J. F. C. Hessel.

Zur Säcularfeier seines Geburtstages (27. April 1796).

Von

Edmund Hess in Marburg.

Der vorliegende Aufsatz enthält Mittheilungen über den Lebensgang und die wissenschaftlichen Leistungen eines Forschers, dessen Name während seiner Lebenszeit den Mineralogen und den Mathematikern nur in beschränktem Maasse bekannt geworden ist, dessen Verdienste vielmehr erst nach seinem Tode von den Fachgenossen allseitig gewürdigt und anerkannt wurden.

Die Mineralogen sind wohl zuerst im Jahre 1891 durch die dankenswerthe historische Studie von L. Sohncke[1] auf Hessel's, als des Entdeckers des Eintheilungsprincips der Krystalle, grosses Verdienst nachdrücklich hingewiesen worden. Zwar hatte auch schon Quenstedt[2] im Jahre 1873 Hessel einige Gerechtigkeit widerfahren lassen, indem er ihn als einen gründlichen Vorläufer von Miller bezeichnete, und den Umstand, dass Hessel's vortreffliche Hauptarbeit (Artikel

---

[1] L. Sohncke, Die Entdeckung des Eintheilungsprincips der Krystalle durch J. F. C. Hessel. Zeitschr. f. Kryst. **18**. 486—498. 1891.

[2] Fr. Aug. Quenstedt, Grundriss der bestimmenden und rechnenden Krystallographie. Tübingen 1873. Vergl. in der geschichtlichen Einleitung S. 61.

„Krystall“ in Gehler's physikalischem Wörterbuch) wenig Beachtung in Deutschland fände, lediglich der eigenthümlichen Darstellung und Nomenclatur Hessel's zugeschrieben.

Unmittelbar nach dem Erscheinen der Sohncke'schen Arbeit wurden auch durch A. Schoenflies in einem inhaltreichen Buche[1] die Verdienste Hessel's bezüglich der zuerst von ihm aufgestellten 32, durch ihre Symmetrie von einander verschiedenen Krystallclassen gebührend gewürdigt und in helles Licht gesetzt. Indem Schoenflies die Beziehungen dieser Untersuchungen zu den rein mathematischen der Gruppentheorie entwickelte und hervorhob, machte er auch die Mathematiker mit den Leistungen Hessel's auf diesem Gebiete genauer bekannt[2].

Was den Verfasser dieser Mittheilungen betrifft, welcher noch ein Schüler Hessel's gewesen zu sein den Vorzug hat, so darf er wohl auch hier darauf hinweisen, dass er, an die letzte Hessel'sche Arbeit[3] anknüpfend, schon vom Jahre 1872 an bemüht gewesen ist, in zahlreichen Schriften[4] und einem ausführlicheren Buche[5] die grundlegenden Leistungen Hessel's in der Theorie der gleicheckigen und der gleichflächigen Polyeder nach Gebühr zu würdigen und zur Anerkennung zu bringen.

Es darf wohl erwartet werden, dass, da nunmehr Hessel's Bedeutung von den Mineralogen und Mathematikern verdientermaassen anerkannt worden ist, die nachfolgenden Mittheilungen, zu deren Veröffentlichung der 100jährige Geburtstag Hessel's einen willkommenen Anlass bot, bei den Fachgenossen freundliche Aufnahme und Beachtung finden werden.

---

[1] A. Schoenflies: Krystallsysteme und Krystallstructur. Leipzig 1891.

[2] Vergl. z. B. F. Klein: Autographirte Vorlesungen über höhere Geometrie. 2. 382 ff. und H. Weber: Lehrbuch der Algebra. 2. 241.

[3] J. F. C. Hessel, Übersicht der gleicheckigen Polyeder u. s. w. Marburg 1871.

[4] E. Hess, Sitzungsberichte der Gesellsch. z. Bef. d. ges. Naturw. zu Marburg. 1872—1882. — Über gleicheckige und gleichkantige Polygone. Cassel 1874. — Über die zugleich gleicheckigen und gleichflächigen Polyeder. Cassel 1876. — Über vier Archimedeische Polyeder höherer Art. Cassel 1878.

[5] E. Hess: Einleitung in die Lehre von der Kugeltheilung u. s. w. Leipzig 1883.

I. Lebensgang von J. F. C. Hessel[1].

Johann Friedrich Christian Hessel wurde am 27. April 1796 zu Nürnberg als Sohn des Kaufmanns und Siegellackfabrikanten Johann Peter Hessel und dessen Frau Walburg, geb. Fleischmann, geboren. Da er seine Mutter früh verloren hatte, erhielt er seine Erziehung vom 6.—10. Jahre auf dem Lande bei einem Pfarrer Bach, dessen Gattin, eine Schwester seines Vaters, ihm eine zweite Mutter ward. Bach unterrichtete Hessel im Rechnen und Lateinischen, in den übrigen Disciplinen der Schullehrer. Von seinem 10. Jahre an besuchte Hessel in Nürnberg die Industrieschule, welche sich in der Folge zu einer Realschule und weiterhin zu einer Realstudienanstalt, die gleichen Rang mit einem Gymnasium hatte, entwickelte. Von seinen Mathematik-Lehrern an dieser Anstalt ist J. W. Pfaff, von Lehrern der Physik und Chemie sind Hermann, Pettenkofer, Schweigger (der Gründer des bekannten Journals) zu erwähnen, während G. H. Schubert, der Rector der Anstalt, Hessel zu naturhistorischen Studien lebhaft anregte. Im Lateinischen genoss Hessel Privatunterricht, während er selbst von seinem 14. Jahre an Unterricht in Mathematik und neueren Sprachen ertheilte. In dem Abgangszeugnisse, mit welchem er zur Universität entlassen wurde, ist in dem Resultat der Jahrescurse gesagt: „Er hat ein ausgezeichnetes Talent für höhere Mathematik, das sich je länger je mehr bei ihm entwickelt hat, ein vorzügliches Talent für Physik und Naturgeschichte und sehr viel Talent für Philosophie u. s. w.“

Im Herbst 1813 bezog Hessel die Universität Erlangen, um Medicin zu studiren, hörte aber auch mathematische Vorlesungen bei Rothe; im Herbst 1814 setzte er seine Studien in Würzburg fort, wo er am 2. August 1817 den Grad eines Doctors der Medicin, Chirurgie und Geburtshilfe erhielt.

---

[1] Vergl. den bis zum Jahre 1831 reichenden Lebensabriss, welcher nach autographischen Nachrichten abgefasst ist, in K. W. Justi: Grundlagen zu einer Hessischen Gelehrten-, Schriftsteller- und Künstler-Geschichte von 1806—1831. Marburg, Chr. Garthe, 1831; und weiterhin den im Rectoratsprogramm der Universität Marburg vom Jahre 1872 von J. Caesar verfassten Nachruf.

Hauptsächlich hatten ihn während dieser drei Jahre in Würzburg die Vorlesungen über Mathematik, Physik, Chemie, beschreibende Naturwissenschaften, pathologische Anatomie und Physiologie interessirt.

Um das in Bayern vorschriftsmässige „biennium practicum“ zu absolviren, zog Hessel nach München, wo er Hospitäler besuchte und seinen Lebensunterhalt kümmerlich durch Privatunterricht in Mathematik und neueren Sprachen verdiente. Dort traf er mit A. P. Bezold, seinem Schulkameraden und Universitätsfreunde zusammen, welcher durch Schweigger mit C. C. v. Leonhard bekannt und dessen Assistent geworden war und der nun Hessel bei Leonhard einführte und empfahl. Dieser übertrug Hessel zuerst Übersetzungen aus französischen und englischen Journalen und Werken und machte ihm dann den Antrag, ihn nach Heidelberg, wohin Leonhard als Professor der Mineralogie u. s. w. berufen war, zu begleiten, dort die bisher von Bezold eingenommene Stelle zu vertreten, besonders ihn durch seine mathematischen Kenntnisse im Studium der Haüy'schen Krystalllehre zu unterstützen.

Hessel konnte in Heidelberg einmal sein biennium practicum vollenden, besuchte daher anfangs noch die Kliniken, hörte ferner bei Leonhard Mineralogie und studirte Haüy's Schriften. So wurde in ihm eine beträchtliche Vorliebe für das Studium der Oryktognosie und der Krystallkunde erregt; nebenbei betrieb er Mathematik, Physik, Chemie (bei Gmelin), Zoologie, vergleichende Anatomie und Botanik. Indem er selbst ausserdem zahlreiche Privatstunden in Mathematik, neueren Sprachen u. s. w. ertheilte, hatte er damals ein reichliches Einkommen.

Am 24. Januar 1821 erhielt er nach bestandenem Examen die philosophische Doctorwürde [1] und bald darauf die Rechte eines Privatdocenten der Universität. Schon im Herbste desselben Jahres, 1821, wurde er als ausserordentlicher Professor der Mineralogie und Technologie und der damit verwandten Wissenschaften nach Marburg berufen und nach vierjähriger erfolgreicher Thätigkeit im Herbste 1825 zum ordentlichen Professor befördert. Als solcher ist er bis zu

[1] Der Titel der Doctordissertation ist unter II. A. 1. angegeben.

seinem im Jahre 1872 (am 3. Juni) erfolgten Tode, nachdem er am 1. October 1871 in aller Stille sein 50jähriges Jubiläum als Professor begangen hatte, an der Universität Marburg thätig gewesen.

Von äusseren Ehrenbezeugungen, welche ihm zu Theil wurden, seien folgende erwähnt. Hessel war achtmal Decan der philosophischen Facultät, einmal (1830/31, in einer zumal für Kurhessen in politischer Beziehung sehr unruhigen Periode) Prorector der Universität, langjähriges Mitglied der Administrations-Commission, der Beneficien-Inspection, der Commission für die naturwissenschaftliche Prüfung der Mediciner und Vorsitzender der Commission für die theoretische Prüfung der Bewerber um ein ordentliches Lehramt an Gelehrtenschulen. Auch war er 5 Jahre hindurch Mitglied des Marburger Stadtrathes und später Ehrenbürger der Stadt. Einfach und bescheiden lehnte er alle öffentlichen Feiern seiner Jubiläen ab; bis in sein spätes Alter war er — abgesehen von der Abnahme seiner Sehkraft und von Athembeschwerden — körperlich rüstig und bis zu seinem Ende geistig frisch und thätig.

Verheirathet war Hessel seit 24. März 1822 mit Christine geb. Hesse aus Heidelberg. Dieser Ehe waren 3 Söhne und 3 Töchter entsprossen; der älteste Sohn hatte sich dem Eisenbahnfache gewidmet, der zweite war Chemiker und Mineralog in London, der jüngste Mediciner in Amerika. Nach dem im Jahre 1856 erfolgten Tode seiner Frau lebte Hessel längere Jahre mit seiner jüngsten Tochter Ernestine zusammen, welche ihn bei seinen mannigfachen Arbeiten, da die Augen ihren Dienst zu versagen begannen, hilfreichst unterstützte. Als dieselbe in Folge ihrer Verheirathung ihn verlassen hatte, vermählte sich Hessel 1869 zum zweiten Male mit Fräulein Henriette Dallwig, welche ihm seinen Lebensabend verschönte und erheiterte. Dieselbe lebt gegenwärtig noch in Marburg, während von den sechs Kindern Hessel's keines mehr am Leben ist: der zweite Sohn, Cornelius, ist am Ende des vergangenen Jahres nach schwerem Leiden in London gestorben.

Einfach, still und bescheiden, wie die Persönlichkeit, deren Lebensgang im Vorstehenden kurz skizzirt worden ist, waren auch die Räume, in welchen der Gelehrte den grössten

Theil seiner Tage verbracht hat. Hessel bewohnte ein kleines Haus, welches er sich am Schlossberge — Ecke der Ritterstrasse und der Windgasse — erbaut hatte, mit beschränkten und wenig bequemen Räumen. Dort hielt er auch in einem engen Auditorium, in welchem er an einem Tische mitten unter seinen Zuhörern sass, seine Vorlesungen. Dies Haus barg auch seine nicht unbedeutenden Sammlungen von Mineralien, Versteinerungen und vor Allem seine zahlreichen, meistens von ihm selbst gefertigten Modelle von Raumgebilden, sowie auch die etwas primitiven Modelle von Maschinen, deren er sich in seinen technologischen Vorlesungen zu bedienen pflegte.

II. Wissenschaftliche Thätigkeit und Leistungen Hessel's.

Im Anschluss an die letzten Bemerkungen seien zuerst die Vorlesungen Hessel's erwähnt. Hessel entwickelte eine sehr vielseitige Lehrthätigkeit: er las einmal, seinem Lehrauftrag entsprechend, über Oryktognosie, Geognosie, technische Mineralogie, Bergbau, Stöchiometrie, hielt Übungen im Untersuchen von Mineralien ab, ferner las er über Technologie, sodann aber mit besonderer Vorliebe über Geometrie, besonders Stereometrie, Polyeder mit und ohne Hauptaxe, Perspective, Mechanik, Analysis des Endlichen u. s. w. Die stereometrischen Vorlesungen Hessel's, über welche der Verfasser dieser Mittheilungen hauptsächlich aus eigener Erfahrung urtheilen kann, waren in hohem Grade fesselnd und interessant; hier zeigte sich auch das bewundernswerthe Anschauungsvermögen Hessel's: er gab ein sehr complicirtes körperliches Modell herum und entwickelte mit halbgeschlossenen Augen Beziehungen an demselben, wobei ihm die Gestalt in allen ihren Einzelnheiten vor seinem geistigen Auge gegenwärtig war. Die erste Viertelstunde (die Zeit des sog. akademischen Viertels) benutzte Hessel, um die Zuhörer zu examiniren und ihnen Aufgaben vorzulegen, weshalb manche erst pünktlich mit dem Glockenschlage des Viertels zu erscheinen pflegten. Die Zahl der Theilnehmer an einer einzelnen Vorlesung war naturgemäss keine sehr grosse — die Universität Marburg war in den letzten Decennien der politischen Selbstständigkeit Kurhessens von etwa 250—300 Stu-

denten besucht —, doch ist die Gesammtzahl der Schüler Hessel's, welche ihrem Lehrer ein dankbares Andenken bewahrten, im Laufe seiner 50jährigen Lehrthätigkeit eine recht beträchtliche geworden.

Betrachten wir nun Hessel als Forscher und Schriftsteller, so tritt uns auch hier die grosse Vielseitigkeit seiner wissenschaftlichen Thätigkeit entgegen. Wiewohl Hessel als Mineraloge und Geologe zahlreiche gründliche und erfolgreiche Untersuchungen angestellt und veröffentlicht hat, sich ausserdem mit Physik, Astronomie, Chemie, Zoologie und Botanik eingehend beschäftigte, so ist er doch nach seinen wissenschaftlichen Leistungen vorzugsweise als Mathematiker, und zwar speciell als scharfsinniger Forscher in dem Gebiete der Gestaltenlehre und der Krystallographie zu würdigen.

Die nachfolgende, chronologisch geordnete Zusammenstellung der 13 selbstständig erschienenen Schriften Hessel's, derjenigen Zeitschriften, in welchen seine zahlreichen Abhandlungen und Mittheilungen veröffentlicht sind, sowie einiger unter seinem Einfluss entstandenen Arbeiten lässt die vorwiegende Berücksichtigung mathematisch-krystallographischer Probleme schon äusserlich erkennen.

A. Selbstständig erschienene Schriften Hessel's.

1. Parallelepipedum rectangulum eiusdemque sectiones in usum crystallographiae. Heidelberg 1821. 4°. (Dissert. inaug.)

2. Über positive und negative Permutationen. Marburg 1823. 8°.

3. Einfluss des organischen Körpers auf den anorganischen, nachgewiesen an Encriniten, Pentacriniten und anderen Thierversteinerungen. Marburg 1826. 8°. Mit 2 Tafeln.

4. Krystallometrie oder Krystallonomie und Krystallographie, auf eigenthümliche Weise und mit Zugrundelegung neuer allgemeiner Lehren der reinen Gestaltenkunde, sowie mit vollständiger Berücksichtigung der wichtigsten Arbeiten und Methoden anderer Krystallographen bearbeitet. Leipzig 1831. 8°. (Durch Angabe der vielen Druckfehler, Vorrede und Inhaltsverzeichniss vervollständigter Abdruck des 1830 erschienenen Artikels „Krystall" in Gehler's physikalischem Wörterbuche. **5.** 2. S. 1023—1340.)

5. Quaestiones stereometricae potissimum ad theorema Euleri de numeris planorum superficialium, canthorum et acuminum in polyedris spectantes. Marburg 1831. 4°. (Progr. prorectorale.)

6. Versuche über Magnetketten. Schriften der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften zu Marburg. **5.** 1844.

7. Löthrohrtabellen für mineralogische und chemische Zwecke. Marburg 1847. 4⁰.

8. Die Anzahl der Parallelstellungen und jene der Coincidenzstellungen eines jeden denkbaren Raumdinges mit seinem Ebenbilde und seinem Gegenbilde, der Regelmässigkeitsgrad des Schwerpunktes und andere bei Raumdingen in Betracht kommende Zahlen als Merkmale für den Begriff Familie von Raumdingen nachgewiesen. Cassel 1853. 8⁰.

9. Die Weinveredelungsmethoden des Alterthums verglichen mit denen der heutigen Zeit. Marburg 1856. 4⁰. (Ad concelebranda sollemnia Wenderothii semisaecularia.)

10. Die merkwürdigsten arithmetischen Eigenschaften der wichtigsten Näherungsreihe für die Sonnenabstände der Planeten und die ihnen entsprechenden astronomischen Entdeckungen. Marburg 1857. 4⁰. (Ad Muelleri matheseos professoris sacra semisaecularia.)

11. Über gewisse merkwürdige statische und mechanische Eigenschaften der Raumgebilde, welche einen Schwerpunkt haben, insbesondere der homogenen Körper, und über die Bedeutung derselben für verschiedene auf Krystalle bezügliche Lehren der Physik. Marburg 1862. 4⁰. (Ad Gerlingii sacra semisaecularia [1].)

12. Über gewisse, in der Umgegend von Marburg vorhandene, dem Bunten Sandstein angehörige Gebilde. Marburg 1868. 4⁰. (Ad Noeggerathum prof. Bonnensem de impetratis apud Marburgenses ante quinquaginta annos summis in philosophia honoribus gratulatio).

13. Übersicht der gleicheckigen Polyeder und Hinweisung auf die Beziehungen dieser Körper zu den gleichflächigen Polyedern. Marburg 1871. 8⁰.

B. Zeitschriften, in welchen Abhandlungen und Mittheilungen von Hessel erschienen sind.

Leonhard: Mineralogisches Taschenbuch (1824—1828).

Leonhard und v. Bronn: Jahrbuch für Mineral., Geog. u. s. w. (v. J. 1830 an).

Schweigger: Journal für Chemie (**50**, **51**, **67**).

Kastner: Archiv für d. ges. Naturlehre (**9** u. **10**).

Liebig: Annalen der Chemie (**98**).

Poggendorff: Annalen der Physik (Bd. **79**, **137**).

Crelle: Journal für Mathematik (Bd. **8**).

Grunert: Archiv für Mathematik und Physik (v. J. 1844—1868).

Sitzungsberichte der Gesellsch. z. Bef. d. ges. Naturw. zu Marburg (v. J. 1822—1871).

---

[1] Diese Schrift ist ein Auszug aus einer Arbeit, welche Hessel in der unter 8. aufgeführten Abhandlung unter dem Titel: „Über Regelmässigkeitsgrade, die beim Schwerpunkt, bei Schwerlinien und bei Schwerebenen in Raumgebilden vorkommen etc.“ angekündigt hatte. Diese ausführliche Abhandlung, welche auch einen Anhang über die von Herrn Bravais gelieferte „Classification der Polyeder nach der Natur ihrer Symmetrie“ enthalten sollte, ist aber, wie es scheint, nicht veröffentlicht worden.

C. Unter den von Hessel übersetzten französischen und englischen Schriften ist u. a. zu erwähnen das Buch von Haüy, von dem Übersetzer „Ebenmaassgesetz der Krystallbildung", Frankfurt 1819. 8⁰. betitelt.

D. Von Arbeiten, welche direct unter dem Einfluss Hessel's entstanden sind und eine weitere Ausführung seiner Lehren aus dem Gebiete der Gestaltenkunde enthalten, seien die folgenden genannt:

Burhenne, H., Die Raumgestalten nach ihrer Symmetrie dargestellt. Mit 5 Tafeln. Cassel 1832. 4⁰.

—, Bemerkung zur Symmetrie der Gestalten. Cassel 1867. 4⁰.

Hempfing, Chr., Tabellen zum Auffinden der verschiedenen Classificationsstufen, in welche eine beliebige Gestalt in dem von etc. Hessel aufgestellten System der sämmtlichen denkbaren Gestalten gehört. Inaugural-Dissert. Marburg 1851. 8⁰.

Hess, E., Vergl. die in der Einleitung citirten Schriften.

Auf den Inhalt der physikalischen, astronomischen und chemischen Schriften Hessel's soll hier nicht näher eingegangen werden. Auch hinsichtlich der Veröffentlichungen Hessel's auf den Gebieten der Mineralogie und Geologie muss sich der Verfasser dieser Mittheilungen als Nicht-Fachmann auf die Hervorhebung einiger der wichtigsten Leistungen beschränken.

Die zahlreichen Abhandlungen und Mittheilungen, welche Hessel in Leonhard's Taschenbuch und Jahrbuch für Mineralogie u. s. w. veröffentlichte, enthalten u. a. Beschreibungen interessanter mineralogischer und geologischer Vorkommnisse aus der näheren und weiteren Umgebung Marburgs, so z. B. das Vorkommen des Harmotoms und anderer Mineralien im Basalte des Stempels, des Hyaliths im Dolerite bei Nordeck, einer Kalkformation, eines Bimssteinlagers, eines Braunkohlenlagers u. s. w., ausserdem Untersuchungen über Feldspath, das Krystallsystem des Gypses, über Eiskrystallisirung u. s. w.

Unter den selbstständig erschienenen, hierher gehörigen Schriften Hessel's dürfte die unter A. 3. aufgeführte auch jetzt vielleicht noch der Beachtung nicht ganz unwerth erscheinen. Hessel geht hier von der Thatsache aus, dass Versteinerungen von Strahlthieren (Pentacriniten, Encriniten u. s. w.) fünfzähligen Formensystemen angehören. Da nun die fünfzähligen Formensysteme nicht nur mit dem Krystallsysteme des Kalkspaths, sondern auch überhaupt mit dem Rationalitätsgesetze der Krystallographie in directem Widerspruche stehen,

so will Hessel zeigen, auf welche merkwürdige Weise die Natur dennoch so heterogene Gestalten verbunden auftreten lässt. Er leitet aus seinen zahlreichen und sorgfältigen Beobachtungen folgende Gesetze ab:

1. In jedem Stielglied fällt die Hauptaxe des Kalkspathrhomboëders mit der Hauptaxe der fünfseitigsäuligen oder cylindrischen Gestalt des Gliedes zusammen. 2. Mit einer der 5 Queraxen erster (zweiter) Art in der fünfseitigen Säule fällt zusammen eine Queraxe der ersten oder zweiten (der zweiten oder ersten) Art im Rhomboëder, wobei das letztere im Ganzen vier mögliche Stellungen haben kann. Es ist bemerkenswerth, dass keine andere denkbare Stellung des Rhomboëders in der fünfseitigen Säule so wenig die Symmetrie der letzteren, wie die des ersteren verletzt, als die beschriebenen und beobachteten Stellungen. Es wird zwar durch diese die Symmetrie beider combinirten Körper verletzt, aber auf die geringst möglichen Arten.

Wir wenden uns schliesslich noch zu einer kurzen Würdigung der Thätigkeit und der Leistungen Hessel's auf seinem eigentlichen Hauptgebiete der Gestaltenlehre und der Krystallkunde.

Die beiden unter A. 1. und 2. aufgeführten Abhandlungen können als Vorstudien zu dem Hauptwerke A. 4. angesehen werden. In seiner Dissertation behandelt Hessel die Schnitte an einem rechtwinkeligen Parallelepiped, in der zweiten Schrift entwickelt er wesentlich die Grundlehren der Determinantentheorie mit Anwendung auf die Auflösung eines Systems linearer Gleichungen, allerdings ohne die gegenwärtig allgemein übliche Symbolik zu benützen. Diese Lehren waren damals, obwohl die ersten Untersuchungen auf Leibnitz zurückgehen, noch nicht Gemeingut der Mathematiker geworden, und Hessel hat dieselben selbstständig mit Rücksicht auf seine besonderen Zwecke abgeleitet.

An das Hauptwerk A. 4. schliessen sich als Erweiterungen und Vervollständigungen die unter A. 8., 11. und 13. aufgeführten Schriften an, während die Schrift A. 5. und der Aufsatz in Crelle's Journal Verallgemeinerungen des Euler'schen Lehrsatzes behandeln, welche noch in den letzten Jahrzehnten vielfach Gegenstand von Untersuchungen gewesen sind. Die

zahlreichen in Grunert's Archiv veröffentlichten mathematischen Abhandlungen beziehen sich zwar meist auf geometrische Fragen, doch hat Hessel auch mehrfach, wie auch in A. 10., rein analytische und arithmetische Probleme behandelt.

Das quantitativ, wie qualitativ bedeutendste Werk A. 4. enthält, wie Sohncke richtig hervorgehoben hat, als eines seiner wichtigsten Resultate die zuerst methodisch abgeleitete Aufstellung der 32 allein möglichen Krystallclassen. Indessen muss betont werden, dass weitaus der grösste Theil des Buches ganz allgemeine, von rein geometrischem Gesichtspunkte ausgehende Untersuchungen über die Gleichwerthigkeit der Theile irgend eines Raumgebildes in Beziehung auf eine Axe bringt und das Problem, die sämmtlichen möglichen Arten der Symmetrie eines solchen zu bestimmen, zur Lösung führt. Erst nachdem das Rationalitätsgesetz, welches Hessel „Gerengesetz“ [1] nennt, in die Betrachtung eingeführt ist, ergiebt sich die beschränkte Zahl von 32 allein möglichen Symmetriearten für die Gestalten, welche diesem Gesetze unterworfen sind, nämlich für die Krystalle.

Wir müssen uns hier darauf beschränken, diese allgemeinen Untersuchungen Hessel's kurz zu skizziren und verweisen zugleich auf die angeführte Abhandlung von L. Sohncke, welcher im Wesentlichen den von Hessel befolgten Gedankengang mit besonderer Berücksichtigung der krystallographischen Anwendung in klarer und übersichtlicher Darstellung wiedergegeben hat.

Nachdem Hessel die Begriffe der ebenbildlichen und gegenbildlichen Gleichheit der gleichwerthigen Theile eines Raumdings, ferner diejenigen eines Strahls, eines Strahlsystems, einer Axe, eines Axensystems für ein Raumgebilde aufgestellt hat, giebt er die Definition einer p-gliederigen (p-zähligen) Axe und unterscheidet die Fälle einer gleichendigen und ungleichendigen Axe und weiterhin zufolge der Beziehungen derartiger Axen zu Symmetrieebenen die besonderen Fälle der zweifach und einfach p-gliederigen, der gleichstelligen und ungleichstelligen, der geren-

[1] „Gere“ heisst bei norddeutschen Tischlern die Diagonale eines Quadrates.

stelligen Axen, wonach sich 7 mögliche Fälle für den Charakter einer Axe ergeben. Es folgt sodann die Unterscheidung der Raumgebilde in solche mit und ohne Hauptaxe oder in hauptaxige und hauptaxenlose Gestalten.

Bei der allgemeinen Untersuchung der hauptaxigen Gestalten werden die Queraxen erster und zweiter Art mit der Hauptaxe als Messungsaxen eingeführt und damit die hauptaxigen Strahlsysteme zu Familien, welche als ein- und m-maassige Gestalten ($p = m$ oder $2m$) bezeichnet werden, vereinigt. Die Zahl m kann irgend einen ganzzahligen, positiven Werth haben; für $m = 2n + 1$ ergeben sich je 12, nämlich 5 $2(2n + 1)$-gliederige und 7 $(2n + 1)$-gliederige, für $m = 2n$ je 7, nämlich 5 $4n$-gliederige und 2 $2n$-gliederige Classen von Strahlsystemen. Nur für $n = 0$, d. h. für das ein- und ein-maassige Strahlsystem reducirt sich die Zahl 12 auf 8, da viermal je zwei dieser Classen als im Wesentlichen identisch anzusehen sind.

Von der Familie der hauptaxenlosen Gestalten werden ausser der Kugel, welche dem unendlich vielstrahligen System entspricht, nur zwei Ordnungen erhalten, nämlich die der 3-gliederig 4-axigen Gestalten (das cubische System) mit 5 besonderen Classen und diejenige der 3-gliederig 10-axigen Gestalten (das ikosaëdrische System) mit 2 besonderen Classen.

Es werden sodann die sämmtlichen möglichen einfachen Gestalten dieser Classen, d. h. die von gleichwerthigen Flächen, deren Normalen Strahlen von einerlei Art in einem gegebenen Strahlsysteme sind, begrenzten Gestalten, sowie auch die zusammengesetzten Gestalten abgeleitet und nach ihren Eigenschaften untersucht. Hieran schliessen sich eingehende Untersuchungen über die Bestimmung und Unterscheidung der wesentlichen Strahlen und Axen der beiden Hauptclassen nach ihrem Vorzeichen und ihrer Maasszahl. Hier erfährt die Vorzeichenbestimmung der beiden Permutationsclassen eine interessante geometrische Anwendung; andererseits wird eine grosse Anzahl von Formeln entwickelt, welche die durch je drei benachbarte der wichtigsten Strahlen (für die hauptaxigen Gestalten sind dies der Hauptstrahl und je ein 2-fach 2-gliederiger Querstrahl der ersten und der zweiten

Art, für das cubische System z. B. je ein 2-fach 4-gliederiger, 3-gliederiger und 2-gliederiger Strahl) bestimmte Ecke oder die hierdurch gegebene „Zelle“ und die übrigen Strahlen, welche als Flächennormalen auftreten, charakterisiren. Durch diese Relationen zwischen den trigonometrischen Functionen der Winkel jener Ecken und den Werthen der Bestimmungsstrahlen wird auch eine einfache und charakteristische Bezeichnung der Gestalten der verschiedenen Classen erzielt.

Damit schliesst der erste Haupttheil des Buches und der nun folgende zweite — dem Umfang nach nur halb so grosse — Theil enthält die wichtige Anwendung der allgemeinen Betrachtungen auf die Bestimmung der möglichen Krystallclassen. Es wird zunächst das Gerengesetz oder das Gesetz vom Parallelogramme der Strahlen (die geometrische Addition von Geraden) und die Bedingung für einen gerengesetzlichen Strahlenverein in der Ebene und im Raume entwickelt. Aus dem Satze, dass $\cos \frac{1}{n} 360^0$ nur dann rational ist, wenn die ganze Zahl n bei geradem Werthe nicht grösser als 6 und bei ungeradem Werthe nicht grösser als 3 ist — Hessel hat diesen Satz erst in seiner letzten im Grunert'schen Archive **48**. 1868 veröffentlichten Abhandlung scharf bewiesen — folgt nun, dass bei den ein- und m-maassigen Strahlsystemen, für welche $m > 3$ ist, die Gesammtheit der ebenbildlichen Strahlen nicht zu demselben gerengesetzlichen Verein gehören kann, und dass ferner von den hauptaxenlosen Systemen das 3-gliederig 20-strahlige nicht dem Gerengesetz unterworfen ist, da weder alle 5-gliederigen, noch alle 2-gliederigen, noch auch alle 3-gliederigen Strahlen, daher auch nicht die Gesammtheit der Strahlen aller dieser 3 Arten demselben gerengesetzlichen Strahlenverein angehören kann.

Somit ergeben sich folgende Hauptabtheilungen für die dem Gerengesetze unterworfenen Krystallgestalten:

I. Hauptclasse: Hauptaxenlose Gestalten. Einzige Ordnung der 3-gliederig 4-axigen Gestalten, welche 5 besondere Classen umfasst (cubisches System).

II. Hauptclasse: Hauptaxige Gestalten.

1. Ordnung: 1-fach 1-axige:

a) Familie der 1- und 3-maassigen Gestalten (hexagonales System), welche 12 besondere Classen enthält;

b) Familie der 1- und 2-maassigen (tetragonales System) mit 7 besonderen Classen.

2. Ordnung: mehrfach 1-axige oder 1- und 1-maassige (rhombisches, monoklines und triklines System) mit wesentlich 8 besonderen Classen.

Die vollständige Zusammenstellung der 32 Classen, welche dieser Art der Eintheilung, mit der auch das optische Verhalten der Krystalle übereinstimmt, entsprechen, ist auch von Sohncke und von Schoenflies a. a. O. gegeben. Hessel entwickelt vor Aufstellung der Tabelle noch eine Reihe interessanter Beziehungen für die sog. gerengesetzlichen Flächenvereine, d. h. die Gesammtheit der Ebenen, von denen jede zu zwei verschiedenen Strahlen eines gerengesetzlichen Strahlenvereins im Raume parallel liegt, und für die beiden gerengesetzlichen Strahlenvereine, von denen der eine durch die Normalen (Träger) der Ebenen, der andere durch die den Kanten des Flächenvereins parallelen Strahlen (die kantenthümlichen Strahlen) gebildet ist. Hieran schliesst sich die Einführung der sog. Zeigerfläche, welche zu zwei bestimmten Trägern parallel ist und in welcher die Durchstossungspunkte der übrigen Träger construirt werden; umgekehrt können dann aus den Lagen dieser Punkte die die entsprechenden Träger oder deren zugehörige Ebenen bestimmenden Maasszahlen (Parameter) abgelesen werden. Speciell für eine Flächenzone ist die Zeigerlinie oder der Zeiger der Zone, d. h. die Schnittlinie der Zonenebene mit der Zeigerfläche von Wichtigkeit.

Das Hauptwerk Hessel's blieb, wie bereits in der Einleitung hervorgehoben wurde, fast gänzlich unbeachtet, wozu allerdings die etwas schwer verständlichen allgemeinen Untersuchungen, die mitunter schwerfälligen und umständlichen mathematischen Entwickelungen, ausserdem die eigenthümliche deutsche Kunstsprache und auch die zahlreichen Druckfehler der ersten Ausgabe (Artikel „Krystall“ in Gehler's physikalischem Wörterbuche) beigetragen haben mögen. Die späteren Bearbeiter desselben Problems, wie Bravais (1849), Gadolin

(1867), Curie (1884), Minnigerode (1887) u. a. haben, ohne die Arbeit Hessel's zu berücksichtigen, freilich auch unter Anwendung eleganterer Methoden, wie z. B. der Benutzung der Projection auf eine Kugelfläche, der Beziehungen zur Gruppentheorie u. s. w., dieselben Resultate, wie Hessel, erhalten. Nur Bravais scheint die Hessel'sche Arbeit etwas gekannt, aber, was für einen Franzosen bei der eigenthümlichen Kunstsprache Hessel's erklärlich ist, nicht vollständig verstanden zu haben; hierauf bezieht sich eine Bemerkung Hessel's in dem Programm A. 11., in welcher er feststellt, dass Bravais bei seiner Aufstellung eine Classe, die der sphenoidischen Viertelflächner des tetragonalen Systems, übersehen habe. Auch Hessel's Zeitgenosse Möbius [1] verhielt sich, wie aus einem Briefe desselben an Gerling hervorgeht, ablehnend gegen Hessel's Untersuchungen und schloss sich in seinen Arbeiten über das Gesetz der Symmetrie der Krystalle und die Anwendung dieses Gesetzes auf die Eintheilung der Krystalle in Systeme ganz an Bravais an. Erst Sohncke hat die grundlegende Bedeutung des Hauptwerkes von Hessel und damit die unzweifelhafte Priorität seiner Entdeckung erkannt und festgestellt.

In den sich an das Hauptwerk anschliessenden, später erschienenen Schriften A. 8. und A. 11. werden die allgemeinen Untersuchungen erweitert und vervollständigt, insbesondere auch statische Beziehungen in die Betrachtung eingeführt. Die letzte, ein Jahr vor dem Tode Hessel's erschienene Schrift A. 13. endlich enthält die Aufstellung der sämmtlichen möglichen gleicheckigen, sowie der ihnen polar entsprechenden gleichflächigen Polyeder der ersten Art. Die letzteren, nämlich die einfachen Gestalten, hatte Hessel in seinem Hauptwerk vollständig abgeleitet; hier stellt er sich die Aufgabe, alle möglichen Polyeder (erster Art) zu bestimmen, welche gleicheckig sind. Hessel erreicht dies Ziel, indem er diese Körper aus den geraden Prismen mit regulären Grundflächen und den regelmässigen Polyedern durch gleichmässige und gerade Abstumpfung der Ecken und Kanten herleitet und erhält durch Anwendung des Princips der Polarreciprocität

[1] Möbius, Gesammelte Werke. 2. 349 ff.

wiederum die sämmtlichen möglichen gleichflächigen Polyeder. Diese Untersuchung ist wiederum allgemein durchgeführt; bei Beschränkung auf die dem Rationalitätsgesetze unterworfenen Gestalten würden sich nur 27 gleicheckige und ebensoviele gleichflächige Polyeder (und zwar 12 aus der Hauptclasse der hauptaxigen, 15 aus derjenigen der hauptaxenlosen Gestalten) ergeben. Dass an diese Untersuchungen anknüpfend der Verfasser dieser Mittheilungen in seinen Schriften (seit 1872) bestrebt gewesen ist, die grundlegenden Leistungen Hessel's auch auf diesem Gebiete zur Anerkennung zu bringen, ist bereits in der Einleitung erwähnt worden.

Hessel war als Mathematiker bestrebt, alle seine Entwickelungen möglichst selbstständig zu finden. Dass ihm dies nicht immer auf dem einfachsten Wege gelang, da er hierbei die Untersuchungen anderer zu wenig in Betracht zog und benutzte, hat wohl zur Folge gehabt, dass seine Entwickelungen öfters etwas umständlich und wenig elegant ausfielen und deshalb bei den Fachgenossen nicht die gehörige Beachtung fanden. Bei dem bewunderswerthen räumlichen Anschauungsvermögen Hessel's wäre es vielleicht von grosser Wichtigkeit gewesen, wenn derselbe sich mit den Methoden der neueren Geometrie, besonders der synthetischen Methode etwas vertrauter gemacht hätte — er würde zweifellos hierin Bedeutendes geleistet haben. Immerhin bleibt die Bedeutung Hessel's hinsichtlich seiner fundamentalen Untersuchungen in der Gestaltenkunde eine grosse und unbestreitbare, insbesondere wird sein Verdienst, die 32 Krystallclassen zuerst abgeleitet und die sämmtlichen möglichen gleicheckigen und gleichflächigen Polyeder erster Art zuerst vollständig aufgestellt zu haben, ihm niemals geschmälert werden können.

Das Andenken an den ernsten, gründlichen und vielseitigen Forscher, der vor 100 Jahren der wissenschaftlichen Welt geschenkt wurde und dem erst eine spätere Generation den ihm gebührenden Lorbeer, welchen ihm seine Zeitgenossen verweigerten, zuerkannt hat, werde allezeit in Ehren gehalten!

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paläontologie

Jahr/Year: 1896

Band/Volume: 1896_2

Autor(en)/Author(s): Hess Edmund

Artikel/Article: J. F. C. Hessel. Zur Säcularfeier seines Geburtstages (27. April 1796). 107-122