor ohne Rest theilbar sein.

ten Schichten eine Verkürzung auf 0,6366 der ursprünglichen Länge eingetreten ist.

An einigen Exemplaren gefältelter Gotthardtunnelgesteine hiesiger Sammlung habe ich folgende Verkürzungen gemessen: Grauer Gneiss aus dem Gebiet des Finsteraarhornmassives; 1310 m vom Nordportal: 0,57.

Dichter quarzitischer Gneiss aus der Ursernmulde; 3980 m v. N.-P.: 0,56.

Glimmergneiss aus dem Gotthardmassiv; 4875 m v. S.-P.: 0,73.

ditto. 5230 m v. S.-P.: 0,70.

Als Mittelwerth ergeben diese 4 Beispiele einen Zusammenschub von 0,64.

Einige fernere Beispiele mögen hier noch Platz finden:

A. Heim nimmt für den Jura einen Zusammenschub durch Faltungen von $^7/_{12}$ bis $^4/_5$ an, im Mittel also 0,69; für die Alpen einen solchen von 0,5.

K. v. Fritsch mass an Kalkglimmerschiefer aus der Umgegend von Airolo eine Verkürzung durch Fältelung auf $^1/_3$ und $^1/_2$; im Mittel 0,42.

5.

Die Mehrzahl dieser letzteren Beispiele zeigt eine zu starke Verkürzung; hauptsächlich wohl, weil dieselben nicht einfache, sondern mehrfache Faltungen und Fältelungen betreffen. Unter mehrfachen Faltungen (welche man auch multiplicirte oder potenzirte nennen könnte) verstehen wir nicht etwa solche, bei denen mehrere Schichtenwellen parallel aneinandergereiht sind; denn durch derartige wiederholte Faltungen können nach 3. im grossen Ganzen keine andere relative Verkürzungen eintreten als durch einmaliges Zusammenbiegen im Halbkreis.

Mehrfach gefältelt nennen wir Schichten, welche verschiedenen Faltungsprocessen ausgesetzt waren, deren jeder einen summarischen Zusammenschub von im Mittel 0,6366 hervorbrachte.

Diese mehrfachen Zusammenschiebungen können entweder in gleicher oder in sich kreuzenden Richtungen stattfinden.

Durch fortgesetzten oder wieder begonnenen Seitenschub in gleichem Sinne können gerade Sättel und Mulden zu schiefen und liegenden gequetscht werden; oder vorher (mit Beibehaltung ihrer horizontalen Grenzebenen) gefältelte Schichten können zu Mulden und Gewölben aufgeworfen werden. Im Gotthardmassiv sind durch den Tunnelbau viele Schichten aufgeschlossen worden, welche in der Fallrichtung gefältelt sind (fast nie in der Streichrichtung) und welche, wenn der Gotthardfächer als ein System zusammengeklappter Sättel und Mulden aufgefasst werden darf, durch fortgesetzten Seitenschub nachmals zu solchen gefaltet wurden, häufig zugleich gequetscht. (Stängliche Struktur parallel dem Einfallen, Druck also in Streichrichtung oder normal zur ursprünglichen Schichtebene.) Hierher gehörige Beispiele bieten übrigens noch viele detaillirtere Querprofile gefältelter Kettengebirge. Wenn durch einfache Fältelung eine Schicht im grossen Mittel auf 0,6366 ihrer ursprünglichen Länge zusammen geschoben wird, so wird durch eine zweite Faltung dieselbe Schicht auf 0,6366 . 0,6366 = 0,4053 verkürzt werden. Dem entsprechen einigermaassen die oben nach v. Fritsch citirten Beispiele.

Mehrfache, sich kreuzende Faltungen sind trotz ihres häufigen Vorkommens bisher nur selten untersucht worden; ohne ihre Existenz würde die ganze Erklärung der Faltungen durch Contraction der Erdkruste nichtig sein.

Wird eine einfach gefaltete oder gefältelte Schicht durch Schub in der Axenrichtung der vorhandenen Falten nochmals gefaltet, so tritt gleichfalls ein Zusammenschrumpfen der Schichtfläche auf 0,4053 ihres anfänglichen Quadratinhaltes ein.

Solche Fälle wurden im Gotthardmassiv gleichfalls beobachtet; nicht nur im Tunnel, sondern auch am Tage, z. B. am Fuss des St. Annagletschers; im Guspisthal; 3220 m vom Südportal des Tunnels. Sie sind am deutlichsten auf Gletschergeschliffenen Rundhöckerflächen wahrnehmbar. In der Fallrichtung sind die Schichten gekräuselt, in der Streichrichtung zu S-förmigen Schlingen gewunden. Auch der Situationsplan über die Schichtengrenzen (in Tunnelebene) der Ursernmulde, welchen ich der Schweiz. Naturforschenden Gesellschaft bei ihrer vorjährigen Versammlung in Bern mittheilte („Materialien für das Gotthardprofil; Schichtenbau des Ursernthales“) bietet ein hierher gehöriges Beispiel. Mehrere solche aber könnten vom Flötzbergbau, besonders Steinkohlenbergbau citirt werden.

Nimmt man an, dass die Schichtenfaltungen Folge von Contractionen der Erdkruste sind, durch welche die Erde ihre Kugelform[2] aber nicht einbüsste, so muss man auch zugeben, dass die Summe der Zusammenschübe in meridionaler Richtung gleich der Summe jener in äquatorialer ist. Wären nun einerseits nicht viele dieser Zusammenschübe durch Kleinfältelungen (ohne Auftreiben der Erdkruste zu hervorragenden Gebirgszügen) effectuirt, und wäre andererseits der Grad der Fältelung überall der gleiche, so müsste die Summe der Projectionen aller Kettengebirgslinien auf die Meridianbögen der Erde gleich sein der Summe ihrer Projectionen auf die Äquatorialbögen.

Und gibt es Naturgesetze für die Configuration der Continente, so würde dieser Satz das Fundamentalgesetz bilden.

6.

Wir werden weiter unten sehen, dass es nicht statthaft ist, den festen, spröden Gesteinsschichten unserer Erde eine solche Ductilität und Elasticität zuzuschreiben, dass sie, falls nur die Kräfte hinreichten, wie geschmeidiges Metall ohne Brüche gemodelt („getrieben“) werden könnten. Dennoch wollen wir für einen Augenblick diese Eigenschaften bei den Gesteinen annehmen, weil sie sich bei nicht starren plastischen Schichten vorfinden, welche ja gleichfalls dem Faltungsprocess ausgesetzt werden können und um zu ermitteln, wie sich die mechanischen Gesetze der Schichtenfaltung unter dieser Voraussetzung (für starre Schichten) gestalten würden. Die folgende Rechnung ist jedoch ganz approximativ.

Wird eine horizontale Schicht der Länge S, Dicke d und Breite 1 durch eine Seitenkraft P zu einem Halbbogen vom Durchmesser A zusammengeschoben, so ist: $P = \frac{\pi^2 . d^3 . E}{12 . S^2}$

[2] Von der Abplattung abgesehen.

wenn E den Modul der rückwirkenden Festigkeit des Schichtmateriales bedeutet.

Diese Kraft legt den Weg $S - 0,6366\ S = 0,3634\ S$ zurück.

Das zu hebende Gewicht ist $S d \gamma + G$, wenn γ das Gewicht einer Kubikeinheit Schichtmaterial bedeutet, G das Gewicht der über der Schicht liegenden und mit derselben gehobenen Gebirgsmasse. Dieses lässt sich $= A h \gamma = 0,6366\ S . h . \gamma$ setzen, wenn h die mittlere Höhe der überliegenden Schichten bedeutet, oder $= 0,6366\ S . d . m\gamma$ wenn h in Schichtdicken d ausgedrückt wird und m die Anzahl der übereinander liegenden Schichten bedeutet.

Beim Zusammenschieben wird der Schwerpunkt der Schicht (falls dieselbe im Verhältniss zu ihrer Länge sehr dünn gedacht wird) um $0,3183\ A = 0,3183 . 0,6366\ S = 0,2026\ S$ gehoben.

Die ganze zum Zusammenwölben der Schicht erforderliche mechanische Arbeit ist mithin:

$$L = \frac{\pi^2 . d^3}{12\ S^2} . E . 0,3634\, S + (S d \gamma + 0,6366\ S d m \gamma)\ 0,2026\, S$$
$$= \frac{0,2988\ d^3 . E}{S} + 0,2026\ S^2 . d\gamma\ (1 + 0,6366\ m)$$
$$= \frac{0,2988\ d^3 . E}{S} + S^2 d\gamma\ (0,2026 + 0,1290\ m) \quad - \quad - \quad (a$$

Wird eine zweite gleich lange und gleich dicke Schicht desselben Materiales, welche mit dem todten Gewicht G′ belastet ist, durch einen Seitenschub P′ in n halbkreisförmige (sich in einer horizontalen berührende) Falten gekräuselt, so ist die Kraft zum Zusammendrücken einer jeden dieser Fältchen von der Länge $\frac{S}{n} : \frac{\pi^2 . d^3 . E}{12 . \left(\frac{S}{n}\right)^2} = \frac{\pi^2}{12} . \frac{d^3 . n^2 . E}{S^2}$, und gleichgross ist auch die Kraft P′ zum Fälteln der n sich aufeinander stützenden Fältchen. Der Weg, welchen diese Kraft zurücklegt, ist wie oben $= 0,3634\ S$.

Da bei dem Faltungsprocess der Gesteine keinerlei Verdichtung durch Pressung vorausgesetzt werden darf, so wird die (mit horizontal gebliebenen Grenzebenen) n fach gefältelte Schicht ihre Dicke auf $\frac{d}{0,6366} = 1,5708\ d$ geändert haben, so dass ihr Schwerpunkt um $\frac{1,5708}{2}\, d - \frac{d}{2} = 0,2854\, d$ genoben ist; und um gleichviel das über ihr liegende todte Gewicht. Die zum Zusammenfälteln und Verdicken der Schicht erforderliche Arbeit ist mithin:

$$L' = \frac{0,2988\, d^3 \,.\, n^2 \,.\, E}{S} + 0,2854\, d\, (S d \gamma + G').$$

Besitzen die übereinander liegenden Schichten das gleiche Einheitsgewicht γ, und zusammengenommen die mittlere Höhe h', so ist $G' = A \,.\, h'\gamma = 0,6366\, S \,.\, h'\, \gamma$, und wenn wir h' wiederum in Schichtendicken ausdrücken, und m' die Anzahl der übereinander liegenden Schichten bedeutet, so wird
$G' = 0,6366\, S \,.\, d \,.\, m \,.\, \gamma$. Durch Einsetzen folgt:

$$L' = \frac{0,2988\, d^3 \,.\, n^2 \,.\, E}{S} + S d^2 \gamma (0,2854 + 0,1817\, m') \text{ — — (b}$$

Durch Proportionirung der Gleichungen (a) und (b) erhalten wir:

$$\frac{L}{L'} = \frac{\frac{0,2988\, d^3\, E}{S} + S^2 \,.\, d \gamma\, (0,2026 + 0,1290\, m)}{\frac{0,2988\, d^3\, n^2\, E}{S} + S d^2 \gamma\, (0,2854 + 0,1817\, m')}$$

$$= \frac{d^2 \,.\, E + (0,6780 + 0,4317\, m)\, S^3 \gamma}{d^2 \,.\, n^2 \,.\, E + (0,9552 + 0,6081\, m)\, S^2 d \gamma} \text{ — — — — — — (c}$$

Ist die Zusammenfaltung Folge der Contraction der Erdkruste, so wird die Arbeit L, welche auf eine oberflächliche Schicht der Kruste wirkt, sich zur Arbeit L', welche auf eine um h tiefere wirkt, nahe zu verhalten wie $\frac{R + h}{R}$, wobei R den Erdhalbmesser bedeutet. Wegen der Kleinheit von h im Vergleich zu R wird dieser Bruch aber so nahe Eins sein, dass wir $L = L'$ setzen können.

Unter dieser Voraussetzung folgt aus der Gleichung (c):

$$n = \sqrt{1 - \frac{S^2 \gamma}{d^2 E}[(0,9552 + 0,6081 m')d - (0,6780 + 0,4317 m) S]} \text{....(d}$$

Aus diesen Formeln lässt sich durch Substitution der für die jemalige Untersuchung verschiedenen numerischen Werthe die Relation der einzelnen Variablen unter verschiedenen Verhältnissen ableiten.

Führen wir in Gleichung (d) numerische Werthe für

S, γ, d, E ein, z. B. S = 1000 m; γ = 2550 kg pr. cbm Gneiss vom spec. Gewicht 2,55; d = 10 m; E = dem Zerdrückungsmodul mittelfesten Gneisses angenommen, da die Module für rückwirkende Festigkeit von Gesteinen unbekannt, d. i = 7300000 kg pr. qm; so erhalten wir:

$$n = \sqrt{+ 2335{,}89 - 21{,}24\, m' + 1507{,}93\, m}$$

Setzen wir m und m′ = 0, nehmen also die seitlich gedrückte Schicht unmittelbar an der Oberfläche liegend an, so wird die Faltenzahl n = 48,33; dagegen wird n = 1 wenn m = 0 und m′ = 109,92. Dieselbe Arbeit, welche ausreicht, eine oberflächliche Schicht zu 48 Falten zu werfen und auf 1,57 ihrer ursprünglichen Mächtigkeit zu verdicken, wird also in einer Tiefe von 1099 m noch eine Falte schlagen, zugleich aber die überliegende 1099 m hohe Decke um 318,3 m aufwölben. Behalten wir durchweg m = 0 bei, so würde die Faltenzahl n in verschiedenen Tiefen:

n =	1 für m′ =	109,9;	d. i. 1099 m unter Oberfläche.
=	3 . . . . =	109,5;	
=	6 . . . . =	108,3;	
=	9 . . . . =	106,1;	
=	12 . . . . =	103,2;	
=	15 . . . . =	99,4;	
=	18 . . . . =	94,7;	
=	21 . . . . =	89,2;	
=	24 . . . . =	82,8;	
=	27 . . . . =	75,6;	
=	30 . . . . =	67,6;	
=	33 . . . . =	58,7;	
=	36 . . . . =	48,9;	
=	39 . . . . =	38,3;	
=	42 . . . . =	26,9;	
=	45 . . . . =	14,6;	
=	48 . . . . =	1,5;	d. i. 15 m unter Oberfläche.

Diese Tabelle gibt jedoch nur eine einseitige ideelle Vorstellung von dem Vorgang der gleichzeitigen Faltung übereinander liegender Schichten. Da die höheren Schichten an der Krümmung der unterliegenden mehr oder weniger Theil nehmen müssen, während sie gleichzeitig auch je für sich gefaltet werden, so sind sie mehrfacher Faltung ausgesetzt und es treten andere Verkürzungen (und Faltenzahlen) ein als die im vorstehenden unter Voraussetzung einfacher Faltung und biegsamen Materiales berechneten.

(Schluss folgt.)