Diverse Berichte

Briefwechsel.

Mittheilungen an die Redaction.

Heidelberg, August 1884.

Nephelingesteine in den Vereinigten Staaten.

Bei den geologischen Untersuchungen, welche ich im Auftrage der Northern Transcontinental Survey im Jahre 1883 im Territorium Montana der Vereinigten Staaten ausführte, wurde mir Gelegenheit in den Crazy Mountains, einer isolirten Kette nördlich vom Yellowstone-Fluss und am östlichen Rande des Gebiets der eigentlichen Hochgebirge, eigenthümliche Eruptivgesteine zu sammeln, welche in Gängen, Kuppen und Stöcken die ziemlich flach liegenden Sandsteine und Conglomerate der späteren Kreide (vielleicht auch des älteren Tertiär) jener Localität durchbrechen. Dieselben bestehen aus Nephelin, gelegentlich mit geringen Mengen eines triklinen Feldspathes, meist reichlichen Mengen eines Minerals der Sodalithgruppe, welches in einigen Gesteinen als Sodalith, in anderen als Hauyn bestimmt werden konnte, aus Augit, einem durch seine merkliche Auslöschungsschiefe auffallenden Magnesiaglimmer, Olivin, Magnetit, Apatit und den üblichen accessorischen Gemengtheilen.

Diese Eruptivmassen gehören demnach den in den Vereinigten Staaten vor den Untersuchungen der Northern Transcontinental Survey noch nicht nachgewiesenen Typen der Nephelingesteine und Nephelintephrite an. — Mir weitere ausführliche Mittheilungen für später vorbehaltend, glaubte ich doch die interessante Thatsache schon jetzt constatiren zu sollen.

J. Eliot Wolff.

Heidelberg, September 1884.

Beobachtungen an einigen Schiefern von dem Berge Poroschnaja bei Nischne-Tagilsk im Ural.

In der Arbeit von J. Macpherson[1] über die Gesteine aus der spanischen Provinz Galicien findet sich die Beschreibung eines mit dem Vulgär-

[1] J. Macpherson: Apuntes petrograficos de Galicia. Anal Soc. Esp. de hist. nat. X. 1881.

namen „Duelo“ bezeichneten Gliedes der Formation der krystallinen Schiefer, das in den wesentlichsten Punkten mit einem Gestein übereinstimmt, welches Gustav Rose[2] aus dem Ural unter dem Namen Listwänit besprochen hat. Um festzustellen, wie weit diese Analogie gehe, unternahm ich auf Veranlassung von Herrn Prof. H. Rosenbusch die Untersuchung einer kleinen Suite von Handstücken von dem Berge Poroschnaja bei Nischne-Tagilsk, welche sich in der Sammlung des Heidelberger mineralogisch-geologischen Instituts vorfindet. Dieselbe umfasst eine Anzahl schiefriger Gesteine, welche nach den Angaben von Gustav Rose (l. c. II. 537) im engsten Verbande stehen und gleichförmig gelagert erscheinen.

Listwänit. — Die Untersuchung der mir vorliegenden Proben von Listwänit ergibt, dass das Gestein eine bald deutlich schiefrige, bald mehr regellos körnige Structur besitzt und wesentlich aus rothbraunem Magnesiacarbonat und grünlichweissem Talk besteht; daneben treten accessorisch Körner von Chromeisen auf. Als Zersetzungsprodukt auf den Spaltflächen des Carbonats ist Eisenoxydhydrat ausgeschieden. Über die einzelnen Gesteinselemente konnte folgendes festgestellt werden. Das Carbonat bildet von einander isolirte Körner, welche nur selten Krystallformen erkennen lassen. Im auffallenden Lichte zeigt dasselbe braune Farbe, im durchfallenden Lichte graue; im Dünnschliffe tritt ebenso wie für das blosse Auge seine vollkommene rhomboëdrische Spaltbarkeit deutlich hervor. Die Schnitte senkrecht zur Hauptaxe lassen im convergenten Lichte eine Axe mit vielen farbigen Ringen und negativem Charakter der Doppelbrechung erkennen. Auf den Spaltrissen des Carbonats und um dasselbe herum ist Eisenoxydhydrat abgelagert, welches die braune Färbung bedingt.

Die Analyse des Carbonats, zu welcher 0,3936 Gr. verwendet wurden, ergab folgende Zusammensetung:

$MgCO_3$	73,47 %
$FeCO_3$	19,94 „
$CaCO_3$	7,47 „
	100,88 %

Das Carbonat ist hiernach als ein kalkhaltiger Breunnerit zu bezeichnen. Hervorzuheben ist noch, dass der Breunnerit Einschlüsse von kleinen Chromitkörnchen führt.

Der Talk bildet einen Kitt, in welchen der Breunnerit eingebettet liegt. Makroskopisch ist seine Farbe weiss bis bläulich und hellgrünlich; er bildet eine kompakte Masse, welche weder äussere Krystallformen noch breite Spaltlamellen zeigt. Mikroskopisch besteht er aus lauter feinen verwirrt gelagerten Schuppen.

Unter dem Mikroskop konnte man mit Sicherheit an losgelösten, kleinen Schuppen erkennen, dass sie zweiaxig seien und einen kleinen Axenwinkel besitzen mit negativem Charakter der Doppelbrechung. Die mit 0,3194 Gr. ausgeführte Analyse zeigte folgende Zusammensetzung:

---

[2] Mineralogisch-geologische Reise nach dem Ural, dem Altai und dem kaspischen Meere von Gustav Rose. I. Berlin 1837. II. Berlin 1842.

		Molekulargewichtsproportionen multiplicirt mit 100.	
SiO_2	62,61 %	104,0	
FeO	3,44 „	4,8	79
MgO	29,55 „	73,9	
H_2O	5,18 „	28,8	
	100,78 %		

Danach ist $(MgO + FeO) : SiO_2 : H_2O = 3 : 4 : 1,1$ und die Zusammensetzung die normale des Talkes.

Der kleine Überschuss an Wasser dürfte daher rühren, dass das Pulver vor der Bestimmung des Wassers nicht ausgetrocknet war.

Die Thatsache, dass der Talk keine blättrigen Massen mit deutlicher Spaltbarkeit bildet, sondern grössere Körner von verworren feinschuppiger Structur, deutet darauf hin, dass der Talk nicht ursprünglicher Gemengtheil, sondern eine Pseudomorphose nach einem solchen sei. Es wurde jedoch vergeblich versucht, aus der äusseren Begrenzung der Talkkörner, wie man sie durch Auflösung des Carbonats blosslegen kann, oder aus der Anordnung der diese bildenden Schuppen Anhaltspunkte für die Bestimmung des Mutterminerals zu finden.

Chromeisen tritt accessorisch auf, ist im ganzen Gestein zerstreut und bildet kleine und grössere Körner ohne Krystallformen; die Oberfläche unter dem Mikroskop ist rauh und zeigt ganz schwarze Farbe. Mit dem Magnet aus dem feinen Gesteinspulver von Listwänit ausgezogene schwarze metallglänzende Körner geben chromgefärbte Perlen.

Entgegen dem von mir untersuchten Listwänit von dem Berge Poroschnaja, welcher wie der von Macpherson besprochene „Duelo“ quarzfrei ist, sind die von G. Rose beschriebenen Listwänite von Beresowsk, Nischne-Tagilsk, Berkutskaja Gora, Goldgrube Perwo-Pawlowsk bei Miask, auf dem Wege zwischen Miask und Slatoust, bei Ufaleisk quarzhaltig, ja stellenweise quarzreich. Ausserdem wird der Chromit nicht daraus angegeben; wohl aber erwähnt G. Rose als local verbreitete accessorische Gemengtheile Eisenglanz (Beresowsk, Berkutskaja Gora) und Eisenkies (Beresowsk).

Die Vergleichung der quarzfreien Listwänite mit dem galicischen „Duelo“ ergibt, dass beide Vorkommnisse in allen wesentlichen Punkten identisch sind, dann also auch für das galicische Gestein die Bezeichnung quarzfreier Listwänit die richtige sein würde.

In naher Verwandtschaft zu dem Listwänit steht auch der von K. Pettersen entdeckte Sagwandit; dass der Talk des Listwänit aus einem ursprünglich vorhanden gewesenen Pyroxenmineral seinen Ursprung nahm, ist möglich, aber durchaus nicht nachgewiesen.

Magnesit. — Der mit dem Listwänit zusammen auftretende Magnesit bildet krystallinische Massen, welche hauptsächlich aus Magnesit, accessorisch aus Pyrit, Feldspathen und Quarz bestehen, von lichtgrauer bis graugrüner Farbe, mit weissen Adern. 91,5 % des Gesteins lösten sich in warmer HCl; die Lösung enthielt neben Magnesia und Eisenoxydul auch geringe Mengen von Chromoxyd, welches als ein feinvertheiltes Pigment erscheint.

An dem vielfach in Trümern und Häufchen zusammengedrängten Mineral der Chloritgruppe liess sich durch Untersuchung losgelöster Schüppchen feststellen, dass sie optisch zweiaxig bei ziemlich grossem Axenwinkel seien, und dass dieselben einen schwachen Pleochroismuss besassen. Danach sowie nach den chemischen Reaktionen scheinen sie zum Klinochlor gestellt werden zu müssen.

Amphibolit. — Die Untersuchung des mir vorliegenden Handstückes von Amphibolit ergibt, dass es ein grünlich schwarzes mit weissen Adern durchzogenes, — letztere lösen sich in Essigsäure und bestehen aus Calcit — feinkrystallinisches Gemenge aus Plagioklas, Hornblende, Epidot und accessorischem Titanit ist.

Die Schieferstructur ist sehr schwach ausgesprochen und nur unter dem Mikroskop sieht man säulenförmig ausgebildeten Plagioklas und Hornblende, welche in paralleler Richtung orientirt sind. Das Gestein ist ganz frisch.

Mikrochemische Reaktionen wiesen in dem ungelösten Theile reichlichen Na-Gehalt nach.

Über die einzelnen Gesteinselemente konnte folgendes festgestellt werden.

Der Magnesit hat weisse Farbe, und bildet unregelmässig begrenzte Körner mit rhomboëdrischer Spaltbarkeit; die Körner, welche im Schliffe senkrecht zu der Axe geschnitten waren, zeigten eine optische Axe mit negativem Charakter der Doppelbrechung und zahlreichen farbigen Ringen.

Der Pyrit kommt in Körnern und in kleinen Krystallen vor, an denen die Formen des Pentagondodekaëders allein oder in Combination mit dem Würfel, und des Rhombendodekaëders mit dem Würfel wahrgenommen wurden. Mit dem Pyrit sind oft roth durchsichtige, unregelmässig begrenzte Blättchen verbunden, welche wohl Eisenglanz sein dürften, die auf bekannte Weise aus dem Pyrit entstanden.

Ausser dem, im reflectirten Lichte speisgelben Pyrit beobachtet man unter dem Mikroskop schwarze Körner, welche meistens grün umrandet sind und welche Chromeisen sein dürften.

Der in dem Magnesit accessorisch auftretende Feldspath ist triklin und bildet unregelmässige, wasserhelle und frische Körner, welche die charakteristische Zwillingsbildung zeigen. An den grösseren Individuen kann man nachweisen, dass die Axenebene fast senkrecht auf derjenigen Fläche steht, welche keine Zwillingsstreifung wahrnehmen lässt. Mikrochemisch liess sich Na in reichlicher Menge, Ca nicht sicher nachweisen und somit dürfte der Feldspath zu dem Albit zu stellen sein, welcher so gern in verwandte Carbonate (Dolomite) eingebettet ist. Zu erwähnen ist es, dass dieser Albit Rhomboëder eines stark doppelbrechenden Carbonates, wohl des Magnesites (oder Breunnerites) umschliesst. Wasserhelle, unregelmässig begrenzte, im convergenten Lichte als einaxig und positiv erkennbare Körner wurden als Quarz gedeutet.

Kalkphyllitgneiss. — Als Kalkphyllitgneiss muss seiner Zusammensetzung nach ein thonschieferähnliches Gestein derselben Localität benannt werden, welches bei schwarzbrauner Farbe in hohem Grade schiefrig ist, und in welchem man grünliche und weisse Flecken und Äderchen erkennt.

Die grüne Substanz besteht aus Blättchen eines Minerals der Chloritgruppe, die weissen Partien werden von einem Carbonat gebildet, welches, wie der Querbruch des Gesteins zeigt, keine regelmässig parallelen Lagen darstellt.

Bei Behandlung mit Säuren erwies sich das Carbonat als ein wenig Eisen- und Magnesia-haltiger Calcit. Der grössere, in Salzsäure unlösliche Theil des Schiefers war durch Eisenglanztäfelchen rothbraun gefärbt und ergab bei Behandlung mit Kieselflusssäure starke Na-Reaktion.

Als Hauptgemengtheil des Gesteins muss der Feldspath bezeichnet werden, welcher unter dem Mikroskop wasserhelle, kleine Krystallkörner mit der Zwillingsstreifung der Plagioklase bildet und gelegentlich schwarze Körnchen umschliesst, deren Natur nicht festgestellt werden konnte.

Quarz scheint nur in geringer Menge zugegen zu sein; die kleinen Körnchen desselben wurden nach ihrer Einaxigkeit mit positivem Charakter als Quarz bestimmt.

An den einzelnen Gemengtheilen wurde Folgendes beobachtet.

Die Hornblende bildet säulenförmige Krystalloide ohne deutliche Terminalbegrenzung, mit prismatischer Spaltbarkeit, welche im Querschnitte einen Winkel von nahezu 124° zeigt. Die Krystalloide sind nicht stark pleochroitisch und zeigen den Pleochroismus $\mathfrak{c}$ = grün, $\mathfrak{b}$ = grün, $\mathfrak{a}$ = gelb. Die Auslöschungsschiefe auf dem Klinopinakoide beträgt 15°—20°; die Axenebene liegt symmetrisch.

Der Plagioklas erscheint in Form von Leisten, und zeigt die für Plagioklase eigenthümliche Zwillingsstreifung an zahlreichen, aber nicht allen Individuen. Man beobachtet bei einigen Körnern die Umwandlung in Glimmer oder Kaolin. Die mikrochemischen Reaktionen haben hohen Na- und geringen Ca-Gehalt dargethan.

Epidot kommt in fast wasserhellen Körnern vor, die nur dann gelb erscheinen, wenn das Licht sie mit Schwingungen parallel $\mathfrak{a}$ durchläuft. Der Brechungsexponent ist sehr hoch und die Axenebene liegt senkrecht zu der an den Körnern beobachteten pinakoidalen Spaltbarkeit. Als Interpositionen im Epidot beobachtet man zahlreiche ziemlich grosse doppelbrechende, wasserhelle, abgerundete Körner, deren genaue Bestimmung nicht möglich war.

Der nur in kleinen Körnern und Körnerhäufchen auftretende Titanit zeigte die gewöhnlichen Erscheinungen, welche man bei den aus Ilmenit hervorgegangenen Vorkommnissen wahrnimmt.

Der vorliegende Amphibolit ist nach seiner ganzen Erscheinungsform solchen Amphiboliten nahe verwandt, wie sie in paläozoischen Schichten-Systemen, aus Diabasen hervorgegangen, vielfach gefunden werden. Er zeigt nicht die Eigenthümlichkeiten derjenigen Amphibolite, welche im Gebiet der krystallinen Schiefer des Grundgebirges in naher Beziehung zu Amphibolgneissen auftreten. Wenn es gestattet ist, aus den petrographischen Charakteren der Gesteine auf die Formation zurückzuschliessen, welcher sie angehören, so würde man annehmen dürfen, dass die Poroschnaja Gora bei Nischne-Tagilsk mehr oder weniger tief paläozoischen Horizonten zuzurechnen sei. **M. von Miklucho-Maclay.**

Stockholm, October 1884.

Über die Beziehungen der isländischen Gletscherablagerungen zum norddeutschen Diluvialsand und Diluvialthon.

In seiner hochinteressanten Abhandlung „Vergleichende Beobachtungen an isländischen Gletscher- und norddeutschen Diluvialablagerungen“ (Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanstalt 1883) bespricht Herr Dr. Keilhack die Übereinstimmung, welche zwischen den Sanden des unteren Diluviums und den Ablagerungen der isländischen Gletscherströme (Hvitåar) stattfindet. Er scheint hiebei vollkommen übersehen zu haben, dass Torell dieselbe Vergleichung schon vor 12 Jahren angestellt hat. Da es natürlicher Weise sehr interessant und wichtig ist, dass zwei Forscher von einander unabhängig zu denselben Resultaten gekommen sind, glaube ich den deutschen Geologen einen Dienst zu leisten, indem ich hier in deutscher Übersetzung einige Zeilen aus Torell's Arbeiten wiedergebe.

In „Undersökningar öfver istiden“ (Öfversigt af Vetenskaps Akademiens Förhandlingar 1872, No. 10, pag. 63) schreibt er wie folgt: „Während einer Reise nach Deutschland 1865 kam ich durch einen Vergleich mit den schon mehrere Jahre vorher auf Island gemachten Beobachtungen, betreffend diese Ablagerungen („Diluvialsand und Diluvialthon“), zu einer Auffassung, welche nach meiner Meinung die Entstehungsweise derselben erklärt. Auf Island hat die Mehrzahl der grossen Gletscher (Jöklar) ein ganz anderes Aussehen als die Gletscher der Alpen. Die von ewigem Schnee und Gletschern bedeckten Gebirge zeigen grösstentheils gar keine malerischen Alpenformen, sondern sehen eher — besonders von Ferne — wie grosse schnee- und eisbedeckte Plateaus aus. Die Gletscher derselben breiten sich oftmals sehr weit über die Tiefebenen aus und haben dann ein Aussehen wie grosse Felder von Eis. Dies Aussehen ist so charakteristisch, dass schon Olavsen und Ponelsen die Gletscher Islands in Gebirgsgletscher und in solche, welche sich als Eisdecken über die Tiefebenen ausbreiteten, trennten. Die überall, z. B. vom Rande des Oraefajökels, hervordringenden Gletscherströme breiten über die vor dem Gletscher befindliche Ebene mitgeschwemmte Gerölle, Grus, Kies und Sand aus, und das Meer wird auch hiedurch so aufgegrundet, dass auf solchen Stellen kein Hafen, wohl aber lange Sandriffe vorkommen. Die Ströme sind ebenso seicht wie zahlreich und man kann gewöhnlich über dieselben reiten. Ein und derselbe Strom kann von mehreren kleineren zusammengesetzt sein, welche jedoch schliesslich sich vereinigen. Hornefjot wird solchergestalt in der Nähe des Gletschers in ungefähr 30 breite und strömende, aber sehr seichte Arme getheilt, welche bald getrennt sind, bald aber zusammenfliessen. Diese Ströme haben folglich keine bestimmte Strombetten, sondern diese wechseln unaufhörlich. Die Ursache davon ist ohne Zweifel die stetige Umlagerung der losen Ablagerungen, welche von dem strömenden Wasser ununterbrochen umgearbeitet und mitgeführt werden. Nach einem heftigen Regen habe ich einmal eine ausgedehnte Ebene vor einem Gletscher so überschwemmt gefunden, dass dieselbe an ihr Aussehen vom vorigen Tage

gar nicht erinnerte . . . Wenn diese Beobachtungen für Skandinavien und das erratische Gebiet der Eiszeit angewandt werden, und wenn man dazu erkennt — was ich beweisen zu können glaube — dass das skandinavische Binneneis sich einmal bis an die Grenze der erratischen Geschiebe ausgedehnt hat, so nehme ich an, dass die Formationen der nordeuropäischen Ebene vor dem Binneneise von den zahllosen Gletscherströmen denudirt und umgearbeitet worden sind, so dass neue geschichtete Ablagerungen von derselben Beschaffenheit und Zusammensetzung wie der Diluvialsand und Diluvialthon entstanden sein können, die unter solchen Umständen ihr Material sowohl von den unterliegenden Formationen, wie von den vom Eise mitgebrachten fremden Gesteinen durch die Wirksamkeit der Gletscherströme bekommen haben. Dagegen würden grössere Geschiebe in diesen Ablagerungen selten vorkommen. Das im Fortschritt begriffene und über diese Lager sich bewegende Eis würde dieselben später zum Theil denudiren und wohl auch durch seinen Druck solche Schichtenstörungen wie bei Glumslöf und Sletten (contorted drift) verursachen, bis es sie endlich mit seinen Grundmoränen, Geschiebethon, „krosstenstera“ bedeckte. Während der oscillatorischen Bewegungen des Eises dürften nicht selten Einlagerungen von Grundmoränen zwischen den geschichteten Lagen der Ströme — wie bei Glindow und möglicher Weise auch bei Lomma und Bjerred — entstehen können.“ —

Zu dem oben Gesagten, das den ersten Vergleich der diluvialen Thon-, Sand- und Grus-Ablagerungen (unteres Diluvium) mit den Bildungen der isländischen Gletscherflüsse darstellt, will ich noch hinzufügen, dass die geologische Landesuntersuchung Schwedens schon 1877 die Benennung „Hvitåsand“ und „Hvitålera“ für „Diluvialsand“ und „Diluvialthon“ eingeführt hat. In der Beschreibung zur Section Båstad (Ser. Aa No. 60) von Hummel sagt Torell in einer Fussnote pag. 15: „Da dies Kartenblatt das erste von der geologischen Landesuntersuchung publicirte ist, auf welchem jene Ablagerungen, die ausserhalb Schweden Diluvialsand und Diluvialthon genannt worden sind, vorkommen, habe ich es für zweckmässig gehalten, neue und wenn möglich schwedische Benennungen für verschiedene hier vorkommende Ablagerungen der Eiszeit einzuführen. Mit der Benennung Hvitålera und Hvitåsand (als Synonym mit Diluvialthon und Diluvialsand) werden diejenigen Ablagerungen bezeichnet, welche die Gletscherströme in süssem Wasser abgesetzt haben. Diese Namen sind deswegen gewählt, weil ähnliche Schlamm-führende Ströme auf Island „Hvitåar“ genannt worden sind.“ —

Der Vergleich der Sandablagerungen des unteren Diluviums mit den Ablagerungen der isländischen Hvitåar, welchen Herr Keilhack in seiner Abhandlung gemacht hat, ist also schon längst von Torell ausgeführt worden. Dies verringert natürlich in keiner Hinsicht Herrn Keilhacks Verdienst; die Richtigkeit der Torell'schen Ansicht hat gerade durch Herrn Keilhack's ganz unabhängige Arbeit nur eine weitere Stütze bekommen.

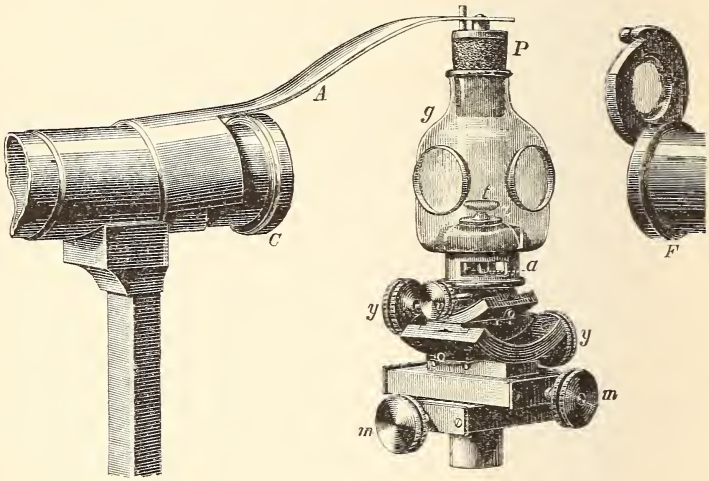
A. G. Nathorst.

Königsberg i. Pr., d. 1. October 1884.

Über eine Goniometervorrichtung, welche zur Messung zersetzbarer Krystalle dient.

In der Abhandlung: „Das neue Goniometer der k. k. geologischen Reichsanstalt. Jahrb. k. k. geol. Reichsanst. 1884, Bd. 34, S. 321“ spricht Herr A. Brezina auf S. 322 die Ansicht aus, dass sich die von ihm a. a. O. S. 329[1] besprochenen „Vorrichtungen für Messung zersetzbarer Substanzen kaum anders als an Verticalinstrumenten anbringen lassen“. Es ist aber schon vor mehreren Jahren von Herrn R. Fuess in Berlin als ein Attribut seiner Reflexionsgoniometer mit horizontalen Theilkreisen eine Vorrichtung construirt worden, welche demselben Zwecke dient, wie die von Herrn Brezina beschriebene Stopfbüchse. Da jener Apparat nicht allgemein bekannt zu sein scheint, so möge derselbe hier in Kürze erläutert werden.

In die Centrir- und Justirvorrichtung *m m y y* des Goniometers (vgl. die untenstehende Figur) wird an Stelle des Tischchens ein kurzer Hohlcylinder, dessen Wand an drei Stellen durchbrochen ist, eingesetzt und mit Hilfe der Schraube *v* befestigt. In die Durchbohrung dieses Cylinders



ist eine kleine, ebenfalls durchbohrte Kugel *z* allseitig drehbar eingelassen. Die Durchbohrung der Kugel dient zur Aufnahme eines kleinen Tischchens *z*, dessen Stiel *a* in den Hohlcylinder hineinragt und auf diese Weise einen durch die Cylinderausschnitte zugänglichen Hebel darbietet. Vermittelst eines Blechstückes kann man den Stiel *a*, also auch das Tischchen *z* nach allen Seiten neigen. So gelingt es eine annähernde Justirung des auf *t* befestigten Krystalles herbeizuführen. Die vollkommene Justirung wird alsdann wie gewöhnlich mit Hilfe der Cylinderschlitten *y y* bewirkt.

[1] Vgl. A. Brezina: Krystallogr. Untersuchungen, I. Theil. 1884. S. 100. — Dies. Jahrb. 1884. I. -170-.

Der Krystall wird mit einem Glasfläschchen *g* bedeckt, dessen eingedrückter Boden durchbohrt und auf die sphärisch gewölbte Endfläche des Hohlcylinders aufgeschliffen ist. Der innere rinnenförmige Bodenrand dient zur Aufnahme von Schwefelsäure, Chlorcalcium, Wasser u. dergl. Wird die Endfläche des Hohlcylinders mit Öl benetzt, so findet ein luftdichter Verschluss des Fläschchens statt, der auch erhalten bleibt, wenn bei der Justirung des Krystalles der Hohlcylinder eine zur Axe des Fläschchens geneigte Lage annimmt, oder wenn bei der Drehung des Krystallträgers der Hohlcylinder in der Durchbohrung des Fläschchens gleitet. Damit bei dieser Drehung die Stellung des Fläschchens zum Goniometer unverändert bleibe, ist auf das Collimatorrohr *C* eine Federklammer *A* gesetzt, welche mit ihrem bis zur Axe des Goniometers reichenden Arme auf den die obere Öffnung des Fläschchens verschliessenden Gummipfropfen *P*, der in der Mitte einen kegelförmig zugespitzten Stift trägt, drückt. Ein zweiter in einen Ausschnitt des Armes *A* greifender Stift jenes Pfropfens verhindert, dass dem Fläschchen *g* bei der Drehung des Krystallträgers eine Bewegung ertheilt werde.

In die Wand des Glasfläschchens *g* sind zwei auf einander senkrecht stehende planparallele Glasplatten eingesetzt, welche dem aus dem Collimator *C* austretenden Lichte den Zugang zum Krystall und dem am Krystall gespiegelten Lichte den Austritt nach dem Beobachtungsfernrohr *F* hin gestatten. Da die Durchmesser der Platten gross sind im Verhältniss zu dem Durchmesser des Fläschchens, so ist der Einfallswinkel des Lichtes nicht an zu enge Grenzen gebunden. **Th. Liebisch.**

Bonn, 21. October 1884.

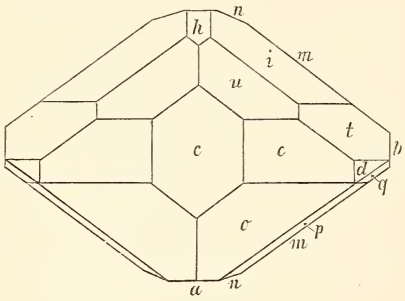
Über Colemanit.

Bei meiner Anwesenheit in San Francisco zeigte mir Herr Henry G. Hanks, Staatsmineraloge, bewundernswerth schöne Krystalle, welche er vor kurzem als eine krystallisirte Varietät des „Colemanits“ aus der Gegend der Dry Lake's im südöstlichen Californien erhalten hatte. Über den Namen, welchen ich zum ersten Male hörte, belehrte mich Herr Hanks mit Hinweis auf den von ihm verfassten Third Annual Report of the State Mineralogist, 1883. Als „Colemanit“ wurde zu Ehren von Herrn William T. Coleman in S. Francisco, einem der Begründer der Borax-Industrie in den pacifischen Staaten, eine Varietät des Priceit aus dem Death Valley, Inyo Co., Californien, genannt. Gleich dem Pandermit (s. Sitzungsber. der niederrhein. Gesellsch. v. 2. Juli 1877, Bonn) ist der Priceit und Colemanit ein wasserhaltiges Kalkborat. In dem gen. Report findet sich eine Analyse des Colemanit vom Death Valley, ausgeführt durch Herrn Thom. Price (März 1883), deren Ergebniss: Borsäure 48,12, Kalkerde 28,43, Wasser 22,20, Thonerde und Eisenoxyd 0,60, Kieselsäure 0,65. Nach Abzug der als Verunreinigung zu betrachtenden Stoffe berechnet sich die Mischung:

Borsäure	48,72
Kalkerde	28,79
Wasser	22,49
	100,00

welche sehr nahe mit dem Priceit aus Curry Co., Oregon (s. Second Appendix to Dana's Mineralogy), übereinstimmt.

Die neuen Krystalle (1 bis 2 ctm gross), durchsichtig, fast wasserhell, von herrlicher Flächenbeschaffenheit, eine der schönsten monoklinen Combinationen darbietend, erweckten meine Bewunderung in dem Masse, wie nur je ein neuer und ausserordentlicher Mineralfund. Um den allgemeinen Eindruck der Krystalle anzudeuten, erwähne ich, dass ich sie zuerst — da eine Identificirung der von Price analysirten derben Substanz mit diesen Krystallen nicht sicher war — für Datolith, für das prachtvollste je gesehene Vorkommen des Datoliths, hielt. Eine etwas genauere Betrachtung lässt indess sogleich die vollkommene Spaltbarkeit parallel dem Klinopinakoid auffinden, welche die neuen Krystalle sogleich wesentlich vom Datolith unterscheidet. Sie zeigt die gewöhnliche Combination in einer geraden Projektion auf die Horizontalebene. Axenelemente



$$\dot{a} : \bar{b} : \dot{c} = 0{,}7769 : 1 : 0{,}5416.$$

$$\beta \text{ (Winkel der Axen a und c vorne)} = 110^0\ 16\tfrac{2}{3}'$$

Beobachtete Formen:

o = —P (111); u = P ($\bar{1}$11); p = —3P (331); q = —3P3 (131); i = 2P (221); t = 2P2 ($\bar{1}$21); e = P∞ (011); d = 2P∞ (021); h = 2P∞ ($\bar{2}$01); m = ∞P (110); n = ∞P2 (210); a = ∞P∞ (100); b = ∞P∞ (010); c = oP (001).

Die Axenelemente wurden aus folgenden Fundamentalmessungen abgeleitet: mm′ = 107° 50′, cm = 106° 16′, ce = 153° 4′. Die Übereinstimmung der gemessenen mit den berechneten Winkeln darf als sehr befriedigend bezeichnet werden. Specif. Gew. = 2,417, Härte etwas über Apatit. Die Krystalle sind in Drusenräumen einer derben weissen bis lichtgelblichen Varietät des Colemanits in Begleitung kleiner Quarzkrystalle aufgewachsen. Herr Dr. Bodewig ist mit einer genauen Analyse des neuen Vorkommens beschäftigt, nach deren Vollendung eine ausführlichere Mittheilung erfolgen wird. In dem mehrerwähnten Report ist (S. 36) bereits des Vorkommens schöner Krystalle von „Colemanit“ in den Borax-Lagerstätten des bis 110 e. F. unter dem Meeresspiegel eingesenkten Death Valley's erwähnt.

Einer brieflichen Mittheilung des Prof. Wendell Jackson, Universität von Californien (d. d. Berkeley, 26. Sept.), zufolge dürfen wir auch von ihm eine Untersuchung der „Colemanit“-Krystalle erwarten.

G. vom Rath.

Ueber die Ein- und Mehrdeutigkeit der Fundamental-Bogen-Complexe für die Elemente monoklinischer Krystall-Gattungen.

Von

Mart. Websky in Berlin.

(Mit 1 Holzschnitt.)

(Abgedruckt aus dem Sitzungsberichte der Kgl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom 17. April 1884.*)

Die Berechnung der krystallographischen Elemente aus drei gewählten Fundamental-Bögen für ein monoklinisches Axensystem hat die besondere Schwierigkeit, dass der Gang derselben nicht, wie bei den übrigen Krystallisations-Systemen — das triklinische eingeschlossen — in einen einheitlichen Rahmen gefasst werden kann, sondern eine grosse Anzahl von Sonderverhältnissen darbietet.

In meinem Vortrage am 1. März 1880[1] habe ich die erforderlichen Eigenschaften der zu wählenden Fundamental-Bögen und die Limiten der die Aufstellung begründenden Willkür in der Wahl der Fundamental-Flächen-Symbole besprochen, doch ist in den daraus gezogenen Consequenzen der Umfang der aufkommenden Casuistik keineswegs erschöpft, auch die Frage der Ein- und Mehrdeutigkeit der Resultate nicht ganz richtig zum Ausdruck gebracht worden.

---

* Am Schlusse ist die Arbeit mit Zustimmung des Herrn Verfassers etwas gekürzt. Die Red.

[1] Sitzungsberichte 1880, S. 240—257.

Wenn man den letzteren Gesichtspunkt in den Vordergrund stellen will, wird es nothwendig, einen anderen Eintheilungs-Modus der verschieden möglichen Fälle ins Auge zu fassen.

Eindeutig sind allemal diejenigen Fälle, in denen zu Fundamental-Bögen zwei aneinander schliessende Bögen zwischen drei, der concreten Reihenfolge nach, sonst willkürlich symbolisirten Flächen e_1, e_2, e_3 der auf der Symmetrie-Axe OB senkrechten Zone $[aec]$ gewählt sind, der dritte, von e_1 oder e_2, e_3 ausgehend, nach einer vierten Fläche g führt, welche, in einer der Zonen $[e_1 b]$ oder $[e_2 b]$, $[e_3 b]$ belegen, nicht mit $b = (\infty a : b : \infty c)$ zusammenfällt, bezüglich des Axenschnittes $\frac{a}{\mu}$ demgemäss, im Axenschnitt $\frac{b}{\nu}$ — mit Ausschluss der Werthe $\frac{b}{\infty}$ und $\frac{b}{0}$ — willkürlich symbolisirt ist. Es sind dies die Fälle, welche ich damals unter A, 1. a, b (ibid. p. 248) aufführte und welche direct die Grundlagen der zu den Elementen selbst führenden Schlussrechnung enthalten.

Eindeutig sind ferner die Fälle, in denen als erster Fundamental-Bogen der zwischen zwei willkürlich symbolisirten Flächen e_1, e_2 der Zone $[aec]$ belegene genommen wird und die weiteren zwei Bögen von e_1 und e_2 aus nach einer Fläche g führen, welche nicht in den Zonen $[aec]$, $[e_1 b]$, $[e_2 b]$ belegen ist; das Symbol dieser Fläche ist im Axenschnitt $\frac{b}{\nu}$ — mit Ausschluss der Werthe $\frac{b}{\infty}$, $\frac{b}{0}$ — willkürlich wählbar, im Axenschnitt $\frac{a}{\mu}$ aber nach Maassgabe der Bögen $e_1 e_2$, $e_1 g$, $e_2 g$ limitirt (ibid. p. 247, 252). Es sind dies die damals sub B, 1. aufgeführten Fälle.

Eindeutig wird auch das Resultat, wenn gleichfalls als erster Fundamental-Werth ein Bogen $e_1 e_2$ zwischen willkürlich symbolisirten Flächen der Zone $[aec]$ gewählt wird, der zweite Bogen in Zone $[e_1 b]$ (resp. $[e_2 b]$) von e_1 (resp. e_2) nach einer nur im Schnitt $\frac{b}{\nu}$ willkürlich symbolisirten Fläche g geht, der dritte Fundamental-Bogen aber von g aus in Zone $[g e_2]$, (resp. in Zone $[g e_1]$) gewonnen wird nach einer vierten Fläche h, deren Symbol im Sinne der Zonenlage und concreten Reihenfolge sonst willkürlich gewählt werden darf.

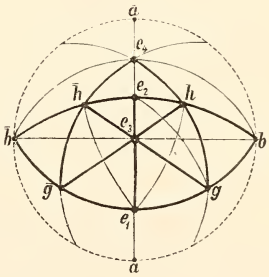
Wird an Stelle dieses dritten Winkels gh der Normalenbogen von h nach $b = \infty a : b : \infty c$ benutzt, so ist das Resultat zweideutig, weil alsdann der abgeleitete Werth $= \sin gh$ sich auf einen Bogen $gh <$ oder $> 90^0$ beziehen kann; wenn das Augenmaass nicht ausreicht, entscheidet eine Auxiliar-Messung des Bogens gh.

Es bleiben nun noch die Gruppirungen übrig, bei denen die Aufstellung des Krystalls durch die willkürliche Wahl der Symbole zweier Octaïdflächen $g = \frac{a}{\mu_1} : \frac{b}{\nu_1} : c$ und $h = \frac{a}{\mu_2} : \frac{b}{\nu_2} : c$ bedingt wird, welche nicht der Zone $[aec]$ angehören, auch nicht mit $b = (\infty a : b : \infty c)$ zusammenfallen. Es möge für die Folge vorausgesetzt sein, dass g und h stets auf der rechten Seite der Symmetrie-Ebene belegen seien, auch die Fundamental-Bögen durchweg in Werthen $< 180^0$ ausgedrückt werden. Um die Zahl der erforderlichen Fundamental-Bögen zu erreichen, müssen, wenn der Bogen gh benützt wird, noch zwei, sonst drei Bogen-Abstände herbeigezogen werden, welche auf Flächen führen, deren Symbole auf dem Wege der Deduction mit Berücksichtigung der Symmetrie-Verhältnisse aus der für g und h getroffenen Wahl hergeleitet werden können.

Es sind dies zunächst die symmetrisch liegenden Flächen $\bar{g} = \frac{a}{\mu_1} : \frac{b}{-\nu_1} : c$ und $\bar{h} = \frac{a}{\mu_2} : \frac{b}{-\nu_2} : c$, ferner die Dodecaïdflächen:

$$e_1 = \frac{a}{\mu_1} : \infty b : c \text{ in Zone } [bg\bar{g}\bar{b}],$$

$$e_2 = \frac{a}{\mu_2} : \infty b : c \text{ in Zone } [bh\bar{h}\bar{b}],$$



welche die Kanten $g \mid \bar{g}$ und $h \mid \bar{h}$ gerade abstumpfen, dann aber noch die Dodecaïdflächen:

$$e_3 = \frac{a}{\mu_3} : \infty b : c = \frac{\nu_2 + \nu_1}{\nu_2\mu_1 + \nu_1\mu_2} a : \infty b : c,$$

$$e_4 = \frac{a}{\mu_4} : \infty b : c = \frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu_2\mu_1 - \nu_1\mu_2} a : \infty b : c$$

in den Zonen $[g e_3 \bar{h}]$ $[\bar{g} e_3 h]$ und $[g h e_4]$ $[\bar{g}\bar{h} e_4]$.

Wenn der Bogen $gh < 180^0$ gedacht wird, fällt e_3 in den Bogen $e_1 e_2 < 180^0$, e_4 ausserhalb desselben.

Es kommen im Ganzen also 8 Flächenpositionen in Betracht, zwischen denen 10 selbständige Bögen gemessen werden können, welche ich der Kürze halber, wie folgt, bezeichnen will:

$$\begin{aligned}
\delta &= gh = \bar{g}\bar{h} \\
\varepsilon &= h e_4 = \bar{h} e_4 \\
(\delta + \varepsilon) &= g e_4 = \bar{g} e_4 \\
\zeta &= g e_3 = \bar{g} e_3 \\
\eta &= h e_3 = \bar{h} e_3 \\
(\zeta + \eta) &= g\bar{h} = \bar{g} h \\
\varkappa &= e_1 h = e_1 \bar{h} \\
\lambda &= e_2 g = e_2 \bar{g} \\
\sigma &= g e_1 = \bar{g} e_1 = 90^0 - gb = \tfrac{1}{2} g\bar{g}, < 90^0 \\
\tau &= h e_2 = \bar{h} e_2 = 90^0 - hb = \tfrac{1}{2} h\bar{h}, < 90^0
\end{aligned}$$

Da mit den Flächen $\bar{g}$, $\bar{h}$, e_1, e_2, e_3, e_4 keineswegs der Cyclus der deducirbaren Positionen abgeschlossen ist, könnte man das disponible Bogenmaterial und zwar ohne ersichtliche Grenze noch vermehren; es bilden aber die hier in Betracht gezogenen Flächen e_1, e_2, e_3, e_4 den unmittelbar aus den Kantenlagen von g, $\bar{g}$, h, $\bar{h}$ symbolisirbaren Complex; da nun schon sie auf eine zahlreiche Casuistik führen und die secundären Deductionen noch complicirtere Verhältnisse darbieten, so habe ich mich auf die hier verzeichneten Bögen beschränkt.

Es lassen nämlich diese 10 Bögen, von denen zwei die Summe von je zwei anderen bilden, 90 verschiedene Combinationen von je drei derselben zu. Dabei führen alle diese 90 Combinationen auf Elemente, indessen nur 26 auf ein eindeutiges Resultat, 24 weitere auf ein im Allgemeinen zweideutiges und 40 auf ein mehrdeutiges. Diese letzteren, mehr als zweideutigen, haben keinen praktischen Werth, dagegen

sind die zweideutigen zum Theil in besonderen Fällen eindeutig und, wenn dies nicht stattfindet, durch die, selbst approximative Messung eines vierten Auxiliarbogens eindeutig auszulegen.

In der folgenden Tabelle sind die auf unzweideutige Elemente führenden Drei-Bogen-Complexe unterstrichen gedruckt, die mehr als zweideutigen eingeklammert.

1. $\delta\,\varepsilon\,\zeta$	8. $\delta\,\zeta\,\eta$	13. $\delta\,\eta\,\varkappa$	17. $\delta\,(\zeta+\eta)\,\varkappa$
2. $\delta\,\varepsilon\,\eta$	9. $\delta\,\zeta\,\varkappa$	14. $\delta\,\eta\,\lambda$	18. $\delta\,(\zeta+\eta)\,\lambda$
3. $\delta\,\varepsilon\,(\zeta+\eta)$	10. $\delta\,\zeta\,\lambda$	15. $\delta\,\eta\,\sigma$	19. $\delta\,(\zeta+\eta)\,\sigma$
4. $\delta\,\varepsilon\,\varkappa$	11. $\delta\,\zeta\,\sigma$	16. $\delta\,\eta\,\tau$	20. $\delta\,(\zeta+\eta)\,\tau$
5. $\delta\,\varepsilon\,\lambda$	[12. $\delta\,\zeta\,\tau$]		
6. $\delta\,\varepsilon\,\sigma$			
7. $\delta\,\varepsilon\,\tau$			

[21. $\delta\,\varkappa\,\lambda$]	24. $\delta\,\lambda\,\sigma$	26. $\delta\,\sigma\,\tau$
22. $\delta\,\varkappa\,\sigma$	25. $\delta\,\lambda\,\tau$	
23. $\delta\,\varkappa\,\tau$		

27. $\varepsilon\,\zeta\,\eta$	32. $\varepsilon\,\eta\,\varkappa$	36. $\varepsilon\,(\zeta+\eta)\,\varkappa$	40. $\varepsilon\,\varkappa\,\lambda$
28. $\varepsilon\,\zeta\,\varkappa$	33. $\varepsilon\,\eta\,\lambda$	37. $\varepsilon\,(\zeta+\eta)\,\lambda$	41. $\varepsilon\,\varkappa\,\sigma$
29. $\varepsilon\,\zeta\,\lambda$	34. $\varepsilon\,\eta\,\sigma$	38. $\varepsilon\,(\zeta+\eta)\,\sigma$	42. $\varepsilon\,\varkappa\,\tau$
30. $\varepsilon\,\zeta\,\sigma$	35. $\varepsilon\,\eta\,\tau$	39. $\varepsilon\,(\zeta+\eta)\,\tau$	
31. $\varepsilon\,\zeta\,\tau$			

[43. $\varepsilon\,\lambda\,\sigma$]	45. $\varepsilon\,\sigma\,\tau$
44. $\varepsilon\,\lambda\,\tau$	

46. $(\delta+\varepsilon)\,\zeta\,\eta$	51. $(\delta+\varepsilon)\,\eta\,\varkappa$	55. $(\delta+\varepsilon)\,(\zeta+\eta)\,\varkappa$
47. $(\delta+\varepsilon)\,\zeta\,\varkappa$	52. $(\delta+\varepsilon)\,\eta\,\lambda$	56. $(\delta+\varepsilon)\,(\zeta+\eta)\,\lambda$
48. $(\delta+\varepsilon)\,\zeta\,\lambda$	53. $(\delta+\varepsilon)\,\eta\,\sigma$	57. $(\delta+\varepsilon)\,(\zeta+\eta)\,\sigma$
49. $(\delta+\varepsilon)\,\zeta\,\sigma$	54. $(\delta+\varepsilon)\,\eta\,\tau$	[58. $(\delta+\varepsilon)\,(\zeta+\eta)\,\tau$]
[50. $(\delta+\varepsilon)\,\zeta\,\tau$]		

[59. $(\delta+\varepsilon)\,\varkappa\,\lambda$]	62. $(\delta+\varepsilon)\,\lambda\,\sigma$	64. $(\delta+\varepsilon)\,\sigma\,\tau$
60. $(\delta+\varepsilon)\,\varkappa\,\sigma$	[63. $(\delta+\varepsilon)\,\lambda\,\tau$]	
[61. $(\delta+\varepsilon)\,\varkappa\,\tau$]		

65. $\zeta\,\eta\,\varkappa$	[69. $\zeta\,\varkappa\,\lambda$]	72. $\zeta\,\lambda\,\sigma$	74. $\zeta\,\sigma\,\tau$
66. $\zeta\,\eta\,\lambda$	70. $\zeta\,\varkappa\,\sigma$	[73. $\zeta\,\lambda\,\tau$]	
67. $\zeta\,\eta\,\sigma$	[71. $\zeta\,\varkappa\,\tau$]		
68. $\zeta\,\eta\,\tau$			

[75. $\eta \varkappa \lambda$]	[78. $\eta \lambda \sigma$]	80. $\eta \sigma \tau$
[76. $\eta \varkappa \sigma$]	79. $\eta \lambda \tau$	
77. $\eta \varkappa \tau$		
[81. $(\zeta + \eta) \varkappa \lambda$]	84. $(\zeta + \eta) \lambda \sigma$	86. $(\zeta + \eta) \sigma \tau$
82. $(\zeta + \eta) \varkappa \sigma$	85. $(\zeta + \eta) \lambda \tau$	
83. $(\zeta + \eta) \varkappa \tau$		
87. $\varkappa \lambda \sigma$	89. $\varkappa \sigma \tau$	90. $\lambda \sigma \tau$
88. $\varkappa \lambda \tau$		

Die Berechnung der Elemente erfolgt aus diesen Complexen stets in der Weise, dass zunächst aus den Fundamental-Bögen zwei an einander schliessende Bögen zwischen e_1, e_3, e_2, e_4 ermittelt, und damit die Verhältnisse der ersten Abtheilung herbeigeführt werden.

In 40 Fällen liegen die Fundamental-Bögen so, dass dies durch Auflösung von sphärischen Dreiecken bewirkt werden kann; von diesen sind 24 eindeutig, 16 zweideutig, in so fern in der Rechnung als Resultat der Sinus-Werth eines Bogens oder Winkels auftritt, der nur unter Umständen auf den einen der möglichen Bögen unzweideutig auszulegen ist.

Es existiren aber neben den Dreiecks-Beziehungen noch einige, auf den obwaltenden Deductions-Verhältnissen beruhende Winkel-Relationen, welche in 2 Fällen die unzweideutige Ableitung eines von den gewählten Fundamental-Bögen abhängigen vierten Bogens geben, welcher den betreffenden Complex zur Auflösung von sphärischen Dreiecken vervollständigt. In 4 anderen Fällen gelangt man linear zu dem Sinus-Werth eines vierten Bogens, in 4 weiteren Fällen mittelst einer quadratischen Gleichung zu dem Cosinus-Werth eines vierten, die Verwerthung von sphärischen Dreiecken ermöglichenden Bogens.

Es sind also im Ganzen 50 praktisch verwerthbare Combinationen vorhanden; die verbleibenden übrigen 40 Combinationen erfordern, dass man mehrere der singulären Deductions-Relationen combinirt, um einen vierten zur Dreiecks-Auflösung führenden Bogen zu finden, für den aber eine biquadratische und auch noch höhere Gleichung aufkommt, welche also besagt, dass der betreffende Fundamental-Bogen-

Complex in vier oder noch mehr verschiedenen Elementen bestehen könne.

Diese singulären, auf den besonderen Deductions-Verhältnissen beruhenden Relationen lassen sich wie folgt ausdrücken.

$$\cos ghb = \frac{\cos(90^0-\sigma)-\cos\delta\cos(90^0-\tau)}{\sin\delta\sin(90^0-\tau)} = \frac{\sin\sigma-\cos\delta\sin\tau}{\sin\delta\cos\tau}$$

$$= \cos e_2 h e_4 = \frac{\cos\varepsilon\sin\tau}{\sin\varepsilon\cos\tau};\ \text{daraus:}\ \frac{\sin\sigma}{\sin\tau} = \frac{\sin(\delta+\varepsilon)}{\sin\varepsilon}\ .\ \text{(a)}$$

$$\cos g\bar{h}b = \frac{\cos(90^0-\sigma)-\cos(\zeta+\eta)\cos(90^0+\tau)}{\sin(\zeta+\eta)\sin(90^0+\tau)}$$

$$= \frac{\sin\sigma+\cos(\zeta+\eta)\sin\tau}{\sin(\zeta+\eta)\cos\tau} = \cos e_2\bar{h}e_3 = \frac{\cos\eta\sin\tau}{\sin\eta\cos\tau};$$

$$\text{daraus:}\ \frac{\sin\sigma}{\sin\tau} = \frac{\sin\zeta}{\sin\eta}\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ \text{(b)}$$

$$\cos e_2 e_1 = \frac{\cos\lambda}{\cos\sigma} = \frac{\cos\varkappa}{\cos\tau}\ \text{oder}\ \frac{\cos\lambda}{\cos\varkappa} = \frac{\cos\sigma}{\cos\tau}\ .\ .\ .\ .\ .\ \text{(c)}$$

$$\cos e_2 e_1 = \cos gbh = \frac{\cos\delta-\cos(90^0-\tau)\cos(90^0-\sigma)}{\sin(90^0-\tau)(\sin 90^0-\sigma)}$$

$$= \frac{\cos\delta-\sin\sigma\sin\tau}{\cos\sigma\cos\tau};$$

$$\text{daraus:}\ \cos\delta = \cos\lambda\cos\tau+\sin\sigma\sin\tau,\ .\ .\ .\ \text{(d)}$$

$$\cos\delta = \cos\varkappa\cos\sigma+\sin\sigma\sin\tau\ .\ .\ .\ \text{(e)}$$

$$\cos e_2 e_1 = \cos gb\bar{h} = \frac{\cos(\zeta+\eta)-\cos(90^0+\tau)\cos(90^0-\sigma)}{\sin(90^0+\tau)(\sin 90^0-\sigma)}$$

$$= \frac{\cos(\zeta+\eta)+\sin\sigma\sin\tau}{\cos\sigma\cos\tau};$$

$$\text{daraus:}\ \cos(\zeta+\eta) = \cos\lambda\cos\tau-\sin\sigma\sin\tau,\ .\ .\ \text{(f)}$$

$$\cos(\zeta+\eta) = \cos\varkappa\cos\sigma-\sin\sigma\sin\tau\ .\ \text{(g)}$$

Man findet nun ferner:

$$\text{aus (a) (b):}\ \frac{\sin(\delta+\varepsilon)}{\sin\varepsilon} = \frac{\sin\zeta}{\sin\eta},\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ \text{(h)}$$

$$\text{aus (d) (f):}\ \cos\delta+\cos(\zeta+\eta) = 2\cos\lambda\cos\tau,\ .\ \text{(i)}$$

$$\text{aus (e) (g):}\ \cos\delta+\cos(\zeta+\eta) = 2\cos\varkappa\cos\sigma,\ .\ \text{(k)}$$

$$\text{aus (d) (f):}\ \cos\delta-\cos(\zeta+\eta) = 2\sin\sigma\sin\tau,\ .\ \text{(l)}$$

$$\text{aus (a) (d):}\ \cos\delta = \cos\lambda\cos\tau+\frac{\sin^2\tau\sin(\delta+\varepsilon)}{\sin\varepsilon}\ \text{(m)}$$

$$\text{aus (a) (e):}\ \cos\delta = \cos\varkappa\cos\sigma+\frac{\sin^2\sigma\sin\varepsilon}{\sin(\delta+\varepsilon)}\ .\ .\ \text{(n)}$$

$$\text{aus (b) (f): } \cos(\zeta+\eta) = \cos\lambda\cos\tau - \frac{\sin^2\tau\sin\zeta}{\sin\eta} \quad \text{(o)}$$

$$\text{aus (b) (g): } \cos(\zeta+\eta) = \cos\varkappa\cos\sigma - \frac{\sin^2\sigma\sin\eta}{\sin\zeta} \quad \text{(p)}$$

$$\text{aus (a) (l): } \cos\delta - \cos(\zeta+\eta) = \frac{2\sin^2\tau\sin(\delta+\varepsilon)}{\sin\varepsilon} \quad \text{(q)}$$

$$\cos\delta - \cos(\zeta+\eta) = \frac{2\sin^2\sigma\sin\varepsilon}{\sin(\delta+\varepsilon)} \quad . \text{(r)}$$

$$\text{aus (b) (l): } \cos\delta - \cos(\zeta+\eta) = \frac{2\sin^2\tau\sin\zeta}{\sin\eta} \quad . \text{(s)}$$

$$\cos\delta - \cos(\zeta+\eta) = \frac{2\sin^2\sigma\sin\eta}{\sin\zeta} \quad . \text{(t)}$$

In der hier folgenden Discussion der einzelnen Combinationen kommen nur reale Fälle — unter Ausschluss der unmöglichen und imaginären — in Betracht, da vorausgesetzt wird, dass die zur Verwerthung gelangenden Fundamental-Bögen Abmessungsresultate an concreten Krystallen sind.

I. Ein unzweideutiges Resultat geben folgende Combinationen und zwar:

a) unter Verwerthung von zwei sphärischen Dreiecken, deren 12:

6. $\delta\varepsilon\sigma$; im Dreieck ge_4e_1 ergiebt sich — oder, wie hier der Kürze halber geschrieben werden soll:
$$\triangle ge_4e_1 : \cos e_4e_1;\ \triangle he_4e_2 : \operatorname{tg} e_4e_2.$$
7. $\delta\varepsilon\tau$; $\triangle he_4e_2 : \cos e_4e_2$; $\triangle ge_4e_1 : \operatorname{tg} e_4e_1$.
26. $\delta\sigma\tau$; $\triangle ghb$ giebt aus $gb = 90^0 - \sigma$, $hb = 90^0 - \tau$, $\delta : \cos hbg = \cos e_2e_1, \cos bhg = \cos e_4he_2$; $\triangle he_4e_2 : \operatorname{tg} e_4e_1$.
35. $\varepsilon\eta\tau$; $\triangle he_4e_2 : \cos e_4e_2$; $\triangle he_2e_3 : \cos e_2e_3$.
42. $\varepsilon\varkappa\tau$; $\triangle he_4e_2 : \cos e_4e_2$; $\triangle he_2e_1 : \cos e_2e_1$.
49. $(\delta+\varepsilon)\zeta\sigma$; $\triangle ge_4e_1 : \cos e_4e_1$; $\triangle ge_3e_1 : \cos e_3e_1$.
62. $(\delta+\varepsilon)\lambda\sigma$; $\triangle ge_4e_1 : \cos e_4e_1$; $\triangle ge_2e_1 : \cos e_2e_1$.
67. $\zeta\eta\sigma$; $\triangle ge_3e_1 : \cos e_3e_1$, $\sin ge_3e_1$; $\triangle he_2e_3 : \operatorname{tg} e_2e_3$.
68. $\zeta\eta\tau$; $\triangle he_3e_2 : \cos e_2e_3$, $\sin he_3e_2$; $\triangle ge_3e_1 : \operatorname{tg} e_3e_1$.
72. $\zeta\lambda\sigma$; $\triangle ge_2e_1 : \cos e_2e_1$; $\triangle ge_3e_1 : \cos e_3e_1$.
77. $\eta\varkappa\tau$; $\triangle he_2e_3 : \cos e_2e_3$; $\triangle he_2e_1 : \cos e_2e_1$.
86. $(\zeta+\eta)\sigma\tau$; $\triangle bh\bar{g}$ giebt aus $hb = 90^0 - \tau$, $b\bar{g} = 90^0 + \sigma$, $\bar{g}h = (\zeta+\eta) : \cos hb\bar{g} = \cos e_2e_1, \cos h\bar{g}g = \cos e_3ge_1$; $\triangle ge_3e_1 : \operatorname{tg} e_3e_1$.

b) unter Verwerthung von drei sphärischen Dreiecken, deren 10:

3. $\delta\varepsilon(\zeta+\eta)$; $\triangle g\bar{h}e_4$ giebt aus $ge_4 = (\delta+\varepsilon)$, $g\bar{h} = (\zeta+\eta)$, $\bar{h}e_4 = \varepsilon : \cos ge_4\bar{h} = \cos 2 \,.\, he_4e_2 = \cos 2 \,.\, ge_4e_1$; $\triangle he_4e_2 : \operatorname{tg} e_4e_2$, $\triangle ge_4e_1 : \operatorname{tg} e_4e_1$.

8. $\delta\zeta\eta$; $\triangle ghe_3$ giebt aus δ, ζ, η : $\cos ge_3h = \cos(180^0 - 2 \,.\, he_3e_2) = \cos(180^0 - 2 \,.\, ge_3e_1)$; $\triangle he_2e_3 : \operatorname{tg} e_2e_3$; $\triangle ge_3e_1 : \operatorname{tg} e_3e_1$.

19. $\delta(\zeta+\eta)\sigma$; $\triangle g\bar{g}\bar{h}$ giebt aus $g\bar{g} = 2\sigma$, $g\bar{h} = (\zeta+\eta)$, $\bar{g}\bar{h} = \delta : \cos g\bar{g}\bar{h} = \cos e_4ge_1$ und $\cos \bar{h}g\bar{g} = \cos e_3ge_1$; $\triangle ge_4e_1 : \operatorname{tg} e_4e_1$, $\triangle ge_3e_1 : \operatorname{tg} e_3e_1$.

20. $\delta(\zeta+\eta)\tau$; $\triangle gh\bar{h}$ giebt aus $h\bar{h} = 2\tau$, $g\bar{h} = (\zeta+\eta)$, $gh = \delta : \cos gh\bar{h} = \cos(180^0 - e_4he_2)$ und $\cos h\bar{h}g = \cos e_2he_3$; $\triangle he_4e_2 : \operatorname{tg} e_4e_2$; $\triangle he_2e_3 : \operatorname{tg} e_2e_3$.

22. $\delta\varkappa\sigma$; $\triangle ghe_1 : \cos hge_1 = \cos e_4ge_1$ und $\cos he_1g = \cos(90^0 - he_1e_2)$; $\triangle ge_4e_1 : \operatorname{tg} e_4e_1$; $\triangle he_2e_1 : \operatorname{tg} e_2e_1$.

25. $\delta\lambda\tau$; $\triangle ghe_2 : \cos ghe_2 = \cos(180^0 - e_4he_2)$ und $\cos he_2g = \cos(90^0 - ge_2e_1)$; $\triangle he_4e_2 : \operatorname{tg} e_4e_2$; $\triangle ge_2e_1 : \operatorname{tg} e_2e_1$.

82. $(\zeta+\eta)\varkappa\sigma$; $\triangle g\bar{h}e_1 : \cos ge_1\bar{h} = \cos(90^0 + \bar{h}e_1e_2)$ und $\cos \bar{h}ge_1 = \cos e_3ge_1$; $\triangle \bar{h}e_2e_1 : \operatorname{tg} e_2e_1$; $\triangle ge_3e_1 : \operatorname{tg} e_3e_1$.

85. $(\zeta+\eta)\lambda\tau$; $\triangle g\bar{h}e_2 : \cos ge_2\bar{h} = \cos(90^0 + ge_2e_1)$ und $\cos e_2\bar{h}g = \cos e_2\bar{h}e_3$; $\triangle ge_2e_1 : \operatorname{tg} e_2e_1$; $\triangle \bar{h}e_2e_3 : \operatorname{tg} e_3e_1$.

89. $\varkappa\sigma\tau$; $\triangle he_2e_1 : \cos e_2e_1$, $\sin he_1e_2$ und zwar $he_1e_2 < 90^0$ und $= 90^0 - ge_1h$; $\triangle ghe_1 : \operatorname{tg} \frac{1}{2}(hge_1 \pm ghe_1)$ und $hge_1 = e_4ge_1$; $\triangle ge_4e_1 : \operatorname{tg} e_4e_1$.

90. $\lambda\sigma\tau$; $\triangle ge_2e_1 : \cos e_2e_1$, $\sin ge_2e_1$ und zwar $ge_2e_1 < 90^0$ und $= 90^0 - ge_2h$; $\triangle ghe_2 : \operatorname{tg} \frac{1}{2}(ghe_2 \pm hge_2)$ und $ghe_2 = 180^0 - e_4he_2$; $\triangle e_4he_2 : \operatorname{tg} e_4e_2$.

c) unter Verwerthung von vier sphärischen Dreiecken, deren 2:

87. $\varkappa\lambda\sigma$; $\triangle ge_2e_1 : \cos e_2e_1$; $\triangle he_2e_1 : \cos he_1e_2 = \cos(ge_1\bar{h} - 90^0)$; $\triangle g\bar{h}e_1$ giebt aus $ge_1 = \sigma$, $\bar{h}e_1 = \varkappa$, $ge_1\bar{h} : \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\bar{h}ge_1 \pm g\bar{h}e_1)$ und $\bar{h}ge_1 = e_3ge_1$; $\triangle ge_3e_1 : \operatorname{tg} e_3e_1$.

88. $\varkappa\lambda\tau$; $\triangle he_2e_1 : \cos e_2e_1$; $\triangle ge_2e_1 : \cos ge_2e_1 = \cos(ge_2\bar{h} - 90^0)$; $\triangle g\bar{h}e_2$ giebt aus λ, τ, $ge_2\bar{h} : \operatorname{tg} \frac{1}{2}(g\bar{h}e_2 \pm \bar{h}ge_2)$ und $g\bar{h}e_2 = e_2he_3$; $\triangle he_2e_3 : \operatorname{tg} e_2e_3$.

d) unter Verwerthung anderer Relationen, deren 2:

17. $\delta(\zeta+\eta)\varkappa$; nach (k): $\frac{\cos\delta+\cos(\zeta+\eta)}{2\cos\varkappa}=\cos\sigma$; daraus, wie I. b. 22, aus $\delta\varkappa\sigma$: tg e_4e_1, tg. e_2e_1.

18. $\delta(\zeta+\eta)\lambda$; nach (i): $\frac{\cos\delta+\cos(\zeta+\eta)}{2\cos\lambda}=\cos\tau$; daraus, wie I. b. 25, aus $\delta\lambda\tau$: tg e_4e_2, tg e_2e_1.

II. Ein im Allgemeinen zweideutiges (unter Umständen eindeutig werdendes) Resultat geben folgende Combinationen und zwar:

a) unter Verwerthung von zwei sphärischen Dreiecken, deren 4:

45. $\varepsilon\sigma\tau$; $\triangle he_4e_2$: cos e_4e_2 und sin he_4e_2; $he_4e_2<90^0$ und $=ge_4e_1$; $\triangle ge_4e_1$: sin e_4e_1. Ob $e_4e_1<$ oder $>90^0$ zu nehmen, bleibt zweideutig, wenn nicht $e_4e_1>e_4e_2$ den Ausschlag giebt.

64. $(\delta+\varepsilon)\sigma\tau$; $\triangle ge_4e_1$: cos e_4e_1 und sin ge_4e_1; $ge_4e_1<90^0$ und $=he_4e_2$; $\triangle he_4e_2$: sin e_4e_2. Ob $e_4e_2<$ oder $>90^0$ zu nehmen, bleibt zweideutig, wenn nicht $e_4e_1>e_4e_2$ den Ausschlag giebt.

74. $\zeta\sigma\tau$; $\triangle ge_3e_1$: cos e_3e_1 und sin ge_3e_1; $ge_3e_1<90^0$ und $=he_3e_2$; $\triangle he_2e_3$: sin e_2e_3. Ob $e_2e_3<$ oder $>90^0$ zu nehmen, bleibt zweideutig, wenn nicht $e_2e_3+e_3e_1<180^0$ den Ausschlag giebt.

80. $\eta\sigma\tau$; $\triangle he_2e_3$: cos e_2e_3 und sin he_3e_2; $he_3e_2<90^0$ und $=ge_3e_1$; $\triangle ge_3e_1$: sin e_3e_1. Ob $e_3e_1<$ oder $>90^0$ zu nehmen, bleibt zweideutig, wenn nicht $e_2e_3+e_3e_1<180^0$ den Ausschlag giebt.

b) unter Verwerthung von drei sphärischen Dreiecken, deren 12:

11. $\delta\zeta\sigma$; $\triangle ge_3e_1$: cos e_3e_1, sin ge_3e_1; $ge_3e_1<90^0=90^0-\frac{1}{2}ge_3h$; $\triangle ghe_3$ giebt aus δ, ζ, ge_3h: sin ghe_3 und tg $\frac{1}{2}$ he_3 eindeutig, wenn δ näher an 90^0 ist, als ζ; $\triangle he_2e_3$: tg e_2e_3.

16. $\delta\eta\tau$; $\triangle he_2e_3$: cos e_2e_3, sin he_3e_2; $he_3e_2<90^0=90^0-\frac{1}{2}ge_3h$; $\triangle ghe_3$ giebt aus δ, η, ge_3h : sin hge_3 und tg $\frac{1}{2}$ ge_3 eindeutig, wenn δ näher an 90^0 ist als η; $\triangle ge_3e_1$: tg e_3e_1.

23. $\delta\varkappa\tau$; $\triangle he_2e_1$: $\cos e_2e_1$, $\sin he_1e_2$; $he_1e_2 < 90^0 = 90^0 - he_1g$; $\triangle ghe_1$ giebt aus $\varkappa$, δ, he_1g : $\sin hge_1 = \sin e_4ge_1$, $\operatorname{tg} \frac{1}{2} ge_1$ eindeutig, wenn δ näher an 90^0 liegt als $\varkappa$; $\triangle ge_4e_1$: $\operatorname{tg} e_4e_1$.

24. $\delta\lambda\sigma$; $\triangle ge_2e_1$: $\cos e_2e_1$, $\sin ge_2e_1$; $ge_2e_1 < 90^0 = 90^0 - ge_2h$; $\triangle ghe_2$ giebt aus δ, λ, ge_2h : $\sin ghe_2 = \sin 180^0 - e_4he_2$, $\operatorname{tg} \frac{1}{2} he_2$ eindeutig, wenn δ näher an 90^0 liegt als λ; $\triangle he_4e_2$: $\operatorname{tg} e_4e_2$.

39. $\varepsilon(\zeta + \eta)\tau$; $\triangle he_4e_2$: $\cos e_4e_2$, $\cos e_4he_2 = \cos(180^0 - \bar{h}hg)$, $\sin he_4e_2$; $he_4e_2 < 90^0$; $\triangle gh\bar{h}$ giebt aus $\zeta + \eta$, $h\bar{h} = 2\tau$, $\bar{h}hg$: $\sin hg\bar{h}$, $\operatorname{tg} \frac{1}{2} hg$ eindeutig, wenn $(\zeta + \eta)$ näher an 90^0 ist als 2τ; $\triangle ge_4e_1$: $\operatorname{tg} e_4e_1$.

44. $\varepsilon\lambda\tau$; $\triangle he_4e_1$: $\cos e_4e_2$, $\cos e_4he_2 = \cos(180^0 - ghe_2)$, $\sin he_4e_2$; $he_4e_2 < 90^0$; $\triangle ghe_2$ giebt aus τ, λ, ghe_1 : $\sin hge_2$ und $\operatorname{tg} \frac{1}{2} hg$ eindeutig, wenn λ näher an 90^0 als τ ist; $\triangle ge_4e_1$: $\operatorname{tg} e_4e_1$.

57. $(\delta + \varepsilon)(\zeta + \eta)\sigma$; $\triangle ge_4e_1$: $\cos e_1e_4$, $\sin ge_4e_1$; $ge_4e_1 < 90^0 = \frac{1}{2} ge_4\bar{h}$; $\triangle g\bar{h}e_4$ giebt aus $(\delta + \varepsilon)$, $(\zeta + \eta)$, $ge_4\bar{h}$: $\sin g\bar{h}e_4$ und $\operatorname{tg} \frac{1}{2} \bar{h}e_4$ eindeutig, wenn $(\zeta + \eta)$ näher an 90^0 ist als $(\delta + \varepsilon)$: auch ist $\bar{h}e_4 = \varepsilon$ und $< (\delta + \varepsilon)$; $\triangle \bar{h}e_4e_2$: $\operatorname{tg} e_4e_2$.

60. $(\delta + \varepsilon)\varkappa\sigma$; $\triangle ge_4e_1$: $\cos e_1e_4$, $\cos e_4ge_1$, $\sin ge_4e_1$; $ge_4e_1 < 90^0$; $\triangle ghe_1$ giebt aus $\varkappa$, σ, $hge_1 = e_4ge_1$: $\sin e_1hg$ und $\operatorname{tg} \frac{1}{2} gh$ eindeutig, wenn $\varkappa$ näher an 90^0 als σ; auch ist $gh = \delta$ und $< (\delta + \varepsilon)$; $\triangle he_4e_1$ giebt aus $he_4e_1 = ge_4e_1$ und $he_4 = (\delta + \varepsilon) - gh$: $\operatorname{tg} e_4e_2$.

70. $\zeta\varkappa\sigma$; $\triangle ge_3e_1$: $\cos e_3e_1$, $\cos e_1ge_3$, $\sin ge_3e_1$; $ge_3e_1 < 90^0 = he_3e_2$; $\triangle g\bar{h}e_1$ giebt aus σ, $e_1\bar{h} = \varkappa$, $e_1gh = e_1ge_3$: $\sin e_1\bar{h}g$ und $\operatorname{tg} \frac{1}{2} g\bar{h}$ eindeutig, wenn ζ näher an 90^0 als σ; auch ist $g\bar{h} = (\zeta + \eta)$ und $> \zeta$; $\triangle he_3e_2$ giebt aus $he_3 = g\bar{h} - \zeta$; he_3e_2 : $\operatorname{tg} e_3e_2$.

79. $\eta\lambda\tau$; $\triangle he_2e_3$: $\cos e_3e_2$, $\cos e_2he_3 = \cos e_2\bar{h}e_3$, $\sin he_3e_2$; $he_3e_2 < 90^0 = ge_3e_1$, $\triangle ge_2\bar{h}$ giebt aus τ, λ, $e_2\bar{h}g = e_2\bar{h}e_3$: $\sin e_2g\bar{h}$ und $\operatorname{tg} \frac{1}{2} g\bar{h}$ eindeutig, wenn λ näher an 90^0 als τ ist; auch ist $g\bar{h} = (\zeta + \eta)$ und $> \eta$; $\triangle ge_3e_1$ giebt aus ge_3e_1, $ge_3 = g\bar{h} - \eta$: $\operatorname{tg} e_3e_1$.

83. $(\zeta+\eta)\,\varkappa\tau$; $\triangle h e_2 e_1$: $\cos e_2 e_1$, $\sin h e_1 e_2$; $h e_1 e_2 < 90^0 = h e_1 \bar{g} - 90^0$; $\triangle h \bar{g} e_1$ giebt aus $(\zeta+\eta)$, $\varkappa$, $h e_1 \bar{g}$: $\sin h \bar{g} e_1 = \sin e_3 \bar{g} e_1$ und $\operatorname{tg} \frac{1}{2}\, e_1 \bar{g}$ eindeutig, wenn $(\zeta+\eta)$ näher an 90^0 als $\varkappa$; auch ist $e_1 \bar{g} < 90^0$; $\triangle \bar{g} e_3 e_1$: $\operatorname{tg} e_3 e_1$.

84. $(\zeta+\eta)\,\lambda\sigma$; $\triangle g e_2 e_1$: $\cos e_2 e_1$, $\sin g e_2 e_1$; $g e_2 e_1 < 90^0 = h e_2 \bar{g} - 90^0$; $\triangle h e_2 \bar{g}$ giebt aus $(\zeta+\eta)$, λ, $h e_2 \bar{g}$: $\sin e_2 h \bar{g}$ und $\operatorname{tg} \frac{1}{2}\, h e_2$ eindeutig, wenn $(\zeta+\eta)$ näher an 90^0 als λ; auch wird $h e_2 = \tau$, $< 90^0$; $\triangle h e_3 e_2$: $\operatorname{tg} e_2 e_3$.

c) unter Einführung des Sinus eines vierten Bogens, deren 4:

Die Deutung des letzteren ist limitirt, wenn der Umstand $\varepsilon < (\delta+\varepsilon)$ und $\cos\delta - \cos(\zeta+\eta) > 0$, letzteres nach (g) bis (t) unter Bezugnahme auf die Voraussetzung, dass $(\varepsilon+\delta)$ und $(\zeta+\eta) < 180^0$ den Ausschlag giebt.

1. $\delta\varepsilon\zeta$; nach (h) : $\sin\eta = \dfrac{\sin\zeta\sin\varepsilon}{\sin(\delta+\varepsilon)}$; sodann, wie I. b. 8. aus $\delta\zeta\eta$: $\operatorname{tg} e_2 e_3$, $\operatorname{tg} e_3 e_1$.

2. $\delta\varepsilon\eta$; nach (h) : $\sin\zeta = \dfrac{\sin(\delta+\varepsilon)\sin\eta}{\sin\varepsilon}$; sodann, wie I. b. 8. aus $\delta\zeta\eta$: $\operatorname{tg} e_2 e_3$, $\operatorname{tg} e_3 e_1$.

27. $\varepsilon\zeta\eta$; nach (h) : $\sin(\delta+\varepsilon) = \dfrac{\sin\zeta\sin\varepsilon}{\sin\eta}$; sodann, wie I. b. 8. aus $\delta\zeta\eta$: $\operatorname{tg} e_2 e_3$, $\operatorname{tg} e_3 e_1$.

46. $(\delta+\varepsilon)\,\zeta\eta$; nach (h) : $\sin\varepsilon = \dfrac{\sin(\delta+\varepsilon)\sin\eta}{\sin\zeta}$; sodann, wie I. b. 8. aus $\delta\zeta\eta$: $\operatorname{tg} e_2 e_3$, $\operatorname{tg} e_3 e_1$.

d) unter Einführung des Cosinus von σ oder τ mittelst einer quadratischen Gleichung, deren 4:

4. $\delta\varepsilon\varkappa$; nach (n) : $\cos\delta = \cos\varkappa\cos\sigma + \dfrac{\sin^2\sigma\sin\varepsilon}{\sin(\delta+\varepsilon)}$; daraus

$$\cos\sigma = \frac{\sin(\delta+\varepsilon)\cos\varkappa}{2\sin\varepsilon} \pm \sqrt{\frac{\sin^2(\delta+\varepsilon)\cos^2\varkappa}{4\sin^2\varepsilon} + 1 - \frac{\cos\delta\sin(\delta+\varepsilon)}{\sin\varepsilon}},$$

sodann, wie I. a. 6. aus $\delta\varepsilon\sigma$: $\cos e_4 e_1$, $\operatorname{tg} e_4 e_2$; eindeutig, wenn $\varkappa > 90^0$ ist, insofern $\sigma < 90^0$ werden soll.

5. $\delta\varepsilon\lambda$; nach (m): $\cos\delta = \cos\lambda\cos\tau + \frac{\sin^2\tau\sin(\delta+\varepsilon)}{\sin\varepsilon}$; daraus

$$\cos\tau = \frac{\sin\varepsilon\cos\lambda}{2\sin(\delta+\varepsilon)} \pm \sqrt{\frac{\sin^2\varepsilon\cos^2\lambda}{4\sin^2(\delta+\varepsilon)} + 1 - \frac{\cos\delta\sin\varepsilon}{\sin(\delta+\varepsilon)}};$$

sodann wie I. a. 7. aus $\delta\varepsilon\tau$: $\cos e_4 e_2$, $\operatorname{tg} e_4 e_1$; eindeutig, wenn $\lambda > 90^0$, insofern $\tau < 90^0$ werden muss.

65. $\zeta\eta\varkappa$; nach (p): $\cos(\zeta+\eta) = \cos\varkappa\cos\sigma - \frac{\sin^2\sigma\sin\eta}{\sin\zeta}$; daraus

$$\cos\sigma = -\frac{\sin\zeta\cos\varkappa}{2\sin\eta}$$
$$\pm\sqrt{\frac{\sin^2\zeta\cos^2\varkappa}{4\sin^2\eta} + 1 + \frac{\cos(\zeta+\eta)\sin\zeta}{\sin\eta}};$$

sodann wie I. a. 67. aus $\zeta\eta\sigma$: $\cos e_3 e_1$, $\operatorname{tg} e_2 e_3$; eindeutig, wenn $\varkappa < 90^0$, insofern $\sigma < 90^0$ werden muss.

66. $\zeta\eta\lambda$; nach (o) : $\cos(\zeta+\eta) = \cos\lambda\cos\tau - \frac{\sin^2\tau\sin\zeta}{\sin\eta}$;

daraus $\cos\tau = -\frac{\sin\eta\cos\lambda}{2\sin\zeta}$

$$\pm\sqrt{\frac{\sin^2\eta\cos^2\lambda}{4\sin^2\zeta} + 1 + \frac{\cos(\zeta+\eta)\sin\eta}{\sin\zeta}};$$

sodann wie I. a. 68. aus $\zeta\eta\tau$: $\cos e_2 e_3$, $\operatorname{tg} e_3 e_1$; eindeutig, wenn $\lambda < 90^0$, insofern $\tau < 90^0$ werden muss.

Hiermit schliesst die Reihe der practisch verwerthbaren Combinationen; es kann aber der Nachweis geliefert werden, dass die noch verbleibenden 40 Combinationen überhaupt Elemente bestimmen, und zwar dadurch, dass der Weg angedeutet wird, aus den gewählten Fundamentalbögen einen vierten, wenn auch mehrdeutig, abzuleiten, der den Complex zur trigonometrischen Behandlung geeignet macht. Diese Aufgabe soll aber hier nicht weiter verfolgt werden.

Étages callovien, oxfordien, argovien, corallien et séquanien (suite). 113. — V. Gauthier: Une nouvelle classification des Échinides. 176.

22) Annales de la Société des Sciences naturelles de la Charente inférieure. 8⁰. La Rochelle. [Jb. 1884. I. -155-]

No. 20. 1883. Ed. Beltrémieux: Excursion géologique à Fouras. 23. Ch. Basset: Excursion géologique à Chatel-Aillon. 33. — Ed. Beltrémieux: Faune fossile du département de la Charente inférieure. 271.

23) Journal d'histoire naturelle de Bordeaux et du Sud-Ouest. 4⁰. Bordeaux. [Jb. 1885. I. -171-]

3e année. No. 11, 12. 4e année. No. 1. — E. Benoist: Le puits artésien de Portets. 5.

No. 2. — G. Vasseur: Notice stratigraphique sur le dépôt tertiaire de St. Palais près Royan (Charente inférieure). 21.

No. 3. — A. Bayssellance: Quelques traces glaciaires en Espagne. 38.

24) Annales de la Société géologique du Nord. 8⁰. Lille. [Jb. 1885. II. -365-]

T. XII. 1 et 2. Février 1885. — Ch. Barrois: Le granite de Rostrenen, ses apophyses et ses contacts. 1. — Gosselet: Fossiles du grès de Jeumont. 119. — A. Six: Dinosauriens de Bernissart. 120. — Cambessedès: Sondages en Hainaut. 124. — Jannel: Ligne de Mézy à Romilly. 127.

25) Commentari dell' Ateneo di Brescia per l'anno 1884. [Jb. 1884. II. -283-]

G. Ragazzoni: Pietra nera forse scoria d'aerolite, trovata a Borgosatollo 100. — S. Plevani: Analisi dell' aqua minerale naturale salso-bromo-iodico-ferruginosa di Villa Salice presso Rivanazzano, e considerazioni geologiche intorno alla sua natura ed origine. 245. — G. B. Cacciamali: Contribuzione allo studio della geologia abruzzese. 251.

26) Atti della Società Veneto-Trentina di Scienze Naturali in Padova 1884. vol. IX. fasc. 1. [Jb. 1884. II. -283-]

R. Panebianco: Celestina del Vicentino. 142. — F. Bassani: Intorno ad un nuovo giacimento ittiolitico nel Mte. Moscal (Veronese). 149.

Berichtigungen.

1885. Bd. I. Seite 72 Zeile 7 von oben bis Zeile 16 von oben muss nach Zeile 16 von oben S. 73 gestellt werden.

1885. Bd. I. Seite 239 lies: Magnetismus des Magnetit im Tigerauge statt Magnetismus des Tigerauges.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paläontologie

Jahr/Year: 1885

Band/Volume: 1885

Autor(en)/Author(s):

Artikel/Article: Diverse Berichte 69-91