Hilfsmittel, um die Ausrechnung der MALLARD'schen Formel zu ersparen.

Von

Max Schwarzmann.

Mit Tafel II.

Die Berechnung des scheinbaren Axenwinkels 2E aus den Mikrometertheilen zwischen den Hyperbelscheiteln der Interferenzfigur nach der MALLARD'schen Formel ist eine so häufige Arbeit, dass die Ersparung derselben durch Tabelle oder graphische Darstellung jedenfalls erwünscht erscheint. Die Berechnung einer solchen Tabelle oder die Zeichnung einer entsprechenden Curve[1] musste bis jetzt von jedem für sein Mikroskop selbst ausgeführt werden, was immerhin einige Zeit und Arbeit erforderte. Wegen der Verschiedenheit des constanten Factors würde eine für alle Mikroskope und Linsensysteme gültige Tabelle einen verhältnissmässig grossen Umfang erreichen. Von graphischen Darstellungen könnte man diejenige wählen, welche den Satz benutzt, dass das Product der Asymptotencoordinaten eines Hyperbelpunktes constant ist; auch ist es nicht schwierig, ein geeignetes Diagramm für unsere Zwecke zu construiren. Noch leichter und handlicher lässt sich nach dem Princip des logarithmischen Rechenschiebers eine Scala darstellen, welche für jedes Mikroskop und Linsensystem nach einer einmaligen Einstellung zu den gefundenen Mikrometertheilen sogleich den entsprechenden Winkel 2E liefert. Schon der logarithmische Rechenschieber selbst ist zum Auffinden

---

[1] Vergl. F. BECKE, KLEIN'sche Loupe mit Mikrometer. TSCHERMAK'S Mineral. u. petr. Mitth. Bd. XIV. Heft 4.

von E recht bequem, besonders wenn man die Stellung des ausziehbaren Schiebers für jedes Linsensystem durch einen Strich markirt. Da sich der Rechenschieber aber in mineralogischen Laboratorien wohl wenig eingebürgert hat, mag die auf Taf. II dargestellte Scala vielleicht willkommen sein, welche, dem speciellen Zwecke angepasst, 2E noch schneller liefert und in handlicher Weise jedem Mikroskop beigelegt werden kann, während für den Rechenschieber der Fensterplatz wegen des Temperaturwechsels höchst ungünstig wäre. Vor jeder andern graphischen Darstellung hat die Scala den Vorzug, nur nach einer Richtung ausgedehnt zu sein und deswegen weniger Raum zu beanspruchen.

Die Scala besteht aus 2 Theilungen, von welchen die eine (Fig. 1 und 2) die Mikrometertheile D, die andere (Fig. 3) die Winkelwerthe 2E enthält. Die erste Theilung ist auf Taf. II wegen des beschränkten Raumes in 2 Stücke zerlegt worden, welche auszuschneiden und so aufeinander zu kleben sind, dass der Strich 2 von Fig. 1 auf 2 von Fig. 2, desgl. 3 (Fig. 1) auf 3 (Fig. 2) zu liegen kommt, so dass dadurch eine ununterbrochene Theilung von 0,1—100 entsteht. Dieselbe wird nun auf einen Karton geklebt und in ähnlicher Weise die Theilung der Winkel 2E (Fig. 3) ausgeschnitten. (Wollte man noch kleinere Winkelwerthe als 3^0 ausmitteln, so könnte auch die Theilung der 2E durch Anfügen von Fig. 4 erweitert werden). Alsdann bestimmt man bei homogenem Licht die Anzahl (D′) der Mikrometertheile, welche zwischen den Hyperbelscheiteln der Interferenzfigur sich befinden bei einer Mineralplatte, deren Axenwinkel für das gleiche Licht man vorher mit dem Goniometer oder Axenwinkelapparat ausgemittelt hat. Legt man jetzt die Theilung der Winkel 2E so unter die andere Theilung, dass der gemessene Winkel 2E′ unter den zugehörigen Theilstrich D′ zu liegen kommt, so befindet sich bei dieser Stellung unter jedem beliebigen D der zugehörige Winkel 2E.

Die Einheit der Mikrometertheilung muss, um mit der Theilung ausreichen zu können, so gewählt werden, dass der Durchmesser des Gesichtsfeldes nicht mehr als 100 Einheiten beträgt. Kämen z. B. bei einem Glasmikrometer 112 Theilstriche auf den Durchmesser, so müsste dies unter 11,2 gesucht werden, als Einheit hätte man damit den Abstand zwischen 2 längeren Theilstrichen genommen.

Soll die Scala nur für ein Linsensystem gebraucht werden, so klebt man in der auf obige Weise bestimmten Lage die Theilung der 2E und D fest und schneidet den überragenden Theil der oberen Scala ab. Im anderen Fall kann man sich durch einen Strich die Stellung der unteren Theilung für das gebrauchte Linsensystem markiren und bei einem zweiten System in gleicher Weise verfahren. Die Theilung der 2E kann auf einen gleichbreiten, aber längeren Streifen Zeichenpapier geklebt werden, dem man durch 2 Schnitte auf dem Kartonbogen der oberen Theilung zu Anfang und zu Ende der letzteren Führung giebt.

Fig. 5 stellt zur Erläuterung die Skizze einer für ein Linsensystem justirten Scala dar. Der Axenwinkel für Aragonit ergab bei Na-Licht $30^0 15'$ und es lagen zwischen den Scheiteln 5,9 Theilstriche. Die beiden Scalen wurden so auf Karton geklebt, dass unter $D' = 5{,}9$ der Winkel $2E' = 30^0 15'$ zu stehen kam. Man findet jetzt unter jedem D das entsprechende 2E. Hat man z. B. für Weissbleierz (Na-Licht) 3,3, für Schwerspath 11,8 Theilstriche gefunden, so zeigt die untere Scala unter $D = 3{,}3$ den Werth $2E = 17^0 0'$, unter $D = 11{,}8$ $2E = 63^0 15'$.

Es ist natürlich, dass man zur genaueren Bestimmung der gegenseitigen Lage der Theilungen nicht nur eine, sondern mehrere Mineralplatten benutzen wird, deren Axenwinkel möglichst verschieden gross sind.

Der Beweis des Verfahrens ergiebt sich einfach daraus, dass jeder Theilstrich D vom Theilstrich 1 um lg D, jeder Theilstrich 2E von 180^0 um lg sin E absteht. Aus der Mallard'-schen Formel

$$\sin E = M \frac{D}{2}$$

folgt:

$$D : \sin E = D' : \sin E' \qquad (1)$$

$$\lg D - \lg \sin E = \lg D' - \lg \sin E' \qquad (2)$$

Da man die Stelle lg sin E', d. h. den Theilstrich 2E' unter lg D' (Theilstrich D') gestellt hat, so folgt unter Berücksichtigung des Vorzeichens der Richtung, in welcher eine Strecke abgetragen ist, dass die rechte Seite der Gleichung gleich dem Abstand von 1 und 180^0 ist. Es muss also auch die linke Seite der Gleichung (2): lg D — lg sin E gleich diesem Abstand sein.

Wählt man nun einen beliebigen Theilstrich D_x, so ergänzt der unter ihm befindliche Theilstrich die Strecke lg D_x zur Entfernung von 1 bis 180^0, deswegen muss nach (2) der untere Theilstrich von 180^0 um lg sin E_x entfernt sein, wo E_x den dem D_x entsprechenden Winkel bedeutet. Wie schon erwähnt, steht aber in der Entfernung lg sin E von 180^0 nicht die Ziffer E, sondern 2E, und man findet deswegen nicht E_x, sondern direkt $2E_x$.

Den wahren Axenwinkel $2V_\alpha$ erhält man, wenn man auf der Theilung der D den Werth des Brechungsexponenten β aufsucht, den Abstand des so gefundenen Theilstriches von 1 abgreift und diese Strecke von 2E an nach links abträgt. Die Ablesung an dieser Stelle ergiebt den Winkel $2V_\alpha$. Es ist ja

$$\sin V_\alpha = \frac{\sin E}{\beta},$$

also $\lg \sin V_\alpha = \lg \sin E - \lg \beta$, wo wieder lg sin E sich bei Theilstrich 2E befindet und wo die Stelle lg sin V_α mit Winkel $2V_\alpha$ bezeichnet ist.

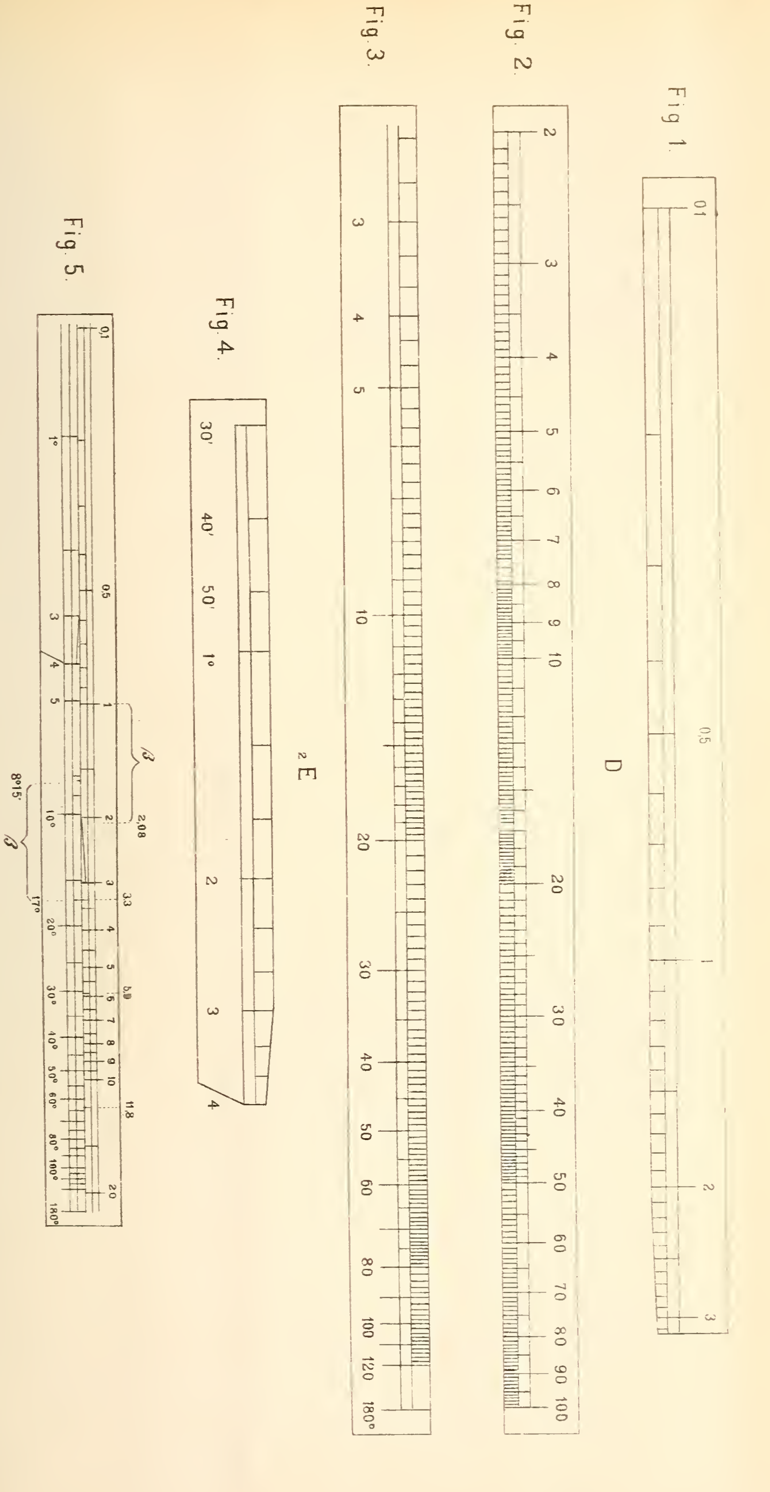
Für Weissbleierz z. B. ist $\beta = 2{,}08$. Die Entfernung von 2,08 bis 1 (in Fig. 5 mit β' bezeichnet) ist von $2E = 17^0$ nach links abgetragen und dadurch $2V_\alpha = 8^0\,15'$ erhalten worden.

Die Genauigkeit der Scala ist wohl so gross, wie sie in weitaus den meisten praktischen Fällen genügen wird. Entsprechend der logarithmischen Theilung ist die Scala bei kleineren Winkeln weitmaschiger als bei grossen und giebt den Werth 2E deshalb weniger genau für diese als für jene. Es ist dies aber nicht von nennenswerthem Nachtheil, da ja auch die Genauigkeit der Messung bei grossen Winkeln hinter der bei mittleren und kleinen zurückbleibt.

Sehr bequem wäre es auch, wenn jedem Mikroskop ein Ocular mit Glasmikrometer beigegeben würde, dessen Theilung an den Hyperbelscheiteln für das gebräuchliche Objectiv direct die Werthe 2E angäbe. Bei der Theilung müssten folglich von der Mitte aus nach beiden Seiten die Werthe sin E aufgetragen und mit 2E bezeichnet werden. Die Grösse der der Theilung zu Grunde liegenden Einheit ist natürlich nur für gleichgebaute Mikroskope und Linsensysteme die gleiche, so dass nur für diese die Theilung Geltung hätte. Träfe die Mittellinie nicht auf den 0-Punkt, wären also am linken und rechten Scheitelende die Ablesungen beziehungsweise 2E′ und 2E′ + d, so fände man annähernd

$$2E = 2E' + \frac{d}{2}.$$

Mineralogisches Institut der Technischen Hochschule zu Karlsruhe.



Max Schwarzmann gez.
Lith. Anstalt von A. Eckstein, Stuttgart