

Naturhistorisches Museum  
Schriftentausch

Inv. Nr. Z 1435

VĚSTNÍK  
KRÁLOVSKÉ ČESKÉ  
SPOLEČNOSTI NAUK

1940

4. Nov. 1941

TŘÍDA  
MATEMATICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ

Cena 100 K

# **Spisy vydané Král. českou společností nauk, pokud jsou ještě na skladě:**

## **A. Periodica.**

- Abhandlungen der Kgl. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. V. Folge, XII. Bd. (1861—1862) 1863; XIII. Bd. (1863—1864) 1865.
- Sitzungsberichte der Kgl. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Zprávy o zasedání Král. čes. spol. nauk. Jahrgang 1876, 1877.
- Zprávy o zasedání třídy matematicko-přírodovědecké Král. české společnosti nauk. Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der Kgl. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. Jg. 1885.
- Věstník třídy filosoficko-historicko-filologické Král. české společnosti nauk. Sitzungsberichte der philosophisch-historisch-philologischen Classe der Kgl. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. Ročník 1895, 1896, 1897, 1898, 1899, 1900, 1906, 1907, 1908, 1909, 1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916, 1917.
- Věstník třídy matematicko-přírodovědecké Král. české společnosti nauk. Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der Kgl. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Ročník 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, 1893, 1895, 1896, 1897, 1898, 1899, 1900, 1901, 1902, 1903, 1904, 1905, 1906, 1907, 1908, 1909, 1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916, 1917.
- Věstník Královské české společnosti nauk. Třída filosoficko-historicko-jazykozpytná. Mémoires de la Société Royale des Lettres et des Sciences de Bohême. Classe des Lettres 1918, 1919, 1920, 1921/22, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927, 1928, 1929, 1930, 1931, 1932, 1933, 1934, 1935, 1936, 1937, 1938, 1939.
- Věstník Královské české společnosti nauk. Třída matematicko-přírodovědecká. Mémoires de la Société Royale des Lettres et des Sciences de Bohême. Classe des Sciences 1918, 1919, 1920, 1921/22, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927, 1928, 1929, 1930, 1931, 1932, 1933, 1934, 1935, 1936, 1937, 1938, 1939.
- Jahresbericht der Kgl. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Výroční zpráva Královské české společnosti nauk. Prag 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1885 (zugleich Festbericht über die 100jährige Jubelfeier derselben), 1886, 1887.
- Výroční zpráva Král. české společnosti nauk, Praha 1891, 1892, 1893, 1896, 1898, 1899, 1914, 1915, 1916, 1917.
- Jahresbericht der Kgl. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Prag 1888, 1889, 1891, 1894, 1895.
- Výroční zpráva Král. české společnosti nauk. Compte-rendu annuel de la Société Royale des Lettres et des Sciences de Bohême. 1918, 1919, 1920, 1921, 1922, 1923, 1925, 1926, 1927, 1928, 1929, 1930, 1931, 1932, 1933, 1934 (Jubilejní), 1935, 1936, 1937, 1938, 1939.
- Rozpravy Král. české společnosti nauk. Třída filosoficko-historicko-jazykozpytná. Nová řada (VIII.). Travaux de la Société royale des Lettres et des Sciences de Bohême. Classe des Lettres. Nouvelle série (VIII.).
- Čís. 1. V. Fiala, Slaný v letech 1618—1632. Praha 1925.
  - Čís. 2. B. Havránek, Genera verbi v slovanských jazycích I. Praha 1928—1929.
  - Čís. 3. M. A. Andrejeva, Očerki po kultuře vizant. dvora v XIII. věkě. Praha 1927.
  - Čís. 4. B. Havránek, Genera verbi v slovanských jazycích II. Praha 1937.
- Rozpravy Král. č. spol. nauk. Třída mat.-přírodovědecká. Nová řada (VIII.). Travaux de la Soc. royale des Lettres et des Sciences de Bohême. Classe des Sciences. Nouv. série (VIII.).
- Čís. 1. A. Zlatník, Études écologiques et sociologiques sur le Sesleria Coerulea. Praha 1928.
  - Čís. 2. K. Domin, The Pteridophyta of the Island of Dominica. Praha 1929.
  - Čís. 3. P. Sillinger, Bílé Karpaty, nástin geobotanických poměrů. Praha 1929.



VĚSTNÍK  
KRÁLOVSKÉ ČESKÉ  
SPOLEČNOSTI NAUK

TŘÍDA  
MATEMATICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ

ROČNÍK 1940

**Královská česká společnost nauk žádá své členy, aby pamatovali na její knihovnu autorským výtiskem nebo separátem každého svého díla.**

PRAHA 1941  
NÁKLADEM KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK  
V KOMISI FRANTIŠKA ŘIVNÁČE



# Obsah

<b>Vladimír Janko:</b> Příspěvky ke studiu sekundárních znaků pohlavních u ryb kostnatých . . . . .	I
<b>Břetislav Zahálka:</b> Příspěvek k stratigrafii křídly podkrkonošské . . . . .	II
<b>Vojtěch Jarník:</b> Zur Gitterpunktlehre der Ellipsoide $\alpha_1 (u_1^2 \dots u_{r_1}^2) \dots$ + $\alpha_2 (u_{r_1+1}^2 + \dots + u_r^2) \leq x$ . . . . .	III
<b>Břetislav Zahálka:</b> Příspěvek k srovnání křídly oblasti vltavoberounské a ohárecké . . . . .	IV
<b>Josef Vachtl:</b> Geologicko-petrografické poměry území mezi Březnicí a Bělčicemi (jz. cip spec. mapy list Příbram 4152) . . . . .	V
<b>Zdeněk Roth:</b> Charakteristika a vývoj šachtovitých závrtů a propasti typu <i>Light holes</i> CVIJIC a novotvořených portálů vyšších pater říčních jeskyň	VI
<b>Zdeněk Roth:</b> Vývojový vztah jeskyně Baradel k jeskyni Domici v Jiho-slovenském Krase . . . . .	VII
<b>Vladimír Kořínek:</b> Bemerkung über charakteristisch einfache Gruppen . . . . .	VIII
<b>Dr. S. Prát:</b> Die Absorption der Beta-Strahlen in den Pflanzen-Blättern und im Holze . . . . .	IX
<b>Alois Příbyl:</b> Stratigrafické rozčlenění graptolitových zon z tak zv. „Barrandeových kolonií“ . . . . .	X
<b>Ing. R. Růžicka:</b> Faunistické seznamy z Barrandienu ze souvrství <i>ga</i> v okolí Pražském . . . . .	XI
<b>Jan Zavřel:</b> Polymorfismus larev rodu <i>Chironomus</i> . . . . .	XII
<b>A. Kochanovská:</b> Příspěvek ke studiu mosaiky kovových krystalů . . . . .	XIII
<b>Rud. Šrámek-Hušek:</b> K poznání podrodu <i>Cyclops</i> zvl. druhu <i>Cyclops vicinus</i> v Čechách . . . . .	XIV
<b>Ferdinand Prantl:</b> Stratigrafické postavení kyšického rudního obzoru . . . . .	XV
<b>Ferd. Prantl a Alois Příbyl:</b> Příspěvek k poznání siluru v okolí Stodůlek . . . . .	XVI
<b>Josef Jarka:</b> Příspěvek k poznání stratigrafie skryjských břidlic $\beta'_2$ . . . . .	XVII
<b>Vlastislav Zázvorka:</b> <i>Acanthoceras ornatissimum</i> (Stoliczka) z české křídly . . . . .	XVIII
<b>Pavel Stašek:</b> Über die Flächen, deren Krümmungslinien sich auf eine Ebene in gegebene Kurven zentral projizieren . . . . .	XIX





## Příspěvky ke studiu sekundárních znaků pohlavních u ryb kostnatých.

*Beiträge zur Kenntnis der sekundären Geschlechtsmerkmale bei den Knochenfischen. — Contributions to the Study of the secondary sexual Characters in Teleosts.*

*Mit einer deutschen und englischen Zusammenfassung. — With Summaries in English and German Languages.*

Se 2 tabulkami v textu a 1 v příloze.

**VLADIMÍR JANKO.**

Práce z ústavu histologicko-embryologického lékařské fakulty Karlovy university v Praze. Přednosta prof. dr. Zd. Frankenberger.

(Předloženo ve schůzi dne 10. ledna 1940.)

### **OBSAH:**

Úvod. Materiál a metody. Vlastní výsledky: Část I. Část II. Résumé. Deutsche Zusammenfassung. Summary in English. Výklad vyobrazení. Literatura.

### **Úvod.**

Studie o závislosti t. zv. sekundárních pohlavních znaků u obratlovců na primárním ústrojí gonádovém byly poměrně dosti pozdě rozšířeny i na ryby kostnaté. S tím souvisí, že byly namnoze teorie vyvozené hlavně z pokusů na ssavčím pokusném materiálu přenášeny ve formě předpokladů i na Teleostie hned při prvních orientačních výzkumech. Konkrétně řečeno, platí to hlavně pro teorii intersticia.

Vliv Bouin-Ancel-Steinachovského pojetí komplexu intersticiálních buněk jakožto endokrinního orgánu — žlázy vmezežené — jeví se velmi zřetelně na prvních popisných i pokusných pracích zabývajících se vztahem gonád Teleostií k jejich sexuálnímu utváření (habitu). Uvidíme v přehledu prací, které se snažily o řešení vztahu mezi gonádou a sekundárními znaky sexuálními, že všemi těmito pracemi se vine základní předpoklad: buď má na jejich realizaci hlavní a výsadný význam komplex tkáně intersticiální jakožto téměř celou gonádou rozprostřeného retikulárního endokrinního orgánu — nebo tento význam přísluší tkáni generativní vlastní. Poněvadž pak nepoměrná většina těchto histolo-

gických rozborů primárního ústrojí gonádového za různého vyjádření sexuálního dimorfismu připadá na studium žlázy samčí, můžeme zde sledovati zásadní dilemma: buď epithel seminální s buňkami Sertolihovo nebo intersticiem ovlivňuje výhradně souhrn sekundárních znaků pohlavních.

Vedle prostého vyjádření pohlavního dimorfismu však nalézáme u četných druhů ryb kostnatých též jeho saisonní zdůraznění ve formě t. zv. šatu svatebního. I toto vystoupení svatebního koloritu v období říjovém se týká hlavně jedinců samčích. Poněvadž v tomto říjovém období vystupují zdůrazněně právě charaktery význačné pro daného jedince ve smyslu jeho pohlavního určení, bylo na snadě předpokládati, že bude rovněž možno morfologicky zjistiti v samotné gonádě zmožením nebo hypertrofií resp. tvarové vyjádření zvýšené funkce právě toho tkáňového elementu, který by hlavně mohl býti uváděn v činnostní spojitost s některými znaky sexuálními anebo jejich celkovým komplexe a to — třebaš jen zhruba — i po stránce kvantitativní.

Nejzřetelněji vystupují ostatně tato hlediska a předpoklady v následujícím přehledu literatury, při čemž uvádíme hlavně díla, která sama obsahují literární přehledy otázky a ve smyslu vpředu zmíněném se nám zdají nejprůzračnější. Jinak se vracíme k četným souběžným otázkám až v diskusi vlastních výsledků, kde to přímá souvislost nejlépe dovoluje.

COURRIER (1922 *déterminisme*) popisuje podrobně testikulární cyklus u *Gasterosteus aculeatus*. Ke konci března sestává varle tohoto druhu z tubulů tvořených spermatogoniemi, Sertolihovo buňkami a obsahujícími spermie. V té době se objevuje svatební šat samečkův a zároveň s jeho vystoupením se odehrávají důležité změny ve varleti. Řídké a ploché vazivové buňky intertubulární bytější a naplňují se mitochondriemi a inklusemi jakožto produkty sekretorické činnosti. Tento pochod vedoucí ve spojení s živou intertubulární proliferací kapilární k vytvoření orgánu intersticiálního jakožto endokrinní žlázy testikulární je svým cyklickým rázem podkladem periodického vystupňování sekundárních pohlavních charakterů samčích v šatu svatebním, jenž se objevuje teprve po ukončení spermatogenesy a v časové i příčné spojitosti se vznikem žlázy vmezežené.

CHAMPY (1923 *caractères*) shledal, že vystoupení vnějších pohlavních charakterů koinciduje se spermatogenesou. Poněvadž pak u druhů *Tinea*, *Phoxinus* a některých živořodých Cyprinodontidů nenalezl naprosto žádné tkáň vmezežené, usuzuje, že v komplexu příčin ovládajících realizaci pohlavních znaků nehraje přítomnost intersticia žádné úlohy.

Van OORDT (1924 *Gasterosteus pungitius*) se opírá o nálezy v gonádě zmíněné již koljušky *Gasterosteus aculeatus*. V testis říjících samečků nalézá široké intersticiem s velkými skupinami vmezežených buněk a četnými cévami. Aktivní spermatogenesa se nedá nikde pozorovati. Poněvadž však stejné poměry zjistil i u některých zvířat na podzim a v zimě, kdy sekundární pohlavní znaky těchto výjimečných jedinců přirozeně nebyly vyvinuty, nepovažuje intersticiální tkáň za endokrinní složku gonád podmiňující svou přítomností vývin šatu svatebního,



ale přisuzuje jí funkci trofickou. Produkce hormonu sexuálního připadá nejpravděpodobněji tkáni generativní.

SAMOCHVALOVA (1933) zjišťuje nověji u sameček živorodé ryby *Lebistes reticulatus*, že typické vybarvení rybek odpovídá zřetelně určité histologické struktuře varlete. Při zakládání gonopodia obsahuje varle pouze spermatogonie. S tvořením spermatophorů je spjato objevení se rasově charakteristických skvrn v integumentu. Mečové výběžky a plný vývin barevného šatu pak nalézá u jedinců s úplně vyzrálým varlem, u nichž jsou již ductus deferentes naplněny četnými spermatophory.

Vedle podrobně zpracovaných poměrů u druhů kostnatých ryb právě uvedených bylo by možno ještě připojit jak se mají věci podle různých autorů (ESSENBERG 1923, van OORDT 1925) u živorodky *Xiphophorus Helli* Heckel. Jenže zde jsou poměry komplikovány *arrhenoidií* (latentním genotypickým hermafroditismem) této specie (HYKES 1918, FRIESS 1933, BREIDER 1935 a j.) a proto nám nelze na ně v této úvodní práci obšírněji zacházeti.

Srovnáme-li nyní tyto údaje mezi sebou, vidíme zřetelně, že zde není shody ani tehdy, týkají-li se téhož druhu, jako je v případě COURRIEROVĚ a van OORDTOVĚ u *Gasterosteus aculeatus*. Přihlédneme-li k věci blíže, nemůže nám ujít zajímavý fakt, na nějž jsem hned s počátku upozornil, že zde totiž dilemma: intersticiem či tkáň generativní jako výhradní producent sexuálního hormonu zastírá neprávem neřešenou dosud základní otázku povšechné závislosti resp. vztahu sekundárních znaků pohlavních (resp. jich říjového zdůraznění) ku primárnímu ústrojí gonádovému jako funkcionálnímu celku. Jisté že na základě hojných dat zjištěných u jiných skupin živočišných je možno činiti i zde per analogiam předpoklady různou měrou oprávněné. Avšak otázka svrchu formulovaná předpokládá svým speciálním a výlučným rázem alternativy již alespoň relativně uspokojující představu o základních vztazích primární sexuální funkce Teleostií k jejím sekundárním korrelátům. Zmíněný předpoklad však posud splněn není.

Přistupují-li k řešení otázky do jaké míry závisí sexuální habitus říjový na přítomnosti gonády a jakého charakteru je tato závislost, postupují v podstatě především dvoji cestou, či lépe řečeno dvojitým využitím jedné metody. Na vhodném objektu zjišťují nejprve účinné odstranění gonády a potom vyšetřují histologický obraz generačního ústrojí v případné koincidenci s různým vyjádřením dimorfismu sexuálního. V dalším oddílu této práce pak referuji o výsledcích pokusů s přívodem hormonů pohlavních do organismu v různém stadiu ročního cyklu sexuálního.

Kastrací pokusy tvořící podklad zmíněné první části mého sdělení byly provedeny velkou většinou již během roku 1930—1931, kdy byly jejich výsledky též připraveny k předběžné publikaci. Z různých příčin bylo mně možno vrátiti

se k studované otázce až po delším časovém odstupu, kdy původní práce byla v mnohém směru doplněna. Vnější důvody -- hlavně rozsah a ucelenost práce -- zdají se mně dosti platnými, abyech dvě podrobněji zpracovaná průvodní šetření: „Histologický rozbor říjového koloritu u *Rhodeus amarus*“ a „Spermatogenetický cyklus *Cyprinidů*“ reservoval pro sdělení samostatná. Sdělení tato budou tvořiti pro sebe uzavřená pokračování práce této.

### Materiál a metody.

V prvé části této zprávy věnuji příspěvek ku poměrně jednoduchému pokusnému zásahu, jaký představuje kastrace. Jistě však teprve na základě dat získaných úvodními zákroky pokusnými bude možno i zde pokročiti k analýze úkazů i experimentů složitějších.

Výsledky kastracních pokusů provedených dosud na rybách kostnatých shrnuji na jiném místě v souvislosti s výsledky své vlastní práce. Omezují se zde na technické poznámky týkající se pokusu. Případala by zde v úvahu především kastrace chirurgická, dále destrukce generativní tkáně paprsky roentgenovými, specifickými cytotoxiny anebo cholinem, posléze pak i kastrace alimentární. Pokud jde o extirpaci gonád, je tu zcela pochopitelně operativní technika důležitá především v tom smyslu, že umožňuje vyloučiti, redukovati anebo alespoň uniformovati nspecifický účinek operativního traumatu a tím učiniti nejen celý pokus průkaznějším, ale zároveň i zvýšiti srovnatelnost výsledků různými pracovníky na rozdílném materiále získaných. Uplatňuje-li se tedy již i zde jistou měrou záporný vliv nspecifických činitelů na výsledku pokusu súčasněných, platí to tím spíše o metodách dále uvedených. Selektivní účinek záření Roentgenova nutno i při nejlepší vůli bráti se značnou rezervou tím spíše, že třeba v každém případě počítati i s regenerační aktivitou ozářené tkáně, šlo-li o zásah mírný a s celkovou alterací organismu při zásahu radikálnějším. Celkové postižení organismu pak vystupuje rovněž do popředí při použití cholínu resp. cholinchlorhydrátu a tím spíše ovšem při t. zv. kastraci alimentární či vlastně inaniční, jejíž výsledek se zřetelem k naší otázce je tím pochybnější. Specifita resp. selektivita cytotoxiická je rovněž jenom velice relativní. O konkrétních výsledcích těchto jednotlivých experimentálních zásahů na tkáň gonádovou budu míti příležitost pojednati později podrobně. Přecházím proto ihned k popisu techniky operativní, již zde věnuji hlavní pozornost.

Operativní kastraci u Teleostů se již zabýval přede mnou hlavně KOPEČ. Pokusný materiál jeho tvořil druh *Phoxinus laevis*, a to jak individua samičí tak i samičí. Operační technika, jejíž postup byl v obou případech shodný, spočívala v otevření dutiny tělní s jednoho boku, odkud pak mírně zakřivenou pinectou extirpovány bilaterálně zúplna nebo do polovice gonády. Otvřená stěna tělní uzavřena pak byla stažením okrajů řezné rány a sešita hedvábím.

Mé dosavadní zkušenosti se týkají druhů *Cyprinus carpio*, *C. carassius*, *Tinca vulgaris*, *Barbus conchonius*, *Rhodeus amarus*, *Lenciscus rutilus*. Nejzdařileji probíhala operativní kastrace na druhu posledně jmenovaném. Protože však zde není sexuální dimorfismus nijak nápadněji vysloven, nedá se zmíněné technické vhodnosti tohoto pokusného objektu plnou měrou využítí, alespoň pokud jde o studium vnějších, makroskopických korelací. U druhu jiného, hořavky (*Rhodeus amarus*), kde se setkáváme se skvělým šatem svatebním, jsou zase obtíže pokusu mnohem značnější. Většinu mého pokusného materiálu tvořily tyto dva druhy Cyprinidů z důvodů právě řečených. K narkose jsem zprvu používal 1—5% roztoku aetheru ve vodě. Voda byla přiváděna v tomto případě do ústní dutiny ryбки upevněné na skloněné ploše operačního stolku. Značné nevýhody manipulační spojené s touto aetherovou narkosou (ostatně ne vždy nejlépe snášenou) si vynucovaly řešení jiné. Lepších výsledků též skutečně dosaženo urethanem. Postup narkosy se dá poměrně snadno regulovati pozvolným přiléváním běžného — pro injectione — 10% roztoku urethanu do vody menšího akvaria, v němž umístíme pokusnou ryбку. Znenáhle zvyšování koncentrace za stálé kontroly narkotizované ryčky umožňuje poměrně brzy dosíci stadia tolerančního. Pak možno klidně vyjmouti ryčku z akvaria. Během operace nutno jediné občas svlažiti žabry několika kapkami vody pomocí pipety nebo houbičky. Při dostatečně rychlém průběhu celého zákroku se obejdeme i bez toho. Přechodný pobyt mimo vodní prostředí i poměrně těžký operativní zákrok jsou snášeny velice dobře a v proudící vodě se operovaná ryčka brzy probere z narkosy.

Obě ovaria, resp. testiculi jsou u všech uvedených ryček dosti snadno přístupny po otevření dutiny tělní dlouhým a mediálním řezem, probíhajícím od skřelí až do blízkosti otvoru řitního. Ohled na následující sešití vyžaduje předběžné odstranění šupin jemným smykem pinsety. Gonády, ležící po stranách střeva pod ledvinami v blízkosti vzduchového měchýře, možno postupně odpreparovati na obou stranách jemnou, tupou pinsetou. Močové cesty vyžadují trochu primitivní pozornosti, aby nedošlo k jich zbytečnému poranění. Nevyhnutelně často protěti kosterního podkladu análních ploutví nehraje rušivé role a je brzy funkcionálně

---

V poslední době se mně nejlépe osvědčovalo narkotikum Basilejských chemických závodů dč. Sandoz označené zatímto značkou S. 222. Podle sdělení výrobceva jde v podstatě o ve vodě rozpustnou sůl anaesthesinu (přesné složení nebylo možno žádati, poněvadž jde o přípravek speciální). Podle údaje SPEEMANNOVA vykonal tomuto autorovi rovněž nejlepší služby přípravok ze zkušební řady preparátů mnou uváděného. Orientaci mezi orgány v dutině břišní často velmi ulehčilo předechozí vitální probarvení celé ryčky neutrální červení (velmi rychle uskutečnitelné a velice dobře snášené).



i formálně reparováno. Vývod gonád směřující mezi řiť a ústí močového vývodu u samičky resp. na samčí papillu urogenitální, netřeba obyčejně po extirpaci gonád podvazovati. Adjustace okrajů ventrálního řezu, fixace dvěma či třemi situačními stehy a sešití jemným hedvábním zakončuje operativní zákrok. Přibližně po týdně je možno již přikročit k odstranění stehů s případným antiseptickým pečlivým ošetřením hojící se rány.

Extirpované gonády jsem fixoval formalkoholem Schafferovým, Zenkerem (event. podle úpravy Hellyho nebo Maximowa), nejčastěji pak roztokem Bouinovým, někdy s příměsí močoviny (2,5%), jindy v modifikaci Allenově. Řezy parafinové byly barveny haematoxylinem resp. železitým hmtx Heidenhainovým s eosinem nebo erythrosinem či eosin-oranží, van Giesonem a azanem Heidenhainovým (některé i methylenovou modří s eosinem). Tím získán zároveň histologický obraz odňaté gonády samotné a průběhem pokusů i celkový roční cyklus, úplný zvláště u druhu *Rhodeus amarus*.

## Vlastní výsledky.

### Část I.

Výsledky mých pokusů kastracních se týkají výhradně individuů pohlavně dospělých. Nejde zde tudíž o otázku diferenciaci anebo vývinu sexuálních znaků za nepřítomnosti gonád, ale jen o speciální otázku saisonní, periodické aktivace sexuálního habitu, zvýšení intensity, v níž vystupují sekundární znaky pohlavní, pokud je právě můžeme uvést ve vztah ku primárnímu generativnímu a endokrinnímu aparátu gonádovému. Pokusné rybky uvedených druhů byly chovány ve velkých akváriích histologického ústavu od podzimu 1930, kdy byla provedena většina operací kastracních, postupně pak byla dodávána menší množství čerstvě ulovených jedinců k zpracování histologickému, aby mohl býti kontrolován případný vliv zajetí na normální průběh cyklu spermatogenetického a ovariálního. Zaznamenávána byla pravidelně jak teplota vody, tak stav koloritu rybek, jež po usmrcení a případně speciální fixaci varlat resp. ovarii, uloženy byly do slabého roztoku formalinu k dalšímu zpracování. Vystoupení šatu svatebního je z druhů jmenovaných nejnápadnější u hořavky. Sameček této ryby se vyznačuje zřetelným červenavým zabarvením spodiny břišní, ploutve hřbetní a anální i horního segmentu očního, zatím co samičku prozrazuje na prvý pohled kladélko, vyčnívající v krajině anální. Vedle červeného tónu šatu samecova je charakterisováno říjové období především zmnožením iridocytů propůjčujících celému tělu nápadného lesku metalického

s nuancí zelenavou nebo modravou, někde pak lesku čistě stříbrného. Současně zdůrazněně se uplatňující melanofory vyzdvihují rovněž jak celkovou kresbu tělní, tak především stříbrnou šipovou boční linii guano-forovou. Zcela úmyslně sleduji zde zatím jedině jarní proměnu koloritu rybek a vůbec nezacházím na variace orgánové, pokud mají co činiti s funkcí sexuální. Takovou zřetelnou saisonní variací prodělává ku př. hypofýsa, uváděná v přímý vztah hlavně k změnám melanoforů (jak ukazují experimenty ABELINOVY a pozdějších autorů). U druhu *Leuciscus rutilus* nejsou — jak již bylo řečeno — pohlavní rozdíly koloritem rybek nijak zvláště vyznačeny. Vzhledem k poměrně krátkému trvání pokusu a jeho provedení na jedincích dospělých nemůžeme přirozeně očekávatí nějaký zřetelnější účinek kastrace na pohlavní rozdílnosti, pokud jsou vyjádřeny celkovou stavbou tělesnou, charaktery ploutví (počtem radií) atd. Proto, jak u *Leuciscus rutilus*, tak i u dalších Cyprinidů — již svrchu jmenovaných — kapříků (*Cyprinus carpio*) a karásků (*Carassius carassius*) vedle lína (*Tinca vulgaris*) a indické parmičky *Barbus conchonius*, bylo přiblíženo hlavně k tomu, zda i po úplné nebo částečné extirpaci testikulů se dostaví normální zvýšení stříbrného lesku ve spojení s přímým zmnožením a uplatněním guano-forů kožních při srovnání s neoperovanými jedinci kontrolními. Zároveň sledován i vliv zásahu na psychické chování rybek, hlavně na jejich chování celkové a reaktivitu na dráždění mechanické i světelné, na spontánní pohyblivost i přijímání potravy, hlavně pak na průběh obvyklých jarních her říjových.

U druhu *Rhodeus amarus* vedla totální kastrace ve všech mých případech (6 operovaných samečků) k nevystoupení anebo regressi objevujícího se již šatu svatebního. Tato druhá okolnost, že totiž extirpace gonád přivádí vystupující již říjový kolorit samečkův k regressi, byla-li provedena u individua nalézajícího se v počátku tohoto období, je zvláště zajímavá a nebyla dosud autory zaznamenána. Exstirpované varle tohoto samečka — viz 2. obrázek naší tabulky — vykazuje živou spermatogenesu. Jedinec sám se vyznačoval intenzivním stříbrným leskem celého těla, čilostí a pronásledováním samiček, zatím co červenavé zabarvení břicha nestálo dosud na plné výši. Totální extirpace testikulů zde provedená vedla po počátečním šoku k poněmhlé ztrátě lesku tělního, jež se ukázala býti trvalou. Neurčité zůstávají výsledky kastrace parciální (i zde provedeno 6 semikastrací). Úplné odnětí jednoho varlete vede vždy sice s počátku k téměř výsledku jako operace totální, vystoupení šatu svatebního se totiž nedostaví v době, kdy jedinci kontrolní jej vykazují nejvýznačněji, téměř vždy však průběhem letních měsíců dosáhne kolorit takto operovaných samečkův jakéhosi středního stavu mezi normou a mezi kastrátem úplným. Zajímavý je nyní fakt, že v jednom případě a sice právě tam, kde šlo o semikastráta operovaného

již počátkem zimy, nebylo shledáno co do intenzity koloritu říjového. žádného rozdílu mezi tímto jedincem operovaným a samečky normálními. Výsledek tento si vysvětlují tím, že ponechanému varleti bylo dopřáno dosti času, aby funkcionálně zastoupilo testis vyňaté, byť i při pozdější autopsii nebyla nijak dokazatelná kompenzační hypertrofie tohoto orgánu. Rovněž různě účinkuje kastrace na psychické chování rybek. Někde je zásah následován šokem, z něhož se rybka již neprobere a během několika neděl živoření zachází. To jsou případy nezdařené, jež nebyly zde ani vzaty v úvahu při hodnocení výsledku pokusného zásahu. Tam, kde rybka operaci delší dobu přežívá, nemá tento pooperační stav dlouhého trvání. Rybky se brzy zotavují a po době dvou až tří týdnů jsou již opět čilé, hravé a reagují stejně jako normální jedinci kontrolní. Nemohl jsem dosud pozorovati nějakého nápadnějšího rozdílu v chování se kastrovaných sameček vůči neoperovaným samičkám ve srovnání s rybkami kontrolními, teprve však na základě pravidelného pozorování většího pokusného materiálu bude možno zjistiti, zda se přece nějak uplatňuje vliv kastrace i v tomto směru.

Zbývá ještě zmíniti se o výsledku kastrovačního zásahu na vnější vzezření a celkový stav u ostatních druhů ryb kostnatých, na nichž jsem rovněž prováděl pokusy. Druh *Leuciscus rutilus* snášel — jak řečeno — celou operaci nejlépe. Rovněž zde bylo možno vzhledem k větším rozměrům rybky provésti totální kastraci nejpohodlněji, bez ponechání nejmenšího zbytku orgánu. Se zřetelem pak k tomu, že druh tento přežívá operaci nejdéle, jsou výsledky zde dosažené jistě významny pro posouzení pozdních výsledků pokusného zásahu. Škodlivý vliv kastrovační manipulace na celkový stav organismu rybek nelze u tohoto druhu nikde pozorovati. Reaktivita, přijímání potravy atd., se neliší po operaci nijak nápadně od jedinců kontrolních. Jenom v prvních dvou týdnech po kastrovači byly i tyto ryby méně pohyblivé a čilé. Červenavé zbarvení ploutví u tohoto druhu v obou pohlavích patrné, přetrvává zákrok i u operovaných jedinců — jak sameček tak samiček — nezměněně, v dubnu však nevykazuje žádného zvýšení intenzity, zatím co u kontrolních zvířat je toto nápadné zčervenání zřejmě patrné, teprve v prvé polovině května vystupuje u čtyř z pěti kastrovaných sameček poněkud nápadněji, u jednoho se co do intenzity ani nadále nemění. Zajímavé je, že u všech pěti operovaných samiček se červenavé zbarvení ploutví uplatňuje během května zřetelněji než u kastrovaných sameček, ve všech pozorovaných případech však zůstává u kastrovaných zvířat jarní kolorit znatelně za jedinci kontrolními. Je to tím nápadnější, poněvadž stříbrný lesk celého těla je u kastrátů — což je nejpatrnější při srovnání kastrovaných sameček se samečky normálními — zřejmě matnější než u kontrol. Druhy *Cyprinus carpio*, *Carassius vulgaris*, *Tinca vulgaris*



a *Barbus conchonius*, nepřinášejí nijakých význačných dokladů pro otázku determinismu svatebního šatu rybního, poněvadž zde sexuální dimorfism není, co do vnějšího habitu, nikterak nápadněji vyvinut. Byly vzaty mezi pokusné objekty jen pro poměrně snadnou manipulaci operační a pro zjištění případných vztahů mezi žlázami endokrinními u ryb. K těmto otázkám přikročím až ve sdělení následujícím. Třeba jenom dodat, že u dvou operovaných indických parmiček, druhu *Barbus conchonius* (♂), zůstala rovněž jarní barvitost ve shodě s výsledky na rybkách výše popsaných, poněkud za kontrolami.

Dříve, než přejdu k dalšímu popisu a výkladu svých pokusů, považuji za vhodné zmíniti se ještě o výsledcích předešlých autorů na jiném pokusném materiálu zjištěných.

KOPEČOVY pokusné rybky *Phoxinus phoxinus* přežívaly operativní zákrok až tři týdny. Během této doby bylo možno pozorovati, že charakteristické červené zbarvení ploutví se z jara vůbec nedostavilo u většiny totálních kastrátů, zůstalo však neovlivněno při kastraci částečně. V pokusech tohoto autora svědčí jistě právě rozdíl jevící se mezi výsledky obou jeho modifikací kastrativního zásahu pro skutečnou závislost sexuálního habitu od zachované funkce gonád. Vadí zde však příliš krátký časový odstup od operace. Hlavním rysem pokusu zde zůstává, že zmíněná doba tři týdnů představuje limitu, jež není rybkami přežívána a že právě tato doba je příliš krátkou, než aby trauma mohlo býti napraveno, aby celkové hospodářství organismu mohlo býti uvedeno do normálních kolejí a aby tak výsledek pokusu mohl býti posuzován právě jen v kausálním vztahu k odpadnutí vnitřní funkce gonád a ne snad jen k nespecifickému operativnímu traumatu. Že však kastrace sama v provedení Kopečově je především takovým traumatem, ukazuje již sám pokus velikou mortalitou pokusných zvířat.

Všechny mé pokusné rybky přežívaly značně dobu udanou KOPECEM. Úmrtnost — pokud mohla býti považována za přímý následek nezdařené operace — činila 15% u druhu *Rhodens amarus*, nebyla pak žádná u druhů dalších. Kastrované rybky, jichž počet byl vpredu uveden, byly usmrceny během roku (hlavně podzimu a zimy) 1931, tedy tři čtvrti roku až více než rok po operaci. Nemohu dosud s určitostí říci, vděčím-li za dobrý zdar operací poměrně aklimatisaci materiálu živočišného, poskytnutého akváriem histologického ústavu, kdy byly provedeny všechny tyto pokusy, anebo popsanému postupu techniky kastrativní.

Mortalita v pokusech BOCKOVÝCH, jež pracoval s rybkou *Gasterosteus aculeatus* var. *leirurus* činila ca 50%. U pěti kastrovaných samečků, kteří nevykazovali dosud ani stopy svatebního šatu, neobjevilo se toto zbarvení v jarním období ani v jediném případě. Z šesti semikastrátů nebylo zjištěno u tří samiček ničeho nápadného, u tří samečků pak zůstalo svatební zbarvení zřetelně za normou.

Přistupujeme-li nyní k výkladu zjištěných fakt, nutno si uvědomiti především, že je zcela oprávněno mluvit — jako to činí v této věci ku př. COURRIER — o komplexním determinismu mnohých vnějších sexuálních

Tabulka I.

Druh a čís.	Datum operace	Forma operace	Stav zbarvení před operací	
<i>Rhodeus amarus</i>	1	9. X.	Totální kastrace	klidové
	2	10. XI.		
	3	10. XI.		
	4	21. XII.		
	5	26. XII.		
	6	10. III.		
	7	21. XII.	Semikastrace	zřetelně naznačený šat svatební klidové
	8	23. I.		
	9	23. I.		
	10	1. II.		
	11	1. II.		
	12	7. II.		
<i>Leuciscus rutilus</i>	1	9. X.	Totální kastrace	klidové
	2	9. X.		
	3	12. X.		
	4	12. X.		
	5	10. XI.		
	6	10. XI.	„	
	7	21. XII.		
	8	21. XII.		
	9	3. I.		
	10	3. I.		
<i>Barbus conchoniis</i>	1	10. XI.	Totální kastrace	„
	2	23. I.	Semikastrace	
<i>Cyprinus carpio</i>		10. X.	Totální kastrace	„
<i>Carassius carassius</i>		10. X.	Totální kastrace	„
<i>Tinca vulgaris</i>		12. X.	Totální kastrace	„

charakterů Teleostů, v jejichž uskutečnění a trvání nehraje funkce gonád všude úlohy dominantní. Z dosud sděleného vyplývá, že co do výsledků svých kastrovacích pokusů na Cyprinidech se shodují v podstatě s ostatními autory, kteří se touto otázkou přede mnou zabývali. Vyzvednouti dlužno, že v mých pokusech se projevuje kastrovací účín po dobu značně vzdálenou od data operace a že při jednoduché technice kastrovací přežívá

Tabulka I.

Výsledky	Datum autopsie	Histologický stav vyňatých gonád	Poznámky
1	15. X.	1./fig. 1	vesměš ♂
2	15. XI.		
3 říjové zbarvení se nedostavilo	16. XI.		
4	15. XII.		
5	18. XII.		
6 regrese	21. XII.	6./fig. 2	
7 jako kontroly	25. III.		
8 ve srovnání s kontrolami zbarvení střední	15. XI.		
9	15. XI.		
10	16. XI.		
11	21. XII.		
12 regrese svatebního šatu	21. XII.	*)	
1 červené zbarvení			1—5 ♂
2 ploutví v květnu			
3 intenzivnější			
4			
5 žádný rozdíl			6—10 ♀
6			
7 červené zbarvení ploutví u ♀ intenzivnější			
8 než u kastrováných ♂			
9		*)	
10			
říjové zbarvení méně nápadné		*)	♂
		*)	♂
		*)	♂
		*)	♂

velká většina pokusných zvířat provedený zákrok mnohem déle, než bylo až dosud zjištěno. I tak zbývá ovšem kriticky zhodnotiti, které složky účinnu kastrovačního nutno přisouditi nespecifickému vlivu operativního zákroku jako rozsáhlému traumatu ev. všeobecnému porušení látkové výměny, o jakém mluví CHAMPY — ovšem při hodnocení výsledků,

\*) Podrobněji v textu práce a ve sdělení následujícím.

dosažených ozáření X-paprsky --- a které možno uvést i bezprostřední přičinný vztah k pokusnému vyloučení funkce gonád. Extirpace sexuálních žláz představuje jistě i přímou tkáňovou ztrátu dosti značnou, jak ukazuje často již sám změněný a redukovaný tvar ventrální části operované ryby. Zvláště samičky druhů s dimorfismem jinak ne příliš nápadně vyznačeným (jako ku př. plotice), nabývají tak formy, připomínající jedince samčí. To je ovšem plastický efekt, jenž nemá jinak s věcí co činiti, ale sám o sobě již ukazuje relativní rozsah zákroku.

Všimneme-li si nyní histologické stavby extirpovaných gonád - při čemž se zde prozatím omezíme výhradně na operované samečky vidíme nápadný rozdíl mezi klidovým podzimním obrazem varlete, představovaným 1. a 3. obrazcem naší tabulky a obrazcem 2., zachycujícím varle v samotném vstupu v období říjové, kdy právě i jarní svatební šat samečkův se začíná projevovat zbarvením nejnápadnějším. U druhu *Rhodeus amarus* spadá první objevení se šatu svatebního v jedno s plným rozvojem spermatogenesy. Není však téměř ani možno dosti podtrhnouti, že termíny „počátek“ a „plný rozvoj“ zde mají význam velmi relativní, poněvadž naprosto nelze stanovit časově absolutně přesné vymezení, což ostatně u průběhu tak složitého a plynulého, jakým je projev svatebního šatu Teleostů, je naprosto samozřejmé. Jen v této relativní platnosti však mají oba pojmy své oprávnění. Zmíněný obrazec čís. 2 naší tabulky ukazuje zřetelně, že zde není ani stopy po nějaké funkcionální hyperplasii intersticia, jež by mohla být činěna zodpovědnou za zvýšenou produkci pohlavního hormonu. Na druhé straně dokazují výsledky kastrace, že vystoupení jarního šatu je přímo podmíněno přítomností gonády nebo alespoň její větší části. Je tudíž třeba hledati odvislost svatebního šatu právě od této vlastní žlázy testikulární a sice od její složky produktivně funkční, od tkáně seminální, jež jediná vykazuje sezonní variace, zatím co intersticiium ani Sertoliho syncytium se nechová nijak nápadně. Jak těžko lze odvozovati variace koloritu od variací intersticiální tkáně, ukázal jsem ostatně již hned v úvodu k tomuto sdělení na rozporech v údajích jednotlivých autorů, kteří sledovali tuto otázku čistě histologicky.

Dříve ještě než však načrtnu vztahy mezi funkcí varlete a koloritem pokusných rybek, musím věnovati několik slov i rozboru tohoto koloritu. Viděli jsme, že svatební šat samečkův u *Rhodeus amarus* je dán v principu zdůrazněním červeného a hnědočerveného zbarvení tělního a nápadným vystoupením kovového lesku. Červené zbarvení integumentu rybiho je působeno podle studií ANDRĚ-ových (1928) přítomností karotinoиду, jenž v červeném pigmentu pstruha (*Trutta fario*) se dá do jisté míry identifikovati s karotinoidem krunyře račího (*Potamobius spec.*). Otázka původu tohoto červeného pigmentu, jenž u *Rhodeus amarus* dodává charakte-

ristického rázu svatebnímu šatu samečkovu svým zmnožením, není dosud do té míry propracována, abychom si mohli již nyní vyložit, jakou cestou se toto jeho říjové zmnožení děje. Karotiny jsou typickými zástupci pigmentů rostlinných. V těle živočišném by pak představovaly buď exogenní, alimentární prvky převzaté požitím rostlinného organismu, jenž je syntetisoval anebo snad i v některých případech a to především tam, kde je nalézáme pravidlem ve zcela určitých specifických elementech buněčných jako jich producentech a nositelích, endogenní pigmenty vděčící svůj vznik metabolismu organismu živočišného samotného. Podle VERNEA (1926) jsou pravděpodobny eventuality obě, u některých ryb pak převahou možnost druhá. U pstruha se dá endogenní karotinoid přímo odvozovati od požití Gammarů, jež zde vystupují jako přinášeči vegetabilních pigmentů karotinových do organismu rybiho. Stejnou úlohu jako tito Amphipodi mohli by hráti u *Rhodeus amarus* i *Leuciscus rutilus* požití *Cyklopi* a *Daphnie*. Je jisto, že přívod těchto exogenních alimentárních karotinů je mnohem větší v období jarním, kdy zároveň i vlivy vnější, tepelné, světelné atd. by zároveň spolupůsobily při zpracování jich a deposici v rybím organismu na místech vnitřním metabolismem předem určených. Hormonální vlivy gonád mohly by sice zasahovati i do využití a transportu těchto pigmentů exogenních, jich hlavní váha by se však podle našich představ měla uplatňovati vůči endogennímu metabolismu karotinoidů, jenž je však dosud hypotetický a do té míry nepřístupný, že nepřipouští předběžné hlubší analysy.

Melanofory jakožto nositelé černých a hnědočerných pigmentů podléhají tolika nejrůznějším faktorům určujícím jich produkci, regressi a stav funkcionální, že by zde vedlo příliš daleko podrobněji je rozbíratí a přikročíme k těmto okolnostem až ve sděleních dalších. Je zcela ve shodě s výsledky experimentálního jejich výzkumu, považujeme-li jejich rozdílné chování v integumentu rybím během periody říjové odvislé především od činitelů vnějších i když snad změnčná výměna látková zde hraje též jistou úlohu. Vlivy zvýšené teploty, vlivy světelné i alimentární mají tak rozhodující význam, pokud se týče jejich expanse, retrakce i počtu, že je těžko říci již nyní, do jaké míry by se zde mohla v říji uplatňovati vnitřní funkce gonád, tím spíše, že zde zasahují pravděpodobně i jiné žlázy endokrinní v mechanismu značně komplikovaném. KOPPEC soudí, že svatební šat se zakládá především v odvislosti od hypofyzy aktivované hormony sexuálními.

Značně průhlednější je však třetí hlavní složka svatebního šatu rybiho a sice stříbrný lesk, vystupující zvýšenou měrou v jarním období. Zelenavý a modravý tento metalický lesk odvisí ve své intenzitě přímo od kvanta purinového pigmentu integumentového. Jeho buněční nositelé, guanofory, guaninocyty či iridocyty obsahují jej ve formě bezbarvých

krystalků guaninových či organicky vázaných guanátů. Tyto mesenchymální chromocyty jsou sice nadány do jisté míry kontraktilitou charakteristickou pro melanofory, ale jejich zvýšené uplatnění odvisí především od zmnožení, ať již přeměnou vazivových elementů in situ či dělením leukoforů praeexistujících. Práce MILLOTOVY (1923 etc.) pak dokazují, že toto zmnožení guaninocytů je v přímé souvislosti s elaborací a desintegrací nukleinů v průběhu spermatogenese. Guanin s adeninem představují totiž hlavní produkty hydrolysy kyselin nukleinových a teprve jejich hydrolysou následnou vznikají ostatní purinové base s kyselinou močovou. Viděli jsme již a jediný pohled na fotografii čís. 2 naší tabulky nám zřejmě ukazuje, jak svatební šat u Cyprinidů vystupuje závisle na maximálním rozvoji cyklu spermatogenetického. Uvolněné odpadové produkty tohoto metabolismu nukleoproteinů nalézájí pak své použití deposicí v zmnožených guanoforech šatu svatebního. Že však ani tento endogenní pigment není ve své produkci zcela neodvislý od vlivů vnějších, dokazují pokusy COURRIEROVY, v nichž zvýšená temperatura životního prostředí dovedla sice přiměti varle rybí k náběhu ve spermatogenesu, ale nestačila usměrniti i celý proces tak, aby došlo ke vzniku argentea.

Souhrnem je možno tedy říci, že většina složek jarního koloritu či tak řečeného „šatu svatebního“ odvisí potenciálně od faktorů vnějších, počítaje v to i činitele alimentární a jenom vznik argentea je přímo závislý na přítomnosti gonády samčí. I tato závislost je však v podstatě povahy extrahormonální.

Nejzřetelněji se projevuje extrahormonální povaha závislosti strata argentea na přítomnosti gónady výsledkem semikastrace. Dalo by se očekávat, že ponechané jedno testis postačí zcela krýti hormonální „potřebu“ organismu nutnou k realizaci jarního šatu svatebního. To nás opravňuje předpokládati výsledky všech pokusů kastrčních na ssavcím materiálu provedených. Semikastrace u *Rhodeus amarus*, *Leuciscus rutulus*, *Barbus conchoniis*, méně zřetelně, ale přece patrně i u *Carassius carassius* (nehledě k neurčitému výsledku u *Cyprinus carpio* a *Tinca vulgaris*) vede vždy k intermediárnímu stavu intesity argentea těžko srovnatelnému se stavem charakteru pohlavního, stojícího pod přímým vlivem hypotetického hormonu sexuálního aktivního i v kvantu minimálním. Teprve funkcionální přizpůsobení orgánu ponechaného in situ, dovede nahraditi zvýšenou činností schodek, odnětím části orgánu vzniklý. Zvýšená činnost se však neprojeví ani zde, tím méně pak při saisonním vystupování šatu svatebního hyperplasií intersticia, jako endokrinní žlázy testikulární. Je-li zde jistá a nesporná souvislost ve vystoupení šatu svatebního s určitým histologickým obrazem gonády, je to souvislost s průběhem spermatogenese a sice následuje říjový

kolorit — a jeho křivka její počátek a kulminaci. To je ve shodě i s nálezy KOPEČOVYMI a ЧАМПУХО. Oproti nůnění KOPEČOVĚ, dosti neurčitě formulovanému, že totiž svatební šat odvisí — a možno dodat, že především svou hlavní složkou, totiž argenteem — od přítomnosti semene v ampulkách zdůrazňuji jeho odvislost od dynamického průběhu spermatogenesy samotné a jejího metabolismu.

Dlužno se ještě zmíniti, jak se chovají vývodné kanálky testikulární během cyklu spermatogenetického. Na obrazei čís. 3 naší tabulky máme zachycen vzhled jejich za období klidového, jak je nalézáme hlavně na podzim, kdy už význačný živý kolorit doznívá. Vidíme, že lumen kanálků je poměrně úzké, neobsahuje buněk semenných. Nápadné jsou četné melanofory, vroubíci zvenčí kanálky nejhustěji na plošce k játrům přiléhající. Zcela jiný vzhled poskytuje obrazec čís. 4. Zde přibylo neobvyklou měrou jak světlosti tak i plochy slizniční. Dilatované lumen vývodného kanálku je vyplněno hojnými spermii. Sliznice pak zbužela do lumina četnými klkovitými výběžky. Zajímavé je, že epithel povlékající nápadně zvětšenou plochu slizniční, obsahuje neobyčejně hojně intracellulárně zachycené buňky semenné. Je na snadě domnívati se, že tu jde o resorpci části produkovaného buněčného materiálu seminálního. Toto zjištění opět má svůj význam pro průkaz zdůrazněné již účasti spermatogenetické desintegrace nukleoproteidů na realizaci argentea, jako podstatné složky říjového koloritu.

## Část II.

K doplnění představy o hormonálních vlivech a jejich účasti na vyvolání svatebního šatu u hořavky (*Rhodeus amarus*) jsem vykonal řadu pokusů s přívodem testikulárních extraktů do samčího organismu v různých stadiích cyklu spermatogenetického se nalézajícího. Popisu výsledků těchto pokusů věnuji druhou část tohoto sdělení.

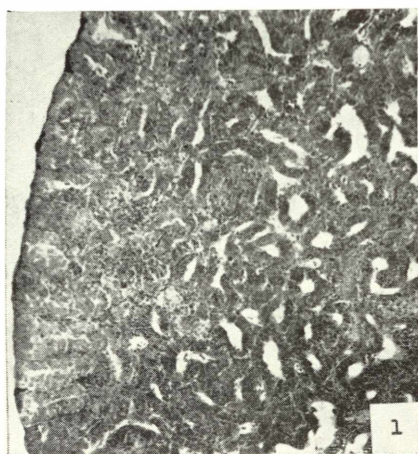
Studiem hormonálního ovlivnění pohlavních znaků u *Rhodeus amarus* se již zabýval WUNDER (1934). Tomuto autorovi se podařilo vyvolati svatební šat samečkův injekcí extraktu testikulárního a sice s nejlepším výsledkem právě v období předříjovém. Účinek injekce potrvál několik hodin. Zcela slabě nebo negativně působil folliculin-menformon. Prolan jevil účinnost jedině v říji samotné. Po injekci adrenalinové následovalo nejprve extrémní vyjasnění, pak se objevilo zbarvení svatební. Neobyčejně účinným se projevil yohimbin. Po 30 minutách přivodil úplné vystoupení říjového koloritu, které vytrvalo až 10 dní. Efekt tento se objevil nejen během období říjového, ale i po době páření. Podobně působil atropin, zatím co zcela bez účinku zůstaly injekce roztoku NaCl, trichlorbutylalkoholu i acetylcholinu. WUNDER

konal s pozitivním výsledkem též pokusy o vlivu progynonu na růst kladélka samičího a na vzhled urogenitální papily kastrovaných samečků. Pokusy tyto navazují na práce FLEISCHMANN-KANNOVÉ (1932) a EHRHARDTA-KÜHNA (1933), z nichž poslední hleděli využítí působení resorbce ovariaálního hormonu resp. účinné látky přítomné v moči gravidní ženy k případnému vyloučení suspektního těhotenství ve smyslu testu hormonálního při výsledku negativním. S tímto zřetelem zpracoval otázku tuto podrobně MATOUŠEK (1934).

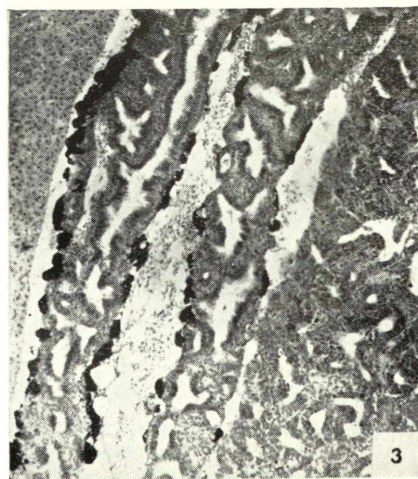
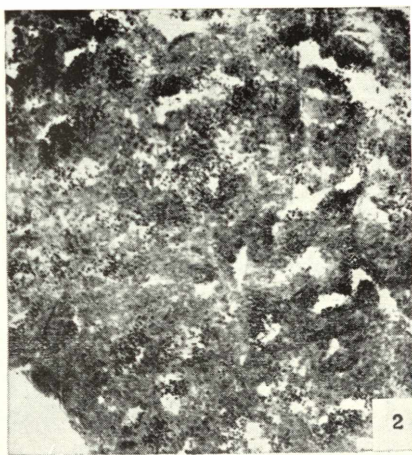
V tomto sdělení podávám zprávu o vlivu testikulárního výtažku na normální organism samčí rybek *Rhodeus amarus*, pokud jde o vnější kolorit. K pokusu jsem použil 12 samečků jednak v období klidovém během listopadu a prosince, jednak v době bezprostředně před říjí a pářením v březnu a dubnu, i během říje samé. Každý z těchto dvanácti jedinců mně sloužil postupně jako individuum pokusné i jako kontrola. ovšem v časovém odstupu nejméně čtrnáctidenním, aby mohlo dokonale odeznítí případné nárazové působení experimentální. Jsem si dobře vědom, že v tomto poměrně malém množství pokusného materiálu tkví i nebezpečí unáhlených příliš generalisujících dedukcí a proto považuji tuto část své práce jen za orientační a pokračuji v jejím dalším zpracování. Podobně jako EHRHARDT-KÜHN, částečně WUNDER a hlavně MATOUŠEK, nepoužíval jsem nikdy techniky injekční, ale výhradně resorbce zkoušené látky z redukováného množství obvyklého vodního prostředí. Zdlánlivá nevýhoda kvantitativní nepřesnosti je totiž plně vyvážena vyloučením šoku poinjekčního. Při použití velmi tenké jehly a pomalém opatrném vstříkovaní nevelkého množství extraktu těsně pod kůži břišní je sice možno téměř vždy se vyhnouti následnému leknutí rybky, ale přímý traumatický účinek injekce je přece jenom příliš nápadný než aby nebylo nutno jej brát v úvahu při hodnocení výsledku specifického působení injikované látky samé. Okolnost ta je velmi důležitá už proto, že i WUNDER připomíná pravidelné vystoupení intenzivního koloritu u samčích jedinců, kteří se dusí nebo z jiné příčiny zmírají. Je to ostatně známý úkaz pozorovaný již na muraenách starořímských piscin. Vedle toho resorbce látek přimíšených obvyklému vodnímu mediu — jak už lze nejjřetelněji pozorovati u neutrální červeně, narkotik atp. — probíhá velmi rychle. Pokusné i kontrolní rybky byly za tím účelem umístěny v jednolitrových akváriích, naplněných vodou původní společné nádrže, teplotně přísně vytemperovanou. Rovněž světelné poměry byly udržovány vždy v obou nádržích identické. Pokud jde o použitý preparát hormonální, měl jsem k dispozici HEISLEROVO Extractum testis aquosum a ve vodě rozpustnou složku Androstinu CIBA. Obsah ampulek byl přidáván vždy do vody akvárií pokusných. Protože zjištění účinku pokusného zásahu nelze bez mechanické registrace učiniti zcela neodvislým



Obr. 1. — Abb. 1. — Fig. 1.



Obr. 2. — Abb. 2. — Fig. 2.



Obr. 3. — Abb. 3. — Fig. 3.



Obr. 4. — Abb. 4. — Fig. 4.



Tabulka II.

Použitý přípravek hormonální

♂ Druh a čís.	Extractum testis aquosum Heisler		Androstin Ciba (ve vodě rozpustná složka)	
<i>Rhodeus amarus</i>				
1.	15. IX. —	10. III. ++	30. IX. —	30. III. —
2.	15. IX. —	10. III. +	30. IX. —	30. III. +
3.	15. IX. —	10. III. +	30. IX. —	30. III. ++
4.	16. X. —	15. III. ++	30. X. —	30. III. +
5.	16. X. —	15. III. +	30. X. —	1. IV. +
6.	16. X. —	15. III. +	30. X. —	1. IV. +
7.	15. I. —	10. IV. —	29. XI. —	30. IV. —
8.	15. I. —	10. IV. +	29. XI. —	30. IV. +
9.	15. I. —	10. IV. +	29. XI. —	30. IV. +
10.	15. I. —	10. IV. +	30. I. +	30. IV. ++
11.	15. I. —	10. IV. +	30. I. —	30. IV. +
12.	15. I.	10. IV. ++	30. I. —	30. IV. ++

+ vystoupení šatu svatebního naznačeno

++ aneb velice zřetelné

— bez výsledku

od momentů subjektivních, bral jsem alespoň zřetel jedině k výsledku vysloveně pozitivnímu a vypustil jsem pro konečné zhodnocení všechny případy s výsledkem neurčitým. Z vnějších důvodů upouštím zde od podrobného uvádění protokolů a pokusím se shrnouti své výsledky do dvou hlavních skupin, jež považuji za plně oprávněné na podkladě celku svých pokusů.

Údaje naší druhé tabulky se vztahují k rybkám v nádržích jednodlitrových, teplota vody 15° resp. 18° C, množství preparátu testikulárního 1 cm.

U samců plně vyvinutých jedinců druhu *Rhodeus amarus* — jemuž zde věnuji výhradně svoji pozornost — zůstal hormonální zásah (pokud se koloritu tělního týče) zcela negativní průběhem zinných měsíců od září do ledna.

V období krátce následujícím bylo možno sice vyvolati lehké vystupňování tělního vybarvení u některých pokusných zvířat, ač bylo ztěžší patrné. Takovéto pozorování má totiž všechny vady subjektivity v případech, kde rozdíly kvantitativní jsou velmi slaboučké a pokus se

děje přirozeně na jednom a též jedinci, takže chybí simultánní zraková kontrola.

Teprve v době, kdy svatební kolorit samčí byl již téměř in statu nascendi, tedy v době bezprostředně předcházející jeho plnému vystoupení, bylo možno vždy s plným úspěchem vyvolati vlivem resorbce sexuálního hormonu jeho uspišené projevení.

Usuzuji z těchto dat, že pokusy o uskutečnění t. zv. svatebního zbarvení u rybky, na níž bylo experimentováno pomocí resorbce samčího sexuálního hormonu -- poznamenávám, že moje užití preparáty byly extrakty z varlat ssavčích -- jsou jen tehdy úspěšné, jsou-li zde dány již somatické předpoklady, tedy především přítomnost dostatečně četných pigmentových buněk, které se pak mohou uspišeně sice uplatnit, nikoliv však ad hoc vytvořit.

Pokud na reaktibilitu pigmentového komplexu působí vlivy hormonální sensu stricto činitele jej i jeho složky citlivějšími vlivům endo- i exogenním, zbývá vypátrati systematicky prováděným pokusům dalším, k nimž toto sdělení přináší pokus o odpověď na zlomkovou otázku vpředu formulovanou.

### Résumé.

Ke zjištění vztahů mezi přítomností a funkcí gonády a vystoupením říjového (t. zv. svatebního) koloritu u některých Teleostií (u druhů: *Rhodeus amarus*, *Cyprinus carpio*, *C. carassius*, *Tinca vulgaris*, *Barbus conchoniensis*, *Leuciscus rutilus*) jsem sledoval:

1. vliv kastrace a semikastrace na objevení se a intenzitu říjového koloritu,
2. koincidence vystoupení svatebního šatu s histologickou strukturou varlete,
3. účinek resorbce extraktu testikulárního na kolorit a chování dospělých samečků v různých obdobích cyklu spermatogenetického.

1. Totální kastrace u *Rhodeus amarus* vedla ve všech (6) případech k nevystoupení anebo regressi objevujícího se již šatu svatebního. Neurčité jsou výsledky kastrace parciální (6 semikastrací). Úplné odnětí jednoho varlete vede sice vždy s počátku k témuž výsledku jako operace totální (vystoupení šatu svatebního se nedostaví v době, kdy jedinci kontrolní jej vykazují nejvýznačněji), téměř vždy však průběhem letních měsíců dosáhne kolorit těchto samečků jakéhosi středního stavu mezi normou a kastrátem úplným (v 5 případech). V jednom případě -- u semikastráta operovaného již počátkem zimy -- nebylo shledáno rozdílu mezi jedincem pokusným a kontrolami co do intenzity koloritu říjového. Při autopsii nebyla zjištělna kompenzační hypertofie ponechané polo-

viny orgánové. --- U *Leuciscus rutilus* persistuje červenavé zabarvení ploutví u operovaných jedinců nezměněně, v dubnu však nevykazuje žádného zvýšení intenzity (zatím co u kontrolních zvířat je toto zčervenání zřejmě patrnější), teprve v první polovině května vystupuje u čtyř z pěti kastrovaných samečků poněkud nápadněji. Stříbrný lesk celého těla je u kastrátů zřejmě matnější než u kontrol. U dvou operovaných pamiček *Barbus conchoni* (♂) zůstala rovněž jarní barvitost poněkud za kontrolami. *Cyprinus carpio*, *C. carassius*, *Tinca vulgaris* nejeví zřetelného koloritu říjového.

2. U druhu *Rhodeus amarus* spadá první objevení se šatu svatebního v jedno s úplným rozvojem spermatogenesy. Nikdy nelze nalézt hyperplasia intersticia, již by bylo možno uvádět ve vztah ke zvýšené produkci hormonu sexuálního během říje. Říjový kolorit — a křivka jeho intenzity — sleduje zhruba průběh spermatogenesy, její počátek a kulminaci. S plným rozvojem pochodů spermatogenetických dilatuje se lumen vývodných kanálů a sliznice bují četnými výběžky. Epithel nápadně zvětšené plochy slizniční obsahuje neobyčejně hojně intracelulárně zachycené buňky semenné. Patrně jde o zpětnou resorpci části nově produkovaného buněčného materiálu semenného.

3. Přívodem extraktu testikulárního možno vyvolati vystoupení koloritu svatebního u dospělých samčích jedinců druhu *Rhodeus amarus* v období bezprostředně před říjí. Za páření vede resorbce hormonálních extraktů testikulárních ke zvýšení intenzity zbarvení říjového. V době klidu spermatogenetického zůstává přívod výtažku varletního bez účinku.

Z výsledků těchto možno souditi, že:

1. vystoupení koloritu říjového u *Rhodeus amarus* je vázáno na přítomnost intaktní gonády,

2. realizace argentea je příčinně spjata se spermatogenetickým metabolismem nukleoproteidů,

3. závislost koloritu říjového na gonádě je značnou měrou komplikována vztahy charakteru extrahormonálního a vlivy vnějšími. Povahy této závislosti pak může býti i u různých druhů rozdílná.

### Zusammenfassung.

Der Autor studierte an verschiedenen Fischarten, besonders bei *Rhodeus amarus*, *Cyprinus carpio*, *C. carassius*, *Tinca vulgaris*, *Barbus conchoni* und *Leuciscus rutilus*:

1. den Einfluß der Kastration und Semikastration auf das Auftreten und die Intensität des Brunstkolorites,

2. die Koinzidenz der Erscheinung des Hochzeitskleides mit der histologischen Struktur des Hodens,

3. den Einfluß von Säugetierhodenextrakt auf die Färbung und das Verhalten der reifen Männchen während der verschiedenen Perioden des spermatogenetischen Zyklus.

1. Die Totalkastration bei *Rhodeus amarus* ( $\delta$ ) hat in allen Fällen zum Unterbleiben oder zur Regression des im Erscheinen tretenden Hochzeitskleides geführt. Die Ergebnisse der partiellen Kastration sind doch unsicher geblieben. Die vollständige Entfernung auch nur eines Hodens führte anfangs immer zu demselben Resultate, wie eine Totaloperation, später (während der Sommermonate) stellte sich jedoch fast immer eine intermediäre Färbung ein.

Bei *Leuciscus rutilus* blieb die rötliche Flossenfärbung auch bei den kastrierten Individuen unverändert, sie zeigte aber später keine größere Intensitätszunahme, wie bei den Kontrolltieren. Erst in der zweiten Hälfte Mai trat bei vier von fünf kastrierten Männchen die Flossenfärbung etwas klarer hervor. Der silberne Körperglanz war bei den Kastraten weniger ausgeprägt, als bei den Kontrolltieren. - Bei zwei operierten Barben (*Barbus conchoni*) war auch die Frühlingsfärbung des Körpers etwas schwächer, als bei den nicht operierten Tieren.

2. Bei der Art *Rhodeus amarus* fällt die erste Erscheinung des Hochzeitskleides mit dem Anfang der Spermatogenese zusammen. Niemals findet man eine Hyperplasie des Interstitiums, die in Zusammenhang mit der erhöhten Sexualhormonproduktion während der Laichzeit gebracht werden könnte. Die Intensitätskurve des Hochzeitskolorits fällt mit dem Verlauf der Spermatogenese und zwar hauptsächlich mit seinem Anfang und seiner Kulmination zusammen. Zur Zeit der regsten Spermatogenese vergrößert sich das Lumen der ausführenden Kanäle des Hodens und deren Schleimhaut bildet zahlreiche zottenförmige Vorsprünge. Das Epithel der auf diese Weise mächtig vergrößerten Schleimhautoberfläche enthält dann außerordentlich zahlreiche intrazellulär gelagerte Samenzellen. Es handelt sich da offenbar um eine Rückresorption des neugebildeten zellulären Samenmaterials.

3. Durch die Zufuhr von Säugetierhodenextrakt ist es wohl möglich, bei reifen Männchen von *Rhodeus amarus* das Auftreten des Hochzeitsfärbung hervorzurufen und zwar in der Periode, die unmittelbar dem spontanen Erscheinen des Hochzeitskleides vorhergeht. Während der Brunstzeit führt die Hodenextraktzufuhr zur Erhöhung der Intensität der Hochzeitsfärbung. Während des Stillstandes der spermatogenetischen Prozesse bleibt jegliche Extraktwirkung aus.

Aus den gesamten Ergebnissen glauben wir berechtigt zu sein, folgendes zu schließen:

1. Das Auftreten des vollkommnen Hochzeitskleides bei *Rhodeus amarus* ist durch die Anwesenheit der intakten Gonade bedingt. 2. Die

Erscheinungsform des Stratum argenteum ist kausal mit dem Nucleo-proteidenmetabolismus während der Spermatogenese verknüpft. 3. Die Abhängigkeit des Hochzeitskleides von den primären Sexualorganen wird kompliziert durch äußere Beeinflussungen z. B. Wärme, Licht usw.

### Summary and conclusions.

The author studied on various fish, especially on *Rhodeus amarus*, *Cyprinus carpio*, *C. carassius*, *Tinca vulgaris*, *Barbus conchonioides* and *Leuciscus rutilus*:

1. The influence of castration and semicastration on the appearance and intensity of the coloration at mating period,

2. the coincidence of the appearance of the honeymoon raiment with the histological structure of testis,

3. the influence of testes extracts of mammalia on the colour and behaviour of mature males during various periods of the spermatogenetic cyclus.

1. The complete castration of *Rhodeus amarus* ( $\delta$ ) had caused in all cases the omission or regression of the appearing honeymoon raiment. The results of the partial castration remained, however, uncertain. A complete removal of only one testis lead always at the beginning to the same result as in the case of a complete operation, later on (during summer months) however, almost always an intermedium coloration occurred.

In the case of *Leuciscus rutilus* the red fin colour of the castrated individuals remained also unchanged, however, it did not show later on any marked increase of intensity as it was the case with the control animals. Only until the second half of May with four of five castrated males the fin colour reappeared to a somewhat clearer degree. The silver body sheen of the castrated animals was less definite than that of the controls. With two of the operated *Barbus conchonioides* the spring body colour was also somewhat weaker than that of the not operated animals.

2. In the case of *Rhodeus amarus* the first appearance of the honeymoon raiment coincides with the beginning of the spermatogenesis. A hyperplasia of interstitium has never been found what could be considered as being in connection with the increased production of sexual hormones during the spawning time. The curve of intensity of the honeymoon colour coincides with the course of spermatogenesis, and that mainly with its beginning and culmination. At the time of the strongest spermatogenesis the lumen of the operatory obtained testis channels becomes larger and their mucous membrane forms very numerous

shaggy projections. The epithelium of the mucous membrane surface, which was increased (enlarged) considerably in this way, contains then extraordinary numerous intracellularly situated seed cells. It is a question here apparently of a counterresorption of the newly produced cellular seed material.

3. By the supply of mammalia testes extracts it is likely possible in the case of mature males of *Rhodeus amarus* to provoke the appearance of the honeymoon colour, and indeed during the period which immediately precedes the spontaneous appearance of the honeymoon raiment. During the period of sexual excitement the supply of the testes extracts induces an increase of the honeymoon colour intensity. During the suspension of the spermatogenesis process any effect of extracts fails to appear.

We believe to be qualified to conclude as follows on the base of all the quoted results:

1. The full appearance of the honeymoon raiment of *Rhodeus amarus* is dependent on the presence of intact gonads.

2. the form of appearance of the stratum argenteum is causally coupled with the nucleoproteid metabolism during the spermatogenesis,

3. the dependence of the honeymoon raiment on the primary sexual organs is complicated by external influencing matters, as temperature, light, etc.

#### LITERATURA.

- ANDRÉ E., 1928, Le pigment rouge des poissons. R. suisse Zool., Ann. Soc. Zool. Suisse et Mus. d'hist. nat. Genève 35, Fasc. 1, 49—65.
- BAILEY R. J., 1933, The ovarian cycle in the viviparous teleost *Xiphophorus Helleri*. Biol. Bull. 64, 206—225.
- BAUMANN E. & F. SZÜSZ, 1935, Unsere Erfahrungen über das künstliche Wachstum der Legeröhre weiblicher Bitterling. Zbl. Gyn., 59, 1104—05.
- BECHER J. & LEHMENSICK R., 1933, Kastrationsversuche an in Brunst befindlichen männlichen Stielingen (*Gasterosteus aculeatus* L.) Klin. Wschr. 12, 387—388.
- BELLAMY A. W., 1922, Breeding experiments with the viviparous teleosts, *Xiphophorus Helleri* and *Platycoecilus maculatus*. (Am. Soc. Zool. Toronto, 28—30, XII, 1921) Anat. Rec., 23, 1, 98—98.
- BLACHER L. J., 1926, Die Abhängigkeit männlicher Merkmale von der Geschlechtsdrüse bei *Lebistes reticulatus* L. Mitt.: Das Verschwinden der männlichen Färbung im Zusammenhang mit der Atrophie der Gonaden. Trudy Lab. eksp. biol. Moskovskogo Zooparka 1, S. 81—88.
- Idem, 1926, II. Mitt. Fall von Hermaphroditismus bei *Lebistes*. Ibid. 1, S. 90—94.
- Idem, 1926, The dependence of secondary sexual characters upon testicular hormones in *Lebistes ret.* Biol. Bull. 50, 374.
- BOCK F., 1928, Kastration und sekundäre Geschlechtsmerkmale bei Teleostiern. Z. wiss. Zool., 130, 455—468, T. 12.



- BREIDER H., 1934, Die Besamungsfolge bei den lebend gebärenden Zahukarpfen. Zool. Anz. 106, 277—283.
- Idem, 1935, Über Außenfaktoren die das Geschlechtsverhältnis bei *Xiphophorus Helleri* Heckel kontrollieren sollen. Z. wiss. Zool. 146, 383—416.
- BUTENAND A., 1934, Neuere Erkenntnisse in der Untersuchung der Sexualhormone. Forsch. u. Fortschr. 10, 266—68, 276—77.
- COURBIER R., 1922, Glande *interstitielle* du testicule et caractères sexuels secondaires chez les poissons. C. R. Ac. Sc. Paris, 172, 1316.
- Idem, 1922, Sur l'indépendance de la glande *séminale* et des caractères sexuels secondaires chez les poissons. Etude expérimentale. C. R. Ac. Sc. Paris, 174, 70—72.
- Idem, 1922, Etude préliminaire du *déterminisme* des caractères sexuels secondaires chez les poissons. Arch. d'Anat., d'Hist. d'Embr., I, 118—144.
- Idem, 1925, Les caractères sexuels secondaires et le cycle testiculaire chez l'épinoche. (Réponse à Mr. G. J. van Oordt.) Arch. d'Anat., d'Hist. d'Embr., IV, 473—476.
- CHAMPY CH., 1923, Observations sur les *caractères* sexuels chez les poissons. C. R. Soc. Biol., Paris, 88, 414—417.
- Idem, 1923, Sur la „*source* de l'hormone sexuelle“ chez les poissons. Ibid. 1127—1129.
- Idem, 1924, Sexualité et Hormones. Paris.
- DAVIDSON F., 1935, The development of the secondary sexual characters in the pink salmon (*Oncorhynchus gorbuscha*) J. Morph. 57, 169—184.
- EGGERT B., 1932, Zur Kenntnis der Biologie, der sekundären Geschlechtsmerkmale und des Eies von *Bleinius paro* Risso. Z. Morph. Okol. Tiere, 24, 682—703.
- Idem, 1933, Die Intersexualität bei Knochenfischen Z. wiss. Zool. 144, 402—420.
- EHRHARDT K. & KÜHN K., 1933, Monatschr. Geburtsh. Gynäk. 92 (N 1—2).
- ESSENBERG J. M., 1923, Sex-differentiation in the viviparous teleost *Xiphophorus Helleri* Heckel. Biol. Bull. Marine Biol. Lab. Woods Hole 45, 46—97.
- FLEISCHMANN W. & KANN S., 1932, Pflügers Arch. ges. Physiol. 230, 5—6.
- FRIESS E., 1933, Untersuchungen über die Geschlechtsumkehr bei *Xiphophorus Helleri*. Roux Arch. Entw. Mech. 129, 255—355.
- GLASER E. & HAEMPEL O., 1931, Das experimentell hervorgerufene Hochzeitskleid des kastrierten Fisches als Stigma einer Test- und Standardisierungsmethode des männlichen Sexualhormons. Naturwiss., 19, 1021.
- HANSEN B., 1931, Gonadectomy in the goldfish *Cyprinus auratus*. Science 73, 293—295.
- HYKĚŠ O., 1918, Biol. Listy 7, 54.
- IHERING R. von, 1935, Die Wirkung von Hypophyseninjection auf den Laichakt von Fischen. Zool. Anz., 111, 273—279.
- JANDA V., 1936, O hormonálních vlivech na zbarvení těla obratlovců. Věda přírodní.
- JANKO Vl., 1937, Experimentell-histologische Studien über die Ursache des sog. Hochzeitskleides bei den Teleostiern. (Vorläufige Mitteilung.) Věstník čs. zool. společnosti v Praze.
- KOPEČ St., 1918, Contribution to the Study of the development of the nuptial colour of fishes. C. R. Soc. Sc. Varsovie 9, 108.
- Idem, 1927, Experiments on the dependence of the nuptial hue on the gonads in fish. Biol. Gen., 8, 259—280.

- MATOUŠEK M., 1934, O vlivu ovariálního hormonu na kladélko samce *Cyprinus amarus*. Biol. Listy, 19, 89—95.
- MILLOT J., 1922, Bull. Soc. Zool. France, 47.
- Idem, 1923, Influence de l'alimentation sur la pigmentation des vertébrés inférieurs. C. R. Ass. Anat., Lyon, 361—365.
- OORDT van G. J., 1924, Die Veränderungen des Hodens während des Auftretens der sekundären Geschlechtsmerkmale bei Fischen. I. *Gasterosteus pungitius*. L. Arch. mikr. Anat. Entw., 102, 379—405.
- Idem, 1924, Die Bedeutung des *Interstitium testis* bei Fischen. Versl. K. Akad. Wet. Amsterdam Afd. Natuurk. 33, 102—106.
- Idem, 1924, The relation of the testis to the secondary sex-characters of the ten-spined stickleback. Tijdschr. d. Ned. Dierk. Vereen. (2), 19, 1. 1—4.
- Idem, 1924, The significance of the interstitium testis in fishes. K. Akad. Wet. Amsterdam 27, 1—2, 161—164.
- Idem, 1925, The Relation between the Development of the secondary sex Characters and the structure of the Testis in the Teleost *Xiphophorus Helleri* Heck. Brit. J. Exp. Biol., 31, 43—59.
- Idem, 1926, Castration and implantation of gonads in *Xiphophorus Helleri* Heckel (Teleost.). K. Akad. Wet. Amsterdam. 29, 9, 1172—1175.
- OORDT G. J. VAN & VAN DER MAAS C. J. J., 1926, Castratie en implantatie van geslachtsorganen bij *Xiphophorus Helleri* Heckel (Teleost). Verh. K. Ak. Wetensch. Amsterdam, 35, 935—938.
- SAMOCHVALOVA G., 1933, Die Wechselbeziehungen in der Entwicklung der sekundären Geschlechtsmerkmale und der Geschlechtsdrüse bei *Lebistes reticulatus*. Trudy Dinam. Razvit, 7, 65—76.
- STROMSTEN F. A., 1931, The Development of the gonads in the Goldfish *Carassius aur.* (L.) Univ. of Iowa Studies N. S. 211.
- ŠTĚPÁNEK O., 1928, Morfologie a biologie genitálních orgánů u *Lebistes reticulatus* Pters. Spisy přírodov. fakulty, Praha č. 79.
- TOZAWA TOMIZU, 1929, Experiments on the development of the nuptial coloration and pearl organs of the Japanese bitterling. Fol. Anat. Jap. 7, 407—417.
- TURNER C., 1933, Viviparity superimposed upon ovo-viviparity in the *Goodeidae*, a family of cyprinodont teleost fishes of the Mexican Plateau. J. Morph. 55, 207—252.
- ULMANN R., 1923, O vývodných cestách urogenitálního aparátu u hořavky. Biol. spisy vys. školy zvěrolék. Brno. II, 15.
- VERNE J., 1926, Les pigments etc. Paris.
- WOLF L. E., 1931, The history of the germ cells in the viviparous teleost *Platy-poecilus maculatus*. J. Morph. 53, 115—154.
- WUNDER W., 1933, Experimentelle Untersuchungen am Bitterling (*Rhodeus amarus*) während der Laichzeit. Zool. Anz. Suppl. 6.
- Idem, 1934, Gattenwahlversuche bei *Stichlingen* u. Bitterlingen. Zool. Anz. Suppl. 7.
- Idem, 1934, Beeinflussung der sekundären Geschlechtsmerkmale des Bitterlings (*Rhodeus amarus*) durch Hormone u. andere Reize. Med. Klinik, N. 26.
- ZAHL P. A. & D. DWIGHT DAVIS, 1932, Effects of gonadectomy on the secondary sexual characters in the ganoid fish, *Amia calva* L. J. exp. Zool. 63, 291—308.

## VÝKLAD VYOBRAZENÍ NA TABULCE.

### Obrazec 1.

*Rhodeus amarus*: testis klidové po ukončené spermatogenese a za doznívání říjového zbarvení. Kanálky se spermatogoniemi a buňkami Sertoliho. Intersticium patrnější relativním zmenšením kanálků semenotvorných. Mikrofoto, obj. A 11, homal I, výtah 82 cm. Bouin, haematoxylin, eosin.

### Obrazec 2.

*Rhodeus amarus*: testis v nejživější spermatogenese a za plného nástupu koloritu říjového. Hranice kanálků obsahujících spermatogenie, spermatocyty i nově vytvářené spermie jsou setřeny. Nikde není patrný značnější vývin intersticia. Mikrofoto, obj. A 8, homal I, výtah 89 cm. Bouin, haematoxylin, erythrosin.

### Obrazec 3.

*Rhodeus amarus*: ductus deferentes v období klidu spermatogenetického. Kanálky poměrně úzké bez buněk semenných a s význačnými zevně přilehlými melanofory. Mikrofoto, obj. A 11, homal I, výtah 82 cm. Allen, haematoxylin, eosin.

### Obrazec 4.

*Rhodeus amarus*: ductus deferens za kulminující spermatogenesy a maxima uplatnění koloritu svatebního. Kanálky enormně rozšířené s klkovitě zbujelou sliznicí, hojným semenem vyplněné, s poměrně řídkými zevně přilehlými melanofory. Četné spermie v epithelových buňkách (spermiophagie a zpětná resorbce?). Mikrofoto, obj. A 8, homal I, výtah 89 cm. Bouin, haematoxylin, erythrosin.

## TAFELERKLÄRUNG.

### Abb. 1.

*Rhodeus amarus*. Der Hoden im Ruhestadium nach Beendigung der Spermatogenese.

### Abb. 2.

*Rhodeus amarus*. Der Hoden auf dem Höhepunkt der Spermatogenese. Hochzeitskleid völlig entwickelt.

### Abb. 3.

Ductus deferens im Ruhestadium.

### Abb. 4.

Ductus deferens auf dem Höhepunkt der Spermienbildung und Vollentwicklung des Hochzeitskleides.

Orig. Mikrophoto. Obj. A Zeiss, Ok. Homal I. Balgenauszug 82—89 cm, Fixierung mit Bouin oder Allen, gefärbt mit Haematoxylin-Eosin oder Haematoxylin-Erythrosin.

EXPLANATION OF THE FIGURES ON THE PLATE.

Fig. I.

*Rhodeus amarus*. Testis after cession of the spermatogenesis and with fading of the mating coloration. Canals with spermatogonia and Sertoli cells. The interstitium is more notable by relative decrease in size of the seminal canals. Photomicrograph, obj. A 11, Homal I, 82 cm, Bouin, hematoxylin-eosin.

Fig. II.

*Rhodeus amarus*. Testis in most active spermatogenesis and during full nuptial coloration. Borders of canals, containing spermatogonia, spermatocytes and newly formed spermia are quite indefinite. No marked development of the interstitium is noticeable on any point. Photomicrograph, obj. A 8, Homal I, 89 cm, Bouin, hematoxylin-erythrosin.

Fig. III.

*Rhodeus amarus*. Ductus deferentes during the period of the spermatogenetic quietness. Canals relatively narrow without seminal cells and with marked adjacent melanophores. Photomicrograph, obj. A 11, Homal I, 82 cm, Allen, hematoxylin-eosin.

Fig. IV.

*Rhodeus amarus*. Ductus deferentes during the culminating spermatogenesis and maximal development of the mating coloration. Canals enormously dilated and the epithelium multiplied, richly filled up with semen, relatively few melanophores. Numerous spermia are seen in the epithelial cells of the ducts. (Spermio-phagia and returned resorption?) Photomicrograph, obj. A 8, Homal I, 89 cm, Bouin, hematoxylin-erythrosin.

Při reprodukci zmenšeno na  $\frac{2}{3}$ .

Bei der Reproduktion verkleinert auf  $\frac{2}{3}$ .

The dimension of the reproductions are  $\frac{2}{3}$  of the original microphotographs.

## II.

# Příspěvek k stratigrafii křídý podkrkonošské.

Napsal **Dr. BŘETISLAV ZAHÁLKA.**

(Předloženo ve schůzi dne 13. března 1940.)

### Úvod.

Ve své práci z roku 1932 (16) jsem pojednal o křídě mezi Chotěborkem u Vřeštova, Stanovicemi, Jaroměří a vrškem Prašivkou u Smiřic. Křídové horizonty tuto popsané jsem roku 1935 přeřadil dle novějších názorů (19). V dnešním pojednání navazuji na práce dřívější a řeším stratigrafii okraje křídý od Běluně na západě k Riesenburku u České Skalice na východě. S hlediska oblastí, na něž rozdělujeme českou křídú, náleží studované území do oboru oblastí abské (13). Výzkum v přírodě jsem provedl v roce 1937. Výzkumy své o křídě na jv od vytčeneného kraje a o křídě podorlické uveřejním později.

### I. Popis lokalit.

Jelikož stratigrafie spodních horizontů podkrkonošské a podorlické křídý jest velmi nepravidelná, zasadil jsem popis lokalit z kraje mezi Běluní a Riesenburkem do širšího rámce území již dříve popsaného. A tak na západě podávám přehled stratigrafie okolím Dvora Králové a Velichovkami počínaje (dle výzkumů pisatelových, ČEŇKA ZAHÁLKY, PETRASČECKOVÝCH a SOUKUPOVÝCH — profily č. 1—3) a na východě připojuji některé význačné profily z křídý podorlické a ze Svatoňovického úvalu dle PETRASČECKA (profily č. 17—20). Citáty již popsaných lokalit (tištěných petitem) zkracuji, vynechávám z nich zmínky o podloží a o nadmořských výškách.

1. Sev.-vých. svah Selského lesa vjv od Velichovek (16, pg. 16; 19, pg. 19).

Pásno s *Inoc. labiatus*: stupeň IIIb. — Slín šedý neb nažloutlý, bochníkovitě a hrudkovitě se odlučující, měkký (22, p. 99), přístupný v mocnosti ..... [14]\*) m

\*) [ ] závorky značí, že horizont není přístupný v úplné mocnosti.

Pásmo s *Actinocamax plenus* — IIIa. — 2. Nepřístupno .... 3,6 m

1. Slinitý jíł glaukonitický, velmi písčítý, zelený ..... 0,4 m

Cenoman. Stupeň II. — Pískovec jílovito-glaukonitický, jemnozrný, nazelenalý, kvádového odľomu, dosti pevný, nejvýše drobivý, přístupný v mocnosti ..... 3,15 m

РЕТРАСЧЕЕК, jak vysvítá z jeho mapy (8a), určil zde jílovito-glaukonitické pískovce našeho stupně II. jako svoji *Plenus*-zónu, ač jak vysvitne dále u Mezilečí, jest pravé pásmo s *Actinocamax plenus* v české křídě representováno naším pásmem IIIa.

2. Labská přehrada v Tišnově u Dvora Králové (22, pg. 95—96; 19, pg. 19).

Pásmo s *Inoceramus labiatus*: stupeň IIIb. — Slín šedý, deskovitěho odľomu, měkký ..... [4] m

Pásmo s *Actinocamax plenus* — IIIa. — Písčítý jíł velmi glaukonitický, šedozelenavý ..... 3 m

Cenoman: stupeň II., mocný 19,3 m. — 4. Pískovec jílovito-glaukonitický, velmi jemnozrný, při povrchu drobivý ..... 3 m

3. Kvádřový pískovec kaolinický, jemnozrný, bílý neb nažloutlý, pevný ..... 10 m

2. Pískovec kaolinický, jemnozrný, nepevný, šedý až nažloutlý s příměsí glaukonitu ..... 6 m

1.\*) Hrubozrný pískovec až slepenec s tmelem kaolinickým neb železitém, bílý, žlutý až hněděčervený, pevný ..... 0,3 m

Stupeň I, souv. d, mocné 16 m. — Kvádřový pískovec kvarcítický, velmi pevný ..... 16 m

Stupeň I, souv. abc, mocné 5 m. — 3. Lupek černošedý ..... 2 m

2. Kvádřový pískovec kvarcítický ..... 2,5 m

1. Jíł žlutý, červenavý i zelenavý s úlomky zvětralého pikritu z podloží ..... 0,5 m

3. Stanovice (16, pg. 33—34; 22).

Pásmo s *Actinocamax plenus* — IIIa. — Jíł glaukonitický, hlouběji písčítý, zelený ..... [2] m

Cenoman. Stupeň II. — Pískovec jílovito-glaukonitický, jemnozrný, šedozelený, dosti pevný s hojnými zkamenělinami ..... [5,1] m  
Base stupně II. jest nepřístupna.

Stupeň I, souv. d. — Kvádřový pískovec kvarcítický, jemnozrný s hrubozrnými polohami, světle šedý až nažloutlý ..... [10,8] m

Zde opětně, tak jako v profilu u Velichovek a v celém kraji západně od Prorub, považoval РЕТРАСЧЕЕК (7, pg. 415, 416) jílovito-glaukonitické pískovce našeho stupně II. za zónu s *Actinocamax plenus*, ač pravá *Plenus*-zóna jest tu v našem pásmu IIIa.

\*) Vrstvu tuto zařadil jsem nyní (oproti názorům dřívějším — 22, pg. 96; 19, pg. 19) do base stupně II. — viz též níže odstavec 2. v kapitole II.

Následuje nový vlastní výzkum kraje mezi Běluní a Riesenburkem:

4. Běluň. Průřez východní strání nad Černým potokem.

Témě výšiny východně nad Běluní . . . . . kóta 482 m n. m.

Pásmo s *Inoceramus labiatus* (IIIb + IV). — Spongilit s jehlicemi úplně vylouženými písčité, světle nažloutlý až bělavý . . . . . 9 m

Pásmo s *Actinocamax plenus* — IIIa. — Spongilit s křemitými jehlicemi z části vylouženými (jehlice i základní hmota jsou z opálu) . . . . . 4,2 m

— as 468,8 m n. m. —

Cenoman: stupeň II. — Pískovec železito-glaukonitický, rezavěhnědý, hlouběji přecházející v pískovec jílovito-glaukonitický, nazelenale šedý, drobivý, na spodu pevnější, vše v úhrnné mocnosti . . . . . 6 m

Stupeň I, souv. d. — Kvádrový pískovec kvarciticový, velmi pevný, šedý až nahnědlý. Vystupující kvádry jsou přístupny pouze krátce pod basí stupně II.; hlouběji, až ke dnu údolnímu, jsou vrstvy zakryty balvanitou ssutí pocházející z Id, zakrývající hlubší polohy stupně I.

Dno údolní. As při vrstevnici . . . . . 420 m. n. m.

PETRASCHEK, jak vysvětluje z jeho mapy (8a), určil zde jílovito-glaukonitické pískovce mého stupně II. jako zonu s *Actinocamax plenus*, tedy stejně jako v profilu předešlém.

Horní Harcov, jv od Běluně. Odtud popisuje E. BAYER (1, pg. 8) z šedo-černých lupků stupně Iabc 12 druhů cenomanské flory.

5. Lomy mezi Běluní a Proruby, jz od koty 498. Lokalitu petrograficky a paleontologicky popsal v roce 1934 SOUKUP (10, pg. 113 až 114). Vystupují tu pórovité spongility s jehlicemi úplně vylouženými, písčité, světle žlutavé, dosti pevné, odlomu deskovitého, v mocnosti asi 6 m. V roce 1937 se tu lámal kámen pouze příležitostně. Hojný *Inoceramus labiatus* svědčí o příslušnosti spongilitů do pásma s *Inoc. labiatus*, jež ve zdejším kraji odpovídá souboru stupňů IIIb+IV české křídly. Spongility jsou nakloněny v úhlu asi 6° k jv a jsou roz-pukány dvěma systémy diaklas: I. S 40° V s úklonem 76° ku sz a II. S 48° Z s úklonem 85° k sv. — V sv stěně lomu jsou zřetelné dva mírné poklesy směru S 40° V (tedy přibližně ve směru I. systému diaklas), dle nichž kra severozápadní jest oproti kře jihovýchodní pokleslá asi o 0,35 m. Jedná se o pokles, při kterém působil též tangenciální tlak: při paraklase jsou vrstvy v obou sousedních krách proti sobě vzhůru vzepřeny a drceny. — Z makrofosilií uvádí odtud

SOUKUP (10): *Inoceramus labiatus* (Scholth.) (h), *Inoc. hercynicus* Petr., *Hoplopteryx zippei* (Ag.), *Stegoconcha neptuni* (Goldf.) juv. a *Witriwebbina tuberculata* Sollas.

Podobně jako zde, jsou spongility téhož horizontu mezi Sedlem a Kladruby (9, pg. 62 — zw. Sadel und Kladern) bohaty na druh *Inoc. labiatus*.

6. Chvalkovice. PETRASCHECK r. 1905 (7, pg. 415) uvádí od válcového mlýna mezi Chvalkovicemi a Dolním Grundem v podloží svého Pläneru (zde našich spongilitů) s *Inoceramus labiatus* výchoz velmi glaukonitického jílovitého písku. Výchoz mi nebyl v roce 1937 přístupný. PETRASCHECK, který se domníval (jak jest níže ve výsledcích v odstavci 3 kritizováno), že v kraji západně od Prorub jest zona s *Act. plenus* vyvinuta v rázu glaukonitického pískovce (= můj stupeň II.) a vých. od Prorub v rázu Pläneru (= mých spongilitů IIIa), považuje zdejší výchoz glaukoniticko-jílovitého písku za přechod mezi oběma svrchu zmíněnými svými facemi.

ČENĚK ZAHÁLKA (22, pg. 98) určil zdejší glaukonitický písek ve smyslu své stratigrafie jako Va, což po mém přeřazení pásem v Podkrkonoší (19, pg. 14, 19) jest pásmem IIIa. Podobně usoudil r. 1934 SOUKUP (10, pg. 114). I já řadím PETRASCHECKŮV výchoz do base IIIa.

V nadloží pásma IIIa spočívají lavicovitě se odlučující žlutavé spongility s jehlicemi úplně vylouženými, písčité s modravě šedými partiemi velmi pevných písčitých spongilitů s kalcifikovanými jehlicemi, náležející do souborů stupňů IIIb + IV. Jsou odkryty severně nad Chvalkovicemi v lomu západně při silnici vedoucí k Brsicům. Spongility obsahují dutiny se zvláště pórovitou až sypkou hmotou spongilitickou (18, pg. 9). Jsou chudé na zkameněliny; našel jsem tu *Inoceramus labiatus* (Scholth.) (zř) a *Inoc. hercynicus* Petr. (vz). — Tytéž spongility obsahující *Inoc. labiatus* jsou odkryty v rozsáhlém lomu na sv od předešlého, východně od silnice. — Z téhož horizontu o něco dále na sever, nad mlýnem Žlůvou, uvádí SOUKUP (10, pg. 114): *Inoceramus labiatus* (Scholth.) a *Micraster cf. michelini* Ag. a otisky zmačklých ježovek, jež byly ZVEJŠKOU (35) od Letovic uvedeny jménem *Epiaster* sp. (K tomu poznamenávám, že deformované ježovky ze stupně IIIb od Letovic a Boskovic jsem nověji určil jako *Hemiaster sublacunosus* Gein.). Náleží tudíž tyto spongility spodnímu tuonu, a to pásmu s *Inoceramus labiatus*, jak zjistil již SOUKUP (10, pg. 114), t. j. souboru IIIb + IV.

Pokud polohy vrstev se týče, sklánějí se vrstvy v prvním z lomů v úhlu asi 10° k jz, t. j. k ose synklinály královédvorské (14, pg. 2, 4; 15, pg. 2, 3) — blíže o tektonice křídý popisovaného kraje pojednám ve zvláštní publikaci.



Spodnoturonské spongility od Chvalkovic směrem k jihu vystupují a dosáhnou osy antiklinály (a. zvičinské, 14, 15) východně od Střeziměřic v ostrohu nad Černým potokem. O něco dále na jih od osy antiklinály zvičinské, západně nad kotou 346 vých. od Střeziměřic v příkré stráni Černého potoka vystupují v dolní části stráně šedé písčité slíny spongiové a v nadloží těchto velmi písčité spongility s příměsí glaukonitu s jehlicemi úplně vylouženými. Jsou zřejmě pokračováním spodního turonu od Chvalkovic.

Při povšechném sklonu vrstev k jihu přikládají se na spongility IIIb + IV západně od Svinišťan (při cestě k ovčárně) měkké šedé slíny destičkovitého odlomu souboru stupňů V—IX (19, pg. 19). — Poznámka: V roce 1932 (16, pg. 33) jsem oba svrchu zmíněné horizonty ve stráni Černého potoka určil jako stupně IVa a IVb. — Dnes upouštím v tomto kraji od tak podrobné precisace a určuji vrstvy pásma s *Inoceramus labiatus* jako soubor stupňů IIIb + IV. — Po přerazení pásem v křídě podkrkonošské z roku 1935 (19, pg. 19) upustil jsem ovšem od dřívějšího názoru, jakoby zdejší spongility byly ekvivalentem jílovito-glaukonitických pískovců z Polabí královédvorského (dnes mého stupně II. — 17, pg. 26).

7. Severně od Husího krku (mezi Chvalkovicemi a Chlístovem) jsou v malém lomu při dnu potočním přístupny kvarcitické pískovce souvrství Id, zde nápadné hojnými otisky rostlinnými. Úklon pískovců jest asi 12° k jv.

8. Proruby (Prohrub), severozápad. — Na hřišti při rozcestí silnic vystupují šedé pevné spongility s kalcifikovanými jehlicemi, při povrchu odvápnělé. Jsou ukloněny v úhlu asi 5° k jjv a náležejí do pásma s *Inoc. labiatus*.

9. Proruby, severoseverozápad. — Okraj křídý severně od Prorub jest vyznačen příkrým stupněm, tvořeným křídou, kdežto perm v severním popředí křídý zaujímá v terénu polohu značně nižší. — Od Prorub na ssz až ku kotě 568 jest terén složen z šedých až nažloutlých pevných kvarcitických pískovců a slepenců stupně I.

10. Proruby, východ. — Průřez dle cesty, jež vede od kapličky na východním konci Prorub směrem k jihovýchodu na výšinu, vykazuje následující sousled vrstev:

Nejvyšší bod cesty na výšině jv nad Proruby . . . . . asi 468 m n. m.

Spongility nažloutle bělavé, v některých polohách šedé, dosti pevné. V horní poloze náležejí pásmu s *Inoceramus labiatus*; dolní jich část náležejí již pásmu s *Actinocamax plenus* . . . . 8 m

Dolní část pásma s *Actinocamax plenus* (IIIa). — 2. Jíl s příměsí glaukonitu, nažloutlý . . . . . 0,8 m

1. Jíl glaukonitický, šedo zelený ..... 0,8 m  
 Nepřístupno ..... 3 m  
 Údolní dno u kapličky na vých. kraji Prorub. . . . . asi 456 m n. m.

11. Mezilečí (Mezleč) bylo před lety vydatným nalezištěm druhu *Actinocamax plenus* a proto byla lokalitě věnována zvláštní pozornost. Na západním okraji obce Mezilečí jest při vrcholu stráně opuštěný lom Ant. Tylše. To jest PETRASCHECKEM (7, pg. 409) uvedené bohaté naleziště druhu *Actinocamax plenus*. Profil lomem až ke dnu údolnímu jest tento:

- Vrchol údolní stráně ..... 420 m n. m.  
 Spongilit s kalcifikovanými jehlicemi, jemně písčité, šedý až světle šedý, pevný, lavicovitého odlomu, v lomu odkrytý v mocnosti ..... 5,8 m  
 Nepřístupno v poli a louce pod lomem ..... 7 m  
 Hladina potoka ..... 407,2 m n. m. . . . .

Nepodařilo se mi v roce 1937 v opuštěném lomu nalézt ani jedinou zkamenělinu. Jelikož bylo PETRASCHECKOVI v době jeho výzkumů z lomu zasláno (7, pg. 409) přes 50 exemplářů druhu *Actinocamax plenus*, pak byl nalezen hojně pouze občas v určitých polohách, jak správně soudí PETRASCHECK (7, 409). Týž (7, pg. 409) uvádí dle sběru učitele Langera z lomu ještě tyto druhy: *Ptychodus mammillaris* Ag., *Rostellaria parkinsoni* Mant., *Lima cenomanense* d'Orb, *Avicula roxelana* d'Orb, *Exogyra lateralis* Nilss. (= *Ostrea canaliculata* (Sow.)), *Exogyra conica* Sow., *Serpula septemsulcata* Reich. u. Cotta. — Dle sdělení majitele lomu p. Ant. Tylše, byly před lety Belemniti nalézány pouze v dolní poloze lomu, v šedém spongilitu. Z toho by bylo možno soudit, že dolní část spongilitů v lomu přístupných náleží pásma s *Actinocamax plenus*, kdežto horní část že zasahuje již do pásma s *Inoceramus labiatus*, jak ostatně připomíná již PETRASCHECK (7, pg. 409). — Spongility jsou v lomu ukloněny v úhlu 10° k jihu.

PETRASCHECK (7, pg. 409) praví, že lom u Mezilečí jest založen „in grauem tonigen Pläner, der ein reicher Fundort für *Actinocamax plenus* Blainv. ist.“ — Laskavostí správce geologických sbírek Národního musea v Praze, pana dr. V. Zázvorky, bylo mi umožněno prostudovati horninu z lomu od Mezilečí s úlomkem Belemnita (zřejmě *Act. plenus*-akces. kat. čís. 19.544) v něm vězíciho (sběr Jahnův): hornina jest tmavošedým spongilitem s kalcifikovanými jehlicemi jemně písčitém — tedy poněkud tmavší nežli hornina, jež dnes v lomu vystupuje. Na spodní straně formátu jest přilepen úlomek velmi glaukonitického spongilitu s kalcifikovanými a z části vylouženými jehlicemi šedo-zeleného, pevného, patrně jako doklad, že spongility tmavošedé s *Act.*

plenus jsou proloženy podřízenou lavicí glaukonitickou. — Jest tedy jisto, že v lomu u Mezilečí se svého času vyskytl *Actinocamax plenus* v šedém spongilitu zřejmě pásma IIIa, neb spongility s *Inoceramus labiatus* následují výše. — Tu tedy PETRASCHECK určil pásmo s *Act. plenus* správně, kdežto od Prorub na západ určoval jako *Plenus-zonu* naše pásmo II.

Sdělení BORUFKOV z r. 1930 (2, pg. 157), že lom u Mezilečí jest otevřen „im grünen Pläner“, jenž svého času poskytl hojný *Actinocamax plenus*, tedy nesouhlasí.

Ve svahu pod lomem jest patrně ukryt stupeň II., neb ve vzdálenosti asi 300 m na sz od lomu jest v lese přístupný v malém lomku kvarcitický pískovec drobnozrný, nahnědlý šedý, místy nažloutlý, velmi pevný, stupně Id o úklonu 5—7° k jv. Pískovec jest vzácně prostoupen žilkou hnědého jemnozrného pískovce železitého. Křemenná zrnka jeví krystalické obrůstání hmotou  $\text{SiO}_2$ .

12. Křížanov. — V Posadově jsou rozšířeny pevné spongility pásma s *Inoceramus labiatus*. V Křížanově, blíže křížovatky silnice hoříčské a cesty do Posadova zjistil jsem v r. 1937 ve vykopávce základů pro novostavbu měkký bělavý, za mokra modrošedý slín. Slín obsahuje: *Textillaria globulosa* Ehrenb. (vh), *Globigerina cretacea* d'Orb. (h), *Anomalina ammonoides* (Reuss) (zř). — Bylo by nutno podrobiti území mezi Křížanovem a Hoříčkami podrobnému mapování, aby se zjistilo, nejedná-li se o slíny středního turonu, t. j. souboru stupňů V—IX.

13. Mečov, lom západní. Severozápadně od koty 471. — Severně od Mečova ukončena jest křída tarasem, načež následuje příkrý svah k severu (Havlovický les), tvořený permen. A tu sz od Mečova, sz od koty 471 jest severně za hřebenovou cestou otevřen pískovcový lom, v němž jest tento sousled vrstev:

Vrchol hřbetu. Hřebenová cesta ..... asi 472 m n. m.

Pásmo s *Actinocamax plenus* — IIIa. — 2. Pevný spongilit s jehlicemi úplně vylouženými, šedý, žlutě skvrnitý .. asi 2 m

1. Jíl žlutý ..... 1,5 m

Cenoman: stupeň II. v mocnosti 2,85 m. — 3. Pískovec jílovito-glaukonitický, drobný, tmavošedý, nazelenalý ..... 1 m

2. Jíl šedý plastický ..... 1,5 m

1. Uhlí černé, mourovité ..... 0,4 m

Stupeň I., souv. d. — 2. Kvádrový pískovec kvarcitický, velmi jemnozrný ..... 0,9 m

1. Kvádrový pískovec kvarcitický, jemnozrný ... 4,5 m

Dno lomu r. 1937

Vrstvy v lomu jsou skloněny v úhlu asi  $10^\circ$  k jv. — Jilovito-glaukonitický pískovec stupně II. severně od Mečova připomíná již PETRASCHECK (9, pg. 55) a řadí jej správně k svému „Carinatenquader“.

14. Mečov, lom východní. Severně od Mečova, severo-východně od koty 471, na severním svahu křídového tarasu, přes 300 m na východ od lomu předešlého, jest otevřen pískovcový lom s tímto profilem:

Vrchol hřbetu. Hřebenová cesta ..... asi 473 m n. m.

Pásmo s *Actinocamax plesnus* — IIIa. — 3. Šedý spongilit s partii úplně vylouženými, dosti pevný ..... 3 m

2. Jíl žlutý ..... 1,5 m

1. Slín prokládaný pevnějšími vložkami šedého písčitého spongilitu s kalcifikovanými jehlicemi ..... 2,5 m

Cenoman: stupeň II. v mocnosti 2,2 m. — 2. Lupek tmavošedý s příměsí muskovitu ..... 1,5 m

1. Uhelný lupek černý, na basi s limonitickými ploškami.. 0,7 m

Stupeň I., souv. d. — Kvádrový pískovec kvarcitický šedý, velmi pevný ..... 4 m

Dno lomu roku 1937.

Zde jest celý stupeň II., sladkovodní a mořský režim počíná teprve pásmem IIIa. Vrstvy II<sub>1</sub> v obou profilech dosti souhlasí; vrstva II<sub>2</sub> profilu 13 odpovídá vrstvě II<sub>2</sub> profilu č. 14. Vrstvě II<sub>3</sub> lomu západního odpovídá snad v lomu východním hiat.

K oběma profilům: 13 a 14 dodávám: kvádrové pískovce kvarcitické Id jsou pokračováním kvádrových pískovců od Dvora Králové a z Hoříckého hřbetu a jsou rázu mořského (viz níže výsledky, odstavce 1). Stupeň II., který tu jest vyvinut v mocnosti 2,2 až 2,85 m jest v profilu č. 13 na spodu rázu sladkovodního, výše mořského, kdežto v profilu č. 14 jest celý stupeň II. sladkovodní a mořský režim započíná vrstvou IIIa<sub>1</sub>.

15. Severozápadně od Končín, asi  $\frac{1}{2}$  km na jv od koty 474, v mělkém zářezu lesní cesty vystupuje tmavý glaukonitický pískovec s partii limonitickými, připomínající obsahem glaukonitu vrstvu II<sub>3</sub> v profilu č. 13.

16. Riesenburk. — Průřez roklí severně pod hradem.

Úroveň silnice u dvora ..... 360 m n. m. . . .

Nepřístupno ..... 6 m

Komplex spongilitických hornin, náležejících v horní své části pásmu s *Inoceramus labiatus* (IIIb + IV) a v části dolní (a to v mocnosti asi 20 m — dle profilu následujícího) pásmu s *Actinocamax plesnus*, úhrnem mocný 43,75 m; podrobně:

7. Pevný spongilit, krytý loučkou ..... 7,45 m
6. Spongilit s kalcifikovanými jehlicemi, písčitý, šedý, přechází hlouběji do tmavého spongilitu s kalcifikovanými jehlicemi s malou příměsí zrněk křemenných ..... 10 m
5. Spongilit s kalcifikovanými jehlicemi šedý s malou příměsí zrněk křemenných ..... 11 m
4. Nepřístupno ..... 2,3 m
3. Spongilit s kalcifikovanými jehlicemi, písčitý, nápadně tmavý ..... 2 m
2. Spongilit podobný jako ve vrstvě I., ale poněkud měkčí.. 10 m
1. Spongilit s kalcifikovanými jehlicemi, písčitý, šedý v pevných lavicích ..... 1 m
- Cenoman: soubor stupňů I + II, přístupný v mocnosti 4,25 m.
- 5. Pískovec jílovito-glaukonický, šedý s hrubšími zrnky křemene ..... 0,15 m
4. Pískovec kvarcitický, šedý, žlutě skvrnitý, velmi pevný, se zuhelnatělou drtí\*) ..... 1,2 m
3. Uhelný lupek, tmavý ..... 1,5 m
2. Pískovec kvarcitický tmavošedý, pevný se zuhelnělou drtí\*) ..... 0,7 m
1. Uhelný lupek ..... 0,7 m

## — Pěšina —

- Nepřístupno ..... 6 m
- Hladina Úpy ..... 300 m n. m.

Rozhraní mezi stupněm I. a II. nelze stanovit, ježto mořský režim tu zavládl až na samém konci cenomanu, t. j. za doby vrstvy 5, což připomíná poměry u Mečova. Též rozhraní mezi pásmem s *Inoceramus labiatus* (IIIb + IV) a pásmem s *Actinocamax plenus* (IIIa) nelze přesně stanovit, ježto tu není opory ani v nálezech zkamenělin ani v petrografickém složení. — PETRASCHECK (9, pg. 58) řeší stratigrafii křídý u dvora Riesenburka: „Plenus-Zone (= moje IIIa) direkt auf Perutzer“ (= zde moje I + II).

Celý sousled vrstevní se tu sklání v úhlu 4° k ssv (měřeno v oboru cenomanských pískovců) směrem k ose synklinály královédvorské (14, 15).

Tím jest můj vlastní výzkum v přírodě ukončen a následují profily dle literatury:

17. Severně od ratibořského mlýna. — Severně od někdejšího ratibořského mlýna uvádí PETRASCHECK (7, pg. 408) z břehu Úpy tento profil:  
„Pläner mit *Inoceramus labiatus*“ (= IIIb + IV).

\*) „Häckselsandstein“ u PETRASCHECKA (9, pg. 54).

Pásmo s *Actinocamax plenus* (= IIIa): 2. „Glaukonitreicher Pläner“.

1. „Der cenomane Pläner“.

Stupeň II.: „Bank von Glaukonitsandstein“.

Stupeň I.: „Schwarzer kohlenführender Sandstein“. —

Lavici glaukonitického pískovce řadí PETRASCHECK (9, pg. 58) ku svým vrstvám Carinatovým a udává její mocnost na 50 cm. — Pásmo s *Act. plenus* jest tu dle P. asi 20 m mocné.

18. Severně od Studnic. PETRASCHECK (7, pg. 406) uvádí průřez údolní strání:

„Unterturon (= IIIb + IV)\*: Pläner, nach oben in lichtgraue Plänermergel übergehend.

Plenus-Zone (= IIIa): 4. Glaukonitbank ..... 0,5 m

3. Grauer cenomaner Pläner ..... 5 m

2. Glaukonitbank ..... 0,3 m

1. Grauer cenomaner Pläner ..... 2 m

Korycaner Quader (= II): 3. Graugrüner (glaukonitischer) Sandstein mit schwarzen Streifen ..... 1 m

2. Schieferiger, mürber, schwarzgrauer Tonsand, wechselnd mit grauem glaukonitischem Sandstein ..... 2 m

1. Harter Glaukonitsandstein ..... 1 m

Perutzer Schichten (= I): 3. Schwarzer sandiger Ton ..... 2 m

2. Schwarzer, schieferiger, toniger Sandstein ..... 1,5 m

1. Fetter schwarzer Ton ..... 1 m

Perm: 2. Grober rötlicher Sand ..... 0,5 m

1. Grobkörniger Arkosensandstein ..... 3 m“.

19. Lázně Rezek, východně od Nového Města n. Metují. — PETRASCHECK (7, pg. 402) uvádí odtud tento profil:

„Unterturon (= IIIb + IV): 3. bräunlicher Pläner.

Plenus-Zone (= IIIa): 3. Glaukonitbank ..... ca 1 m

2. Grauer, schulpiger Cenomanpläner ..... 7 m

1. Konglomerat.

Phyllit“.

20. Při silnici mezi Odolovem a Rtyní (Vodolov-Hertiner Straße) popisuje PETRASCHECK (7, pg. 412) následující průřez:

Pásmo s *Inoceramus labiatus* (IIIb + IV): „Harter kieseliger Labiatus-Pläner, stark zerklüftet“.

Pásmo s *Actinocamax plenus* (IIIa): 2. „Glaukonitbänke“.

1. „Cenomaner Pläner, in den hangenden Teilen stark geschiefert, 15 m mächtig“.

Stupeň II.: „Dunkelgrauer, glaukonitführender Quader (nur Lesesteine)“.

Stupeň I.: 2. „Schwarzer Quadersandstein.“

1. Mittel- bis grobkörniger weißer Quadersandstein mit Fucoiden“.

„Rotliegendes (nicht aufgeschlossen)“.

\*) K. PETRASCHECKOVU určení připojuji určení své dle nomenklatury ČEŇKA ZAHÁLKY.

## II. Výsledky.

1. Nepravidelnost cenomanské transgrese v popisovaném kraji. — Již PETRASCHECK (9, pg. 58; 7, pg. 401) konstatoval, že cenomanská transgrese zastihla v místech dnešních Orlických hor prah, přes něž transgredovalo moře až počátkem spodního turonu, kdežto v oboru mladopaleozoického území na západ od tohoto prahu nastala mořská transgrese již počátkem jeho vrstev karinatových, t. j. dle mne počátkem souvrství Id (dříve u Stanovic, Slotova a Brodu bylo určováno jako IVa — 16, pg. 25—27; 17, pg. 4; 19, pg. 19). O nepravidelnosti sedimentace na počátku svrchní křídý ve zdejším kraji svědčí výčet profilů svrchu uvedených: v profilu č. 2 v Tišnově u Dvora Králové (labská přehrada) spočívá na křídovém podloží sladkovodní stupeň Iabc, kdežto v profilu č. 19 v Rezku u Nového Města nad Metují leží na fylitech přímo pásmo IIIa. — Zajímavý jest faciální vývin stupně II. v profilech 13 a 14 u Mečova a souboru stupňů I + II v profilu č. 16 pod Riesenburkem.

2. Vzájemný poměr sladkovodních a mořských sedimentů českého cenomanu. — Vycházím od stupňů I. a II., jak byly stanoveny ČENKEM ZAHÁLKOU: stupeň I. u Peruce a stupeň II. v oblasti vltavoberounské vůbec. To jsou zřejmě pojmy stratigrafické. Pokud faciálního vývoje se týče, tu Id jest na západ od Prahy sedimentem zcela sladkovodním, kdežto v Praze (Vidovle — 5; 24, pg. 26; 30, pg. 114) vkládá se do base souvrství Id mořská vložka, až konečně na východ od Lhoty Bradlecké u Jičína (12, pg. 130) jest již celé souvrství Id vyvinuto v rázu mořském [Hořícký hřbet\*) a dále k východu]. Tato faciální změna nemůže však na stratigrafickém pojetí stupňů I. a II. nic měniti, neboť komplex kvádrových pískovců Id byl podrobně sledován z křídý západočeské do východních\*\*) Čech. Komplex kvádrových pískovců na Hoříckém hřbetu (zde s mořskou faunou) jest ekvivalentní komplexu kvádrových pískovců u Prahy a v Peruci. Tam, kde jest možno, odděluji oba stupně, kdežto tam, kde faciálně splývají, jako na př. v profilu č. 16 (sev. pod Riesenburkem), stahují oba horizonty jako soubor stupňů I + II. Nepravidelnost sedimentace vyniká zejména u Mečova (profily č. 13 a 14), kde po mořském režimu stupně Id následuje sladkovodní režim v dolní části stupně II., aby byl vystřídán režimem mořským v horní části téhož stupně.

\*) Na Hoříckém hřbetu bylo Id určováno mnou dříve jako Id + II — opravu viz ve spise BŘET. ZAHÁLKY, 19, pg. 18.

\*\*) ZÁZVORKA r. 1931 (29) prokázal, že ČEŇKA ZAHÁLKY souv. Id v Radovesnici u Kolína jest stupněm II., ale tím nepadl mořský ráz Id v severní a severovýchodní části labské oblasti.

O problému vzájemného poměru sladkovodních a mořských sedimentů v oboru českého cenomanu rozvinula se v posledních letech diskuse:

a) KODYM a ŠULC r. 1931 (5, pg. 379) navrhli přikládat názvům „perucký“ a „korycanský“ toliko význam faciální, takže je pak možné střídání se vrstev peruckých a korycanských. Toto stanovisko jest zcela dobře možné, jakož i to, že pojmem ČEŇKA ZAHÁLKY (stupeň I., II.) jest ponechati jich stratigrafický význam (5, pg. 384), nanejvýše tam, kde třeba, je stáhnouti.

b) V roce následujícím ZÁZVORKA (30, pg. 114) stojí na stanovisku důsledně stratigrafickém: „perucké vrstvy“ jsou stratigrafickou jednotkou a představují sladkovodní usazeniny a mají být ve smyslu názvosloví ČEŇKA ZAHÁLKY označovány jako stupeň I.; „korycanské vrstvy“ jsou sedimenty mořskými a tyto mořské cenomanské vrstvy mají býti označovány jako stupeň II., což jest stanovisko rovněž správné. Od našeho určení vrstev na Vidovli odchyľuje se však ZÁZVORKA tím, že kvádrové pískovce mořskou vložkou počínaje řadí již do stupně II. Tím by v okrsku (Vidovle), který nelze označiti jako pobřežní neb břehu blízký, byla mocnost stupně II. asi 11,50 m. — To však není možné, neb v celé české křídě jest stupeň II., tam kde jest ve facií normální, mocný kolem 3 m.

c) V tomto smyslu odvětil na stanovisko ZÁZVORKOVO v roce 1933 ČEŇEK ZAHÁLKA (24, pg. 26). — K tomu ještě dodávám: právě v okolí pražském jest místy base stupně II. od kvádrových pískovců Id dobře rozhraničena vrstvičkou hrubozrnného pískovce až slepence mocnou 0,1 až 0,2 m a dobře vyvinutou v zářezu severní dráhy jižně od Satalic. Jako doklad uvádím profil od distančního signálu u km 13.064 (můj vlastní výzkum z roku 1921) jižně od Satalic:

Vrchol železničního zářezu .....	280,6 m n. m.
Pásmo IIIa. — Slín jemně písčité, glaukonitický, žlutozelený .....	0,3 m
Cenoman. Stupeň II. — 2. Pískovec glaukoniticko-jílovitý, jemnozrnný, šedý s nádechem do zelena .....	3 m
1. Přechod mezi hrubozrnným pískovcem a slepencem s tmelem jílovitým, limonitem prostoupeným .....	0,2 m
— 275,5 m —	
Stupeň I., souv. d. — Kvádrový pískovec kaolinický bělavý až žlutý .....	0,4 m
Koleje dráhy .....	275,1 m n. m.



Tudíž nad slepencovou vrstvičkou jsou sedimenty glaukonit obsahující — mořské, pod ní pískovce glaukonitu postrádající, t. j. Id. A teprve blíže base souvrství Id bylo by lze tu očekávat ekvivalent KODYMOVY mořské vložky z Vidovle známé.

Tato slepencová vrstvička na basi stupně II. vyskytuje se i jinde v oboru české křídý, jako na př. u Dvora Králové (svrchu prof. čís. 2), v Hledsebe u Veltrus (0,1, 32 pg. 194, mocnost byla změřena mnou), u Opárna (0,15—0,30 m, 21, I, pg. 61), u Velemína (0,1 m, 21, I, pg. 60), u Niederschöny u Freiberga (0,1 až 0,2 m, 23, pg. 195, obr. 15; HANTZSCHEL, 3, pg. 12).

d) V témže roce PETRASCHECK (9, pg. 58, srovnej též 8b) vyjádřil se o poměru sladkovodních a mořských vrstev českého cenomanu s hlediska svých zkušeností o křídě podkrkonošské a podorlické takto: „Wenn also auch Perutzer im allgemeinen älter sind als Koritzaner, so können sich beide doch zu einem Teil oder völlig als Fazies vertreten.“ — Stanovisko toto neodpovídá ani našemu stanovisku ryze stratigrafickému ani faciálnímu návrhu dle KODYMA a ŠULCE.

3. Vymezení pásma s *Actinocamax plenus*. — Prvý, kdo řešil v české křídě otázku pásma s *Actinocamax plenus*, byl r. 1905 PETRASCHECK (7, 9, pg. 59), jenž správně rozpoznal, že v krajině východně od Prorub jest pásmo s *Act. plenus* vyvinuto jako „Cenomanpläner“ (= zde spodní poloha našich spongilitů), což doložil zejména náleziskem u Mezilečí (svrchu profil č. 11), kde jsem se přesvědčil, že vrstvy s *Actinocamax plenus* jsou naším pásmem IIIa. Že pásmo s *Actinocamax plenus* odpovídá v české křídě pásmu IIIa dle rozdělení ČEŇKA ZAHÁLKY, prohlásil prvý ZÁVORKA roku 1929 (26, pg. 3 sep.) a prokázal to přímo nálezy druhu *Actinocamax plenus* v české křídě. Jmenují některá náleziska na př. z území Čech: Bělok u Prahy (28), Holubice (27, pg. 2), Předboj u Prahy (33, pg. 122), Neratovice (27), okolí Brandýsa n. L. (31, pg. 117), Hledsebe u Veltrus, (32, pg. 192), Bělohrad (4, pg. 68; 34, pg. 13), Vidoň u Miletína (34, pg. 12). — Téhož názoru jest i roku 1934 SOUKUP (10, pg. 117, 118, 114), jenž správně vytýká PETRASCHECKOVI, že jeho „Glaukonitsandstein“ v okolí Kuksu a Dvora Králové není zónou s *Actinocamax plenus*, nýbrž svrchním oddílem cenomanu (u mne II. stupně), kdežto pravá poloha s *Actinocamax plenus* (t. j. naše IIIa) přijde teprve nad ním.

Kdežto tedy PETRASCHECK v krajině východně od Prorub správně určil za zónu s *Actinocamax plenus* naše pásmo IIIa, tu mylně se domníval, že v krajině od Prorub na západ nastává v oboru zóny s *Act. pl.* faciová změna v tom smyslu, že přechází do glaukonitických pískovců („Grünsandstein“), jak jsou vyvinuty v okolí Stanovic, Dvora Králové

a Hořic (7, pg. 409, 414, 417). — Avšak tyto jílovito-glaukonitické pískovce na Královédvorskú jsou naším stupněm II.,\*) a pravé pásmo s *Act. plenus*, t. j. naše IIIa jest tu vyvinuto v rázu zelenavých písčítých jílu glaukonitických, jak vysvítá ze svrchu uvedených profilů u Velichovek (prof. č. 1), v labské přehradě u Dvora Králové (prof. č. 2) a u Stanovic (prof. č. 3).

Na nesouhlas v PETRASCHECKOVĚ určení zony s *Act. pl.* poukázal již r. 1921 ČENĚK ZAHÁLKA (22, pg. 68, 102). — Jak řešil ČENĚK ZAHÁLKA stratigrafii spodních pásem křídý v Podkrkonoší a v Podorlicku, vysvítá z následující tabulky:

Křída podkrkonošská: Dvůr Králové-Stanovice	Křída podorlická	Křída podkrkonošská i podorlická	
Čeněk Zahálka**) (22, na př. str. 22)	Čeněk Zahálka (22)	Břetislav Zahálka od r. 1933 (19)	
VIII ..... IV Vb—VII ..... IIIb		Spodní turon	IIIb + IV
Va	IIIa		IIIa
IV III	II	Cenoman	II
Id + II Iabc	I		Id Iabc

PETRASCHECK zjistil (7, 9), že v křídě podorlické a v oblasti hejšovinské jest pásmo s *Actinocamax plenus* omezeno oproti zoně s *Inoceramus labiatus* (= IIIb + IV) nápadnou lavicí glaukonitickou 20 až 50 cm mocnou, jak vysvítá ze svrchu citovaných profilů č. 17 až 21. Tato glaukonitická lavice, tak výhodná pro stratigrafii však, v kraji

\*) Viz mé opravy ve spise č. lit. 19.

\*\*) Jak srovnával ČENĚK ZAHÁLKA českou křídou s křídou západoevropskou, viz na př. spis č. lit. 25: zonu s *Act. plenus* spatřoval ve svém pásmu VII.

na západ od Úpy mizí (7, pg. 409), následkem čehož přesné stanovení rozhraní pásem s *Actinocamax plenus* a s *Inoceramus labiatus*, pokud jsou obě vyvinuta v rázu spongilitů, není možné. Ani mně se nepodařilo v kraji mezi Proruby a Úpou naléztí glaukonitickou lavici na rozhraní obou pásem.

Pokud se týče otázky, kam zařaditi zonu s *Actinocamax plenus*, zda do cenomanu či do spodního turonu, zařadil ji u nás ZÁZVORKA r. 1929 (26, 27) správně do base spodního turonu, a to z důvodů paleontologických i faciálních: v pásmu IIIa vyskytuje se vedle *Actinocamax plenus* též *Inoceramus labiatus* a faciálně jest spjato se stupněm IIIb. — PETRASCHECK (7, 9, pg. 60) zařadil zonu s *Actinocamax plenus* do cenomanu. — HÄNTZSCHEL, jenž r. 1933 uveřejnil obšírné pojednání o zoně s *Actinocamax plenus* v sudetské křídě (3), řadí ji do base spodního turonu, což jest nejvhodnější.

4. Vymezení pásma s *Inoceramus labiatus*. — V řezu mezi Proruby přes Chvalkovice ke Sviništanům skládají terén pevné spongility s význačným *Inoceramus labiatus*. To jest ekvivalent zony s *Inoceramus labiatus* (IIIb + IV). Spočívají v nadloží pásma s *Actinocamax plenus* (IIIa) a v podloží měkkých slínů střednoturonských, t. j. v podloží pásma s *Inoceramus lamarecki* (= V až IX). V kraji od Prorub přes Chvalkovice k Sviništanům splývají stupně IIIb a IV úplně, pročež označuji komplex jako soubor stupňů IIIb + IV. Avšak směrem k jz odehrává se faciová změna v tomto komplexu tím způsobem, že horní oddíl komplexu, ekvivalentní stupni IV., zůstává pevným spongilitem s kalcifikovanými jehlicemi, kdežto spodní oddíl přechází do měkkého slínu, odpovídajícího stupni IIIb. — Povšechně konstatoval faciovou změnu v tomto smyslu již PETRASCHECK r. 1913 (8b, pg. 54 a r. 1933, 9, pg. 60). Poměry tyto jsou velmi dobře zřetelný u Velichovek: odkazují na své dva profily, t. j. ve Velichovkách a na sv úpatí Selského lesa vjv od Velichovek (16, pg. 14, 16). Jest nutno v nich pouze provéstí přeřazení stupňů ve smyslu mého spisu z r. 1935 (19, pg. 18, sloupec 15). Opakuji a spojuji zcela schematicky oba své již dříve podrobně popsané a proměřené profily:

Kostel velichovský.

Štěrka svrchní pliocenní terasy.

Pásmo s *Inoceramus labiatus*: 2. Stupeň IV (dříve VIII). — Pevný spongilit s kalcifikovanými jehlicemi, hlouběji nepřilíš pevný písčité slín střídající se s měkkým slínem.

1. Stupeň IIIb (dříve Vb—VII). — Měkký slín. Dle PETRASHECKA (8b, pg. 54) obsahuje *Inoceramus labiatus*.

Úpatí stráně ve Velichovkách.

Hlouběji pokračují dle profilu na vých. úpatí Selského lesa:

Pásmo s *Actinocamax plenus* (IIIa). Slinitý jíl glaukonitický, velmi písčitý.

Cenoman. — Stupeň II. — Pískovec jílovito-glaukonitický nazeleňalý.

Úroveň údolního dna vých. pod Selským lesem.

PETRASCHEK soudí (8b, pg. 60; 9, pg. 62), že jeho „unterturoner Pläner“ (= mé pevné spongility IIIb + IV) jest ve své horní poloze z části ekvivalentem středního turonu, t. j. zony s *Inoceramus lamarcki*. — Jest to týž problém, který jsem diskutoval ve své práci r. 1938 (20, pg. 5) a kde jsem zaujal stanovisko, že při stanovení rozhraní spodního a středního turonu jest nutno otázku řešit ne pouze s hlediska paleontologického, ale že jest nutno vzít též ohled na faciální změny ve směru vertikálním, jak to učinil MACHÁČEK r. 1933 pro křidu okolí Milešova (6, pg. 127). — Totéž platí i pro křidu oblasti labské, kde ostré rozhraní sedimentační jest mezi stupněm IV (pevné spongility s *Inoceramus labiatus*) a stupněm V. (měkké slíny s *Inoceramus lamarcki*). Tato hranice mezi spodním a středním turonem platí i tenkrát, kdy snad v horní poloze souboru IIIb + IV se vyskytl již *Inoceramus lamarcki* (9, pg. 62 — Velká a Malá Bukovina — Großbock, Kleinbock).

5. V nadloží spodnoturonských pevných spongilitů s *Inoceramus labiatus* (IIIb + IV) a v podloží prokázaného svrchnoturonského pásma Xabc (pásma se *Scaphites geinitzi*) na Prašivce u Smiřic (16, pg. 18; 17, pg. 17, 20; 19, pg. 19, odstavec 19) spočívají v kraji mezi Prašivkou u Smiřic a Českou Skalicí měkké slíny, v nichž jsem již *Inoceramus labiatus* nenalezl. Jsou tudíž středním turonem, t. j. zónou s *Inoceramus lamarcki*, čili souborem stupňů V—IX. Slíny souboru V—IX nasedají na spongilitech, na př. západně od Sviništan, jak jsem svrchu uvedl při popisu lokalit v odstavci 6. — PETRASCHEK (8b, pg. 57; 9, pg. 65) řadí tyto slíny sice též do zony s *Inoceramus lamarcki*, ale soudí, že horní část jich zasahá již do svrchního turonu, což dokládá paleontologicky. — K tomu poznamenávám: Na vršku Prašivce sz od Smiřic (16, pg. 18; 19, pg. 19) jest přesné rozhraní slínů V—IX (dříve jako stupeň IX. určených) a pásma Xabc snadno zjistitelné, ježto jest tu charakteristické svrchnoturonské souvrství Xa petrograficky i paleontologicky výrazně vyvinuto. Je-li v kraji na jv od Prašivky vyvinuto svrchnoturonské pásmo skafitové (Xabc) v téže facii jako podložní pásmo s *Inoceramus lamarcki* (V—IX), pak ovšem mohou se ve svrchním oddílu slínů vyskytnout svrchnoturonské fosilie.

V Brně, v listopadu 1939.

**ZUSAMMENFASSUNG.****Beitrag zur Kenntnis der Kreide des nordöstlichen Böhmen, südlich vom Riesengebirge.**

Die vorliegende Arbeit ist als Fortsetzung meiner Abhandlung vom Jahre 1932 (16 — siehe auch die Veränderungen in meiner Schrift vom Jahre 1935 — 19) zu betrachten. Neu wird die Stratigraphie des Randes der Kreide zwischen Belaun (Běluň) und Riesenburg gelöst. Das untersuchte Kreideterrain gehört nach der Einteilung ČENĚK ZAHÁLKA's in das Elbegebiet der böhmischen Kreide.

Im I. Abschnitte werden einzelne Lokalitäten womöglich in Form der geologischen Profile vorgeführt. Da die Stratigraphie des untersuchten Gebietes sehr unregelmäßig ist, werden die neu beschriebenen Profile (Nr. 4—16) in den weiteren Rahmen der bereits früher beschriebenen Profile gesetzt. So wird im Westen mit der Beschreibung der Profile der Umgebung von Königinhof und Welchow begonnen (Nr. 1—3) und im Osten werden einige bedeutende Profile (Nr. 17—20) nach PETRASCHECK (7) beigelegt.

Im II. Abschnitte wird über die einzelnen Resultate der Arbeit diskutiert, wie folgt:

1. Die Unregelmäßigkeiten der cenomanen Transgression in dem behandelten Gebiete. Bereits PETRASCHECK (9, pg. 58; 7, pg. 401) hat konstatiert, daß „zu Beginn der Oberkreidezeit das jungpaläozoische Gebiet, einschließlich des Switschin eine Senke darstellen, während das Adlergebirge eine Schwelle war“. Die Unregelmäßigkeiten der Transgression bezeugen die im 1. Kapitel beschriebenen Profile. Bemerkenswert ist die fazielle Entwicklung der Stufe II. in der Umgebung von Metschow (Profile Nr. 13, 14) und unterhalb von Riesenburg (Nr. 16).

2. Das gegenseitige Verhältnis der Süßwasser- und Marinen-Sedimente des böhmischen Cenomans. In der Basis der Stufe Id, welche westlich von Prag in der Süßwasserfazies entwickelt ist, wird in Prag eine marine Zwischenschicht eingeschaltet; östlich Lhota-Bradletz bei Jitschin ist schon das ganze Id in mariner Fazies entwickelt, was auch von dem untersuchten Gebiete gilt. Es werden verschiedene Ansichten der Autoren bezüglich des Problems diskutiert (KODYM und ŠULC — 5, ZÁVORKA — 30, PETRASCHECK — 9).

3. Die Zone des *Actinocamax plenus* in der böhmischen Kreide. Als erster war es PETRASCHECK (7, 9), der die Frage der Zone des *Actinocamax plenus* in der böhmischen Kreide gelöst hat und welcher richtig erkannt hatte, daß die Plenus-Zone in der Gegend östlich von Prohrub als Cenomanpläner entwickelt ist (unsere Zone IIIa),

was er durch den seinerzeit reichen Fundort des *Actinocamax plenus* bei Mesletsch bewiesen hat. — Nur in dem kann ich PETRASCHECK nicht beistimmen, daß der Cenomanpläner östlich von Prohrub dem Grünsandstein aus der Umgebung von Königinhof, Stangendorf und Horschitz äquivalent sei. Dieser Grünsandstein gleicht unserer Zone II und die wahre Plenus-Zone befindet sich erst in seinem Hangenden. Darauf hat bereits im Jahre 1933 SOUKUP (10) hingewiesen.

Die Tatsache, daß die Plenus-Zone der Zone IIIa (nach Nomenklatur ČENĚK ZAHÁLKA'S) äquivalent ist, hat als erster ZAZVORKA im Jahre 1929 (26, 27) erkannt und durch Funde des *Actinocamax plenus* bewiesen.

Beigefügt ist eine kritische Tabelle der Ansichten ČENĚK ZAHÁLKA'S über die Stratigraphie der unteren Kreidezonen in dem Elbegebiete: a) südlich vom Riesengebirge und b) westlich vom Adlergebirge.

Was die Frage der Einreihung der Plenus-Zone in die Stratigraphie der europäischen Kreide betrifft, so hat ZAZVORKA bereits im Jahre 1929 die Plenus-Zone in die Basis des Turons versetzt, und zwar aus palaeontologischen sowie auch faziellen Gründen. Diese Ansicht teile ich auch mit.

4. Die Bestimmung der Zone mit *Inoceramus labiatus*. In der Gegend zwischen Prohrub und Schweinschädel (Sviništany, westlich Böhm.-Skalitz) wird das Terrain aus festen Spongiliten mit *Inoceramus labiatus* als leitendes Fossil gebaut. Diese Spongiliten sind gleichwertig der Zone mit *Inoceramus labiatus* (IIIb + IV nach der Nomenklatur ČENĚK ZAHÁLKA'S) und ruhen in dem Hangenden der Plenus-Zone (IIIa) und im Liegenden der mittelturonen weichen Mergel (= der Zone mit *Inoceramus lamareki* = V bis IX). In der Gegend zwischen Prohrub und Schweinschädel fließen die Stufen IIIb und IV vollkommen zusammen, weshalb ich sie als Stufenkomplex IIIb + IV bezeichne. Allein in der Richtung gegen SW vollzieht sich die fazielle Veränderung in diesem Komplex in der Weise, daß der obere Teil des Komplexes, welcher der Stufe IV entspricht, unverändert verbleibt, dagegen der untere Teil in einen weichen Mergel übergeht, welcher der Stufe IIIb gleichwertig ist. Allgemein hat diese fazielle Veränderung bereits im Jahre 1913 PETRASCHECK (8b, pg. 54; 9, pg. 60) konstatiert. Es wird auf die nächste Umgebung von Welchow hingewiesen, was durch ein beschriebenes Profil veranschaulicht ist.

PETRASCHECK ist der Meinung (8b, pg. 60; 9, pg. 62), daß der obere Teil der festen Spongiliten bereits dem mittleren Turon gleichwertig ist. Das ist dasselbe Problem, über welches ich in meiner Arbeit vom Jahre 1938 (20, pg. 5) diskutiert habe, wo ich die Meinung vertrat, daß bei dem Feststellen der Grenze zwischen dem mittleren und oberen Turon nicht nur die palaeontologischen Gründe allein, sondern auch

die faziellen Veränderungen in der vertikalen Richtung zu berücksichtigen sind, ein Grundsatz, welchen bereits MACHÁČEK im Jahre 1933 (6, pg. 127) ausgesprochen hat. Diese Grenze gilt auch dann, wenn in der oberen Partie des Stufenkomplexes IIIb + IV schon *Inoceramus lamarcki* vorkommt.

5. Im Hangenden der unterturonen festen Spongilite und im Liegenden der oberturonen Zone mit *Scaphites geinitzi* (Xabc auf dem Hügel Prašivka NW von Smiřitz) liegen in der Gegend zwischen Smiřitz und Böhmisches Skality weiche Mergel, in welchen ich *Inoceramus labiatus* nicht mehr gefunden habe: das ist ein Äquivalent der Zone mit *Inoceramus lamarcki*, d. i. des Stufenkomplexes V—IX. PETRASCHECK rechnet diese Mergel ebenfalls in die Lamarcki-Zone, ist aber der Meinung, daß der obere Teil derselben bereits dem oberen Turon entspricht, was palaeontologisch bewiesen wird. — Ich bemerke dazu: auf dem Hügel Prašivka (Kote 297), NW von Smiřitz (BŘETISLAV ZAHÁLKA, 19, pg. 19) ist eine feste Grenze zwischen den weichen Mergeln V—IX und der Zone Xa petrographisch wie palaeontologisch charakteristisch entwickelt. Falls in der Gegend SO von Prašivka die oberturone Scaphitenzone (Xabc) in derselben Fazies wie die Liegendzone mit *Inoceramus lamarcki* (V—IX) entwickelt ist, dann können wohl in dem oberen Teile der weichen Mergel auch oberturone Fossilien vorkommen.

Brünn, im November 1939.

#### CITOVANÁ LITERATURA.

1. BAYER EDVIN: Fytopalaeontologické příspěvky ku poznání českých křídových vrstev peruckých. (Archiv pro přírodověd. prozk. Čech XV, Praha, 1914.)
2. BORUFKA JOS.: Geologie des Bezirkes Königinhof. (Ostböhmisches Heimat, Trautenau, 1930.)
3. HÄNTZSCHEL W.: Das Cenoman und die Plenus-Zone der sudetischen Kreide. (Abh. d. Preuss. geol. L.-A. N. F. Heft 150. Berlin, 1933.)
4. HLAVÁČ V. J.: *Actinocamax plenus* (Blainv.) ve stratigrafii bělohorské křídý. (Věda přírodní, roč. 16, 1935, pg. 68.)
5. KODYM O. a ŠULC J.: Mořská vložka v peruckých pískovcích na Vidovli u Prahy. (Věst. St. geol. ústavu Č. S. R., VII, 1931.)
6. MACHÁČEK J.: Příspěvek z cenomanu a turonu u Milešova v Českém Středo-hoří. (Věst. St. geol. úst. Č. S. R. IX, 1933.)
7. PETRASCHECK W.: Die Zone des *Actinocamax plenus* in der Kreide des östl. Böhmen. (Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanstalt, Wien. Bd. 55, 1905.)
- 8a. — Geologische Karte Blatt Josefstadt und Nachod. (K. k. geol. Reichsanstalt, Wien, 1912.)
- 8b. — Erläuterungen zur Geologischen Karte Blatt Josefstadt und Nachod. (Tamtéž, 1913.)
9. — Der böhmische Anteil der Mittelsudeten und sein Vorland. (Mitteilungen d. Geol. Ges. Wien, XXVI, 1933.)

10. SOUKUP J.: Několik poznámek o křídě v okolí Dvora Králové. (Věst. St. geol. úst. Č. S. R., roč. X, 1934.)
11. ZAHÁLKA BŘETISLAV: Křídový útvar v západním Povltaví. Pásmo I. a II. (Věst. Kr. čes. spol. nauk, 1911.)
12. — Křída podkrkonošská mezi Rovenskem a Bělohradem. (Sborník St. geol. ústavu Č. S. R., roč. II, 1921.)
13. — Oblasti české křídý. (Časopis pro mineralogii a geologii. Praha, I, 1923—24.)
14. — Nové výzkumy v tektonice východočeské křídý. (Spomenice u počast prof. dr. Gorjanović-Krambergera. Zagreb, 1925.)
15. — Nové výzkumy v tektonice východočeské křídý. (Sborník I. sjezdu slovanských geografů a ethnografů v Praze, 1924. Praha, 1926.)
16. — Stratigrafie křídý v jihových. části vrchoviny Zvičinské. (Spisy geol. ústavu Mas. univ. Brno. Č. I. 1932.)
17. — Palaeontologie křídý v jihových. části vrchoviny Zvičinské. (Tamtéž, č. 44, 1932.)
18. — Spongilitové horniny české křídý II. (Spisy vydávané přírodovědeckou fakultou Mas. univ. Brno, čís. 215, 1935.)
19. — Nové názory na stratigrafii křídý podještědské a podkrkonošské. (Tamtéž, čís. 202, 1935.)
20. — Geologická mapa kraje mezi Lenešicemi, Břvaný a Hrádkem a nové názory na stratigrafii křídý poohárecké. (Tamtéž, čís. 264, 1938.)
21. ZAHÁLKA ČENĚK: Útvar křídový v Českém Středohoří. I. Roudnice, 1914.
22. — Východočeský útvar křídový. Část severní s Kladskem a Slezskem. Roudnice, 1921.
23. — Český útvar křídový v saské zátocce. (Sborník St. geol. úst. Č. S. R. Doplněk svazku III. 1923.)
24. — Stratigrafie českého útvaru křídového. Roudnice. 1933.
25. — Český útvar křídový. Roudnice, 1935.
26. ZÁZVORKA V.: Actinocamax plenus (Blainv.) v české křídě. (Věst. St. geol. úst. Č. S. R., V. 1929.)
27. — Zona s Actinocamax plenus (Blainv.) v sudetské křídě. (Tamtéž, V. 1929.)
28. — Křídový útes v Běloku. (Čas. Nár. musea. Část přírodověd., Praha, 1930.)
29. — Referát o přednášce „Poznámky ke stratigrafii sudetské křídý“. (Věstník St. geol. ústavu Č. S. R. VII, 1931.)
30. — Hranice mezi I. a II. pásmem středokřídových usazenin na Vidovli u Prahy. (Tamtéž, VIII, 1932.)
31. — Referát o přednášce „Poznámky ke stratigrafii křídý v okolí Brandýsa n. L.“ (Tamtéž, XII, 1936.)
32. — Profil křídou v Hledsebe u Veltrus. (Časopis Nár. musea. Část přírodověd. Praha, 1938.)
33. — Spodnoturonská příbojová facie u Předboje (sev. od Prahy). (Věda přírodní. 1938.)
34. ZÁZVORKA V. a SOUKUP J.: Palaeontologie křídý na Bělohradsku. (Rozpravy II. tř. Čes. akademie XLIV, 1934, čís. 27.)
35. ZVEJŠKA FR.: Křídový ostrov mezi Letovicemi a Paměticemi. (Práce moravské přírodovědecké společnosti. Brno. Svazek IX, 1934.)



### III.

## Zur Gitterpunktlehre der Ellipsoide

$$\alpha_1(u_1^2 + \dots + u_{r_1}^2) + \alpha_2(u_{r_1+1}^2 + \dots + u_r^2) \leq x.$$

VOJTĚCH JARNÍK, Praha.

(Vorgelegt in der Sitzung am 13. März 1940.)

### § 1. Der Hauptsatz und seine Folgerungen.

Es sei  $r \geq 4$  ganz,

$$Q(u) = \sum_{\mu, \nu=1}^r a_{\mu\nu} u_\mu u_\nu \quad (a_{\mu\nu} = a_{\nu\mu})$$

eine positiv-definite quadratische Form in den Veränderlichen  $u_1, \dots, u_r$ . Das Volumen des Ellipsoides  $Q(u) \leq 1$  sei  $V_Q$ ; dann ist das Volumen des Ellipsoides  $Q(u) \leq x$  für  $x > 0$  gleich  $V_Q \cdot x^{\frac{r}{2}}$ . Man setze  $\mathbf{P}_Q(x) = A_Q(x) - V_Q \cdot x^{\frac{r}{2}}$ , wo  $A_Q(x)$  die Anzahl der Gitterpunkte  $(u_1, \dots, u_r)$  mit  $Q(u) \leq x$  bedeutet; endlich sei für  $x > 0$

$$M_Q(x) = \int_0^x \mathbf{P}_Q^2(y) dy.$$

sind die Koeffizienten  $a_{\mu\nu}$  ganze Zahlen, so gilt bekanntlich<sup>1)</sup> für  $r \geq 5$

$$-\infty < \liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{P}_Q(x)}{x^{\frac{r}{2}-1}} < 0 < \limsup_{x \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{P}_Q(x)}{x^{\frac{r}{2}-1}} < \infty. \quad (1)$$

---

<sup>1)</sup> Z. B. A. WALFISZ, Über Gitterpunkte in mehrdimensionalen Ellipsoiden, Math. Zeitschr. **19** (1924), 300—307; E. LANDAU, Über Gitterpunkte in mehrdimensionalen Ellipsoiden, Math. Zeitschr. **21** (1924), 126—132; H. PETERSSON, Über die Anzahl der Gitterpunkte in mehrdim. Ellipsoiden, Abhandl. a. d. math. Seminar Hamburg **5** (1926), 116—150; V. JARNÍK, Über Gitterpunkte in mehrdimensionalen Ellipsoiden, Math. Zeitschr. **27** (1928), 154—160.

Dadurch ist die Größenordnung der Schwankungen von  $P_Q(x)$  für ganze  $a_{\mu\nu}$  vollständig beschrieben. Der Verlauf von  $M_Q(x)$  ist, wie es zu erwarten war, viel glatter; insbesondere hat für  $r = 4$  (und ganze  $a_{\mu\nu}$ ) Herr Walfisz die Existenz des Grenzwertes

$$0 < \lim_{x=\infty} \frac{M_Q(x)}{x^{r-1}} < \infty \quad (2)$$

(und noch viel mehr) bewiesen.<sup>2)</sup> Verwandte Resultate für  $r \geq 5$  habe ich schon früher bewiesen<sup>3)</sup>; der von Walfisz untersuchte Fall  $r = 4$  bereitet aber bekanntlich besondere Schwierigkeiten. Die eben für ganze  $a_{\mu\nu}$  dargestellten Resultate gelten freilich auch für die sog. „rationalen“ Formen  $Q$ , d. h. für diejenigen Formen  $Q$ , in welchen alle Koeffizienten  $a_{\mu\nu}$  ganzzahlige Vielfache einer und derselben Zahl  $\alpha > 0$  sind (denn offenbar ist  $P_{\alpha Q}(x) = P_Q\left(\frac{x}{\alpha}\right)$ ).

Ganz anders liegen aber die Verhältnisse bei den „irrationalen“ (d. h. nicht rationalen) Formen; wir beschränken uns in diesem irrationalen Falle auf die Formen der Gestalt

$$Q(u) = \sum_{j=1}^r \beta_j u_j^2 \quad (\beta_j > 0 \text{ für } j = 1, \dots, r) \quad (3)$$

wo also mindestens eine der Zahlen  $\beta_\mu \beta_\nu^{-1}$  ( $\mu, \nu = 1, 2, \dots, r$ ) irrational ist. Für diese Formen hat man, im scharfen Gegensatz zu (1) und (2), folgende Resultate:

$$\lim_{x=\infty} \frac{P_Q(x)}{x^{\frac{r}{2}-1}} = 0 \quad (r \geq 5), \quad 4) \quad \lim_{x=\infty} \frac{M_Q(x)}{x^{r-1}} = 0 \quad (r \geq 4). \quad 5)$$

Andererseits ist hier das Verhalten von  $M_Q(x)$  nicht mehr so regulär

<sup>2)</sup> A. WALFISZ, Über Gitterpunkte in mehrdimensionalen Ellipsoiden, 5. Abhandlung, Acta Arithmetica 1 (1936), 222—283 und 7. Abhandlung, Travaux de l'Institut mathématique de Tbilissi 5 (1938), 1—67. Anmerkung bei der Korrektur. (2) gilt (für ganze  $a_{\mu\nu}$ ) auch für  $r > 4$  (nicht aber für  $r = 2, 3$ ). Vgl. V. JARNÍK, Über die Mittelwertsätze der Gitterpunktlehre, 5. Abhandlung, Časopis pro pěstování matematiky a fysiky 69 (1940), 148—174.

<sup>3)</sup> V. JARNÍK, Sur une fonction arithmétique, Věstník Kr. Čes. Spol. Nauk 1930, Nr. 7; 13 S.

<sup>4)</sup> V. JARNÍK, Über Gitterpunkte in mehrdim. Ellipsoiden II, Mathem. Annalen 101 (1929), 136—146; V. JARNÍK-A. WALFISZ, Über Gitterpunkte in mehrdim. Ellipsoiden, Math. Zeitschr. 32 (1930), 152—160.

<sup>5)</sup> V. JARNÍK, Über die Mittelwertsätze der Gitterpunktlehre, Věst. Král. Čes. Spol. Nauk 1932, Nr. 20, 17 S.

wie im rationalen Falle; denn für jedes ganze  $r \geq 4$  gibt es drei Formen  $Q_1, Q_2, Q_3$  von der Gestalt (3), sodaß für jedes  $\varepsilon > 0$  folgendes gilt:

$$\limsup \frac{M_{Q_1}(x)}{x^{\frac{r-1-\varepsilon}{2}}} = \infty, \quad \lim \frac{M_{Q_2}(x)}{x^{\frac{r+1+\varepsilon}{2}}} = 0. \quad (4)$$

$$\liminf \frac{M_{Q_3}(x)}{x^{\frac{r+1+\varepsilon}{2}}} = 0, \quad \limsup \frac{M_{Q_2}(x)}{x^{\frac{r-1-\varepsilon}{2}}} = \infty \quad (5)$$

(man beachte  $r-1 > \frac{1}{2}(r+1)$ ). (4) zeigt, daß die Größenordnung von  $M_Q(x)$  von den Koeffizienten  $\beta_j$  abhängt, da sich verschiedene Formen verschieden verhalten können; (5) zeigt, daß der Verlauf der Funktion  $M_Q(x)$  sehr irregulär sein kann — ganz anders als im rationalen Falle (vgl. (2)). Es erscheint daher angemessen, für irrationale Formen nach Resultaten zu suchen, welche erstens den *gesamten* Verlauf von  $M_Q(x)$  und zweitens seine Abhängigkeit von den  $\beta_j$  zu beschreiben erlauben. Ich habe dieses Problem schon einmal,<sup>8)</sup> und zwar für die Formen der Gestalt

$$Q(u) = \alpha_1 (u_{r_1}^2 + \dots + u_{r_1}^2) + \alpha_2 (u_{r_1+1}^2 + \dots + u_{r_1+r_2}^2) \quad (6)$$

angegriffen, wobei ich  $r_1 \geq 4, r_2 \geq 4$  voraussetzte; über die damals erzielten Resultate und über ihre Beziehungen zu den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit werde ich kurz zum Schluß dieses Paragraphen berichten. Damals habe ich für die Formen (6) statt  $M_Q(x)$  die Funktion

$\int_0^x |P_Q(y)| dy$  untersucht. Heute will ich  $M_Q(x)$  für die Formen (6), aber mit der mehr einschränkenden Bedingung  $r_1 \geq 6, r_2 \geq 6$ , untersuchen und im Hauptsatze eine verhältnismäßig einfache Funktion  $F(x) = F_Q(x)$  bilden, welche die Funktion  $M_Q(x)$  so genau darstellt, daß

$$0 < \liminf_{x=\infty} \frac{M_Q(x)}{F_Q(x)} \leq \limsup_{x=\infty} \frac{M_Q(x)}{F_Q(x)} < \infty.$$

### Bezeichnungen und der Hauptsatz.

In der ganzen Abhandlung bedeuten  $r_1, r_2$  ganze Zahlen,  $r = r_1 + r_2$ ,  $z = \text{Min}(r_1, r_2)$ ,  $r_1 \geq 6, r_2 \geq 6$ ;  $\alpha_1, \alpha_2$  bedeuten positive Zahlen;  $\frac{x_1}{x_2}$  ist

<sup>6)</sup> V. JARNÍK, Über die Mittelwertsätze der Gitterpunktlehre II, Math. Zeitschr. **33** (1931), 85—97.

<sup>7)</sup> V. JARNÍK, Eine Bemerkung zur Gitterpunktlehre, Časopis pro pěstování matematiky a fysiky **69** (1940), 57—60.

<sup>8)</sup> V. JARNÍK, Über die Mittelwertsätze der Gitterpunktlehre III, Math. Zeitschr. **36** (1933), 581—617.

irrational.  $Q(u) = Q(u_1, \dots, u_r)$  ist dann durch (6) gegeben. Die Gestalt von  $Q(u)$  gestattet uns, die Kettenbruchentwicklung

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = g_0 + \frac{1}{g_1 + \frac{1}{g_2 + \dots}} \quad \left( \begin{array}{l} g_r \text{ ganz für } r \geq 0. \\ g_0 \geq 0, g_v > 0 \text{ für } r > 0 \end{array} \right) \quad (7)$$

heranzuziehen. Die Näherungszähler und Nenner dieses Kettenbruches sollen dauernd mit  $p_v, q_v$  bezeichnet werden, also

$$\left. \begin{array}{l} p_0 = g_0, p_1 = g_1 g_0 + 1, p_{v+2} = g_{v+2} p_{v+1} + p_v (v \geq 0), \\ q_0 = 1, q_1 = g_1, q_{v+2} = g_{v+2} q_{v+1} + q_v (v \geq 0). \end{array} \right\} \quad (8)$$

Mit  $c_1, c_2, \dots$  bezeichnen wir stets *positive* Zahlen, die nur von  $r_1, r_2, \alpha_1, \alpha_2$  abhängen; sind z. B.  $\xi, \eta, \zeta$  irgendwelche Parameter, so bedeutet z. B.  $c_{88}(\xi, \eta, \zeta)$  eine *positive* Zahl, die nur von  $r_1, r_2, \alpha_1, \alpha_2, \xi, \eta, \zeta$  abhängt u. desgl. Die Zahl  $c_l$ , bzw.  $c_l(\xi, \eta, \zeta)$  u. desgl. hängt freilich noch vom Index  $l$  ab; in der ganzen Abhandlung kommt aber nur eine endliche Anzahl der  $c_l, c_l(\xi, \eta, \zeta), \dots$  vor. Wenn kein Mißverständnis zu befürchten ist, so lasse ich oft den Index  $l$  weg und schreibe unterschiedslos  $c$  statt  $c_l, c(\xi, \eta, \zeta)$  statt  $c_l(\xi, \eta, \zeta)$  usw., so daß Gleichungen wie  $c + 1 = c$  vorkommen können. Sind  $A, B$  positive Zahlen, die von irgendwelchen Parametern abhängen dürfen, so will ich (etwas abweichend von der üblichen Bezeichnung)  $A \sim B$  schreiben, wenn  $c < \frac{A}{B} < c$  ist. Also z. B.: für  $p_v > 0$  ist  $p_v \sim q_v$  (ausführlich gesagt: es gibt ein  $c_1 > 0$  und ein  $c_2 > 0$ , sodaß für jedes ganze  $v \geq 0$  entweder  $p_v = 0$  oder  $c_1 < \frac{p_v}{q_v} < c_2$  gilt).

Mit  $\{a, b\}$  bezeichne ich den größten gemeinsamen Teiler der ganzen Zahlen  $a, b$  (die übliche runde Klammer könnte zu Mißverständnissen führen); mit  $[\xi]$  bezeichne ich für reelles  $\xi$  die größte ganze Zahl  $\leq \xi$ . Das Zeichen  $a/b$  soll bedeuten:  $a$  und  $b$  sind *positive* ganze Zahlen und  $a$  ist ein Teiler von  $b$ .

Von den geläufigen Eigenschaften der Kettenbrüche brauchen wir nur folgende:

1. Alle Brüche  $\frac{p_v}{q_v}$  sind positiv, außer wenn  $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} < 1$  und  $v = 0$ : dann ist  $p_0 = 0$ . Daraus folgt: die positiven Näherungsbrüche von  $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$  stimmen mit den reziproken Werten der positiven Näherungsbrüche von  $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$  überein. (Zum Beweis konstruiere man den reziproken Wert von (7).)

2. Sind  $a, b$  ganze positive Zahlen mit

$$\left| \frac{a}{b} - \frac{x_1}{x_2} \right| < \frac{1}{2b^2},$$

so ist  $\frac{a}{b} = \frac{p_v}{q_v}$  für ein geeignetes  $v \geq 0$ .

3. Für ganze  $v \geq 0$  ist

$$\{p_v, q_v\} = 1, \quad \frac{1}{2q_v q_{v+1}} < \left| \frac{p_v}{q_v} - \frac{x_1}{x_2} \right| < \frac{1}{q_v q_{v+1}}.$$

4. Aus (8) folgt  $p_0 < p_1 \leq p_2 < \dots; q_0 \leq q_1 < q_2 < q_3 < \dots;$

$$p_{v+2} \geq 2p_v, \quad q_{v+2} \geq 2q_v, \quad q_{v+1} \sim q_{v+1} q_v. \quad (9)$$

Also ist für jedes  $\varepsilon > 0$  und jedes ganze  $u > 0$

$$\sum_{v \leq u} 1 \leq \sum_{v \leq u} q_v^\varepsilon < c(\varepsilon) q_u^\varepsilon, \quad \sum_{v \geq u} q_v^{-\varepsilon} < c(\varepsilon) q_u^{-\varepsilon}.$$

Allgemeiner werden wir oft Abschätzungen folgender Art gebrauchen, ohne sie stets ausdrücklich zu erwähnen: ist  $a > 1$ ,  $n$  ganz,  $n > 0$ ,

$$\xi_1 > 0, \quad \xi_j > a\xi_{j-1}, \quad \eta_n > 0, \quad \eta_j < a^{-1}\eta_{j-1} \quad (1 < j \leq n).$$

so ist

$$\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n < c(a) \xi_n, \quad \eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_n < c(a) \eta_1.$$

Weiter: Ist  $T(a)$  die Anzahl der positiven Teiler der natürlichen Zahl  $a$ ,  $T_1(a)$  die Summe ihrer reziproken Werte, so ist für jedes  $\varepsilon > 0$

$$T_1(a) \leq T(a) < c(\varepsilon) a^\varepsilon.$$

Zur Abkürzung schreiben wir oft  $\exp \eta$  statt  $e^\eta$ . Ist  $b$  reell, so bedeutet  $\xi^b$  denjenigen in der längs der negativen reellen Achse aufgeschnittenen komplexen  $\xi$ -Ebene regulären Zweig, der für  $\xi > 0$  positiv ist; wir schreiben auch  $\exp_\xi b = \xi^b$ . In der ganzen Abhandlung ist  $x \geq q_2$  und  $w$  wird stets durch  $q_w \leq x < q_{w+1}$  definiert, also  $w \geq 2$  ganz. Natürlich interessieren uns hauptsächlich große Werte von  $x$ . Weiter wird stets

$$F(x) = F_Q(x) = x^{r-1} \sum_v \sum_{\substack{m/p_v \\ n/q_v}} \frac{1}{q_v^2 n^{r_1-2} m^{r_2-2}} \operatorname{Min} \left( 1, \left( \frac{q_{v+1} m n}{x} \right)^2 \right).$$

$$F'(x) = F'_Q(x) = \frac{x^{r-1}}{q_w^2} + x^{r-1} \sum_{v < w} \sum_{\substack{m/p_v \\ n/q_v}} \frac{1}{q_v^2 n^{r_1-2} m^{r_2-2}} \operatorname{Min} \left( 1, \left( \frac{q_{v+1} m n}{x} \right)^2 \right).$$

$$F''(x) = F''_Q(x) = x^{r-1} \sum_v \sum_{\substack{m, p_v \\ n, q_v}} \frac{1}{p_v q_v n^{r_v-2} m^{r_v-2}} \text{Min} \left( 1, \left( \frac{p_v^{r_v-1} q_v^{r_v-1} m n}{x} \right)^2 \right)$$

gesetzt (der Strich bedeutet also keine Ableitung). Dabei läuft die Summe nach  $v$  hier und im Folgenden stets nur über die  $v$  mit  $p_v > 0$ ; in  $F'(x)$  tritt dazu noch die Bedingung  $v < w$  hinzu. Bei jedem  $v$  laufen freilich  $m$  bzw.  $n$  über alle positiven Teiler von  $p_v$  bzw.  $q_v$ .

**Hilfssatz 1.**  $F'(x) \geq x^{r-1} q_w^{-2} \geq x^{r-3}$ ;  $F(x) \sim F'(x) \sim F''(x)$ .

**Beweis.** Auch  $F(x)$  enthält das Glied  $x^{r-1} q_w^{-2}$  (für  $r = w$ ,  $m = n = 1$ ). Also

$$F'(x) < F(x) \leq F'(x) + c x^{r-1} \sum_{v=w} q_v^{-2} < F'(x) + c x^{r-1} q_w^{-2} < c F'(x);$$

also  $F(x) \sim F'(x)$ . Aus  $q_v \sim p_r$  folgt  $F(x) \sim F''(x)$ .

Nun lautet der

### Hauptsatz 1.

$$M_Q(x) \sim F_Q(x),$$

d. h.:  $c_3 F_Q(x) < M_Q(x) < c_4 F_Q(x)$  für  $x \geq g_2$ .

Statt für  $x \geq g_2$  genügt es offenbar, die letzten Ungleichungen für  $x > c_5$  zu beweisen. Nach Hilfssatz 1 ist jede der beiden Beziehungen

$$M_Q(x) \sim F'_Q(x), \quad M_Q(x) \sim F''_Q(x)$$

dem Hauptsatz äquivalent; insbesondere zeigt die letzte Form die Symmetrie des Hauptsatzes; denn  $F''$  ändert sich nicht, wenn  $r_1, \lambda_1$  mit  $r_2, \lambda_2$  (also die  $p_v$  mit den  $q_r$ ) vertauscht werden.

Da es für andere Zwecke nützlich ist, beweisen wir zugleich folgenden etwas allgemeineren Satz:

**Hauptsatz 2.** Es sei  $0 \leq \mu < 1$ . Dann ist

$$c_6(\mu) F_Q(x) < M_Q(x) - M_Q(\mu x) < c_7(\mu) F_Q(x)$$

für  $x > c_8(\mu)$ .

Hauptsatz 1 ist im Hauptsatz 2 als Spezialfall  $\mu = 0$  enthalten. Übrigens kann man im Hauptsatz 2 offenbar statt  $c_7(\mu)$  die Zahl  $c_7(0) = c_9$  schreiben.

**Folgerungen des Hauptsatzes 1.** Aus dem Hauptsatze 1 (den ich nach Bedarf in der ersten, zweiten oder dritten Form benutzen werde) ergibt sich eine Reihe von Folgerungen, die jetzt genannt und bewiesen werden sollen unter der Annahme, daß der Hauptsatz richtig ist; den Beweis des Hauptsatzes werden wir in den Paragraphen 2, 3, 4 erbrin-

gen. Übrigens kann der Leser den Rest dieses Paragraphen 1 auch erst nach den Paragraphen 2, 3, 4 lesen.

Bis zum Schluß dieses Paragraphen mögen folgende Bezeichnungen gelten:

$$\mathfrak{S}(v) = \sum_{\substack{m|p_v \\ n/q_v}} \frac{1}{q_v^2 n^{r_1-2} m^{r_2-2}} \text{Min} \left( 1, \left( \frac{q_{v+1} m n}{x} \right)^2 \right). \quad (10)$$

also

$$F_Q(x) = x^{r-1} \sum_v \mathfrak{S}(v). \quad (11)$$

$\varphi(\xi)$  bedeute immer eine für  $\xi > 0$  stetige und positive Funktion, für welche  $\xi^{-1}\varphi(\xi)$  nicht abnimmt;  $\psi$  sei die zu  $\varphi$  inverse Funktion. Man beachte: mit  $\eta = \psi(\xi)$  ist

$$\frac{\psi(\xi)}{\xi} = \frac{\eta}{\varphi(\eta)};$$

also ist  $\xi^{-1}\psi(\xi)$  für  $\xi > 0$  nicht wachsend, also für  $\xi \geq 1$  beschränkt. Weiter ist  $\xi^{-1}\psi(\xi) \rightarrow 0$  (für  $\xi \rightarrow \infty$ ) dann und nur dann, wenn  $\xi^{-1}\varphi(\xi) \rightarrow \infty$ ; sonst ist  $0 < \lim_{\xi=\infty} \xi^{-1}\psi(\xi) < \infty$ . Diese Bemerkungen werden wir oft brauchen.

**Satz 1.**

Aus

$$\limsup_{v=\infty} \frac{q_{v+1}}{\varphi(q_v)} < \infty \quad (12)$$

folgt

$$\limsup_{x=\infty} \frac{M_Q(x)}{x^{r-1}} \psi^2(x) < \infty. \quad (13)$$

Aus

$$\limsup_{v=\infty} \frac{q_{v+1}}{\varphi(q_v)} > 0 \quad (14)$$

folgt

$$\limsup_{x=\infty} \frac{M_Q(x)}{x^{r-1}} \psi^2(x) > 0. \quad (15)$$

**Hilfssatz 2.** Für jedes  $\varepsilon > 0$  und jedes  $v$  (mit  $p_v > 0$ ) ist

$$\mathfrak{S}(v) < \frac{c}{q_v^2}; \quad \mathfrak{S}(v) < \frac{c}{q_v^2} \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^{\frac{5}{2}};$$

$$\mathfrak{S}(v) < c(\varepsilon) \frac{1}{q_v^{2-\varepsilon}} \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^{2-2\varepsilon}; \quad \mathfrak{S}(v) < A(v, \varepsilon) \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^2.$$

wo  $A(v, \varepsilon) = cq_v^2$  für  $r_1 = r_2$ ,  $A(v, \varepsilon) = c(\varepsilon) q_v^{1+\varepsilon}$  für  $|r_1 - r_2| = 1$ ,  
 $A(v, \varepsilon) = c(\varepsilon) q_v^\varepsilon$  für  $1 < |r_1 - r_2| < 4$ ,  
 $A(v, \varepsilon) = c$  für  $|r_1 - r_2| \geq 4$

(man beachte, daß einige von den  $A(v, \varepsilon)$  von  $\varepsilon$  unabhängig sind).

**Beweis.** Die erste Formel ist trivial, also auch die zweite für  $q_{v+1} \geq x$ . Für  $q_{v+1} < x$  ist aber

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}(v) &\leq \sum_{\substack{m|p_v \\ n|q_v}} \frac{1}{q_v^2 m^{z-2} n^{z-2}} \operatorname{Min} \left( 1, \left( \frac{q_{v+1} mn}{x} \right)^z \right) \leq \\ &\leq \frac{1}{q_v^2} \sum_{a \leq \frac{x}{q_{v+1}}} \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^z a^2 \sum_{d|a} 1 + \frac{1}{q_v^2} \sum_{a > \frac{x}{q_{v+1}}} \frac{1}{a^{z-2}} \sum_{d|a} 1 \leq \\ &\leq \frac{c}{q_v^2} \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^{z-\frac{7}{2}} \leq \frac{c}{q_v^2} \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^{\frac{5}{2}} \quad (\text{wegen } \sum_{d|a} 1 < ca^{\frac{1}{2}}, z \geq 6). \end{aligned}$$

Weiter: die Gliederzahl von  $\mathfrak{S}(v)$  ist  $< c(\varepsilon) q_v^\varepsilon$ . Jedes Glied mit  $mn \leq \frac{x}{q_{v+1}}$  ist höchstens  $\frac{m^2 n^2}{q_v^2} \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^z \leq \frac{1}{q_v^2} \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^{z-2}$  und jedes Glied mit  $mn > \frac{x}{q_{v+1}}$  ist höchstens  $\frac{1}{q_v^2 m^{z-2} n^{z-2}} < \frac{1}{q_v^2} \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^{z-2}$ .

Endlich: aus Symmetriegründen darf man  $r_1 \geq r_2$ , also  $r_1 - r_2 = \sigma \geq 0$ ,  $r_2 = z$  voraussetzen. Dann ist

$$\mathfrak{S}(v) \leq \sum_{\substack{m|p_v \\ n|q_v}} \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^z : \frac{1}{q_v^2} m^2 n^{2-\sigma}.$$

Hierin ist

$$\sum_{m|p_v} m^2 = p_v^2 \sum_{m|p_v} \left( \frac{m}{p_v} \right)^2 = p_v^2 \sum_{d|p_v} d^{-2} < cp_v^2 < cq_v^2,$$

$$\sum_{n|q_v} n^2 < cq_v^2, \quad \sum_{n|q_v} n < c(\varepsilon) q_v^{1+\varepsilon}, \quad \sum_{n|q_v} n^{2-\sigma} < c(\varepsilon) q_v^\varepsilon$$

für  $\sigma = 2, 3$ ,  $\sum_{n|q_v} n^{2-\sigma} < c$  für  $\sigma \geq 4$ .

**Beweis des Satzes 1.** Gilt (12), so gibt es ein  $a > 0$  mit  $q_{v+1} < a \varphi(q_v)$ . Jedem hinreichend großen  $x$  ordne man  $V = V(x)$  so, daß  $\varphi(q_{V-1}) < x \leq \varphi(q_V)$ , also  $q_{V-1} < \varphi(x) \leq q_V$ . Nach Hfs. 2 ist



$$\sum_{v < V} \mathfrak{G}(v) < c \sum_{r < V} q_v^{-2} < c q_V^{-2} \leq c \psi^{-2}(x). \tag{16}$$

$$\sum_{v < V} \mathfrak{G}(v) < c \sum_{\sigma < V} \frac{1}{q_v^2} \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^{\frac{5}{2}} < c(a) \sum_{v < V} \frac{(\varphi(q_v))^{\frac{5}{2}}}{q_v^2 x^{\frac{5}{2}}}.$$

Da  $\xi^{-1}\varphi(\xi)$  nicht abnimmt, so ist

$$\frac{(\varphi(q_{v+1}))^{\frac{5}{2}}}{q_{v+1}^2} \geq \left( \frac{q_{v+1}}{q_v} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{(\varphi(q_v))^{\frac{5}{2}}}{q_v^2}.$$

wegen  $q_{v+2} \geq 2q_v$ ,  $q_{v+1} \geq q_v$ ,  $q_{V-1} < \psi(x)$  ist also

$$\sum_{v < V} \mathfrak{G}(v) < c(a) \frac{(\varphi(q_{V-1}))^{\frac{5}{2}}}{q_{V-1}^2 x^{\frac{5}{2}}} < c(a) \frac{(\varphi(\psi(x)))^{\frac{5}{2}}}{\psi^2(x) x^{\frac{5}{2}}} = \frac{c(a)}{\psi^2(x)}. \tag{17}$$

Aus (11), (16), (17) folgt aber (13).<sup>9)</sup>

Gilt nun (14), so setze man  $x_w = q_{w+1} - 1$  für jedes ganze  $w \geq 2$ . Es gibt ein  $a > 0$  und unendlichviele  $w$  mit  $2x_w > q_{w+1} > a\varphi(q_w)$ , also

$$q_w < \psi \left( \frac{2x_w}{a} \right) \leq \text{Max} \left( 1, \frac{2}{a} \right) \cdot \psi(x_w)$$

und nach Hilfssatz 1 ist für jedes derartige  $w$

$$F(x_w) > x_w^{r-1} q_w^{-2} > c(a) x_w^{r-1} \psi^{-2}(x_w);$$

daraus folgt (15).

Die Schärfe des Satzes 1 kann man aus folgender Bemerkung beurteilen: gilt zugleich (12) und (14), so gilt (13) und (15). Eine Funktion  $\varphi$ , für welche gleichzeitig (12) und (14) gilt, bekommt man offenbar auf folgende Weise: Für  $v \geq 0$  sei

$$\frac{\varphi(q_v)}{q_v} = \text{Max}_{0 \leq u \leq v} \frac{q_{u+1}}{q_u};$$

weiter sei  $\frac{\varphi(\xi)}{\xi}$  konstant für  $0 < \xi \leq q_0$  und linear in jedem Intervall  $q_v \leq \xi \leq q_{v+1}$  ( $v \geq 0$ ). Man beachte, daß für die eben definierte Funktion  $\varphi$  folgendes gilt:

A. Stets ist  $\psi(x) \rightarrow \infty$ ; man kann aber  $\alpha_1, \alpha_2$  so einführen, daß  $\varphi$  beliebig schnell, also  $\psi$  beliebig langsam wächst.

<sup>9)</sup> Infolge des Hauptsatzes 1. kann man nämlich bis zum Schluß dieses Paragraphen  $F(x)$  oder  $F'(x)$  oder  $F''(x)$  statt  $M_Q(x)$  betrachten.

B. Dann und nur dann ist  $\xi^{-1}\psi(\xi) \rightarrow 0$ , wenn  $\xi^{-1}\varphi(\xi) \rightarrow \infty$  (für  $\xi \rightarrow \infty$ ), d. h. wenn die Folge  $g_0, g_1, g_2, \dots$  aus (7) nicht beschränkt ist. Sonst ist  $0 < \lim_{\xi \rightarrow \infty} \xi^{-1}\psi(\xi) < \infty$ .

Daraus und aus Satz 1 folgt offenbar:

**Satz 2.** *Stets ist*

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{x^{r-1}} = 0. \quad (18)$$

Sind aber  $r_1, r_2$  und eine Funktion  $f(x)$  mit  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  beliebig vorgegeben, so gibt es zwei Zahlen  $x_1, x_2$ , sodaß für die Form (6) gilt

$$\limsup_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{x^{r-1}} f(x) = \infty.$$

**Satz 3.** *Dann und nur dann ist*

$$\limsup_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{x^{r-3}} < \infty,$$

wenn die Folge  $g_0, g_1, g_2, \dots$  aus (7) beschränkt ist.

Als Gegenstück dazu folgt aus Hilfssatz 1 sofort

**Satz 4.**<sup>10)</sup> *Stets ist  $\liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{x^{r-3}} > 0$ . Da die Funktion  $M_Q(x)$  nach*

Satz 4 größer als  $cx^{r-3}$  ist, so erscheint es natürlich zu fragen, wann es zu gegebenem  $Q$  eine Funktion  $\chi$  mit folgenden Eigenschaften gibt:

(E<sub>1</sub>). Die Funktion  $\chi(\xi) \cdot \xi^{-r+3}$  ist stetig, positiv und nicht abnehmend für  $\xi > 0$ .

$$(E_2). \quad 0 < \liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{\chi(x)} \leq \limsup_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{\chi(x)} < \infty.$$

Ist die Folge  $g_0, g_1, \dots$  beschränkt, so gibt es eine solche Funktion, nämlich  $\chi(x) = x^{r-3}$ , denn nach Satz 3, 4 ist in diesem Falle  $M_Q(x) \sim x^{r-3}$ . In jedem anderen Falle ist aber die Antwort negativ:

**Satz 5.** *Ist die Folge  $g_0, g_1, \dots$  nicht beschränkt, so gibt es keine Funktion  $\chi(\xi)$  mit den Eigenschaften (E<sub>1</sub>), (E<sub>2</sub>).*

**Beweis.** Die Folge  $g_0, g_1, \dots$  sei nicht beschränkt und  $\chi$  habe die Eigenschaften (E<sub>1</sub>), (E<sub>2</sub>). Mit  $d_1, d_2, \dots$  bezeichnen wir positive Zahlen, die nur von  $\alpha_1, \alpha_2, r_1, r_2$  und von der Gestalt der Funktion  $\chi$  abhängen. Für  $x > d_1$  ist nach (E<sub>2</sub>)

$$d_2 \chi(x) < F(x) < d_3 \chi(x).$$

<sup>10)</sup> Die Rolle des Satzes 4 ist aber eine andere, als man hier glauben könnte. Wir werden nämlich im Hilfssatz 6 den Satz 4 (und noch etwas mehr) direkt beweisen und erst mit Hilfe dieses Satzes den Beweis der Hauptsätze erbringen.

Da die Folge  $\frac{q_{v+1}}{q_v}$  ( $v = 0, 1, \dots$ ) nicht beschränkt ist, so gibt es unendlichviele  $V$  mit

$$\frac{q_{V+1}}{q_V} = \text{Max}_{0 \leq r \leq V} \frac{q_{v+1}}{q_v}; \tag{19}$$

läßt man  $V$  durch diese Werte über alle Grenzen wachsen, so ist

$$\frac{q_{V+1}}{q_V} \rightarrow \infty. \tag{20}$$

Man nehme ein solches  $V > d_4$  und setze zunächst  $x = x_1 = q_{V+1}$ . Dann enthält  $\mathfrak{S}(V)$  das Glied  $q_V^{-2}$  (mit  $m = n = 1$ ), sodaß

$$\chi(x_1) > d_5 F(x_1) \geq d_5 x_1^{r-1} q_V^{-2}.$$

Zweitens setze man

$$x = x_2 = q_{V+1} \left( \frac{q_{V+1}}{q_V} \right)^{\frac{4}{5}}.$$

Dann ist nach den beiden ersten Ungleichungen des Hfs. 2.

$$\sum_{v>V} \mathfrak{S}(v) < d_6 \sum_{v>V} q_v^{-2} < d_7 q_{V+1}^{-2}.$$

$$\sum_{v \leq V} \mathfrak{S}(v) < d_8 \sum_{r \leq r} \left( \frac{q_{v+1}}{q_r} \right)^2 \frac{q_{v+1}^{\frac{1}{5}}}{x^{\frac{5}{5}}} < d_9 \left( \frac{q_{V+1}}{q_V} \right)^2 \frac{q_{V+1}^{\frac{1}{5}}}{x^{\frac{5}{5}}}$$

(vgl. (19)). Also, nach (11),

$$\chi(x_2) < d_{10} F(x_2) < d_{11} x_2^{r-1} \left( \frac{1}{q_V^2} \left( \frac{q_{V+1}}{x} \right)^{\frac{5}{5}} + \left( \frac{1}{q_{V+1}^2} \right) \right) = 2d_{11} x_2^{r-1} q_{V+1}^{-2}.$$

Also

$$\frac{\chi(x_2)}{x_2^{r-3}} : \frac{\chi(x_1)}{x_1^{r-3}} < d_{12} \left( \frac{x_2}{x_1} \right)^2 \left( \frac{q_{V+1}}{q_V} \right)^{-2} = d_{12} \left( \frac{q_{V+1}}{q_V} \right)^{-\frac{2}{5}}.$$

Hier ist die linke Seite  $\geq 1$  nach  $(E_1)$  (da  $x_2 > x_1$ ), während die rechte Seite nach (20) für  $V \rightarrow \infty$  gegen Null strebt — Widerspruch.

**Bemerkung.** Ersetzt man in  $(E_1)$  den Exponenten  $-r + 3$  durch  $-r + 1 + z$ , so wird der Satz falsch, da

$$F(x) \cdot x^{-r+1+z} = \sum_{\substack{e \\ m, p_0 \\ n, q_0}} \frac{1}{q_e^2 m^{r_2-2} n^{r_1-2}} \text{Min}(x^z, (q_{e+1} m n)^z)$$

nicht abnehmend und stetig ist (gleichmäßige Konvergenz auf jedem endlichen Intervall) und zugleich  $M_Q(x) \sim F(x)$  ist.

Die Sätze 1, 2, 3 behandelten die „Maximalordnung“ von  $M_Q(x)$  (sie betreffen den „lim sup“). Wir wollen jetzt andererseits die „Minimalordnung“ von  $M_Q$ , d. h. Sätze mit „lim inf“, betrachten. Zunächst aber einige einfache Begriffsbildungen. Es sei

$$f_1(Q) = \limsup_{x=\infty} \frac{\log M_Q(x)}{\log x}, \quad f_2(Q) = \liminf_{x=\infty} \frac{\log M_Q(x)}{\log x};$$

d. h.:  $f_1(Q)$  bzw.  $f_2(Q)$  ist die untere Grenze aller reellen  $\beta$ , für welche

$$\limsup_{x=\infty} \frac{M_Q(x)}{x^\beta} < \infty \text{ bzw. } \liminf_{x=\infty} \frac{M_Q(x)}{x^\beta} < \infty$$

ist. Analog sei

$$\gamma(\alpha_1, \alpha_2) = \limsup_{v=\infty} \frac{\log q_{v+1}}{\log q_v}, \quad \delta(\alpha_1, \alpha_2) = \liminf_{v=\infty} \frac{\log q_{v+1}}{\log q_v}.$$

Offenbar ist (man beachte  $p_v \sim q_v$ )

$$1 \leq \delta(\alpha_1, \alpha_2) = \delta(\alpha_2, \alpha_1) \leq \gamma(\alpha_1, \alpha_2) = \gamma(\alpha_2, \alpha_1) \leq \infty.$$

Nach Satz 2, 3, 4 ist

$$r - 3 \leq f_2(Q) \leq f_1(Q) \leq r - 1 \quad (21)$$

und Satz 1 liefert sofort folgenden Satz, der freilich wesentlich schwächer als Satz 1 ist:

**Satz 6.**

$$f_1(Q) = r - 1 - \frac{2}{\gamma(\alpha_1, \alpha_2)}.$$

Dabei ist  $\frac{2}{\infty} = 0$  zu setzen; analog in ähnlichen Fällen.  $f_1(Q)$  ist also durch die Angabe von  $r, \gamma(\alpha_1, \alpha_2)$  eindeutig bestimmt. Dagegen braucht  $f_2(Q)$  nicht einmal durch die Angabe von  $r_1, r_2, \gamma(\alpha_1, \alpha_2), \delta(\alpha_1, \alpha_2)$  eindeutig bestimmt zu sein, wie folgender Satz zeigt:

**Satz 7.** *Es seien  $r_1, r_2, \gamma(1 < \gamma \leq \infty)$  gegeben. Dann gibt es zwei Zahlen  $\alpha_1, \alpha_2$  mit*

$$\delta(\alpha_1, \alpha_2) = 1, \quad \gamma(\alpha_1, \alpha_2) = \gamma, \quad (22)$$

sodaß für die Form (6) die Gleichung  $f_2(Q) = r - 3$  gilt und es gibt zwei andere Zahlen  $\alpha_1, \alpha_2$  mit (22), sodaß für die Form (6) die Ungleichung  $f_2(Q) > r - 3$  gilt.

**Vorbemerkung.** Ist dagegen  $\gamma(\alpha_1, \alpha_2) = 1$ , so ist nach (21) und Satz 6 notwendig  $f_2(Q) = r - 3$ .

**Beweis.** 1. Man wähle  $g_0, g_1, g_2, \dots$  der Reihe nach so, daß alle  $g_v = 1$  mit Ausnahme einer Teilfolge  $g_{v_1}, g_{v_2}, \dots$ , die so gewählt wird, daß

$$q_{v_j-2} > q_{v_j-1}^2 \cdot \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{\log q_{v_j}}{\log q_{v_j-1}} = \gamma.$$

Dann ist  $\gamma(\alpha_1, \alpha_2) = \gamma$ ,  $\delta(\alpha_1, \alpha_2) = 1$ . Für  $x = q_{v_j-2}$  ist

$$\sum_v \mathfrak{E}(v) = \sum_{r < v_{j-1}} + \sum_{v_{j-1} \leq v < v_{j-2}} + \sum_r = I - II + III$$

zur Abkürzung. In der ersten Summe ist  $q_{v+1} \leq q_{v_{j-1}} < x^{\frac{1}{2}}$ , in der zweiten  $q_{v+1} < cq_r$ : nach Hilfssatz 2 ist also

$$I < c \sum_{r < v_{j-1}} \left(\frac{q_{v+1}}{x}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{q_v^2} < cx^{-2} \sum_v q_v^{-2} < cx^{-2};$$

$$II < c \sum_{v_{j-1} \leq v < v_{j-2}} \left(\frac{q_r}{x}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{q_v^2} < cq_{v_{j-3}}^{\frac{1}{2}} x^{-\frac{3}{2}} < cx^{-2}$$

$$III < c \sum_{v < v_{j-2}} q_v^{-2} < cq_{v_{j-2}}^{-2} = cx^{-2}.$$

Nach (11), (21) ist also  $f_2(Q) = r - 3$ .

2. Man wähle  $g_0 = g_2 = g_4 = \dots = 1$  und  $g_1, g_3, g_5, \dots$  so, daß

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \frac{\log q_{2v+1}}{\log q_{2v}} = \gamma;$$

also  $\delta(\alpha_1, \alpha_2) = 1$ ,  $\gamma(\alpha_1, \alpha_2) = \gamma$ . Wird  $\gamma' (= c)$  gewählt, daß  $1 < \gamma' < \gamma$ , so ist

$${}^2q_{2v+1} \geq q_{2v+2} > q_{2v+1} > q_{2v}^{\gamma'} \text{ für } v > c.$$

Jedem  $x > c$  ordne man ein ganzes  $V$  mit  $q_{2V} \leq x < q_{2V+2}$  zu. Dann enthält (vgl. (10))  $\mathfrak{E}(2V)$  das Glied (für  $m = n = 1$ )

$$\frac{1}{q_{2V}^2} \cdot \text{Min} \left( 1, \left( \frac{q_{2V+1}}{x} \right)^2 \right);$$

wegen  $q_{2V+1} \geq \frac{1}{2}q_{2V+2} > \frac{1}{2}x$  ist

$$\mathfrak{E}(2V) > cq_{2V}^{-2}. \tag{22}$$

Ebenso enthält  $\mathfrak{E}(2V - 2)$  das Glied

$$\frac{1}{q_{2V-2}^2} \left( \frac{q_{2V-1}}{x} \right)^2;$$

wegen  $q_{2V-1} \geq \frac{1}{2}q_{2V}$ ,  $q_{2V-2} < q_{2V}$  ist

$$\mathfrak{S}(2V-2) > cq_{2V}^{\frac{z-\frac{2}{\gamma'}}{\gamma'}} x^{-z}. \quad (23)$$

Ist

$$q_{2V} < \exp_x \left( \frac{z}{z+2-\frac{2}{\gamma'}} \right),$$

so ist nach (11), (22)

$$x^{-r+1} F(x) > c \exp_x \left( \frac{-2z}{z+2-\frac{2}{\gamma'}} \right);$$

ist aber

$$q_{2V} \geq \exp_x \left( \frac{z}{z+2-\frac{2}{\gamma'}} \right),$$

so ist nach (11), (23)

$$x^{-r+1} F(x) > c \exp_x \left( \frac{z \left( z - \frac{2}{\gamma'} \right)}{z+2-\frac{2}{\gamma'}} - z \right) = c \exp_x \left( \frac{-2z}{z+2-\frac{2}{\gamma'}} \right).$$

Also

$$f_2(Q) \geq r-1 - \frac{2z}{z+2-\frac{2}{\gamma'}} > r-3.$$

Nach Satz 7 erscheint es angemessen, folgende Definition einzuführen: sind  $r_1, r_2, \gamma (1 \leq \gamma \leq \infty)$  gegeben, so sei  $f_2(r_1, r_2, \gamma)$  die obere Grenze von  $f_2(Q)$  für alle Formen (6) mit  $\gamma(\alpha_1, \alpha_2) = \gamma$ . Die Funktion  $f_2(r_1, r_2, \gamma)$  (als Funktion von  $\gamma$  bei gegebenen  $r_1, r_2$ ) zeigt einen merkwürdigen Verlauf, der jetzt untersucht werden soll. Im Rest dieses Paragraphen sei stets

$$d = 2 \text{ für } r_1 = r_2, \quad d = 1 \text{ für } |r_1 - r_2| = 1, \quad d = 0 \text{ für } |r_1 - r_2| > 1. \quad (24)$$

**Satz 8.** Man setze

$$X = \text{Min} \left( \frac{2\gamma}{\gamma+2}, \frac{2z}{z+2+\frac{d}{\gamma}} \right),$$

$$Y = \text{Min} \left( \frac{2\gamma}{\gamma+1}, \frac{2z}{2+\gamma}, \frac{2z}{z+2} \right).$$

$$Z = \text{Min} \left( \frac{2z}{z+2-\frac{2}{\gamma}}, \frac{z-2}{1-\gamma} \right).$$

Dann ist

$$f_2(r_1, r_2, \gamma) \leq r-1 - \text{Max} \left( 2 \frac{z-2}{z-\frac{2}{\gamma}}, \frac{2z}{z+2+\frac{d}{\gamma}} \right); \quad (25)$$

$$f_2(r_1, r_2, \gamma) \geq r-1 - \text{Max} (X, Y, Z). \quad (26)$$

Es gibt sogar zu jedem System  $r_1, r_2, \gamma$  ( $1 \leq \gamma \leq \infty$ ) eine Form (6) mit

$$\gamma(\alpha_1, \alpha_2) = \gamma, \quad f_2(Q) \geq r-1 - \text{Max} (X, Y, Z). \quad (26')$$

Wir wollen die elementare Diskussion dieses Satzes nicht vollständig durchführen. Man bemerke zunächst nur folgendes: es ist  $X < 2$ ,  $Y < 2$  und für  $\gamma > 1$  auch  $Z < 2$ ; also:

**Satz 9.** Für  $\gamma > 1$  ist  $f_2(r_1, r_2, \gamma) > r-3$ . (Und freilich  $f_2(r_1, r_2, 1) = r-3$ ). Zweitens: für  $\lambda < 2$  ist  $\lambda(z-\lambda) < 2(z-2)$ ; für  $\gamma > 1$  ist also

$$2 \frac{z-2}{z-\frac{2}{\gamma}} > \frac{2}{\gamma};$$

aus Satz 6 und (25) folgt also

**Satz 10.** Für  $\gamma(\alpha_1, \alpha_2) > 1$  ist  $f_2(Q) < f_1(Q)$ . (Für  $\gamma(\alpha_1, \alpha_2) = 1$  ist freilich  $f_2(Q) = f_1(Q) = r-3$ .)

Drittens: ist  $\gamma > z+1$ , so ist

$$X = \frac{2z}{z+2+\frac{d}{\gamma}} > \frac{2z}{z+3} > \frac{z+2}{z+1} > Z. \quad X > \frac{2z}{z-3} > \frac{2z}{2+\gamma} \geq Y.$$

also nach (26)

$$f_2(r_1, r_2, \gamma) \geq r-1 - \frac{2z}{z+2+\frac{d}{\gamma}};$$

der Vergleich mit (25) liefert

**Satz 11.** Für  $\gamma > z+1$  ist  $f_2(r_1, r_2, \gamma) = r-1 - \frac{2z}{z+2+\frac{d}{\gamma}}$ . Also:

während  $f_1(Q)$  nach Satz 6 mit wachsendem  $\gamma$  wächst, so nimmt die Funktion  $f_2(r_1, r_2, \gamma)$  ihren kleinsten Wert  $r-3$  genau für  $\gamma=1$  an, während sie für  $\gamma > z+1$  entweder stets ihrem größten Wert  $r-1$  —  $\frac{2z}{z+2}$  gleich bleibt (für  $|r_1 - r_2| > 1$ ) oder dem Grenzwert  $r-1$  —

$-\frac{2z}{z+2}$  abnehmend zustrebt (für  $|r_1 - r_2| \leq 1$ ). Daraus folgt insbesondere (wenn man schärfer (26') statt (26) berücksichtigt):

**Satz 12.** Zu jedem Wertepaar  $r_1, r_2$  gibt es eine Form (6) mit

$$f_2(Q) \geq r - 1 - \frac{2z}{z+2}.$$

**Satz 13.** Es seien  $r_1, r_2$  gegeben,  $|r_1 - r_2| > 1$ . Dann ist für alle Formen (6)

$$f_2(Q) \leq r - 1 - \frac{2z}{z+2},$$

es gibt aber Formen (6) mit

$$f_2(Q) = r - 1 - \frac{2z}{z+2}.$$

Satz 11 läßt aber zwei wesentliche Verschärfungen zu. Erstens:

**Satz 14.** Ist  $\delta(\alpha_1, \alpha_2) > z + 2$ , so ist

$$f_2(Q) = r - 1 - \frac{2z}{z+2 + \frac{d}{\gamma(\alpha_1, \alpha_2)}} \quad (27)$$

Ist dabei auch  $|r_1 - r_2| \geq 2$ , so ist sogar

$$\liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{\exp_x \left( r - 1 - \frac{2z}{z+2} \right)} > 0. \quad (28)$$

Dieser Satz zeigt, daß  $f_2(Q)$  doch (vgl. Satz 7!) in einigen Fällen durch die Angabe von  $r_1, r_2, \delta(\alpha_1, \alpha_2), \gamma(\alpha_1, \alpha_2)$  eindeutig bestimmt ist, nämlich wenn  $\delta(\alpha_1, \alpha_2) > z + 2$ . In diesem Falle ist es sogar nicht notwendig, den genauen Wert von  $\delta(\alpha_1, \alpha_2)$  zu kennen.

Zweitens: kennt man  $f_2(Q)$ , so weiß man nur, daß für jedes  $\varepsilon > 0$

$$\liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{x^{f_2(Q)+\varepsilon}} = 0, \quad \liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{x^{f_2(Q)-\varepsilon}} = \infty.$$

Für  $|r_1 - r_2| \geq 4$  und für  $r_1 = r_2$  wollen wir nun zwei Sätze beweisen, welche sich, was ihre Schärfe betrifft, zu (27) ebenso verhalten, wie Satz 1 zu Satz 6.

**Satz 15.** Es sei  $|r_1 - r_2| \geq 4$ . Dann ist stets

$$\liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{x^{r-1-\frac{2z}{z+2}}} < \infty; \quad (29)$$



ist  $\delta(\alpha_1, \alpha_2) > z + 2$ , so ist sogar

$$0 < \liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{x^{r-1-\frac{2z}{z+2}}} < \infty. \tag{30}$$

Man vergleiche diesen Satz mit Satz 2!

**Satz 16.** *Es sei  $r_1 = r_2$ . Für  $\xi > 0$  sei  $\xi^{-1} \varphi(\xi)$  positiv, stetig und nicht abnehmend.  $\psi$  sei die zu  $\varphi$  inverse Funktion. Man definiere die Funktion  $\varrho(\eta)$  dadurch, daß die Gleichung  $\xi^{z+2} \psi^2(\xi) = \eta^z$  durch  $\xi = \varrho(\eta)$  befriedigt wird. Dann gilt:*

1. *Ist*

$$\limsup_{v \rightarrow \infty} \frac{q_{v+1}}{\varphi(q_v)} > 0, \tag{31}$$

so ist

$$\liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{x^{r-1}} \varrho^2(x) < \infty. \tag{32}$$

2. *Ist*

$$\limsup_{v \rightarrow \infty} \frac{q_{v+1}}{\varphi(q_v)} < \infty \tag{33}$$

und  $\delta(\alpha_1, \alpha_2) > z + 2$ , so ist

$$\liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{x^{r-1}} \varrho^2(x) > 0. \tag{34}$$

Wir sollen also die Sätze 8, 14, 15, 16 beweisen; dabei dürfen und wollen wir bis zum Schluß dieses Paragraphen aus Symmetriegründen  $r_1 \geq r_2 = z$  voraussetzen.

Es sei erstens  $1 \leq \gamma(\alpha_1, \alpha_2) = \gamma < \infty$ ,  $0 < \varepsilon < 1$ . Man stelle fest, daß

$$\begin{aligned} -z + 2 + \frac{1}{\gamma - \varepsilon} \frac{z - 2}{z - \frac{2}{\gamma}} ((z - 2)(\gamma + \varepsilon) - 2 + \varepsilon) = \\ = -2 \frac{z - 2}{z - \frac{2}{\gamma}} + \lambda(\varepsilon), \end{aligned} \tag{35}$$

wo  $\lambda(\varepsilon) \rightarrow 0$  für  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Für jedes  $v$  ist  $q_{v+1} < c(\varepsilon) q_v^{\gamma+\varepsilon}$ . Es gibt unendlichviele  $V > 1$  mit  $q_V > q_{V-1}^{\gamma-\varepsilon}$ . Für jedes derartige  $V$  definiere man  $x = x(V)$  durch die Gleichung

$$q_V = \exp_x \left( \frac{z - 2}{z - \frac{2}{\gamma}} \right). \tag{36}$$

Nach Hfs. 2 ist dann

$$\sum_{v \leq V} \mathfrak{G}(v) < c \sum_{v \leq V} q_v^{-2} < c q_V^{-2}, \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \sum_{v < V} \mathfrak{G}(v) &< c(\varepsilon) \sum_{v < V} \frac{1}{q_v^{2-\varepsilon}} \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^{z-2} \leq \\ &\leq c(\varepsilon) \sum_{v < V} q_v^{(\gamma+\varepsilon)(z-2)-2+\varepsilon} x^{-z+2} < \\ &< c(\varepsilon) q_{V-1}^{(\gamma+\varepsilon)(z-2)-2+\varepsilon} x^{-z+2}. \end{aligned} \quad (38)$$

Nach (36), (37) ist

$$\sum_{v \leq V} \mathfrak{G}(v) < c \exp_x \left( -2 \frac{z-2}{z-\frac{2}{\gamma}} \right); \quad (39)$$

nach  $q_{V-1}^{\gamma-\varepsilon} < q_V$ , (36), (38), (35) ist

$$\sum_{v < V} \mathfrak{G}(v) < c(\varepsilon) \exp_x \left( -2 \frac{z-2}{z-\frac{2}{\gamma}} + \lambda(\varepsilon) \right). \quad (40)$$

Weil  $\varepsilon$  beliebig klein gewählt werden darf, so folgt aus (11), (39), (40)

$$f_2(r_1, r_2, \gamma) \leq r-1-2 \frac{z-2}{z-\frac{2}{\gamma}} \text{ für } \gamma < \infty. \quad (41)$$

Es sei nun  $0 < \varepsilon < 1$ . Für beliebiges  $x \geq q_2$  und beliebiges ganzes  $V > 1$  ist nach (11) und Hilfssatz 2, da  $A(v, \varepsilon)$  mit wachsendem  $v$  nicht abnimmt,

$$\begin{aligned} x^{-r+1} F(x) &< c \sum_{v \leq V} q_v^{-2} + \sum_{v < V} A(v, \varepsilon) \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^z < \\ &< c q_V^{-2} + c A(V-1, \varepsilon) q_V^2 x^{-z}. \end{aligned} \quad (42)$$

Ist  $r_1 - r_2 \geq 2$ , so setze man für jedes ganze  $V > 1$

$$x = x(V) = \frac{z+2}{q_V^z};$$

wegen  $A(V-1, \varepsilon) < c(\varepsilon) x^\varepsilon$  ist nach (42)

$$\begin{aligned} x^{-r+1} F(x) &< c(\varepsilon) x^{-\frac{2z}{z+2}+\varepsilon} \\ f_2(Q) &\leq r-1-\frac{2z}{z+2} \text{ für } r_1 - r_2 \geq 2. \end{aligned} \quad (43)$$

Für  $r_1 - r_2 \geq 4$  ist sogar  $A(V - 1, \varepsilon) < c$ , also

$$\liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{F(x)}{x^{r-1-\frac{2z}{z+2}}} < \infty \text{ für } r_1 - r_2 \geq 4. \quad (44)$$

Es sei nun  $0 \leq r_1 - r_2 < 2$ ;  $1 \leq \gamma(x_1, x_2) = \gamma \leq \infty$ . Es sei  $0 < \gamma' < \gamma$ ,  $\varepsilon > 0$ . Es gibt unendlichviele  $V$  mit  $q_V > q_V^{\gamma'}$ ; für jedes derartige  $V$  definiere man  $x = x(V)$  durch

$$q_V = \exp_x \left( \frac{z}{z + 2 + \frac{d}{\gamma'}} \right) \quad (45)$$

Für  $x = x(V)$  ist nach (42), Hilfssatz 2 und wegen  $q_{V-1} < x(V)$

$$x^{-r+1} F(x) < c(\varepsilon) (q_V^{-2} + q_{V-1}^d x^\varepsilon q_V^z x^{-z}). \quad (46)$$

Hier ist nach (45) und  $q_{V-1}^{\gamma'} < q_V$

$$q_V^{-2} = \exp_x \left( \frac{-2z}{z + 2 + \frac{d}{\gamma'}} \right). \quad (47)$$

$$\begin{aligned} q_{V-1}^d q_V^z x^{-z+\varepsilon} &< \exp_x \left( -z + \varepsilon + \left( \frac{d}{\gamma'} + z \right) \frac{z}{z + 2 + \frac{d}{\gamma'}} \right) = \\ &= \exp_x \left( \frac{-2z}{z + 2 + \frac{d}{\gamma'}} + \varepsilon \right). \end{aligned} \quad (48)$$

Da man  $\varepsilon$  beliebig klein und  $\gamma'$  beliebig nahe an  $\gamma$  wählen kann, so ist nach (46), (47), (48)

$$f_2(r_1, r_2, \gamma) \leq r - 1 - \frac{2z}{z + 2 + \frac{d}{\gamma}} \text{ für } 0 \leq r_1 - r_2 < 2. \quad (49)$$

Durch (41), (43), (44), (49) ist (25), (29) bewiesen.

Nun mögen  $\varphi, \psi, \varrho$  dieselbe Bedeutung wie im Satz 16 haben; es sei  $r_1 = r_2$  und es gelte (31), sodaß es ein  $a > 0$  und unendlichviele  $V$  mit

$$q_V > a \varphi(q_{V-1}), \quad q_{V-1} < \psi(a^{-1} q_V) \leq \text{Max}(1, a^{-1}) \psi(q_V)$$

gibt. Jedem solchen hinreichend großen  $V$  ordne man  $x = x(V)$  durch die Gleichung

$$q_V^{z+2} \psi^2(q_V) = x^z, \text{ also } q_V = \varrho(x)$$

zu. Nach (11) und Hfs. 2 ist

$$x^{-r+1} F(x) < \sum_{r < V} c q_r^{-2} + \sum_{r < V} c q_v^2 q_{v+1}^2 x^{-2} < c q_r^{-2} + c q_{r-1}^2 q_v^2 x^{-2}.$$

Hierin ist

$$q_v^{-2} = q^{-2}(x), \quad q_{r-1}^2 \left(\frac{q_v}{x}\right)^2 < c(a) \psi^2(q_v) \frac{q_v^{z-2}}{x^2} q_r^{-2} = c(a) q_r^{-2} = c(a) q^{-2}(x).$$

Also gilt (32).

Es handelt sich nun um die Abschätzungen nach unten in den Sätzen 8, 14, 15, 16.

**Hilfssatz 3.** Für  $q_w p_{w-1} q_{w-1} \leq x < q_{w+1}$  ist

$$F(x) > c x^{r-1} \left( q_w^{-2} + q_{w-1}^d \left(\frac{q_w}{x}\right)^2 \right);$$

für  $q_w p_{w-1} \leq x < q_w p_{w-1} q_{w-1}$  ist

$$F(x) > c x^{r-1} \left( q_w^{-2} + \left(\frac{q_w}{x}\right)^2 \right);$$

für  $q_w \leq x < q_w p_{w-1}$  ist

$$F(x) > c x^{r-1} \left( q_w^{-2} + q_{w-1}^{-2} \left(\frac{q_w}{x}\right)^2 \right).$$

**Beweis.** Wird  $r_1 - r_2 = \sigma (\sigma \geq 0)$  gesetzt, so ist

$$\mathfrak{S}(w-1) = \frac{1}{q_{w-1}^2} \sum_{\substack{m|p_{w-1} \\ n|q_{w-1}}} \frac{1}{m^{z-2} n^{z+\sigma-2}} \text{Min} \left( 1, \left(\frac{q_w mn}{x}\right)^2 \right)$$

(vgl. (10)). Im ersten Falle enthält  $\mathfrak{S}(w-1)$  das Glied  $q_w^2 x^{-2} p_{w-1}^2 q_{w-1}^{-\sigma}$  (für  $m = p_{w-1}$ ,  $n = q_{w-1}$ ) und auch das Glied  $q_w^2 x^{-2} p_{w-1}^2 q_{w-1}^{-2}$  (für  $m = p_{w-1}$ ,  $n = 1$ ); im zweiten Falle enthält  $\mathfrak{S}(w-1)$  das Glied  $q_w^2 x^{-2} p_{w-1}^2 q_{w-1}^{-2}$  (für  $m = p_{w-1}$ ,  $n = 1$ ) und im dritten Falle das Glied  $q_w^2 x^{-2} q_{w-1}^{-2}$  (für  $m = n = 1$ ). Weiter enthält  $\mathfrak{S}(w)$  stets (für  $m = n = 1$ ) das Glied  $q_w^{-2}$  (vgl. (10)). Daraus und aus (11) folgt wegen  $p_{w-1} \sim q_{w-1}$  die Behauptung.

Es seien nun  $r_1, r_2, \gamma (1 \leq \gamma \leq \infty)$  gegeben. Ist  $\gamma < \infty$ , so setze man  $\gamma_v = \gamma$ ; ist  $\gamma = \infty$ , so setze man  $\gamma_v = v$ . Man wähle  $\alpha_1, \alpha_2$  so, daß es zwei Zahlen  $a > 0, b > 0$  mit

$$a < \frac{q_v}{q_{v-1}^{\gamma_v}} < b \quad (v = 1, 2, \dots) \quad (50)$$

gibt (also  $a = c$ ,  $b = c$ ). Man definiere  $X_w, Y_w, Z_w$  genau so wie  $X, Y, Z$  im Satz 8, nur mit  $\gamma_w$  statt  $\gamma$ .

I. Ich behaupte nun:

$$F(x) > cx^{r-1-X_w} \text{ f\"ur } q_w p_{w-1} q_{w-1} \leq x < q_{w+1}. \quad (51)$$

Hier ist nach (50)

$$x > cq_w^{1 + \frac{z}{\gamma_w}}$$

und Hfs. 3 ergibt

$$F(x) > cx^{r-1} q_w^{-2} > c \exp_x \left( r - 1 - \frac{2\gamma_w}{2 + \gamma_w} \right).$$

Weiter: ist

$$q_w > \exp_x \left( \frac{z}{z + 2 + \frac{d}{\gamma_w}} \right).$$

so ist nach Hfs. 3 und (50)

$$F(x) > cx^{r-1-z} q_w^z q_{w-1}^d > c \exp_x \left( r - 1 - \frac{2z}{z + 2 + \frac{d}{\gamma_w}} \right);$$

ist aber

$$q_w \leq \exp_x \left( \frac{z}{z + 2 + \frac{d}{\gamma_w}} \right).$$

so ist ebenso

$$F(x) > cx^{r-1} q_w^{-2} > c \exp_x \left( r - 1 - \frac{2z}{z + 2 + \frac{d}{\gamma_w}} \right).$$

Damit ist (51) bewiesen.

II. Ich behaupte zweitens:

$$F(x) > cx^{r-1-Y_w} \text{ f\"ur } q_w p_{w-1} \leq x < q_w p_{w-1} q_{w-1}. \quad (52)$$

Hier ist n\u00e4mlich nach (50)

$$c \exp_x \left( \frac{\gamma_w}{2 + \gamma_w} \right) < q_w < c \exp_x \left( \frac{\gamma_w}{1 + \gamma_w} \right).$$

also nach Hfs. 3

$$F(x) > cx^{r-1} q_w^{-2} > c \exp_x \left( r - 1 - \frac{2\gamma_w}{1 + \gamma_w} \right).$$

$$F(x) > cx^{r-1-z} q_w^z > c \exp_x \left( r - 1 - \frac{2z}{2 + \gamma_w} \right).$$

Für  $q_w > \exp_x \left( \frac{z}{z+2} \right)$  ist weiter

$$F(x) > cx^{r-1-z} q_w^z > c \exp_x \left( r-1 - \frac{2z}{z+2} \right)$$

und für  $q_w \leq \exp_x \left( \frac{z}{z+2} \right)$  ist ebenso

$$F(x) > cx^{r-1} q_w^{-2} > c \exp_x \left( r-1 - \frac{2z}{z+2} \right).$$

Damit ist aber (52) bewiesen.

III. Drittens behaupte ich:

$$F(x) > cx^{r-1-z} q_w \text{ für } q_w \leq x < q_w p_{w-1}. \quad (53)$$

Hier ist nämlich nach (50)

$$q_w > c \exp_x \left( \frac{\gamma_w}{1+\gamma_w} \right).$$

also nach Hfs. 3 und (50)

$$\begin{aligned} F(x) &> cx^{r-1-z} q_w^z q_{w-1}^{-2} > \\ &> c \exp_x \left( r-1-z + \left( z - \frac{2}{\gamma_w} \right) \frac{\gamma_w}{1+\gamma_w} \right) = c \exp_x \left( r-1 - \frac{z+2}{1+\gamma_w} \right); \end{aligned}$$

für

$$q_w > \exp_x \left( \frac{z}{z+2 - \frac{2}{\gamma_w}} \right)$$

ist

$$F(x) > cx^{r-1-z} q_w^z q_{w-1}^{-2} > c \exp_x \left( r-1 - \frac{2z}{z+2 - \frac{2}{\gamma_w}} \right).$$

für

$$q_w \leq \exp_x \left( \frac{z}{z+2 - \frac{2}{\gamma_w}} \right)$$

ist ebenso

$$F(x) > cx^{r-1} q_w^{-2} > c \exp_x \left( r-1 - \frac{2z}{z+2 - \frac{2}{\gamma_w}} \right).$$

Damit ist (53) bewiesen.

Aus (51), (52), (53) folgt

$$F(x) > c \exp_x (r - 1 - \text{Max} (X_w, Y_w, Z_w)) \text{ für } q_w \leq x < q_{w+1}. \quad (54)$$

Da  $X_w \rightarrow X$ ,  $Y_w \rightarrow Y$ ,  $Z_w \rightarrow Z$  für  $w \rightarrow \infty$ , d. h. für  $x \rightarrow \infty$ , so folgt (26') aus (54).

Damit ist schon Satz 8, also auch die Sätze 9 bis 13, vollständig bewiesen.

**Hilfssatz 4.** Ist  $\delta(\alpha_1, \alpha_2) > z + 2$ , so ist

$$F(x) > c \exp_x \left( r - 1 - \frac{2z}{z+4} \right) > c \exp_x \left( r - 1 - \frac{2z}{z+2} \right) \\ \text{für } q_w \leq x < q_w q_{w-1} p_{w-1}, \quad w > c.$$

**Beweis.** Für hinreichend große  $w$  ist  $q_{w-1} < q_w^{\frac{1}{z+2}}$ ,  $p_{w-1} < q_w^{\frac{1}{z+2}}$ .

Für  $q_w \leq x < q_w p_{w-1}$  ist daher  $x < q_w^{\frac{z+3}{z+2}}$ , also nach Hfs. 3

$$F(x) > c x^{r-1-z} q_w^z q_{w-1}^{-2} > c \exp_x \left( r - 1 - \frac{z+2}{z+3} \right) > \\ > c \exp_x \left( r - 1 - \frac{2z}{z+4} \right).$$

Für  $q_w p_{w-1} \leq x < q_w p_{w-1} q_{w-1}$  ist  $x < q_w^{\frac{z+4}{z+2}}$ , also nach Hfs. 3

$$F(x) > c x^{r-1-z} q_w^z > c \exp_x \left( r - 1 - \frac{2z}{z+4} \right).$$

womit Hfs. 4 bewiesen ist.

Nun sei  $\delta(\alpha_1, \alpha_2) > z + 2$  (also umsomehr  $\gamma(\alpha_1, \alpha_2) > z + 2$ ),  $r_1 - r_2 \geq 2$ . Ist  $q_w p_{w-1} q_{w-1} \leq x < q_{w+1}$ , so ist nach Hfs. 3 für  $q_w \leq \exp_x \left( \frac{z}{z+2} \right)$

$$F(x) > c x^{r-1} q_w^{-2} > c \exp_x \left( r - 1 - \frac{2z}{z+2} \right)$$

und für  $q_w > \exp_x \left( \frac{z}{z+2} \right)$  ebenso

$$F(x) > c x^{r-1-z} q_w^z > c \exp_x \left( r - 1 - \frac{2z}{z+2} \right).$$

Daher und aus Hfs. 4 folgt aber

$$\liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{x^{r-1-\frac{2z}{z+2}}} > 0;$$

das gibt also (28), (30) und zusammen mit dem bereits bewiesenen Satz 11 auch (27) für  $|r_1 - r_2| > 1$ .

Es sei wieder  $\delta(\alpha_1, \alpha_2) > z + 2$ , aber  $0 \leq r_1 - r_2 < 2$ .  $\varrho$  und  $\psi$  mögen dieselbe Bedeutung wie im Satz 16 haben;  $\varrho(\eta)$  sei dadurch definiert, daß die Gleichung  $\xi^{z+2} \psi^d(\xi) = \eta^z$  durch  $\xi = \varrho(\eta)$  befriedigt wird. Da  $\xi^{-1} \psi(\xi)$  für  $\xi \geq 1$  beschränkt ist, so gibt es ein  $b > 0$ , sodaß  $\psi(\xi) < b\xi$ , also  $\xi^{z+2+d} b^d > \xi^{z+2} \psi^d(\xi)$  für  $\xi \geq 1$ ; für hinreichend große  $\eta$  ist also

$$(\varrho(\eta))^{z+2+d} b^d > \eta^z, \quad \varrho(\eta) > c(b) \eta^{\frac{z}{z+4}}. \quad (55)$$

Man setze nun voraus, daß

$$\limsup_{v \rightarrow \infty} \frac{q_{v+1}}{\varphi(q_v)} < \infty. \quad (56)$$

sodaß es ein  $a > 0$  mit

$$q_{v+1} < a \varphi(q_v) \quad (v = 0, 1, \dots) \quad (57)$$

gibt. Ist  $q_w \leq x < q_w q_{w-1} p_{w-1}$ , so ist für  $w > c(b)$  nach (55) und Hfs. 4

$$F(x) > cx^{r-1-\frac{2z}{z+4}} > c(b) x^{r-1} \varrho^{-2}(x). \quad (58)$$

Ist aber  $q_w q_{w-1} p_{w-1} \leq x < q_{w+1}$ , so gilt nach Hfs. 3:

Ist  $\varrho(x) \geq q_w$ , so ist

$$F(x) > cx^{r-1} q_w^{-2} \geq cx^{r-1} \varrho^{-2}(x);$$

ist aber  $\varrho(x) < q_w$ , so setze man  $\varrho(x) = y$ ; also  $y < q_w$ ,  $y^{z+2} \psi^d(y) = x^z$ , also nach (57)

$$\begin{aligned} F(x) &> cx^{r-1} q_{w-1}^d q_w^z x^{-z} > cx^{r-1-z} \psi^d(a^{-1} q_w) q_w^z \geq \\ &\geq cx^{r-1} \text{Min}(1, a^{-d}) \frac{\psi^d(q_w) q_w^z}{y^z \psi^d(y)} \cdot \frac{1}{y^2} > \\ &> c(a) x^{r-1} y^{-2} = c(a) x^{r-1} \varrho^{-2}(x). \end{aligned}$$

In Verbindung mit (58) bekommt man also für alle hinreichend großen  $x$

$$F(x) > c(a, b) x^{r-1} \varrho^{-2}(x). \quad (59)$$

Aus (59) folgt erstens (für  $r_1 = r_2$ ,  $d = 2$ ) der zweite Teil des Satzes 16.

Zweitens: es sei  $0 \leq r_1 - r_2 < 2$ ,  $\delta(\alpha_1, \alpha_2) > z + 2$ , also umsomehr  $\gamma(\alpha_1, \alpha_2) > z + 2$ . Ist  $\gamma(\alpha_1, \alpha_2) < \infty$  und wählt man  $\gamma'$  so, daß  $\gamma(\alpha_1, \alpha_2) < \gamma' < \infty$ , so gilt (56) mit  $\varphi(\xi) = \xi^{\gamma'}$ ; es ist dann  $\psi(\xi) = \xi^{\frac{1}{\gamma'}}$ ,  $\varrho(\eta) =$



$= \eta^{\frac{z}{z+2+\frac{d}{\gamma'}}$ . Aus (59) folgt dann (da  $\gamma'$  beliebig nahe an  $\gamma(x_1, x_2)$  gewählt werden darf)

$$f_2(Q) \geq r - 1 - \frac{2z}{z + 2 + \frac{d}{\gamma(x_1, x_2)}}. \quad (60)$$

Ist  $\gamma(x_1, x_2) = \infty$ , so wähle man  $\varphi(\xi)$  so, daß (56) gilt (das geht, vgl. die Bemerkungen nach dem Beweis des Satzes 1). Wegen  $\psi(\xi) \rightarrow \infty$  ist für hinreichend große  $\eta$ , wenn  $\xi = \varrho(\eta)$  gesetzt wird,  $\xi^{z+2} < \xi^{z+2} \psi^d(\xi) = \eta^z$ , also  $\varrho(\eta) < \eta^{\frac{z}{z+2}}$ . Aus (59) folgt dann  $f_2(Q) \geq r - 1 - \frac{2z}{z + 2}$ , so daß (60) auch für  $\gamma(x_1, x_2) = \infty$  gilt. Aus (60) und dem bereits bewiesenen Satz 11 folgt aber (27) auch für  $|r_1 - r_2| < 2$ . Damit sind die Sätze 1 bis 16 vollständig bewiesen. Einige Kleinigkeiten könnten übrigens, wie aus den Beweisen hervorgeht, noch etwas verschärft werden.

Ich möchte noch anführen, welche von den Sätzen 1 bis 16 bekannt und welche neu sind. In der 1. c.<sup>8)</sup> angeführten Abhandlung habe ich die Funktion

$$R_Q(x) = \frac{1}{x} \int_0^x |\mathbf{P}_Q(y)| dy$$

untersucht, und zwar auf folgende Weise: ich habe erstens eine obere Abschätzung für  $|\mathbf{P}_Q(x)|$  bewiesen (Hauptsatz 1) und daraus ganz einfach eine obere Abschätzung für  $R_Q(x)$  hergeleitet (Hauptsatz 2); ebensogut hätte ich aber damals eine Abschätzung für  $M_Q(x)$  ableiten können. Weiter habe ich dort eine untere Abschätzung für  $R_Q(x)$  bewiesen (Hauptsatz 3), aus welcher wegen

$$(x R_Q(x))^2 \leq \int_0^x \mathbf{P}_Q^2(y) dy \int_0^x dy = x M_Q(x)$$

sofort eine untere Abschätzung von  $M_Q(x)$  folgt. Obwohl also die Resultate jener Abhandlung für  $R_Q(x)$  formuliert sind, kann man sagen, daß jene Abhandlung auch Resultate über  $M_Q(x)$  enthält. In diesem Sinne sind folgende Sätze der vorliegenden Arbeit in den Resultaten der 1. c.<sup>8)</sup> zitierten Arbeit enthalten: Satz 2, Satz 4, Satz 6, die Ungleichung

$$f_2(r_1, r_2, \gamma) \leq r - 1 - 2 \frac{z - 2}{z - \frac{2}{\gamma}}$$

aus Satz 8, Satz 10 und Satz 12. Die übrigen Sätze der vorliegenden Abhandlung sind meines Wissens neu; insbesondere war bisher der genaue Wert von  $f_2(r_1, r_2, \gamma)$  für keine Werte von  $r_1, r_2, \gamma$  bekannt, mit Ausnahme von  $f_2(r_1, r_2, 1) = r - 3$ .

## § 2. Vorbereitende Hilfssätze.

In diesem Paragraphen bringen wir einige teils bekannte, teils leichte Hilfssätze.

**Hilfssatz 5.** *Es sei  $\lambda \geq 1$ :*

$$B(v, m, n) = \frac{\log\left(2 \frac{p_v}{m} n\right)}{q_v^2 n^{r_1-4} m^{r_2-2}} \operatorname{Min}\left(1, \left(\frac{q_{v+1} mn}{x}\right)^{\frac{z}{2}}\right);$$

$$C(v, m, n) = \frac{\log\left(2 \frac{r_v}{m} n\right)}{q_v^2 n^{r_1+\frac{1}{2}r_2-5} m^{\frac{1}{2}r_2-2}} \operatorname{Min}\left(1, \left(\frac{q_{v+1} mn}{x}\right)^{\frac{z}{2}}\right);$$

$$D(v, m, n) = \frac{1}{q_v^2 n^{\frac{1}{2}r_1-2} m^{\frac{1}{2}r_2-2}} \operatorname{Min}\left(1, \left(\frac{q_{v+1} mn}{x}\right)^{\frac{z}{2}-1}\right);$$

$$G(x) = x^{r-2} \sum_{v,m,n} B(v, m, n); \quad H(x) = x^{r-2} \sum_{v,m,n} C(v, m, n);$$

$$K(x) = x^{r-1-\frac{z}{4}} \sum_{v,m,n} D(v, m, n).$$

Dabei wird über alle  $v, m, n$  mit  $p_v > 0, m/p_r, n/q_v$  summiert. Behauptungen:

$$G(x) + H(x) < 3\lambda x^{r-3} + \frac{c_{50}}{\lambda} F(x) \text{ für } x > c_{51}; \quad (61)$$

$$K(x) \leq x^{-\frac{z-2}{16z}} F(x) \text{ für } x > c_{52}.^{11)} \quad (62)$$

**Beweis.** Man setze

$$A(v, m, n) = \frac{1}{q_v^2 n^{r_1-2} m^{r_2-2}} \operatorname{Min}\left(1, \left(\frac{q_{v+1} mn}{x}\right)^z\right).$$

<sup>11)</sup> Zur leichteren Orientierung werden die  $c$ , die im Hilfssatz  $n$  eingeführt werden, mit den Indizes  $10n, 10n + 1, \dots$  versehen. Allerdings versagt das im Hfs. 24, da im Hfs. 23 zu viele numerierte  $c$  vorkommen.

1. Die bekannte Ungleichung

$$\left( \sum_j \xi_j \eta_j \right)^2 \leq \sum_j \xi_j^2 \cdot \sum_j \eta_j^2 \tag{63}$$

gibt

$$\left( \sum_{v,m,n} B(v, m, n) \right)^2 \leq \sum_{v,m,n} A(v, m, n) \cdot \sum_{v,m,n} \frac{\log^2 \left( 2 \frac{p_v}{m} n \right)}{q_v^2 n^{r_1-6} m^{r_2-2}} < x^{-r+1} F(x) \cdot c. \tag{64}$$

denn das allgemeine Glied der letzten Summe ist  $(p_v \sim q_v)$

$$< c \left( \frac{q_v}{m} n \right)^4 \frac{1}{q_v^2 m^4} \text{ und } \sum_{n/q_v} n^4 q_v^{-4} < c q_v^{-1/2}.$$

Also ist

$$\sum_{v,m,n} B(v, m, n) < \frac{\lambda}{x} + \frac{c}{\lambda} x^{-r+2} F(x); \tag{65}$$

denn: ist  $\sum_{v,m,n} B(v, m, n) \geq \lambda x^{-1}$ , so ist nach (64)

$$\lambda x^{-1} \sum_{v,m,n} B(v, m, n) < c x^{-r+1} F(x).$$

2. Es sei  $\mathfrak{M}_1$  die Menge aller Systeme  $v, m, n$  mit

$$p_v > 0, q_v < x^{1/2}, m/p_v, n/q_v, \tag{66}$$

für welche

$$C(v, m, n) > x^{-1/10}$$

ist;  $\mathfrak{M}_2$  sei die Menge der übrigen Systeme  $v, m, n$  mit (66); endlich sei  $\mathfrak{M}_3$  die Menge aller Systeme  $v, m, n$  mit

$$p_v > 0, q_v \geq x^{1/2}, m/p_v, n/q_v.$$

Es ist erstens für  $x > c$

$$\sum_{\mathfrak{M}_3} C(v, m, n) < c \sum_{q_v \sim x^{1/2}} q_v^{-2+1} < c x^{-1/2} < \frac{\lambda}{2} x^{-1}. \tag{67}$$

Zweitens:

da die Anzahl der Elemente von  $\mathfrak{M}_2$  kleiner als  $c x^{1/10}$  ist, so ist

$$\sum_{\mathfrak{M}_2} C(v, m, n) < c x^{-1-1/10} < \frac{1}{2} \lambda x^{-1} \tag{68}$$

für  $x > c$ . Ist endlich  $(v, m, n) \in \mathfrak{M}_1$ , so ist (wegen  $r_2 \geq z \geq 6$ ) für  $x > c$

$$x^{-1/3} < c \left( \frac{q_v n}{m} \right)^{1/2} \frac{m^2}{q_v^2 n^{r_1-5}} \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^{z/2} < c \left( \frac{q_{v+1}}{x} \right)^{z/2}.$$

$$q_{v+1} > cx^{1-\frac{11}{5z}} > x^{1/5}.$$

Definiert man also  $v_0$  durch die Bedingung  $q_{v_0} \leq x^{1/5} < q_{v_0+1}$ , so ist  $v = v_0$  für jedes System  $(v, m, n) \in \mathfrak{M}_1$ , wenn  $x > c$ . Also nach (63) und wegen  $p_v \sim q_v$

$$\left( \sum_{\mathfrak{M}_1} C(v, m, n) \right)^2 \leq \left( \sum_{\substack{m/p_{v_0} \\ n/q_{v_0}}} C(v_0, m, n) \right)^2 < \quad (69)$$

$$< c \sum_{m,n} A(v_0, m, n) \sum_{m,n} \left( \frac{p_{v_0} n}{m} \right)^{1/2} \frac{m^2}{p_{v_0}^2 n^{r_1+r_2-8}} < c x^{-r+1} F(x).$$

denn

$$\sum_{m/p_{v_0}} \left( \frac{m}{p_{v_0}} \right)^{3/2} = \sum_{d/p_{v_0}} d^{-3/2} < c.$$

Also ist für  $x > c$

$$\sum_{\mathfrak{M}_1} C(v, m, n) < \frac{\lambda}{x} + \frac{c}{\lambda} x^{-r+2} F(x); \quad (70)$$

denn aus  $\sum_{\mathfrak{M}_1} C(v, m, n) \geq \lambda x^{-1}$  folgt nach (69)

$$\lambda x^{-1} \sum_{\mathfrak{M}_1} C(v, m, n) < c x^{-r+1} F(x).$$

Aus (65), (67), (68), (70) folgt aber (61).

### 3. Die Höldersche Ungleichung

$$\sum_j |\xi_j \eta_j| \leq \left( \sum_j |\xi_j|^{2z} \right)^{z-2} \left( \sum_j |\eta_j|^{2z} \right)^{z+2}$$

liefert (Summationsbereich:  $p_v > 0$ ,  $m/p_v$ ,  $n/q_v$ )

$$\sum_{v,m,n} D(v, m, n) \leq \left( \sum_{v,m,n} A(v, m, n) \right)^{z-2} \left( \sum_{v,m,n} n^{2-\frac{2r_1}{z+2}} m^{2-\frac{2r_2}{z+2}} \frac{z+2}{q_v^2} \right)^{z+2} < \quad (71)$$

$$< c (x^{-r+1} F(x))^{\frac{z-2}{2z}};$$

denn

$$\frac{r_j}{z+2} \geq \frac{z}{z+2} \geq \frac{3}{4} \quad (j = 1, 2). \quad \sum_{r,m,n} m^{\frac{1}{2}} n^{\frac{1}{2}} q^{-2} < c \sum_v q_v^{-\frac{1}{2}} < c.$$

Wäre

$$K(x) = x^{r-1-\frac{z}{4}} \sum_{v,m,n} D(v, m, n) > F(x) x^{-\frac{z+2}{16z}}, \quad (72)$$

so wäre nach (71)

$$(F(x))^{\frac{z+2}{2z}} < c \exp_x \left( (r-1) \frac{z+2}{2z} - \frac{z}{4} + \frac{z+2}{16z} \right).$$

Aber  $\frac{z^2}{2z+4} \geq \frac{36}{16} = 2 + \frac{1}{4}$ ; also wäre

$$F(x) < c \exp_x (r - 3 - \frac{1}{8});$$

das ist aber nach Hilfssatz 1 für  $x > c$  falsch; also gilt (72) für  $x > c$  nicht, woraus (62) folgt.

**Hilfssatz 6.** *Es sei  $0 \leq \mu < 1$ . Dann ist*

$$M_Q(x) - M_Q(\mu x) > c_{60}(\mu) x^{r-3} \text{ für } x > c_{61}(\mu).$$

**Beweis:** Für  $x > c$  gibt es bekanntlich zwei ganze positive Zahlen  $a, b$  mit

$$\left| \frac{x_2}{x_1} - \frac{a}{b} \right| < \frac{\alpha_2}{3bx}, \quad 0 < b \leq \frac{3x}{x_2}. \quad (73)$$

Man setze

$$Q_1(u) = x_1 (u_1^2 + \dots + u_{r_1}^2) + \frac{a}{b} (u_{r_1+1}^2 + \dots + u_r^2). \quad (74)$$

Es sei nun  $m$  ganz,  $0 < m + 1 \leq \frac{bx}{\alpha_1}$ ; ist

$$\frac{x_1(m + \frac{1}{3})}{b} < Q(u) < \frac{x_1(m + \frac{2}{3})}{b}, \quad (75)$$

so ist  $Q(u) < x$ , also nach (74), (73)

$$\begin{aligned} |Q(u) - Q_1(u)| &= \left| x_2 - x_1 \frac{a}{b} \right| (u_{r_1+1}^2 + \dots + u_r^2) \leq \\ &\leq x_1 \cdot \frac{\alpha_2}{3bx} \cdot \frac{1}{\alpha_2} Q(u) < \frac{x_1}{3b}. \end{aligned}$$

also nach (75)

$$\frac{\alpha_1 m}{b} < Q_1(u) < \frac{\alpha_1 (m+1)}{b}. \quad (76)$$

Für jeden Gitterpunkt  $(u_1, \dots, u_r)$  ist aber  $Q_1(u)$  gleich einem ganzzahligen Vielfachen von  $\alpha_1 b^{-1}$ . Es gibt daher nach (76) keinen Gitterpunkt mit (75). Daher ist im Intervall

$$\alpha_1 \left( \frac{m+1}{b} \right) < y < \alpha_1 \left( \frac{m-1}{b} \right) \quad (77)$$

$A_Q(y)$  konstant, also

$$-\frac{dP_Q(y)}{dy} = V_Q \frac{dy^{\frac{r}{2}}}{dy} > c_{62} \left( \frac{m}{b} \right)^{\frac{r}{2}-1}$$

Diejenigen  $y$  des Intervalls (77), für welche

$$|P_Q(y)| < \frac{\alpha_1}{12b} c_{62} \left( \frac{m}{b} \right)^{\frac{r}{2}-1}$$

ist, füllen höchstens ein Intervall aus, dessen Länge höchstens gleich  $\frac{\alpha_1}{6b}$ , also höchstens der Hälfte der Länge des Intervalls (77) ist. Daher ist

$$\int_{\frac{\alpha_1 m}{b}}^{\frac{\alpha_1 (m+1)}{b}} P_Q^2(y) dy \geq \frac{\alpha_1}{6b} \cdot \left( \frac{\alpha_1}{12b} c_{62} \right)^2 \left( \frac{m}{b} \right)^{r-2}$$

$$\int_{\mu x}^x P_Q^2(y) dy \geq cb^{-r-1} \sum m^{r-2}$$

mit dem Summationsbereich  $\frac{\alpha_1 m}{b} \geq \mu x$ ,  $\frac{\alpha_1 (m+1)}{b} \leq x$ ; also

$$M_Q(x) - M_Q(\mu x) = \int_{\mu x}^x P_Q^2(y) dy > c(\mu) x^{r-1} b^{-2} > c(\mu) x^{r-3} \text{ für } x > c(\mu).$$

\* \* \*

Es sei nun  $s$  eine komplexe Veränderliche,  $\Re s > 0$ . Man setze stets

$$\Theta(s) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-m^2 s}. \quad (78)$$

**Hilfssatz 7.** Ist  $\{h, k\} = 1$ ,  $k > 0$ ,<sup>12)</sup> so ist

$$\Theta(s) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\pi}{s - 2\pi i \frac{h}{k}}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} S(h, k, m) \exp\left(\frac{-\pi^2 m^2}{k^2 \left(s - 2\pi i \frac{h}{k}\right)}\right) \quad (79)$$

wo

$$S(h, k, m) = \sum_{a=1}^k \exp\left(-2\pi i \frac{h}{k} a^2 - \frac{2\pi i}{k} am\right).$$

**Beweis.** Wird  $s = s' + 2\pi i \frac{h}{k}$  gesetzt, so ist

$$\begin{aligned} \Theta(s) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp\left(-m^2 s' - 2\pi i m^2 \frac{h}{k}\right) = \\ &= \sum_{a=1}^k \exp\left(-2\pi i a^2 \frac{h}{k}\right) \sum_{b=-\infty}^{\infty} \exp\left(-\left(\frac{a}{k} + b\right)^2 k^2 s'\right). \end{aligned} \quad (80)$$

Nun gilt folgende Transformationsformel<sup>13)</sup>

$$\begin{aligned} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp(-\pi(m + \xi)^2 s + 2\pi i m \eta) &= \\ = s^{-\frac{1}{2}} \exp(-2\pi i \xi \eta) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp(-\pi(m + \eta)^2 s^{-1} - 2\pi i m \xi). \end{aligned}$$

Indem man diese Formel mit  $\frac{k^2 s'}{\pi}$ ,  $\frac{a}{k}$ , 0 statt  $s$ ,  $\xi$ ,  $\eta$  in (80) benutzt, folgt die Behauptung.

**Hilfssatz 8.** Ist  $\{h, k\} = 1$ ,  $k > 0$ , so ist

$$|S(h, k, m)| \leq \sqrt{2k}, \quad |S(h, k, 0)| = \sqrt{k} \text{ für } k \equiv 1 \pmod{2},$$

$$|S(h, k, 0)| = \sqrt{2k} \text{ für } k \equiv 0 \pmod{4}.$$

**Beweis.**

$$|S(h, k, m)|^2 = \sum_{a=1}^k \sum_b \exp\left(-2\pi i \frac{h}{k} (a^2 - b^2) - 2\pi i \frac{m}{k} (a - b)\right).$$

wo  $b$  für festes  $a$  über ein beliebiges vollständiges Restsystem (mod  $k$ ) läuft. Wird  $b = a + l$  gesetzt, so ist

<sup>12)</sup>  $h$  darf auch Null sein.

<sup>13)</sup> A. Krazer, Lehrbuch der Thetafunktionen (1903), S. 108.

$$|S(h, k, m)|^2 = \sum_{l=1}^k \sum_{a=1}^k \exp\left(2\pi i \frac{h}{k} (2la + l^2) + 2\pi i \frac{lm}{k}\right).$$

Hier ist die innere Summe gleich Null, außer wenn  $k/2l$ ; dann ist sie gleich  $k \cdot \exp\left(\frac{2\pi i}{k} (hl^2 + ml)\right)$ . Daraus folgen aber die Behauptungen.

Man setze nun stets, bis zum Schluß dieser Abhandlung,

$$T(s) = \Theta^{r_1(x_1 s)} \Theta^{r_2(x_2 s)} = \frac{\pi^{\frac{r}{2}}}{\sqrt[2]{s}^{r_1} \sqrt[2]{s}^{r_2} s^{\frac{r}{2}}}. \quad (81)$$

**Hilfssatz 9.** Bei geradlinigen Integrationswegen ist

$$\begin{aligned} M_Q(x) - M_Q(\mu x) &= \\ &= -\frac{1}{4\pi^2} \int_{\frac{1}{x}-i\infty}^{\frac{1}{x}+i\infty} \int_{\frac{1}{\mu x}-i\infty}^{\frac{1}{\mu x}+i\infty} \frac{T(s) T(s')}{s s'} \cdot \frac{e^{x(s+s')} - e^{\mu x(s+s')}}{s - s'} ds ds'. \end{aligned} \quad (82)$$

**Beweis.** Bekanntlich ist für  $y \geq 0$ ,  $a > 0$

$$M_Q(y) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{T(s) T(s')}{s s'} \frac{e^{y(s+s')} - 1}{s - s'} ds ds'. \quad (83)$$

Den Beweis dieser Formel findet man bei V. Jarník, Über die Mittelwertsätze der Gitterpunktlehre I, Math. Zeitschr. **33** (1931), 62—84, Formel (12) oder bei A. Walfisz, Über Gitterpunkte in mehrdimensionalen Ellipsoiden VII, Travaux de l'Institut mathématique de Tbilissi **5** (1938), 1—67, Hilfssatz 1. In beiden Beweisen wird  $a = \frac{1}{y}$  vorausgesetzt (und bei Walfisz werden auch etwas andere Bedingungen der Form  $Q$  auferlegt), der Beweis funktioniert aber bei jedem  $a > 0$ . Setzt man in (83) einmal  $a = \frac{1}{x}$ ,  $y = x$ , das anderemal  $a = \frac{1}{x}$ ,  $y = \mu x$  und subtrahiert, so folgt (82).

\* \* \*

Auf die reelle Achse lege man nun alle zur Zahl  $\sqrt{x}$  gehörigen Farey-punkte (oder Fareybrüche), d. h. alle Zahlen  $\frac{h}{k}$  mit

$$h \equiv 0, \quad 0 < k \leq \sqrt{x}, \quad \{h, k\} = 1. \quad (84)$$



Wenn im Folgenden zwei Zahlen mit  $h, k$  (eventuell mit gewissen, aber denselben Indizes, wie  $h_1, k_1$  oder  $h'_2, k'_2$  u. desgl.) bezeichnet werden, so wird immer stillschweigend vorausgesetzt, daß (84) gilt. Zwei verschiedene Fareypunkte heißen benachbart, wenn zwischen ihnen kein Fareypunkt liegt. Sind  $\frac{h_1}{k_1}, \frac{h_2}{k_2}$  die dem Fareypunkt  $\frac{h}{k}$  benachbarten Fareypunkte,  $\frac{h_1}{k_1} < \frac{h}{k} < \frac{h_2}{k_2}$ , so wird im folgenden stets mit  $\mathfrak{B}(h, k)$  das abgeschlossene Intervall  $\left\langle \frac{h + k_1}{k + k_1}, \frac{h + k_2}{k + k_2} \right\rangle$  bezeichnet. Bekanntlich ist

$$\mathfrak{B}(h, k) = \left\langle \frac{h}{k} - \frac{\vartheta_1}{k\sqrt{x}}, \frac{h}{k} + \frac{\vartheta_2}{k\sqrt{x}} \right\rangle, \quad \frac{1}{2} \leq \vartheta_1 \leq 1, \quad \frac{1}{2} \leq \vartheta_2 \leq 1.$$

Die Intervalle  $\mathfrak{B}(h, k)$  überdecken die ganze reelle Achse und je zwei von ihnen haben höchstens einen Punkt gemein. Insbesondere ist  $\mathfrak{B}(0, 1) = \left\langle -\frac{1}{[\sqrt{x}] + 1}, \frac{1}{[\sqrt{x}] + 1} \right\rangle$ . Ist  $\gamma$  reel und  $\mathfrak{M}$  eine Menge reeller Zahlen, so sei  $\gamma\mathfrak{M}$  die Menge aller Zahlen  $\gamma\xi$  mit  $\xi \in \mathfrak{M}$ . Man setze  $\mathfrak{C}(h_1, k_1, h_2, k_2)$  gleich dem Durchschnitt der Intervalle  $\frac{2\pi}{\alpha_1} \mathfrak{B}(h_1, k_1), \frac{2\pi}{\alpha_2} \mathfrak{B}(h_2, k_2)$ . Die Vereinigungsmenge aller  $\mathfrak{C}(h_1, k_1, h_2, k_2)$  mit  $h_1 > 0, h_2 > 0$  ist offenbar gleich dem Intervall  $\langle \varrho, +\infty \rangle$ , wo hier und im Folgenden stets

$$\varrho = \text{Max} \left( \frac{2\pi}{\alpha_1}, \frac{2\pi}{\alpha_2} \right) \frac{1}{[\sqrt{x}] + 1} \tag{85}$$

ist. Von nun an bedeuten  $t, t'$  reelle Zahlen und es bedeutet stets

$$s = \frac{1}{x} + it, \quad s' = \frac{1}{x} + it'.$$

**Hilfssatz 10.** *Ist  $\gamma > 0$ , so ist*

$$\left| \frac{T(s)}{s} \right| < c_{100}(\gamma) x^{\frac{\tau}{4} + \frac{1}{2}} \tag{86}$$

für  $|t| < \frac{\gamma}{\sqrt{x}}$ .

**Beweis.** Für  $j = 1, 2$  ist für  $|t| < \frac{\gamma}{\sqrt{x}}$

$$\Re \frac{\pi^2}{\alpha_j s} = \frac{\pi^2 x}{\alpha_j (1 + x^2 t^2)} > c \left( \frac{\sqrt{x}}{1 + x|t|} \right)^2 > c(\gamma).$$

Für einen Augenblick setze man

$$\Gamma_j = \Theta(x_j s) - \sqrt{\frac{\pi}{x_j s}}, \quad \delta_j = \sqrt{\frac{\pi}{x_j s}}.$$

Nach Hfs 7 (mit  $h = 0$ ,  $k = 1$  und  $x_j s$  statt  $s$ ) ist also

$$|\Gamma_j| < c(\gamma) \left| \sqrt{\frac{1}{s}} \right| \exp\left(-c \left(\frac{\sqrt{x}}{1+x|t|}\right)^2\right) \quad (87)$$

$$\left| \sqrt{\frac{1}{s}} \right| < c \sqrt{\frac{x}{1+x|t|}} = c x^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\sqrt{x}}{1+x|t|}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (88)$$

Nun ist  $T(s) = (\Gamma_1 + \delta_1)^{r_1} (\Gamma_2 + \delta_2)^{r_2} - \delta_1^{r_1} \delta_2^{r_2}$ ; führt man dies aus, so bekommt man  $T(s)$  als Summe von Produkten dargestellt, wo jedes Produkt mindestens einen Faktor  $\Gamma$  und außerdem  $r - 1$  Faktoren  $\Gamma, \delta$  enthält. Aus (87), (88) folgt also sofort

$$\left| \frac{T(s)}{s} \right| < c(\gamma) x^{\frac{r}{4} + \frac{1}{2}} \left(\frac{\sqrt{x}}{1+x|t|}\right)^{\frac{r}{2} + 1} \exp\left(-c \left(\frac{\sqrt{x}}{1+x|t|}\right)^2\right).$$

Aber  $\xi^{\frac{r}{2} + 1} \exp(-c\xi^2) < c$  für  $0 < \xi < \infty$ , woraus (86) folgt.

Von nun an wird der Buchstabe  $h$  (mit oder ohne Indizes) stets eine *positive*

Zahl bedeuten. Sind  $h_1, k_1, h_2, k_2$  gegeben, so setzt man stets  $\beta_j = \frac{2\pi}{x_j} \frac{h_j}{k_j}$

( $j = 1, 2$ ); analog  $\beta'_j = \frac{2\pi}{\alpha_j} \frac{h'_j}{k'_j}$ ; weiter sei stets  $S(h, k) = S(h, k, 0)$ .

**Hilfssatz 11.** Für  $t \in \mathfrak{C}(h_1, k_1, h_2, k_2)$ ,  $x > c_{110}$  ist

$$|s| \sim t \sim \frac{h_1}{k_1} \sim \frac{h_2}{k_2}, \quad (89)$$

$$\left| \Theta^{r_1}(x_1 s) \Theta^{r_2}(x_2 s) - \frac{S^{r_1}(h_1, k_1) S^{r_2}(h_2, k_2) \pi^{\frac{r}{2}}}{\alpha_1^{\frac{1}{2}r_1} \alpha_2^{\frac{1}{2}r_2} k_1^{r_1} k_2^{r_2} (s - i\beta_1)^{\frac{1}{2}r_1} (s - i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_2}} \right| < \quad (90)$$

$$< c_{111} \sum_{j=1}^2 \frac{x^{\frac{r}{2}}}{k_j^{\frac{1}{2}r_j} x^{\frac{1}{2}rl} (1 + x|t - \beta_j|)^{\frac{1}{2}r_j}}.$$

wo  $l = 2$  für  $j = 1$ ,  $l = 1$  für  $j = 2$ ;

$$|T(s)| < c_{112} \frac{x^{\frac{r}{2}}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2} (1 + x|t - \beta_1|)^{\frac{1}{2}r_1} (1 + x|t - \beta_2|)^{\frac{1}{2}r_2}}. \quad (91)$$

**Beweis.** Es ist für  $x > c$

$$\left| \frac{2\pi}{\alpha_j} \frac{h_j}{k_j} - t \right| \leq \frac{2\pi}{\alpha_j k_j \sqrt{x}}, \quad h_j \leq 1, \quad s = \frac{1}{x} - it, \quad \frac{1}{x} \leq \frac{1}{k_j \sqrt{x}}$$

für  $j = 1, 2$ . Daraus folgt (89).

Weiter ist (wegen  $k_j \leq \sqrt{x}$ )

$$\Re \frac{\pi^2}{k_j^2 \left( \alpha_j s - 2\pi i \frac{h_j}{k_j} \right)} = \frac{\pi^2 x}{k_j^2 \alpha_j (1 + x^2 (t - \beta_j)^2)} > \frac{cx}{k_j^2 (1 + x |t - \beta_j|)^2} > \frac{cx}{k_j^2 (1 + x \cdot k_j^{-1} x^{-\frac{1}{2}})^2} > c;$$

also nach Hilfssatz 7, 8

$$\left| \Theta(\alpha_j s) - \frac{S(h_j, k_j)}{\sqrt{\alpha_j} k_j} \sqrt{\frac{\pi}{s - i\beta_j}} \right| < \frac{c \exp\left(\frac{-cx}{k_j^2 (1 + x |t - \beta_j|)^2}\right)}{\sqrt{k_j |s - i\beta_j|}} \quad (92)$$

$$\left| \frac{1}{\sqrt{k_j |s - i\beta_j|}} \right| < \frac{cx^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{k_j (1 + x |t - \beta_j|)}} \quad (93)$$

Aus (92), (93) folgt aber wegen  $|S(h_j, k_j)| \leq \sqrt{2k_j}$  durch denselben Schluß wie im Beweis des vorigen Hilfssatzes, daß die linke Seite von (90) kleiner ist als

$$c \frac{x^{\frac{r}{2}}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2} (1 + x |t - \beta_1|)^{\frac{1}{2}r_1} (1 + x |t - \beta_2|)^{\frac{1}{2}r_2}} \cdot \sum_{l=1,2} \exp\left(\frac{-cx}{k_l^2 (1 + x |t - \beta_l|)^2}\right) \quad (94)$$

Nun ist aber

$$\frac{x^{\frac{1}{2}l}}{k_l^{\frac{1}{2}l} (1 + x |t - \beta_l|)^{\frac{1}{2}l}} \exp\left(\frac{-cx}{k_l^2 (1 + x |t - \beta_l|)^2}\right) < c.$$

Daraus und aus (94) folgt (90). Wegen  $k_j \leq \sqrt{x}$ ,  $|t - \beta_j| < cx^{-\frac{1}{2}} k_j^{-1}$  ist (vgl. (89))

$$\left| \frac{1}{\sqrt{s}} \right| < c\sqrt{k_j} < c \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{k_j (1 + x |t - \beta_j|)}} \quad (95)$$

Aus  $|S(h_j, k_j)| \leq \sqrt{2k_j}$ , (94), (93), (95) folgt (91).

**Hilfssatz 12.** Ist  $\mu$  reell,  $\nu$  reell,  $\mu \neq \nu$ ,  $m \geq n > 1$ . so ist

$$I(m, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{(1 + x |t - \mu|)^m} < \frac{c_{120}(m)}{x} \quad (96)$$

$$I(m, n, \mu, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{(1 + x |t - \mu|)^m (1 + x |t - \nu|)^n} < \frac{c_{121}(m, n)}{x} \text{Min} \left( 1, \frac{1}{(x |\mu - \nu|)^n} \right) \quad (97)$$

**Beweis.** Die Substitution  $x(t - \mu) = u$  gibt

$$I(m, n, \mu, \nu) \leq I(m, \mu) = \frac{1}{x} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{du}{(1 + |u|)^m} = \frac{c(m)}{x}$$

Für  $x |\mu - \nu| \geq 1$  beachte man, daß für jedes  $t$  entweder  $|t - \mu| \geq \frac{1}{2} |\mu - \nu|$  oder  $|t - \nu| \geq \frac{1}{2} |\mu - \nu|$  ist; also

$$I(m, n, \mu, \nu) < \frac{c(n)}{(x |\mu - \nu|)^n} I(m, \mu) + \frac{c(m)}{(x |\mu - \nu|)^m} I(n, \nu) < \frac{c(m, n)}{x} \text{Max} \left( \frac{1}{(x |\mu - \nu|)^n}, \frac{1}{(x |\mu - \nu|)^m} \right) = \frac{c(m, n)}{x (x |\mu - \nu|)^n}$$

Die Formel (82) läßt sich nach unserer Verabredung über die Bedeutung der Buchstaben  $s, s'$  folgendermaßen schreiben:

$$4\pi^2 (M_Q(x) - M_Q(\mu x)) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{T(s)}{s} \frac{T(s')}{s'} \frac{e^{x(s+s')} - e^{\mu x(s+s')}}{s + s'} dt dt' \quad (98)$$

Sind  $h_1, k_1, h_2, k_2, h'_1, k'_1, h'_2, k'_2$  gegeben (wobei stets die Verabredung (84) und  $h > 0$  zu beachten ist), so setze man

$$M(h_1, k_1, h_2, k_2, h'_1, k'_1, h'_2, k'_2) = \int_{\mathfrak{C}} \left( \int_{-\mathfrak{C}'} \dots dt' \right) dt + \int_{-\mathfrak{C}} \left( \int_{\mathfrak{C}'} \dots dt' \right) dt + \int_{\mathfrak{C}} \left( \int_{\mathfrak{C}'} \dots dt' \right) dt + \int_{-\mathfrak{C}} \left( \int_{-\mathfrak{C}'} \dots dt' \right) dt;$$

dabei ist der Integrand derselbe wie in (98) und zur Abkürzung wird, wie auch im Folgenden,

$$\mathfrak{C} = \mathfrak{C}(h_1, k_1, h_2, k_2), \quad \mathfrak{C}' = \mathfrak{C}(h'_1, k'_1, h'_2, k'_2)$$

gesetzt. Weiter: sind  $h_1, k_1, h_2, k_2$  gegeben, so sei

$$N(h_1, k_1, h_2, k_2) = \int_{\mathfrak{G}} \left( \int_{\mathfrak{G}} \dots dt' \right) dt,$$

$$N'(h_1, k_1, h_2, k_2) = \int_{\mathfrak{G}} \left( \int_{\mathfrak{G}} \dots dt' \right) dt.$$

Endlich sei  $\mathfrak{G}$  das Gebiet  $\text{Min}(|t|, |t'|) \leq \varrho$  (vgl. (85)).

Ein System  $h_1, k_1, h_2, k_2$  heiße *singulär*, wenn es ein  $v$  mit

$$\frac{h_1 k_2}{h_2 k_1} = \frac{p_v}{q_v} \tag{99}$$

gibt, sonst *regulär*.<sup>14)</sup> Man beachte, daß sich der Integrand in (98) nicht ändert, wenn  $t$  mit  $t'$  vertauscht wird, daß er aber in den konjugiert komplexen Wert übergeht, wenn  $t, t'$  durch  $-t, -t'$  ersetzt wird. Weiter beachte man, daß  $\mathfrak{G}(-h_1, k_1, -h_2, k_2) = -1 \cdot \mathfrak{G}(h_1, k_1, h_2, k_2)$  und daß die Mengen  $\mathfrak{G}(h_1, k_1, h_2, k_2)$  genau das Intervall  $\langle \varrho, +\infty \rangle$  lückenlos und bis auf gemeinsame Endpunkte einfach überdecken. Man setze nun

$$S(x) = \Sigma N(h_1, k_1, h_2, k_2),$$

$$S_1(x) = \Sigma N'(h_1, k_1, h_2, k_2),$$

$$S_2(x) = \Sigma N(h_1, k_1, h_2, k_2),$$

$$S_3(x) = \Sigma N'(h_1, k_1, h_2, k_2);$$

dabei wird in  $S$  und  $S_1$  über alle singulären, in  $S_2$  und  $S_3$  über alle regulären Systeme  $h_1, k_1, h_2, k_2$  summiert. Weiter sei

$$S_4(x) = \Sigma M(h_1, k_1, h_2, k_2, h'_1, k'_1, h'_2, k'_2),$$

$$S_5(x) = \Sigma M(h_1, k_1, h_2, k_2, h'_1, k'_1, h'_2, k'_2);$$

dabei wird in  $S_4$  über alle Systeme der acht Zahlen  $h_1, \dots, k'_2$  mit

$$(h_1, k_1, h_2, k_2) \neq (h'_1, k'_1, h'_2, k'_2) \tag{100}$$

summiert, für welche entweder

$$0 < \left| \frac{h_1}{k_1} - \frac{h'_1}{k'_1} \right| < \frac{4}{\sqrt{x}} \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k'_1} \right) \tag{101}$$

oder

$$0 < \left| \frac{h_2}{k_2} - \frac{h'_2}{k'_2} \right| < \frac{4}{\sqrt{x}} \left( \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k'_2} \right) \tag{102}$$

<sup>14)</sup> Man beachte folgende Symmetrieeigenschaft: vertauscht man in (99) die Indizes 1, 2 und  $\alpha_2$  mit  $\alpha_1$  (also  $p_v$  mit  $q_v$ ), so bleibt (99) ungeändert.

gilt. In  $S_5$  wird dagegen über alle Systeme mit (100) summiert, für welche weder (101) noch (102) gilt. Endlich sei

$$S_6(x) = \int \int_{\mathfrak{G}} \dots dt dt'.$$

Nach dem, was wir über die Symmetrieeigenschaften des Integranden gesagt haben, ist offenbar (nach (98))

$$4\pi^2 (M_Q(x) - M_Q(ix)) = 2S(x) + 2S_2(x) + 2\Re S_1(x) + 2\Re S_3(x) + S_4(x) + S_5(x) + S_6(x). \quad (103)$$

Außer den erwähnten Symmetrieeigenschaften des Integranden benutzen wir im Folgenden auch, daß sich  $Q$  (bis auf die Numerierung der  $u_1, \dots, u_r$ ) und der Hauptsatz nicht ändert, wenn  $r_1, \lambda_1$  mit  $r_2, \lambda_2$  vertauscht wird. Außerdem benutzen wir stets die Abschätzungen

$$\begin{aligned} |e^{u(s+s')}| &\leq e^2 \text{ für } 0 \leq u \leq x, \left| \frac{1}{s+s'} \right| = \\ &= \frac{x}{|2 + ix(t+t')|} \sim \text{Min} \left( x, \frac{1}{t+t'} \right). \quad (104) \end{aligned}$$

Endlich benutzen wir oft folgenden

**Hilfssatz 13.** Sind  $h_1, k_1, k_2$  gegeben, so gibt es höchstens  $c_{130}$  Zahlen  $h_2$  mit  $\mathfrak{C}(h_1, k_1, h_2, k_2) \neq \emptyset$ .

**Beweis.** Es ist  $k_2 \leq \sqrt{x}$  und es soll

$$\left| \frac{2\pi h_1}{\alpha_1 k_1} - \frac{2\pi h_2}{\alpha_2 k_2} \right| \leq \frac{1}{\sqrt{x}} \left( \frac{2\pi}{\alpha_1 k_1} + \frac{2\pi}{\alpha_2 k_2} \right) < \frac{c}{\sqrt{x}}$$

sein.

Natürlich gilt auch der zu Hilfssatz 13 symmetrische Satz (Vertauschung von  $h_1, h_2$ ) und in den Summen  $S$  bis  $S_5$  dürfen Glieder mit  $\mathfrak{C} = \emptyset$  oder  $\mathfrak{C}' = \emptyset$  weggelassen werden.

### § 3. Abschätzungen nach oben.

Hier liegt die Hauptschwierigkeit in der Abschätzung von  $S_5(x)$ .

**Hilfssatz 14.**  $|S_6(x)| < c_{140} x^{r-3}$  für  $x > c_{141}$ .

**Beweis.** Nach (85) ist (alles für  $x > c$ )  $\varrho < \frac{c_{142}}{\sqrt{x}}$ . Wird also zur

Abkürzung  $y = \frac{c_{142}}{\sqrt{x}}$  gesetzt, so genügt es aus Symmetriegründen zu zeigen:

$$I_1 = \int_{-2y}^{2y} \left( \int_{-2y}^{2y} \left| \frac{T(s) T(s')}{ss'(s+s')} \right| dt \right) dt < cx^{r-3} \quad (105)$$

$$I_2 = \int_{-y}^y \left( \int_{2y}^{\infty} \left| \frac{T(s) T(s') dt}{ss'(s+s')} \right| \right) dt' < cx^{r-3} \tag{106}$$

zu zeigen. Nach Hfs. 10 und (104) ist

$$\begin{aligned} I_1 &< c \int_{-2y}^{2y} \left( \int_{-2y}^{2y} x^{\frac{r}{2}+1} \frac{x dt'}{1+x|t+t'|} \right) dt < \\ &< cx^{\frac{r}{2}+1} \int_0^{2y} \left( \int_0^t \frac{x dt'}{1+x(t-t')} \right) dt = \\ &= cx^{\frac{r}{2}+1} \int_0^{2y} \log(1+xt) dt < cx^{\frac{r}{2}+\frac{1}{2}} \log x. \end{aligned}$$

woraus (105) folgt. Im Integrationsbereich von  $I_2$  ist  $|s+s'| > |t+t'| \geq \frac{1}{2}t$ , also nach Hfs. 10, 11, 12, 13 und wegen  $\frac{1}{2}r_1 - 2 \geq 1$

$$\begin{aligned} I_2 &< c \int_{-y}^y x^{\frac{r}{4}+\frac{1}{2}} dt' \sum_{h_1, k_1, h_2, k_2} \left( \frac{k_1}{h_1} \right)^2 \times \\ &\quad \times \int_{\mathbb{C}} \frac{x^{\frac{r}{2}} dt}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2} (1+x|t-\beta_1|)^{\frac{1}{2}r_1} (1+x|t-\beta_2|)^{\frac{1}{2}r_2}} < \\ &< cyx^{\frac{r}{4}+\frac{1}{2}+\frac{r}{2}-1} \sum_{h_1, k_1, k_2} \frac{1}{h_1^2 k_1^{\frac{1}{2}r_1-2} k_2^{\frac{1}{2}r_2}} < cx^{\frac{3}{4}r-1} \log x, \end{aligned}$$

woraus (106) folgt.

**Hilfssatz 15.** *Es sei  $\lambda \geq 1$ . Dann ist*

$$|S(x)| < c_{150} F(x) \text{ f\"ur } x > c_{151}. \tag{107}$$

$$|S_1(x)| < c_{152} x^{r-3} + \frac{1}{\lambda} F(x) \text{ f\"ur } x > c_{153}(\lambda). \tag{108}$$

**Beweis.** Aus

$$\frac{h_1 k_2}{h_2 k_1} = \frac{p_v}{q_v}$$

folgt mit lauter positiven ganzen Zahlen  $q_v = m'n$ ,  $p_v = mn'$ ,  $h_1 = a_1 n'$ ,  $k_2 = b_1 m$ ,  $h_2 = a_2 m'$ ,  $k_1 = b_2 n$ ,

$$a_1 b_1 = a_2 b_2, \{a_1, b_2\} = \{a_2, b_1\} = 1,$$

also  $a_1 = a_2 = a$ ,  $b_1 = b_2 = b$ . Also:

$$m/p_v, n/q_v, k_1 = bn, k_2 = bm, h_1 = a \frac{p_v}{m}, h_2 = a \frac{q_v}{n}$$

$$\left| \beta_1 - \beta_2 \right| = \frac{2\tau h_2}{x_1 k_2} \left| \frac{h_1 k_2}{h_2 k_1} - \frac{x_1}{x_2} \right| \sim \frac{h_2}{k_2 q_v q_{v+1}} \sim \frac{a}{bmnq_{v+1}}$$

Nach (104) und Hilfssatz 11 ist

$$\left| \frac{1}{s+s'} \right| < x \text{ für } t \in \mathfrak{C}, t' \in -\mathfrak{C} \text{ und } \left| \frac{1}{s+s'} \right| < \frac{1}{t+t'} \sim \frac{k_1}{h_1}$$

für  $t \in \mathfrak{C}, t' \in \mathfrak{C}$ . Nach Hfs. 11, (89), (91), 12<sup>15)</sup> und aus Symmetriegründen ist also

$$|S(x)| < cx^{r-1} \sum_{h_1, k_1, h_2, k_2} \left( \frac{k_1}{h_1} \right)^2 \frac{1}{k_1^{r_1} k_2^{r_2}} \text{Min} \left( 1, \frac{1}{(|\beta_2 - \beta_1 - x|^2)} \right). \quad (109)$$

$$|S_1(x)| < cx^{r-2} \sum_{h_1, k_1, h_2, k_2} \left( \frac{k_1}{h_1} \right)^3 \frac{1}{k_1^{r_1} k_2^{r_2}} \text{Min} \left( 1, \frac{1}{(|\beta_2 - \beta_1 - x|^2)} \right). \quad (110)$$

Multipliziert man rechts in jedem Glied von (109) bzw. (110) mit  $\left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2$  bzw.  $\left(\frac{k_2}{k_1}\right)^3$  und benutzt  $h_1 k_2 = abp_v \sim abq_v$ , so hat man

$$|S(x)| < cx^{r-1} \sum_{\substack{v, a, b, \\ m | p_v, n | q_v}} \frac{1}{q_v^2 n^{r_1-2} m^{r_2-2} a^2 b^{r-2}} \text{Min} \left( 1, \left( \frac{bmnq_{v+1}}{ax} \right)^2 \right) < c F(x) \text{ (wegen } \sum_{a,b} a^{-2} b^{-r+z+2} = c)$$

und genau ebenso

$$|S_1(x)| < cx^{r-2} \sum_v \sum_{\substack{m | p_v \\ n | q_v}} \frac{1}{q_v^3 n^{r_1-3} m^{r_2-3}} \text{Min} \left( 1, \left( \frac{q_{v+1} mn}{x} \right)^2 \right).$$

Diejenigen Glieder der letzten Summe, für welche  $q_v > x^{\frac{1}{3}}$  ist, geben zusammen höchstens  $cx^{r-3}$ ; jedes Glied mit  $q_v \leq x^{\frac{1}{3}}$  unterscheidet sich von dem entsprechenden Glied von  $F(x)$  nur um den Faktor  $c \frac{mn}{q_v x} < \frac{c}{x}$  (wegen  $m/p_v, n/q_v, p_v \sim q_v$ ). Also ist  $|S_1(x)| < cx^{r-3} + cx^{r-3} F(x)$  woraus (108) folgt.

\* \* \*

Ist

$$\mathfrak{C}(h_1, k_1, h_2, k_2) \neq \emptyset, \quad (111)$$

<sup>15)</sup> Hilfssatz 12 wird zweimal angewendet: auf  $t$  und auf  $t'$ .



so ist

$$|\beta_2 - \beta_1| \leq \left( \frac{2\tau}{\alpha_1 k_1} + \frac{2\tau}{\alpha_2 k_2} \right) \frac{1}{\sqrt{x}} < \frac{c_{160}}{\sqrt{x} \cdot \text{Min}(k_1, k_2)}. \quad (112)$$

wobei  $c_{160} > 1$  gewählt sei. Man setze nun entweder  $i = 1, j = 2$  (die imaginäre Einheit wird erst im § 4 wieder erscheinen) oder  $j = 1, i = 2$ . Sind  $m_1, m_2, l, n$  ganze Zahlen, so sage man, daß das System  $h_1, k_1, h_2, k_2$  zur Klasse  $(i, m_1, m_2, l, n)$  gehört, wenn  $k_i \geq k_j$ , wenn dazu (111) und

$$2^{m_1} \leq k_i < 2^{m_1+1}, \quad 2^{m_2} \leq k_j < 2^{m_2+1}, \quad 2^l \leq h_j < 2^{l+1} \quad (113)$$

gilt und wenn gleichzeitig  $n$  die größte ganze Zahl ist, für welche

$$2^{n+m_2} < c_{160} \sqrt{x}, \quad |\beta_2 - \beta_1| < \frac{c_{160}}{2^{n+m_2} \sqrt{x}} \quad (114)$$

ist. Bei vorgegebenem  $i$  gehört jedes System  $h_1, k_1, h_2, k_2$  mit (111) und  $k_j \leq k_i$  genau einer Klasse  $(i, m_1, m_2, l, n)$  an. Dabei ist offenbar

$$1 \leq 2^{m_2} \leq 2^{m_1} \leq \sqrt{x}, \quad 1 \leq 2^l, \quad 2^{n+m_2} < c_{160} \sqrt{x}, \quad 2^n \geq 1 \quad (115)$$

(denn nach (112),  $c_{160} > 1$  und  $2^{m_2} \leq \sqrt{x}$  ist

$$2^{m_2} < c_{160} \sqrt{x}, \quad |\beta_2 - \beta_1| < \frac{c_{160}}{2^{m_2} \sqrt{x}}.$$

sodaß  $n \geq 0$ ). Bei gegebenen  $i, m_1, m_2, l, n$  mit (115) sei  $U(i, m_1, m_2, l, n)$  die Anzahl der regulären Systeme  $h_1, k_1, h_2, k_2$ , die zur Klasse  $(i, m_1, m_2, l, n)$  gehören.

**Hilfssatz 16.** *Gehört  $h_1, k_1, h_2, k_2$  zur Klasse  $(i, m_1, m_2, l, n)$ , so ist*

$$\text{Min} \left( 1, \frac{1}{|\beta_2 - \beta_1| x} \right) \sim \frac{2^{n+m_2}}{\sqrt{x}}. \quad (116)$$

**Beweis.** Ist  $2^{n+1+m_2} < c_{160} \sqrt{x}$ , so ist nach Definition

$$|\beta_2 - \beta_1| \geq \frac{c_{160}}{2^{n+m_2+1} \sqrt{x}} > \frac{c}{x};$$

daraus und aus (114) folgt (116). Ist aber  $2^{n+1+m_2} \geq c_{160} \sqrt{x}$ , so ist nach (114)

$$2^{n+m_2} \sim \sqrt{x}, \quad |\beta_2 - \beta_1| < \frac{c}{x}.$$

woraus wieder (116) folgt.

**Hilfssatz 17.** *Es ist für  $i = 1, 2$*

$$U(i, m_1, m_2, l, n) < c_{170} \frac{2^{2m_1+l}}{2^n \sqrt{x}} \text{Min} \left( 2^{m_1+m_2}, 2^{l_0(m_1+l)} \right).$$

Für  $\frac{1}{2^l} > c_{171} \frac{2^{2m_1-n}}{\sqrt{x}}$  ist  $U(i, m_1, m_2, l, n) = 0$ .

**Beweis.** Aus Symmetriegründen genügt es,  $i = 1$  vorauszusetzen. Ist  $h_1, k_1, h_2, k_2$  ein System der Klasse  $(1, m_1, m_2, l, n)$ , so gibt es genau ein Paar  $a, b$  mit

$$\frac{h_1 k_2}{h_2 k_1} = \frac{a}{b} \quad (117)$$

$$\{a, b\} = 1, \quad a > 0, \quad b > 0 \quad (118)$$

und genau eine ganze Zahl  $u$  mit

$$2^u \leq b < 2^{u+1}; \quad (119)$$

Wegen (113), (117), (118) ist dann

$$0 \leq u \leq m_1 + l + 1. \quad (120)$$

Umgekehrt, jedem System  $a, b$  mit (118), (119) entsprechen höchstens

$$c 2^{m_1+l-u} \text{Min} \left( 2^{m_1+m_2}, 2^{l_0(m_1+l)} \right) \quad (121)$$

Systeme  $h_1, k_1, h_2, k_2$  mit (111), (113), (117); denn es muß erstens  $h_1 k_2 = da$ ,  $h_2 k_1 = db$  mit ganzem  $d$ ,  $0 < d \leq c 2^{m_1+l-u}$  sein; sind  $h_1 k_2$ ,  $h_2 k_1$  bekannt, so hat  $k_1$  bzw.  $k_2$  nach (113) höchstens  $2^{m_1}$  bzw.  $2^{m_2}$  Möglichkeiten; und ebenso hat  $k_1$  bzw.  $k_2$  als Teiler von  $h_2 k_1 \sim 2^{m_1+l}$  bzw. von  $h_1 k_2 \sim h_2 k_1$  höchstens  $c 2^{l_0(m_1+l)}$  Möglichkeiten. Aus der Regularität von  $h_1, k_1, h_2, k_2$  und aus (117), (114) folgt

$$\frac{1}{c 2^{2u}} < \frac{1}{2b^2} < \left| \frac{a}{b} - \frac{x_1}{x_2} \right| = c \frac{k_2}{h_2} |\beta_2 - \beta_1| < \frac{c_{172}}{2^{n+l} \sqrt{x}};$$

also muß  $2^{2u} > c_{173} 2^{n+l} \sqrt{x}$  sein. Wegen (120) folgt daraus: ist

$$2^{2m_1+2l} < \frac{1}{c_{173}} 2^{n+l} \sqrt{x},$$

so ist  $U(1, m_1, m_2, l, n) = 0$ ; das ist die zweite Behauptung des Hilfssatzes. Gilt aber  $2^{2u} > c_{173} 2^{n+l} \sqrt{x}$ , so ist die Anzahl der Paare  $a, b$  mit (118), (119) und

$$\left| \frac{a}{b} - \frac{x_1}{x_2} \right| < \frac{c_{172}}{2^{n+l} \sqrt{x}}$$

höchstens gleich

$$\frac{2c_{172} 2^{2u+2}}{2^{n+l} \sqrt{x}} + 1 < \frac{c 2^{2u}}{2^{n+l} \sqrt{x}}; \tag{122}$$

denn alle diese Brüche  $\frac{a}{b}$  liegen in einem Intervalle der Länge  $2c_{172} 2^{-n-l} x^{-\frac{1}{2}}$  und der Abstand je zweier solcher Brüche ist größer als  $2^{-2u-2}$ . Nach (120), (121), (122) ist

$$U(1, m_1, m_2, l, n) < c \sum_{u \leq m_1+l+1} 2^{m_1+l-u} \cdot \text{Min} \left( 2^{m_1+m_2}, 2^{1_0(m_1+l)} \right) \cdot \frac{2^{2u}}{2^{n+l} \sqrt{x}};$$

wegen  $\sum_{u \leq m_1+l+1} 2^u < c 2^{m_1+l}$  ist damit auch die erste Behauptung bewiesen.

**Hilfssatz 18.** *Es sei  $\lambda \geq 1$ ; dann ist*

$$S_1(x) < \frac{1}{\lambda} (x^{\lambda-3} + F(x)) \text{ für } x > c_{180}(\lambda).$$

**Beweis.**  $M(h_1, \dots, k'_2)$  ist die Summe von vier Integralen. In  $\int_{\mathfrak{C}-\mathfrak{C}'}$  schreiben wir  $-t'$  statt  $t'$ ; in  $\int_{-\mathfrak{C}-\mathfrak{C}'}$  schreiben wir  $-t$  statt  $t$ ; in  $\int_{-\mathfrak{C}-\mathfrak{C}'}$  schreiben wir  $-t, -t'$  statt  $t, t'$ . Dann ist das Integrationsgebiet in allen vier Integralen:  $t \in \mathfrak{C}, t' \in \mathfrak{C}'$  und statt  $\frac{1}{s+s'}$  bekommt man in den

$$\text{zwei ersten Integralen } \frac{1}{\frac{2}{x} \pm i(t-t')}, \text{ in den zwei letzten } \frac{1}{\frac{2}{x} \pm i(t+t')}.$$

Da im Integrationsgebiet  $t > 0, t' > 0$  ist, so ist  $|t+t'| > |t-t'|$ . Wenn man noch bedenkt, daß  $T(s) s^{-1}$  in den konjugiert komplexen Wert übergeht, wenn  $t$  durch  $-t$  ersetzt wird, bekommt man durch die Anwendung von Hilfssatz 11, (89), (91)<sup>16)</sup>

$$\begin{aligned} |S_1(x)| &< c \sum_{h_1, \dots, k'_2} \frac{k_1}{h_1} \cdot \frac{k'_1}{h'_1} \cdot \frac{x^\lambda}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2} k'_1{}^{\frac{1}{2}r_1} k'_2{}^{\frac{1}{2}r_2}} \times \\ &\times \int_{\mathfrak{C}} \int_{\mathfrak{C}'} (1+x|t-\beta_1|)^{-\frac{1}{2}r_1} (1+x|t-\beta_2|)^{-\frac{1}{2}r_2} (1+x|t'-\beta'_1|)^{-\frac{1}{2}r_1} \times \\ &\times (1+x|t'-\beta'_2|)^{-\frac{1}{2}r_2} \frac{x dt dt'}{1+x|t-t'|}. \tag{123} \end{aligned}$$

<sup>16)</sup> Denselben Kunstgriff benutzen wir in den beiden folgenden Hilfssätzen.

Aus Symmetriegründen dürfen wir uns (vgl. (101), (102)) auf die Betrachtung derjenigen Teilsumme der rechten Seite von (123) beschränken, in welcher

$$0 < \left| \frac{h_2}{k_2} - \frac{h'_2}{k'_2} \right| < \frac{4}{\sqrt{x}} \left( \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k'_2} \right), \quad k_2 \leq k'_2 \quad (124)$$

gilt; man bezeichne diese Teilsumme mit  $\mathfrak{S}$ . Nach (124) ist für  $x > c$

$$\frac{1}{k_2 \sqrt{x}} \leq \frac{1}{k_2 k'_2} \leq \left| \frac{h_2}{k_2} - \frac{h'_2}{k'_2} \right| < \frac{8}{k_2 \sqrt{x}}, \quad \frac{h_2}{k_2} \sim \frac{h'_2}{k'_2} \quad (125)$$

Daher ist  $k'_2 > \frac{1}{8} \sqrt{x}$ ; bei gegebenen  $h_2, k_2$  ist  $\frac{h'_2}{k'_2}$  höchstens  $\frac{16}{k_2 \sqrt{x}} \cdot x + 1 < \frac{c\sqrt{x}}{k_2}$  Werte fähig, da alle diese Zahlen  $\frac{h'_2}{k'_2}$  nach (125) in einem

Intervall der Länge  $\frac{16}{k_2 \sqrt{x}}$  liegen und ihre gegenseitigen Abstände mindestens gleich  $\frac{1}{x}$  sind. Nach (125) ist weiter  $x |\beta_2 - \beta'_2| > c_{181} \sqrt{x} k_2^{-1}$ ;

für jedes Paar  $t, t'$  ist also entweder  $x |t - \beta_2| \geq \frac{1}{3} c_{181} \sqrt{x} k_2^{-1}$  oder  $x |t' - \beta'_2| \geq \frac{1}{3} c_{181} \sqrt{x} k_2^{-1}$  oder  $x |t - t'| \geq \frac{1}{3} c_{181} \sqrt{x} k_2^{-1}$ ; also ist stets

$$(1 + x |t - \beta_2|) (1 + x |t' - \beta'_2|) (1 + x |t - t'|) \geq \frac{1}{3} c_{181} \sqrt{x} k_2^{-1}$$

und daher

$$(1 + x |t - \beta_2|)^{-\frac{1}{2}r_2} (1 + x |t' - \beta'_2|)^{-\frac{1}{2}r_2} (1 + x |t - t'|)^{-1} < \frac{c k_2}{\sqrt{x}} (1 + x |t - \beta_2|)^{-\frac{1}{2}r_2+1} (1 + x |t' - \beta'_2|)^{-\frac{1}{2}r_2+1}.$$

Benutzt man diese Ungleichung in den Integralen von (123) und wendet dann zweimal (auf  $t$  und auf  $t'$ ) den Hilfssatz 12 an, so bekommt man

$$\text{wegen } r_1 \geq z, r_2 \geq z, \frac{k_1}{h_1} \sim \frac{k_2}{h_2} \sim \frac{k'_2}{h'_2} \sim \frac{k'_1}{h'_1}$$

$$\mathfrak{S} < c \sum_{h_1, \dots, k_2} \left( \frac{k_2}{h_2} \right)^2 \frac{x^{r-1}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2} k'_1{}^{\frac{1}{2}r_1} k'_2{}^{\frac{1}{2}r_2}} \text{Min} \left( 1, \frac{1}{(|\beta_2 - \beta_1| x)^{\frac{z}{2}-1}} \right) \frac{k'_2}{\sqrt{x}};$$

das Summationsgebiet ist durch (125) und  $\mathfrak{C} \neq \emptyset$ ,  $\mathfrak{C}' \neq \emptyset$  gegeben. Die Summation über  $k'_2, h'_2, k'_1, h'_1$  gibt

$$\mathfrak{S} < c \sum_{h_1, k_1, h_2, k_2} \left( \frac{k_2}{h_2} \right)^2 \frac{x^{r-1-\frac{z}{4}}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2}} \text{Min} \left( 1, \frac{1}{(|\beta_2 - \beta_1| x)^{\frac{z}{2}-1}} \right) \quad (126)$$

(es ist nämlich  $k'_2 > \frac{1}{8}\sqrt{x}$  und  $h'_2, k'_2$  haben höchstens  $c\sqrt{x} k_2^{-1}$  Möglichkeiten; bei festen  $k'_2, h'_2, k'_1$  hat  $h'_1$  nach Hilfssatz 13 höchstens  $c$  Möglichkeiten). Das Summationsgebiet in (126) ist

$$h_j > 0, 0 < k_j \leq \sqrt{x}, \{h_j, k_j\} = 1 \quad (j = 1, 2), \mathfrak{C} \neq 0.$$

Es sei  $\mathfrak{E}_1$  die Teilsumme der rechten Seite von (126) über singuläre,  $\mathfrak{E}_2$  die Teilsumme über reguläre Systeme  $h_1, k_1, h_2, k_2$ . Wegen der Symmetrie der rechten Seite von (126)  $\left(\frac{k_2}{h_2} \sim \frac{k_1}{h_1}\right)$ , der Symmetrie der Behauptung und der Symmetrie der Definition der singulären Systeme genügt es, die Teilsumme  $\mathfrak{T}$  von  $\mathfrak{E}_2$  mit  $k_2 \leq k_1$  abzuschätzen. Nach Hilfssatz 16, 17 ( $i = 1$ ) und wegen  $z \geq 6$  ist

$$\mathfrak{T} < c \sum \frac{x^{r-\frac{z}{2}}}{2^{2l} 2^{m_1 \frac{1}{2} r_1} 2^{m_2 (\frac{1}{2} r_2 - 2)}} \cdot \left(\frac{2^{n-m_2}}{\sqrt{x}}\right)^{\frac{z}{2}-1} \frac{2^{2m_1+l}}{2^n \sqrt{x}} 2^{1_0(m_1+l)}$$

mit dem Summationsgebiet  $2^l \geq 1, 2^{n-m_2} < c\sqrt{x}, 2^{m_2} \leq 2^{m_1} \leq \sqrt{x}$ . Das ergibt (wegen  $\sum_{m_2} 1 = m_1 + 1$ )

$$\mathfrak{T} < c \sum_{m_1, m_2} \frac{x^{r-\frac{z}{2}}}{2^{m_1(\frac{1}{2}r_1-2-1_0)} 2^{m_2(\frac{1}{2}r_2-3)}} < c \sum_{m_1} \frac{m_1^{-\frac{z}{2}}}{2^{1_0 m_1}} x^{r-\frac{z}{2}}.$$

$$\mathfrak{T} < cx^{r-\frac{z}{2}}. \tag{127}$$

Genau so wie im Hilfssatz 15 bekommt man

$$\mathfrak{E}_1 < c \sum_{r,a,b,m,n} \frac{x^{r-1-\frac{z}{4}}}{(aq_e)^2 b^{\frac{r}{2}-2} n^{\frac{1}{2}r_1-2} m^{\frac{1}{2}r_2-2}} \text{Min} \left( 1, \left(\frac{bmnq_{r+1}}{ax}\right)^{\frac{z}{2}-1} \right).$$

mit dem Summationsbereich  $p_r > 0, m_i p_r, n/q_r, a > 0, b > 0$ . Wegen

$$\sum_{a,b} a^{-2} b^{-\frac{r}{2}+\frac{z}{2}-1+\frac{z}{2}} = c$$

bekommt man in der Bezeichnung des Hilfssatzes 5

$$\mathfrak{E}_1 < c K(x). \tag{128}$$

Aus (127), (128) und Hilfssatz 5 folgt aber die Behauptung.

**Hilfssatz 19.** *Es sei  $\lambda \geq 1$ ; dann ist*

$$|S_5(x)| < (c_{19}) + \lambda c_{191} x^{r-3} + \frac{c_{193}}{\lambda} F(x) \text{ für } x > c_{193}.$$

**Beweis.** Der Anfang des Beweises des Hilfssatzes 18 bis zur Formel (123) gilt auch hier; also gilt (123) auch für  $S_5$  statt  $S_4$ , nur ist hier der Summationsbereich ein anderer: es wird über diejenigen Systeme  $h_1, \dots, k'_2$  summiert, für welche entweder

$$\left| \frac{h_j}{k_j} - \frac{h'_j}{k'_j} \right| \geq \frac{4}{\sqrt{x}} \left( \frac{1}{k_j} + \frac{1}{k'_j} \right) \text{ für } j = 1 \text{ und } j = 2 \quad (129)$$

oder

$$\left| \frac{h_1}{k_1} - \frac{h'_1}{k'_1} \right| \geq \frac{4}{\sqrt{x}} \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k'_1} \right) \cdot \frac{h_2}{k_2} = \frac{h'_2}{k'_2} \quad (130)$$

oder

$$\left| \frac{h_2}{k_2} - \frac{h'_2}{k'_2} \right| \geq \frac{4}{\sqrt{x}} \left( \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k'_2} \right) \cdot \frac{h_1}{k_1} = \frac{h'_1}{k'_1} \quad (131)$$

gilt. Aus Symmetriegründen genügt es, folgende Summen zu betrachten: *Erstens* die Teilsumme aller Glieder der rechten Seite von (123), für welche (129) und

$$k_1 = \text{Min}(k_1, k_2, k'_1, k'_2) \quad (132)$$

gilt; diese Summe heiße  $\mathfrak{S}_1$ . *Zweitens* die Teilsumme aller Glieder der rechten Seite von (123), für welche (130) und

$$k_1 \leq k'_1 \quad (133)$$

gilt; diese Summe heiße  $\mathfrak{S}_2$ .

Ist  $t \in \mathfrak{C}$ ,  $t' \in \mathfrak{C}'$ , so ist in  $\mathfrak{S}_1$  und  $\mathfrak{S}_2$ :

$$\left| \frac{2\pi}{\alpha_1} \frac{h_1}{k_1} - t \right| \leq \frac{2\pi}{\alpha_1 k_1 \sqrt{x}}, \quad \left| \frac{2\pi}{\alpha_1} \frac{h'_1}{k'_1} - t' \right| \leq \frac{2\pi}{\alpha_1 k'_1 \sqrt{x}}$$

$$\left| \frac{2\pi}{\alpha_1} \frac{h_1}{k_1} - \frac{2\pi}{\alpha_1} \frac{h'_1}{k'_1} \right| \geq \frac{8\pi}{\alpha_1 \sqrt{x}} \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k'_1} \right).$$

also

$$|t - t'| \geq \frac{3}{4} \frac{2\pi}{\alpha_1} \left| \frac{h_1}{k_1} - \frac{h'_1}{k'_1} \right|.$$

Also ist für  $\gamma = 1, 2$  nach (123) und Hilfssatz 12

$$\mathfrak{S}_\gamma < c \sum_{h_1, \dots, k'_2} \frac{k_1 k'_1}{h_1 h'_1} \frac{x^{\gamma-2}}{k_1^{\frac{1}{2}\gamma_1} k_2^{\frac{1}{2}\gamma_2} k'_1{}^{\frac{1}{2}\gamma_1} k'_2{}^{\frac{1}{2}\gamma_2}} \text{Min} \left( 1, \frac{1}{(|\beta_2 - \beta_1| x)^{\frac{\gamma}{2}}} \cdot \frac{k_1 k'_1}{|h_1 k'_1 - h'_1 k_1|} \right). \quad (134)$$

Man untersuche zunächst — bei vorgegebenen  $h_1, k_1, h_2, k_2, k'_2$  — die Summe

$$V = V(h_1, k_1, h_2, k_2, k'_2) = \sum_{k'_1, k_1, h_1, h_2, k'_2} \frac{1}{k_1^{\frac{1}{2}r_1-2} h'_1 |h_1 k'_1 - h'_1 k_1|}$$

mit den Summationsbedingungen (vgl. (132), (133))  $k'_1 \geq k_1$ ,  $h_1 k'_1 - h'_1 k_1 \neq 0$ ,  $\mathfrak{C}(h'_1, k'_1, h'_2, k'_2) \neq 0$ , so daß nach Hfs. 13 die Zahl  $h'_2$  nur  $c$  Werte annehmen kann, wenn die übrigen Zahlen gegeben sind.

Es sei  $V = V_1 + V_2$ , wo  $V_1$  die Glieder mit  $\frac{h'_1}{k'_1} < \frac{h_1}{k_1}$  und  $V_2$  die Glieder mit  $\frac{h'_1}{k'_1} > \frac{h_1}{k_1}$  enthält. In jedem Glied von  $V_1$  setze man (mit ganzen  $a, b$ )

$$h_1 k'_1 = h'_1 k_1 + a + b k_1, \quad 0 < a \leq k_1, \quad b \geq 0.$$

Durch  $h_1, k_1, k'_1, a, b$  ist dann  $h'_1$  gegeben und es ist

$$h'_1 = \frac{h_1 k'_1 - a - b k_1}{k_1} > 0 \text{ ganz. } h_1 k'_1 - a - b k_1 \geq k_1. \quad (135)$$

Also

$$V_1 = \sum_a \sum_{k'_1} \frac{1}{k_1^{\frac{1}{2}r_1-2}} \sum_b \frac{1}{h'_1 |h_1 k'_1 - h'_1 k_1|} \sum_{h'_2} 1. \quad (136)$$

Hier ist  $\sum_{h'_2} 1 < c$ ; die Summe nach  $b, h'_2$  ist kleiner als

$$\begin{aligned} & \sum_b \frac{c k_1}{(h_1 k'_1 - a - b k_1)(a + b k_1)} < c \sum_{a + b k_1 < \frac{1}{2} h_1 k'_1} \frac{k_1}{h_1 k'_1 (a + b k_1)} + \\ & + c \sum_{h_1 k'_1 > a + b k_1 \geq \frac{1}{2} h_1 k'_1} \frac{k_1}{h_1 k'_1 (h_1 k'_1 - a - b k_1)} < c \frac{k_1}{h_1 k'_1} \left( \sum' \frac{1}{m} + \sum'' \frac{1}{m} \right); \end{aligned} \quad (137)$$

dabei wird in  $\Sigma'$  über alle  $m \geq a$ ,  $m < \frac{1}{2} h_1 k'_1$ ,  $m \equiv a \pmod{k_1}$  und in  $\Sigma''$  über alle  $m \geq k_1$  (vgl. (135)),  $m \leq \frac{1}{2} h_1 k'_1$ ,  $m \equiv h_1 k'_1 - a \pmod{k_1}$  summiert, sodaß

$$\frac{k_1}{h_1 k'_1} \left( \sum' \frac{1}{m} + \sum'' \frac{1}{m} \right) < \frac{c k_1}{h_1 k'_1} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_1} \log \frac{h_1 k'_1}{k_1} \right). \quad (138)$$

In jedem Glied von  $V_2$  setze man (mit ganzen  $a, b$ )

$$h'_1 k_1 = h_1 k'_1 + a + b k_1, \quad 0 < a \leq k_1, \quad b \geq 0;$$

also wie früher

$$h'_1 = \frac{h_1 k'_1 + a + b k_1}{k_1} > 0 \text{ ganz.} \quad (139)$$

(136) gilt auch mit  $V_2$  statt  $V_1$ , nur ist jetzt die Summe nach  $b, h'_2$  kleiner als

$$\begin{aligned}
c \sum_b \frac{k_1}{(h_1 k'_1 + a + b k_1)(a + b k_1)} &< c \sum_{a + b k_1 < \frac{1}{2} h_1 k'_1} \frac{k_1}{h_1 k'_1 (a + b k_1)} + \\
+ c \sum_{a + b k_1 \geq \frac{1}{2} h_1 k'_1} \frac{k_1}{(a + b k_1)^2} &< \frac{c k_1}{h_1 k'_1} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_1} \log \frac{h_1 k'_1}{k_1} \right); \quad (140)
\end{aligned}$$

denn die erste Summe ist dieselbe wie in (137) und die zweite ist  $k_1 \Sigma m^{-2}$  mit dem Summationsbereich  $m \geq \frac{1}{2} h_1 k'_1$ ,  $m \equiv a \pmod{k_1}$ , so daß  $k_1 \Sigma m^{-2} < c k_1 \cdot k_1^{-2} \cdot \frac{k_1}{h_1 k'_1}$ .

Nach (137), (140) ist also (wegen  $a \leq k_1$ )

$$V_j < c \sum_{a=1}^{k_1} \sum_{k'_1} \frac{1}{h_1 k_1^{\frac{1}{2} r_1 - 1}} \left( \frac{k_1}{a} + \log \frac{h_1 k'_1}{k_1} \right)$$

( $j = 1, 2$ ). Bei festem  $a$  summiert man nach (135), (139) über alle  $k'_1 \geq k_1$  mit  $h_1 k'_1 \equiv (-1)^{j+1} a \pmod{k_1}$ ; wegen  $\{h_1, k_1\} = 1$  ist also

$$\begin{aligned}
V = V_1 + V_2 &< c \sum_{a=1}^{k_1} \frac{1}{h_1 k_1^{\frac{1}{2} r_1 - 1}} \sum_{u=1}^{\infty} u^{-\frac{1}{2} r_1 - 1} \left( \frac{k_1}{a} + \log \frac{h_1 k_1^u}{k_1} \right) < \\
&< c \sum_{a=1}^{k_1} \frac{1}{h_1 k_1^{\frac{1}{2} r_1 - 1}} \left( \frac{k_1}{a} + \log h_1 \right) < c \frac{\log(2 h_1 k_1)}{h_1 k_1^{\frac{1}{2} r_1 - 2}}.
\end{aligned}$$

Daher und nach (134) ist für  $\gamma = 1, 2$

$$\mathfrak{E}_\gamma < c \sum_{h_1, h_2, k_1, k_2, k'_2} \frac{x^{\gamma-2} \log(2 h_1 k_1)}{h_1^2 k_1^{r_1-4} k_2^{\frac{1}{2} r_2} k'_2^{\frac{1}{2} r_2}} \text{Min} \left( 1, \frac{1}{(\beta_2 - \beta_1 x)^{\frac{\gamma}{2}}} \right); \quad (141)$$

der Summationsbereich wurde früher beschrieben (durch (129), (132) für  $\gamma = 1$ , durch (130), (133) für  $\gamma = 2$ ; außerdem  $\mathfrak{E} \neq \emptyset$ ). Die Summe rechts in (141) zerfällt in zwei Teilsommen: die Teilsomme  $\mathfrak{E}_\gamma$  mit singulären und die Teilsomme  $\mathfrak{B}_\gamma$  mit regulären  $h_1, k_1, h_2, k_2$ . In  $\mathfrak{B}_\gamma$  summiere man über  $k'_2$ , was  $\sum_{k'_2} k'_2^{-\frac{1}{2} r_2} < c$  ergibt und wende dann Hilfssatz 16, 17 an (mit  $i = 1$  auf die Glieder mit  $k_2 \leq k_1$ , mit  $i = 2$  auf die übrigen). So bekommt man (wenn man in den Gliedern mit  $k_2 \leq k_1$  die Beziehung  $h_1 \sim \frac{h_2 k_1}{k_2}$  benutzt und zur Abkürzung

$$\left( \frac{2^{n+m_2}}{\sqrt{x}} \right)^{\frac{\gamma}{2}} \cdot \frac{2^{2m_1+l}}{2^n \sqrt{x}} 2^{\frac{1}{2} \gamma (m_1+l)} = \mathfrak{E}(m_1, m_2, l, n)$$



setzt)

$$\mathfrak{B}_\gamma < c \sum \frac{x^{r-2}(l + m_1 + 1) E(m_1, m_2, l, n)}{2^{2l + m_1(r_1-2) + m_2(\frac{1}{2}r_2 - 2)}} + \\ + c \sum \frac{x^{r-2}(l + m_2 + 1) E(m_1, m_2, l, n)}{2^{2l + m_2(r_1-4) + m_1 \cdot \frac{1}{2}r_2}}$$

Die Summation über  $l \geq 0$ ,  $2^{n+m_2} < c\sqrt{x}$ ,  $2^{m_2} \leq 2^{m_1} \leq \sqrt{x}$  ergibt (man beachte  $\sum_{m_2 \leq m_1} 2^{-m_2(\frac{1}{2}r_2 - 3)} \leq m_1 + 1$ , da  $r_2 \geq 6$ )

$$\mathfrak{B}_\gamma < \sum_{m_1, m_2} \frac{cx^{r-3}(m_1 + 1)}{2^{m_1(r_1-4-\frac{1}{2}r_2) + m_2(\frac{1}{2}r_2-3)}} + \sum_{m_1, m_2} \frac{cx^{r-3}(m_2 + 1)}{2^{m_2(r_1-5) + m_1(\frac{1}{2}r_2 - 2 - \frac{1}{2}r_2)}} \\ \mathfrak{B}_\gamma < cx^{r-3} \text{ für } \gamma = 1, 2. \tag{142}$$

In  $\mathfrak{E}_1$  benutze man (vgl. (132)) die Einschränkung  $k'_2 \geq k_1$ , in  $\mathfrak{E}_2$  (vgl. (130))  $k'_2 = k_2$ . Die Summation über  $k'_2$  ergibt nach (141)

$$\mathfrak{E}_1 < c \sum \frac{x^{r-2} \log(2h_1k_1)}{h_1^2 k_1^{r_1 - \frac{1}{2}r_2 - 5} k_2^{\frac{1}{2}r_2}} \text{Min} \left( 1, \frac{1}{(|\beta_2 - \beta_1| x)^{\frac{z}{2}}} \right) \\ \mathfrak{E}_2 < c \sum \frac{x^{r-2} \log(2h_1k_1)}{h_1^2 k_1^{r_1-4} k_2^{r_2}} \text{Min} \left( 1, \frac{1}{(|\beta_2 - \beta_1| x)^{\frac{z}{2}}} \right)$$

dabei summiert man über die singulären Systeme  $h_1, k_1, h_2, k_2$ . Genau so wie im Hilfssatz 15 bekommt man

$$\mathfrak{E}_\gamma < cx^{r-2} \sum \frac{\log \left( 2ab \frac{p_v}{m} n \right)}{(abp_v)^2 (bn)^\sigma (bm)^\tau} \text{Min} \left( 1, \left( \frac{bmnq_{v+1}}{ax} \right)^{\frac{z}{2}} \right)$$

wo  $\sigma = r_1 + \frac{1}{2}r_2 - 5$ ,  $\tau = \frac{1}{2}r_2 - 2$  für  $\gamma = 1$ ,  
 $\sigma = r_1 - 4$ ,  $\tau = r_2 - 2$  für  $\gamma = 2$ ;

Summationsbereich:

$$a > 0, b > 0, p_v > 0, m/p_v, n/q_v.$$

Wegen

$$p_v \sim q_v, \sum_{a,b} (\log(ab+1)) a^{-2} b^{-\sigma-\tau+\frac{z}{2}-2} = c$$

ist in der Bezeichnung des Hilfssatzes 5

$$\mathfrak{E}_1 < cH(x), \mathfrak{E}_2 < cG(x); \tag{143}$$

aus (142), (143) und Hilfssatz 5 folgt aber die Behauptung.

**Hilfssatz 20.**  $|S_2(x)| + |S_3(x)| < c_{200}x^{r-3}$ .

**Beweis.** Benutzt man die Fußnote<sup>16)</sup>, (104) und die Hilfssätze 11, 12, so bekommt man

$$|S_2(x)| + |S_3(x)| < c \sum x^{r-1} \left(\frac{k_2}{h_2}\right)^2 \frac{1}{k_1^{r_1} k_2^{r_2}} \text{Min} \left( 1, \frac{1}{(|\beta_2 - \beta_1| x)^2} \right).$$

Dabei wird über reguläre Systeme  $h_1, k_1, h_2, k_2$  summiert und aus Symmetriegründen  $\left(\frac{k_2}{h_2} \sim \frac{k_1}{h_1}\right)$  darf man sich auf diejenige Teilsumme — sie heiße  $\mathfrak{S}$  — der letzten Summe beschränken, für welche  $k_2 \leq k_1$  ist. Hilfssatz 16 und 17 mit  $i = 1$  ergibt

$$\mathfrak{S} < cx^{r-1} \sum_{m_1, m_2, l, n} \frac{2^{2m_2}}{2^{2l+r_1 m_1 + r_2 m_2}} \left(\frac{2^{n+m_2}}{\sqrt{x}}\right)^2 \frac{2^{3m_1+m_2+l}}{2^n \sqrt{x}}$$

mit dem Summationsbereich

$$\frac{1}{2^l} \leq c_{171} \frac{2^{2m_1-n}}{\sqrt{x}}, \quad 2^{n+m_2} < c\sqrt{x}, \quad 2^{m_2} \leq 2^{m_1} \leq \sqrt{x}.$$

Summiert man zunächst über  $l$ , dann über  $n$  und endlich über  $m_1, m_2$ , so folgt

$$\begin{aligned} \mathfrak{S} &< cx^{r-2} \sum_{m_1, m_2, n} \frac{1}{2^{(r_1-5)m_1 + (r_2-3)m_2}} \left(\frac{2^{n+m_2}}{\sqrt{x}}\right)^2 \frac{1}{2^{2n}} < \\ &< cx^{r-3} \sum_{m_1, m_2} \frac{1}{2^{(r_1-5)m_1 + (r_2-5)m_2}} < cx^{r-3}. \end{aligned}$$

#### § 4. Abschätzungen nach unten.

**Hilfssatz 21.** Man setze

$$F(x) = F_1(x) + F_2(x);$$

dabei sei  $F_2(x)$  die Summe derjenigen Glieder

$$x^{r-1} A(v, m, n) = \frac{x^{r-1}}{q_v^2 m^{r_2-2} n^{r_1-2}} \text{Min} \left( 1, \left(\frac{q_v + 1mn}{x}\right)^2 \right)$$

mit  $p_v > 0$ ,  $m/p_v$ ,  $n/q_v$ , für welche entweder  $v > w$  oder  $\text{Max}(m, n) > x^{1/4}$  oder  $q_{v+1} \text{Min}(m, n) < x^{1/2}$  ist. Dann ist

$$F_2(x) < c_{210}x^{r-3}.$$

**Beweis. 1.** Die Summe aller  $A(v, m, n)$  mit  $v > w$  ist  $< cq_{w+1}^{-2} < cx^{-2}$ .

2. Die Summe aller  $A(v, m, n)$  mit  $p_v > 0$ ,  $m/p_v$ ,  $n/q_v$ ,  $m > x^{1/2}$  ist wegen  $z \geq 6$ ,  $\sum_{m/p_v} 1 < cq_v^{1/2}$ ,  $q_v > cm$  kleiner als

$$\sum_{\substack{m/p_v \\ q_v > cx^{1/2}}} q_v^{-2} x^{-4 \cdot 1/4} < c \sum_{q_v > cx^{1/2}} q_v^{-3/2} x^{-11/4} = cx^{-11/4 - 1/4} = cx^{-2}.$$

Derselbe Schluß für  $n > x^{1/2}$ .

3. Wird über alle  $v, m, n$  mit  $p_v > 0$ ,  $m/p_v$ ,  $n/q_v$ ,  $v \leq w$ ,  $q_{v+1} \text{ Min}(m, n) < x^{1/2}$ ,  $m \leq n$  summiert, so ist wegen

$$\begin{aligned} \sum_{n/q_v} \left(\frac{n}{q_v}\right)^2 &= \sum_{d/q_v} \frac{1}{d^2} < c \\ \sum_{v,m,n} A(v, m, n) &\leq \sum_{v,m,n} \frac{1}{q_v^2 m^{z-2} n^{z-2}} \left(\frac{n}{x^{1/2}}\right)^z \leq \\ &\leq \sum_{v,m,n} \left(\frac{n}{q_v}\right)^2 m^{-z+2} x^{-3/2} < c \sum_{v \leq w} 1 \cdot x^{-3/2} < cx^{-2}, \end{aligned}$$

da  $\sum_{v \leq w} 1 < cq_w^{1/2} \leq cx^{1/2}$ .

Derselbe Schluß für  $m > n$ .

**Hilfssatz 22.**  $N(h_1, k_1, h_2, k_2) = \int_{\mu x}^x |I(u)|^2 du \geq 0$ , wo

$$I(u) = I(u; h_1, k_1, h_2, k_2) = \int_{\mathfrak{C}} \frac{T(s)}{s} e^{us} dt.$$

**Beweis.** Es ist

$$|I(u)|^2 = \int_{\mathfrak{C}} \frac{T(s)}{s} e^{us} dt \int_{-\mathfrak{C}} \frac{T(s')}{s'} e^{us'} dt.$$

Integriert man links und rechts nach  $u$ , wobei man rechts die Integrationsfolge vertauscht und

$$\int_{\mu x}^x e^{u(s+s')} du = \frac{e^{x(s+s')} - e^{\mu x(s+s')}}{s+s'}$$

berücksichtigt, so folgt die Behauptung.

**Hilfssatz 23.** Es sei  $k_1 \equiv 2 \pmod{4}$ ,  $k_2 \equiv 2 \pmod{4}$ ,

$$\text{Max}(k_1, k_2) < x^{2/3}, \tag{144}$$

$$|\beta_2 - \beta_1| < x^{-\frac{1}{2}} \text{Min} \left( \frac{1}{k_1}, \frac{1}{k_2} \right). \quad (145)$$

Dann gilt für  $x > c_{230}(\mu)$ :

1. Ist  $|\beta_2 - \beta_1| x < c_{231}(\mu)$ , so ist

$$N(h_1, k_1, h_2, k_2) > c_{232}(\mu) \left( \frac{k_1}{h_1} \right)^2 \frac{x^{r-1}}{k_1^{r_1} k_2^{r_2}}. \quad (146)$$

2. Ist  $|\beta_2 - \beta_1| x > c_{233}(\mu)$ , so ist

$$N(h_1, k_1, h_2, k_2) > c_{234}(\mu) \left( \frac{k_1}{h_1} \right)^2 \frac{x^{r-1}}{k_1^{r_1} k_2^{r_2} (|\beta_2 - \beta_1| x)^z}. \quad (147)$$

**Beweis.** Zur Abkürzung schreiben wir in diesem Hilfssatz  $N$  statt  $N(h_1, k_1, h_2, k_2)$ . Da  $N$  nach Hilfssatz 22 mit wachsendem  $\mu$  nicht wächst, so genügt es,  $\mu \geq \frac{1}{2}$  voranzusetzen, was wir tun wollen. Endlich sei ohne Beschränkung der Allgemeinheit (Symmetrie:  $\frac{k_2}{h_2} \sim \frac{k_1}{h_1}$ )  $k_1 \geq k_2$ . Für jedes reelle  $t$  ist

$$\frac{T(s)}{s} e^{us} = f_1(s, u) + f_2(s, u) + f_3(s, u) + f_4(s, u).$$

wo

$$f_1(s, u) = \frac{e^{us}}{\frac{2\pi i h_1}{\alpha_1} \frac{1}{k_1}} \cdot \frac{\pi^{\frac{r}{2}} S^{r_1}(h_1, k_1) S^{r_2}(h_2, k_2)}{\alpha_1^{\frac{1}{2}r_1} \alpha_2^{\frac{1}{2}r_2} k_1^{r_1} k_2^{r_2} (s - i\beta_1)^{\frac{1}{2}r_1} (s - i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_2}};$$

$$f_2(s, u) = \frac{e^{us} \pi^{\frac{r}{2}} S^{r_1}(h_1, k_1) S^{r_2}(h_2, k_2)}{\alpha_1^{\frac{1}{2}r_1} \alpha_2^{\frac{1}{2}r_2} k_1^{r_1} k_2^{r_2} (s - i\beta_1)^{\frac{1}{2}r_1} (s - i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_2}} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{\frac{2\pi i h_1}{\alpha_1} k_1} \right);$$

$$f_3(s, u) = \frac{e^{us}}{s} \left( \Theta^{r_1}(\alpha_1 s) \Theta^{r_2}(\alpha_2 s) - \frac{\pi^{\frac{r}{2}} S^{r_1}(h_1, k_1) S^{r_2}(h_2, k_2)}{\alpha_1^{\frac{1}{2}r_1} \alpha_2^{\frac{1}{2}r_2} k_1^{r_1} k_2^{r_2} (s - i\beta_1)^{\frac{1}{2}r_1} (s - i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_2}} \right);$$

$$f_4(s, u) = - \frac{e^{us} \pi^{\frac{r}{2}}}{\alpha_1^{\frac{1}{2}r_1} \alpha_2^{\frac{1}{2}r_2} s^{\frac{r}{2}+1}}.$$

$$R_j = R_j(u) = \int_{\mathfrak{G}} f_j(s, u) dt \quad (j = 2, 3, 4);$$

$$R'_1 = R'_1(u) = \int_{-x}^{\infty} f_1(s, u) dt; \quad R''_1 = R''_1(u) = \int_{-x}^{\infty} f_2(s, u) dt - \int_{\mathfrak{C}} f_1(s, u) dt.$$

Dann ist also nach Hilfssatz 22

$$\begin{aligned} N - \int_{\mu x}^x |R'_1(u)|^2 du &= \int_{\mu x}^x (|R'_1 - R''_1 - R_2 - R_3 + R_4|^2 - |R'_1|^2) du = \\ &= \int_{\mu x}^x (|R'_1 - R''_1 - R_2 - R_3 - R_4 - R'_1|) \\ &\quad \times (|R'_1 - R''_1 - R_2 - R_3 - R_4 - R'_1|) du. \end{aligned}$$

Benutzt man, daß  $||\xi| - |\eta|| \leq |\xi - \eta|$ , so folgt

$$\begin{aligned} N - \int_{\mu x}^x |R'_1(u)|^2 du &\leq \\ &\leq \int_{\mu x}^x (2(|R'_1| + |R''_1| + |R_2| + |R_3| + |R_4|) \times \\ &\quad \times (|R''_1| + |R_2| + |R_3| + |R_4|)) du. \end{aligned} \tag{148}$$

Für  $t \in \mathfrak{C}$ ,  $\mu x \leq u \leq x$  gelten folgende Abschätzungen: mit Benutzung der Hilfssätze 11, (89), (91) und 8 bekommt man wegen  $|e^{us}| \leq e$

$$\begin{aligned} \left| s - \frac{2\pi i h_1}{x_1 k_1} \right| &< c \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{k_1 \sqrt{x}} \right) < \frac{c}{k_1 \sqrt{x}}; \\ \left| \frac{1}{s} - \frac{1}{\frac{2\pi i h_1}{x_1 k_1}} \right| &< c \frac{k_1^2}{h_1^2} \left| s - \frac{2\pi i h_1}{x_1 k_1} \right| < \frac{ck_1}{h_1^2 \sqrt{x}} < \frac{ck_1}{h_1 \sqrt{x}}; \\ |f_2(s, u)| &< c \frac{k_1}{h_1} \frac{x^{\frac{r}{2} - \frac{1}{2}}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2} (1+x|t-\beta_1|)^{\frac{1}{2}r_1} (1+x|t-\beta_2|)^{\frac{1}{2}r_2}}. \end{aligned} \tag{149}$$

Weiter  $k_j \sqrt{1+x|t-\beta_j|} < ck_j x^{\frac{1}{2}} k_j^{-\frac{1}{2}} x^{-\frac{1}{4}} < cx^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = c$  (nach (144)), also

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{\sqrt{s}} \right| &< c \sqrt{\frac{k_j}{h_j}} < c \frac{x^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}}{\sqrt{k_j (1+x|t-\beta_j|)}}; \\ |f_4(s, u)| &< c \frac{k_1}{h_1} \frac{x^{\frac{r}{2} - \frac{r}{22}}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2} (1+x|t-\beta_1|)^{\frac{1}{2}r_1} (1+x|t-\beta_2|)^{\frac{1}{2}r_2}}. \end{aligned} \tag{150}$$

Nach (144), (145) ist für  $l = 1, 2$

$$1 > \frac{k_l}{x^{\frac{r}{2}}} > \frac{k_l}{x^{\frac{r}{4}}}, \quad \frac{1}{|\beta_2 - \beta_1| x} > \frac{k_l}{x^{\frac{r}{4}}}$$

Wird also im Beweis dieses Hilfssatzes zur Abkürzung

$$\mathfrak{M} = \text{Min} \left( 1, \frac{1}{|\beta_2 - \beta_1| x} \right)$$

eingeführt, so ist

$$\mathfrak{M} > \frac{k_l}{x^{\frac{1}{2} + \frac{r}{4}}} \quad \text{für } l = 1, 2: \quad (151)$$

nach Hilfssatz 11 (90) ist aber (alles für  $x > c$ )

$$|f_3(s, u)| < c \frac{k_1}{h_1} x^{\frac{r}{2}} \sum_{j=1}^2 \frac{1}{k_j^{\frac{1}{2}r_j} x^{\frac{1}{2}r_l} (1 + x |t - \beta_j|)^{\frac{1}{2}r_j}}$$

wo  $l = 1$  für  $j = 2$ ,  $l = 2$  für  $j = 1$ . Also nach (151)

$$|f_3(s, u)| < c \frac{k_1}{h_1} x^{\frac{r}{2}} \sum_{j=1}^2 \frac{x^{\frac{1}{2}r_l - \frac{1}{2}r_l} \mathfrak{M}^{\frac{1}{2}r_l}}{k_j^{\frac{1}{2}r_j} k_i^{\frac{1}{2}r_l} x^{\frac{1}{2}r_l} (1 + x |t - \beta_j|)^{\frac{1}{2}r_j}}$$

$$|f_3(s, u)| < c \frac{k_1}{h_1} x^{\frac{r}{2} - \frac{z}{48}} \cdot \frac{\mathfrak{M}^{\frac{z}{2}}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2}} \sum_{j=1}^2 \frac{1}{(1 + x |t - \beta_j|)^{\frac{1}{2}r_j}} \quad (152)$$

Für jedes reelle  $t$  und  $\mu x \leq u \leq x$  ist nach Hilfssatz 8

$$|f_1(s, u)| < c \frac{k_1}{h_1} \frac{x^{\frac{r}{2}}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2} (1 + x |t - \beta_1|)^{\frac{1}{2}r_1} (1 + x |t - \beta_2|)^{\frac{1}{2}r_2}} \quad (153)$$

Ist

$$\text{Min}_{j=1,2} |t - \beta_j| < \frac{\pi}{2} \text{Min} \left( \frac{1}{\alpha_1}, \frac{1}{\alpha_2} \right) \cdot \frac{1}{k_1 \sqrt{x}} \quad (154)$$

so ist nach (145)

$$\begin{aligned} \text{Max}_{j=1,2} |t - \beta_j| &< \frac{\pi}{2} \text{Min} \left( \frac{1}{\alpha_1}, \frac{1}{\alpha_2} \right) \cdot \frac{1}{k_1 \sqrt{x}} + \frac{1}{k_1 x^{\frac{1}{2} + \frac{r}{4}}} \\ &< \text{Min}_{j=1,2} \frac{\pi}{\alpha_j} \frac{1}{k_j \sqrt{x}} \quad \text{für } x > c, \end{aligned}$$

also  $t \in \mathfrak{C}$ . Liegt also  $t$  nicht in  $\mathfrak{C}$ , so ist

$$\text{Min}_{j=1,2} |t - \beta_j| \geq \frac{\pi}{2} \text{Min} \left( \frac{1}{\alpha_1}, \frac{1}{\alpha_2} \right) \cdot \frac{1}{k_1 \sqrt{x}} \quad (155)$$

Daher und nach (153) ist

$$\begin{aligned} |R''_1| &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} f_1(s, u) du - \int_{\mathfrak{C}} f_1(s, u) du \right| < \\ &< c \frac{k_1}{h_1} \frac{x^{\frac{r}{2}}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2}} \int_{\mathfrak{C}} \frac{dt}{(1 + x |t - \beta_1|)^{\frac{1}{2}r_1} (1 + x |t - \beta_2|)^{\frac{1}{2}r_2}} \end{aligned}$$

wo  $\mathfrak{D}$  der Bereich (155) ist. Das letzte Integral ist also kleiner als

$$\begin{aligned}
 c \left(\frac{k_1}{\sqrt{x}}\right)^{\frac{1}{2}r_1} \int_{\mathfrak{D}} \frac{dt}{(1+x|t-\beta_2|)^{\frac{1}{2}r_2}} &< c \left(\frac{k_1}{\sqrt{x}}\right)^{\frac{1}{2}r_1} \cdot \frac{1}{x} \int_{\frac{c\sqrt{x}}{k_1}}^{\infty} \frac{d\tau}{(1+\tau)^{\frac{1}{2}r_2}} < \\
 &< \frac{c}{x} \cdot \left(\frac{k_1}{\sqrt{x}}\right)^{\frac{1}{2}r-1} < \frac{c}{x} \left(\frac{k_1}{\sqrt{x}}\right)^{\frac{z}{2}} < \frac{c}{x} \mathfrak{M}^{\frac{z}{2}} x^{-\frac{z}{48}}
 \end{aligned}$$

(nach (151)). Also ist wegen  $z \geq 6$

$$|R'_1| < c \frac{k_1}{h_1} \frac{x^{\frac{r}{2}-1-\frac{1}{8}}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2}} \mathfrak{M}^{\frac{z}{2}}. \tag{156}$$

Nach (149), (150), (152) ist wegen Hilfssatz 12 auch

$$|R_2| + |R_3| + |R_4| < c \frac{k_1}{h_1} \frac{x^{\frac{r}{2}-1-\frac{1}{8}}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2}} \mathfrak{M}^{\frac{z}{2}}. \tag{157}$$

Nach (153) und Hilfssatz 12 ist

$$|R'_1| < c \frac{k_1}{h_1} \frac{x^{\frac{r}{2}-1}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2}} \mathfrak{M}^{\frac{z}{2}}. \tag{158}$$

Aus (148), (156), (157), (158) folgt endlich

$$N > \int_{\mu x}^x \left| \int_{-\infty}^{\infty} f_1(s, u) dt \right|^2 du - c \frac{k_1^2}{h_1^2} \frac{x^{r-1-\frac{1}{2}}}{k_1^{r_1} k_2^{r_2}} \mathfrak{M}^z. \tag{159}$$

Für  $\delta > 0$  ist

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^s}{s^\delta} dt = \frac{2\pi}{\Gamma(\delta)} > 0;$$

für  $u > 0$  und reelles  $\beta$  ist also

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{us}}{(s-i\beta)^\delta} dt = \frac{e^{i\beta u} u^{\delta-1} 2\pi}{\Gamma(\delta)}. \tag{160}$$

Es ist (bei geradlinigem Integrationsweg)

$$\left| \frac{1}{(s-i\beta_1)^{\frac{1}{2}r_2}} - \frac{1}{(s-i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_2}} \right| = \left| \frac{1}{2} r_2 \int_{s-i\beta_1}^{s-i\beta_2} \frac{d\tau}{\tau^{\frac{1}{2}r_2+1}} \right| < c |\beta_2 - \beta_1| x^{\frac{1}{2}r_2+1}. \tag{161}$$

Wird für einen Augenblick

$$L = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{us} dt}{(s - i\beta_1)^{\frac{1}{2}r_1} (s - i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_2}} \quad (162)$$

gesetzt, so ist nach (161), (162) und Hilfssatz 12

$$\begin{aligned} \left| L - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{su} dt}{(s - i\beta_1)^{\frac{r}{2}}} \right| &= \left| L - \frac{e^{iu\beta_1} u^{\frac{r}{2}-1} 2\pi}{\Gamma\left(\frac{r}{2}\right)} \right| < \\ < c |\beta_2 - \beta_1| x^{\frac{1}{2}r_1+1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^{\frac{1}{2}r_1} dt}{(1 + x |t - \beta_1|)^{\frac{1}{2}r_1}} < c |\beta_2 - \beta_1| x^{\frac{r}{2}}. \end{aligned}$$

Für  $\mu x \leq u \leq x$  ist daher (wegen  $\mu \geq \frac{1}{2}$ )

$$|L| > c_{235} x^{\frac{r}{2}-1} - c_{236} |\beta_2 - \beta_1| x \cdot x^{\frac{r}{2}-1}. \quad (163)$$

Ist also

$$|\beta_2 - \beta_1| x < \text{Min} \left( 1, \frac{c_{235}}{2c_{236}} \right) \quad (\text{also } \mathfrak{M} = 1). \quad (164)$$

so ist  $|L| > \frac{1}{2} c_{235} x^{\frac{r}{2}-1}$ ; (162), die Definition von  $f_1(s, u)$  und Hilfssatz 8 geben

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} f_1(s, u) dt \right| > c_{237} \frac{k_1}{h_1} \cdot \frac{x^{\frac{r}{2}-1}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2}}$$

also nach (159)

$$N > ((1 - \mu) c_{237} - x^{-\frac{1}{8}} c_{239}) \frac{k_1^2}{h_1^2} \frac{x^{r-1}}{k_1^{r_1} k_2^{r_2}}$$

woraus (146) für  $x > c_{240}(\mu)$  folgt.

Wir wollen nun zeigen, daß für jedes reelle  $t$

$$\begin{aligned} & \left| \frac{1}{(s - i\beta_1)^{\frac{1}{2}r_1} (s - i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_2}} - \frac{1}{(s - i\beta_1)^{\frac{1}{2}r_1} (i\beta_1 - i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_2}} \right| \\ & \quad - \frac{1}{(i\beta_2 - i\beta_1)^{\frac{1}{2}r_1} (s - i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_2}} < \quad (165) \\ & < c \left| \frac{1}{(\beta_2 - \beta_1)^{\frac{1}{2}r_2+1} (s - i\beta_1)^{\frac{1}{2}r_1-1}} \right| + c \left| \frac{1}{(\beta_2 - \beta_1)^{\frac{1}{2}r_1+1} (s - i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_2-1}} \right|. \end{aligned}$$

Ist nämlich  $\text{Min}_{j=1,2} |s - i\beta_j| \geq \frac{1}{2} |\beta_2 - \beta_1|$ , so ist (165) klar. Ist aber z. B.  $|s - i\beta_1| < \frac{1}{2} |\beta_2 - \beta_1|$ , so ist  $|s - i\beta_2| > \frac{1}{2} |\beta_2 - \beta_1|$  und das dritte Glied links in (165) hat die gewünschte Größenordnung. Was



die beiden ersten Glieder betrifft, so ist bei geradlinigem Integrationsweg, wie wir sofort zeigen werden.

$$\left| \frac{1}{(s - i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_1}} \frac{1}{(i\beta_1 - i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_2}} \right| = \left| \frac{r_2}{2} \int_{i\beta_1 - i\beta_2}^{s - i\beta_2} \frac{d\tau}{\tau^{\frac{1}{2}r_2 - 1}} \right| < c \frac{|s - i\beta_1|}{|\beta_2 - \beta_1|^{\frac{1}{2}r_2 + 1}}. \quad (166)$$

woraus (165) folgt. (166) ergibt sich aber so: auf dem Integrationswege liegt  $\Im \tau$  zwischen  $\beta_1 - \beta_2$  und  $\Im s - \beta_2$ ; aber  $|\Im s - \beta_1| \leq |s - i\beta_1| < < \frac{1}{2} |\beta_2 - \beta_1|$ , woraus  $|\Im \tau| > \frac{1}{2} |\beta_2 - \beta_1|$  folgt; das ergibt aber (166).

Man setze nun für einen Augenblick

$$A(u) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{us} dt}{(s - i\beta_1)^{\frac{1}{2}r_1} (s - i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_2}}. \quad (167)$$

$$B(u) = \frac{e^{iu\beta_1} u^{\frac{1}{2}r_1 - 1} \cdot 2\pi}{(i\beta_1 - i\beta_2)^{\frac{1}{2}r_2} \Gamma(\frac{1}{2}r_1)}. \quad (168)$$

$$C(u) = \frac{e^{iu\beta_2} u^{\frac{1}{2}r_2 - 1} \cdot 2\pi}{(i\beta_2 - i\beta_1)^{\frac{1}{2}r_1} \Gamma(\frac{1}{2}r_2)}. \quad (169)$$

Nach (160), (165) ist

$$|A(u) - B(u) - C(u)| < c \sum_{j=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^{\frac{1}{2}r_j - 1} dt}{|\beta_2 - \beta_1|^{\frac{1}{2}r_j + 1} (1 + x |t - \beta_j|)^{\frac{1}{2}r_j - 1}} \quad (170)$$

( $l = 2$  für  $j = 1$ ,  $l = 1$  für  $j = 2$ ). Es sei nun  $\lambda \geq 1$  ( $\lambda$  wird bald fixiert werden) und man setze bis zum Schluß des Beweises von Hilfssatz 23 voraus, daß

$$|\beta_2 - \beta_1| x > \lambda \left( \text{also } \mathfrak{M} = \frac{1}{|\beta_2 - \beta_1| x} \right) \quad (171)$$

gilt. Nach (170), Hilfssatz 12 und (171) ist

$$|A(u) - B(u) - C(u)| < c \frac{x^{\frac{r}{2} - 1}}{(|\beta_2 - \beta_1| x)^{\frac{z}{2} + 1}} < \frac{c}{\lambda} x^{\frac{r}{2} - 1} \mathfrak{M}^{\frac{z}{2}}. \quad (172)$$

Die Amplitude von  $B(u)$  hat die Form  $\text{Konst} + u\beta_1$ , diejenige von  $C(u)$  hat die Form  $\text{Konst} + u\beta_2$  (für  $u > 0$ ). Wegen  $\beta_2 \neq \beta_1$  gibt es unendlich-viele positive  $u$ , für welche die Amplituden von  $B(u)$ ,  $C(u)$  gleich sind; diese Werte von  $u$  sind  $u_a = u_0 + \frac{2\pi a}{|\beta_2 - \beta_1|}$  ( $a = 0, 1, \dots$ ), wenn  $u_0$  der kleinste unter ihnen ist. Es sei (für  $a = 0, 1, 2, \dots$ )

$$K(a) = \left\langle u_a - \frac{\pi}{2|\beta_2 - \beta_1|}, u_a + \frac{\pi}{2|\beta_2 - \beta_1|} \right\rangle;$$

$\mathfrak{N}$  sei der Durchschnitt des Intervalls  $\langle \mu x, x \rangle$  mit der Vereinigungsmenge aller Intervalle  $K(u)$ . Liegt  $u$  in  $\mathfrak{N}$ , so unterscheiden sich die Amplituden von  $B(u)$ ,  $C(u)$  höchstens um  $\frac{1}{2}\pi$ ; wegen  $|\beta_2 - \beta_1| x > 1$ ,  $\mu \geq \frac{1}{2}$  ist also nach (168), (169)

$$|B(u) + C(u)| \geq \text{Max}(|B(u)|, |C(u)|) > c \frac{x^{\frac{r}{2}-1}}{(|\beta_2 - \beta_1| x)^{\frac{z}{2}}} = c x^{\frac{r}{2}-1} \mathfrak{M}^{\frac{z}{2}}. \quad (173)$$

Nach (172), (173) ist also

$$|A(u)| > \left( c_{241} - \frac{c_{242}}{\lambda} \right) x^{\frac{r}{2}-1} \mathfrak{M}^{\frac{z}{2}}. \quad (174)$$

Die Länge eines jeden Intervalles  $K_a$  und ebenso der Abstand je zweier benachbarten Intervalle  $K_a$  ist gleich

$$\frac{\pi}{|\beta_2 - \beta_1|} < \frac{\pi x}{\lambda}$$

(vgl. 171). Daher ist das Maß von  $\mathfrak{N}$  offenbar größer als  $\frac{1}{3}(1 - \mu)x$ , wenn  $\lambda \geq c_{243}(\mu)$ . Wählt man also

$$\lambda = \text{Max} \left( 1, 2 \frac{c_{242}}{c_{241}} \cdot c_{243}(\mu) \right) = c_{233}(\mu),$$

so gilt: ist  $|\beta_2 - \beta_1| x > c_{233}(\mu)$ , so ist nach (174)

$$|A(u)| > \frac{1}{2} c_{241} x^{\frac{r}{2}-1} \mathfrak{M}^{\frac{z}{2}} \text{ für } u \in \mathfrak{N}$$

also, nach der Definition von  $f_1(s, u)$ , nach (167) und Hilfssatz 8,

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} f_1(s, u) dt \right| > c_{244} \frac{k_1}{h_1} \frac{x^{\frac{r}{2}-1} \mathfrak{M}^{\frac{z}{2}}}{k_1^{\frac{1}{2}r_1} k_2^{\frac{1}{2}r_2}} \text{ für } u \in \mathfrak{N};$$

da das Maß von  $\mathfrak{N}$  größer als  $\frac{1}{3}(1 - \mu)x$  ist und  $\mathfrak{N}$  im Intervall  $\langle \mu x, x \rangle$  liegt, so ist also

$$\int_{\mu x}^x \left| \int_{-\infty}^{\infty} f_1(s, u) dt \right|^2 du > \frac{c_{244}^2}{3} (1 - \mu) \left( \frac{k_1}{h_1} \right)^2 \frac{x^{r-1} \mathfrak{M}^z}{k_1^{r_1} k_2^{r_2}}.$$

Daraus und aus (159), (171) folgt aber

$$N > \left( \frac{c_{244}^2}{3} (1 - \mu) - c_{245} x^{-\frac{1}{3}} \right) \left( \frac{k_1}{h_1} \right)^2 \frac{x^{r-1}}{k_1^{r_1} k_2^{r_2} (|\beta_2 - \beta_1| x)^z}$$

woraus (147) für  $x > c_{246}(\mu)$  folgt.

**Hilfssatz 24.**  $S(x) + S_2(x) > c_{250}(\mu) \cdot F_1(x)$  für  $x > c_{251}(\mu)$ .

**Beweis.**  $F_1(x)$  wurde in Hilfssatz 21 eingeführt. Es ist

$$S(x) + S_2(x) = \sum N(h_1, k_1, h_2, k_2)$$

mit dem Summationsbereich

$$h_j > 0, \quad 0 < k_j \leq \sqrt{x}, \quad \{h_j, k_j\} = 1 \quad (j = 1, 2). \quad (175)$$

Nach Hilfssatz 22 ist  $N(h_1, k_1, h_2, k_2) \geq 0$ . Also genügt es offenbar zu zeigen: Ist  $x > c_{252}(\mu)$ , so läßt sich jedem System  $v, m, n$  mit

$$p_v > 0, \quad m/p_v, \quad n/q_v, \quad v \leq w, \quad \text{Max}(m, n) \leq x^{1/4}, \quad (176)$$

$$q_{v+1} \text{Min}(m, n) \geq x^{1/2}$$

ein System  $h_1, k_1, h_2, k_2$  so zuordnen, daß es *erstens* höchstens  $c_{253}(\mu)$  Systeme  $v, m, n$  mit (176) gibt, welchen dasselbe System  $h_1, k_1, h_2, k_2$  zugeordnet wird, und daß *zweitens*

$$N(h_1, k_1, h_2, k_2) > \frac{c_{254}(\mu) x^{\tau-1}}{q_v^2 n^{\tau_1-2} m^{\tau_2-2}} \text{Min} \left( 1, \left( \frac{q_{v+1} m n}{x} \right)^2 \right). \quad (177)$$

Diese Zuordnung wird folgendermaßen hergestellt: man wähle zunächst eine ungerade Primzahl  $\mathfrak{p} = c_{255}(\mu)$  mit

$$\mathfrak{p} > 4 \frac{c_{233}(\mu)}{c_{231}(\mu)} \quad (178)$$

( $c_{230}(\mu)$  bis  $c_{234}(\mu)$  sind die Konstanten des Hilfssatzes 23). Aus (176) folgt  $\{p_v, q_v\} = 1$ ,  $p_v = mn'$ ,  $q_v = nm'$  ( $n', m'$  ganz),

$$\left| \frac{2\pi n'}{\alpha_1 n} - \frac{2\pi m'}{\alpha_2 m} \right| = \frac{2\pi q_v}{x_1 mn} \left| \frac{p_v}{q_v} - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right|,$$

$$\frac{\pi}{\alpha_1 mnq_{v+1}} < \left| \frac{2\pi n'}{\alpha_1 n} - \frac{2\pi m'}{\alpha_2 m} \right| < \frac{2\pi}{\alpha_1 mnq_{v+1}} \quad (179)$$

Ist  $n \equiv 2 \pmod{4}$  (dann ist  $m$  ungerade), so sei  $K_1 = \frac{1}{2}n$ ,  $H_2 = 2m'$ , sonst  $K_1 = n$ ,  $H_2 = m'$ . Ist  $m \equiv 2 \pmod{4}$  (dann ist  $n$  ungerade), so sei  $K_2 = \frac{1}{2}m$ ,  $H_1 = 2n'$ , sonst  $K_2 = m$ ,  $H_1 = n'$ . Ist nun

$$2 \cdot \frac{2\pi}{\alpha_1 mnq_{v+1}} < \frac{c_{231}(\mu)}{x}, \quad (180)$$

so sei  $h_1 = H_1$ ,  $k_1 = K_1$ ,  $h_2 = H_2$ ,  $k_2 = K_2$ . Ist aber

$$2 \cdot \frac{2\pi}{\alpha_1 mnq_{v+1}} \geq \frac{c_{231}(\mu)}{x} \quad (181)$$

so setze man:

1. Falls  $\mathfrak{p}/K_1$  (also nicht  $\mathfrak{p}/K_2$ ):

$$h_1 = H_1, \quad k_1 = \frac{K_1}{\mathfrak{p}}, \quad h_2 = H_2\mathfrak{p}, \quad k_2 = K_2;$$

2. Falls  $\mathfrak{p}/K_2$  (also nicht  $\mathfrak{p}/K_1$ ):

$$h_1 = H_1\mathfrak{p}, \quad k_1 = K_1, \quad h_2 = H_2, \quad k_2 = \frac{K_2}{\mathfrak{p}};$$

3. Falls nicht  $\mathfrak{p}/K_1K_2$ :

$$h_1 = H_1\mathfrak{p}, \quad k_1 = K_1, \quad h_2 = H_2\mathfrak{p}, \quad k_2 = K_2.$$

Da sich  $h_1, k_1, h_2, k_2$  von den Zahlen  $n', n, m', m$  nur um einen der Faktoren  $1, 2, \mathfrak{p}, 2\mathfrak{p}, \frac{2}{\mathfrak{p}}, \frac{\mathfrak{p}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{\mathfrak{p}}, \frac{1}{2\mathfrak{p}}$  unterscheiden, so gibt es zu jedem System  $h_1, k_1, h_2, k_2$  tatsächlich höchstens  $c$  Systeme  $v, m, n$ , welchen eben dieses System  $h_1, k_1, h_2, k_2$  zugeordnet ist.

Zweitens: aus unserer Definition der  $h_j, k_j$  und aus (176) folgt sofort

$$h_j > 0, \quad k_j > 0, \quad \{h_j, k_j\} = 1, \quad k_j \equiv 2 \pmod{4} \quad (j = 1, 2). \quad (182)$$

Weiter

$$\text{Max}(k_1, k_2) \leq \text{Max}(m, n) \leq x^{1/4} < x^{3/4} < x^{1/2}. \quad (183)$$

Wird  $V = 1$  gesetzt, wenn (180) gilt und  $V = \mathfrak{p} = c_{255}(\mu)$ , wenn (181) gilt, so ist nach (179)

$$\frac{\pi V x}{\alpha_1 m n q_{v+1}} < |\beta_2 - \beta_1| x < \frac{4\pi V x}{\alpha_1 m n q_{v+1}}. \quad (184)$$

Daraus folgt erstens

$$\begin{aligned} |\beta_2 - \beta_1| &< \frac{c(\mu)}{nmq_{v+1}} = \frac{c(\mu)}{q_{v+1} \text{Min}(m, n) \text{Max}(m, n)} < \\ &< c(\mu) x^{-1/2} \text{Min}\left(\frac{1}{k_1}, \frac{1}{k_2}\right) < x^{-3/4} \text{Min}\left(\frac{1}{k_1}, \frac{1}{k_2}\right) \end{aligned} \quad (185)$$

für  $x > c(\mu)$ .

Beachtet man (182), (183), (185) und Hilfssatz 23, so folgt für  $x > c(\mu)$ : Gilt (180), so ist nach (184)  $|\beta_2 - \beta_1| x < c_{231}(\mu)$ , also nach Hfs. 23

$$\begin{aligned} N(h_1, k_1, h_2, k_2) &> c_{232}(\mu) \left(\frac{k_1}{h_1}\right)^2 \frac{x^{r-1}}{k_1^{r_1} k_2^{r_2}} > \\ &> c(\mu) \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \frac{x^{r-1}}{n^{r_1} m^{r_2}} = c(\mu) \frac{x^{r-1}}{\mu_v^2 n^{r_1-2} m^{r_2-2}}; \end{aligned}$$

gilt aber (181), so ist nach (184), (178)

$$|\beta_2 - \beta_1| x > \frac{\mathfrak{p}}{4} c_{231}(\mu) > c_{233}(\mu).$$

also nach Hfs. 23 und (184)

$$\begin{aligned}
 N(h_1, k_1, h_2, k_2) &> c_{274}(\mu) \left(\frac{k_1}{h_1}\right)^2 \frac{x^{r-1}}{k_1^{r_1} k_2^{r_2} (\beta_2 - \beta_1 x)^2} > \\
 &> c(\mu) \frac{x^{r-1}}{p_r^2 n^{r_1-2} m^{r_2-2}} \left(\frac{mn q_{v+1}}{x}\right)^2.
 \end{aligned}$$

Wegen  $p_r \sim q_r$  gilt also (177) stets für  $x > c(\mu)$ .

**Beweis des Hauptsatzes 2.** Nach (103) und nach den Hilfssätzen 14, 15, 18, 19, 20, wo  $\lambda = 1$  gesetzt wird (sodasß jedes  $c(\lambda)$  zu einem  $c$  wird) ist

$$M_Q(x) - M_Q(\mu x) < cx^{r-3} + c F(x) < c F(x) \text{ für } x > c \quad (186)$$

(denn nach Hilfssatz 1 ist  $F(x) \geq F'(x) \geq x^{r-3}$ ).

Zweitens: Nach (103) und den Hilfssätzen 14, 15, 18, 19, 24 ist für jedes  $\lambda \geq 1$  und jedes  $\mu$  mit  $0 \leq \mu < 1$

$$\begin{aligned}
 M_Q(x) - M_Q(\mu x) &> c_{300}(\mu) F_1(x) - \\
 &- (c_{301} + \lambda c_{302}) x^{r-3} - \frac{c_{303}}{\lambda} F(x) \text{ für } x > c_{304}(\lambda, \mu).
 \end{aligned}$$

Man wähle nun

$$\lambda = \text{Max} \left( \frac{2c_{303}}{c_{300}(\mu)}, 1 \right)$$

und benutze Hilfssatz 21; es kommt heraus

$$M_Q(x) - M_Q(\mu x) > \frac{1}{2} c_{306}(\mu) F(x) - c_{305}(\mu) x^{r-3} \text{ für } x > c_{306}(\mu). \quad (187)$$

Nach Hilfssatz 6 ist aber

$$x^{r-3} < c_{307}(\mu) (M_Q(x) - M_Q(\mu x)) \quad (188)$$

für  $x > c_{308}(\mu)$ . Nach (187), (188) ist

$$(1 + c_{305}(\mu) c_{307}(\mu)) (M_Q(x) - M_Q(\mu x)) > \frac{1}{2} c_{300}(\mu) F(x) \quad (189)$$

für  $x > c_{309}(\mu)$ <sup>17)</sup>. Aus (186), (189) folgt aber der Hauptsatz 2.

<sup>17)</sup> Hier sieht man die Bedeutung des — übrigens fast trivialen — Hilfssatzes 6, dessen elementarer Beweis sich scharf von den analytischen Beweisen der übrigen Hilfssätze unterscheidet! Übrigens kann man Sätze von der Art des Hilfssatzes 6 auch analytisch beweisen; vgl. A. Walfisz, Über Gitterpunkte in mehrdimensionalen Ellipsoiden V, Acta Arithmetica 1 (1936), 222—283, insbes. S. 260—264.

## OBSAH.

## Příspěvek k teorii mřížových bodů v elipsech

$$\alpha_1(u_1^2 + \dots + u_{r_1}^2) + \alpha_2(u_{r_1+1}^2 + \dots + u_r^2) \leq x.$$

VOJTĚCH JARNÍK, Praha.

Buďte  $r_1, r_2$  celá čísla,  $\alpha_1 > 0$ ,  $\alpha_2 > 0$ ,  $\frac{\lambda_1}{\alpha_2}$  iracionální;  $r = r_1 + r_2$ ,

$z = \text{Min}(r_1, r_2) \geq 6$ . Položme dále

$$Q(u) = \alpha_1(u_1^2 + \dots + u_{r_1}^2) + \alpha_2(u_{r_1+1}^2 + \dots + u_r^2).$$

Budiž  $A_Q(x)$  počet mřížových bodů v elipsoidu  $Q(u) \leq x$ , budiž  $V_Q(x)$  objem tohoto elipsoidu,

$$P_Q(x) = A_Q(x) - V_Q(x), \quad M_Q(x) = \int_0^x P_Q^2(y) dy \quad (x > 0).$$

Buďte  $\frac{\mu_v}{q_v}$  přibližné zlomky řetězce pro číslo  $\frac{\lambda_1}{\alpha_2}$ ; položme

$$F_Q(x) = x^{r-1} \sum_{v,m,n} \frac{1}{q_v^2 m^{r_1-2} n^{r_2-2}} \text{Min} \left( 1, \left( \frac{q_{v+1} m n}{x} \right)^z \right).$$

Při tom  $v$  probíhá všechna celá čísla  $\geq 0$ , pro něž je  $p_v > 0$ ; při pevném  $v$  probíhá  $m$  resp.  $n$  všechny kladné dělitele čísla  $p_v$  resp.  $q_v$ . Hlavním výsledkem této práce jest pak tato věta: Funkce  $F_Q(x)$  vyjadřuje průběh funkce  $M_Q(x)$  tak přesně, že jest

$$0 < \liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{F_Q(x)} \leq \limsup_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{F_Q(x)} < + \infty. \quad (1)$$

Poněkud obecněji dokazují, že vztahy (1) platí též, nahradíme-li  $M_Q(x)$  funkcí

$$\int_{\mu x}^x P_Q^2(y) dy,$$

kde  $\mu$  ( $0 \leq \mu < 1$ ) je libovolná konstanta. Poměrně jednoduchý tvar funkce  $F_Q(x)$  dovoluje odvoditi řadu důsledků o průběhu funkce  $M_Q(x)$ , jež jsou dokázány v § 1 této práce.

## RÉSUMÉ.

## Contribution à la théorie des points à coordonnées entières dans les ellipsoïdes

$$\alpha_1(u_1^2 + \dots + u_{r_1}^2) + \alpha_2(u_{r_1+1}^2 + \dots + u_r^2) \leq x.$$

VOJTĚCH JARNÍK, Praha.

Soient  $r_1, r_2$  des nombres entiers,  $\alpha_1 > 0$ ,  $\alpha_2 > 0$ ,  $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$  un nombre irrationnel;  $r = r_1 + r_2$ ,  $z = \text{Min}(r_1, r_2) \geq 6$ . Posons

$$Q(u) = \alpha_1(u_1^2 + \dots + u_{r_1}^2) + \alpha_2(u_{r_1+1}^2 + \dots + u_r^2).$$

Soit  $A_Q(x)$  le nombre des points à coordonnées entières, situés dans l'ellipsoïde  $Q(u) \leq x$ , soit  $V_Q(x)$  le volume de cet ellipsoïde,

$$P_Q(x) = A_Q(x) - V_Q(x), \quad M_Q(x) = \int_0^x P_Q^2(y) dy \quad (x > 0).$$

Désignons par  $\frac{p_v}{q_v}$  ( $v = 0, 1, \dots$ ) les réduites de la fraction continue du nombre  $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ ; posons

$$F_Q(x) = x^{r-1} \sum_{v,m,n} \frac{1}{q_v^2 m^{r_1-2} n^{r_2-2}} \text{Min} \left( 1, \left( \frac{q_{v+1} m n}{x} \right)^2 \right).$$

Ici  $v$  parcourt tous les nombres entiers  $\geq 0$  tels que  $p_v > 0$ ;  $v$  étant donné,  $m$  resp.  $n$  parcourt tous les diviseurs positifs de  $p_v$  resp. de  $q_v$ . Le résultat principal peut être énoncé comme il suit: la fonction  $F_Q(x)$  représente l'allure de la fonction  $M_Q(x)$  avec une telle précision que l'on ait

$$0 < \liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{F_Q(x)} \leq \limsup_{x \rightarrow \infty} \frac{M_Q(x)}{F_Q(x)} < + \infty. \quad (1)$$

D'une manière plus générale, je démontre que (1) reste valable, si l'on y remplace  $M_Q(x)$  par la fonction

$$\int_{\mu x}^x P_Q^2(y) dy,$$

$\mu$  étant une constante quelconque telle que  $0 \leq \mu < 1$ . La fonction  $F_Q(x)$  n'étant pas trop compliquée, la formule (1) permet de démontrer de nombreux résultats concernant l'allure de la fonction  $M_Q(x)$ ; on trouve ces résultats dans le § 1<sup>er</sup> de ce Mémoire.





## IV.

# Příspěvek k srovnání křídly oblasti vltavoberounské a ohárecké.

Napsal Dr. **BŘETISLAV ZAHÁLKA.**

S dvěma tabulkami.

(Předloženo ve schůzi dne 8. května 1940.)

Ve své práci z roku 1938 (6, pg. 9, 63, 67) jsem dospěl mimo jiné též k tomu výsledku, že stupeň IV. dle určení ČEŇKA ZAHÁLKY v okolí Malnic (oblast ohárecká) jest ekvivalentní stupňům IV až VIII v okolí Roudnice (oblast vltavoberounská) a dále, že stupeň  $V_{1-4}$  dle určení ČEŇKA ZAHÁLKY v okolí Malnic jest ekvivalentní stupni IX na Roudnicku, při čemž rozdělení a stanovení křídových pásem na Roudnicku, t. j. v oblasti vltavoberounské, považuji za standardní. V tom smyslu jest možno uvedené vrstvy obou krajů navzájem paralelisovati takto (6, pg. 63):

Bílé Horky u Malnic (podle určení ČEŇKA ZAHÁLKY)	Roudnicko (rozdělení standardní)	$\frac{V_{1-4}}{IV} \dots\dots\dots \frac{IX}{IV-VIII}, \quad (1)$
---	-------------------------------------	--

což v rámci celého vrstevního sledu křídly spolu s uvedením stratigrafie ČEŇKA ZAHÁLKY a A. FRIČE se jeví v tabulce č. 1 a 2.

Naznačenou paralelisaci křídových vrstev oblasti ohárecké s oněmi oblastmi vltavoberounské doložil jsem ve své práci z r. 1938 (6) paleontologicky. Pouze na konci práce, na str. 63, jsem poznamenal, že by v rámci středního turonu bylo možné ještě řešení druhé, naznačené schématem:

Bílé Horky u Malnic (podle určení ČEŇKA ZAHÁLKY)	Roudnicko (rozdělení standardní)	$\frac{V_{1-4}}{IV} \dots\dots\dots \frac{V-IX}{IV}, \quad (2)$
---	-------------------------------------	---





v jehož prospěch by svědčil hojný glaukonit v IV<sub>f</sub> na Malnicku a v IVb na Roudnicku.

Cílem této práce jest rozřešiti naznačené dilemma. Stupeň IIIb byl z Roudnicka přes okolí Peruce do okolí Loun a Lipence podrobně sledován a tudíž jeho rozhraní s mým komplexem IV—VIII jest dobře zajištěno. Dále jest známo, že v mém komplexu IV—VIII v oblasti ohárecké nebyl *Inoceramus labiatus* nalezen. Z důvodu toho zařadil jsem v roce 1938 (6, pg. 30) celý soubor IV—VIII v oblasti ohárecké do turonu středního. Nyní pozměňuji toto zařazení v tom smyslu, že nejspodnější část svého komplexu IV—VIII, t. j. část odpovídající stupni IVab, řadím (dle vzoru oblasti vltavoberounské) do turonu spodního, jak z tabulky 1. vysvítá. Ostatek, t. j. hlavní část souboru IV—VIII, jest však turonem středním a rovněž i stupeň IX. Dilemma se pohybuje, jak vidět, v rámci středního turonu, t. j. zony s *Inoceramus lamarcki*, a nelze je tudíž rozřešiti pouze na podkladě paleontologickém.

\* \* \*

V následujícím řeším otázku na základě mocností stupňů a s pomocí petrografie, a to jest předmětem této rozpravy.

I. Přihlížíme-li k mocnostem srovnávaných stupňů, tu se jeví obě řešení takto:

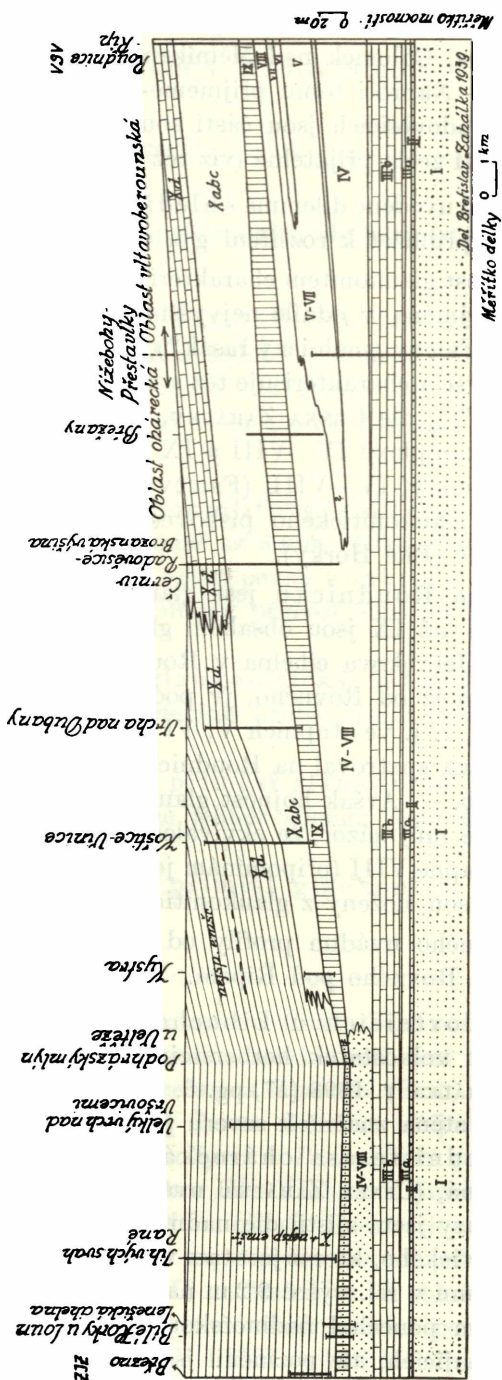
Okolí Malnic (podle určení ČEŇKA ZAHÁLKY)	Roudnicko	
$V_{1-4}$ , mocné 3.5 m	IX mocné 10 m	V—IX mocné 53 až 59 m
IV mocné 14 m	IV—VIII mocné 88 až 94 m	IV mocné 45 m

Převedeme-li čitatele zlomků na hodnotu 1, jeví se poměry mocností takto:

Okolí Malnic (podle určení ČEŇKA ZAHÁLKY)	Roudnicko	
$V_{1-4} \dots 1$	$IX \dots 1$	$V-IX \dots 1$
$IV \dots 4$	$IV-VIII \dots 8.8 \text{ až } 9.4$	$IV \dots 0.85 \text{ až } 0.76$

Poměry mocností svědčí tudíž ve prospěch řešení prvního, kteréhož jsem ve své publikaci z roku 1938 (6) též použil.

Těž mocnost písčitéch slínů pásma VIII ČEŇKA ZAHÁLKY v Žabovřeskách (22.5 m—21, pg. 158) a v Břežanech (25.9 m—21, pg. 157) jest nápadně veliká a pro pouhý stupeň VIII nevysvětlitelná. Všimněme si jen, že z oblasti vltavoberounské — z Roudnicka — směrem do mo-



Tab. 2. — Stratigrafické schéma křídý v kraji mezi Březnem u Loun a Řípem.  
(Stratigraphisches Schema der Kreide in der Gegend zwischen Priesen bei Laun und Říp bei Raudnitz.)

hutné písčité oblasti lužické nepřibývá mocnost stupně VIII úměrně tak rychlým tempem: Roudnice 11 m, Slap v Bechlině 12.5 m, „Tarnov“ nad Vehlovicemi 17 m, Chlomek nad Mělníkem 18 m, Měl. Vrutice — Hostín — 23.6 m. — Naproti tomu přijmeme-li thesi, že písčité slíny v Žabovřeskách a Radověsicích jsou částí souboru stupňů IV—VIII, jsou uvedené mocnosti zcela přijatelné (viz též grafické schema tab. 2).

II. Posudme nyní uvedené dilemma s hlediska petrografického. — Tu jest výhodno přihlížet k rozšíření glaukonitu:

Na Malnicku jest glaukonitem charakterisován předně můj soubor stupňů IV—VIII, zejména v oddíle nejvyšším, označovaném ČEŇKEM ZAHÁLKOU jako IV<sub>f</sub> (FRICŮV „malnický řasák“), kde jest nejnápadnější. Ale glaukonit jde i výše a charakterisuje též stupeň IX, na př. na Bílých Horkách u Malnic (V<sub>1-4</sub> dle ČEŇKA ZAHÁLKY, 16, pg. 42, profil č. 82). Z celého vrstevního komplexu IV—VIII a IX jest na Malnicku glaukonitem nejbohatší souvrství IV—VIII<sub>f</sub> (FRICŮV malnický řasák), složené z pevného a velmi glaukonitického pískovce vápnitého barvy šedo-zelené až modrozelené (Bílé Horky).

Naproti tomu na Roudnicku jest glaukonitu povšechně méně a v oboru stupňů IV až IX jsou obsahem glaukonitu nápadné pouze stupeň IVb (na př. Jeřábkova cihelna v Roudnici, 22, pg. 99) a stupeň VIII (na př. lom jz od Rovného, jv pod kotou 278). Jinak mezi oběma těmito stupni, t. j. ve stupních V, VI a VII není glaukonit nápadný. ČEŇEK ZAHÁLKA spatřoval na Roudnicku ekvivalent malnického řasáku ve stupni IVb. — Avšak hojnost glaukonitu ve stupni VIII na Roudnicku podporuje můj názor, že ekvivalent malnického řasáku jest tu hledati v oboru stupně VIII (připomínám jen vrstvy VIIIa<sub>1-4</sub> v lomu jz od Rovného, jež jsou složeny z glaukonitických písčitých slínů).

Na doklad řečeného uvádím profily od Radověsic u Libochovic, Žabovřesk, Břežan a Rovného pod Řípem.

1. Lom v Radověsicích u Libochovic, za domkem č. 138. Majitelem lomu jest velkostatek herbersteinský. Profil tímto lomem popsal již ČEŇEK ZAHÁLKA r. 1898 (17, pg. 6, prof. 87). Dnes odlámaním kamene jest lomová stěna značně k severu posunuta, následkem čehož šterková terasa (spodní terasa ohárecká dle mých výzkumů) jest tu již skoro vyklíněná, (ČEŇEK ZAHÁLKA uvádí její mocnost na 1 dm). Relativní výšku terasy jsem zjistil dle nadmořské výšky hladiny Ohře u cukrovaru libochovického, kteráž jest tam ve výši 157.2 m n. m. Tudíž base terasy jest v lomu v rel. výšce 9.2 m nad hladinou Ohře. Z profilu ČEŇKA ZAHÁLKY jsem ponechal nadmořskou výšku i mocnosti vrstev dnes v lomu vystupujících, ale pozměnil jsem diagnosu petrografické. Označení „1“ a „2“ jsem ponechal dle profilu ČEŇKA ZAHÁLKY. Sou-

vrstvi 1. jsem dle svých výzkumů podrobněji rozčlenil na čtyři oddíly a) až d):

Profil č. 1. — Lom v Radověsicích u Libochovic.

Pole.	168 m n. m.
Humusová vrstva s ornicí .....	0,6 m
Plistocén. — Spraš .....	1 m

Na basi spraše jest denudační zbytek spodní šterkové terasy ohárecké.

Soubor stupňů IV—VIII, souvrství 2. (u ČENKA ZAHÁLKY VIII<sub>2</sub>). — Písčité slín šedobílý, deskovitý, diaklasami velmi rozdrobený .....

IV—VIII, souvrství 1. (u ČENKA ZAHÁLKY VIII<sub>1</sub>) v úhrnné mocnosti .....

d) Písčité slín spongilitový, glaukonitický, šedobílý. Vzácné jest hrubší zrnko křemenné až 3 mm veliké. Pevný stavební kámen. — Na spodu jsou vloženy velmi pevné konkrece vápence spongilitového světle šedého, s malou příměsí jemných zrněk křemene a glaukonitu.

c) Písčité slín glaukonitický, šedobílý. Klacifikované jehlice jsou roztroušeny. Vzácné jest hrubší zrnko křemenné až 4 mm veliké. Pevný stavební kámen.

b) Písčité slín s příměsí glaukonitu, šedobílý, hlouběji slabě nažloutlý. Klacifikované jehlice spongií jsou roztroušeny. Pevný stavební kámen.

a) Písčité slín s příměsí glaukonitu, slabě nažloutlý. Pevný stavební kámen.

Dno lomu .....

159.4 m n. m.

Zkameněliny jsou tu vzácné. ČENĚK ZAHÁLKA (17, pg. 6; 21, pg. 161) uvádí odtud několik druhů, mezi nimiž jest zastoupen vůdčí druh střednoturonský — *Inoceramus lamarcki* (FRICH, 1, pg. 50 uvádí odtud *Inoceramus labiatus*, což ČENĚK ZAHÁLKA zřejmě neuznává), k němuž se druží *Prionotropis woollgari* a *Pachydiscus peramplus*, tedy vesměs druhy význačné pro soubor IV—VIII na Malnicku. Z těchže vrstev, ale z lomu Landova na vých. okraji Radověsic uvádí ČENĚK ZAHÁLKA (21, pg. 159) *Prionotropis papaliformis*, rovněž jeden z význačných druhů mého komplexu IV—VIII na Malnicku. S ohledem na hojnost glaukonitu činí písčité slíny v lomu v Radověsicích petrograficky dojem ekvivalentu souboru stupňů IV—VIII v okolí Malnic a též souboru IV—VIII v Lenešické cihelně (6, pg. 13).

*Poznámka ku profilu:* Písčité slíny IV—VIII<sub>2</sub> jsou ve své nejvyšší poloze zborceny, což ČENĚK ZAHÁLKA (17, pg. 6) vysvětluje vlivem ukládání šterků (terasových). Považuji toto zborcení rovněž za zjev druhotný, vzniklý při erosi nejvyšší části souboru IV—VIII vlivem tekoucí vody plisticenní Ohře.

2. Lom na východním okraji Žabovřesek. Soubor stupňů IV—VIII jest tu dobře přístupný ve velkém lomu severně za tratí. Profil lomem, jakož i celou strání popisuje již ČENĚK ZAHÁLKA (21, pg. 158, profil 152). Soubor IV—VIII jest tu přístupný v mocnosti 22,5 m.

Podrobil jsem mikroskopickému petrografickému výzkumu glaukonitem nejbohatší polohy a tu mi vychází, jak též z popisu ČENĚKA ZAHÁLKY vysvítá, že jeho souvrství 2 (VIII<sub>2</sub> u ČENĚKA ZAHÁLKY) jest glaukonitem nejbohatší. Též jest správná paralelisace ČENĚKA ZAHÁLKY (21, pg. 160) tohoto lomu s lomem v Radověsicích (můj profil č. 1), dle níž pevné glaukonitické souvrství IV—VIII<sub>1,2</sub> (u ČENĚKA ZAHÁLKY VIII<sub>1,2</sub>) v Žabovřeskách odpovídá pevnému souvrství IV—VIII<sub>1</sub> (u ČENĚKA ZAHÁLKY VIII<sub>1</sub>) v Radověsicích, při čemž souvrství IV—VIII<sub>3,4</sub> (u ČENĚKA ZAHÁLKY VIII<sub>3,4</sub>) lomu žabovřeského jest v Radověsicích denudováno.

V glaukonitickém souvrství IV—VIII<sub>2</sub> (VIII<sub>2</sub> u ČENĚKA ZAHÁLKY) jsem zjistil na spodu písčité slín spongilitový, glaukonitický světle šedý (pevný stavební kámen). V horní části souvrství 2. jest jehlic spongií méně a tak hornina jest pevným písčitým slínem glaukonitickým s hojnými jehlicemi spongií, též barvy šedé.

Opětne, tak jako v lomu v Radověsicích, i zde připomíná, zejména hornina souvrství IV—VIII<sub>2</sub>, malnický řasák s menším obsahem glaukonitu.

3. Břežany. Můj soubor IV—VIII jest přístupný v Břežanech v mocnosti 25,9 m v příkré strání nad severním okrajem obce; byl podrobně popsán a proměřen ČENĚKEM ZAHÁLKOU (jako pásmo VIII — 21, pg. 157, prof. č. 150). Nejspodnější přístupné souvrství IV—VIII<sub>1</sub> v mocnosti 10,5 m (VIIIa<sub>1</sub> u Č. ZAHÁLKY) sestává z nažloutlého, nepřiliš pevného písčitého slínu a obsahuje pouze malou příměs glaukonitu. Jest proloženo několika lavičkami pevného šedého křemitého vápence. — Teprve ve vrstvě IV—VIII<sub>3</sub> (VIIIa<sub>3</sub> u Č. ZAHÁLKY), přístupné nad sušárnou v mocnosti 6,4 m, jest glaukonitu více (světle šedý písčité slín s příměsí glaukonitu), ale přec méně nežli v oněch glaukonitických vrstvách souboru IV—VIII v Žabovřeskách a Radověsicích.

V obou posledních případech, v Břežanech i v Žabovřeskách, jest komplex IV—VIII přístupný až k svému patru a tu není pochyby, že směrem k Břežanům, tedy k východu 1. jednak ubylo glaukonitu



a 2. že v Břežanech střední část souboru IV—VIII, t. j. vrstva 1., jest nápadně měkká (soubor IV—VIII sahá ještě hlouběji pod úpatí stráně). V těchto změnách spatřuji náběh k poměrům dále na východě, t. j. na Roudnicku, kde ve střední části souboru IV—VIII jsou vrstvy měkké a bez glaukonitu (stupeň V, VII). — V Břežanech (oblast ohárecká) jest tedy soubor stupňů IV—VIII ještě petrograficky málo rozrůzněn (nehledíme-li k nepřístupné spodní části souboru). Odtud směrem k výšině Řipské (oblast vltavoberounská) nastává poznenáhlu diference v petrografickém složení souboru na jednotlivé stupně IV až VIII.

4. Nížebohy. Nejbliže dále na východ setkáme se s částí souboru IV—VIII v Nížebohách na západním okraji výšiny Řipské (oblast vltavoberounská). Tu jest zastoupena pouze dolní část souboru a sice pevné písčité slíny stupně IV a měkké bělavé neb šedé žlutě skvrnitě slíny souboru V—VII zachované v mocnosti 25 m, jak jsem je popsal ve své práci z roku 1924 (5, pg. 6). Horní část souboru, t. j. stupeň VIII, jest tu denudován.

5. Západní výběžek rovenského háje pod Řipem. — S tímto náleziskem započínám v okolí Řipu nejdříve, ježto stupeň VIII. jest tu ve své dolní poloze vyvinut ve facii hornin značně měkkých. Profil jsem po prvé proměřil r. 1921 a pouhá data nadmořských výšek a mocností stupňů jsem uveřejnil ve své práci z r. 1923 (4, pg. 11, prof. č. 16 — zmínka o měkké dolní části stupně VIII jest na str. 7). Nyní doplňuji profil po stránce údajů petrografických takto:

Profil č. 5. — Západní výběžek rovenského háje pod Řipem dle cesty vedoucí z Rovného na západ.

Rovina as 370 m západně od Rovného .....	270 m n. m.
Pliocén. Terasa štěrků stadia zdíbského .....	6.7 m
Střední turon. Stupeň IX. — Slinitý jíł modravě šedý, žlutě skvrnitý .....	4 m
	— 259.3 m n. m.

Stupeň VIII, souv. b. — Pevná lavice písčitého slínu světle šedého, žlutě skvrnitého s příměsí glaukonitu, jemných zrněk křemenných a s hojnými kalcifikovanými jehlicemi spongií. Hojně jsou též fukoidy .....

	0.2 m
VIII, souv. a. — Písčité slín šedý, žlutě skvrnitý s malou příměsí glaukonitu, nerovného odlomu, dosti pevný, hlouběji dosti měkký, na basi s pevnější lavičkou s hojnější faunou .....	10.6 m
	— 248.5 m n. m. —

Stupeň VII. — Měkký slín tmavošedý .....	6 m
	— 242.5 m n. m. —

Stupeň VI. — 2. Pevná lavice křemitého vápence šedého 0.2 m

1. Písčité slín světle šedý, deskovitého odlomu (hlubší vrstvy stupně VI, v okolí Řípu kolem 6 metrů mocného, jsou nepřístupny).  
Nepřístupno ..... 6.6 m  
Křižovatka cesty od Rovného s cestou od Vesců ..... 235.7 m

Pokud se týče obsahu glaukonitu ve stupni VIII., není v tomto profilu nijak nápadný, ač je i tu ve stupni VIII. zastoupen hojněji nežli v přístupných vrstvách podložních.

6. Průřez dle pěšiny z Vesců do Rovného, podél severního okraje rovenského háje. — Jako profil předešlý měl za účel ukázat, kterak spodní oddíl stupně VIII jest tu oproti poměrům v ostatním Podřípsku měkčím, vysvítá z profilu tohoto, že i v nejspodnější části stupně VI jsou tu písčité slíny nápadně měkčí (4, pg. 7), což vše naznačuje přechod k poměrům směrem k oblasti ohárecké, kde, jak to vidíme na př. ve stráni vých. nad Račany (západně od Dušníků), jest soubor V—VII vyvinut v neúplné mocnosti 25 m v rázu měkkých slínů bělavých neb šedých, žlutě skvrnitých (viz svrchu odstavec 4.).

Naproti tomu uprostřed stupně V nacházíme mezi Vesci a Rovným souvrství přes 5 m mocných písčitých slínů s pevnou lavicí téže horniny, ač v lokalitě „v Jalovčinách“ ssv od Krabčie (8, pg. 40) jsou v téže stratigrafické poloze vyvinuty většinou měkké slíny.

Profil jsem proměřil již v roce 1921 a stejně jako u profilu předešlého jsem z něho uveřejnil (4, pg. 11, profil 14) pouhá data nadmořských výšek a mocností stupňů. Nyní doplňuji jej po stránce údajů petrografických:

Profil č. 6 dle pěšiny z Vesců do Rovného.

Sz. okraj Rovného při pěšině k Vescům ..... 267.5 m n. m.

Turon střední. Nepřístupné vrstvy stupně VIII., kryté ve svahu šterkem svaleným se zdíbské terasy ..... 8 m  
— 259.5 m n. m. —

Stupeň VII. — 2. Nepřístupno ..... 3 m

1. Slín tmavošedý, měkký ..... 3 m  
— 253.5 m n. m. —

Stupeň VI. — 2. Pevný písčité slín světle šedý, deskovitého odlomu, v horní poloze s vloženou lavicí pevného křemitého vápence ..... 4.5 m

1. Písčité slín šedý, měkčí ..... 1 m  
— 248 m n. m. —

Stupeň Vab, mocný 26.4 m. — 5. Písčité slín šedý, měkčí 5.35 m

4. Slín šedý, měkký ..... 6 m

3. Písčitý slín šedý, nepevný, v nejvyšší poloze s pevnou lavicí téže horniny ..... 5.25 m
2. Slín šedý, měkký ..... 3.8 m
1. Nepřístupno ..... 6 m
- Pravděpodobně rozhraní stupně IV a V. — 221.6 m n. m. —
- Turon spodní. — Stupeň IV. — Nepřístupné vrstvy .... 11.6 m
- Jz. okraj Vesců ..... 210 m n. m.

7. Lom jz od Rovného, jv pod kotou 278, sz pod vražkovskou silnicí. — Profil uvádím z důvodu, že tu jest v horní části stupně VIII glaukonit velmi nápadný, zejména ve vrstvách VIIIa<sub>1,4</sub>. Zejména vrstva VIIIa<sub>1</sub> upomíná na některé horniny souboru IV—VIII na Malnicku. — V roce 1921 jsem proměřil tento průřez po prvé (4, pg. 11, prof. č. 17). Dodnes však lom i sliniště postoupily dále k severu a tak jsou tu vrstvy stupně VIII a IX přístupny ve větší mocnosti, jak naznačuje následující profil:

Profil č. 7. — Průřez lomem a sliništěm jz od Rovného, jv pod kotou 278.

- Pole. Vrchol sliniště ..... 264.1 m n. m.
- Ornice ..... 0.2 m
- Střední turon. — Stupeň IX. — Slinitý jíł tmavošedý 5.5 m
- Dno sliniště, vrchol lomu — 258.4 m n. m.

Stupeň VIIIb. — Pevná lavice písčitého slínu nažloutlého, šedě skvrnitého s malou příměsí glaukonitu ..... 0.3 m

VIIIa. — 4. Písčitý slín glaukonitický šedý s nádechem do zelena, lupenatě se odlučující, nepevný ..... 0.47 m

VIIIa. — 3. Písčitý slín s malou příměsí glaukonitu, nažloutlý, lupenatě se odlučující, nepevný ..... 0.57 m

VIIIa. — 2. Pevná lavice písčitého slínu s hojnými kalcifikovanými jehlicemi spongií, slabě nažloutlého. Příměs glaukonitu jest zcela malá ..... 0.3 m

VIIIa. — 1. Písčitý slín glaukonitický, světle šedý, nažloutle skvrnitý, lavicovitého odlomu, pevný. Při povrchu lupenatí ..... 1 m

Hlubší vrstvy jsou nepřístupny.

Dno lomu r. 1939 ..... 255.76 m n. m.

Vrstvy stupně VIII jsou prostoupeny diaklasami dvou systémů: I. systém S 70° Z, II. systém S 15°—30° V. Diaklasy systému druhého jeví se jako zející pukliny 1½ až 4 cm široké.

Výsledek: Poměry mocností vrstev jakož i petrografické složení hornin svědčí ve prospěch porovnání:

Okolí Malnic (dle určení ČEŇKA ZAHÁLKY)	Roudnicko
$\frac{V_{1-4}}{IV}$	$\frac{IX}{IV-VIII}$

jehož jsem použil ve své publikaci z roku 1938.

*V Brně, v říjnu 1939.*

**Vysvětlivky k tabulce 2.:** Stratigrafické schéma křídly v kraji mezi Březnem u Loun a Řipem. — Jest to poněkud pozměněné a poopravené profilové schéma onoho, jež jsem uveřejnil v roce 1938 (6, pg. 62). Změny jsou v oboru stupňů IV—VIII v krajině mezi Košticemi a Roudnicí. — Z vysvětlivek opakuji: tak jako schéma z roku 1938, jest i schéma nynější konstruováno na základě mocností a faciových změn petrografických, nikoliv na základě nadmořských výšek. Na zlomy nebyl vzat zřetel, neb tím by se schéma zbytečně komplikovalo. Jednotlivá pásma a stupně jsou vyznačeny římskými číslicemi přímo ve schématu. Šraf bylo použito k výraznějšímu rozlišení jednotlivých stupňů, po případě k vyznačení faciových změn v jejich průběhu. Schéma se opírá o řadu změřených profilů geologických, jež byly promítnuty do řezu Březno—Řip. Jsou to profily ČEŇKA ZAHÁLKY z jeho spisů o křídě okolí Řipu a o křídě poohárecké s hlediska mého spisu z roku 1938 (6). Nejdůležitější z profilů jsou v promítnuté poloze ve schématu vyznačeny a jich vertikální rozsah jest znázorněn silnou čarou.

Ve schématu jest vyznačeno, kterak soubor stupňů IV—VIII se faciově mění východně od Podhrázského mlýna u Veltěže a kterak směrem do Podřípska, t. j. do oblasti vltavoberounské, se rozlišuje v řadu stupňů, jež v okolí Roudnice jsou petrograficky ostře rozlišitelné. — Stupeň IX se směrem na východ faciově mění přibližně v témže kraji. —

Sledujeme-li pásmo Xabc z Podřípska na západ, přechází ve slíny a slinité jíly v krajině mezi Kystrou a Podhrázským mlýnem. — Pásmo Xd se svými zvonivými inoceramovými vápenci v krajině západně od Černiva přechází rychle v měkké slinité jíly březenské. V nejvyšší poloze těchto slinitých jílu březenských, na vrcholu návrší „Vinice“ nad Košticemi, jsou již zkameněliny spodního emšru, takže dále na západ možno celý tento komplex slinitých jílu březenských označit jako soubor pásem Xabc + Xd + nejspodnějšího emšru.

## Beitrag zur Vergleichung der Kreide des Moldau-Beraun- und Egergebietes.

(Zusammenfassung des tschechischen Textes.)

In meiner Arbeit vom Jahre 1938 (6, pg. 6, 63, 67) bin ich unter anderem zu dem Resultate gelangt, daß die Stufe IV nach ČENĚK ZAHÁLKA in der Umgebung von Malnitz (Egergebiet) den Stufen IV bis VIII in der Umgebung von Raudnitz (Moldau-Beraungebiet) und weiter, daß die Stufe V<sub>1-4</sub> nach ČENĚK ZAHÁLKA in der Umgebung von Malnitz der Stufe IX in der Umgebung von Raudnitz äquivalent ist, wobei die Stufenbestimmung in der Umgebung von Raudnitz als Standart aufgefaßt wird. In diesem Sinne lassen sich die angeführten Stufen der beiden Gebiete miteinander folgendermaßen vergleichen:

Weißer Berg bei Malnitz (laut Bestimmung ČENĚK ZAHÁLKA's)	Die Umgebung von Raudnitz (Standarteinteilung der böhm. Kreide)
$\frac{V_{1-4}}{IV} \dots\dots\dots$	$\frac{IX}{IV-VIII},$

was im Rahmen der Stufenfolge der ganzen Kreide mit Einführung der Stratigraphie ČENĚK ZAHÁLKA's und A. FRIC's in der Tabelle 1 übersichtlich dargestellt ist.

Die angeführte Vergleichung der Kreideschichten in beiden Gebieten habe ich in meiner Arbeit nur palaeontologisch belegt. Allein am Ende der Arbeit, auf der Seite 63, bemerkte ich, daß in dem Rahmen des Mittelturons noch eine zweite Lösung möglich wäre, welche durch folgendes Schema bezeichnet werden könnte:

Weißer Berg bei Malnitz (laut Bestimmung ČENĚK ZAHÁLKA's)	Die Umgebung von Raudnitz (Standarteinteilung der böhm. Kreide)
$\frac{V_{1-4}}{IV} \dots\dots\dots$	$\frac{V-IX}{IV},$

was die Häufigkeit des Glaukonits in IV<sub>f</sub> (ČENĚK ZAHÁLKA) in der Umgebung von Malnitz und in IVb in der Umgebung von Raudnitz bezeugt.

Das Ziel dieser Arbeit ist dieses oben angeführtes Dilemma zu lösen. In der Tafel 1, in der Kolonne für das Egergebiet setze ich die Grenze zwischen dem unteren und mittleren Turon in den unteren Teil des Stufenkomplexes IV—VIII, und zwar nach dem Vorbilde der Standarteinteilung in dem Moldau-Beraungebiete. Es bewegt sich also das Dilemma im Bereiche des Mittelturons, d. i. der Zone mit Inoceramus lamarcki. Deshalb läßt sich über das Dilemma auf reine palaeontologischen Wege nicht entscheiden.

In folgendem löse ich die Frage a) auf Grung der Mächtigkeit der einzelnen Stufen und b) mit Hilfe der Petrographie und das ist das Thema dieser Arbeit.

I. Wenn wir die Mächtigkeit der vergleichenden Stufen betrachten, so erscheint das Dilemma folgendermaßen:

Die Umgebung von Malnitz (laut Bestimmung ČENĚK ZAHÁLKA'S)	Die Umgebung von Raudnitz	
$V_{1-4}$ , mächtig 3.5 m	IX, mächtig 10 m	V—IX, mächtig 53—59 m
IV, mächtig 14 m	IV—VIII, mächtig 88—94 m	IV, mächtig 45 m.

Überführen wir den Zähler des Bruches auf den Wert 1, dann erscheinen die Proportionen der Mächtigkeiten folgendermaßen:

Die Umgebung von Malnitz	Die Umgebung von Raudnitz	
$\frac{V_{1-4} \dots 1}{IV \dots 4} \dots$	$\frac{IX \dots 1}{IV—VIII \dots 8.8 \text{ bis } 9.4}$	oder $\frac{V—IX \dots 1}{IV \dots 0.85 \text{ bis } 0.76}$

Die Proportionen der Mächtigkeiten zeugen deshalb zu Gunsten der ersten Lösung, deren ich mich in meiner Publikation vom Jahre 1938 bediente. — Auch die Mächtigkeit der Stufe VIII nach ČENĚK ZAHÁLKA in Schaborschesk (22,5 m, 21, pg. 158) und in Breschan (25,9 m, 21, pg. 157) ist auffallend groß und bloß für die Stufe VIII unerklärlich.

II. Beurteilen wir jetzt das Dilemma vom Standpunkte der Petrographie: Da ist es vorteilhaft die Verbreitung des Glaukonits in Betracht zu ziehen.

In der Umgebung von Malnitz ist durch Glaukonit erstens mein Stufenkomplex IV—VIII charakterisiert, besonders in der obersten Abteilung, welche ČENĚK ZAHÁLKA als  $IV_f$  (= FRIČ'S Malnitzer Grünsandstein) bezeichnete. Allein Glaukonit geht noch höher und charakterisiert auch die Stufe IX, zum Beispiel auf dem Weißen Berge bei Malnitz ( $V_{1-4}$  nach ČENĚK ZAHÁLKA). Aus dem ganzen Stufenkomplexe IV—VIII und IX ist in der Umgebung von Malnitz an Glaukonit die Abteilung „ř“ (= FRIČ'S Malnitzer Grünsandstein) die reichste, welche aus festem graugrünem bis blaugrünem sehr glaukonitischen Kalksandstein (am Fuße des Weißen Berges) zusammengesetzt ist.

In der Umgebung von Raudnitz hingegen ist Glaukonit allgemein nicht so viel verbreitet und im Bereiche der Stufen IV bis VIII und IX sind durch Gehalt von Glaukonit auffallend: Stufe IVb (z. B. in der Jeřábek — Ziegelei bei Raudnitz — 22, pg. 99) und Stufe VIII (z. B. in dem Steinbruche SW von Rowney, SÖ unter der Kote 278). — ČENĚK

ZAHÁLKA nahm als Äquivalent des Malnitzer Grünsandsteines in der Umgebung von Raudnitz die Stufe IVb. — Allein die Häufigkeit des Glaukonits in der Umgebung von Raudnitz zeugt zu Gunsten meiner Auffassung, u. zw. daß das Äquivalent des Malnitzer Grünsandsteines in der Umgebung von Raudnitz in der Stufe VIII zu suchen ist (ich erwähne nur die Schichten VIII<sub>1,4</sub> in dem Steinbruche SW von Rovné, welche aus den glaukonitischen Sandmergeln zusammengesetzt sind.

Um Besagtes zu belegen, werden Profile von Radovesitz bei Libochowitz, Schaborschesk, Breschan und Rowney bei Raudnitz angeführt.

*Brünn, Oktober 1939.*

**Erläuterungen zu der Tafel 2:** Stratigraphisches Schema der Kreide in der Gegend zwischen Priesen bei Laun und Řip bei Raudnitz. — Es ist ein nur wenig verändertes und verbessertes Schema desjenigen, welches ich im Jahre 1938 (6, pg. 62) veröffentlicht habe. Die Veränderungen betreffen die Stufen IV—VIII in dem Raume zwischen Koschitz und Raudnitz. Aus den Erläuterungen vom Jahre 1938 (6, pg. 68) entnehme ich: so wie das Schema vom Jahre 1938 wurde auch dieses an der Hand der Mächtigkeiten, nicht aber nach der Meereshöhe konstruiert. Dislokationen wurden nicht berücksichtigt. Die einzelnen Zonen und Stufen wurden mittels römischer Ziffern direkt im Schema bezeichnet. Das Schema wurde mit Hilfe der Profile, die in den Arbeiten ČENĚK ZAHÁLKA'S beschrieben sind, ausgearbeitet, und zwar unter dem Gesichtswinkel meiner Ansicht vom Jahre 1938 (6). Die wichtigsten Profile und ihr vertikaler Umfang wurden durch Linien veranschaulicht. Aus dem Schema sind die faziellen Veränderungen der Stufen in ihren Verlauf aus dem Egergebiete in die Umgebung von Raudnitz (das Moldau-Beraungebiet) ersichtlich. —

#### CITOVANÁ LITERATURA.

1. FRIČ A.: Studie v oboru křídového útvaru v Čechách. II. Bělohorské a Malnické vrstvy. (Archiv pro přírodovědecké prozk. Čech. IV. 1879.)
2. — Studie v oboru křídového útvaru v Čechách. IV. Teplické vrstvy. (Tamtéž, VII, 1889.)
3. — Studie v oboru křídového útvaru v Čechách. V. Březenské vrstvy. (Tamtéž, IX, 1894.)
4. ZAHÁLKA BŘETISLAV: O geologických poměrech okolí Roudnice a Řipu. (Knihovna Stát. geol. úst. ČSR. Praha, sv. 5, 1923.)
5. — Geologické poměry jihovýchodního okraje prolomu středohorského v okolí Nížeboh u Budyně. (Sborník St. geol. ústavu ČSR., Praha, IV, 1924.)
6. — Geologická mapa kraje mezi Lenešicemi, Břvany a Hrádkem a nové názory na stratigrafií křídý poohárecké. (Spisy vydávané přírodovědeckou fakultou Masarykovy university. Brno, č. 264, 1938.)
7. ZAHÁLKA ČENĚK: O třech nejstarších pásmech křídového útvaru v okolí Řipu (Pásmo I, II, III). (Věstník Král. čes. spol. nauk, 1893.)
8. — Stratigrafie útvaru křídového v okolí Řipu. Pásmo IV, pásmo V. S 35 profily a obrazem profilometru na 36 tabulkách. (Výroční zpráva stř. hospodářské školy v Roudnici, 1892—1893.)

9. — Pásmo VI. křídového útvaru v okolí Řipu. (Věstník Král. čes. spol. nauk, 1893.)
  10. — Pásmo VII. kříd. útvaru v okolí Řipu. (Tamtéž, 1893.)
  11. — Pásmo VIII. kříd. útvaru v okolí Řipu. (Tamtéž, 1893.)
  12. — Stratigrafie křídového útvaru v okolí Řipu (pokračování). Pásmo IX. (Výroční zpráva stř. hospodářské školy v Roudnici, 1893—94.)
  13. — Pásmo X. křídového útvaru v okolí Řipu. (Věstník Král. čes. spol. nauk, 1894.)
  14. — Pásmo III. kříd. útvaru v Poohří. (Tamtéž, 1897.)
  15. — Pásmo IV. kříd. útvaru v Poohří. (Tamtéž, 1897.)
  16. — Pásmo V. kříd. útvaru v Poohří. (Připojeno: Pásmo VI. a VII.) (Tamtéž, 1898.)
  17. — Pásmo VIII. kříd. útvaru v Poohří. (Tamtéž, 1898.)
  18. — Pásmo IX. křídového útvaru v Poohří. (Tamtéž, 1899.)
  19. — Pásmo X. kříd. útvaru v Poohří, 1899.)
  20. — Über die Schichtenfolge der westböhmisches Kreideformation. (Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanstalt, Wien, 1900, Bd. 50.)
  21. — Útvar křídový v Českém Středohoří I. Text 4°, Roudnice, 1914.
  22. — Die sudetische Kreideformation und ihre Äquivalente in den westlichen Ländern Mitteleuropas. I. Die westböhmisches Kreide und die Kreide in dem östlichen Bassin de Paris. (Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanstalt, Wien, 1915, Bd. 65.)
  23. ZÁZVORKA VLAST.: Rozhraní spodního a středního turonu v české křídě. (Časopis Nár. musea, Praha, 1938, pg. 296.)
-



## V.

# Geologicko-petrografické poměry území mezi Březnicí a Bělčicemi (jz. cíp spec. mapy list Příbram, 4152).

S geologickou mapou.

Dr. **JOSEF VACHTL**, Praha.

(Předloženo ve schůzi dne 8. května 1940.)

Popisem území mezi Březnicí a Bělčicemi pokračuji v řadě zpráv, které jsem podal o geologickém mapování severozápadního okraje středočeského plutonu na listu Příbram.<sup>1)–3)</sup>

Studovaná oblast je tvořena hlavně biotit-amfibolickými a biotitickými diferenciáty granodioritového magmatu, které uzavírají místy drobnější tělesa gabbrodioritová. V jihových. části, jak je patrné z přiložené mapy, sem zasahuje výběžek jílovského pásma (orthorulové povahy), který končí nedaleko Hudčic. Je oddělen užším pruhem amfibolbiotitického granodioritu od metamorfovaných hornin mirovického ostrova, o němž podal poslední dobou zprávu K. URBAN.<sup>4)</sup> Úzký ostrov metamorfovaných hornin, pravděpodobně algonkických, prostoupených zbrídlíčnými intrusivy, nalézáme také při záp. okraji mapy poblíž Leletic. Sousedí z části při severní straně s mladší serií drcených, křemíkových drob (u Vacíkova). Tyto se stýkají dále k severu se spodnokambriky horninami Štěrbiny a Hraničního hřebenu, který dělí naše území od sousedního Rožmitálska.<sup>5)–6)</sup>

<sup>1)</sup> VACHTL J.: Geol.-petrografické poměry okolí Smolotel jv. Příbramě. (Věstník Geol. úst. VIII. 3, 1932.)

<sup>2)</sup> VACHTL J.: Geol.-petrografické poměry okolí Milína jihových. Příbramě. (Věstník Geol. úst., VIII. 4–5, 1932.)

<sup>3)</sup> VACHTL J.: Geol.-petrografické poměry území mezi Březnicí a Milínem jižně Příbramě. (Věst. Král. čes. spol. nauk, tř. II., roč. 1935.)

<sup>4)</sup> URBAN K.: Několik poznámek ku geologii území mezi Pískem a Březnicí. (Věst. Geol. úst., IX. 1, 1933.)

<sup>5)</sup> ŽELÍZKO J. V.: Geol.-palaeontologické poměry nejbližšího okolí Rožmitálu. (Rozpr. Čes. akademie, tř. II., XV. 42, 1906.)

<sup>6)</sup> KETTNER R.: Geol. poměry okolí rožmitálského. (Sborník Rožmitál p. Třemšínem a jeho okolí, 1930.)

Výškové dominuje mapovanému území skupina Špalkové hory (k. 618) s Holým vrchem sev. Bělčic a vrch Stráž (k. 637) u Leletic, budované hrubozrnným granitem. Vlastní granodioritová oblast je morfologicky málo výrazná a má spíše plošinný ráz. Od Březnice k jihu i k západu se zvolna zvyšuje. Mírně vystupují nad granodioritovým územím části, budované metamorfovanými sedimenty, jako Drahenický vrch (k. 604) a břidličný pruh leletický (k. 606). Jílovské pásmo se neprojevuje morfologicky zvlášť výrazně.

### 1. Výběžky mirovického ostrova.

Zbytky metamorfovaných sedimentů, které se vyskytují mezi Koupí, Hradčany a Drahenicemi v jz. cípu naší mapy, mají celkem stálé petrografické složení a náleží jistě jedinému stratigrafickému celku. Převládají hlavně *biotitické rohovce*, více či méně *zfyilitované*, méně hojně jsou *plodové* a *skvrnité břidlice*. Tyto horniny se účastní hlavním podílem na stavbě metamorfovaného ostrova mirovického a považují se všeobecně za algonkické. S tím souhlasí i *křemencové vločky*, zjištěné na sev. svahu Drahenického vrchu, které se často vyskytují v jílovitých a drobových břidlicích příbramského algonkia, tak na př. u Kamenné jv. Třebeska a jinde.

Souvislost algonkického pláště je přerušena četnými *apofysami* biotit-amfibolického *granodioritu*, které pronikají ve tvaru úzkých nebo několik desítek metrů mocných žil zbrídlíčnenými sedimenty. Zbrídlíčnění algonkických rohovců je místy intenzivní, převážně severního až sever-severozápadního směru. U drahenického ovčina se rohovce roubíkovitě rozpadají. Břidličnatost má příkrý sklon, kolem 80–85° k záp. i vých. U severozáp. směru bývá poněkud mírnější, tak na návrší Lipovce sv. Koupě 35–50° k sv., na Drahenickém vrchu 55–60° k jz. i sv.

Jižně Hudčic odděluje široká apofysa amfibol-biotitického granodioritu rohovcový komplex od orthorulových hornin jílovského pásma. Granodiorit pak vniká mezi oba celky i podél jižní hranice pásma (okolí Martinic). Rohovcová kra, oddělená hudčickým granodioritem, je omezena po obou stranách výraznými poklesovými dislokacemi severního směru. Východní z nich je obnažena v granodioritovém lomu fy Tlustý a synové. Zmínil jsem se o ní podrobně ve zvláštní zprávě.<sup>7)</sup> Rohovce, které jsou při dislokaci intenzivně břidličnaté a listovitě rozpadavé, jsou prostoupeny větším počtem žil světlého *křemitého porfyru*. Příznivé

<sup>7)</sup> VACHTL J.: Porfyrický augitický diorit a assimilace míšení ve středočeském žulovém masivu u Hudčic jihozáp. Březnice. (Věda přírodní, XVI. 5, 1935.)

odkryvy těchto žil nalezneme v úvozové cestě při vých. okraji Koupě. Horniny jsou bělavé, silně stlačené, takže se rozpadají drobně břidličnatě. Na břidličných plochách jsou povlečeny mázdřítými povlaky sericitu. Porfyrické vrstlice (velikosti do 2 mm) tvoří hlavně idiomorfní, lentikulárně vytažené křemeny, méně často drobnější orthoklasy a albit-oligoklasy. Základní hmota bývá *felsitická*, někdy obsahuje jemně speřené, mikropegmatitické útvary. Také na ní jsou patrné stopy silného tlaku. Některé vzorky jsou zbarveny silně limonitem.

Studium tektoniky algonkických sedimentů okolí Koupě nás vede k zajímavému poznání. Zatím co jinde, buď na okraji Barrandienu na Příbramsku a také ve větší části mirovického ostrova, hlavním tektonickým směrem je barrandienský severovýchodní směr, který určuje břidličnatost sedimentárních serií a udává také směr žulovým intrusím, charakteristickým rysem zdejší tektoniky je severní až severozápadní orientace, tedy příčná k barrandienskému směru. Projevuje se jak v břidličnatosti algonkických rohoveců a v průběhu hlavních dislokací, tak i ve směru granodioritových apofys. Intruse a krystalisace granodioritu se dala ještě z části pod vlivem této tektonické fáze, jak je patrné z dalšího popisu hornin. Křemité porfyry koupěské jsou patrně starší nežli okolní masivní horniny, soudě z jejich silného tlakového porušení. Nesmíme však zapomínat, že tvoří poměrně tenké žíly, které, podobně jako břidličnaté sedimenty, podléhají silněji mechanickému vlivu tlaku nežli okolní granodiorit. Podobné felsitické porfyry byly zjištěny také v břidličném pruhu leletickém, dále v okolí Rožmitálu (u Pňovic) a nedaleko Pečic na Smolotelsku.

## 2. Břidličný pruh leletický.

V záp. části mapy vystupuje úzký pruh metamorfovaných sedimentů a stlačených intrusiv, protažený směrem h 10—11, který na západním konci, přesahujícím nepatrně na sousední list, má šířku přes  $\frac{1}{2}$  km, na jihovýchodním konci pouze 200—300 m. Úklon břidličných ploch je zde většinou příkrý k východu, v okolí Leletic zapadají také pod 40—75° k západu. Zdá se, že sedimentární souvrství břidličného pruhu je poněkud zvrásněno.

Na rozdíl od výběžku metamorfovaného ostrova mirovického je složení leletického pruhu daleko pestřejší.

Podstatným členem je serie kontaktně *metamorfovaných břidlic a drob*. Špatně břidličnaté *rohovce* jsou prostoupeny několika žilami granodioritu a bývají podél nich často feldspatisovány. *Droby*, které tvoří zejména návrší sz. Leletic, mají tmavošedou až nazelenalou barvu a obsahují často valounky křemene až  $\frac{1}{2}$  cm velké. Při mikroskopickém

prohlížení je patrna *fylitísace* jílovito-slídnatého tmelu a řazení rekrystalovaných lamelek biotitových v tenké zprohýbané proužky. Klustické součásti jsou hlavně žulového původu (křemen, orthoklas, kyselý plagioklas), méně hojné jsou droby jílovitých břidlic. Vzácně obsahují droby zrnka chloritu, mázdrovité agregáty slídnatých minerálů, hojný jest rozptýlený magnetit.

Na lesním návrší sz. Leletic přecházejí droby v *konglomerátickou polohu*. Slepence obsahují ploché valouny (až 5 cm) žilného křemene, vedle úlomků tmavohnědých, zfylitísovaných břidlic. Částečně křemitý tmel nese stopy kontaktní a hydrotermální proměny. Jemná substance je poněkud krystalické povahy, bohatá magnetitem, chloritem a epidotem. Vedle biotitu obsahuje drobné šupiny světlé slídy. Z klustik se vedle křemene nejčastěji objevují úlomky živců a břidlic.

Celá břidlično-drobová serie i s polohou konglomerátů je patrně algonkického stáří. Rohovce se podobají úplně horninám mirovického ostrova nebo metamorfovanému algonkiu z okraje středočeského plutonu. ZEPHAROVICH<sup>8)</sup> řadí sedimenty leletického pruhu do etáže A starého Barrandova dělení. Na říšské geol. mapě je leletický pruh vyznačen jako Příbramer Schiefer.

Vedle sedimentárních členů tvoří leletickou zonu také zbrídlíčenná intrusiva.

Jsou to především tlustě *břidličnaté, amfibolické* horniny, které označuje ZEPHAROVICH jako Dioritschiefer a Dioritporphyre. Tvoří tenké žíly v metamorfovaných břidlicích poblíž k. 579 sev. Záhrobí, dají se pak sledovati k Leleticům a v širším pruhu se objevují v polích na svahu k vacíkovskému údolí. Bývají nejčastěji tmavé, šedo zelené, dosti jemnozrné. Někdy se podobají makroskopicky amfibolitům jílovského pásma. Vzácně mají poněkud porfyrickou strukturu. Velikost součástek zřídka přesahuje 0,5 mm, pouze u porfyrických druhů jsou živce až 2,5 mm velké. Horniny obsahují vedle (idiomorfních nejčastěji) plagioklasů — andesin až andesin-labradorů — zrna zeleného amfibolu, dosti značné množství křemene, dále množství magnetitu, chlorit. Živce jsou slabě saussuritísovány, amfibolová zrna na koncích tříštnatá. Po obvodu živcových zrn je v některých vzorcích uspořádán řezankovitý agregát světle zeleného aktinolitického amfibolu. Na všech součástkách je patrně seřazení paralelně s břidličnatostí horniny.

Pokládal jsem zprvu některé z těchto hornin za metamorfované diabasy spilitové formace algonkické, teprve mikroskopický rozbor ukázal, že běží o *intrusivní diority*, které se liší od metamorfovaných spilitů značným obsahem křemene, nedostatkem reliktní augitu, ilme-

<sup>8)</sup> ZEPHAROVICH V. v.: Die Silur-Formation in der Gegend von Klattau u. Rožmitál in Böhmen. (Jahb. d. k. k. geol. Reichsanst., VII., 1856.)

nitě, leukoxenu i strukturou. Jisté příbuzenství bude patrně mezi těmito horninami a stlačenými diority, které se vyskytují na Rožmitálsku na vrchu Hradci a Chocholíku u Pňovic, dále u Skuhrova, Hoděmyšle a jinde (viz KETTNER<sup>6</sup>).

Dalším charakteristickým členem leletické zony jsou světle šedé *felsitické horniny*, které rovněž uvádí již ZEPHAROVICH (Felsit-Schiefer). Úlomky těchto hornin nalezneme hojně v ssuti v polích při cestě ze Záhrobí přes k. 528 do Leletic (k. 579) a na Špalkovou horu. Mapování této části je značně ztíženo nedostatkem odkryvů. Felsity bývají většinou zbrídlíčeny. Jsou mléčně bělavé, našedlé nebo nazelenalé. Základní, felsitická, vzácně také mikrogranitická hmota, obsahuje vedle křemitých a živcových vrostlíček vzácně sloupky amfibolu, většinou však množství sericitu a práškovitý magnetit, uspořádaný v jemných proučcích. Vrostlicová zrnka bývají drcena. V základní hmotě zjistíme často druhotný epidot (krupicovitý agregát) a klinozoisit. Stlačené *felsity* a *felsitické porfyry* se shodují petrograficky se zmíněnými již křemitými porfyry od Koupě. Obdobné horniny nalézáme i na jiných místech okraje středočeského plutonu na Příbramsku. Tak zejména v širším okolí Rožmitálu (Hradec, Chocholík, Pod horou), kde postupují spolu se stlačenými diority metamorfovanými algonkickými břidlicemi. Podobné felsitické horniny provázejí také na Smolotelsku pruh algonkických rohovečů v lese Zásek. Běží o velmi charakteristickou intrusivní formaci, která vystupuje v poruchových zónách přibližně severního směru (Leletice h 11, Koupě h 11—12, Hradec, Chocholík h 1—2, pouze u Pečic je směr asi h 3—4) a bývá zpravidla také tímto směrem intenzivně zbrídlíčena.

Mezi k. 578 a 559 jižně Vacíkova sousedí s mocnější žilou dioritických hornin leletického pruhu serie křemitých sedimentů. Její styk s algonkickými horninami pruhu není nikde odkryt. Na východní straně se stýká tato serie s hrubozrnnou žulou návrší Stráže. Severní pokračování je zakryto širokým aluviem vacíkovského potoka. Je zajímavé, že také na k. 579 sev. Záhrobí, byly nalezeny ojediněle úlomky křemitých sedimentů této serie, v tomto případě jemnozrnného písčitého křemence. Nelze však rozhodnout pro naprostý nedostatek odkryvů, zdali běží o nálezy náhodný, nebo zda jsou zde tyto sedimenty zastoupeny samostatnou polohou.

### 3. Křemitá serie vacíkovská.

Petrografické složení i tektonické poměry vacíkovské serie můžeme sledovati v několika příležitostných jamách v polích jv. od Vacíkova.

Charakteristickým jejím členem jsou *křemité droby* a *pískovce*, obsahující místy polohy poněkud *křemencovité* nebo *slepencovité*. Horniny

jsou většinou jemnozrné, o zrně 0,2—0,6 mm, místy mají valounky rozměry 5—8 mm. Barva drob bývá nejčastěji světlešedá, nahnědlá nebo nazelenalá. Často jsou pruhovaně žíhané. Klastická zrnka tvoří hlavně světlý žilný křemen, v menšině jsou zastoupeny živce (orthoklas, mikroklín, oligoklas až andesin), ojediněle šupiny muskovitu, vedle toho bývá přítomen akcesoricky turmalin, zirkon, titanit, magnetit a hematit. Pravděpodobně byly přítomny i jiné součásti vzácnější, jejichž rozdrčené a proměněné zbytky splývají s tmelem hornin (na př. úlomky amfibolů). Křemenná zrnka mají tupě hranatý nebo mírně zaoblený tvar, většinou jsou rozmačkána, neboť horniny bývají zpravidla silně drceny. Živce podlely z velké části sericitisaci.

Tmel drobových hornin je křemitý, obsahuje však menší množství sericitu, dále přimíšený chlorit, rudní zrněčka a téměř ve všech vzorcích spoustu epidotu. Křemitý tmel narůstá pouze v ojedinělých případech orientovaně kolem křemenných valounků.

Velmi zajímavým zjevem je hydrotermální *epidotisace* křemitých drob, kterou zjistíme téměř u všech vzorků a zejména při kontaktu s žulou. Epidot krystaluje v jemném agregátu hlavně podél břidličnatosti hornin, místy tvoří také izolované ostrůvky, jindy souvislé žilky, rozmrštěné podél ložních ploch nebo rozvětvené do příčných trhlin. Spolu s epidotem se vyskytují stéblovitá zrnka klinozoisitu, někdy jemně šupinovitý chlorit, vzácně zelenohnědý biotit. Značné množství epidotu (cca  $\frac{1}{4}$  hmoty horniny) obsahuje zejména zelenavá kvarciticá hornina z okraje lesa sev. březnické silnice, vystupující téměř na styku s žulou.

Původní vrstevnatost drob je nezdědká zastřena silnou puklinatostí a břidličnatostí. Pozná se mnohdy až podle tenkých *žilovitých* nahnědlých *vložek* (zfyilitisované), oddělujících drobové lavice. Ty byly zjištěny zejména v lomovém odkryvu poblíž koty 579 vých. Vacíkova. Lavice drob zde leží ve směru h 7, pod úhlem 45—50° k sv. O něco dále k východu mají směr h 9, sklon 60° k sv. a h 8—9, 40—45° k sv. Pouze křemencová lavice při okraji lesa leží h 4, 20—25° k jv. Tento odkryv však není zcela spolehlivý. Z ostatních je patrné, že vacíkovská serie má směr málo odchylný od břidličného pruhu leletického, její úklon je daleko mírnější, takže mezi oběma je patrně diskordance, potvrzená i výskytem dioritů na jejich vzájemné hranici.

2 km na severovýchod od Vacíkova probíhá směrem ssz.-jjv. Hraňní hřeben, který tvoří jihovýchodní pokračování kambriického hřbetu Štěrbyny. Je budován *třemošenskými křemitými slepenci a písковci*, v jejichž podloží vystupují mylonitisované, modrošedé nebo nafialové *droby*, patrně ekvivalent drob *sádecko-bohutinských*. Úzké kry třemo-

šenských slepenců, tvořících vlastní hřeben Hraničního hřebene, mají směr h 9—11 a zapadají příkře k severovýchodu. Sádecko-bohutínské droby skládají táhlý, jihozápadní svah hřebene. Nejsou zde v šířce téměř 1 km obnaženy, neboť svah je pokryt mocnou ssutí křemitých slepenců a je hustě zalesněn. V ssuti se však objevují dost často úlomky drob, spolu s úlomky zrnitých diabasů. Asi 1 km vých. od Vacíkova vystupují také droby v malém odkryvu. Jsou zde silně roubíkovitě rozpučány, zejména při dislokaci (h 1, 80° záp.), která je dělí od úzké kry vacíkovských křemitých drob.

Tektonická poloha vacíkovské křemité serie je tedy zcela jasná. Droby leží diskordantně v nadloží břidličného pruhu leletického, jehož sedimentární členy jsou patrně algonkického stáří. Při tom zapadají na severovýchodě pod kambrický hřbet Hraničního hřebene a Bublavy, budovaný drobami sádecko-bohutínskými a třemošenskými pískovci a slepenci. Ssutové pokryvy nedovolují určit, do jaké míry jsou obě hranice vacíkovské serie původní. S určitostí můžeme předpokládat, že její styk s kambrickými sedimenty Hraničního hřebene je tektonický. Třemošenské souvrství tohoto úzkého hřebene netvoří, jak už jsem podotkl, souvislý pruh, nýbrž je roztříštěno v řadu ker, přesunutých přes sebe podle směrných poruch, nebo dislokací, svírajících s pruhem mírný úhel (h 11—12). Není myslitelné, že by sádecké droby v podloží třemošenského pruhu tvořily v původní mocnosti serii přes 1,5 km širokou, když jejich průměrná mocnost v okolí Příbrami je max. 500—600 m. Musíme tedy předpokládat, že po jižním svahu Hraničního hřebene, budovaném sádeckými drobami, probíhají tektonické linie systému h 11—12, které způsobují zmohutnění pásma sádeckých drob a pravděpodobně též jeho přesunutí přes serii vacíkovskou. S tím souhlasí mimořádné tektonické porušení této serie a její zbrídlíčení ve směrech h 11—1.

Pro transgresivní povahu jižní hranice vacíkovské serie nemáme také dokladů. Drobám chybí klastický materiál algonkického podloží, který je tak příznačný pro basální souvrství kambrické (žitecké slepence) ostatního Příbramska. Petrograficky se liší rovněž od pískovcových poloh třemošenských slepenců. Jsou daleko jemnozrnější, neobsahují charakteristických bulžníkových valounků ani podstatnější hematitové příměsi, která vyznačuje třemošenské souvrství Štěrbiný a Hraničního hřebene.

Křemité droby vacíkovské bychom mohli nejspíše petrograficky srovnávat s některými polohami svrchnokambrických vrstev březohorských nebo s křemitými drobami tremadoku. Na rozdíl od březohorských drob neobsahují úlomků jineckých břidlic, víme však, že tyto

vrstvy nejsou ve zdejší oblasti vyvinuty, alespoň ne ve facii břidličné. V centrální oblasti brdské (Koruna—Tok—Brda) jsou jinecké a březohorské vrstvy zastoupeny písčitou facii v nadloží třemošenských slepenců. Vacíkovské křemité droby s vložkami jílovitých břidlic by mohly být rovněž ekvivalentem obou souvrství. Byl by to izolovaný, nejdále k jihu vysunutý výběžek středního a svrchního kambria příbramského.

Petrografickým složením upomíná serie vacíkovská také na některé polohy křemitých drob ze spodní části vrstev krušnohorských. Podle dosavadních geologických studií ve středočeském paleozoiku, sahala transgrese basálních vrstev ordovických nejdále k jihu do okolí Mirošova a Skořice. Představoval by nám proto i v tomto případě výskyt u Vacíkova lokalitu poněkud odlehlou hlavní ordovické pánvi. Tím bychom si mohli vysvětliti i nedostatek tufogenních součástí, kterými se vyznačují drobové sedimenty krušnohorských vrstev.

Otázka stáří vacíkovské křemité serie zůstává tedy zatím otevřenou jak pro nedostatek zkamenělin tak i pro mimořádně komplikovanou tektonickou stavbu širokého okolí kambrických trosk Štěrbiny a Třemšína.

#### 4. Jílovské pásmo.

Na území naší mapy zasahuje jen nepatrný cíp jílovského pásma jihozápadně od Martinic. Je tvořen hlavně světlešedými granodioritickými orthorulami, zbrídlíčněnými ve směru h 4—5. Jižně Martinic jsou prostoupeny četnými žilami křemennými. Drobné odkryvy poskytují zejména svahy návrší Hradce vých. od Hudčic (Simínský vrch). Nad Simínským mlýnem mají orthoruly plástevnatý vzhled, zdůrazněný souvislými proužky amfibolovými. Úklon břidličnatosti je 15—50° k jv.

Kerný rozpad jílovské zony, zjištěný mapováním v bližším okolí Březnice, se opakuje také v této části. Na příčné zlomy jsou zejména vázána údolí Simínského rybníka a údolí, směřující na jihovýchod od Hudčic. Východní bok tohoto údolí je tvořen úzkým pruhem amfibolbiotitického granodioritu, který obklopuje jílovskou zonu také podél jižní hranice u Hradčan. Jižně k. 553 vystupuje na dislokační linii v údolí menší masivek načervenalé hrubozrnné žuly, totožné s horninami Špalkové hory sev. Bělčic.

Podél severní hranice jílovského pásma nalézáme v okolí Hudčic a Martinic načervenalé, drobnozrnné žuly aplitické. Byly sledovány rovněž dále k severozápadu. Basické vyvřeliny amfibolické, tvořící okraj jílovské zony v údolí Vlčavy u Dobré Vody, se zde nevyškytují.



## 5. Základní granodiorit.

Největší část zmapovaného území vyplňují horniny středočeského plutonu. Mezi nimi lze rozlišit hlavně dva typy: a) *střednězrnitý biotitický* nebo *amfibol-biotitický granodiorit*, základní to horninu plutonu na Příbramsku a b) *hrubozrnnou žulu*, která tvoří uzavřený masiv sev. Bělčic.

Granodioritová oblast březnicko-bělčická má v severní části až po čáru Hudčice-Martinice podobné petrografické složení jako území mezi Březnicí a Milínem. Převládá zde střednězrnitý biotitický granodiorit, podél okraje jílovského pásma pak narůžovělé, jemnozrnné žuly aplitické. V části od Hudčic k jihu přibývá v granodioritu amfibolové složky a hlavní hornina nabývá basičtější povahy. Na tuto změnu upozornil zejména SOUKUP<sup>9)</sup> ve svém popisu porfyrovitého augitického dioritu od Hudčic a ORLOV<sup>10)</sup> v příspěvku o petrografii Blatenska, Horažďovicka a Nepomucka. Ze zprávy posledního autora plyne, že dále k jihu, v oblasti blatenské, přechází amfibol-biotitický typ granodioritový opět v biotitický, který má na dosti širokém areálu značně stejnorodé složení.

*Biotitický granodiorit* březnického okolí je světle šedá nebo bělavá hornina středního zrna (2—3 mm). Obsahuje vedle oligoklas-andesinu vždy menší množství orthoklasu, křemen, světle hnědý biotit. Amfibol chybí nebo je přítomen ve zcela nepatrném množství.

Jižně Březnice nalézáme uprostřed granodioritu tělesa amfibolických *gabbrodioritů*, která, podle nepatrné diferenciacce, nedosahují asi větších rozměrů. Na pomníkove práce se těží občas středně zrnitý gabbrodiorit na vrchu Stráži (k. 553). Podobné uzavřeniny, ale drobnějších rozměrů a zpravidla protažené směrem h 7—8, se vyskytují také v sev. okolí bělčickém. Dají se sledovat na návrší k. 550, kde vyvětrávají často z granodioritového prostředí.

Narůžovělé, jemnozrnné *aplitické žuly*, které lemují severní okraj jílovského pásma mezi Hudčicemi a Martinicemi, se podobají značně horninám popsáným z východnějších úseků. Od granodioritu se dají i při špatných odkryvech dobře rozlišiti. Liší se jemnějším zrnem, barvou i přítomností drobných muskovitých šupinek. V některých částech jsou tyto žuly nezřetelně usměrněny. Tlakové zjevy však nedosahují té intenzity jako u aplitických žul východně od Březnice.<sup>3)</sup>

<sup>9)</sup> SOUKUP J. J.: Porfyrovitý augitický diorit od Hudčic u Březnice. (Věst. Král. čes. spol. nauk, třída matem.-přírodov., 1897, XXIX.)

<sup>10)</sup> ORLOV A.: Příspěvek k petrografii středočeského žulového masivu. (Blatensko—Horažďovicko—Nepomucko.) (Věst. Geol. úst., VIII. 1, 1932.)

V jižní části mapy, zejména v bělčickém okolí, kde v granodioritu kolísá značně množství amfibolu, nedalo se kartograficky provést dělení v typ převážně biotitický a amfibol-biotitický. Plošnou převahu má druhý. Facie převážně biotitická se omezuje hlavně na menší výskyty v blízkém okolí Bělčic, v záp. části na okolí Záhrobí a na jižní okraj leletického pruhu.

Basičtější povahou se vyznačují zejména granodiority užších apofys. To platí i mimo naše území, tak na př. o granodioritové apofyse rožmitálské, nebo o apofyse bohutínské, jejíž základní hornina má povahu křemitého dioritu. V našem území vystupuje *amfibol-biotitická facie granodioritu* nejzřetelněji v pruhu asi 1 km širokém jižně od Hudčic, kde se dobývá v několika větších lomech. K tomuto typu patří též četné žíly, pronikající algonkickými rohovci vých. a již. Koupě a u Leletic. Pouze mocná žíla při záp. okraji Drahenického vrchu (poblíž k. 566) má povahu převážně biotitickou. Normální amfibol-biotitický granodiorit vystupuje také jižně Újezdce (Kněžská hora). Více dioritický charakter má hrubozrnnější granodiorit od Hradčan.

Makroskopické rozlišování typů dle převládající tmavé součásti selhává někdy pro tektonické porušení hornin, kterým se mění často nejen jejich struktura, ale zdánlivě i poměrné množství tmavých součástí. Zejména roztržštěním biotitu vzniká mylně dojem většího množství než jaké hornina skutečně obsahuje.

K amfibol-biotitickému typu patří také facie silně postižené tlakem, které tvoří větší část drcené zony návrší Bohdalce vých. Slavětina. Dají se zjistit i v několika ojedinelých výchozech v severním a jižním průběhu této zony. Také úzké stlačené pruhy granodioritové v hrubozrnné žule severozáp. Bělčic (k. 580—585) patří k amfibol-biotitovému typu. Tyto se vyznačují poněkud porfyrovitým vývojem.

Jako příklad zdejšího normálního amf.-biot. granodioritu uvádím horninu z lomu fy Víšek, nejvýchodnějšího z hudčických žulových lomů. Je modrošedý, všesměrně a stejnoměrně zrnitý. Prům. velikost světlých součástí je 1—3 mm, femické složky bývají o něco drobnější. Hornina se vyznačuje převahou plagioklasů (olig.-andesin až andesin), pak následuje v množství křemen, biotit a amfibol a konečně menší množství orthoklasu. Křemenná zrnka sháší undulosně, některá jsou rozpadlá. Vliv tlaku se projevuje i na větších orthoklasových zrnech okrajovou mikroklínisací. Hnědé biotitové lupinky bývají velmi slabě chloritiso-vány. Amfibol tvoří buď drobné sloupky nebo neprav. šedozelené útržky. Z akcesorií jsou zastoupeny apatit, magnetit, titanit.

Zatím co u zmíněné horniny sledujeme indikace tlakové pouze na křemeni a částečně na orthoklasech, shledáme na velké části ostat-

ních granodioritových lokalit značnou tlakovou proměnu hornin, patrnou již makroskopicky na struktuře. Strukturální variabilitu našeho granodioritu zdůraznil také ORLOV<sup>10</sup>) a uvedl za příklad horninu ze západního hudčického lomu fy Tlustý a synové. Na uvedeném místě se ovšem vedle působení tlaku uplatnily i jiné vlivy, vázané na okraj granodioritové apofysy.

Příklady strukturální diferenciacie vyvolané tlakem podávají horniny návrší na vých. od bělčické silnice. Příležitostně odkryvy poskytují hlavně zářez trati Březnice—Blatná a několik menších jam v polích. Granodiorit je zde středního zrna, tmavějšího odstínu než obvykle a má více méně zřetelnou paralelní texturu. Usměrnění probíhá severním až ssz. směrem, paralelně s břidličnatostí algonkických sedimentů u Koupě. Některé vzorky mají nápadnější kropenatý vzhled, způsobený většími zrnky světlých plagioklasů v tmavé okolní hmotě. Tento zjev je provázen často náznakem mikro-porfyrovitého slohu.

Mikroskopicky byly studovány vzorky hornin z lomové jámy poblíž k. 558 a ze zářezu trati jv. Bělčic. Prvá hornina je šedá, poněkud porfyrovité struktury a zřetelně usměrněná. Obsahuje z plagioklasů oligoklasandesiny, málo křemene, biotit, méně amfibolu a vzácně orthoklas. Vrostlicový charakter mají zejména živce, které nejsou téměř porušeny, bývají však seřazeny paralelně delšími rozměry. Mají okraje poněkud nerovné a zaoblené. Plagioklasy vykazují silnou saussuritiscaci a pro množství druhotného epidotu a kalcitu se nedá někdy zjistit jejich povaha. Silně jsou porušeny biotitové šupiny, které tvoří roztříštěné mázdry a mění se v chlorit. Základní hmota horniny má mikrogranitický sloh. Ve vzorcích vých. k. 558 se objevují idiomorfnní křemenné rostličky, s obvyklými magmatickými korosemi po okrajích. Undulosita a lentikulární protažení nebo popraskání zrněk dokumentují i zde vliv tlaku.

Biotit-amfibolický granodiorit ze zářezu blatenské trati je zřetelně usměrněný. Hnědé biotitové šupiny, velikosti asi 1 mm, jsou silně protaženy, místy zprohýbány a při koncích roztřepeeny. Jindy tvoří jemně šupinatý agregát tvaru tenkého proužku. Ztrácí při tom sytě hnědou barvu. Druhotně v nich pak vzniká titanit (sagenit) a chlorit. Obvyčejně tvoří biotit také mázdrovité útvary kolem větších živcových zrn. Amfibolová zrna jsou neprav. tříštnatého nebo útržkovitého tvaru. Z části se mění v biotit. Při tom vzniká magnetit a kalcit. Z plagioklasů je zastoupen hlavně andesin a oligokl.-andesin, zrnky až 4 mm velkými. Větší tabulkovitá individua jsou sice z větší části idiomorního vývoje, místy však poněkud zaoblených obrysů. Bývají často zprerážena, dislokována a zakalena silně sericitem. Křemen a orthoklas je velmi vzácný.

V jemnozrnné zákl. hmotě, která obsahuje také roztržštěné zbytky větších zrněk biotitových a živcových, se objevují pozoruhodné mikropegmatitické útvary asi 0,2 mm — 0,5 mm velké. Zpravidla narůstají na některé zrno živce. Podle světelného lomu sestávají z orthoklasu a křemene. Někdy vznikají v trhlinách rozlomených živců starší generace.

Tyto příklady ukazují, že mechanické porušení horninových součástí je převážně protoklastické povahy. Usměrnění protoklasovaného granodioritu se shoduje se směrem břidličnatosti rohovců mirovického ostrova a se směrem granodioritových apofys, které vnikaly do sedimentárního pláště podél břidličných ploch. V lomu fy Tlustý u Hudčic vykazuje nejsilnější protoklasu tmavá facie granodioritu při dislokaci, ohraničující na východní straně rohovcovou kru. Je tedy patrna souvislost mezi tektonikou algonkických sedimentů a intrusí a krystalisací granodioritu.

Přítomnost mikropegmatitů v basální hmotě granodioritu od Bělčic připomíná podobný zjev, který jsem konstatoval v amfibol-biotitickém granodioritu rožmitálské apofysy. Horniny tohoto výběžku nemají makroskopicky nápadných stop tlakového porušení. Ve vzorcích z lomu od Bezděkova zjistíme mikroskopicky četné písmenkovité, mikropegmatitové útvary, vyplňující prostory mezi idiomorfními zrny plagioklasů. Křemen a orthoklas se vyskytují vedle toho vzácně v samostatných zrnkách. Orthoklas bývá někdy zastoupen mikroperthitem, často i mikroklinem. V některých vzorcích jsou plagioklasy a tmavé součásti zřetelně protoklasovány. Můžeme tedy i v tomto případě sledovati závislost krystalisace granodioritu na tlakové fázi, která se projevila po vzniku starší generace součástí (tmavé komponenty, plagioklasy). Mikropegmatity zastupují individualisovaný kyselý zbytek (orthoklas a křemen), jehož krystalisace se již odehrávala z části za změněných tlakových poměrů. Odlišnost obou fází tuhnutí granodioritu je rovněž vyjádřena vznikem porfyrovité struktury u bělčického typu.

Protoklasa granodioritu bělčického má s hlediska geologického velkou důležitost, neboť je částečným časovým indikátorem tektonických pochodů, které měly pro geologickou stavbu této oblasti zásadní význam. Mám na mysli tektonické období, ve kterém vznikaly charakteristické rysy třemšínsko-rožmitálské oblasti; příčné postavení kambrických hřebenů Třemšína a Štěrbiny (vzhledem k barrandienskému směru sousedních serií) a vznik granodioritových apofys třemšínské a rožmitálské. Bezprostřední souvislost této tektoniky s intrusí granodioritu je patrna již z toho, že obě apofysy vnikaly do sedimentárního pláště, tvořeného sedimenty algon-

kickými až ordovickými, právě podél příčných dislokací, omezujících zmíněné kry Třemšína a Štěrbinu.

Působení horotvorného tlaku se ovšem neomezovalo časově na období krystalisace granodioritu. Některé zony byly postiženy ještě po svém utužení, takže vykazují zřetelnou kataklasou, vedoucí až k mylonitizaci.

Příklad značně kataklasovaných hornin podávají úzké pruhy amf.-biotitického granodioritu při jihozáp. okraji Špalkové hory. Jsou výrazně zbřidličněny směrem h 11 (sklon 60—90°, hlavně k záp.). Granodiorit je tmavošedé barvy, má kropenatý vzhled a obsahuje řidce velké (až 2 cm), světlé vrostlice živcové, kterými se liší od běžných typů granodioritu od Bělčie a Hudčie. Četné kluzné plošky, paralelní s břidličnatostí, které prostupují horninou, jsou povlečeny biotitem. Hornina z koty 585 má v mikroskopu málo zřetelnou porfyrovitou strukturu. Plagioklasy (olig.-and až and.), křemen a orthoklas tvoří větší úlomky (1—2 mm), které jsou tak hojné, že se téměř dotýkají. Biotit a amfibol jsou roztržštěny v zprohýbané, mázdrovité tvary. Jemná basální hmota sestává z drti zmíněných součástí, obsahuje jehličky aktinolitického amfibolu, sekundární epidot, klinozoisit, chlorit, kalcit a titanit. Kataklasovaný granodiorit je na okrajích pruhu ostře oddělen od okolní žuly.

Mylonitizací byly postiženy horniny v širší zóně mezi koupskou rohovcovou krou a Slavětínem. Nejjižnější výskyt mylonitizovaných hornin je v polích u samoty V chaloupkách, poblíž bělčické silnice. Východně Slavětína dosahuje stlačená zóna šířky přes 1 km a má pestré petrografické složení. Vedle granodioritu obsahuje amfibolické diority, hrubozrnnou žulu a žulový porfyr, který je pravděpodobně facií této žuly. Zbřidličnění mylonitizovaných hornin má směr h 11, úklon příkrý k vých. Sev. od Slavětína pokračuje zóna stlačených hornin směrem h 10—11 k Volenicům a Pročevilům, které leží již mimo naši mapu. Zúžuje se zde asi na 1/2 km a tvoří vršek se známým kostelem sv. Barbory. U Pročevil byly postiženy kataklasou také horniny granodioritové apofysy rožmitálské. Na pročevilském vršku a v údolí sev. Slavětína se objevují v tlakové zóně také světlé křemité porfyry, zmíněné již při popisu algonkických rohovců z Koupě.

V mylonitizovaném granodioritu pročevilské zóny nalezneme řadu přechodních stupňů od slabě kataklasované facie, se zachovanou strukturou, až k tmavým pseudofylitickým horninám s drobnými světlými úlomky živců. Také v drcené hrubozrnné žule zjistíme několik tlakových facií. Kataklasa je provázána hydrotermální proměnou živců (sericitisace), biotitu (chloritisace), a dosti hojnou impregnačí pyritu,

který tvoří u Pročevil lokálně tenké žilky. Na žulový původ některých mylonitovaných hornin poukazuje již ZEPHAROVICH<sup>8)</sup> Podrobnější zprávu o mylonitové zóně pročevilské podám později.

### 6. Hrubožrná žula bělčická.

V sev. okolí Bělčic se vyskytuje *hrubožrná žula*, která buduje Špalkovu horu s Holým vrchem a vrch Stráž u Leletic. Na záp. straně hraničí s břidličným pruhem leletickým, na severu obklopuje křemitou serií vacíkovskou a sahá až na svah Altanu mezi lisským revírem a Volenicemi. Popisem horniny zabývá se již ZEPHAROVICH<sup>11)</sup> a řadí ji k svým červeným žulám. V některých částech je žula skutečně nápadná červenavým zbarvením orthoklasu, tak zejména v okolí Vacíkova, jinde, jako na Holém vrchu, je spíše růžová, nažloutlá nebo světle šedá.

Obsahuje vždy značné množství křemenných větších zrn, z tmavých součástí málo biotitu a amfibolu. V partiích značně hrubožrných (zrno až 1 cm) přechází místy v *porfyrickou facii*, která se vyznačuje křemennými vrostlicemi a drobnými amfibolovými sloupky, v splývající, masově červené hmotě orthoklasů. Tuto facii nalezneme hojně ve vých. okolí Slavětína i na Holém vrchu. Velmi často bývá hrubožrná žula bělčická stlačená (směrem h 10—11), jindy poněkud usměrněná. Větrá žokovitě, rozpadávajíc se v hrubé, písčité eluvium. Na sev. svahu Stráže, poblíž Jedelského rybníka, učinili pokus s lámáním této žulové odrůdy, která příjemným zbarvením a svojí strukturou se hodí na dekorační práce (obklady).

Drobný izolovaný výskyt hrubožrné žuly byl zjištěn v údolí jv. od Hudčic.

Při svém vých. okraji u Slavětína je žula, spolu s ostatními horninami, drcena. Stejnožrná facie od Telčavského rybníka přechází ve facii porfyrickou, vyznačenou velkými křemennými vrostlicemi a ta se stýká na návrší Bohdalci s mylonitovaným středně zrnitým granodioritem. Také na již. svahu pročevilského návrší tvoří drcená a hydrotermálně proměněná hrubožrná žula součást zmíněné mylonitové zony.

Bělčická hrubožrná žula připomíná strukturou i barvou horninu, tvořící okraj středočeského plutonu na Příbramsku. Tato červená okrajová facie žulová, typicky vyvinutá na př. u Bytízu a na Milínsku, jde v úzkém pruhu do okolí Hlubyně (návrší Háj již. Pňovic, Drahejšov),

<sup>11)</sup> ZEPHAROVICH V. v.: Beiträge zur Geologie des Pilsener Kreises. (Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanst., VI. 1855.)

vých. Březnice. Zde je přerušen tento pruh granodioritovou apofysou rožmitálskou a tímto přerušením je oddělen také výskyt bělčický. Na Milínsku se dají sledovat pozvolné přechody mezi hrubozrnnou okrajovou žulou a základním biotitickým granodioritem. V okolí Bělčic je hranice mezi žulou a zdejším granodioritem vždy velmi zřetelná. Tlakové porušení u žuly je poněkud mírnější nežli u granodioritu, zejména jí chybí zřetelná protoklasa součástí. Mladší fáze tlaková, charakterisovaná mylonitizací, postihuje však jak granodiorit tak hrubozrnnou žulu a projevuje se u ní vznikem užších stlačených zon (Špalková hora).

### 7. Pokryvné útvary.

Velká část mapovaného území je nedokonale odkryta pro značné rozšíření pokryvných sedimentů. Jsou to zejména písčité hlíny, splavené do širokých údolí potoků v oblasti granodioritu. Rozšíření jednotlivých typů žulových nebo granodioritových lze sledovati často jen podle úlomků v ornících. Pro údolí toků, pramenících na zassutěných svazích Hraničního hřebene sev. Vacíkova, je charakteristická přítomnost křemitých kambrických šterků. Jsou roztroušeny daleko až v okolí Hudčic, zachovávajíce mnohdy svůj hranatý tvar. Jde tedy o jakési přemístěné ssutě. Pouze v údolí Závišínského potoka nalézáme nízké terasy, tvořené valounovými i hranatými šterky a písky křemennými i kambrických hornin. Nacházíme v nich stará rýžoviska. K jejich přesnému rozlišování a určení stáří bude třeba porovnati sousední oblasti na listu Plzeň, Kasejovice a Písek.

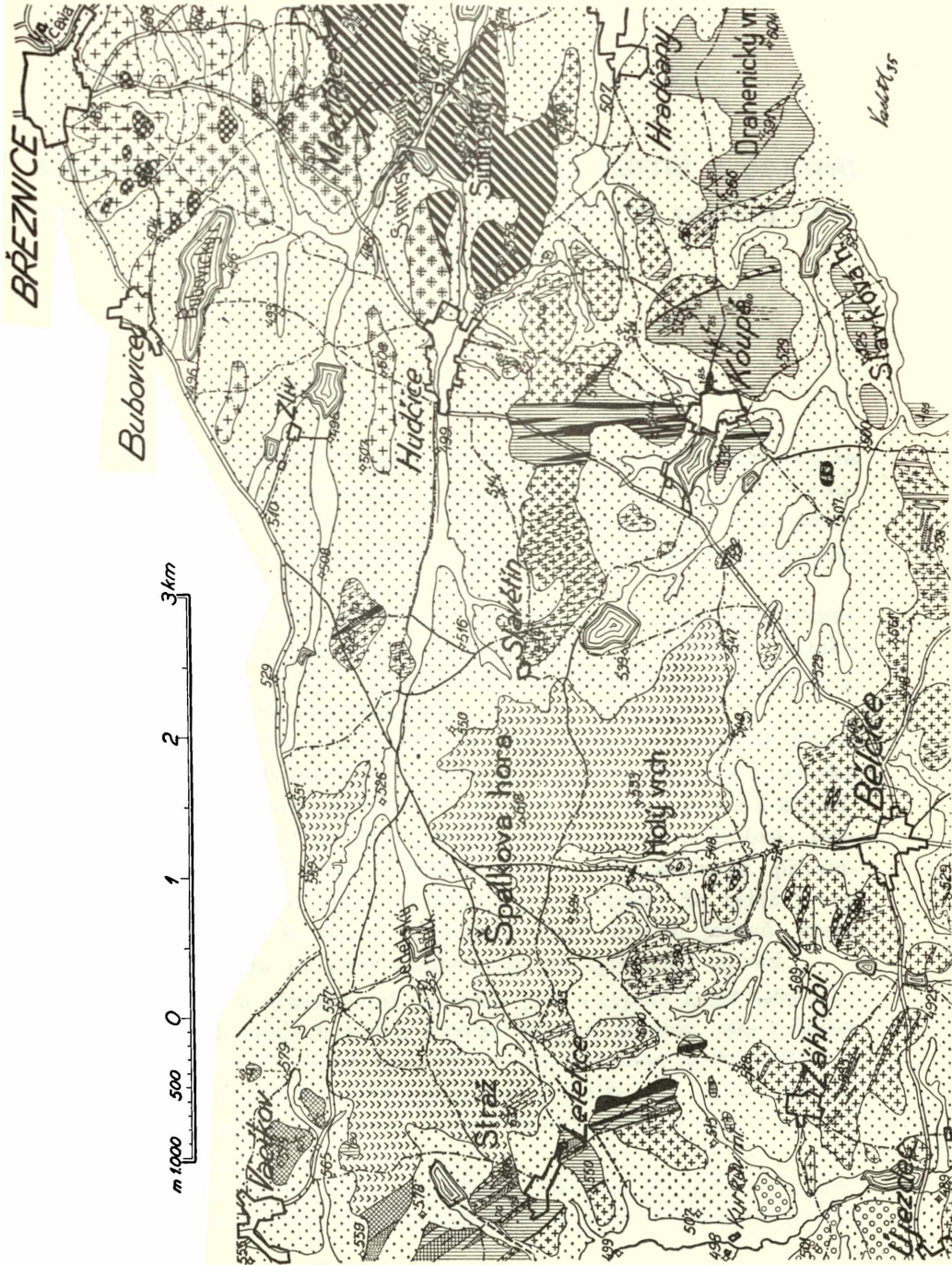
*Geologický ústav české techniky v Praze, 1939.*

### Vysvětlivky ke geologické mapě:

1. Břidličnaté biotitické rohovce, fylity, plodové a skvrnité břidlice. — Algonkium.
2. Poloha drobových slepenců. — Algonkium.
3. Břidličnaté dioritické horniny v algonkiu.
4. Křemité droby vacíkovské. — (Kambrium-ordovik?)
5. Jilovské pásmo.
6. Gabbrodiority.
7. Amfibol-biotitický granodiorit. (Čárkovanou šrafou jsou vyznačeny tlakové zony a usměrnění hornin.)
8. Biotitický granodiorit.
9. Aplitické žuly.
10. Hrubozrná (biotit-amfibolická) žula.
11. Stlačené křemité porfyry a felsity.
12. Aplitické žíly.
13. Křemenné žíly.
14. Štěrký v údolí Závišínského potoka.
15. Hlíny a ssutě.
16. Aluviální náplavy.
17. Hlavní dislokace.
18. a) směry a sklony vrstev a břidličnatosti, b) lomy.



- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.
- 8.
- 9.
- 10.
- 11.
- 12.
- 13.
- 14.
- 15.
- 16.
- 17.
- 18.





## VI.

# Charakteristika a vývoj šachtovitých závrtů a propastí typu *Light holes* CVIJIC a novotvořených portálů vyšších pater říčních jeskyň.

Dr. ZDENĚK ROTH, Praha.

S 2 obrázky.

(Předloženo ve schůzi dne 8. května 1940.)

Tvary, které hodláme popsat v tomto článku, jsou pokládány za typické průvodní povrchové tvary říčních jeskynních soustav. V oblastech, kde podzemní říční toky nejsou, a ani v minulosti nebyly, nenajdeme ani šachtovitých závrtů typu *Light holes*, jak upozorňuje již CVIJIC (1893).

Svou celkovou povahou a poměrem k jeskynnímu systému, k němuž jsou vždy velmi úzce připojeny, jsou to tvary druhotné. V jejich vzniku se projevuje zásah činitelů, které při vzniku vlastní jeskynní soustavy se nemohly dosti zřetelně uplatnit.

Šachtovité závrtů a propasti typu *Light holes* vymezuje J. CVIJIC takto: Jsou to „jednoduché, šachtovité a nálevkovité hluboké závrtů, které vedou přímo k horizontálním jeskyním a k podzemním tokům“. Případy, které jsem studoval podrobně, této definici vyhovují. Jediné v definici vyslovený požadavek přítomnosti jeskynního toku nutno opravit v tom smyslu, že tytéž tvary v typickém vývoji bývají v průvodu starých říčních jeskyň, které podzemní tok často již před vznikem závrtu (propasti) opustil.

Pozvolnými a přirozenými přechody jsou s typem *Light holes* spojeny v určitých stadiích svého vývoje *jeskynní portály*. Ale zvláštní podmínky vzbuzují v jejich tvarovém vývoji značnou odchyllost.

K přesnějšímu tvarovému definování *Light holes* a *portálů* možno připojit tři znaky: ssutový kužel, skalní čelo a nálevkovitě rozšířený strop.

**Ssutový kužel** uvádí i CVIJIC (1893). Vzniká na hranici svislé propastní části a vodorovné části jeskynní. Je nesouměrný, vrcholem při-

tisknutý k stěně, která leží proti vstupu do jeskyň (poněvadž *Light holes* bývají připojeny více méně bočně k říční jeskynní rouře). Nejdelší svah kužele směřuje ve směru nejsilnějšího odnosu (tedy většinou do jeskyně). Tento projev zřetelného vlivu místní dispozice na tvar kužele ukazuje, že tvar kužele je v tomto stadiu již druhotný a že množství ssuti jest proti původnímu množství již zmenšeno odnosem. Jest tedy tento kužel v základu tvarem destruktčním, poněvadž kdyby naopak jeho dnešní tvar vznikl hromaděním nového materiálu, projevoval by se v něm zřetelně vliv umístění ssuťových zdrojů a nikoli vliv směru odnosu. Zákonitá pravidelnost, s jakou tento tvar a umístění ssuti v *Light holes* pozorujeme, přesvědčuje nás o tom, že období vzniku ssuti (alespoň největší její části) musí být v poměru k následujícímu období odnosu ssuti velmi krátké, nebo že v něm a bezprostředně po něm nemají *Light holes* svého typického tvaru, aby i v tomto stadiu byly takto označovány. Zároveň vyplývá z toho zřetelně existence dvou ostře odlišných stadií ve vzniku *Light holes*, t. j. stadia vzniku ssuti a stadia odnosu. Uvážíme-li, že jsou případy, kdy i odnos již téměř ustal (na př. vstupní dóm Zátvořice u Javoříčka na Moravě) jistě před dlouhou dobou a destruktční tvary ssuťového kužele se zachovaly nezměněně, můžeme soudit, že i období odnosu končí dosažením určité rovnováhy, která se potom udržuje značně dlouho.

Vznik hlavní části ssuti jest tedy náhlý, katastrofální a zpravidla se neopakuje. Ssuti bylo v *Light holes* původně rozhodně více než pozorujeme dnes, ve většině případů dokonce více než smí typická *Light hole* (aby vyhověla definici) pojmut (poněvadž není známo nic o závrtch a propastech tohoto typu s akumulacním tvarem ssuťového kužele), takže musíme předpokládati jiný tvar závrtu jako původní, z něhož se teprve odnosem ssuti *Light hole* vyvine.

Podrobný rozbór stadií vyprazdňování silické Lednice ve Slovenském Krasu vedl k závěru, že původní formou *Light holes* před počátkem odnosu ssuti jest studňovitý závrt (ROTH 1939a). Tento názor byl zcela potvrzen otevřením Zátvořice, jejíž vstupní dóm navazuje přímo na takovýto, sice velmi mělký, ale přece typický závrt (ROTH 1939b). Jak ukazuje i CVIJIĆ, jsou tyto studňovité závrtly právě tak řídké, jako šachtovité závrtly a propasti typu *Light hole*. Také podle pozorování CVIJIĆOVYCH vznikly stejně jako *Light holes* i jiné typy „komínů“.

Skalní prostor těchto závrtů a propastí vznikl zavalením značně rozsáhlých podzemních dutin, poněvadž malé dutiny zavalení daleko snáze odolávají. Závrtly, o nichž podle mnoha znaků můžeme předpokládati, že se z nich postupně *Light holes* vyvinou (na př. vstupní část Zátvořice), mívají však často jen nepatrný objem. Vysvětlení tohoto



zdánlivého nesouhlasu podává nám zkušenost z lomů, že materiál rozpojený může mít až o 50% větší objem než tentýž materiál ve stavu kompaktním, poněvadž jest značně pórovitější. I když nepředpokládáme při zřícení tak dokonalé rozpojení (zůstává mnoho ohromných balvanů), přece musíme proti původnímu skalnímu objemu připustiti jistý přírůstek, takže zbylý prostor, který se projeví na povrchu jako deprese, bude menší než prostor zřícením dole zavalený.

Prvním stadiem ve vzniku *Light holes* jest tedy zavalení podzemní prostora. Při něm vytvoří se velká skalní prostora podzemní, která ústí značně velkým otvorem na povrch, ale z největší části je naplněna troskami zřícení (t. j. hrubozrnnou neutříděnou skalní ssutí). Proto se na povrchu otvor projevuje jen jako poměrně malý studňovitý závrť (viz ROTH 1939a).



Foto prof. dr. R. Kettner.

Obr. 1. Pohled proti ssuťovému svahu vstupního žlómu jeskyně. Zátvořice u Litovle na Moravě.

Fig. 1. Der Schuttabhäng des Eingangsdoms in der Zátvořitzer Höhle bei Litovel in Mähren.

Ssutě tvořící kužely v závrťech a propastech má většinou v krasových oblastech všude stejné vlastnosti. Povaha původní výchozí horniny zůstává totiž také v úzkých mezích stejná. V ssutích jsou netříděně vedle sebe hrubé skalní bloky, které se většinou vzájemně dotýkají a tvoří kostru celého kužele a mezi nimi jest jako náplň jemnější skalní

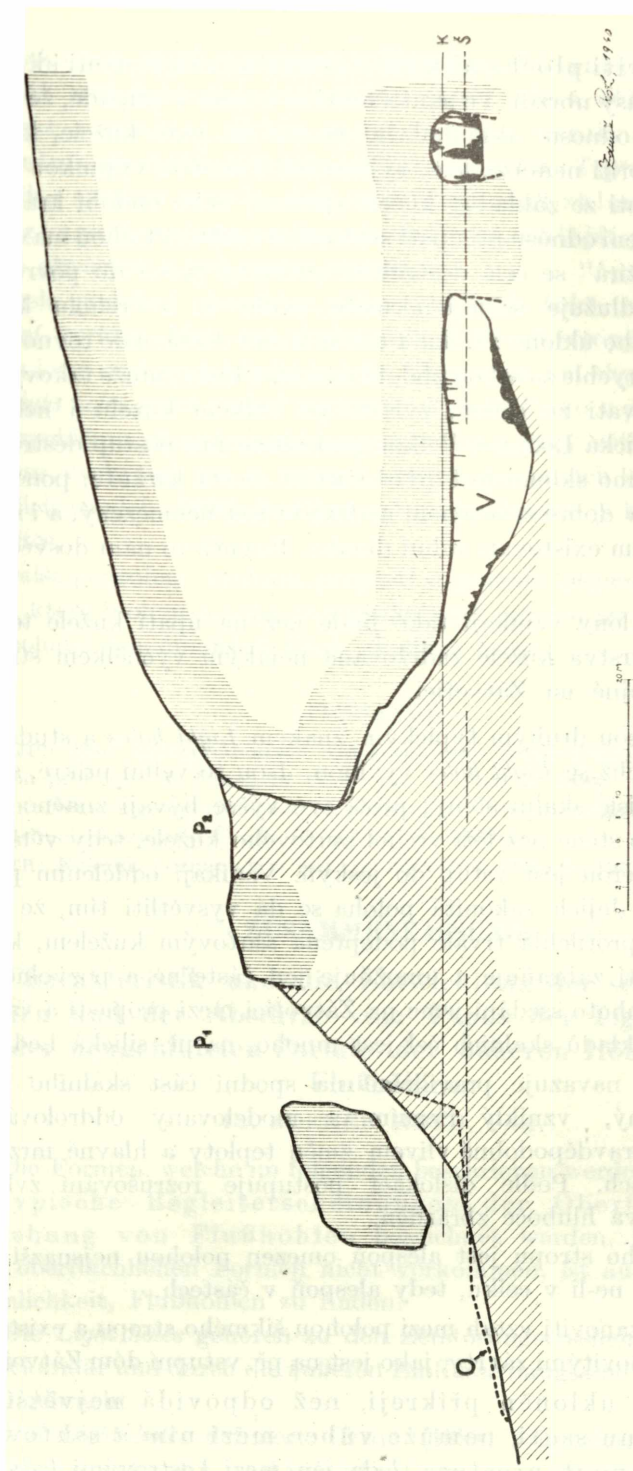
ssuť. V mnohých případech mají však tyto kužely ještě druhou podstatně odlišnou složku — jeskynní hlinu. Pochází z okraje propasti, přišla do propasti dešťovým ronem a je celkově mladší než ssuť. Tvoří v ssuťovém porézním kuželi druhý nižší a širší kužel hlinitý, který na úpatí ssuťového kužele jeho základnu přestupuje jako mírně svažité hlinité dno závrtu nebo propasti. V jeho tvarech uplatňuje se velmi silně směr akumulace, která je u hlin daleko trvalejší, než u ssuti vrcholů (a tím i hlinitých kuželů) může být i několik. Jsou v místech, kde přitéká nejvíce vody přinášející hlinu. Tyto hlinité kužely se uvnitř ssuťového kužele spojují. Mají veliký význam pro pohyb spodní vody, který se projevuje případně v tvarech zalednění, pokud alespoň se v závrttech a propastech tohoto typu led celoročně udržuje (ROTH 1939a).

Pokud na svrchních částech ssuťového kužele se uchytlí vegetace, zdržuje se potom splavovaná hlína také v ní, hlavně v okolí vrcholu kužele.

Ssuťové kužely mají jisté typické úhly sklonu, jejichž hodnota závisí jednak na povaze materiálu kužele, jednak na podmínkách hromadění ssuti a konečně na podmínkách odnosu. Poněvadž v podmínkách, které popisujeme, jest, jak jest uvedeno výše, vliv materiálu vždy velmi přibližně stejný, lze jej při srovnávání vyloučiti. Rovněž vliv původního hromadění na velikost svahu jest samočinně vyloučen velmi brzo tím, že kužel jest rychle zmenšen po celém povrchu odnosem. Zbývají tedy jako rozhodující činitele jednak odnos, jednak druhotné pozdější hromadění ssuti na povrchu kužele.

Proměřováním ssuťových kuželů jednak v silické Lednici, jednak v Zátvořici podařilo se mi stanoviti meze i typické hodnoty úklonu ssuťových svahů, které zde uvedu a pokusím se nastínit jejich význam.

*Normální úhel sklonu pro ssuťové kužely* kolísá v mezích 32—42°. Nejčastější hodnoty jsou 35—39°. *Maximální svahy* mají 45—65°. Nejčastěji 50—60°. *Minimální sklony* jsou 0—20°, nejčastěji kolem 10°. Maximální svahy znamenají polohu labilní pro jednotlivé hlavní (kostrové) součástky ssuťového kužele, normální svahy znamenají polohu indiferentní, minimální polohu stabilní. Všechny tři skupiny hodnot jsou od sebe vzájemně dosti ostře odlišné, což se projevuje i tvarově dosti ostrými hranami, v nichž část kužele s jedním sklonem přechází v část kužele s druhým sklonem. Kužel v rovnováze může mít povrch složený jen z ploch svahů normálních a minimálních. Je-li ssuť odváděna, vytvoří se na povrchu kužele systém ploch, z nichž hlavní úloha zdroje připadá nejvýše položené ploše s maximálním sklonem, plocha normálního sklonu, která na ni navazuje směrem dolů, má úlohu dopravní dráhy. Přes ni se jen materiál převaluje a teprve nejniže



Obr. 2. Profil vstupní části jeskynního systému Zátvořice u Litovle na Moravě. O — halda z odklízu ssuti, P<sub>1</sub> — propast Zátvořice, P<sub>2</sub> — vstupní závrt, V — vstupní dóm, K — úroveň stropního koryta, Š — úroveň štěrkové akumulace.

Fig. 2. Profil der Eintrittspartie des Höhlensystems Zátvořice bei Litovel in Mähren. O — Die Halde, P<sub>1</sub> — der Absturz Zátvořice, P<sub>2</sub> — die Eintrittsdoline, V — der Eintrittsdóm, K — das Deckentrogniveau, Š — Schotterniveau.

se může vytvořiti plocha akumulace s minimálními sklony, kde se padající kusy ubrdí. Ve skutečnosti se ovšem v případě, že kužel podléhá silnému odnosu, akumulace plocha na patě kužele, kde se odnos děje, vytvořiti nemůže, leda výjimečně. Takovou výjimkou může býti odvádění ssuti ze základny kužele spodem, nebo období krátkého dočasného zastavení odnosu při úpatí ssuťového svahu. Plochou maximálního úklonu „zažírání“ se celá destrukční soustava ploch do povrchové části kužele, prodlužuje se její normální svah, až u vrcholu kužele plocha maximálního úklonu zaniká a tím se kužel dostává do rovnováhy. Následují-li dosti rychle za sebou období odnosu a klidu, může takovýto systém postupovati za sebou, zvláště po velkém kuželu i několik. Příkladem jest silická Lednice. Velkou překážkou pro postup destrukční plochy maximálního sklonu jest prohlubnění částí kužele, poněvadž maximální sklon v dobře stmelěném materiálu jest neomezený, a i svislá plocha může v něm existovati velmi dlouho. Rovněž to nám dosvědčuje silická Lednice.

Minimální sklony vznikají také jinde než na úpatí kužele tehdy, je-li povrchová vrstva kužele zadržována nějakým výčnělkem stropu. Příklady jsou hojné na Zátvořici.

**Skalní čela** jsou druhým typickým znakem *Light holes* a studňovitých závrtů, z nichž se *Light holes* vyvinou. Jsou to velmi příkré, svislé až poněkud převísle skalní stěny; proti své výšce bývají značně širší. Bývají na opačné stěně než leží vrchol ssuťového kužele, tedy většinou na stěně, pod kterou jest vstup do jeskyň. Vznikají oddělením podle příkrých puklin. Jejich zákonitá poloha se dá vysvětliti tím, že tato stěna není jako protilehlá trvale podepřena ssuťovým kuželem, který dokonalému sesutí zabraňuje a umožňuje jen částečné a pozvolné sesedání. Svědky tohoto sesedání jsme na Zátvořici mezi propastí a vstupním závrtem; příkladů skalních čel jest mnoho, na př. silická Lednice.

**Šikmý strop** navazuje pravidelně na spodní část skalního čela. Jest nepravidelný, vzniklý řícením a modelovaný oddrolováním drobných kusů, pravděpodobně vlivem změn teploty a hlavně mrznutí vody v puklinách. Podle dislokací postupuje rozrušování zvláště rychle, takže bývá hluboce zbrzděn.

Sklon šikmého stropu jest alespoň omezen polohou nejsnazší odlučnosti horniny, ne-li v celku, tedy alespoň v částech.

Lze potom stanoviti vztah mezi polohou šikmého stropu a existencí prostor pod studňovitými závrti, jako jest na př. vstupní dóm Zátvořice.

Je-li strop ukloněn příkřeji, než odpovídá největšímu možnému sklonu ssuti, nemůže vůbec mezi ním a ssuťovým kuželem vzniknout prostora, leda jen mezi kostrovými balvany



ssuti (jako jsou na př. v propasti v Zátvořici). Sklání-li se strop sice mírněji, než jest největší sklon ssuti, ale s větším úklonem, než jest normální úklon ssuti, mohou vzniknouti prostory jen velmi nestálé a omezeného rozsahu. Teprve, je-li sklon šikmého stropu menší, než normální úhel sklonu ssuti, může se mezi ssutí a stropem vyvinouti rozsáhlejší prostora, která souvisí obyčejně s jeskynním systémem.

Zcela podobný charakter, jako tyto *Light holes*, mají také mnohé *jeskynní portály*. Mají svá skalní čela a šikmé stropy, v mnoha případech i své ssutové a hlinité kužele. Vždy však jim chybí stěny, o které se v *Light holes* opírá vrchol ssutového kužele. Proto v *portálech* podléhá kužel rychlému oboustrannému rozrušování a brzy většinou mizí. Tyto tvary se vyskytují jen u vstupů větších jeskynních soustav a vedou do širších chodeb. Příkladem jest vstup do Domic (s kuželem) a Stará Zátvořice.

Další podrobný výzkum propastí a portálů přinese jistě řadu doplňků, které mohou mnoho napomáhati při pátrání po jeskyních, které jsou bohatstvím mnohých jinak chudých krajů.

#### LITERATURA:

- J. CVIJIĆ: Das Karstphänomen. Geographische Abhandlungen herausgegeben von prof. Dr. A. Penck in Wien. Bd. V. Heft 3. 1893.  
 Z. ROTH: Několik geomorfologických poznámek o Jihoslovanském krasu a o Šilické Lednici. Rozpravy Č. ak. R. XLIX. 8. 1939 a.  
 Z. ROTH: Několik poznámek o jeskyni Zátvořici. Příroda 1939 b.

#### ZUSAMMENFASSUNG.

**Die Charakteristik und die Entwicklung der schachtförmigen Dolinen und der Abstürze vom Typus der *Light holes* Cvijić und der neugebildeten Portale der höheren Höhlenstöcke von Flußhöhlen.**

Dr. ZDENĚK ROTH, Prag.

Die Formen, welche im folgenden beschrieben werden sollen, können als typische Begleiterscheinungen der Oberfläche in der Umgebung von Flußhöhlen bezeichnet werden. Umgekehrt, wo diese oberflächlichen Formen nicht vorkommen, ist auch keine Wahrscheinlichkeit, Flußhöhlen zu finden.

Die *Light holes* gehören zu den Zerstörungserscheinungen, sie sind also sekundär und durch die äußeren Einflüsse (langsame Durchkarstung) hervorgebracht.

Die *Light holes* definiert Cvijić (1893) folgendermaßen: Es sind „einfache, schacht- und trichterförmige, tiefe Dolinen, welche

unmittelbar zu horizontalen Höhlen und unterirdischen Flußläufen führen“.

Diese Definition kann durch folgende Begriffe vervollständigt werden: Der Schuttkegel, die Felsenwand, die trichterförmig nach außen sich ausbreitende Decke.

**Der Schuttkegel:** Schon CVIČIĆ erwähnt den Schuttkegel an der Grenze der Horizontalhöhle und der Doline (1893). Der Gipfel des Kegels soll eine stark exzentrische Lage haben, indem er an der Wand gestützt wird. Der längste Abhang hat die Richtung, in welcher die stärkste Schuttabfuhr stattfindet (also meistens gegen die Höhlen). Dieser ausgesprochene Einfluß der örtlichen Disposition ist ein Zeichen, daß diese Form eine sekundäre ist und die ursprüngliche Schuttmenge schon durch die Abtragung verkleinert wurde. Wäre die Form des Kegels eine Aufschüttungsform, müßte sie klar die Lage der Hauptzufuhr des Schuttes zeigen.

Die gesetzmäßige Regelmäßigkeit, welche in dieser Lage des Schuttes in den *Light holes* immer zu finden ist, überzeugt uns davon, daß wir in der Entwicklung dieser zwei scharf verschiedene Zeiträume zu unterscheiden haben: a) den Zeitraum der Entstehung und der Aufschüttung des Schuttes und b) den der teilweisen Ausleerung der Doline. Der topographische Charakter der Umgebung der meisten *Light holes* überzeugt uns davon, daß der Schutt gänzlich aus Lokalmaterial besteht. Da wir also, wie es oben angeführt wurde, nur mit einem, im Vergleich mit dem totalen Alter der *Light hole* ganz kurzem Aufschüttungsstadium zu tun haben, dürfen wir den Schutt an eine plötzliche, katastrophale Bildung durch den Deckenabsturz zurückführen.

Indem wir zwar ziemlich viele *Light holes* mit der Abtragungsform des Schuttkegels, nicht aber mit einer ausgesprochenen Ausschüttungsform kennen, dürfen wir annehmen, daß im Aufschüttungsstadium die späteren *Light holes* einen ganz verschiedenen Charakter haben, welcher uns sie nicht mit diesem Namen bezeichnen gestattet.

Eine sorgfältige Analyse der Entwicklung der Lednice bei Silica in Ungarn hat zur Überzeugung geführt, daß manche der brunnenförmigen Dolinen uns diese Urform der *Light holes* darstellen. Das hat auch CVIČIĆ (1893) angedeutet.

Diese Meinung fand später durch die Eröffnung von Zátvořice ihre Bestätigung. Der Eingang der Zátvořice befindet sich in einer solchen, zwar seichten, aber doch ganz typischen brunnenförmigen Doline dieser genetischen Gruppe.

Der Schutt nimmt einen beträchtlicheren Raum ein, als dasselbe Material im massigen Zustande eingenommen hatte. Dafür ist auch die

durch den Einsturz entstandene oberflächliche Depression (die brunnenförmige Doline) beträchtlich kleiner als der verschüttete unterirdische Raum.

Der durch den Einsturz gebildete Schutt ist aus verschiedenem großem Material zusammengesetzt. Riesige Blöcke von einigen Metern Durchmesser neben nur etwas kleineren bilden das Schuttkegelskelett, dessen Zwischenräume durch die kleinen Stücke ausgefüllt sind. Doch sind immer noch häufig riesige leere Zwischenräume im Schuttkegel vorhanden, welche man manchmal sogar durchklettern kann (Zátvořice).

Meistens enthält der Schuttkegel daneben noch den Lehm, welcher von der Oberfläche in der Umgebung der Doline stets hinabgeschwemmt wird und sich in den Zwischenräumen des Schuttes ansammelt. Wir können uns das so vorstellen, daß der Lehm einen kleineren, platteren Kegel mit einer breiteren Basis auf derselben Grundfläche wie der Schuttkegel bildet. In dessen Form äußert sich, wie wir voraussetzen können, mehr der Einfluß der Lehmzufuhr als der Abtragung desselben. Der Lehmkegel wird danach eine Akkumulationsform sehr oft mit mehreren Gipfeln haben, deren jeder einem Wege der strengen Lehmzufuhr entspricht. Diese Lehmkegel sollen eine sehr wichtige Rolle in der Grundwasserbewegung und Wasserverteilung spielen, die sich wieder in den ev. Vereisungsformen in der Doline (z. B. in der silicer Lednice) zeigt.

Wenn aber die Pflanzen den Schuttkegel stellenweise bewachsen, setzt sich der Lehm auch an dessen Oberfläche in der Vegetation auf.

Die Form der Schuttkegel können wir als eine Funktion der Eigenschaften des Materials, der Verhältnisse der Schuttansammlung und der Schuttabtragung auffassen. Das Material ist in fast allen Karsgebieten dasselbe (massige Kalksteine). Sein Einfluß kann also ohne weiteres bei dem Vergleichen eliminiert werden. Ebenso die ursprüngliche Aufschüttungsform ist durch die nachfolgende Abtragung ganz verwischt. Als einzige formbildenden Einflüsse kommen praktisch nur die Abtragung und das sekundäre Schuttanhäufen (nur lokal) in Betracht.

Durch die Vermessung der Schuttkegel wurden die typischen Werte der Böschungswinkel ihrer Abhänge festgestellt.

Die <i>maximalen</i> Böschungswinkel betragen	45—65°,	gewöhnlich	50—60°.
„ <i>normalen</i>	„ „ 32—42°,	„	35—39°.
„ <i>minimalen</i>	„ „ 0—20°,	„	ungef. 10°.

Die Gruppen unterscheiden sich also ziemlich scharf voneinander. Darum erscheinen auch die Grenzen der verschieden abgeöschten Flächen wie morfolologisch verhältnismäßig scharfe Kanten.

Die Deutung dieser Gruppen: Die *maximale* Böschung am Schuttkegel bedeutet die labile Lage der Skelettbestandteile. Unter der *normalen* Böschung haben sie eine indifferente Lage; bei der *minimalen* Böschung ist der Schuttabhäng stabil. Alle drei Flächengruppen kommen an der Kegeloberfläche in einer gesetzmäßigen Anordnung vor. Oben ist eine verhältnismäßig kleine, horizontal ausgedehnte Fläche von maximaler Böschung, welche immer neues Schuttmaterial liefert und dabei sich stets langsam nach oben entlang des Abhanges vorschiebt. Weiter unten schließt sich die gewöhnlich ausgedehnteste normal-abgeböschte Fläche an, welche als Rutschbahn den von oben rollenden Stücken dient; am untersten kann sich eine mittelgroße Akkumulationsfläche mit der minimalen Böschung ausbilden, wo sich die von oben anfallenden Schuttstücke abbremsen und ansammeln. Falls die Fortbewegung der obersten, maximalabgeböschten Fläche eine völlige Freiheit und Zeit genug hat, kann sich endlich ein Gleichgewicht ausbilden, sobald die maximalabgeböschte Fläche den Kegelspitzen erreicht und dort verschwindet. Ist dagegen die Zerstörung des Kegels am Fuß zu rasch (z. B. bei Unterwühlen durch das fließende Wasser), bildet sich unten keine Akkumulationsfläche. Ein fast unüberschreitbares Hindernis für die Fortbewegung der maximalabgeböschten Fläche sind die stark durchgelehnten Schuttlager im Kegel, weil in dem verfestigten Schutte auch die senkrecht gestellten Wände lange bestehen können. Ein schönes Beispiel dazu liefert die silicer Lednice.

Die minimalen Böschungen können sich auch lokal irgendwo an der Kegeloberfläche (nur in den normalabgeböschten Teilen) entwickeln, wenn nur der Schutt durch irgendeinen Deckenausläufer (z. B. Stalaktit) in seiner Bewegung gehemmt wird. Solche Beispiele sind aus der Zátvořice bekannt.

**Die Felsenwand:** Das ist ein anderes typisches Merkmal der *Light holes* und der brunnenförmigen Dolinen, aus welchen sich die *Light holes* ausbilden können. Die Felsenwände sind steil schief, senkrecht oder leicht überhangend. Ihre Breite ist etwas größer (gewöhnlich) als ihre Höhe. Sie befinden sich an der entgegengesetzten Seite der Öffnung der Doline (*Light hole*) als der Gipfel des Schuttkegels. Sie entstehen durch das Abspalten der Blöcke längs den steilen Spalten. Seine gesetzmäßige Situation in der *Light hole*, im Bezug auf den Schuttkegel ist dadurch zu erklären, daß die entgegengesetzte Seite der Öffnung durch den Kegel unterstützt und gegen einen ausgedehnteren Einsturz geschützt ist. Die Felsenwand besitzt dagegen keine vergleichbare Stütze. Die langsame Niedersetzung der gelockerten Blöcke können wir schön in der Zátvořice sehen.

**Die trichterförmig sich nach außen ausbreitende Decke:** Diese schmiegt sich der Unterkante der Felsenwand an, ist sehr unregelmäßig, meistens durch die durch Temperaturschwankungen im Frühjahr hervorgerufene Abbröckelung ausgebildet. Weil die Zerstörung längs der Dislokationen besonders stark ist, bilden diese an der Decke tiefe Furchen. Die Böschung der schiefen Decke ist oft durch die leichteste Absonderung der Kalksteine vorausgegeben, die schon an der Oberfläche festgestellt werden kann. Daraus mit Hilfe der bekannten Böschungswinkel des Schuttes die Wahrscheinlichkeit der Existenz und das Ausmaß der Räume unter einer brunnenförmigen Doline vorausgesetzt werden kann.

**Die Portale:** Diese erinnern in mancher Hinsicht an *Light holes*. Weil sie aber der Wand, an welcher der Schuttkegel unterstützt wäre, entbehren, haben sie eine abweichende Entwicklung. Der Schuttkegel unterliegt einer zweiseitigen Erosion und verschwindet oft schnell. Diese Portale mit einer frontalen Felsenwand und einer schiefen, trichterförmig sich nach außen ausbreitenden Decke kommen nur stellenweise und bei den größeren Flußhöhlensystemen vor.

#### LITERATUR:

- J. CVJIČ: Das Karstphänomen. Geographische Abhandlungen, herausgegeben von prof. Dr. A. Penck in Wien. Bd. V. Heft 3. 1893.
- Z. ROTH: Quelques remarques sur le Karst sudslovaque et le gouffre de Lednice près Silica. Bull. internat. de l'Acad. des Sci. de Belège. 1939.
- Z. ROTH: Einige Bemerkungen über die Höhle Zatvořice. Příroda, Brünn 1939.
-



## VII.

# Vývojový vztah jeskyně Baradel k jeskyni Domici v Jihoslovenském Krasu.

Dr. ZDENĚK ROTH, Praha.

S 1 obrázkem.

(Předloženo ve schůzi dne 8. května 1940.)

Koncem června 1938 měl jsem příležitost shlédnout dosti důkladně druhou část rozsáhlého jeskynního systému Domico-Baradelského, starou světoznámou jeskyni Baradla u Aggteleku v Jihoslovenském Krasu. Přímo na místě činil jsem si mnoho srovnávacích poznámek a podle nich jsem sestavil tento stručný článek. Prohlídka potvrdila v plném rozsahu názory, které jsem na vzájemný vztah obou částí soustavy vyslovil již dříve (ROTH 1938) a ukázala mi celou řadu nových zajímavých skutečností, kterými je mohu doplnit.

Jak známo, jest páteří celého jeskynního systému středně velký podzemní tok Styx. Pramení nedaleko Hosúsova, protéká Domicou, Baradly a u Jósavfö ústí třemi mohutnými vyvěračkami v závěru malého údolí, jako prameny Jósavföského potoka. Prameny jsou zcela v ssuti, údolí nemá pustý krasový ráz, naopak jest bujně zarostlé bohatým rostlinstvem. Na úbočích nevystupují žádné nápadnější terasové stupně. Jediné v zářezu nové příjezdné silnice k jósavföskému vstupu byly zjištěny štěrky z krystalinického materiálu, zcela povahou shodné se štěrky známými z vnitřku jeskyně. Výškově odpovídají, zdá se, nejspíš hlavní jósavföské jeskynní chodbě.

V Baradlech nejsou vyvinuta již všechna stadia starší, která bylo možno stanoviti v Domici, ale dolní část jeskyně jest naopak již v dalším, pokročilejším vývojovém stadiu, než horní část Baradel a než Domicia. Mimoto lze pozorovat, že směrem dolů po toku Stygy se dosti zřetelně stále zvětšuje svislá vzdálenost jednotlivých úrovní a i jejich vzájemná souvislost se poněkud uvolňuje. Jeví se to v tom, že stadiium nanášení štěrku a následující stadia každého jeskynního cyklu (ROTH 1938, 1939) jsou v Domici

vázána skoro vždy na tentýž jeskynní prostor, v Baradlech velmi často však nikoli.

Ze stadií vývoje zjištěných a stanovených v Domici nenašel jsem v Baradlech stadium nejstarší, t. j. šterkové nánosové stadium **A** s vysoko ležícím stropním korytem, které v Domici tak nápadně vystupuje. Tomu nasvědčoval však již průběh stropního koryta v Domici ve Velké Květnici. Koryto směřuje v tomto dómě přibližně k jihu, ven z planiny. V tomto stadiu tedy Baradla vůbec asi jako říční jeskyně neexistovala, jistě ne alespoň ve spojení v jediný systém s Domicou. Vyšší jeskynní patro v Baradlech jest svým hlinitým dnem pokračováním domického stadia **B**. Dno jest stejně jako v Domici pokryto jeskynní hlinou, zbytky šterků, stropní koryto však (viz výše) chybí.

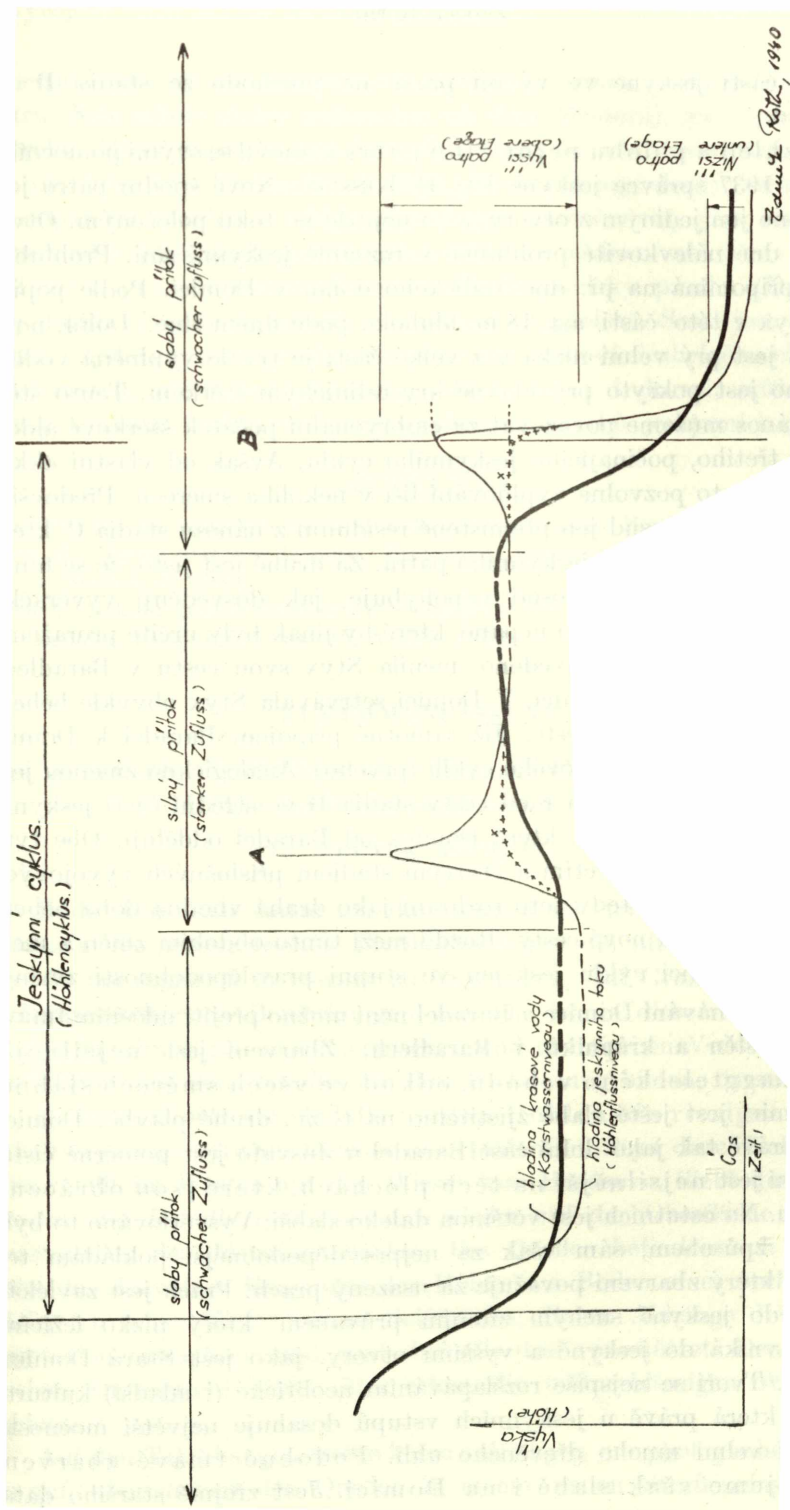
Jest tedy podle toho nejstarším stadiem Baradel jako součásti jeskynní říční soustavy Stygy stadium prohlubování **a**.

Další stadia jsou v Baradlech vyvinuta zřetelně všechna. Hlavní jeskynní patro vzniklo ve stadiu **C**. Má místy, právě tak, jako bývají v něm na Domici, pěkná stropní koryta. Na dně, stejně jako v níže po toku položených částech Domice leží na povrchu dosud šterky stadia **c** a hlína stadia **D** se usazuje jen v poměrně malém množství (většina se jí zachycuje v toku výše, na př. v sintrových mísách) mezi nepohybujícími se valouny jako jejich tmel.

Na Domici bylo dokázáno, že se v jejím vývoji dvakrát opakoval *jeskynní cyklus*, který vždy počal vniknutím poměrně slabého toku do nových úzkých jeskynních prostor; druhé stadium znamená zesílení toku, rozšíření cesty a průchod masy šterku, kterým byl vnitřek jeskyně opracován; třetím stadiem jest oslábnutí toku a pozvolné naplavování jeskynní hlíny, kterým cyklus končí, poněvadž tok se octne v labilní poloze na tomto nepropustném podloží, a počne si hledati novou cestu níže. Tyto cykly byly na Domici stanoveny dva. Nejmladší domické stadium **D** znamenalo zakončení druhého cyklu a dalo se tedy očekávat jako další stadium, od konce jeskyně proti proudu Stygy pokračující tvoření nové, níže položené rovnoběžné podzemní cesty. V Baradlech jest skutečně již značně rozsáhlé nové hlubší jeskynní patro, jehož povaha doplňuje obraz jednotlivých stadií jeskynního cyklu v části dosud známé jen teoreticky.

Z patra obsahujícího stopy stadií **b**, **C**, **c**, **D** vede do tvořícího se nejmladšího patra několik otvorů (propadání), v nichž se Styx ztrácí. Poněvadž každý z otvorů má jen omezenou kapacitu, teče voda při povodních k otvorům ležícím dále po toku, zatím co jinak jí stačí jen skupiny otvorů ležící nejvýše. Poněvadž se při velké vodě v prostředním (hlavním) patře jeskyně usazuje dosud hlína (stadium **D**), jest





Obr. 1. Schema kolísání úrovně krasové vody a hladiny jeskynního toku v průběhu jeskynního cyklu.

Fig. 1. Schematische Darstellung der Schwankungen des Karstwasserneiveaus und des Höhlflusslaufs im Laufe eines Höhlencykklus.

v této části jeskyně ve vývoji právě na přechodu ze stadia **D** do stadia **d**.

Vzhled a polohu nejnižšího patra stanovil se svými pomocníky asi v r. 1937 správce jeskyně Ing. H. KESSLER. Nové spodní patro jest přístupno jen jediným z otvorů, a to nejniže po toku položeným. Otvor leží na dně nálevkovité prohlubně v rozsáhlé jeskynní síni. Prohlubeň velmi připomíná na př. dno Indického domu v Domici. Podle popisu teče Styx v této části asi 18 m hluboko pode dnem síně. Dolní, nová chodba jest prý velmi nízká a z velké části je trvale vyplněna vodou. Její dno jest pokryto prý hlavně krystalinickým štěrkem. Tento štěrkový nános můžeme považovat za embryonální počátek štěrkové akumulace třetího, počínajícího jeskynního cyklu. Avšak od vlastní akumulace se toto pozvolné vyplňování liší v několika směrech. Především jest tento štěrk dosud jen přemístěné residuum z nánosů stadia **C**, které pokrývá dno středního jeskynního patra. Za druhé jest jisto, že se tento štěrk v novém patře dosud nepohybuje, jak dosvědčují vyvěračky Jósvařského potoka ssutí ucpané, které by jinak byly určitě proráženy.

Jak bylo již výše uvedeno, měnila Styx svou cestu v Baradlech daleko častěji než v Domici. V Domici setrvala Styx obvykle během celého cyklu v jediné cestě. Již samotné připojení Baradel k Domici se událo uprostřed vývojového cyklu (prvého). Analogickou změnou jest oddělení cesty stadia **C** a **c** od cesty stadia **D** ve střední části jeskynní soustavy v okolí syfonů, které Domici od Baradel oddělují. Obě tyto změny nastaly mezi třetím a čtvrtým stadiem příslušných vývojových cyklů. Projevuje se tedy toto rozhraní jako druhá vhodná doba během cyklu k vytvoření nové cesty. Rozdíl mezi tímto obdobím změn a mezi obdobím v konci cyklu jest jen ve stupni pravděpodobnosti změny.

Při srovnávání Domici a Baradel není možno přejíti mlčením **tmavé zbarvení stěn a krápníků v Baradlech**. Zbarvení jest nejsilnější v okolí aggteleckého vchodu, odkud ve všech směrech slábné. Na Domici jest ještě slabě zjiřitelno na t. zv. druhé plavbě. Domici sama, právě tak jako dolní část Baradel u Jósvař jest poměrně čistá. Zbarvení jest nejsilnější na těch plochách, které jsou obráceny vzhůru. Na ostatních jest většinou daleko slabší. Vysvětlováno to bylo různým způsobem, sám však za nejpravděpodobnější pokládám ten výklad, který zbarvení považuje za usazený prach. Prach jest zavlékán daleko do jeskyně suchým zimním průvanem, který nízko ležícími vstupy vniká do jeskyně a vyššími otvory, jako jest Stará Domici, vychází. Tvoří se nejspíše rozšlapáváním neolitické (i mladší) kulturní vrstvy, která právě u jeskynních vstupů dosahuje největší mocnosti. Je v ní velmi mnoho dřevěného uhlí. Podobné tmavé zbarvení pozorujeme však slabě i na Domici. Jest zřejmě staršího data,

poněvadž jest na mnoha místech povlečeno silnou vrstvou mladého sintru. Kde mladé sintry nejsou (na př. dóm Mysterií), jest i prach na povrchu. Místa najdeme je i jako slabou polohu uvnitř sintrových kor (na př. dolní část Panenské chodby). Poněvadž aggtelecký vstup jest od nepaměti otevřen a vždy velmi hojně navštěvován, jest intenzita zbarvení v jeho okolí pochopitelná. Odstín zbarvení prachu se s dobou pravděpodobně mění. Starší povlaky prachu (Domica) mají hnědavý nádech, mladé zelenočerný (Aggtelek). Snad jest to následek oxydaci v něm vyvolaného pomalého snižování uhelného obsahu. Tato vrstva, která jest vlastně jen facií vrstvy kulturní, může míti veliký význam k datování stratigrafických vztahů jeskynních forem.

#### LITERATURA:

- KESSLER H.: Az aggteleki barlangrendszer hidrográfija. Budapest 1938.  
 ROTH Z.: Vývoj jeskyně Domice. Bratislava, Časopis učené spol. Šafaříkovy v Bratislavě. 1938.  
 ROTH Z.: Několik geomorfologických poznámek o Jihošlovenském Krasu a o silické Lednici. Rozpravy Č. ak. R. XLIX. 1939.

#### ZUSAMMENFASSUNG.

### Das genetische Verhältnis der Baradla-Höhle zu der Domica-Höhle im Südslovakischen Karste.

Dr. ZDENĚK ROTH, Prag.

Ende Juni 1938 hatte ich die Gelegenheit den unteren Teil des Systems des unterirdischen Flußlaufes Styx, die altbekannte Höhle *Baradla* bei Aggtelek in Ungarn zu besichtigen. Auf Grund der auf der Stelle geschriebenen Bemerkungen versuche ich in diesem Artikel die Hauptzüge der engen morphologischen und genetischen Verwandtschaft der *Domica* mit den *Baradla*, die ihre Fortsetzung bilden, darzustellen.

Es ist wohl bekannt, daß die beiden Höhlen ein riesiges Flußhöhlensystem bilden, welches der Höhlenfluß Styx durchfließt. Die Styx quellt im Westen auf den Wiesen von Hosúsovo, fließt durch die *Domica*, die *Baradla* und erscheint wieder auf der Oberfläche in drei Karstquellen des Jósmaföer Baches. Die Quellen befinden sich in der Nähe des Jósmaföer Einganges der Höhle, am Boden eines verhältnismäßig (zu seiner Tiefe) kurzen Seitentales, dessen Abhänge dicht mit Vegetation bewachsen sind, und sind alle drei verschüttet. Den geologischen Untergrund bilden hier schon die undurchlässigen Werfener Schichten.

Auf den Talabhängen treten keine auffälligen morphologischen Stufen auf, aber unweit der Quellen in einem neuen Straßeneinschnitte

wurde eine Lage kristallinischer Terrassenschotter von gleicher Zusammensetzung mit den Schottern in der Höhle konstatiert. Die Höhenlagen der Schotter und des Höhleneinganges bei Jósvalfö sind ungefähr dieselben.

In *Baradla* konnten die ältesten Stadien (ROTH 1938) der *Domica* nicht aufgefunden werden. Hingegen ist aber im großen Teile der *Baradla* die Entwicklung schon weiter vorgeschritten als in der *Domica*. Die Höhendifferenzen der Niveaus der einzelnen Stadien vergrößern sich langsam entlang des Flußlaufes. Dabei kann man auch eine gewisse Auflösung der gegenseitigen Abhängigkeit der Flußwege innerhalb eines jeden Höhlencyklus (ROTH 1938, 1939) beobachten: In der *Domica* hat sich jeder Cyklus in einem einzigen Höhlenraume abgespielt, wogegen dies in den *Baradla* nicht der Fall ist.

Aus den Entwicklungsstadien der *Domica* habe ich in den *Baradla* keine Anzeichen der ältesten Schotterakkumulation A mit dem Deckentrog,\*) welcher in der *Domica* sehr auffallend hervortritt, gefunden. Das hat man schon aus der Richtung des Deckentroges in Velká Květnice in der *Domica* erwartet. Der Deckentrog ist dort nach außen gerichtet. Zu dieser Zeit haben also noch keine *Baradla* existiert. Der höhere Höhlenstock in den *Baradla* bildet durch seine Lehmsohle ein Equivalent des Domicer B-Stadiums.

Die *Baradla* konnten nach dem erst im Stadium a oder noch etwas später entstehen. Alle nachfolgenden Stadien treten in den *Baradla* deutlich auf. Der mittlere (Haupt-) Höhlenstock wurde im Stadium C gebildet und enthält auch Spuren der nachkommenden Stadien c und D. Der Lehm des Stadiums D setzt sich in den *Baradla* in kleinerer Menge ab, als in den höheren Höhlenteilen (in der *Domica*) und bildet die Grundmasse des Schotterresiduums c. Die größte Lehm-masse setzt sich am höheren Flußlaufe in den Sinterbecken usw. (z. B. in den sogenannten Plitvizer Seen in der *Domica*) ab.

Die Höhlencyklen, welche in der *Domica* festgestellt wurden, äußern sich auch in den *Baradla*. Einige Tatsachen, welche in den *Baradla* festgestellt wurden, veranlassen uns die Aufzeichnung des Zyklus zu verfeinern.

Der Höhlencyklus beginnt immer in einer Periode des schwachen Höhlenflusses, welcher zu dieser Zeit so klein wird, daß er auch nur schmale, nur etwas erweiterte Spaltensysteme zu seinem Wege benutzen kann. Die Spalten werden dann durch die auflösende Tätigkeit des Wassers immer breiter und es entwickelt sich aus ihnen

\*) Eine an das Flußbett erinnernde Evorsionform, welche in einer umgekippten Lage auf der Höhlendecke erscheint. S. ROTH 1938.

langsam eine einzige Höhlenröhre (Höhleingang). Nachdem diese in der ganzen Länge des Flußlaufes vollendet ist, wird eine zu seiner Erweiterung nötige Stärkung des Flußlaufes in der Ruhe erwartet. Die Stärkung ist oft (in den Fällen wo der Bach an der Oberfläche entspringt) von dem stark mechanisch wirkenden Durchgang der Schotter begleitet, welcher zuerst einen Deckentrog, später einen Sohlentrog in der Höhlenröhre aufarbeitet.

Diese Etape ist wieder mit dem Entstehen eines dynamischen Gleichgewichtes in der Schotterbewegung beendet: unter unveränderten Verhältnissen kann auch dieses Gleichgewicht unbegrenzt andauern. Erst eine neue Abschwächung des Flußlaufes ruft eine neue Akkumulationsperiode, die der Höhlenlehme hervor. Das Flußbett hebt sich durch die Akkumulation nach oben, am stärksten im oberen Teile des Flußlaufes; die herabfallenden Felsentrümmer, welche durch den starken Flußlauf vormals bald beseitigt wurden, und die jetzt ungestört anwachsenden Sinterbecken bilden an der ursprünglich schon ausgeglichenen Gefällskurve beträchtliche Stufen. Dadurch, aber noch mehr durch die Senkung des Karstwasserniveaus in den winzigen Gesteinsspalten in der Umgebung der Höhlenröhre, geriert der Höhlenfluß in eine hohe, labile Lage, welche viel an die Lage mancher stark akkumulierenden Flüsse in den ebenen Landschaften erinnert. Das Wasser sucht sich einen neuen Weg durch die schmalen Spalten im Karstwasserniveau, womit ein anderer Höhlencyklus anfängt.

Das letzte Akkumulationstadium, Stadium **D** in der *Domica* ist das Ende des zweiten Cyklus (Röru 1938). Als nächstfolgendes Stadium konnte man mit Sicherheit die Bildung eines neuen, tiefer liegenden Wasserweges erwarten. In den *Baradla* existiert in Wirklichkeit ein eben sich bildender ausgedehnter Höhlenstock, der wegen seiner Unzugänglichkeit erst in den letzten Jahren durchforscht wurde (Kessler 1938).

Den Hauptstock, welcher die Spuren der Stadien **b**, **C**, **c**, **D** enthält, verbinden mit dem sich Neubildenden unteren Stocke mehrere Sauglöcher, in denen das Wasser der Styx verschwindet. Da aber jedes der Löcher eine begrenzte Kapazität hat, fließt das Wasser bei Hochwasserstand in weiter unten gelegenen Löchergruppen als unter Normalverhältnissen. Vor den Löchern ist also die Höhlenröhre im Stadium **D** der Entwicklung (das Lehmabsetzen), zwischen der ersten und der letzten Sauglöchergruppe am Übergange von **D** zu **d** (beim Hochwasser das Lehmabsetzen im Hauptstocke, anders das Aufarbeiten des unteren Stockes), weiter unten, unter den letzten Sauglöchern im Stadium **d**.

Der unterste Höhlenstock ist durch ein Saugloch zugänglich. Nach der Beschreibung von Ing. H. KESSLER, der den unteren Stock besucht hat, fließt die Styx hier 18 m tief unter der Sohle des Haupthöhlanganges. Der sich neubildende Gang soll angeblich sehr niedrig und größtenteils vom Wasser ausgefüllt sein. Den Boden bilden kristallinische Schotter (herabgerissenes Residuum der Schotter C aus dem Haupthöhlangange), welche wir vielleicht für eine Embryonalschotteranhäufung E halten könnten. Mit der wahren E-Akkumulation hat es nichts zu tun, da diese Schotter sich nicht im Ganzen bewegen, wie dies die dauernde Verstopfung der Karstquellen bei Jósvalfö beweist.

In der *Domica* hat sich jeder einzelne Höhlencyklus in einer einzigen Höhlenröhre abgespielt; erst gegen Ende des Cyklus wird eine Tendenz zur Bildung einer neuen Röhre klar. Nach den Erfahrungen aus den *Baradla* zeigt sich immer eine wachsende Neigung zur Entstehung neuer Höhlengänge von dem Anfang der Periode des schwachen Höhlenbaches ab. Diese Neigung verstärkt sich mit der fortschreitenden Schwächung des Flußlaufes und mit der den Flußlauf hebenden Lehmakкумуляtion, bis die Wegveränderung endlich fast unvermeidlich wird.

Es bleibt noch einen auffälligen Unterschied im Aussehen der *Domica* und der *Baradla* zu erwähnen, welcher durch die dunkle Färbung aller Tropfsteine und Wände in der *Baradla* hervorgerufen wird. Diese Färbung ist beim Aggteleker Eingange der Höhle am stärksten und nimmt allseitig langsam ab. Sie reicht z. B. bis zu der oberen Wasserspeere in der *Domica*. Die *Domica* selbst, ebenso wie der unterste Abschnitt der Höhle bei Jósvalfö sind verhältnismäßig rein. Die Färbung hält sich auffälligerweise besonders an den nach oben gerichteten Flächen, an den anderen Flächen ist sie gewöhnlich viel schwächer. Diese Erscheinung wurde auf verschiedene Weise gedeutet, doch die Erklärung durch eine Bestäubung scheint die natürlichste zu sein. Wie die Verbreitung der Färbung zeigt, wird der Staub am stärksten durch die trockene Zugluft im Winter, welche durch die niedriggelegenen Höhleneingänge in die Höhle weht, hineingeschleppt. Der Staub entsteht vielleicht aus der zertretenen neolithischen Kulturschicht, welche sehr häufig Holzkohlenstücke enthält und in der Nähe der neolithischer Eingänge (in der *Domica*, so wie in den *Baradla*) am mächtigsten entwickelt ist. Solche dunkle Bestäubung, doch aus einer älteren Periode gibt es auch in der *Domica*, wo sie aber sehr oft durch die späteren Kalksinterschichten überzogen ist. Wo aber keine neueren Sinterkrusten vorhanden sind, ist auch hier die Bestäubung sehr schön erhalten (der Mysterien-Dom); sonst können wir sie auch unter dem Sinter oder als eine dunkle Zwischenschicht im Sinter selbst beobachten (z. B.

in der Junfraugalerie in der Domica). Da der Aggteleker Eingang der *Baradla* seit jeher geöffnet ist (was in der *Domica* nicht der Fall ist) und die Höhle häufig besucht ist, ist die ständige Bestäubung in der Umgebung des Eingangs äußerst stark.

Die Farbe der Bestäubung scheint in den Aggteleker *Baradla* etwas schwarzgrüner zu sein als in der *Domica*, wo sie einen bräunlichen Stich hat. Das kann vielleicht eine Folge des höheren Alters der obersten Staubschichte in der *Domica* sein, deren Kohleninhalt durch die langsame andauernde Oxydation vermindert wurde.

#### LITERATUR:

KESSLER H.: Az aggteleki barlangrendszer hidrografija. Budapest 1938.

ROTH Z.: L'évolution de grottes de Domica. Časopis uč. spol. Šafaříkovy, Bratislava. 1937.

ROTH Z.: Quelques remarques sur le Karst sudslovaque et le gouffre de Lednice près Silica. Bull. internat. de l'Ac. Sci. de Bohême. 1939.

---





## VIII.

# Bemerkung über charakteristisch einfache Gruppen.

VLADIMÍR KOŘÍNEK, Praha.

(Vorgelegt in der Sitzung am 8. Mai 1940.)

### § 1. Sätze.

In meiner früheren Arbeit habe ich gezeigt<sup>1)</sup>: Es sei  $\mathfrak{G}$  eine Gruppe, die sich in ein direktes Produkt der Untergruppen  $\{\dots \mathfrak{G}_\sigma \dots\}_{\sigma < \varphi}$  mit folgenden zwei Eigenschaften zerlegen läßt: 1. Alle direkten Faktoren  $\mathfrak{G}_\sigma$ ,  $\sigma < \varphi$  ( $\varphi$  eine bestimmte Ordinalzahl) der Zerlegung sind einander isomorph. 2. Alle  $\mathfrak{G}_\sigma$ ,  $\sigma < \varphi$  sind charakteristisch einfach. Dann ist die Gruppe  $\mathfrak{G}$  selbst charakteristisch einfach.<sup>2)</sup> Damals ist es mir nicht gelungen zu ermitteln, ob die hinreichenden Bedingungen 1 und 2 für die charakteristische Einfachheit der Gruppe im allgemeinen auch notwendig sind. Die Notwendigkeit der Bedingungen konnte ich nur unter der Voraussetzung beweisen, daß die Gruppe  $\mathfrak{G}$  wenigstens einen irreduziblen direkten Faktor besitzt.<sup>3)</sup>

In dieser Bemerkung werde ich folgenden Satz beweisen:

**Satz 1.** *Es sei  $\mathfrak{G}$  eine Gruppe, die wenigstens eine direkte Zerlegung*

$$(1) \quad \mathfrak{G} = \prod_{0 < \sigma < \varphi} \mathfrak{G}_\sigma$$

*mit folgenden zwei Eigenschaften besitzt:*

1. *Es seien  $\mathfrak{G}_\alpha$  und  $\mathfrak{G}_\beta$  zwei beliebige direkte Faktoren der Zerlegung (1). Dann existiert stets ein von der Einheitsgruppe  $\mathfrak{A}$  verschiedener*

1) VLADIMÍR KOŘÍNEK: Les groupes qui ne contiennent pas de sousgroupes caractéristiques propres. Věstník Královské české společnosti nauk. 1938, Nr. 9, S. 1–20. Diese Arbeit werde ich weiter unter der Bezeichnung „Groupes“ zitieren. Die Bezeichnungen der vorliegenden Bemerkung sind dieser Arbeit entnommen. Siehe besonders S. 2. In Groupes, § 1, sind die wichtigsten Eigenschaften der unendlichen Produkte zusammengestellt.

2) Groupes S. 5, Théorème 6.

3) Groupes S. 8, Théorème 7 und S. 19, Théorème 18.

direkter Faktor  $\mathfrak{G}_\alpha$  von  $\mathfrak{G}$  und ein ebensolcher direkter Faktor  $\mathfrak{G}_\beta$  von  $\mathfrak{G}$ , die einander isomorph sind.

2. Alle direkten Faktoren  $\mathfrak{G}_\sigma$ ,  $0 \leq \sigma < \varphi$ , sind charakteristisch einfach.

Dann ist die Gruppe  $\mathfrak{G}$  selbst charakteristisch einfach.

Im Unterschied zum Satz 6. der früheren Arbeit ist es mir hier gelungen zu zeigen, daß wenigstens die Bedingung 1 für die charakteristische Einfachheit der Gruppe notwendig ist. Ich werde nämlich beweisen:

**Satz 2.** *Es sei  $\mathfrak{G}$  eine charakteristisch einfache Gruppe. Dann hat jede ihre direkte Zerlegung die Eigenschaft 1 aus Satz 1.*

Ob auch die Eigenschaft 2 aus Satz 1 für die charakteristische Einfachheit der Gruppe  $\mathfrak{G}$  notwendig ist, oder ob sie durch eine andere Bedingung ersetzt werden muß, weiß ich nicht.

## § 2. Beweise.

Zuerst erinnere ich an folgende zwei Hilfssätze aus (Groupes<sup>4</sup>):

**Hilfsatz 1.** *Es sei  $\mathfrak{G}_1$  ein direkter Faktor der Gruppe  $\mathfrak{G} = \mathfrak{G}_1 \times \mathfrak{G}_2$ . es sei  $\mathfrak{R}$  eine charakteristische Untergruppe von  $\mathfrak{G}$ . Dann ist der Durchschnitt  $\mathfrak{D}_1 = \mathfrak{G}_1 \cap \mathfrak{R}$  eine charakteristische Untergruppe von  $\mathfrak{G}_1$ .*

**Hilfsatz 2.** *Es sei unter denselben Voraussetzungen  $\mathfrak{R}_1$  die Menge der Komponenten der Elemente aus  $\mathfrak{R}$  in  $\mathfrak{G}_1$ . Dann ist  $\mathfrak{R}_1$  eine charakteristische Untergruppe von  $\mathfrak{G}_1$ .*

Wir werden noch folgende Bemerkung<sup>5</sup>) brauchen: Es seien  $\mathfrak{G}_\alpha$ ,  $\mathfrak{G}_\beta$  zwei direkte Faktoren der Zerlegung (1), die einander isomorph sind. Der betreffende Isomorphismus von  $\mathfrak{G}_\alpha$  auf  $\mathfrak{G}_\beta$  werde durch  $\Theta_{\alpha,\beta}$  bezeichnet:  $G_\alpha \Theta_{\alpha,\beta} = G_\beta$ ,  $G_\alpha \in \mathfrak{G}_\alpha$ ,  $G_\beta \in \mathfrak{G}_\beta$ . Der inverse Isomorphismus sei  $\Theta_{\beta,\alpha} : G_\beta \Theta_{\beta,\alpha} = G_\alpha$ . Die Abbildung  $\Psi$  der Gruppe  $\mathfrak{G}$  auf sich selbst, die durch folgende Zuordnung definiert ist:

$$\begin{aligned} G\Psi &= G\Theta_{\alpha,\beta} \text{ für } G \in \mathfrak{G}_\alpha, \\ G\Psi &= G\Theta_{\beta,\alpha} \text{ für } G \in \mathfrak{G}_\beta, \\ G\Psi &= G \text{ für } G \in \mathfrak{G}_\gamma, \gamma \neq \alpha, \gamma \neq \beta, 0 \leq \gamma < \varphi, \end{aligned}$$

ist ein Automorphismus von  $\mathfrak{G}$ .

**Beweis von Satz 1.** Der Beweis verläuft ganz ähnlich, wie der Beweis vom Theorem 6 in Groupes. Ich gebe ihn hier in einer ein wenig vereinfachten Form wieder. Die erwähnte Vereinfachung läßt sich auch im Beweise von Theorem 6 in Groupes vornehmen.

<sup>4</sup>) Groupes S. 5, Lemme 1 und S. 6, Lemme 2.

<sup>5</sup>) Groupes S. 5.

Es sei  $\mathfrak{R}$  eine charakteristische Untergruppe von  $\mathfrak{G}$  und  $\mathfrak{G}_\alpha$  ein direkter Faktor der Zerlegung (1). Es sei  $\mathfrak{D}_\alpha = \mathfrak{G}_\alpha \cap \mathfrak{R}$  und  $\mathfrak{R}_\alpha$  die Menge der Komponenten der Elemente aus  $\mathfrak{R}$  in  $\mathfrak{G}_\alpha$ . Nach den Hilfssätzen 1 und 2 sind  $\mathfrak{D}_\alpha$  und  $\mathfrak{R}_\alpha$  charakteristische Untergruppen von  $\mathfrak{G}_\alpha$ . Es gilt ersichtlich  $\mathfrak{D}_\alpha \subseteq \mathfrak{R}_\alpha$ . Weil  $\mathfrak{G}_\alpha$  nach der Voraussetzung 2 charakteristisch einfach ist, so sind nur folgende drei Fälle möglich:

$$1. \mathfrak{D}_\alpha = \mathfrak{R}_\alpha = \mathfrak{U}, \quad 2. \mathfrak{D}_\alpha = \mathfrak{U}, \mathfrak{R}_\alpha = \mathfrak{G}_\alpha, \quad 3. \mathfrak{D}_\alpha = \mathfrak{R}_\alpha = \mathfrak{G}_\alpha.$$

Hier bedeutet  $\mathfrak{U}$  die Einheitsgruppe.

Ich zeige zuerst, daß der Fall 2 unmöglich ist. Zu diesem Zwecke sei  $\mathfrak{G}_\alpha$  ein direkter Faktor, in dem gewisse Elemente aus  $\mathfrak{R}$  von der Gruppeneinheit  $U$  verschiedene Komponenten haben, für den also  $\mathfrak{R}_\alpha = \mathfrak{G}_\alpha$  gilt. Jedes Element von  $\mathfrak{G}$  hat nur in einer endlichen Anzahl der direkten Faktoren von (1) Komponenten, die von der Gruppeneinheit  $U$  verschieden sind. Der Einfachheit halber werden wir nur dann von einer Komponente des Elementes  $G \in \mathfrak{G}$  in einem direkten Faktor sprechen, wenn sie von der Gruppeneinheit  $U$  verschieden ist. Dann können wir sagen, daß jedes Element aus  $\mathfrak{G}$  in der Zerlegung (1) nur endlich viele Komponenten besitzt. Wir wählen nun unter den Elementen von  $\mathfrak{R}$ , die in  $\mathfrak{G}_\alpha$  Komponenten besitzen, eins mit möglichst kleiner Anzahl von Komponenten in der Zerlegung (1). Es sei  $K$  dieses Element und es seien  $\mathfrak{G}_{\alpha_1} = \mathfrak{G}_\alpha, \mathfrak{G}_{\alpha_2}, \dots, \mathfrak{G}_{\alpha_n}$  die direkten Faktoren von (1), in denen  $K$  Komponenten besitzt.  $n = 1$  bedeutet  $\mathfrak{D}_{\alpha_1} = \mathfrak{G}_{\alpha_1}$ , d. h. den Fall 3. Im Falle 2  $\mathfrak{D}_{\alpha_1} = \mathfrak{U}$  ist also stets  $n > 1$ . Ich werde zeigen, daß  $n > 1$  unmöglich ist.

Es sei

$$(2) \quad \mathfrak{H} = \mathfrak{G}_{\alpha_1} \times \mathfrak{G}_{\alpha_2} \times \dots \times \mathfrak{G}_{\alpha_n}.$$

$\mathfrak{H}$  ist ein direkter Faktor von  $\mathfrak{G}$  und deshalb ist nach Hilfssatz 1

$$\mathfrak{L} = \mathfrak{H} \cap \mathfrak{R}$$

eine charakteristische Untergruppe von  $\mathfrak{H}$ . Es ist  $\mathfrak{L} \neq \mathfrak{U}$ , weil  $K \in \mathfrak{L}$ . Es sei

$$K = K_1 K_2 \dots K_n$$

die Zerlegung von  $K$  in (2).  $\mathfrak{L}_{\alpha_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) sei die Menge der Komponenten der Elemente aus  $\mathfrak{L}$  in  $\mathfrak{G}_{\alpha_i}$ . Es ist  $\mathfrak{L}_{\alpha_i} \neq \mathfrak{U}$ , weil  $K_i \in \mathfrak{L}_{\alpha_i}$  und folglich nach dem Hilfssatz 2 und nach der Voraussetzung 2 des Satzes 1  $\mathfrak{L}_{\alpha_i} = \mathfrak{G}_{\alpha_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Es sei weiter  $\mathfrak{L}' = \mathfrak{L} \cap (\mathfrak{G}_{\alpha_2} \times \mathfrak{G}_{\alpha_3} \times \dots \times \mathfrak{G}_{\alpha_n})$ . Nach dem Hilfssatz 1 ist  $\mathfrak{L}'$  eine charakteristische Untergruppe von  $\mathfrak{G}_{\alpha_2} \times \mathfrak{G}_{\alpha_3} \times \dots \times \mathfrak{G}_{\alpha_n}$ . Wäre  $\mathfrak{L}' \neq \mathfrak{U}$ , so würde  $\mathfrak{L}'$  wenigstens in einem direkten Faktor  $\mathfrak{G}_{\alpha_i}$  ( $i = 2, 3, \dots, n$ ) Komponenten besitzen. Ein solcher Faktor möge durch  $\mathfrak{G}_{\alpha_k}$  bezeichnet werden. Nach

dem Hilfssatz 2 und nach der Voraussetzung 2 des Satzes 1 gälte dann für die Komponentenmenge  $\mathcal{Q}'_{\nu_k}$  von  $\mathcal{Q}'$  in  $\mathfrak{G}_{\nu_k} : \mathcal{Q}'_{\nu_k} = \mathfrak{G}_{\nu_k}$ . Es würde also in  $\mathcal{Q}'$  ein Element  $L$  existieren, welches in  $\mathfrak{G}_{\nu_k}$  die Komponente  $K_k$  hätte. Nun wäre  $KL^{-1}$  ein Element aus  $\mathcal{Q} \subset \mathfrak{R}$  mit einer (von  $U$  verschiedenen) Komponente in  $\mathfrak{G}_{\nu_1}$ , dessen Komponente in  $\mathfrak{G}_{\nu_k}$  aber gleich  $U$  wäre.  $KL^{-1}$  besäße also in der Zerlegung (2) weniger als  $n$  Komponenten, was der Wahl von  $K$  widerspricht. Es ist deshalb  $\mathcal{Q}' = \mathfrak{U}$ , d. h. jedes von  $U$  verschiedene Element hat in  $\mathfrak{G}_{\nu_1}$  eine (von  $U$  verschiedene) Komponente.

Die Zuordnung: Element von  $\mathcal{Q} \rightarrow$  seine Komponente in  $\mathfrak{G}_{\nu_1}$  ist infolge von  $\mathcal{Q}_{\nu_1} = \mathfrak{G}_{\nu_1}$  eine homomorphe Abbildung von  $\mathcal{Q}$  auf  $\mathfrak{G}_{\nu_1}$ . Diese Abbildung ist aber ein Isomorphismus, denn die Menge der auf  $U$  abgebildeten Elemente besteht infolge von  $\mathcal{Q}' = \mathfrak{U}$  nur aus der Gruppeneinheit. GleichermäÙen ist die Abbildung: Element von  $\mathcal{Q} \rightarrow$  seine Komponente in  $\mathfrak{G}_{\nu_i}$  ( $i = 2, 3, \dots, n$ ) ein Isomorphismus. Denn wäre ein Element  $L \neq U$  aus  $\mathcal{Q}$  durch die Abbildung auf die Einheit von  $\mathfrak{G}_{\nu_i}$  abgebildet, so besäÙe  $L$  in der Zerlegung (2) weniger als  $n$  Komponenten, was wieder der Wahl von  $K$  widerspricht. Es sind also erstens alle  $\mathfrak{G}_{\nu_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) mit  $\mathcal{Q}$ , also auch miteinander isomorph. Zweitens nicht nur jedes Element von  $\mathcal{Q}$  bestimmt eindeutig seine Komponente in einer beliebigen  $\mathfrak{G}_{\nu_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), sondern auch jedes Element aus  $\mathfrak{G}_{\nu_i}$  bestimmt eindeutig ein einziges Element aus  $\mathcal{Q}$ , dessen Komponente es ist. Wir werden für spätere Zwecke mit  $\theta_{i,k}$  den so erzeugten Isomorphismus von  $\mathfrak{G}_{\nu_i}$  mit  $\mathfrak{G}_{\nu_k}$  bezeichnen.  $\theta_{i,k}$  ordnet also einem Element aus  $\mathfrak{G}_{\nu_i}$  dasjenige Element aus  $\mathfrak{G}_{\nu_k}$  zu, welches Komponente desselben Elementes aus  $\mathcal{Q}$  ist.

Betrachten wir zuerst den Fall, in dem alle  $\mathfrak{G}_{\nu_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) nichtabelsch sind. Dann existiert in  $\mathfrak{G}_{\nu_1}$  ein Element  $G_1$ , das in  $\mathfrak{G}_{\nu_1}$  einen nichtidentischen inneren Automorphismus erzeugt.  $G_1$  erzeugt in jeder anderen  $\mathfrak{G}_{\nu_i}$  ( $i = 2, 3, \dots, n$ ) den identischen Automorphismus. Es erzeugt also in  $\mathfrak{S}$  einen inneren nichtidentischen Automorphismus. Es existieren deshalb für  $n > 1$  in  $\mathcal{Q}$  Elemente  $L$ , deren  $\mathfrak{G}_{\nu_1}$ -Komponente durch  $G_1$  in ein anderes Element von  $\mathfrak{G}_{\nu_1}$  überführt wird und deren  $\mathfrak{G}_{\nu_i}$ -Komponenten ( $i = 2, 3, \dots, n$ ) dadurch unverändert bleiben. Jedes dieser transformierten Elemente  $G_1^{-1}LG_1$  kann nicht in  $\mathcal{Q}$  liegen, denn in  $\mathcal{Q}$  ist, wie gezeigt wurde, jedes Element durch seine beliebige  $\mathfrak{G}_{\nu_i}$ -Komponente ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) eindeutig bestimmt. Dann wäre aber  $G_1^{-1}\mathcal{Q}G_1 \neq \mathcal{Q}$  und  $\mathcal{Q}$  wäre deshalb keine charakteristische Untergruppe in  $\mathfrak{S}$ . Im nichtabelschen Fall muÙ also  $n = 1$  sein.

Seien nun zweitens die  $\mathfrak{G}_{\nu_i}$  abelsch. Sei hier  $\Phi$  folgende Zuordnung

$$G_1\Phi = G_1(G_1\theta_{1,2})^{-1}(G_1\theta_{1,3})^{-1}\dots(G_1\theta_{1,n})^{-1} \text{ für } G_1 \in \mathfrak{G}_{\nu_1}$$

$$G_i \Phi = G_i \text{ für } G_i \in \mathfrak{G}_{\nu_i}, i = 2, 3, \dots, n.$$

Diese Zuordnung ist im abelschen Falle ein Automorphismus von  $\mathfrak{S}$ , wie man leicht bestätigt. Es sei  $L = L_1 L_2 \dots L_n$  ein Element aus  $\mathfrak{Q}$  und seine Zerlegung (2). Dann ist  $L\Phi = L_1$  und folglich  $\mathfrak{Q}\Phi \subset \mathfrak{G}_{\nu_1}$ , was wieder für  $n > 1$  unmöglich ist.

Damit ist gezeigt worden, daß für jeden direkten Faktor  $\mathfrak{G}_\alpha$  der Zerlegung (1) der Fall 2:  $\mathfrak{D}_\alpha = \mathfrak{U}$ ,  $\mathfrak{R}_\alpha = \mathfrak{G}$ , nicht eintreten kann. Der Fall 3  $\mathfrak{D}_\alpha = \mathfrak{R}_\alpha = \mathfrak{G}$ , d. h.  $\mathfrak{R}$  besitzt in  $\mathfrak{G}_\alpha$  Komponenten, bedeutet aber  $\mathfrak{G}_\alpha \subset \mathfrak{R}$ , der Fall 1  $\mathfrak{D}_\alpha = \mathfrak{R}_\alpha = \mathfrak{U}$ , d. h.  $\mathfrak{R}$  besitzt in  $\mathfrak{G}_\alpha$  keine (von  $U$  verschiedenen) Komponenten, bedeutet, daß  $\mathfrak{R}$  in dem zu  $\mathfrak{G}_\alpha$  komplementären direkten Faktor enthalten ist. Man kann also alle direkten Faktoren der Zerlegung (1) in zwei Teilmengen teilen. In die erste Teilmenge geben wir alle die direkten Faktoren  $\mathfrak{G}_{\nu_\mu}$ ,  $0 \leq \mu < \nu$ , für die  $\mathfrak{G}_{\nu_\mu} \subset \mathfrak{R}$  gilt, in die zweite Teilmenge alle anderen Faktoren  $\mathfrak{G}_{\nu_\nu}$ ,  $0 \leq \nu < \zeta$ . Hier sind  $\nu$  und  $\zeta$  passende Ordinalzahlen  $\leq q$ . Es ist offensichtlich

$$\mathfrak{R} = \prod_{0 \leq \mu < \nu} \mathfrak{G}_{\nu_\mu}.$$

Ist die zweite Teilmenge leer, so bedeutet dies  $\mathfrak{R} = \mathfrak{G}$ , ist dagegen die erste leer, so  $\mathfrak{R} = \mathfrak{U}$ . Ist  $\mathfrak{R}$  eine eigentliche Untergruppe von  $\mathfrak{G}$ , so ist keine von den beiden Teilmengen leer. In diesem Falle sei  $\mathfrak{G}_{\nu_0}$  der erste direkte Faktor der ersten Teilmenge,  $\mathfrak{G}_{\nu_1}$  der erste direkte Faktor der zweiten Teilmenge. Nach der Voraussetzung 1 gibt es einen direkten Faktor  $\mathfrak{A}_0 \neq \mathfrak{U}$  von  $\mathfrak{G}_{\nu_0} = \mathfrak{A}_0 \times \mathfrak{A}_1$  und einen direkten Faktor  $\mathfrak{B}_0$  von  $\mathfrak{G}_{\nu_1} = \mathfrak{B}_0 \times \mathfrak{B}_1$ , welche einander isomorph sind. Es sei  $\theta$  dieser Isomorphismus:  $\mathfrak{A}_0 \theta = \mathfrak{B}_0$ . Dann lassen sich  $\mathfrak{G}$  und  $\mathfrak{R}$  folgendermaßen direkt zerlegen:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} &= \mathfrak{A}_0 \times \mathfrak{A}_1 \times \mathfrak{A}_2, \\ \mathfrak{G} &= \mathfrak{A}_0 \times \mathfrak{A}_1 \times \mathfrak{A}_2 \times \mathfrak{B}_0 \times \mathfrak{B}_1 \times \mathfrak{B}_2, \end{aligned}$$

wo

$$\mathfrak{A}_2 = \prod_{1 \leq \mu < \nu} \mathfrak{G}_{\nu_\mu}, \quad \mathfrak{B}_2 = \prod_{1 \leq \nu < \zeta} \mathfrak{G}_{\nu_\nu}$$

gesetzt wurde. Wir bilden nun den Automorphismus  $\psi$  von  $\mathfrak{G}$ , indem wir in der Bemerkung am Anfang dieses Paragraphen  $\mathfrak{G}_\alpha = \mathfrak{A}_0$ ,  $\mathfrak{G}_\beta = \mathfrak{B}_0$ ,  $\theta_{\nu,\beta} = \theta$  setzen. Dann ist offensichtlich

$$\mathfrak{R}\psi = (\mathfrak{A}_0\psi) \times (\mathfrak{A}_1\psi) \times (\mathfrak{A}_2\psi) = \mathfrak{B}_0 \times \mathfrak{A}_1 \times \mathfrak{A}_2 \neq \mathfrak{R}$$

und  $\mathfrak{R}$  ist keine charakteristische Untergruppe von  $\mathfrak{G}$ . Also ist  $\mathfrak{G}$  charakteristisch einfach.

**Beweis von Satz 2.** Es sei  $\mathfrak{G}$  eine charakteristisch einfache Gruppe. Ist  $\mathfrak{G}$  abelsch, so ist  $\mathfrak{G}$  direktes Produkt von Faktoren, die alle ent-

weder der zyklischen Gruppe  $\mathfrak{C}_p$  von Primzahlgrad  $p$  oder der additiven Gruppe der rationalen Zahlen  $\mathfrak{R}$  isomorph sind.<sup>6)</sup> Dann ist aber die Bedingung 1 des Satzes 1 erfüllt, denn jeder direkte Faktor von  $\mathfrak{G}$  besitzt einen direkten Faktor, der entweder mit  $\mathfrak{C}_p$  oder mit  $\mathfrak{R}$  isomorph ist.

Ist  $\mathfrak{G}$  nichtabelsch, so bildet die Einheitsgruppe das Zentrum von  $\mathfrak{G}$ , weil  $\mathfrak{G}$  charakteristisch einfach ist. Deshalb ist jeder direkte Faktor von  $\mathfrak{G}$  auch nichtabelsch. Es sei (1) eine beliebige direkte Zerlegung von  $\mathfrak{G}$ . Wir setzen voraus, daß kein direkter Faktor von  $\mathfrak{G}_0$  mit einem direkten Faktor von  $\mathfrak{G}_1$  isomorph ist. Der Einfachheit halber setzen wir

$$\mathfrak{A}_0 = \mathfrak{G}_0, \quad \mathfrak{A}_1 = \mathfrak{G}_1, \quad \mathfrak{A}_2 = \prod_{2 \leq r \leq p} \mathfrak{G}_r.$$

Hier ist also

$$(3) \quad \mathfrak{G} = \mathfrak{A}_0 \times \mathfrak{A}_1 \times \mathfrak{A}_2$$

eine direkte Zerlegung von  $\mathfrak{G}$ . Sei  $\theta$  ein Automorphismus von  $\mathfrak{G}$ . Wir setzen  $\mathfrak{A}_i\theta = \mathfrak{B}_i$ ,  $i = 0, 1, 2$ . Dann ist

$$(4) \quad \mathfrak{G} = \mathfrak{B}_0 \times \mathfrak{B}_1 \times \mathfrak{B}_2$$

eine andere direkte Zerlegung von  $\mathfrak{G}$ . Weil in  $\mathfrak{G}$  das Zentrum nur aus der Gruppeneinheit besteht, so existiert eine gemeinsame Verfeinerung der Zerlegungen (3) und (4):

$$\mathfrak{G} = \prod_{i,k=0}^2 \mathfrak{C}_{ik},$$

wo

$$\mathfrak{A}_i = \prod_{k=0}^2 \mathfrak{C}_{ik}, \quad \mathfrak{B}_k = \prod_{i=0}^2 \mathfrak{C}_{ik}, \quad \mathfrak{C}_{ik} = \mathfrak{A}_i \cap \mathfrak{B}_k$$

ist.<sup>7)</sup> Weil nach der Voraussetzung  $\mathfrak{A}_0$  und  $\mathfrak{A}_1$  keine isomorphen direkten Faktoren haben, gilt dasselbe von  $\mathfrak{A}_0$  und  $\mathfrak{B}_1$ . Folglich muß  $\mathfrak{C}_{01} = \mathfrak{A}_0 \cap \mathfrak{B}_1 = \mathfrak{A}$  sein. Dann ist aber

$$\mathfrak{A}_1\theta = \mathfrak{B}_1 = \mathfrak{C}_{11} \times \mathfrak{C}_{21} \subseteq \mathfrak{A}_1 \times \mathfrak{A}_2.$$

Jede Untergruppe, in die  $\mathfrak{A}_1$  durch einen Automorphismus von  $\mathfrak{G}$  übergeht, ist also in  $\mathfrak{A}_1 \times \mathfrak{A}_2$  enthalten. Die von allen diesen Untergruppen erzeugte Untergruppe ist nun auch in  $\mathfrak{A}_1 \times \mathfrak{A}_2$  enthalten,

<sup>6)</sup> Groupes S. 18, Théorème 16.

<sup>7)</sup> ALEXANDER KUROŠ: Über absolute Eindeutigkeit der direkten Produktzerlegungen einer Gruppe. Recueil mathématique. Moscou. (Matematičeskij sbornik.) Nouvelle série. 1, 1 (43), 1936, 345—350.

also eine eigentliche Untergruppe von  $\mathfrak{G}$ . Sie ist aber ihrer Bildung nach eine charakteristische Untergruppe von  $\mathfrak{G}$  und das ist ein Widerspruch mit der Voraussetzung, daß  $\mathfrak{G}$  charakteristisch einfach ist. Also gilt der Satz 2 auch im nichtabelschen Fall.

## OBSAH.

### Poznámka o charakteristicky jednoduchých grupách.

Tato poznámka je dodatkem k práci autorově citované v poznámce pod čarou <sup>1)</sup>. Obsahuje důkazy těchto dvou vět:

**Věta 1.** *Budiž  $\mathfrak{G}$  grupa, která se dá rozložit alespoň v jeden direktní součin (1) s těmito dvěma vlastnostmi:*

1. *Pro dva libovolné direktní faktory  $\mathfrak{G}_\alpha$ ,  $\mathfrak{G}_\beta$  rozkladu (1) existují vždy direktní faktor  $\mathfrak{S}_\alpha$  grupy  $\mathfrak{G}_\alpha$  a direktní faktor  $\mathfrak{S}_\beta$  grupy  $\mathfrak{G}_\beta$ , které jsou různé od grupy jednotkové a které jsou si isomorfní.*

2. *Všechny direktní faktory  $\mathfrak{G}_\sigma$  ( $0 \leq \sigma < \varphi$ ) rozkladu (1) jsou charakteristicky jednoduché.*

*Pak grupa  $\mathfrak{G}$  sama je charakteristicky jednoduchá.*

**Věta 2.** *Budiž  $\mathfrak{G}$  charakteristicky jednoduchá grupa. Pak má každý její rozklad v direktní součin vlastnost 1 z věty 1.*

Věta 1 je zevšeobecněním věty 6 z práce citované v <sup>1)</sup>. Důkaz věty 6 z <sup>1)</sup> dá se jen s malými změnami použití i pro větu 1. V této poznámce je podán znova v poněkud zjednodušeném tvaru. Význam věty 1 oproti větě 6 z <sup>1)</sup> spočívá v tom, že podle věty 2 podmínka 1 je též nutnou podmínkou k tomu, aby  $\mathfrak{G}$  byla charakteristicky jednoduchá. Autorovi se nepodařilo zjistit, zda též podmínka 2 je nutná, neb zda ji třeba nahraditi nějakou podmínkou jinou.

## SUMMARY.

### Remark on characteristically simple groups.

This remark contains the proofs of following two theorems:

**Theorem 1.** *Let  $\mathfrak{G}$  be a group which has a decomposition into direct product (1) satisfying following two conditions:*

1. *Two arbitrary direct factors  $\mathfrak{G}_\alpha$  and  $\mathfrak{G}_\beta$  of (1) possess always direct factors  $\mathfrak{S}_\alpha$  of  $\mathfrak{G}_\alpha$  and  $\mathfrak{S}_\beta$  of  $\mathfrak{G}_\beta$  which are different from the unity-group and which are isomorph to each other.*

2. *All the direct factors of the decomposition (1) are characteristically simple.*

*Then the group  $\mathfrak{G}$  is itself characteristically simple.*

**Theorem 2.** *Let  $\mathfrak{G}$  be a characteristically simple group. Then every decomposition of  $\mathfrak{G}$  into direct product satisfies the condition 1 of the theorem 1.*

The theorem is a generalisation of theorem 6 of author's previous paper: Les groupes qui ne contiennent pas de sousgroupes caractéristiques propres. Věstník Královské české společnosti nauk 1938, Nr. 9. The author is not able to establish, if the condition 2 is, like the condition 1, necessary for a characteristically simple group, or if it must be replaced by some other condition.



## IX.

# Die Absorption der Beta-Strahlen in den Pflanzen- Blättern und im Holze.

Dr. S. PRÁT.

(Vorgelegt in der Sitzung am 8. Mai 1940.)

Die biologische Wirkung einer bestimmten Strahlung ist von der im lebenden Objekt absorbierten Energie abhängig. Es ist daher für die Beurteilung der Wirksamkeit einer Strahlung notwendig, ihre Absorption im biologischen Material zu erkennen. Da die bisherigen Literaturangaben in dieser Richtung sehr unzulänglich sind, wurden mit Hilfe der photographischen Methode Versuche über die Absorption der infraroten Strahlung (PRÁT 18, PRÁT a KLAŠTERSKÝ 19), der X-Strahlen (PRÁT a NĚMEJCOVÁ 20) und schließlich mit Hilfe der photographischen und Ionisations-Methode Versuche über die Absorption der Gamma-Strahlen des Radiums (PRÁT a PETROVÁ 21) ausgeführt.

Bei Bestrahlungen mit ungenügend gefilterter Radiumstrahlung kommt auch die Beta-Strahlung zur Geltung und es ist daher wichtig, die Absorption der Beta-Strahlen in biologischen Objekten ebenfalls messend zu verfolgen. „Die härtesten Beta-Strahlen, welche vom Radium C und Mesothorium 2 emittiert werden, können im Gewebe des menschlichen Körpers maximal bis zu einer Tiefe von 3,8 cm eindringen und lassen sich durch ein Filter von 4 mm dickem Aluminium, 1 mm dickem Blei oder 0,5 mm dickem Platin völlig absorbieren. Der größte Teil der Beta-Strahlung wird aber bereits von dem vierten Teil dieser Dicken-Werte absorbiert und dringt demnach höchstens 1 cm tief in den menschlichen Körper ein“ (BEHOUNEK 4, 47). „Das Produkt aus Reichweite und Dichte des absorbierenden Mediums ist vom Material praktisch unabhängig. Das Bremsvermögen eines Atoms ist der Atomnummer annähernd proportional. Die praktische Reichweite schneller Beta-Strahlen im organischen Gewebe ist von der Größenordnung 1 cm“ (WRESCHNER 23, 740).

Die Absorption der Beta-Strahlen in der Materie ist eine sehr komplexe Erscheinung, welche hauptsächlich aus zwei verschiedenen Vorgängen und zwar einerseits aus der Zerstreuung und andererseits aus der Geschwindigkeitsabnahme der Beta-Teilchen zusammengesetzt ist. Für die Absorption der inhomogenen Beta-Strahlung in der Materie gilt bekanntlich das folgende Exponentialgesetz:

$$I_d = I_0 e^{-\mu d},$$

wobei  $I_0$  die Intensität der ursprünglichen Strahlung,  $I_d$  die Intensität nach dem Durchgang einer Schichte von der Dicke  $d$  und  $\mu$  den Absorptionskoeffizienten für die gegebene Materie bedeutet. Für eine gegebene Beta-Strahlung ist das Verhältnis des Absorptionskoeffizienten und des spezifischen Gewichtes  $\rho$  nur sehr angenähert eine Konstante, der Massenabsorptionskoeffizient  $\frac{\mu}{\rho}$  steigt mit der Atomnummer des Elementes, in graphischer Darstellung ergibt diese Abhängigkeit nicht eine gerade Linie, sondern eine Kurve mit Maxima und Minima, die dem periodischen System der Elemente entsprechen (siehe KOHLRAUSCH 13, S. 379). Der Massenabsorptionskoeffizient einer Mischung resp. einer Verbindung setzt sich additiv aus den Massenabsorptionskoeffizienten der Komponenten resp. der Atome zusammen. Daraus ergibt sich, daß der Absorptionskoeffizient des biologischen Materiales für Beta-Strahlen nicht in derart einfacher Beziehung zum spezifischen Gewicht steht wie es für harte Gamma-Strahlen des Radiums der Fall ist (PRÁT u. PETROVÁ 21).

Es wird hier zwar der Fachausdruck der Absorptionskoeffizient benützt, es muß aber darauf aufmerksam gemacht werden, daß beim nicht homogenen biologischen Material dieser Terminus eine andere Bedeutung hat als die einer physikalischen Konstante (PRÁT u. PETROVÁ 21). Außerdem ist es notwendig, ausdrücklich zu betonen, daß beim biologischen Material nicht bloß der absolute Wert dieses Absorptionskoeffizienten, sondern auch der physiologische Zustand des Gewebes maßgebend ist, wie durch Versuche an ruhenden oder keimenden Samen und ruhenden oder sich teilenden Zellen nach Röntgenbestrahlung bekannt geworden ist (ATABEKOVA 1, ERDMAN 8).

Die Beta-Strahlen erzeugen beim Durchgang durch die Materie zwei Arten von Strahlungen: die sekundären Beta- und Gamma-Strahlen. Die sekundäre Beta-Strahlung steht bezüglich der Intensität und Durchdringungsfähigkeit weit hinter der primären Strahlung zurück. Infolge dessen können wir den Einfluß dieser sekundären Beta-Strahlung, deren Energie nur ausnahmsweise den Wert von 1% der Energie der Primärstrahlung erreicht, ganz vernachlässigen (БЕЖОНЕК 4, 62). Die sekundäre

Gamma-Strahlung hat nur eine geringe Intensität und ihre Wirkung kann daher ebenfalls vernachlässigt werden.

Im folgenden wurde die Absorption der Beta-Strahlung im Holz und in den Blättern mit der photographischen und Ionisations-Methode untersucht. Als Strahlungsquellen sind zwei Radium D-Präparate, welche 30 bzw. 1,9 Millicurie Ra D enthielten, benützt worden. Diese befanden sich in Form einer sehr dünnen Schicht am Boden von flachen Schalen (Durchmesser 3 cm, 3 mm hoher Rand). Die Schalen waren mit einer 70  $\mu$  dicken Glimmerfolie zugedeckt, welche die Alpha-Strahlung des Poloniums und die Beta-Strahlung von Ra D absorbierte, so daß bei den Versuchen nur die Beta-Strahlung des Radium E zur Geltung kam. Die Gamma-Strahlung von Ra D ist sehr schwach und kann daher vernachlässigt werden.

### *A) Die photographische Methode.*

Diese Methode eignet sich gut für den Vergleich der Absorption der Beta-Strahlen, denn sie zeigt sehr anschaulich, wie verschieden die Beta-Strahlung das Material je nach seiner Struktur durchdringt. Die Wirkung der Beta-Strahlen auf photographische Emulsion ist relativ gut bekannt (PRZIBRAM cit. KOHLRAUSCH 13, 282, ELLIS 6, 7). In Kontrollversuchen wurde festgestellt, daß mit steigender Intensität der Beta-Strahlung die Schwärzung der photographischen Emulsion relativ langsam zunimmt.

Die photographische Methodik ist verhältnismäßig einfach. Holzkeile wurden direkt auf die photographische Platte aufgelegt und durchstrahlt. Die Blätter wurden in einem Kopierahmen befestigt. Über dem Blatte befand sich entweder eine dünne Cellophanfolie, oder es wurde ganz ohne Folie exponiert. Wässerige oder mit Wasser infiltrierte Blätter sind bei längerem Exponieren von der Emulsion der Platte (oder des Films) durch zwei dünne Cellophanfolien abgesondert worden. Für die meisten Aufnahmen wurden die Foma Opus Brillant-Platten benützt. Alle Versuche wurden in der Dunkelkammer bei rotem Licht oder bei völliger Verdunkelung ausgeführt. Zum Entwickeln diente der normale Metol-Hydrochinon- oder Rodinal-Entwickler.

Durch Beta-Strahlung entsteht im wasserhaltigen Milieu Wasserstoffperoxyd. Wenn auch seine Menge gering ist (FERNAU 9), so könnte es doch die gegenüber  $H_2O_2$  äußerst empfindliche photographische Emulsion beeinflussen, es ist daher nötig diese Reaktion zu berücksichtigen.

Die Phosphoreszenz des stärkeren Ra D-Präparates war deutlich, des schwächeren Präparates bereits unsichtbar; nach 14-stündiger Exposition mit dem schwächeren Präparat durch eine 6 mm dicke Glasplatte,

die die Beta-Strahlung absorbierte, war trotz der bereits unsichtbaren Phosphoreszenz eine Schleierung des Filmes erkennbar. Um die Wirkung des Phosphoreszenzlichtes ganz auszuschließen, wurde die Ra D-haltige Schale mit dünnem schwarzen Papier bedeckt. Die Kontrolle zeigte, daß die Intensität der Schwärzung nach Beta-Strahlung durch dieses schwarze Papier nur unbedeutend vermindert wurde.

Die Expositionsdauer betrug bei dem stärkeren Präparat in der Entfernung 3 cm von der Glimmerfolie (33—35 mm von der Oberfläche des Präparates) 5 bis 10 Minuten. Unter Benützung des schwächeren Präparates sind in der Entfernung von ungefähr 2 cm die trockenen Blätter 10 bis 30 Minuten, die lebenden eine bis mehrere Stunden exponiert worden. Im lebenden Gewebe hat das Wasser den größten Anteil an der Absorption. Das zeigen sehr deutlich die Aufnahmen der lebenden und getrockneten Blätter.

Infolge der beträchtlichen Zerstreuung, die bei dem Durchgang der Beta-Strahlen durch die Materie auftritt, läßt sich eine vollkommene Schärfe der gewonnenen Aufnahmen nicht erwarten. Die Struktur erscheint zwar immer deutlich wiedergegeben, die Konturen sind jedoch nie so scharf wie es bei den Röntgenogrammen der Fall ist, welche sogar noch beträchtliche Vergrößerung gut vertragen (PRÁT u. NEMEJCOVA 20). Im übrigen sind die Ergebnisse der Röntgenographie und Beta-Radiographie hinsichtlich der vorliegenden Versuche dem Aussehen nach analog. In beiden Fällen war die geringe Durchlässigkeit der Blattadern besonders auffallend und dieser Umstand ist die Ursache dafür, daß sich auf den Kopien die Blattnervatur regelmäßig dunkel abhebt. Manchmal waren selbst sehr feine Aderchen deutlich durchgezeichnet und zwar sogar oft besser als auf Kopien, die durch Exposition mit gewöhnlichem Licht gewonnen wurden. Genügend scharfe Aufnahmen resultierten nur dann, wenn die Blattoberfläche der photographischen Emulsion dicht anliegend war. Die Unebenheiten der Blattoberfläche zeichneten sich verwaschen ab, bei geringer Entfernung des Blattes von der Emulsion verschwanden selbst tiefere Blattstrukturen, wie z. B. schon recht starke Blattnerven. Daraus erkennt man, daß die Beta-Strahlenbahnen nach Austritt aus dem Blatte in der Luft bereits starke Zerstreuung aufweisen.

Es überrascht, daß auf den Aufnahmen sowohl mit X-Strahlen als auch mit Beta-Strahlen in einigen Fällen die Panaschierung der Blätter wiedergegeben wird. Die Differenzen der Schwärzungsdichte unter grünen und weißen Blattstreifen sind zwar in diesen Fällen wesentlich kleiner als auf den mit sichtbarem Licht gewonnenen Kopien, aber sie sind dennoch deutlich und gut reproduzierbar.

Die Ergebnisse nach Beta-Durchstrahlung stimmen mit denjenigen nach Röntgendurchstrahlung überein, die gewonnenen Aufnahmen sind

dem Aussehen nach völlig analog: Die auf Röntgenogrammen unsichtbare Panaschierung verschwindet auch auf Kopien, die mit Beta-Strahlen erhalten werden; diejenigen Pflanzenarten, deren Panaschierung auf Röntgenogrammen erscheint, zeigen es auch auf mit Beta-Strahlen erhaltenen Kopien.

Nach den Röntgenogrammen kann man die panaschierten Blätter in zwei Gruppen teilen:

1. a) Die Panaschierung erscheint auf dem Röntgenogramm sehr deutlich:

*Tradescantia fluminensis*, *Evonymus japonica*.

b) Die Panaschierung erscheint auf dem Röntgenogramm schwach, aber dennoch deutlich:

*Pelargonium zonale*, *Barbarea stricta*.

2. Die Panaschierung ist auf dem Röntgenogramm unsichtbar:

*Abutilon Thompsoni*

*Ficus radicans*

*Acer pseudoplatanus*

*Fittonia*

*Aspidistra*

*Hedera helix*

*Aucuba japonica*

*Sanchezia nobilis*

*Eleagnus*

*Veronica hybrida*

*Farfugium grande*

*Vinca minor*.

In den Fällen, in welchen die Panaschierung an den Röntgenographien erschien, wurde sie auch an den Beta-Radiographien festgestellt; wenn an den Röntgenographien die Panaschierung undeutlich war, konnte sie auch an den Beta-Radiographien nicht festgestellt werden. Die Differenzen zwischen grünen und weißen Streifen sind nicht immer mit gleich deutlichen Unterschieden an der Schwärzung der photographischen Platte erkennbar.

Bemerkenswert ist, daß die Unterschiede betreffs der Panaschierung bei den Blättern von *Tradescantia fluminensis* mit schmalen Streifen größer waren als bei den Blättern mit größeren weißen Flächen, also auch größer als bei den Blättern mit einer ganzen weißen und einer ganzen grünen Blatthälfte desselben Blattes.

Entsprechend dem großen Einfluß, welchen der Wassergehalt auf die Durchlässigkeit der Beta-Strahlen ausübt, könnte man schließen, daß grüne und weiße Partien der Blätter mit verschiedenem Wassergehalt anders abgebildet werden. Durch diese Erklärung werden aber nicht alle möglichen Ursachen dieser Erscheinung erschöpft, wie die zwei folgenden Versuchsserien zeigen: 1. Bei mit Wasser (unter Luftpumpe) infiltrierten Blättern waren die Unterschiede zwischen weißen und grünen Streifen fast dieselben wie bei den nicht infiltrierten Blät-

tern. 2. Die ausgetrockneten Blätter waren für die Beta-Strahlen derartig durchlässig, daß sie nur schwer abgebildet werden konnten. Trotzdem war bei geeigneter Exposition ein kleiner, doch gut beobachtbarer Unterschied zwischen weißen und grünen Partien vorhanden. Das stimmt mit SPRECHER'S Angabe über kleineren Trockensubstanzgehalt in panaschier-ten Teilen überein (KÜSTER 14). Über den Einfluß der Blattdicke auf die Durchlässigkeit der Beta-Strahlen und über die Unterschiede in der Blattdicke der grünen und panaschierten Blattteile wird in einem späteren Kapitel berichtet (p. 8 bis 10).

Für photographische Untersuchungen der Holzdurchlässigkeit hinsichtlich Beta-Strahlen sind dieselben Holzkeile, die sich bereits auch für andere Strahlenarten bewährt hatten (PRÁT 18, PRÁT et KLÁSTERSKÝ 19, PRÁT and PETROVA 21), benützt worden. Die Keile konnten nicht in dem gewöhnlichen Kopierrahmen befestigt werden und sind deshalb auf photographische Platten lediglich aufgelegt oder mit Hilfe eines Gummibändchens festgehalten worden. Die Holzstruktur war sehr deutlich durchgezeichnet und die dunkleren Streifen des Frühholzes hoben sich auf der Platte immer gut gegen die lichten Streifen des Spätholzes ab. Die geeignetste Expositionszeit für den Keil der Lärche und der Eiche betrug mit dem Ra D Präparat von 30 Millicurie in der Entfernung von 1 cm ungefähr 20 Minuten bis 2 Stunden. Dabei waren die Jahresringe gut durchgezeichnet und die Schwärzung der Platte war unter den Keilen bis zur Dicke von 1—2 mm noch sichtbar.

Durch die Liebenswürdigkeit des Herrn Doz. F. BĚHOUNEK standen auch Seidenfolien, die mit Radiumsalz impregniert waren, zur Verfügung. Dieses flächenhafte Präparat enthielt auf einer Fläche von  $5 \times 7$  cm rund 0,64 Milligramm Radiumelement. Die Holzkeile wurden direkt auf die photographische Platte aufgelegt. Über dem Holzkeil in der Entfernung 2 cm von der Platte war im Rahmen die Radium-Folie befestigt. Nach 1 bis 4 tägiger Exposition zeichnet sich auf der Platte sehr schön die Holzstruktur durch. Da die bei diesen Versuchen wirksame Strahlung durch zwischen Radium-Folie und Holzkeil gebrachte sehr dünne Aluminiumblättchen bereits stark geschwächt wird, handelt es sich in diesen Fällen offensichtlich um Beta-Strahlung.

### ***B) Physikalische Messungen.***

Alle physikalischen Messungen in dieser Arbeit wurden von dr. J. PETROVA in der Radiologischen Anstalt in Prag durchgeführt, der ich auch an dieser Stelle herzlichst danke.

#### **1. Die Ionisations-Methode.**

Radium E emittiert inhomogene Beta-Strahlung, deren Absorption in der Materie, wie von vielen Forschern gefunden wurde, nach einem

Exponentialgesetz verläuft. In der letzten Zeit untersuchten FOURRIER und GUILLOT (10) mit Hilfe von Ionisationsmessungen die Absorption dieser Strahlung in Elementen und Verbindungen und bestimmten die Abhängigkeit des  $\frac{\mu}{\rho}$  von der Atomnummer des Elementes. Sie studierten ausführlich den Einfluß der experimentellen Anordnung der Messung auf den Wert des Absorptionskoeffizienten und bestimmten die Bedingungen, unter welchen der Wert dieses Koeffizienten konstant bleibt d. h. von der Versuchsanordnung unabhängig und nur von der benützten Strahlung und der absorbierenden Materie abhängig ist.

Im folgenden wird die Beschreibung der experimentellen Anordnung, mit deren Hilfe die hier angegebenen Werte für die Absorption in Blättern und im Holze gewonnen wurden, gegeben:

Es wurde das oben beschriebene Präparat von 1,9 Millicurie Ra D, das aus sehr reinem Ra D-Nitrat (ohne Bleizusatz) bestand, so daß die Absorption der Beta-Strahlen in der Masse des Präparates selbst vernachlässigt werden konnte, verwendet. Die ursprüngliche Geschwindigkeit der Beta-Teilchen des Ra E blieb infolgedessen praktisch erhalten. Die Ra D-haltige Schale war mit einer 4 mm dicken Bleiplatte bedeckt, die in der Mitte ein kreisförmiges Loch vom 3 mm Durchmesser hatte. Vom Präparat wurden daher angenähert parallele Strahlen ausgesendet, welche senkrecht auf das absorbierende Material, das auf diese Bleiplatte unmittelbar oberhalb der Öffnung gelegt wurde, auffielen. Die Bleiplatte absorbierte einen großen Teil der schwachen Gamma-Strahlung. Die restliche sehr kleine Gamma-Aktivität wurde vor jeder Messungsserie nach Zudecken der Öffnung mit einem Bleiwürfel gemessen und von allen Absorptionsmessungen abgezogen. Die durch die Beta-Strahlen erzeugte Ionisation wurde in einem Elektroskop gemessen, dessen Boden mit einer 60  $\mu$  dicken Aluminiumfolie versehen war, und dessen Entfernung von den absorbierenden Platten 1,5 cm betrug. In dieser Versuchsanordnung ergab sich der Absorptionskoeffizient für Aluminium  $\mu = 47 \text{ cm}^{-1}$  und folglich  $\frac{\mu}{\rho} = 17,4$ .

In der Literatur werden für die Absorption der Beta-Strahlung von Ra E in Al z. B. folgende Werte angegeben

D	$\mu$ in $\text{cm}^{-1}$	$\frac{\mu}{\rho}$	
0,0160 cm	43,3	16,0	(MEYER 15, 1574)
$1,6 \times 10^{-2}$ cm	43,0		(MEYER-SCHWEIDLER 16, 467)
0,15 mm	45,5		(BEHOUNEK 4, 141).

FOURNIER und GUILLOT (10) geben für Al für  $\frac{\mu}{\rho}$  den Wert 16,9 an. Die Absorption in Aluminium verlief mit Ausnahme der ersten (90  $\mu$  dicken) Folie genau exponentiell, die Werte des Absorptionskoeffizienten wiesen Unterschiede  $\pm 2\%$  vom Mittelwert auf.

Bei größeren Entfernungen des Elektroskopes vom absorbierenden Material kam mit steigendem Maße die Zerstreung zur Geltung — ähnlich wie es auch FOURNIER und GUILLOT (10) gefunden haben — so daß der Absorptionskoeffizient von der zuerst aufgelegten Folie hohe Werte annimmt, welche letztere allmählich in den oben erwähnten Wert übergehen; dieser Umstand zeigt sich nicht nur beim Aluminium, sondern auch beim Holz. Auch das Arbeiten mit einem schmalen, nahezu parallelen Bündel von Beta-Strahlen, das durch Einschieben einer Bleiblende vom 6 mm Durchmesser unmittelbar unter den Boden des Elektroskops (das in diesem Falle 4 cm von der absorbierenden Substanz entfernt war) bewirkt wurde, hatte eine Vergrößerung der Werte für die zuerst aufgelegten dünnen Schichten von Aluminium und Holz zur Folge; erst für dickere Schichten konnten konstante Werte, wie sie die exponentielle Absorption erfordert, erhalten werden.

Die aus diesen Messungen erhaltenen Resultate kann man kurz folgendermaßen zusammenfassen:

Bei *Tradescantia fluminensis* mit rein weiß panaschierten Blättern war die Dicke der grünen Blattpartien ungefähr 250 bis 610  $\mu$  und die Werte der Absorptionskoeffizienten bewegten sich zwischen 21 bis 26  $\text{cm}^{-1}$ . Die weißen Blattpartien waren regelmäßig etwas dünner (230 bis 460  $\mu$ ), aber der berechnete Absorptionskoeffizient stimmte mit den an grünen Partien gefundenen Werten gut überein: er betrug 19 bis 29  $\text{cm}^{-1}$ .

Ganz analoge Resultate sind auch mit einer gelb panaschierten *Tradescantia sp.* erhalten worden; bei dieser waren die Dickschwankungen geringer, die gelben Partien waren manchmal dicker, was damit übereinstimmt, daß auch die radiographischen Reproduktionen bei dieser Art nicht regelmäßig waren.

Bei *Pelargonium zonale* sind zwar die weißen Ränder etwas dünner als die grünen Partien, aber der Absorptionskoeffizient zeigte keinen deutlichen Unterschied.

Die Dicke der Blätter wurde einestheils an mikroskopischen Schnitten, andernteils mit Hilfe des BACHMANNSCHEEN Pachymeters (2) bestimmt. Die Resultate dieser Messungen zeigen, daß der Absorptionskoeffizient der panaschierten Stellen praktisch mit dem Absorptionskoeffizienten der grünen Stellen identisch ist, die Absorption ist folglich hauptsächlich



durch die Blattdicke gegeben. Die Unterschiede in den Beta-Radiographien sind also in erster Reihe durch die Blattdicke bedingt.

Bei den Blättern von *Aucuba japonica*, *Abutilon Thompsoni*, *Oplismenes* wurden weder in der Dicke noch in der Absorption zwischen weißen und grünen Blattpartien Unterschiede gefunden. Das steht in vollem Einklang mit der Feststellung, daß weder die Röntgenogramme noch die Beta-Radiogramme dieser Arten irgendwelche Unterschiede zwischen weißen und grünen Partien der panaschierten Blätter zeigten.

Die Kontrollen hatten ergeben, daß die Fehler, die durch Wasserverlust des isolierten Blattes während des einige Minuten dauernden Versuches entstanden sind, vernachlässigt werden können. Es ist aber nötig, größere Verluste infolge der Verdunstung zu vermeiden, weil der Wassergehalt des lebenden Gewebes die Absorption sehr stark beeinflusst. Diesen Umstand beweisen am besten die Versuche mit getrockneten Blättern; die photographische (radiographische) Methode zeigte, daß unter den beschriebenen Versuchsbedingungen die trockenen Blätter für die Beta-Strahlung so sehr durchlässig sind, daß sie von der Platte nur als schwache Schatten abgebildet werden. Die Ionisationsmethode zeigt, daß nach Austrocknen eines Blattes sein Absorptionskoeffizient unter die Hälfte des Anfangswertes sinkt. Die Messung der Dicke ist bei den trockenen Blättern sehr ungenau und deshalb schwanken die berechneten Werte für die Absorptionskoeffizienten mehr als bei den lebenden Blättern; aus diesem Grunde sollen die einzelnen Werte hier nicht angeführt werden.

Zur Beurteilung der gewonnenen Resultate muß folgendes, an einem Beispiel erläutert, erwogen werden:

Acht Messungen der Blätter von *Tradescantia* sp. geben folgende Mittelwerte:

die Aktivität des Präparates 470, die Aktivität nach Absorption durch das lebende Blatt 227,

die Aktivität des Präparates 452, die Aktivität nach Absorption durch das ausgetrocknete Blatt 433.

Daraus ergibt sich, daß im lebenden Blatt „die Absorption“ 52% der einfallenden Strahlung beträgt, wogegen das trockene Blatt nur ungefähr 4% absorbiert, also 96% der einfallenden Strahlung durchläßt; man sieht, daß von diesen vom lebenden Blatt absorbierten 52% ange-nähert 48% auf das Wasser und nur rund 4% auf die Trockensubstanz entfallen. Es wird daher die Absorption des lebenden Blattes mindestens zu 92% durch das Wasser bewirkt. Deswegen können auch Unterschiede in der Zusammensetzung der Trockensubstanz in den Absorptionskoeffizienten lebenden Gewebes nur wenig zur Geltung kommen. Bei dieser Betrachtung werden die Dickenunterschiede (Schrumpfung

des getrockneten Blattes) nicht berücksichtigt; die Absorptionskoeffizienten des lebenden und des trockenen Blattes stehen also in einem anderen Verhältnis (vgl. S. 9). Eventuelle Unterschiede in dem Aschengehalt können sich bei lebenden Objekten kaum auswirken, selbst, wenn es schwerere Elemente sein sollten. Deren Bedeutung für die lokale Mikroabsorption (UBER a. GOODSPEED 22) kommt bei den Makroexperimenten nicht in Betracht. Es muss aber hervorgehoben werden, daß physiologisch eben die lokale Mikroabsorption in verschiedenen Zellorganen entscheidend ist.

Die absoluten Werte des gemessenen Absorptionskoeffizienten sind bei den lebenden und umsomehr bei den getrockneten Blättern viel zu hoch, weil — wie auf S. 8 angeführt und im Diagramm I im Falle des Aluminiums veranschaulicht ist — die Absorption für sehr dünne Schichten durch Zerstreuung gefälscht wird. Es ist daher der tatsächliche Absorptionskoeffizient bei lebenden Blättern kleiner als  $20 \text{ cm}^{-1}$ . Sofern es sich nur um einen Vergleich der grünen und weißen Partien der panschierten Blätter handelt, sind wohl die Unterschiede in der Dicke so gering, daß die relativen Werte, die durch Messungen einzelner Blätter gewonnen wurden, zu dem Schluß berechtigen, daß grüne und weiße Blattpartien für die Beta-Strahlen praktisch gleich durchlässig sind, oder daß die Unterschiede in den Absorptionskoeffizienten unterhalb der Beobachtungsfehler liegen.

Für die Messung der Durchlässigkeit des Holzes für die Beta-Strahlen wurden Schnitte von einer ungefähren Dicke 1 mm benutzt. Einige Holzproben wurden aus derselben Platte, von der die Proben für die Absorptionsmessungen an Gamma-Strahlen (PRÁT und PETROVÁ 21) genommen worden sind, herausgeschnitten. Alle hier angeführten Messungen wurden mit einem an der Luft trocken gewordenen Material vorgenommen.

Die gemessenen Werte sind in folgender Übersicht zusammengestellt:

#### A. Längsschnitte aus dem Splint:

Art	Absorptions- koeffizient $\mu$ in $\text{cm}^{-1}$
<i>Robinia pseudoacacia</i> . . . . .	7,32
<i>Pinus silvestris</i> . . . . .	9,2
<i>Populus tremula</i> . . . . .	10,7
<i>Ulmus campestris</i> . . . . .	10,2
<i>Ulmus campestris</i> . . . . .	12,5
<i>Ulmus campestris</i> . . . . .	12,8
<i>Taxus baccata</i> . . . . .	12,7

<i>Acer sp.</i> . . . . .	12,8
<i>Pirus communis</i> . . . . .	13,1
<i>Ulmus effusa</i> . . . . .	14,3
<i>Quercus pedunculata</i> . . . . .	14,3
<i>Acer campestre</i> . . . . .	17,6

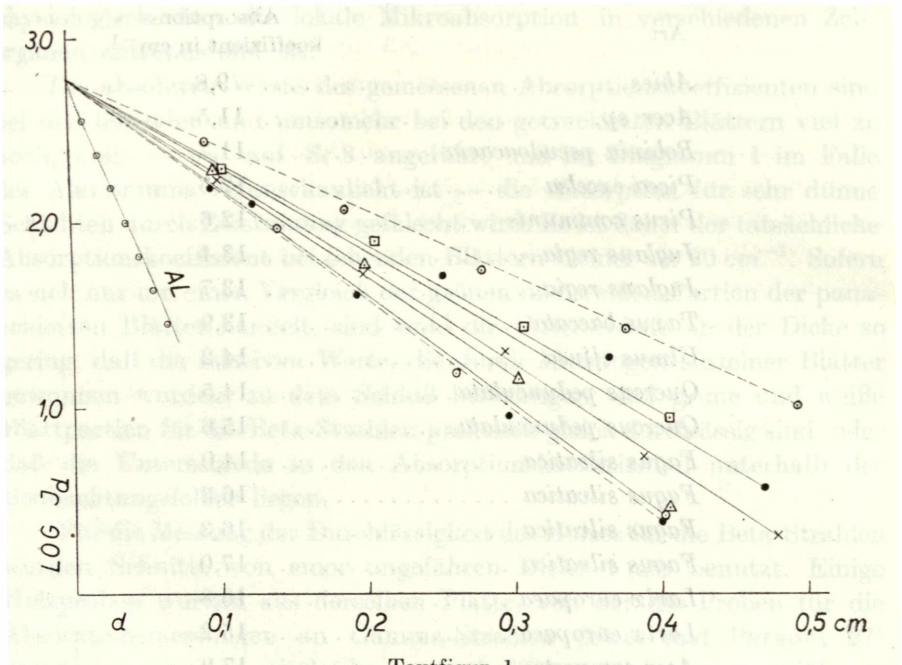
## B. Längsschnitte aus dem Kern:

Art	Absorptions- koeffizient in $\text{cm}^{-1}$
<i>Abies</i> . . . . .	9,8
<i>Acer sp.</i> . . . . .	11,5
<i>Robinia pseudoacacia</i> . . . . .	11,7
<i>Picea excelsa</i> . . . . .	12,5
<i>Pirus communis</i> . . . . .	12,6
<i>Juglans regia</i> . . . . .	13,4
<i>Juglans regia</i> . . . . .	13,7
<i>Taxus baccata</i> . . . . .	13,9
<i>Ulmus effusa</i> . . . . .	14,2
<i>Quercus pedunculata</i> . . . . .	14,5
<i>Quercus pedunculata</i> . . . . .	15,6
<i>Fagus silvatica</i> . . . . .	14,0
<i>Fagus silvatica</i> . . . . .	16,3
<i>Fagus silvatica</i> . . . . .	16,3
<i>Fagus silvatica</i> . . . . .	17,0
<i>Larix europaea</i> . . . . .	16,8
<i>Larix europaea</i> . . . . .	15,2
<i>Acer campestre</i> . . . . .	17,9

C. In einigen Fällen war es möglich, die Jahresringe des Frühholzes oder Spätholzes, eventuell andere Holzstrukturen zu untersuchen:

Art	Schnitt	Jahresring	Absorptions- koeffizient in $\text{cm}^{-1}$
<i>Pinus silvestris</i> . . . . .	längs	Frühholz	8,9
<i>Pinus silvestris</i> . . . . .	quer	Spätholz	10,4
<i>Larix europaea</i> . . . . .	quer	Frühholz	11,7 (12,7)
<i>Larix europaea</i> . . . . .	quer	Spätholz	16,2
<i>Larix europaea</i> . . . . .	quer	Rand des Knorren	17,8
<i>Larix europaea</i> . . . . .	quer	Knorren	17,1
<i>Taxus baccata</i> . . . . .	quer	Knorren	22,5
<i>Quercus</i> . . . . .	quer	Spätholz	15,5
<i>Fagus silvatica</i> . . . . .	tangential	Kern	19,4
<i>Ulmus effusa</i> . . . . .	tangential	Wurzel	16,1

FOURNIER und GUILLOT (10) haben eine exponentielle Abhängigkeit der Absorption von der absorbierenden Schichtdicke für heterogene Strahlung gefunden. Auch für das Holz konnte ein regelmäßiger exponentieller Verlauf der Absorption bestätigt werden; es kommt jedoch sehr viel auf die Struktur des Holzes an. Für Aluminium schwankten die gemessenen Absorptionskoeffizienten — wie auf S. 8 angegeben wurde — nur um  $\pm 2\%$  vom Mittelwert; dagegen können zwei aus dem-



Textfigur 1.

Logarithmische Absorptionskurven für Beta-Strahlen in Holz und in Aluminium. Es bedeutet:

- |   |   |    |            |
|---|---|----|------------|
| ○ | ○ | △  | △          |
| □ | □ | ○  | ○          |
| ● | ● | ●  | ●          |
| × | × | Al | Aluminium. |
|   |   |    |            |
|   |   |    |            |
|   |   |    |            |

selben Holzstück geschnittene Plättchen Unterschiede in den Absorptionskoeffizienten bis zu  $\pm 10\%$  vom Mittelwert aufweisen; in manchen Fällen, wenn die Struktur sehr ungleichmäßig ist, können diese Unterschiede noch größer werden. Beim gleichmäßigen Nußbaumholz haben sich beim Aufeinanderlegen der einzelnen Plättchen folgende Werte für den Absorptionskoeffizienten ergeben (berechnet jedesmal aus den zwei Nachbarwerten für die Absorption): 10,1, 10,3, 10,3, 9,66, 10,6  $\text{cm}^{-1}$ ; das Mittel für  $\mu = 10,2 \text{ cm}^{-1}$ . Die aus diesen Messungen gewonnenen Punkte liegen der ideellen exponentiellen Kurve verhältnismäßig gut an.

Dagegen zeigten sich bei tangential geschnittenem Ahornholz, wo Schichten des Frühholzes und Spätholzes unregelmäßig abwechselten, große Schwankungen in den aufeinander folgenden Werten des Absorptionskoeffizienten, wie folgt: 11,7, 10,1, 8,4, 16,7, 10,2, 7,9  $\text{cm}^{-1}$ ; das Mittel für  $\mu = 10,8 \text{ cm}^{-1}$ . In diesem Falle sind die aus den Messungen gewonnenen Punkte von der Idealkurve verhältnismäßig weit entfernt. Die weiteren Werte sollen zum Teil in der graphischen Darstellung Nr. 1 übersichtlich angeordnet werden.

Wenn wir die Durchlässigkeit des Holzes mit der der Blätter vergleichen, so sehen wir, daß das Holz für die Beta-Strahlen bedeutend durchlässiger ist als lebende Blätter, und daß es ungefähr gleich oder weniger durchläßt als trockene Blätter. Der Unterschied in der Durchlässigkeit von einzelnen Holzproben ist offenbar durch ihre Struktur bedingt. An einigen Schnitten sind deutliche Unterschiede zwischen Splint und Kern, oder zwischen Frühholz und Spätholz, besonders aber zwischen dem gewöhnlichen Holz und dem Knorren vorhanden. Man kann aber diese Unterschiede nicht durch eine einfache allgemeine Regel darstellen, so ist z. B. nicht immer der Splint durchlässiger als der Kern. Der Grund für diese Unterschiede liegt in der Struktur des Holzes. Es ist notwendig zu bemerken, daß zwischen den Proben derselben Art wesentliche Unterschiede in Absorptionskoeffizienten gefunden wurden, so war z. B. bei der Lärche die Variationsbreite der Absorptionskoeffizienten ziemlich beträchtlich und zwar von 12,7 bis 18,6 $^{-1}$  cm.

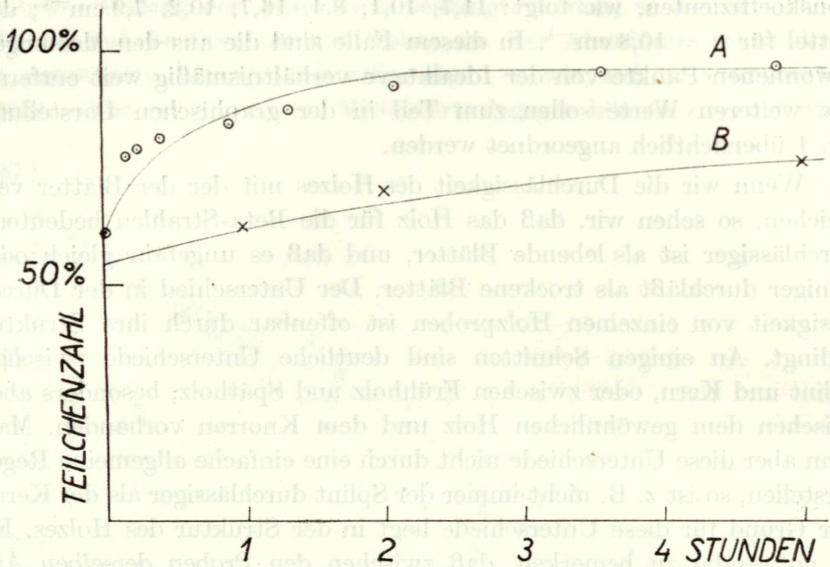
## 2. Messungen mit dem Zählrohr.

Es sei hier nur kurz erwähnt, daß die Resultate der Ionisationsmessungen mit Hilfe der Zählungen der Beta-Teilchen bestätigt werden konnten. Zur Zählung der Beta-Teilchen diente ein GEIGER-MÜLLERSches Zählrohr aus 100  $\mu$  dickem Aluminium, dessen Stromstöße nach Verstärkung mit Hilfe von Elektronenröhren von einem mechanischen Zählwerk registriert wurden.<sup>1)</sup>

Die graphische Darstellung Nr. 2 zeigt die Messung an einem Blatt vom *Adiantum capillus Veneris* und an der inneren Epidermis der Zwiebelschupe (*Allium cepa*); das Diagramm zeigt deutlich die regelmäßige Zunahme der Durchlässigkeit beim Austrocknen des Gewebes; es zeigt ferner, daß man noch die Absorption einer einzigen Zellschicht

<sup>1)</sup> Die ganze Apparatur, die von J. PETROVÁ und M. PETR zusammengestellt wurde, soll anderswo genau beschrieben werden. Der „Národní Rada badatelská“ in Prag soll auch an dieser Stelle für die Unterstützung, die den Aufbau der Hilfsapparatur zum GEIGER-MÜLLERSchen Zählrohr ermöglichte, herzlichst gedankt werden.

gut verfolgen kann; natürlich liegen die absoluten Absorptionswerte in Anbetracht der äußerst dünnen Schichten viel zu hoch und sind daher nur als angenäherte Relativwerte zu betrachten (vgl. S. 8).



Textfigur 2.

Zunahme der durchgelassenen Beta-Strahlung des austrocknenden Gewebes mit der Zeit: A) für die innere Epidermis der Zwiebelschuppe von *Allium cepa*; B) für ein Blatt von *Adiantum capillus Veneris*.

### C) Diskussion.

Wir haben in der Literatur keine Werte gefunden, mit denen wir unsere Messungen direkt vergleichen könnten. Es wurde jedoch schon die Durchlässigkeit des Holzes für Röntgenstrahlen gemessen, die Größenordnungsmäßig den für die Beta-Strahlen gefundenen Werten entspricht. NAGASAWA (17) führt eine große Serie von Messungen der Absorptionskoeffizienten für X-Strahlen an; er hat die Hölzer von 213 Baumarten gemessen. Bei der weichen X-Strahlung ( $\lambda = 1,94 \text{ \AA}$ , 50 KV, 4 bis 8 MA) hat er folgende Mittelwerte festgestellt:

Hartholz:		Weichholz:		Nadelhölzer:	
berech.	beob.	berech.	beob.	berech.	beob.
10,71	9,64	8,04	7,43	7,14	6,50

„In the case of wood, the absorption coefficients depend upon its constituents, or cellulose, hemicellulose and lignin“ (NAGASAWA 17, 250).  
 „To these constituents, there must be added a few accessory constituents,

such as turpentine, pigments, fat, resin, nitrogen involving substances and mineral matters, but their quantities are negligible for the first approximation“ (NAGASAWA 17, 251).

Da aber gerade bei der langwelligen Strahlung der Absorptionskoeffizient der Aschensubstanzen (S, P, Fe) sich wesentlich von dem der organischen Substanz unterscheiden kann, so ist es notwendig ihren Einfluß durch Berechnung und Experiment festzustellen. Bei lebendem Gewebe mit beträchtlichem Wassergehalt ist der Einfluß der Aschensubstanzen auf die Makro-Absorption, wie wir gefunden haben, zu vernachlässigen (S. 10); bei trockenem Holze könnte dieser Einfluß zur Geltung kommen. Man kann es bis jetzt nicht experimentell belegen, aber es ist notwendig auf die Bedeutung der Aschensubstanzen bei der Mikroabsorption der Strahlung in Zellorganen (UBER und GOODSPEED 22) hinzuweisen.

Aus den angeführten Beispielen kann gefolgert werden, daß die gemessenen Werte der Absorptionskoeffizienten in einem so großen Bereiche schwanken, daß die betreffenden Unterschiede nicht mehr auf Beobachtungsfehler zurückgeführt werden können; es ist ersichtlich, daß sich z. B. verschiedene Holzproben voneinander wesentlich unterscheiden und zwar viel mehr, als Beobachtungsdifferenzen bei Al betragen. Die Bestimmung des Absorptionskoeffizienten erlaubt eine gewisse quantitative Charakteristik dieser Differenzen. Darin können wir gerade die größte Bedeutung der beschriebenen Methode sehen. Man kann nicht bezweifeln, daß physikalische Gesetze der Absorption der Beta-Strahlung auch für das biologische Material volle Geltung haben; wir können also diese Methode als quantitativen Indikator für die Charakteristik des biologischen Materials benutzen, z. B. in der Beurteilung der Holzstruktur (d. h. der Dichte, resp. des Luftinhaltes). Das Verhältnis des Volumgewichtes und des wirklichen spezifischen Gewichtes kann experimentell nur schwer festgestellt werden. Da wir jedoch die Absorption der reinen Holzmasse an sich theoretisch (nach atomarer Zusammensetzung der Moleküle) berechnen und mit den wirklich gemessenen Werten vergleichen können, ist es auch möglich, in kleinen Holzstückchen aus den Differenzen der beiden Werte die Dichte der Struktur quantitativ zu ermitteln.

Der atomaren Absorption von C, H, O nach beträgt der Absorptionskoeffizient der Beta-Strahlen für Cellulose  $\mu = 24 \text{ cm}^{-1}$ ;  $\frac{\mu}{\rho} = 16$  (wenn  $\rho = 1,5$ ). Für Lignin beträgt der betreffende Absorptionskoeffizient  $\mu = 23,9 \text{ cm}^{-1}$ ;  $\frac{\mu}{\rho} = 15,9$ . Durch den relativ kleinen Anteil der Aschenstoffe kann die Absorption etwas erhöht werden. Man kann also

sagen, daß die theoretische Absorption der Holzmasse etwa  $\mu = 25 \text{ cm}^{-1}$  beträgt. Die in den Tabellen angeführten Beispiele der gemessenen Absorptionskoeffizienten gleichen etwa der Hälfte dieses Wertes, können aber bis unter ein Drittel sinken. Nur in Einzelfällen der Knorren wurden Werte höher als  $\mu = 20 \text{ cm}^{-1}$  gemessen. In den Handbüchern werden die spezifischen und Volum-Gewichte nur für „Holz“ als durchschnittliche Werte angegeben (3, 12). Die Absorptionskoeffizienten zeigen aber, daß in benachbarten Jahresringen die Differenzen zwischen Früh- und Spät-holz mehr als 11% (bei *Pinus*) oder etwa 28% (bei *Larix*) betragen können. Diese Differenzen sind wohl größtenteils auf verschiedene Volumgewichte (Luftgehalt) ganz benachbarter Stellen zurückzuführen. Diese Differenzen können aus der anatomischen Struktur leicht vorhergesehen werden, es konnten aber in der Literatur keine zahlenmäßige Belege gefunden werden.

Bei gleicher chemischer Zusammensetzung geben die gemessenen Absorptionskoeffizienten direkt die relativen Unterschiede in der Holzstruktur an. Da für Messungen eine winzige Fläche ausreicht, ist es auf diese Weise möglich, Unterschiede in der Struktur angrenzender Holz-teile quantitativ ausdrücken zu können. Falls die genaue chemische Zusammensetzung der Holzproben nicht bekannt ist, gibt der Absorptionskoeffizient die Resultante der chemischen und physikalischen Unterschiede an.

	$\rho$ oder $\rho$	Für harte Gammastrahlen			Für Beta-Strahlen		
		Absorptionskoef- fizient $\mu \text{ cm}^{-1}$	$\mu$ oder $\frac{\mu}{\rho}$	$D$ in cm	$\mu \text{ cm}^{-1}$	$\rho$ oder $\mu$	$D$ in mm etwa
Holz <i>Ulmus campestris</i> .	0,69	0,037	0,054	18,7	8,3	12	0,8
Holz <i>Fagus sylvatica</i> . . . .	0,75	0,035	0,047	19,8	11,9	16	0,6
Holz <i>Quercus pedunculata</i>	0,76	0,035	0,046	19,8	12,4	16	0,6
Holz <i>Larix europaea</i> . . . .	0,60	0,026	0,043	26,7	13,9	23	0,5
Holz <i>Pinus silvestris</i> . . . .	0,52	0,021	0,040	33,0	10,5	20	0,7
Blätter . . . . .	?	—	—	—	<20	?	>0,3
Wasser . . . . .	1,00	0,055	0,055	12,6	17,4	17,4	0,4
C . . . . .	2,3	0,088	0,049	7,88	36,3	15,8	0,19
Mg . . . . .	1,74	0,083	0,048	8,35	29,1	16,7	0,24
S . . . . .	2,07	0,091	0,046	7,62	38,3	18,5	0,18
Al . . . . .	2,70	0,126	0,047	5,50	45,6	16,9	0,15
Fe . . . . .	7,86	0,356	0,045	1,95	147	18,7	0,05
Pb . . . . .	11,34	0,533	0,047	1,30	299	26,4	0,02



Die Versuche mit dem Zählrohr zeigen, daß man bequem den Wasserverlust eines Gewebestückes verfolgen kann, welches so winzig ist, daß es nicht genau gewogen werden kann. Ein Stück des *Adiantum*-Blattes wiegt z. B. 0,002 bis 0,004 g; 1 cm<sup>2</sup> der Zwiebelepidermis wiegt ungefähr 0,01 g. Und in diesen beiden Fällen war es möglich, den Wasserverlust aus einem Gewebestückchen zu verfolgen, das kleiner als 1 mm<sup>2</sup> war.

Zwecks Vergleich werden hier Beispiele der Absorption bei biologischem Material sowie bei einigen biologisch wichtigen Elementen angeführt; vgl. Tabelle S. 16.

Die Werte für die Gamma-Strahlen sind MEYER-SCHWEIDLER (16, 467) entnommen worden, die für die Beta-Strahlen nach den Messungen von FOURNIER et GUILLOT (10, 19) angegeben worden. Die Werte für beide Strahlen-Arten am biologischen Material sind Messungen von Dr. J. PETROVÁ.

### ZUSAMMENFASSUNG.

1. Es wurde die Methodik der Beta-Radiographie mit photographischem Material beschrieben. Die Struktur der lebenden Blätter läßt sich mit Beta-Strahlen gut durchzeichnen. Auch die Holzstruktur (z. B. Jahresringe des Frühholzes und Spätholzes, die Knorren) läßt sich sehr gut reproduzieren.

2. Mit Hilfe der Ionisationsmethode wurden die Absorptionskoeffizienten von lebenden und getrockneten Blättern gemessen. Die Absorptionskoeffizienten der panaschierten Blattstellen sind mit den Absorptionskoeffizienten der grünen Stellen praktisch identisch; die Absorption wird also hauptsächlich durch Blattdicke bestimmt. Die Unterschiede, die an Beta-Radiographien beobachtet wurden, sind infolgedessen in erster Reihe von der Blattdicke abhängig.

3. Wenn wir die Durchlässigkeit des Holzes und der Blätter miteinander vergleichen, so finden wir, daß das Holz viel durchlässiger ist als lebende Blätter, und daß es ungefähr gleich, oder weniger durchläßt als trockene Blätter. Der Unterschied in der Durchlässigkeit der einzelnen Holzproben wird durch ihre Struktur bedingt. Es sind deutliche Unterschiede zwischen Splint und Kern, bzw. Frühholz und Spätholz vorhanden, besonders zwischen gewöhnlichem Holz und angrenzenden Knorren. Diese Unterschiede kann man aber nicht durch eine einfache allgemeine Regel ausdrücken; so ist z. B. nicht immer der Splint durchlässiger als der Kern. Den Grund für diese Unterschiede müssen wir wohl in der Holzstruktur (der Dichte) suchen; diese Unterschiede stehen in Übereinstimmung mit den Beta-Radiogrammen und Röntgenogrammen.

4. Vergleichen wir die Absorption der Beta- und Gamma-Strahlen im biologischen Material, so bekommen wir — der theoretischen Voraussetzung entsprechend — eine etwa fünfhundertmal größere Durchdringungsfähigkeit für die Gamma-Strahlen. Der Absorptionskoeffizient der verschiedenen Holzarten für die Beta-Strahlen des Radiums E bewegt sich in den Grenzen von 8 bis 22  $\text{cm}^{-1}$ ; die Werte  $\frac{\mu}{v}$  (wo  $v$  das Volumgewicht des Holzes ist, siehe PRÁT u. PETROVÁ 21) entsprechen angenähert den Werten von  $\frac{\mu}{\rho}$ , welche von FOURNIER und GUILLOT (10) für leichte Elemente gefunden wurden.

#### Tafelerklärung.

Die lebenden Blätter wurden sofort nach dem Abscheiden in einem Rahmen zuerst mit elektrischen Licht, dann mit Beta-Strahlen durchstrahlt. Als „trocken“ werden Blätter nach Trocknen bei 80° C bezeichnet. Die Methodik der Röntgenographie ist bei PRÁT und NĚMEJCOVÁ (20) beschrieben. Es sind hier dieselben Holzkeile, die für die Versuche mit infraroten- und X-Strahlung verwendet wurden, benützt worden; sie sind bei PRÁT (18, 19, 20) genau beschrieben.

Das Präparat I. hat 30 Millicurie Ra D.

Das Präparat II. hat 1,9 Millicurie Ra D.

*Pelargonium zonale* (Figur 1—7).

1. Lebendes Blatt mit elektr. Licht 1 Sekunde exponiert.
2. Dasselbe Blatt wie in der Fig. 1, eine Stunde mit Präparat II. exponiert. Auf der linken Seite ist das Blatt umgebogen (2 Schichten).
3. a) Lebendes Blatt (1. 2. 3. 4 Schichten) mit elektrischem Licht exponiert (5 Sekunden).
3. b) Die anderen Hälften derselben Blätter nach Austrocknen exponiert.
4. Dieselben Blätter wie in der Figur 3, lebend und trocken, 20 Minuten mit Präparat II. exponiert.
5. a) Das lebende Blatt (1 und 2 Schichten) 1 Stunde mit Präparat II. exponiert.
5. b) Das trockene Blatt 4, 8, 12 Schichten bei derselben Exposition wie in der Fig. 5a.
6. Dasselbe wie in der Fig. 5, aber 24 Stunden exponiert.
- 7, 8. Röntgenogramme.
7. Ein Blatt von *Pelargonium zonale*, lebend, 30 Sekunden mit X-Strahlen exponiert.

*Tradescantia fluminensis* (Figur 8—12).

8. Die Blätter von *Tradescantia fluminensis* mit X-Strahlen exponiert.
9. Die lebenden Blätter mit elektr. Licht exponiert (2 Sekunden). Zwischen der normalen und der mit Wasser infiltrierten Blatthälfte ist fast kein Unterschied vorhanden.
10. Dieselben Blätter wie in der Fig. 9, eine Stunde mit Präparat II. exponiert.
- 11.—12. Dieselben Blätter wie in den Fig. 9 und 10, aber ausgetrocknet.
11. Die Blätter 1 Sekunde mit elektr. Licht exponiert.

12. Die Blätter 15 Minuten mit Präparat II. exponiert.

*Aucuba japonica* (Figur 13—16).

13. Ein Blatt mit elektr. Licht 20 Sekunden exponiert. Der schwarze Fleck entspricht der Nekrose, die durch ungefähr 5 Minuten langes Verweilen dieser Blattstelle über der Öffnung eines mit Chloroform angefüllten Probierröhrchens hervorgerufen wurde.

14. Dasselbe Blatt wie in der Fig. 13 zwei Stunden mit Präparat II. exponiert.

15. Ein Blatt 10 Minuten mit I. exponiert.

16. Röntgenographie eines *Aucuba*-Blattes. Das Blatt 30 Sekunden mit X-Strahlen exponiert.

*Abutilon Thompsoni* (Figur 17—20).

17. Ein Blatt mit elektr. Licht eine halbe Sekunde exponiert.

18. Dasselbe Blatt wie in der Fig. 17 zwei Stunden mit Präparat II. exponiert.

19. Ein Blatt 5 Minuten mit Präparat I. exponiert.

20. Röntgenogramm eines *Abutilon*-Blattes. Das Blatt mit X-Strahlen exponiert.

*Ficus elastica* (Figur 21).

21. Ein Blatt 10 Minuten mit Präparat I. exponiert.

*Hedera helix* (Figur 22).

22. Ein Blatt 10 Minuten mit Präparat I. exponiert.

Holzkeile (Figur 23—24). In dem Lärchenholz ein deutlicher Knorren.

23. Keil aus Lärchenholz 2 Stunden 30 Min. mit Präparat I. exponiert.

24. Keile aus Lärchen- und Eichenholz 20 Minuten mit Präparat I. exponiert.

## OBSAH.

### Jak proniká beta-záření rostlinnými listy a dřevem.

Dr. S. PRÁT.

Práce uvádí výsledky měření pronikavosti beta-záření biologickým materiálem. Propustnost byla zjišťována metodou fotografickou, ionometrickou a počítačem. Pro pokusy byly k dispozici dva preparáty radia D, jež připravila dr. J. PETROVÁ. Byly přisušeny na dně plochých misek a kryty slídovou folií tloušťky  $70 \mu$ , jež absorbovala alfa-záření polonia a beta-záření Ra D, takže se při pokusech uplatňovalo pouze beta-záření Ra E.

1. Metoda fotografická se pro srovnávání absorpce a propustnosti beta-záření hodí velmi dobře a názorně ukazuje, jak různě beta-záření prochází podle struktury materiálu. Fotografická metodika je velmi jednoduchá. Dřevěné klíny byly přímo položeny na fotografickou desku a prozařovány. Listy byly exponovány v kopírovacím rámečku.

Struktura byla vždy dobře zobrazena, kontury nebyly ovšem tak přesné jako u rentgenogramů. V každém případě byla nejnápadnější

malá propustnost listových žilek a proto na kopiích listová nervatura pravidelně temně vyniká; i velmi jemné žilky mohou býti jasně a zřetelně prokresleny a někdy kontrastněji, nežli na kontaktních kopiích prosvícených světlem žárovky.

V živém pletivu má největší podíl na absorpci beta-záření voda. To velmi zřetelně dokazují snímky živých a sušených listů.

Na rentgenografiích zhotovených X-paprsky i na beta-radiografiích se v některých případech objevuje panašování listů; to je patrně v první řadě působeno rozdíly v tloušťce listových částí.

Při fotografickém sledování propustnosti dřeva pro beta paprsky jsme použili těchže dřevěných klínů, jež se osvědčily i při jiných druzích záření. Struktura dřeva se prokreslovala velmi distinktně a temnější proužky jarního dřeva proti světlejším pruhům dřeva letního na desce vždy dobře vynikaly.

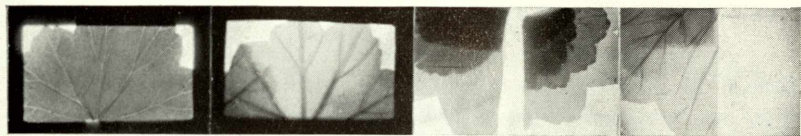
Za provedení fyzikálních měření uvedených v této práci děkuji dr. J. PETROVÉ, jež je provedla v Radiologickém ústavu v Praze.

2. Ionometrické měření dalo tyto výsledky: U listů tradeskancie byla tloušťka zelených částí listů asi 250 až 610  $\mu$  a hodnoty měřené absorpce se pohybovaly mezi 21 až 26  $\text{cm}^{-1}$ . Bílé partie listu byly pravidelně o něco tenší (230 až 460  $\mu$ ), ale vypočtený absorpční koeficient odpovídal hodnotám zjištěným na zelených partiích listu (19 až 29  $\text{cm}^{-1}$ ). U listů *Aucuba japonica*, *Abutilon thompsoni*, *Oplysmenes sp.* nebyly ve tloušťce bílých a zelených částí listů stanoveny rozdíly a také při měření absorpce se neukázaly rozdíly.

Srovnáváme-li propustnost dřeva s listy, je dřevo pro beta-záření značně propustnější nežli živé listy a propouští asi stejně nebo méně nežli suché listy. Rozdíly v propustnosti jednotlivých vzorků dřeva jsou podmíněny strukturou. Příklady absorpčních koeficientů různých druhů a různých vzorků dřev jsou sestaveny v tabulkách na str. 9., 10. a na grafu obr. 1.

3. Měření počítačem podle principu GEIGER-MÖLLEROVY trubice je znázorněno na grafu obr. 2. Na lístku kapradiny *Adiantum capillus Veneris* a na vnitřní epidermis suknice *Allium cepa* zřetelně ukazuje pravidelné přibývání propustnosti při vysýchání pletiva; ukazuje také, že i absorpce jedné vrstvy buněk se dá dobře sledovati, ač ovšem absolutní hodnoty jsou poněkud vysoké při velmi tenké vrstvičce (viz text str. 8).

4. Z uvedených příkladů je zřejmo, že naměřené hodnoty absorpčních koeficientů různých vzorků dřeva kolísají mnohem více, nežli by odpovídalo pozorovacím chybám; je tedy zřejmo, že různé vzorky dřeva se od sebe dosti podstatně liší a největší význam popsané metody můžeme viděti v tom, že stanovení absorpčního koeficientu dovoluje číselnou



1

2

3a

3b

4a

4b



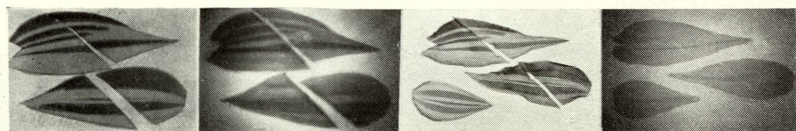
5a

5b

6

7

8

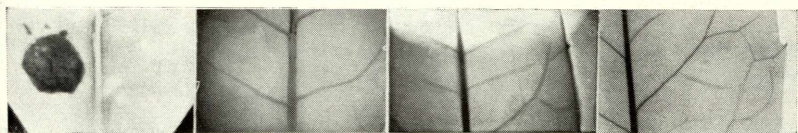


9

10

11

12

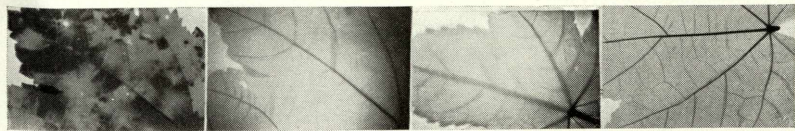


13

14

15

16

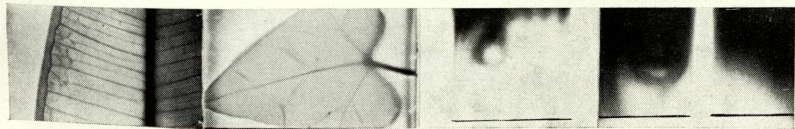


17

18

19

20



21

22

23

24a

24b



charakteristiku těchto rozdílů. Pokusy s počítačem ukazují, že můžeme velmi dobře sledovati ztrátu vody z tak malého kousku pletiva, že jej nelze přesně vážit.

5. Srovnáme-li absorpci beta- a gamma-paprsků u biologického materiálu, dostaneme asi předpokládané odstupňování, to jest asi pětsetkrát větší pronikavost paprsků gamma.

Absorpční koeficienty různých druhů dřev pro beta-záření Ra E se pohybují v mezích  $\mu = 8$  až  $22 \text{ cm}^{-1}$ ; hodnoty  $\frac{\mu}{v}$ , kde  $v$  je volumová

váha dřeva, odpovídají zhruba hodnotám  $\frac{\mu}{\rho}$  udávaným FOURNIEREM a GUILLOTEM pro lehké prvky.

#### SCHRIFTTUM.

1. ATABEKOWA, A. J.: Die Wirkung der Röntgenbestrahlung ruhender und keimender Samen. *Protoplasma* 25:234—260, 1936.
2. BACHMANN, F.: Studien über Dickenänderungen von Laubblättern. *Pringsh. Jahrb. f. wiss. Bot.* 61:372—429, 1922.
3. BEAUVERIE, J.: *Le bois*. Paris 1905.
4. BĚHOUNEK, F. a F. V. NOVÁK: *Lékařská radiologie*. Praha 1937.
5. DUGGAR, B. M.: *Biological effects of radiation*. New York-London 1936.
6. ELLIS, C. D. and W. A. WOOSTER: The Photographic Action of Beta-Rays. *Proceed. of the Royal Society. Ser. A.* 114:266—276, 1927.
7. ELLIS, C. D. and G. H. ASTON: The Dependence of the Photographic Action of  $\beta$ -Rays on their Velocity. *Proc. of the Royal Society of London Ser. A.* 119:645—650, 1928.
8. ERDMANN, K.: Untersuchungen über die Abhängigkeit der Röntgenstrahlenwirkung vom Wassergehalt des Protoplasmas. *Protoplasma* 26:557—576, 1936. *Kolloid-Zeitschr.* 79:239—240, 1937.
9. FERNAU, A.: Über das Austreten von Ionen aus Glas- und Bergkristallgefäßen unter dem Einfluß von Radiumstrahlen. *Physik. Z.* 34:899, 1933.
10. FOURNIER, G. et M. GUILLOT: Sur l'absorption exponentielle des rayons beta du Radium E. *Actual. Scientif. et industr.* 57:1—38, 1933.
11. FRIEDRICH, W., U. HENSCHKE u. R. SCHULZE: Beiträge zum Problem der Radiumdosimetrie. III. Untersuchungen über die Grundlagen der photographischen Methode. *Strahlentherapie* 60:22—37, 1937.
12. KAVINA, K.: Anatomie dřeva. *Publikace minist. zeměd.* 81:1—296, 1932.
13. KOHLRAUSCH, K. W. F.: Radioaktivität. *Handb. d. Experimentalphysik* 15. Akad. Verlagsges. Leipzig 1928.
14. KÜSTER, E.: Anatomie des panaschierten Blattes. *Linsbauers Handb. d. Pflanzenanat.* II. Abt., 2. I., Bd. VIII. Berlin 1927.
15. MEYER, St.: Die radioaktiven Substanzen. *Abderhaldens. Handb. biol. Arbeitsmeth.* Abt. II. Teil 2, 1 Hälfte 1536—1643, 1928.
16. MEYER, St. u. E. SCHWEIDLER: Radioaktivität. 2. Aufl. Teubner, Leipzig-Berlin 1927.
17. NAGASAWA, T.: X-Ray studies of wood. *Journal of the Dpt of Agriculture. Kyushu Imperial University* 5 (5):237—269, 1937. 5 Pl.

18. PRÁT, S.: Durchlässigkeit des Holzes für infrarote und für X-Strahlen. Ber. d. deutsch. bot. Ges. 55:165—171, 1937, Taf. IX, X.
  19. PRÁT, S. et I. KLÁŠTERSKÝ: La perméabilité du bois aux rayons infrarouges. Radiologica 1:242—244, 1937.
  20. PRÁT, S. a dr. A. NĚMEJCOVÁ: Význam roentgenografie pro biologii. Věda přírodní 18:129—132, 1937. Tab.
  21. PRÁT, S. and J. PETROVÁ: The penetrability of gamma-rays through wood. Radiologica 3 (5—6):208—213, 1938.
  22. UBER, F. M. and T. H. GOODSPEED: Microincineration studies II. Localization of ash-yielding substances during meiosis and its possible significance in X-irradiation phenomena. Bot. Gaz. 97 (2):416—420, 4 fig. 1935.
  23. WRESCHNER, M.: Methoden zur Untersuchung der Wirkung von  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlen. Handbuch der biol. Arbeitsmeth. Abt. V., Teil 10, H. 4, S. 717 bis 825, 1935.
-



## X.

# Stratigrafické rozčlenění graptolitových zon z tak zv. „Barrandeových kolonií“.

ALOIS PŘIBYL.

(Předloženo ve schůzi dne 8. května 1940.)

Při sbírání a studiu graptolitové fauny z t. zv. „Barrandeových kolonií“ došel jsem k výsledkům, podle kterých jsou v nich zastoupeny skorem všechny graptolitové zony, počínaje zónou *Monograptus cyphus* a konče z. *Monograptus nilssoni-scandicus*. Tedy skoro celé Llandovery až po spodní Ludlow ( $E\alpha_1$  —  $E\beta_1$ ). Vyšších zon spodního a středního Ludlow jsem v „koloniích“ nikde nenalezl.

Různé lokality (*Barrandeovy kolonie*), z nichž uvádím ty nejhlavnější a dobře přístupné, zkoumal jsem paleontologicky jako na příklad: „kolonie Lapworth“ u Zdic, „kol. Haidinger“ u V. Chuchle, „kol. Solopisky“, „kol. d'Archiac“ u Řeporyj, atd.

Mimo to byl mi zpřístupněn laskavostí pana dr. FERD. PRANTLA Barrandeův materiál z „kolonií“, který jest uložen ve sbírkách Národního musea v Praze, začož mu vzdávám na tomto místě srdečný dík. Tento materiál jsem roztrídil a určil. Výsledky mého určování shodují se přesně s graptolitovými zónami, zjištěnými mými vlastními sběry na výše uvedených nalezištích. Z „kolonií“, dnes již nepřístupných uvádím graptolitové společenstva jen na základě starých sběrů Barrandeových.

V souhlase s dnešním výkladem vzniku „Barrandeových kolonií“, jak byl nedávno shrnut PERNEREM (1937), znamenají „kolonie“ dnes jen označení různých osamocených, tektonicky ohraničených výskytů graptolitových břidlic ( $E\alpha$ ), doprovázených zpravidla diabasy a vystupujících uprostřed vrstev ordovických (D.).

O následujícím podávám přehled většiny „Barrandeových kolonií“ s výčtem jejich graptolitové asociace, ze které vyplývá i jejich stratigrafická příslušnost.

## 1. „Kolonie Krejčí“ u Velké Chuchle.

Toto naleziště se vyskytuje u Velké Chuchle, nad tratí, přímo proti chuchelskému závozišti, ve stráni. Nyní se nalézá v těchto místech as přibližně velká sonda pro dálnici (1939).

Podle BARRANDEOVA materiálu z Národního musea jsem určil odtud tuto graptolitovou faunu:

*Monograptus colonus* (Barr.), *M. roemeri* (Barr.), *M. cf. dubius ludlowensis* Bouč., *M. contumax* Bouč., z ostatní fauny *Cardiola contastrans* Barr., *C. gibbosa* Barr., *Dawsonoceras dulce* (Barr.). Zona *Monograptus nilssoni*-*M. ssanicus*, *spodní ludlow.*-E<sub>β</sub><sub>1</sub>.

Z *Wenlocku* zjistil jsem pouze druh *Monograptus flemmingi* (Salt.), a *Monogr. sp.*

Ostatní fauna jest přesně popsána BARRANDEM (1861—81) na základě jeho sběrů z r. 1859—1868. Jsou to úlomky konkrecí, o kterých se BARRANDE zmiňuje, že byly velikosti 50—70 cm. Jedna poloha prý byla plná graptolitů a jiných zkamenělin, zatím co konkrece ostatních poloh neobsahovaly zkamenělin.

## 2. „Kolonie Haidinger“ u Velké Chuchle.

Tato „kolonie“ leží též u Velké Chuchle, ale o něco dále k Z. než „kolonie Krejčí“, směrem k Radotínu, vysoko ve stráni nad tratí přímo nad žilou diabasového mandlovce. Odtud jsem určil podle svých a musejních sběrů (BARRANDEOVYCH) následující vrstvy a v nich tyto zony:

1. Světlé lupky bez zkamenělin. (Podloží diab. mandlovce.)

2. Zona? Snad *Monograptus cyphus*, se špatně zřetelnými graptolity. (*Climacograptus sp.*)

3. Subzona *Monograptus fimbriatus*.

Břidlice této subzóny jsou černé, dobře štěpné a chovají dosti dobře zachovalé graptolity:

*Monograptus fimbriatus* (Nich.), *M. gregarius* Lapw., *M. cf. gemmatus* Barr., *M. sp. Rastrites longispinus* Per., *R. sp. Petalograptus minor* Elles, *Climacograptus rentangularis* (MCoy), *Cl. tornquisti* E—W, *Cl. sp.*, atd.

4. Subzona *Monograptus triangulatus*.

Břidlice patřící této subzoně jsou též černé, pěkně se štípají a chovají spoustu velmi dobře zachovalých graptolitů, z nichž uvádím:

*Monograptus triangulatus* (Hark.), *M. gregarius* Lapw., *M. sp. Petalograptus cf. minor* Elles, *Rastrites longispinus* Per., *Climacograptus sp.*

5. Též jsem zde našel o něco dále zonu *Monograptus convolutus*, a v ní tuto následující asociaci:

*Monograptus convolutus* (His.), *M. lobiferus* (McCoy.), *M. leptotheca* Lapw., *M. cf. mirus* (Barr.), *Rastrites peregrinus* Barr., *Glyptograptus modestus* Lapw., *Gl. sinuatus* (Nich.), *Gl. sp. Climacograptus cf. scalaris*, *Cl. bohemicus* Per., atd.

*B. Bouček* (1930) uvádí odtud též polohu s *Cephalograptus cometa* (Gein). Sám jsem ji zde nenalezl.

### 3. „Kolonie Braník“.

Tato kolonie jest nyní již nepřístupna a proto uvádím odtud graptolity jen z BARRANDEOVA musejního materiálu. Jsou to pevné vápnité konkrece a vápence plné Orthocerů. Z graptolitů uvádím tyto druhy:

*Monograptus cf. colonus* (Barr.), *M. roemeri* (Barr.), *M. cf. dubius n. mut.* Zona Monogr. scanicus-M. nilssoni.-eß, *spodní ludlow*.

### 4. „Kolonie Hodkovičky“.

Z musejního materiálu sbíraného BARRANDEM v roce 1881 určil jsem tyto druhy:

*Rastrites longispinus* Per., *Rastr. sp.*, *Monograptus triangulatus* (Hark.), *M. cf. gemmatus* Barr., *M. sp.*

Těmito druhy graptolitovými je zde dokázána subzóna *Monograptus triangulatus* (Hark).

Z ordovického materiálu dč, který byl sebrán zároveň s graptolitovým materiálem, určil jsem tyto druhy:

*Cryptolithus goldfussi* (Barr.), *Paterula bohemica* Barr. a *Ctenodonta bohemica* (Barr.).

K této „kolonii“ uvádím též graptolitové zóny zjištěné z Hodkoviček (velký diabasový lom, za přejezdem dráhy, vlevo od silnice), a omezují se zde jen na konstatování zjištěných zón:

1. *Zona s Monograptus spiralis subconicus* Törnq.
2. *Subzóna s Monograptus probosciformis* Bouč.
3. *Zona se Stomatograptus grandis* (Suess).

### 5. „Kolonie Vinice“, Modřany.

„Kolonie Vinice“ jest dnes již téměř zastavená a nepřístupná. Na svahu *kôty 225*, vlevo od „kolonie“ se vyskytují černé jílovité břidlice zóny s *Monograptus turriculatus* (Barr.). Z druhů zde nalezených jsem určil:

*Monograptus turriculatus* (Barr.), *M. proteus* Barr., *M. marri* Per., *M. sp. Petalograptus palmeus* (Barr.), a jiné.

Další pokračování kolonie „Vinice“ se objevuje v diabasovém lomu u silnice Modřany--Křč, v západním svahu „Na Lysinách“.

V podloží ložní diabasové žíly vyskytují se šedohnědé až černohnědé, zvětřelé a rozpadávající se břidlice s černě fossilisovanými, špatně zřetelnými graptolity, opět zony s *Monogr. turriculatus* (Barr.), s touto asociací:

*Monograptus turriculatus* (Barr.), *M. planus* (Barr.), *M. marri* Perr., *M. cf. dextrorsus* Linn., *Petalograptus palmeus* (Barr.), *Pet. tenuis* (Barr.).

V nadloží ložní žíly se vyskytují šedé, někdy i hodně světlé, pak až černé jílovité břidlice, které chovají tmavě fossilisované graptolity.

Pouze blíže kontaktu, kde jsou břidlice černé a zkremenělé (metamorfované), nacházejí se hojněji pěkně zachovalé graptolity patřící zoně s *Monograptus crispus* Lapw. s následujícími druhy:

*Monograptus crispus* Lapw., *M. discus* Törnq., *M. spiralis* (Gein), *M. artus* Bouč., *M. marri* Per., *M. pandus* Lapw., *Petalograptus palmeus* (Barr.).

Z BARRANDEOVA musejního materiálu jsem též určil z „kolonie Vinice“ druh *Monograptus convolutus* (His.), což by nasvědčovalo tomu, že se zde v blízkém sousedství vyskytovala zona výše jmenovaného druhu.

## 6. „Kolonie Motoly“.

Přímo proti vrchu s křížem (diabas), a to ve stráni vpravo od státní silnice Praha—Beroun, v jamách s nasázenými stromky jsem našel v černých, pevných břidlicích dosti dobře zachovalé graptolity zony *Cyrtograptus rigidus* Tullb., v následující asociaci:

*Cyrtograptus rigidus* Tullb., *Monograptus leiskoviensis* Bouč., *M. cf. dubius* n. mut., *Gothograptus cf. spinosus* (Wood)?

Na vrcholu této stráně jsou též jámy vykopané na sázení stromků, a v těchto jamách jsou šedohnědé vápnité břidlice s konkrécemi a vápnitými vložkami. V břidlicích jsem našel tuto graptolitovou faunu:

*Monograptus flemmingi* (Salt.), *M. flemmingi* var., *M. cf. pseudodubius* Bouč., (Zona?, snad *M. testis* (Barr.), nebo její nejbližší podloží).

Zde našel též můj přítel doc. dr. B. BOUČEK podle ústního sdělení i zonu *Cyrtograptus murchisoni* Carr.

Od diabasové skály dále k JZ na zalesněném svahu nad potokem, severně kóty 305., vystupují tmavé, písčité břidlice zony *Monograptus convolutus* s příslušnou asociací.

V BARRANDEOVĚ musejním materiálu jsem zjistil tyto druhy:

*Monograptus cf. priodon* (Bronn.), *M. cf. dubius* (Suess.), *M. sp. ind.* (Tento druh byl v museu určen jako *M. nilssoni* Barr.?, leč může to být též větev některého *Cyrtograptu*?).

## 7. „Kolonie Beránek“. Motol.

Z této „kolonie“ jsem neměl k studiu vůbec materiálu, kromě dvou kusů s *Cyrtograptus hamatus* (Baily), takže se zde omezují na konstatování, že příslušná fauna jest uvedena BARRANDEM (1861—81), k jehož práci proto odkazují.

## 8. „Kolonie Lahovská“ u Radotína.

Tato naleziště leží při silnici z Radotína do Lahovské. Jest to asi 120 m před obcí Lahovská, kde mezi dvěma diabasovými proudy se vyskytují graptolitové břidlice.

Bliže k Radotínským domkům, při cestě vyústující do radotínského údolí, se vyskytují graptolitové břidlice s matně, ale velmi dobře zachovalými graptolity zony *Monograptus crispus* Lapw., z. *Monogr. griestoniensis* Nich., a zony *M. spiralis* (Gein).

1. Zona s *Monograptus crispus* Lapw., *M. exiguus* Nich., *M. crispus* Lapw., *M. proteus* (Barr.), výše *Monograptus marri* Per., *M. discus* Törnq., *M. spiralis* (Gein.), *M. pandus* Lapw., *M. n. sp.*

2. Zona s *Monograptus griestoniensis* Nic., *M. marri* Per., *M. nudus* Lapw., *M. holmi* Per., *M. arcuatus* Bouč., *Plegmatograptus obesus* (Lapw.), (jedna poloha přeplněna tímto druhem).

3. Zona s *Monograptus spiralis subconicus* Törnq., *M. cf. priodon* (Br.), *M. vomerinus* (Nich.), *M. cf. geinitzi* Bouč., *M. cf. crenulatus* Törnq., a jiné.

## 9. „Kolonie Čotta“.

BARRANDE (1861—81, díl IV, str. 52 a násl.) udává, že

„toto naleziště leží 2300 m od Řeporyj na východ. Topografické postavení jeho lze snadno poznati z toho, že tvoří osamělý pahorek, který se zvedá na konci údolí probíhajícího mezi Jinonicemi a Novou Vsí. Tento pahorek vystupuje 100 m vpravo od silnice, která vede do Řeporyj a neunikne pozornosti žádného geologa, který jde navštívit „kolonii d'Archiac“.“

Též fauna jest uváděna BARRANDEM.

Na konci Nové Vsi, vpravo od silnice vedoucí ke Klučicům, byly vykopány ze studny v r. 1938, graptolitové břidlice patřící zonám s *Monograptus griestoniensis* (Nic.), a z. s *Monograptus crenulatus* Törnq., s příslušnými asociacemi. B. BOUČEK popsal a uvedl odtud seznam graptolitů z těchto zon. V zářezu nové silnice vedoucí odtud k vilám postaveným na svahu, se vyskytuje též zona s *Monograptus riccartonensis* Lapw., a výše zona s *Monograptus testis* (Barr).

## 10. „Kolonie Klučice“.

Nezjistil jsem, kde přesně leží toto naleziště, ale ve sbírkách Národního musea jest na několika exemplářích označeno samotným BARRANDEM: „Kolonie Klučice“, pod mlýnem, první pruh diabasových břidlic.

Břidlice z této „kolonie“ jsou barvy černé, pevné a několik kusů křemitých, silně metamorfovaných břidlic jest barvy červenošedé.

Odtud určil jsem tyto druhy graptolitů:

*Monograptus lobiferus* McCoy., *M. sp.*, *Climacograptus cf. scalaris* (His.), *Cl. sp.* (*Zona?*, *Monogr. convolutus* (His.)).

## 11. „Kolonie d'Archiac“, Řeporyje.

Omezují se zde na konstatování graptolitových zon s jejich asociacemi, podle svých sběrů a podle BARRANDEOVA materiálu z roku 1882.

1. Černé slídnaté, tence se štípací břidlice patřící subzoně s *Monograptus fimbriatus* Nich. Nalezl jsem zde a určil tyto druhy:

*Monograptus fimbriatus* (Nich.), *M. gregarius* Lapw., *M. sp.*, *Climacograptus rentangularis* McCoy, *Cl. törnquisti* E.-W. (jedna poloha jest přímo přeplněna *Climacograptus*), *Rastrites longispinus* Per., *Petalograptus minor* Elles.

2. Dislokace.

3. Výše jsem zjistil zonu *Monograptus crispus* Lapw.:

*Monograptus crispus* Lapw., *M. exiguus* Nich., *M. marri* Per., *M. pandus* Lapw., *M. tullbergi* Bouč., *M. arcuatus* Bouč. a přechod do vyšší zony s *Monograptus griestoniensis* Nic., *M. marri* Per., *M. arcuatus* Bouč., *M. discus* Törnq., *M. cf. priodon* (Br.), *Petalograptus palmeus* (Barr.), *n. var.*

Z dalšího BARRANDEOVA musejního materiálu (vápnité konkrece), pochazející ze sběrů r. 1881, jsem určil vyšší horizont s těmito graptolity:

*Monograptus flemmingi* (Salt.), *M. cf. dubius* (Suess) var., *M. sp.*, *Dictyonema bohémica* Barr., *Desmograptus sp.*, *Cardiola persignatu* Barr., *Atrypa sapho* Barr., atd.

Velmi přesně jest popsána a uvedena i ostatní fauna z této „kolonie“ již BARRANDEM (1861—81), k jehož práci odkazují.

## 12. „Kolonie Ohrada“.

„Kolonie Ohrada“ leží podle BARRANDEA ve vesnici toho jména. Materiál; naleziště však přesně neznám a zmiňuji se pouze o této „kolonii“, abych ji zde uvedl k vůli úplnosti.

### 13. „Kolonie mezi Ohradou a Řeporyjemi“.

Kolem polní vozové cesty vedoucí v polích z Řeporyj k Velké Ohradě, ve vzdálenosti asi 500—800 m od Řeporyj, se vyskytují šedé, světlešedé břidlice s tmavými, ale velmi špatně zachovalými graptolity:

*Monograptus vomerinus* (Nich.), *M. priodon* (Br.), *M. sp. Cyrtograptus marchisoni bohemicus* Bouč. a jiné. Zona *Cyrtograptus marchisoni*.

Pokládám za velmi pravděpodobné, že toto místo, nebo nejbližší okolí je snad zmíněnou Barrandeovou „kolonií“ mezi Ohradou a Řeporyjemi.

### 14. „Kolonie Tachlovice“.

Na silnici, přímo ve vsi u kostela, vystupují graptolitové břidlice barvy šedé a hnědošedé, které patří zoně *Cyrtograptové* a o něco doleji nižší polohy se špatně zachovalými graptolity s *Monograptus cf. priodon* (Br.), *M. spiralis* (Gein.), *Petalograptus palmeus* (Barr.) a jiné.

BARRANDE (1861—81) udává odtud zonu *Monograptus testis* Barr.

### 15. „Kolonie Solopisky“ u Černošic.

Tato „kolonie“ jest ve stráni nad silnicí na levém břehu Švarcavy, jižně od kôty 362 („Babka“).

Jsou to většinou černé, slídnaté břidlice s dobře zachovalými graptolity (podobně jako „kolonie *Haidinger*“), výše pevnější. Zjistil jsem zde tři obzory a to:

1. Subzonu s *Monograptus fimbriatus* (Nich.), obsahující tyto druhy:

*Monograptus fimbriatus* (Nich.), *M. gregarius* Lapw., *M. sp. Petalograptus minor* Elles, *Pet. sp.*, *Rastrites longispinus* Per., *Climacograptus Törnquisti* E-W., *Cl. rentangularis* McCoy. a jiné.

2. Subzonu s *Monograptus triangulatus* (Hark.):

*Monograptus triangulatus* (Hark.), *M. triangulatus var. major* E-W., *M. gregarius* Lapw., *M. cf. clingani* (Carr.), *Petalograptus cf. minor* Elles, *Climacograptus rentangularis* McCoy.

3. Zonu s *Monograptus convolutus* (His.), s touto asociací:

*Monograptus convolutus* (His.), *M. lobiferus* (McCoy.), *M. limatulus* Törnq., *M. leptotheca* Lapw., *M. cf. regularis* Törnq., *Rastrites peregrinus* Barr., *Climacograpti*, atd.

Musejní materiál BARRANDEŮV souhlasí úplně s těmito obzory. Druhy *Monograptus leptotheca* Lapw. a *M. cf. regularis* Törnq., jsem určil jen v tomto materiálu.

Nedaleko odtud, o něco dále k Solopiskům, naproti hájovně JZ. od kôty 362 („Babka“), vystupují na pravém břehu Švarcavy, v malé skalce mezi dvěma žilami diabásu pevné, černé metamorfované břidlice, s krásně stříbrně zachovalými graptolity, patřící těmto zonám:

1. Zoně *Monograptus turriculatus* (Barr.), *M. marri* Per., *M. proteus* (Barr.), *M. runcinatus* Lapw.?, *M. exiguus* Nich., *Petalograptus palmeus* (Barr.).

2. Zoně *Monograptus crispus* Lapw., *M. artus* Bouč., *M. spiralis* (Gein.), *M. discus* Törnq., *M. cf. marri* Per., *M. n. sp.* (skup. *dubius*), *Plegmatograptus obesus* (Lapw.)

Podobný materiál jest uložen ve sbírkách Nár. musea a označen též jako „kolonie Solopisky“.

#### 16. „Kolonie Karlík“ u Dobřichovic.

Naleziště této „kolonie“ jest podle BARRANDEA (1861—81) a PERNERA (1897—99) u kostelíka při cestě ke Karlíku. Musejní materiál z této lokality patří dle graptolitů dvěma zonám, a to:

1. Subzoně *Monograptus fimbriatus* (Nich). Břidlice této subzony jsou černé a dobře štěpné. Z graptolitů jsem určil tyto druhy:

*Monograptus fimbriatus* (Nich.), *M. gregarius* Lapw., *M. sp.*, *Rastrites longispinus* Per., *Climacograptus sp.*

2. Zoně *Monograptus convolutus* (His.) Tato zona obsahuje velmi pěkně zachovalé graptolity v pevných, tmavošedých, křemitých břidlicích, z nichž uvádím tyto druhy:

*Monograptus convolutus* (His.), *M. lobiferus* (McCoy.), *M. sp.*, *Climacograptus cf. törnquisti* E-W., *Climacograptus sp.*, *Glyptograptus tamariscus* (Nich.), *Glyptogr. sp.*

Prof. dr. J. PERNER (1897—99) uvádí z „kolonie Karlík“ též druh *Monograptus sedgwicki* (Portl). Sám jsem jej v musejním materiálu nenašel, ani žádné druhy, které by snad byly význačnými pro tuto zonu.

#### 17. „Kolonie pod Rovinou“.

(Dle BARRANDEOVA označení.)

Z musejního materiálu jsem určil tyto druhy:

*Petalograptus palmeus* (Barr.), *Monograptus marri* Per. (Zona?, snad *Rastrites linnei* Barr., nebo *Monogr. turriculatus* (Barr.), *Gala-Tarramon*).



18. „Kolonie mezi Rovinou a Třebání“.

(Dle BARRANDEOVA označení.)

Několik kusů šedohnědých vápnných břidlic s *Monograptus flemingi* (Salt). (Zona? Svrchní *Wenlock*.) Sbíráno BARRANDEM v roce 1863.

19. „Kolonie mezi Hrádkem a Mořinou“.

(Dle BARRANDEOVA označení.)

Materiál jest několik kusů černých břidlic s dobře zachovalými graptolity a to *Monograptus crispus* Lapw. a *M. pandus* Lapw.

20. „Kolonie Lipold“.

Tato kolonie leží podle BARRANDEOVÝCH poznámek pod horou *Kosovem*. (Jest to asi ta „kolonie“, o které BARRANDE (1861—81) též píše jako o „kolonii *M<sup>t</sup>. Kosovo*“ u Král. Dvora.)

Na materiálu z tohoto naleziště jsem určil následující druhy:

*Monograptus lobiferus* (McCoy.), *M. sp.*, *Rastrites peregrinus* Barr., *Climacograptus cf. scalaris* (His.) (Zona *Monogr. convolutus* (His.)) a *Monograptus spiralis subconicus* Törnq., *M. cf. vomerinus* (Nich.), *M. sp.* (skup. *M. priodon*). Zona *Monograptus subconicus* (Gala-Tarannon).

21. „Kolonie Marr“ u Zdic.

(Vrch Studený u Zdic.)

Materiál z této „kolonie“, sbíraný BARRANDEM v roce 1882, jest dvojího druhu a patří dvěma zonám, a to:

1. Zoně *Monograptus convolutus*.

Břidlice této zony jsou pevné, křemité, barvy šedohnědé a obsahují spoustu dobře zachovalých graptolitů, z nichž uvádím tyto druhy:

*Monograptus convolutus* (His.), *M. lobiferus* (McCoy.), *M. communis* Lapw., *M. limatulus* Törnq., *M. leptotheca* Lapw., *M. cf. regularis* Törnq., *M. cf. nuntius* (Barr.), *Climacograptus rentangularis* (McCoy.), *Cl. cf. scalaris* His., *Rastrites peregrinus* Barr.

2. Zoně *Rastrites linnaei*.

Odlíšné od předešlých jsou břidlice této zony, které jsou barvy černé, a obsahují dobře zachovalé graptolity:

*Monograptus marri* Per., *M. pandus* Lapw., *M. nudus* Lapw., *M. variabilis* Per., *M. planus* (Barr.), *M. exiguus* Nich., *M. hclli* (Barr.), *M. becki* Barr., *M. runcinatus* Lapw., *Petalograptus palmeus* (Barr.), *Petal. tennuis* (Barr.).

22. „Kolonie Lapworth“ u Zdic.  
(Rokle mezi Smutným a Holým vrchem.)

Tuto lokalitu velmi pěkně popsal a zprofiloval doc. dr. B. Bouček (1930).

Sám jsem zde sbíral v r. 1935—36, a doplnil graptolitovou faunu svými sběry. Mimo to jsem určoval BARRANDEOVY sběry z roku 1882. Omezuji se zde jen na konstatování zjištěných zon:

1. *Zona Monograptus convolutus*. (His.)
2. *Zona Monograptus sedgwicki* (Bouček uvádí zonu *M. involutus*).
3. *Zona Rastites linnaei* (Barr.).
4. *Zona Monograptus turriculatus* (Barr.).
5. *Subzona Monograptus runcinatus* Lapw.
6. *Zona Monograptus crispus* Lapw.
7. *Zona Monograptus griestoniensis* (Nic.).
8. *Zona Monograptus subconicus* Törnq.

Další sled jest přerušen dislokací, takže skoro až na vrcholu Holého kopce se vyskytuje již spodní *Ludlow*, zastoupený zónou *Monograptus nilssoni-M. scanicus* eβ<sub>1</sub>.

23. „Kolonie Tullberg“.

Podle BARRANDEOVÝCH sběrů z roků 1881 a 1882, u kterých jest poznamenáno, že byly sbírány od Studeného směrem k Chodouni a Malkovu, a to dvě stanice vzdálené od vápenek.

Materiál jest rozdílný, takže na první pohled jest zřejmé, že patří několika úplně rozdílným zónám.

1. *Zona Monograptus convolutus* (materiál podobný jako z Tmáně).

*Monograptus convolutus* (His.), *M. lobiferus* (McCoy.), *M. argutus* Lapw., *M. crenularis* Lapw., *Rastrites peregrinus* Barr., *Glyptograptus tamariscus* (Nich.), *Climacograptus scalaris* (His.), *Cl. sp. Retiolites tullbergi?*, *graptus folium* (His.).

2. *Zona Monograptus subconicus* (černé, slín. břidl.).

*Monograptus subconicus* Törnq., *M. vomerinus* (Nich.), *M. cf. speciosus* Tullb.

3. *Zona?*, *Monograptus Flemmingi* (Salt.), *M. leiskoviensis* Bouč., *M. dubius n. mut.*, *M. retroflexus* Tullb. (Snad jest to *zona Cyrtograptus rigidus* Tullb., nebo z. *Monograptus flexilis* Elles?)

Geologicko-paleontologické oddělení Národ. musea v Praze.

Duben 1940.

## ZUSAMMENFASSUNG.

## Die stratigraphische Gliederung der Graptolithen-Zonen in Barrande'schen „Kolonien“.

Das Ergebnis von Untersuchungen über die stratigraphische Gliederung und die gesamte Graptolithenfauna der berühmten „Kolonien“ J. BARRANDE'S, die ich nach einer Revision des ursprünglichen BARRANDE'Schen Materiales in den Sammlungen des National-Museums in Prag und nach meinen eigenen Forschungen im Felde (d. i. auf den klassischen Fundstellen der sogenannten „Kolonien“ *d'Archiac*, *Haidinger*, *Lapworth*, *Solopisky* u. s. w.) durchgeführt hatte, ist, daß in diesen „Kolonien“ fast alle böhmischen Graptolithen-Zonen (*Monograptus cyphus* Z.—*M. nilsoni-scenicus* Z.) vertreten sind, was aus der beigelegten Übersichtstafel klar zu ersehen ist. Es sind also in den einzelnen BARRANDE'Schen „Kolonien“ verschiedene Teile des unteren böhmischen Silurs (Llandowery-Unt. Ludlow) vertreten. Die jüngere Schichtenfolge (Mittl. Ludlow u. s. w.) ist in den „Kolonien“ nicht entwickelt.

## POUŽITÁ LITERATURA.

(Verzeichnis der wichtigsten Schriften.)

- JOACHIM BARRANDE: Défense des Colonies, I—V, Prague, 1861—1881.
- B. BOUČEK: O stratigrafických poměrech pásma *Ev*, „kolonie Lapworth“ u Zdic. ČNM., sv. CIV, str. 88—97. Praha 1930.
- ELLES-WOOD: A Monograph of British Graptolites, part VII—X. Paleont. Soc. London, 1908—14.
- M. V. LIPOLD: Über Herrn J. Barrandes „Colonien“ in Silur Formation Böhmens. Jahr. Geol. R-A. 12 band. H. I, Wien, 1861—1862.
- J. MARR: On the predevonian Rocks of Bohemia. --- Quart. Jour. Geol. Soc. vol. XXXVI, str. 591—617. London, 1880.
- J. PERNER: Studie o českých graptolitech, sv. III a, b, Paleont. Boh. Praha, 1897—99.
- J. PERNER: Barrandeovy kolonie, ČNM., sv. CXI, str. 97—109, Praha, 1937.
- A. PŘIBYL: O stratigrafických poměrech vrstev *Ev* u Hl. Třebáně. Věst. St. G. U. roč. 1937-XIII, str. 274—78. Praha.



## XI.

# Faunistické seznamy z Barrandienu ze souvrství *ga* v okolí Pražském.

Ing. R. RŮŽIČKA.

(Předloženo ve schůzi dne 16. října 1940.)

Dlouholetým sbíráním shromáždil jsem velký počet zkamenělin ze souvrství *ga* v okolí pražském a mám za to, že jich výčet jest důležitý pro paleontologický a biostratigrafický výzkum těchto vrstev.

Seznam tvoří také doplněk ku zkamenělinám uváděným KODYMEM a KOLIHOU v „Průvodci ku geolog. exkursi do údolí radotínského a do Přídolí“ (Věst. stát. geol. ústavu, roč. IV, 1928).

V tomto seznamu uvádím zkameněliny z vrstevního defilé podél silnice ze Zlíchova do Malé Chuchle, dále z lomu nad Malou Chuchlí (pod Slivencem) a z několika lokalit v Radotínském údolí. Později míním podati seznamy zkamenělin z Prokopského lomu a z Klukovic.

### Hlubočepy — Barrandova skála — *g<sub>v1</sub>*.

Šedé peckovité vápence na pravo od Barrandovy skály za příčnou dislokací (KETTNER 1917).

*Dalmanites hausmanni* (Brongn.)

— *cristata* Corda

*Crotalocephalus gibbus* (Beyr.)

*Cheirurus pauper* Barr.

*Acidaspis monstrosa* Barr.

— sp.

*Bronteus formosus* Barr.

*Phacops sternbergi* Corda

— *cephalotes* Corda

— *boeckii* Corda

— *bronni* Barr.

*Phacops* sp. I (hlava do šířky protažená; glabela v ose velmi mírně zašpičatělá, nevyniká nad přední obrys hlavy, malé oči od rýhy zad. lemu vzdálené).

— sp. II (hlava a glabela jako u předešlého druhu, oči ještě menší, od rýhy zad. lemu velmi vzdálené).

*Cyphaspis convexa* Corda

*Cyrtoceras* cf. *alienum* Barr.

*Orthoceras barbarum* Barr.

— sp.

*Hercynella insolita* (Barr.)

*Orthonychia pseudocornu* (Barr.)

*Platyceras* sp.

*Rotellomphalus tardus* (Barr.)

*Kralovna pacifica* Barr.

*Merista passer* Barr.

*Spirifer infirmus* Barr.

*Rhynchonella nympha emaciata* Barr.

*Chonetes embryo* Barr.

— *tardus* Barr.

*Strophomena emarginata* Barr.

*Syringaxon* sp.

*Paterophyllum* sp.

**Hlubočepy** — býv. I. lom sev. od Barr. skály (nyní plav. stadion) — g<sub>v1</sub>.

*Dalmanites hausmanni* (Brongn.)

*Phacops* sp.

*Orthoceras* sp.

*Panenka* sp.

**Hlubočepy** — Kettnerův korálový útes u kapličky — g<sub>α3</sub>.

*Dalmanites hausmanni* (Brongn.)

— *cristata* Corda

— *auriculata* (Dalm.)

*Phacops* cf. *intermedius* Barr.

— *boeckii* Corda

— *sternbergi* Corda

— *fecundus degener* Barr.

*Cyphaspis barrandei* Corda (*hydrocephala* Röm.); u všech kusů nepřechnívá glabela přes přední okraj (BARR. Vol. I. Pl. 18, fig. 45), zrnění na glabele ve 4 velikostech.

— *convexa* Corda

*Proetus buchi* Corda

- *orbitatus* Barr. (NOVÁK 1896, pag. 13).
- *astyanax* Corda
- *tuberculatus* Barr.
- (*Phaetonellus*) *planicauda* Barr.

*Lichas parvula* Nov.*Bronteus angusticeps* Barr.*Acidaspis pigra* Barr.

- n. sp. (ze skupiny *vesiculosa* Beyr.)

*Harpes venulosus* Corda*Ribeiria* sp.*Entomis* cf. *pelagica* Barr.*Orozoe* sp. (zrněný povrch skořápek).

## Ostrakodi nové formy.

*Plumulites* sp.*Orthoceras* sp. (blíže neurčitelné úlomky).*Orthonychia comes* (Barr.)

- *adpressa* (Barr.)
- cf. *acuta* Roem.
- cf. *rustica* (Barr.)

*Platyceras bellulum* (Barr.) a další nové formy náležející k rodu *Orthonychia* a *Platyceras*.*Tentaculites acuarius* Rich.*Orthotheca* sp.*Conocardium bohemicum* Barr.

- *artifex* Barr.
- *quadris* Barr.

*Cypricardinia gratiosa* Barr.

- *nitidula* Barr.

*Strophomena (Leptaena) rhomboidalis* Wahl.

- *interstitialis* Phill. (*phillipsi* Barr.)
- *comitans* Barr.
- *emarginata* Barr.
- *praepostera* Barr.
- *bohémica* Barr.
- *verneuilli* Barr.
- *consobrina* Barr.

*Chonetes embryo* Barr.

- *tardus* Barr.
- *verneuilli* Barr.
- n. sp. (více druhů).

*Spirifer* cf. *paradoxus* Schlot.

- *nerei* Barr.
- *thetidis* Barr.
- *indifferens* Barr.
- *infirmus imperficiens* Barr.
- cf. *contractus* Barr.
- *unguiculus* Sow. (*urri* Flem.)
- cf. *inflectens* Barr.
- n. sp. (více druhů).

*Cyrtina heteroclyta* (Defr.)

*Pentamerus* (*Gypidia*) sp. [blízky druhu *Pentamerus* (*Gypidia*) *rossicus* Karp. z ruského spod. devonu (Černyšev, **Fauna 1893**); z eř přibuzný druh *Pentamerus knighti* Sow. (BARR., Vol. V, Pl. 20, 21, 79)].

- (*Sieberella*) *sieberi* Buch.
- *strix* Barr.
- cf. *linguifer* Sow.

*Retzia membranifera* (Barr.)

- *dalila* Barr.
- *haidingeri* Barr.
- n. sp.

*Merista passer* Barr.

- *calypso* Barr.

*Atrypa reticularis* (Lin.)

- *reticularis aspera* Schloth.
- *reticularis sagittata* Maur.
- *granulifera* Barr.
- cf. *sapho hircina* Barr.

*Glassia obovata* (Sow.)

- *philomela* (Barr.)

*Orthis neglecta* Barr.

- *occlusa* Barr.
- *gervillei* Barr.
- *lunata* Sow.
- n. sp. (více druhů).

*Rhynchonella* (*Wilsonia*) *princeps* Barr.

- *henrici* Barr.
- *amalthea* Barr.
- *matercula* (Barr.)
- *cognata* Barr.

*Fenestella exilis* Poč.

- *panosa* Poč.
- *capillosa* Poč.



*Fenestella spinulosa* Pran.

— *subacta* Poč.

— *digittata* Pran.

*Reteporina formosa* Pran.

— *petala* (Poč.)

— *transiens* (Poč.)

*Utropora nobilis* Poč.

*Polypora hanuši* Pran.

*Semicoscinium sacculus sacculus* (Barr.)

*Hemitrypa bohémica* Barr.

— *tenella* Barr.

*Isotrypa acris* (Poč.)

— *discreta* Pran.

— *gracilis* (Barr.)

*Pseudoisotrypa bohémica* Pran.

— *cancellata* (Poč.)

*Glaucanome bohémica* Pran.

*Filites spinosus* Poč.

— *bohemicus* Barr.

*Cladopora baculum* Poč.

*Monotrypa?* [vyskytuje se z trepostomat nejhojněji, tvoří kulovité trsy obrůstající nejčastěji stonky lilijic. Dále vyskytují se hojně též trsy porůstající různé předměty; tyto mají zřetelné lunarium a monticuli a náležejí do skupiny *Ceramoporoidea* (*Fistulipora?*)].

*Cornulites major* Barr.

Krinoidi. Vzhledem ku nedostatečnosti materiálu krinoidového v mých sbírkách a vzhledem k tomu, že tento není ani v musejních sbírkách dosud zpracován, odkazují na výčet rodů v pojednání HANUŠOVĚ „Pravý poklad zůstatků devonské zvířeny u Prahy“ Č. N. M. 1927.

*Duncanella* sp.

*Calceola sandalina* (Lin.) (PRANTL, Zentralblatt f. Min. 1937).

*Syringaxon carens* Pran.

— *smithi* Pran.

— *bohémica bohémica* (Barr.)

*Barrandeophyllum bohemicum* Pran.

*Amplexus* sp.

*Zaphrentis* [tvary rohovitě velkých rozměrů (až 10 cm) se širokou jamkou (fosula), dále menší tvary kuželovitě a rohovitě].

*Cyathophyllum* [velké tvary válcovito-kuželovitě (až 10 cm), s hlubokým kalichem a velkým počtem sept (až 80), menší tvary kuželovitě, taktéž s velkým počtem sept].

„*Cystiphyllum*“ (tvary válcovité a kuželovité).

*Favosites* A cf. *intricatus* Barr. (plátovité neb bochníkovité trsy, velmi malí jedinci stejné velikosti, dna nepravidelná, dosti řídko položená).

- B cf. *fidelis* Barr. (trsy bochníkovité, malí jedinci stejné velikosti, avšak větší než u *Favosites* A, dna pravidelná, hustě položená).
- C podobný předešlému, avšak jedinci větší, stejné velikosti.
- D (trsy bochníkovité, jedinci o dvou velikostech, kol větších seskupují se menší asi jako u *F. asper*; dna rovná, pravidelně vyvinutá).

*Favosites* (kolonie cylindrické a sférické, více druhů).

*Coenites* I různé tvary (pně, pláty, inkrustace atd.)

- II tvary větvičkovité (jeden trs v průměru asi 6 cm v neobvyčejně úplném a příznivém zachování).

*Alveolites* I (trsy plátovité).

- II (trsy větvičkovité).

*Roemeria* (nejméně dva druhy).

*Phillipsastrea* (nejméně dva druhy).

*Pleurodictyum* a podobná forma obrůstající stonky lilijic.

*Trachypora* (silnější rozvětvené kmínky, kol rýhovaného ústí jedincu seřazena zrna v kruhu; jedinci v alternujících řadách, ústí 3 až 4 mm vzdálená).

*Pachypora* A cf. *ramosa* Poč. (silnější rozvětvené kmínky; kruhovitá ústí jedinců polygonálního tvaru seřazena hustě v alternujících řadách, vzdálenost ústí asi 0,8 mm).

- B (silnější rozvětvené kmínky; polygonální jedinci s velkým ústím seřazeny hustě po celém povrchu, povrch mezi ústím vyklenut).
- C (útlé rozvětvené kmínky; ústí seřazena v pravidelných alternujících řadách, jich vzdálenost 1 mm).

*Striatopora* A cf. *devonica* Schlüt. (silnější rozvětvené kmínky; polygonální jedinci při povrchu nálevkovitě rozšířeny, jich povrch nad nálevkou rýhován).

- B (podobný tvar bez rýhování).
- C (silnější rozvětvené kmínky a pláty; polygonální jedinci s hluboko položeným ústím, povrch kolem ústí rýhován).
- D (útlé rozvětvené kmínky s nálevkovitým ústím).

*Aulopora* (trsy porůstající nejčastěji stonky lilijic).

*Romingeria* trsy keříčkovité.

*Syringopora kettneri*<sup>1)</sup> n. sp. nádherný kulovitý trs 10 cm v průměru.

<sup>1)</sup> Nazvaný provisorně ku cti profesora Karlovy university Dr. R. KETTNERA, který provedl důkladný průzkum branických vrstev a rozčlenil tyto na 3 oddíly.

*Actinostroma* (plátovité trsy obrůstající *Favosity*; sloupky procházejí více lamelami, četné astrorhizy).

*Caulopora* plátovité trsy s charakteristickými rourkami.

*Clathrodictyon*?

### Hlubočepy — Barrandov — g<sub>1</sub>.

Žlutavý měkký vápenec získaný při úpravě silnice a výkopu pro kanalizaci na Barrandově.

*Dalmanites hausmanni* (Brongn.)

— *cristata* Corda

*Phacops sternbergi* Corda

— sp. II (viz oddíl Hlubočepy—Barrandova skála v tomto seznamu).

*Gryphaeus*? (úplný exemplář mladého jedince, žebra pygidia vybíhají v hroty).

*Proetus* (*Phaetonellus*) *planicauda* Barr.

— *buchi* Corda

*Cyphaspis convexa* Corda

*Acidaspis vesiculosa* Beyr.

— *pigra* Barr.

— *mostrosa* Barr.

*Bronteus formosus* Barr.

— *pustulatus* Barr.

*Crotalocephalus gibbus* (Beyr.)

*Cheirurus pauper* Barr.

*Entomis* cf. *pelagica* Barr.

Ostracodi nové formy.

*Plumulites* sp.

*Orthocerus* sp.

*Platycerus* sp.

*Cyrtolites* n. sp. (skulptura podobná druhu *C. eximius* Barr. z *ef*).

*Murchisonia* (*Diplozone*) *redux* (Barr.)

*Tentaculites acuaris* Rich.

*Orthotheka* sp.

*Conocardium bohemicum* Barr.

— *ornatissimum* Barr.

*Eichwaldia branikensis* Barr.

*Spirifer indifferens* Barr.

— *infirmus imperficiens* Barr.

*Rhynchonella cognata* Barr.

*Glassia obovata* (Sow.)

*Strophomena comitans* Barr.

— *emarginata* Barr.

*Chonetes embryo* Barr.

*Discina plicosa* Barr.

Stonky erinoidů.

*Aulopora* sp.

*Syringaxon*?

### Malá Chuchle — g<sub>2</sub>.

Vápence bělavé a růžové a vrstvy lumachelové v lomu pod Slivencem.

*Dalmanites rugosa*? Barr.

*Phacops* cf. *intermedius* Barr.

— cf. *hoeninghausi* Barr.

— sp. III (glabela v předu široce zaoblena, vyniká nad obrys hlavy, oči malé od rýhy zadního lemu vzdálené).

*Crotalocephalus* cf. *gibbus* (Beyr.)

*Harpes waageni* Nov.

*Cyphaspis convexa* Corda

*Proctus* cf. *dufrenoyi* Corda

— *latens* Barr.

*Bronteus viator* Barr.

— *parabolinus* Barr.

— *pustulatus* Barr.

— *brogniarti* Barr.

— *brevifrons* Barr.

*Acidaspis* (*Trapelocera*) *resiculosa* Beyr.

— *derelicta* Barr.

*Ribeiria* sp.

*Orthoceras capillosum* Barr.

— *opinum* Barr.

— cf. *patronus* Barr.

*Strophostylus gregarius* (Barr.)

*Platyceras* sp.

*Conocardium vina* Barr.

— *bohemicum* Barr.

— *secundum* Barr.

*Glassia obovata* (Sow.)

*Strophomena emarginata* Barr.

*Chonetes embryo* Barr.

Krinoidi a blastoidi (nové zajímavé formy).

*Favosites* sp.

**Lochkov** — g<sub>1</sub>.

Radotínské údolí, lom naproti hostinci „V zeleném háji“ nyní  
„U Broněhů“ (šedé peckovité vápence).

*Dalmanites hausmanni* (Brongn.)

*Phacops cephalotes* Corda

— *bronni* Barr.

*Cirropsis* sp.

*Spirifer infirmus?* Barr.

*Favosites* sp.

**Lochkov** — g<sub>2</sub>.

Ostroh u ústí lochkovského údolí (šedé méně peckovité vápence).

*Dalmanites hausmanni* (Brongn.)

— *spinifera* Barr.

— *reussi* Barr.

— *rugosa* Corda

*Crotalocephalus gibbus* (Beyr.)

*Phacops cephalotes* Corda

— *sternbergi* Corda

— *boeckii* Corda

*Strophomena emarginata* Barr.

**Kosoř** — g<sub>1</sub>.

Údolí Kosořské, šedé peckovité vápence nad vápenci kosořskými.

*Dalmanites hausmanni* (Brongn.)

— *cristata* Corda

*Phacops sternbergi* Corda

— *bronni* Barr.

— *boeckii* Corda

*Bronteus formosus* Barr.

*Crotalocephalus gibbus* (Beyr.)

*Kralovna pollens* Barr.

— *libera* Barr.

*Sestra* sp.

*Spirifer superstes* Barr.

— *infirmus imperficiens* Barr.

*Merista passer* Barr.

*Discina* sp.

*Fenestella* sp.

Stonky krinoidů.

*Lindströmia* sp.

**Cikánka** —  $g^{\alpha_1}$

Krystalické červené mramory.

*Dalmanites hausmanni* (Brongn.)

*Bronteus viator* Barr.

— *formosus* Barr.

— *porosus* Barr.

*Acidaspis mostrosa* Barr.

*Cyphaspis convexa* Corda

*Phacops* cf. *boeckii* Corda

— cf. *sternbergi* Corda

— cf. *hoeninghausi* Barr.

*Proetus* cf. *lovéni* Barr.

— *lepidus* Barr.

— *memnon* Corda

*Crotalocephalus* cf. *sternbergi* (Boeck)

*Chelururus pauper* Barr.

*Orthoceras cunctator* Barr.

— *pulchrum* Barr.

— div. sp.

*Orthonychia bohemica* Per.

— *acuta* (Roem.)

— *protei* Oehl.

— *comes?* Barr.

— *dorsata* (Barr.)

— *campanulata* Barrois

— *rustica* (Barr.)

— cf. *pustulosa* (Barr.)

*Strophostylus gregarius* (Barr.)

*Loxonema* sp.

*Platyceras* cf. *palliatum* (Barr.)

— *hamulus* (Barr.)

— sp. [blízky druhu *P. contrarium* (Barr.) z eß]

*Conularia proteica* Barr.

*Conocardium aptychoides* Barr.

*Rhynchonella (Wilsonia) princeps* Barr.

— *princeps jejana* Barr.

— *proserpina* Barr.

- Pentamerus optatus* Barr.  
 --- *galeatus?* (Dalm.)  
 --- *divergens?* Barr.  
 --- *tetinensis* Barr.  
 --- (*Sieberella*) *sieberi* Barr.  
*Atrypa reticularis* (Lin.)  
 --- *semiorbis* Barr.  
*Glassia philomela* (Barr.)  
*Spirifer secans* Barr.  
 --- *infirmus imperficiens* Barr.  
*Merista passer* Barr.  
*Meristella circe* Barr.  
*Discina maeotis* Eichw.  
 --- *depressa* Barr.  
*Lingulla* sp.  
*Orthophyllum* sp.  
*Lindströmia* sp.

Fauna z krystalických červených mramorů z Čikánky je v mnohém ohledu pozoruhodná. Překvapuje velký počet brachiopodů a gastropodů a to druhů, které jsou vesměs známy z koněpruského vápence (f), kdežto trilobiti reprezentují z velké části druhy známé pouze z  $g\alpha$ ; tato okolnost nasvědčuje tomu, že červené mramory a sice ve facii poloútesové (viz Průvodce citovaný v úvodě tohoto seznamu str. 15) tvoří přechod z f do  $g\alpha$ .

Velký faunistický souhlas jeví se u obou lokalit z  $g\alpha_1$  (Hlubočepy—Barrandova skála a Kosor), kdež z mlžů se také vyskytují velké formy rodu *Královna*. Vrstva na Barrandově není přesně známa, ale náleží jistě do oddílu  $g\alpha_1$ .

Fauna z Malé Chuchle shoduje se téměř zúplna s faunou od Prokopa (bílá vrstva) jejíž seznam předložím později. Z trilobitů převládají rody *Bronteus* a *Phacops* nad rodem *Dalmanites*. *Bronteus parabolinus* Barr. byl zjištěn pouze na těchto lokalitách.

Nejbohatší na rody i druhy jest ovšem lokalita u kapličky, „pravý“ poklad devonské zvířeny“, jak faunu tu případně nazval HANUŠ.

V Praze, v srpnu 1940.

BARRANDEUM.

Ing. R. RŮŽIČKA:

## Fossilisten aus dem Schichtenkomplexe g<sub>α</sub> des Barrandiens in der Umgebung von Prag.

Schlußfassung.

Der Verfasser gibt im Vorliegendem Verzeichnisse von Versteinerungen, welche in den mitteldevonischen Braniker Kalksteinen g<sub>α</sub> und zwar in den Abteilungen:

g<sub>α<sub>1</sub></sub> (Dvoretzer Kalksteine und Slivenetzer Marmore)

g<sub>α<sub>2</sub></sub> (Kalksteine von St. Prokopi)

g<sub>α<sub>3</sub></sub> (Zlichover Kalksteine)

in der Umgebung von Prag gesammelt wurden.

Die Fossilisten charakterisieren paleontologisch und biostratigraphisch die oberwähnten Abteilungen der Braniker Kalksteine und geben namentlich einen Überblick über den ungeheuren Fossilreichtum (in der Liste ist die reiche Krinoidenfauna nicht enthalten!) des Korallenriffes in Hlubočep (U kapličky - g<sub>α<sub>3</sub></sub>) welcher von Ing. HANUŠ im Jahre 1927 trefflich als „wahre Fundgrube devonischer Fauna“ bezeichnet wurde.



## XII.

# Polymorfismus larev rodu *Chironomus*.

JAN ZAVŘEL.

(Předloženo ve schůzi dne 20. listopadu 1940.)

Professori doctori V. Janda  
sexagenario amico amicus.

Velmi hojně, obecně známé červené larvy rodu *Chironomus* s. str. dají se sice snadno rozeznati od jiných příbuzných rodů, ale přesné určení druhu nebo aspoň užších skupin druhů příbuzensky blízkých není dosud přes velké úsilí specialistů možné, ježto v hlavních rozlišovacích znacích není mezi nimi zřetelných rozdílů. Jisté dost nápadné tvarové rozdíly nacházejí se někdy na přívěscích posledních článků těla; jsou to: dva páry análních papil („žaber“) na 13., dva páry tenkých, trubicovitých přívěsků ventrálních na 11. („appendices ventrales“ či „tubuli“) a jeden pár bočních, krátkých, prstovitých přívěsků na 10. článku („appendices laterales“), nazývaných nevhodně též „krátké tubuli“, ač se od těchto morfologicky zřetelně liší. Právě podle toho, zda tyto přívěsky 10. článku jsou nebo nejsou vyvinuty, rozdělují limnologové červené larvy rodu *Chironomus* s. str. na dvě hlavní skupiny: *Plumosus* a *Thummi* (T. 1).

Z vlastních chovů (T. 2) i z obsáhlého materiálu larev a kulek z různých lokalit dovozují, že boční přívěsky 10. článku vyskytují se nejen u velikých (nad 22 mm) larev z příbuzenstva *Ch. plumosus* L., ale také někdy u malých (pod 18 mm) larev druhů patřících do skupiny *Thummi*; i v tomto znaku mohou býti larvy téhož druhu polymorfni právě tak, jako se mohou různé modifikace análních papil a tubulů objevovati na larvách témuž druhu patřících (obr. 3). Není tedy přítomnost neb nedostatek bočních přívěsků 10. článku přirozeným dělítkem obou jmenovaných hlavních skupin; jen skupina velkých larev z příbuzenstva *Ch. plumosus* L. je v tomto znaku jednotná a projevuje stejnou jednotnost i v poměrně velkém počtu zubů (15 či 17) na hřebenu epi-

faryngeálním („pecten epipharyngis“, obr. 2); odděluji tedy malé (v dospělosti) larvy s přívěsky na 10. článku jako typ „Paraplumosus“: ani to není skupina přirozená, ale názvem tím dá se dobře vyznačiti určitá modifikace v populacích larev ze skupiny *Thummu*.

Zmíněná variabilita přívěsků posledních článků těla v hranicích téhož druhu vedla k názoru, že tyto variace jsou podmíněny oekologickými faktory a nositelé jich že jsou „oekologickými typy“. Uvedené orgány byly dlouho pokládány za ústroje podporující dýchání nebo výměnu látek mezi tělem a prostředím. Experimentálně dokázal především Pagast, že anální papily se zmenšují i zakrňují v prostředí obsahujícím NaCl a zvětšují se nápadně v prostředí kyselém; to odpovídá nálezům v přírodě: larvy se zakrňelými análními papilami či bez nich žijí ve slané vodě, larvy s nápadně velikými análními papilami ve vodách dystrofních neb silně organickými látkami znečištěných. Výklad o redukci tubulů a bočních přívěsků 10. článku vlivem stoupajícího obsahu solí či nadbytku kyslíku neshoduje se však vždy s oekologickými poměry naleziště; je tedy při nejmenším předčasný, dokud funkce uvedených orgánů nebude experimentálně zjištěna.

Brno, říjen 1940.

## Polymorphismus der Chironomus-Larven.

JAN ZAVŘEL.

(Vorgelegt in der Sitzung am 20. November 1940.)

Die gemein bekannten, roten, mit je 2 Paar von fadenartig dünnen ventralen Anhängen am 11. Rumpfsegmente versehenen Larven der Gattung *Chironomus* s. str. sind bei vielen verschiedenen Arten so einheitlich gebaut, daß eine genaue artliche Trennung im Larvenstadium bisher nicht möglich ist; diese Schwierigkeit wird noch verwickelter durch den Umstand, daß einige Imagines-Arten aus deutlich verschiedenen Larven gezüchtet wurden; so beschreibt LENZ für die Sunda-Art *Chironomus costatus* Joh. nicht weniger als 5 Larven- und 6 Puppenformen (l. c. 23, S. 2—4).

Dieser beste Kenner der Jugendstadien der Tribus *Chironomariae* unterscheidet in der artenreichen Gattung *Chironomus* s. str. zwei Haupttypen<sup>1)</sup> nach folgenden Merkmalen:

<sup>1)</sup> Seine später aufgestellten Typen, *Bathophilus*, *Salinarius*, *Reductus* etc lassen sich gut zu einem oder anderen der beiden Haupttypen zuordnen.

Tabelle I. — Larven- und Puppenmerkmale der beiden Haupttypen von *Chironomus* s. str. (nach Angaben von LENZ, wenig modificiert); „Muskelmale.“ = „Chitinplättchen“.

Typ	Larvae			Puppa				
	L. mm	Tubuli	App. lat.	L. mm	Sporn Form	Spitzen	Haut	Muskelmale
Thummi	bis 18	≙ 11. Sg. oder < 11. Sg.	—	bis 12	„schlank“	1—6	„scharf gerandet, nicht sehr dick“	„nicht immer deutlich“
Plumosus	über 22	> 11. Sg.	+	über 14	„breit“	9—16	„braun sehr dick“	„immer stark hervortretend“

Die auffallendsten Unterscheidungsmerkmale einzelner Formen und Typen im Larvenstadium bieten hier die Anhänge der hinteren Rumpsegmente 10, 11, 13<sup>2</sup>); es sind:

Papillae anales („Analkiemer“, „Analschläuche“, „Analpapillen“, „anal-gills“), die in 2 Paaren über und unter der Afteröffnung stehen; solche sind nicht nur bei fast allen *Chironomiden* allgemein verbreitet, sondern kommen auch bei manchen anderen Nematoceren vor. Ihre wahrscheinliche Atemfunktion wird von einigen Physiologen angezweifelt; auch sind sie bei den apneustischen *Chironomidenlarven* nicht immer als „Blutkiemen“ gebaut, sondern besitzen öfters, auch bei den *Chironomarien*, die Form von Tracheenkiemen (l. c. 44).

2. Appendices ventrales („Ventralkiemer“, „Tubuli“), 2 Paare dünner, schlauchförmiger (tubuliformes) Anhänge auf dem 11. Rumpsegmente, immer als „Blutkiemen“ gebaut (l. c. 44 u. 31).

3. Appendices laterales, „kurze Tubuli“, „Lateralkiemer“, 1 Paar kurzer, fingerförmiger (digitiformes) Anhänge in den Analecken des 10. Rumpsegmentes; diese sind anders gebaut als die obenerwähnten, sie sind durch einen zapfenartigen Anhang des Fettkörpers erfüllt und mit einer Sinnesborste versehen (l. c. 43). Sie sind nicht bei allen

<sup>2</sup>) Es erscheint immer noch in der Literatur die irrtümliche Angabe, daß der Rumpf der *Chironomidenlarven* aus 12 statt 13 Segmenten besteht (vgl. dazu l. c. 43).

*Chironomus*-Larven entwickelt und blieben lange Zeit unbekannt und unerwähnt, obzwar ich sie schon im J. 1906 beschrieben und abgebildet habe (l. c. 42, Fig. 9). Erst LENZ erkannte ihre diagnostische Bedeutung für Larven der *Plumosus*-Gruppe (l. c. 15).

Die Puppen sind nach den erwähnten Merkmalen (Tabelle 1) noch schwerer zu unterscheiden als die Larven. Nur die großen Puppen aus der Verwandtschaft von *Chironomus plumosus* L. erkennt man leicht an ihrer Größe und der Form des Sporns auf dem 8. Abdominalsegmente; dieser ist distal in 9–16 dünne, teilweise fast haarartige, fast parallel

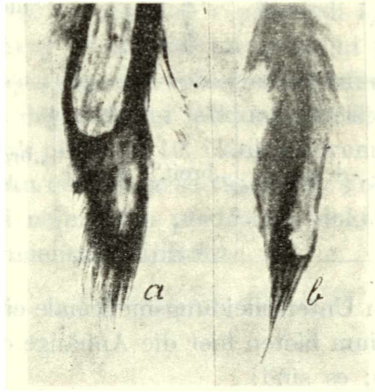


Fig. 1. — Sporn am 8. Abdominalsegmente der Puppe von: a — *Chironomus plumosus* L., No. 1; b — *Ch. dorsalis* Mg., No. 3. (Foto S. Hrabš.)

verlaufende Spitzchen zerteilt, die nicht zu einer einheitlichen Spitze zusammenlaufen; daher ist der Sporn distal stumpf, abgerundet oder abgestutzt, nicht zugespitzt (Fig. 1a). Dagegen besitzen die kleinen Puppen, gleichfalls ob sie aus *Plumosus* oder *Thummi*-Larven hervorkommen, einen einheitlich zugespitzten Sporn, obzwar auch hier das distale Ende aus 2–6 zusammenlaufenden Spitzchen besteht (Fig. 1b). Der Sporn von *Ch. (Camptochironomus) tentans* Joh. scheint nach der Abbildung JOHANNSEN'S (l. c. 10, Fig. 130) eine Mittelstellung zwischen beiden Formen einzunehmen. Niemals habe ich bei den kleineren *Chironomus*-Puppen ein Exemplar mit *Plumosus*-ähnlichem Sporn gesehen; auch LENZ führt in seinen Beschreibungen nur selten eine solche Form an, z. B. *Ch. costatus* var. *apicatus* Joh.

Die übrigen Merkmale sind nur stufenweise verschieden und erlauben kaum eine sichere Unterscheidung einzelner Puppenformen. Die verschiedene Farbe von sattbraun bis fast hyalin hängt von der Ausbildung der dunkleren Randsäume („Randlinien“) auf den letzten

3—5 Abdominalsegmenten und der Flosse ab; sie ist nicht artspezifisch (vgl. Tabelle 2, *Ch. dorsalis* Mg), scheint aber oft irgendwie mit den Eigenschaften des Biotopes in Zusammenhang zu stehen (vgl. THIENEMANN, l. c. 37, S. 181, Anmerkung). Die „Chitinplättchen“ (l. c. 15) sind nach einer brieflichen Information von LENZ kleine, hellgelbe bis hellbräunliche Fleckchen, die an bestimmten Stellen der Abdominaltergite vorkommen, und zwar je 1 Paar jederseits oral, und 1 Paar anal, der Medianlinie genähert. Sie stehen also an denselben Stellen, wo bei manchen anderen *Chironomiden* helle Höfchen oder Narben vorkommen; ihre feinere Struktur zeigt, daß sie den Muskelapophysen entsprechen, also Spuren der Anheftungsstellen von Muskeln sind; ich werde sie also „Muskelmale“ nennen (analog wie „Stigmenmale“). Ihre mehr oder weniger deutliche Ausbildung ist aber nach meinem Materiale kein Unterscheidungsmerkmal beider Haupttypen; an dunkleren Exuvien treten sie deutlicher hervor. Auch die Frontalhöcker („Oralhörnchen“ nach LENZ) sind bei allen von mir untersuchten Puppen einformig, breit kegelförmig mit ventralwärts gebogener Spitze und einem kurzen subterminalen Härchen.

Die beigegefügte Tabelle 2. enthält die wichtigsten Larven- und Puppenmerkmale einiger von meinen Züchtungen, bei denen die Imagines bis zur Art bzw. Varietät bestimmt wurden.<sup>3)</sup> Bei weiteren Erörterungen werde ich auch auf andere Züchtungen Rücksicht nehmen, wo ich nur artlich unbestimmbare Weibchen oder beschädigte Männchen erhielt, teilweise auch auf solche, wo mein Material bloß aus Larven und Puppen besteht.

Eingehende Untersuchungen und genaue Messungen verschiedener Larvenmerkmale, besonders der Augen, Antennen, Labrumbeborstung und Mundteile, ergaben keine deutlichen Strukturunterschiede zwischen einzelnen Larvenarten und Typen (vgl. l. c. 23, S. 23). Nur am Epipharynxkamm („pecten epipharyngis“), der allerdings für die ganze Gattung *Chironomus* s. str. seine typische Form beibehält, scheint die Zahl der auf ihm sitzenden Zähne mit ziemlicher Regelmäßigkeit die beiden Haupttypen zu kennzeichnen. Der Epipharynxkamm liegt bei den *Chironominen*, *Orthocladinen* und *Podonominen* ventral auf der Oberlippe, oralwärts knapp unter der Labralspange (margo labralis) als eine gezähnte oder gekämmte Querspange oder als Querreihe von Plättchen, Spitzen oder Schuppen.

Zwischen dem Epipharynxkamm und der Labralspange bildet die blasse, durch das U-Sklerit begrenzte Membran („Mundfeld“) eine

<sup>3)</sup> Für die Bestimmung der Imagines danke ich an dieser Stelle herzlich den Herren Dr. M. GOETGHEBUER, Gand, Belgien und Dr. F. PAGAST, Königsberg i. P.

kaum entdeckbare, nach Innen eingesenkte Querfalte, die bei der Bewegung der Prämmandibeln die Spannung des Mundfeldes und somit auch die Streckung und Stellung des Kammes und der Seitenborsten bedingt; diese Streckung wird durch ein Paar Stützklerite befördert (Fig. 2), die sich in Ruhelage dicht an die Labralspange anlegen (Fig. 2a).

Bei den Larven von *Chironomus* s. str. besteht der Kamm aus einer einheitlichen, schmalen Querspange, deren konkaver Innenrand eine mediane Ausbuchtung trägt (Ansatzstelle der Stützklerite). Auf dem konvexen Außenrand stehen knapp darüber 3 gerade, lateral

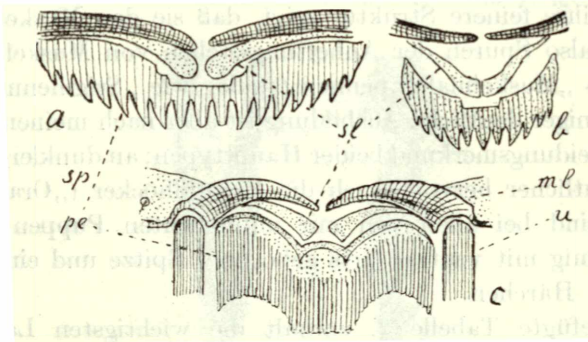


Fig. 2. — Epipharynxkamm von: a — *Ch. plumosus* L., No. 1; b — *Ch. dorsalis* Mg., No. 3; c — „*Chironomus*“ sp. aus dem Schwarzen Meere; ml — margo labralis; pe — pecten epipharyngis; sl — Stützklerit; sp — seta præmandibularis; u — ungula (del. J. Zavřel).

davon je 4 oder 5—6 medianwärts umgebogene Zähne; man kann also die Bezeichnung des Kammes durch Formeln ausdrücken:

$$4 - 3 - 4, \text{ anders } 5 - 1 - 5, \text{ oder} \\ 6 - 3 - 6, \text{ anders } 7 - 1 - 7.$$

Nach zahlreichen Untersuchungen ist die Zahl der Zähne bei dieser Gattung (und vielleicht auch bei den übrigen *Chironominae*) immer ungerade (vgl. dagegen die Angaben GOETGHEBUER's für *Ch. plumosus* und *dorsalis*, l. c. 4) und JOHANNSEN's für *Ch. hyperboraeus* Stg. (l. c. 10, S. 49).

Bei den großen Larven aus der nahen Verwandtschaft von *Ch. plumosus* L. ist der Epipharynxkamm immer vielzählig (15 oder 17 Zähne; Tabelle 2, No. 1, 2); dies gilt nach JOHANNSEN's Angaben auch für die Untergattung *Cumptochironomus* („about 15 teeth“ nach dem Texte, 17 nach der Abbildung; l. c. 10, Fig. 128). Auch die kleinen Larven vom *Plumosus*-Typ haben 15, seltener nur 13 Zähne (T. 2, No. 8—13). Die typischen *Thummi*-Larven besitzen gewöhnlich nur 11 Kamnzähne. Diese Zahl gibt auch KRAATZ für *Ch. gregarius* Kief an (l. c. 12).

Bei denjenigen Formen (Rassen?), wo bei einer Art Larven von beiden Typen vorkommen (T. 2, No. 11—13), haben auch die *Thummi*-Larven dieselbe Zahl der Zähne wie die übrigen vom *Plumosus*-Typ (13, meistens 15 Zähne). Nur einmal stieß ich auf eine Ausnahme von dieser Regel; in einer reichen Probe aus dem Donauarm südöstlich von Bratislava fand ich zwischen vielen kleinen *Plumosus*-Larven zwei mit nur 11, und eine *Thummi*-Larve mit 15 Zähnen; in dieser Probe waren aber große und kleine (reife) *Plumosus*-Larven und *Thummi* mit stumpfen oder spitzen Tubuli vermischt. Erst weitere statistische Untersuchungen können entscheiden, ob und wie weit sich die Zahl der Kammzähne für diagnostische Zwecke benützen läßt.

Die beigegefügte Tabelle zeigt klar, daß auch in diesem Merkmal die „*Thummi*“-Larven polymorph sind, ebenso wie in der Ausbildung der Anhänge der hinteren Segmente; sie bringt anschauliche Belege für die LENZ'sche Behauptung, daß die Modifikationen dieser Anhänge „kein Charakteristikum darstellen, das ganz eindeutig zu systematischen Zwecken zu gebrauchen ist“ (l. c. 23, S. 24). Besonders die Art *Ch. dorsalis* Mg ist hier durch recht verschiedene Larvenformen aber immer mit *Thummi*-Puppen vertreten; andernfalls sind die Larven von *sordidatus* Kief. und *rusticus* Mg. von *dorsalis* nicht unterscheidbar.

Interessant ist der Fall No. 13a, 13b, wo die rein gezüchteten Imagines bis auf identische Varietät bestimmt wurden, obzwar sie einmal aus *Plumosus*-, andersmal aus *Thummi*-Larven gezüchtet wurden. Nur *Plumosus*-Larven dieser Art fand ich in einer kleinen (kaum 2 m<sup>2</sup> Oberfläche), seichten (5—10 cm), austrocknenden Wasseransammlung auf einem Waldwege nördlich von Brünn (Hügelland, cca 450 m); der Boden bestand aus hellbraunem Sandschlamm, fast ohne faulende organische Bestandteile. Nur *Thummi*-Larven wurden in einem größeren, beständigen Tümpel an der Böschung der Bahnstrecke Brünn-Lundenburg (Südmähren, Ebene, cca 200 m) gesammelt; am Boden ein feiner, schwarzer Schlamm mit Pflanzenresten reichlich vermischt. Diese beiden Larven unterscheiden sich nur durch das Vorhandensein oder Fehlen der Lateralanhänge, die Puppenexuvien nur durch die Farbe; die aus *Plumosus*-Larven entstandenen sind ziemlich hell, Randsaum der letzten Segmente, Sporn und Flosse braun, die anderen ziemlich dunkel, Randsaum, Sporn und Flosse schwarzbraun.

*Chironomus dorsalis* No. 12 wurde aus Larven mit großen keulenförmigen (claviformes) Analkiemien gezüchtet (Fig. 3c); sie stammen aus einer Viehtränke (H. Tatra, 1850 m) mit organisch stark verschmutztem Wasser (Schafkot); ihre Lateralanhänge sind verschieden entwickelt und zeigen Übergänge von typischen *Plumosus* zu typischen *Thummi*-Larven; ihre Analkiemien besitzen spärliche, auffallend große Kerne,



an denen man sogar die Windungen der Riesenchromosomen gut verfolgen kann; die Tubuli sind kürzer als das 11. Segment, distal verjüngt, aber nicht zugespitzt.

Aus 5 kleinen, sogar tümpelartigen Seen der H. Tatra (Jámské, zwei Rakytovské, Trojhranč, Velké Slavkovské, zwischen 1320—1850 m), die insgesamt zu den dystrophen Seen gehören (vgl. Hrabé, l. c. 8), besitze ich Larven No. 11, die in der Entwicklung der Lateralanhänge ebensolche Übergänge zwischen beiden Typen aufweisen; ihre Anal-

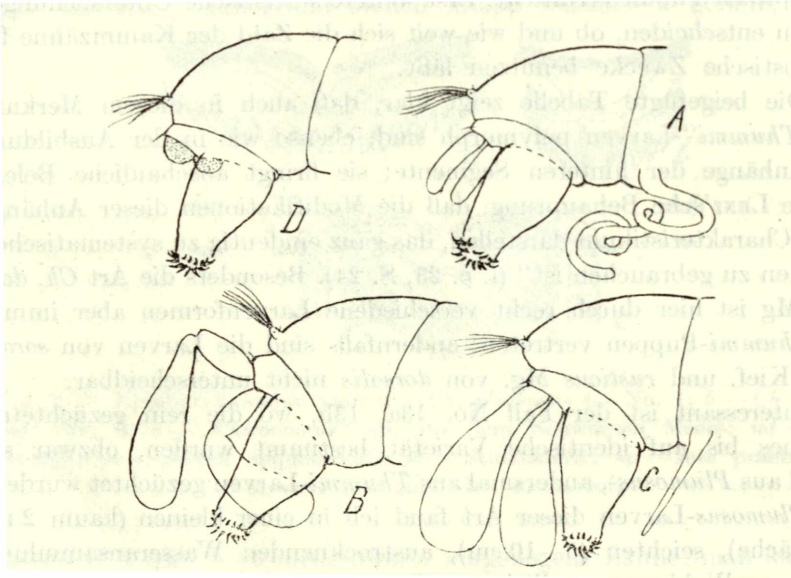


Fig. 3. — Abdomenenode von: A — *Ch. dorsalis* No. 3; B — *Ch. dorsalis* No. 10; C — *Ch. dorsalis* No. 12; D. — „*Chironomus*“ sp. aus dem Schwarzen Meere. (del. J. Závřel.)

kien sind auch länger als die Nachschieber, aber in der Mitte eingeschnürt, hammerförmig (*maleatae*); sie lassen sich vom *Ch. alpestris* Goetg. (l. c. 37, Fig. 2) nicht unterscheiden; in einer *Tanypinen*-Probe aus derselben Lokalität, wo THIENEMANN die *alpestris*-Larven sammelte (Almtümpel auf dem Wank), fand ich 8 Larven dieser Art, von denen 3 dem *Plumosus*-Typ mit längeren Tubuli ( $> 11$ . Sg.), 5 dem *Thummi*-Typ mit kürzeren Tubuli ( $\approx 11$ . Sg.) gehörten. Neuerdings erwähnt THIENEMANN noch eine dritte Form dieser Larven (l. c. 39).

Ganz ähnliche hammerförmige Analkien (Fig. 3b) besitzt *Ch. dorsalis* No. 10 aus Argentinien (leg. ČERNOSVITOV), wo aber nur *Plumosus*-Larven vorkommen; über diese Lokalität (Misiones, Loreto) weiß ich leider nichts näheres.





Tabelle 2. — Gezüchtete *Chironomus*-Arten; in Klammern frühere Bestimmung oder briefliche Notizen der Determinatoren, Dr. M. GOETGHEBUER (G) und Dr. F. PAGAST (P); Th, Pl — *Thummi*-, *Plumosus*-Typ; Tubuli länger (>), kürzer (<), oder ziemlich gleich (=) der Länge des 11. Segmentes; Appendices anales etwas länger als die halbe ( $\frac{1}{2}p$ ), oder die ganze ( $p$ ) Nachschieberlänge. Teiche: 1. bei der Fischereischule, Vodňany, Böhmen; 2.—4. eutrophe Teiche in Mähren, meist im Hügellande (250—500 m); 2. stark mit Pflanzen (*Troppa*, *Potamogeton*) bewachsen; 4. stark verschlamm. — Tümpel: 1. Südmähren, Süßwasser, aber in der Umgebung noch Reste von halophiler Flora; 2. Südmähren, s. Text; 3. Inundationsgebiet des Flusses Bielá, Liptov. Hradok, Slovakci (cca 750 m); 4. Moorwiese bei Račín (600 m), Nordwestmähren; 5. und 6. s. Text.

No.	Species	Larvae						Pupae			Fundort Datum
		Typ, L. mm	Tubuli	App. laterales	App. anales	Pecten epipharyngis	Typ, L. mm	Farbe	Spornspitzen		
1.	<i>plumosus</i> L. (P.)	Pl —28	> 11	+	> $\frac{1}{2}p$	7—1—7	Pl —18	gelbbraunl.	9—12	Teich 1. I. 1935.	
2.	<i>ferrugineovittatus</i> Zett. ( <i>flaveolus</i> Mg.) (G.)	Pl 25	"	+	"	7—1—7 bis 8—1—8	Pl 16	—, —	10—18	Teich 2. X. 1929.	
3.	<i>dorsalis</i> Mg. (= <i>Thummi</i> Kieff.) (G.)	Th 15	"	—	"	5—1—5	Th 8—9	bräunl.	3—4	Tümpel 1. X. 1930.	
4.	<i>dorsalis</i> Mg. (G.)	Th 15	≐ 11	—	"	—, —	Th 10	blaß	4—5	Teich 2. IV. 1932.	
a	<i>dorsalis</i> Mg. ( <i>flaveolus</i> Mg. var.) (G.)	Th 16	"	—	"	—, —	Th 12	blaß	5—6	Fluß 1. III. 1929.	
b		" 15	"	—	"	—, —	" 9—10	bräunl.	2—3	Teich 3. II. 1930.	
c		" 15	"	—	"	—, —	" 9—10	graubräunl.	3	Teich 4. VI. 1929.	
a	<i>dorsalis</i> Mg. (P.)	" 14	"	—	"	—, —	" 8—9	bräunl.	3—4	Fluß 2. IV. 1935.	
b		" 16	"	—	"	—, —	" 11	—, —	3—4	Tümpel 2. II. 1935.	
a	<i>sordidatus</i> Kieff. (nahe <i>riparius</i> Mg. = <i>Thummi</i> Kieff.) (P.)	" 12	"	—	"	—, —	" 8—9	graubräunl.	2—3	Victoria regia-Blätter, Glashaus X. 1934	
b		" 13	"	—	"	—, —	" 9	fast hyalin	2—3	Tümpel 3. VII. 1933.	
8.	<i>dorsalis</i> Mg. (G.)	Pl 12—13	"	+	"	7—1—7	Th 8	bräunl.	3—4	Tümpel 4. VII. 1932.	
9.	<i>rusticus</i> Mg. (G.)	" 13	"	+	"	—, —	" 10	blaß	2—3	—, —	
10.	<i>dorsalis</i> Mg. (G., P.)	" 16	> 11	+	> $p$ mal.	6—1—6 bis 7—1—7	" 11	graubräunl.	2—3	Argentinien 1932.	
11.	cfr. <i>alpestris</i> Goetg.	Th—Pl 10—12	≐ 11	±	"	—, —	" 6—7,5	bräunl.	3—4	H. Tatra VII.—VIII. 1933.	
12.	<i>dorsalis</i> Mg. (G.)	" 12	< 11	±	> $p$ clavif.	7—1—7	" 7—8	—, —	3—4	Tümpel 5. IX. 1932.	
a	<i>dorsalis</i> Mg., var. <i>riparius</i> Mg. (G.)	Pl 12	≐ 11	+	> $\frac{1}{2}p$	6—1—6 bis 7—1—7	Th 8—9	blaßbräunl.	3	Tümpel 6. IX. 1937.	
b		Th 13	"	—	"	—, —	" 7—9	bräunl.	3	Tümpel 2. XI. 1937.	



Daß Larven von einigen Arten, die zur *Thummi*-Gruppe gehören, die kurzen Lateralanhänge (*Plumosus*-Merkmal!) besitzen können, erwähnt auch JOHANNSEN für die Arten *Ch. decorus* Joh. (hier nur *Plumosus*-Larven) und *Ch. cristatus* Fabr., wo nach BRANCH auf je 12 *Thummi*-Larven eine vom *Plumosus*-Typ vorkommt (l. c. 10, S. 47, 48). DECKSBACH (l. c. 1) hat bei einigen Larven vom *Rathophilus-Thummi*-Typ wenigstens Spuren von den Lateralanhängen gefunden und verweist dabei auf den Zusammenhang dieser Erscheinung mit dem ungleichen Sauerstoffgehalt in verschiedenen Tiefen des Sees.

In dem dystrophen größeren Taträsee Štrbské Pleso leben in einer Tiefe von 4—6 m nur *Thummi*-Larven, alle mit normalen Analkiemem, aber recht verschiedenen Tubuli; diese sind entweder stumpf oder zugespitzt, oder ist das vordere Paar um die Hälfte kürzer als das hintere (etwa wie bei *Ch. Halophilus*, l. c. 14, Fig. 1); nur an einer Stelle (Moorufer) wurden in diesem See auch *alpestris*-ähnliche Larven gefunden.

Auch andere, meistens schon bekannte Modifikationen der großen *Plumosus*-Larven befinden sich in meinem Materiale aus Rumänien (*Reductus*- und *Semireductus*-Typ), aus Bulgarien (dieselben Typen; leg. HRABÉ) und aus Jugoslawien (leg. STANKOVIĆ); im Ochrisa-See kommt *Semireductus* vereinzelt vor, im Dojran ein besonderer Typ, „*Subreductus*“, bei dem nur das hintere Paar der Tubuli entwickelt ist, etwa wie bei *Einfeldia*, „*Tendochironomus*“ *tumidus* Joh. (nach LENZ) und *Kiefferulus* (nach PAGAST); doch sind bei der Oehrida-Form die Tubuli eigenartig gestaltet, nach vorn sichelartig gebogen und zugespitzt. Bei allen diesen Formen sind nicht nur die Lateralanhänge erhalten, sondern auch die für *Plumosus* typische Zahl der Zähne am Epipharynxkamm (15).

Ein solcher Polymorphismus bei Larven derselben Art verdient wohl eine besondere Beachtung. Wie bekannt, hat besonders LENZ über dieses Problem viel nachgedacht und publiziert. Es ist wohl begreiflich, daß er die Erklärung in den ökologischen Faktoren suchte und die modifizierten Merkmale als milieubedingt ansieht. Den Faktor für die Reduktion der Tubuli (und Analkiemem) suchte er zuerst in dem Salzgehalt des Wassers; gute Belege für diese Ansicht bilden besonders die „Hafmücken“ (THIENEMANN, l. c. 38), sowie die von MIKULIN (l. c. 27) konstatierte Tatsache, daß bei *Ch. salinarius*-Larven im See Balchash die Länge der Tubuli umgekehrt proportional ist dem Salzgehalt des Wassers. Da aber später Larven mit verschiedenen reduzierten Tubuli auch im reinen Süßwasser gefunden wurden (LENZ, LIPINA, PAGAST, THIENEMANN, VALE u. a.), schrieb er die gleiche Wirkung dem Sauerstoffgehalt zu, dessen Menge das Atmungsvermögen erschwert oder erleichtert und dadurch die Verlängerung oder Verkürzung dieser

vermeintlichen Atmungsorgane bedingt (l. c. 19). Das Vorkommen der *Plumosus*-Larven mit „zusätzlichen kurzen Tubuli am 10. Segmente“ führt ihn zuletzt zur Ansicht, daß die Anhänge der hinteren Rumpfsegmente Einrichtungen „auf erhöhten Gas- bzw. Stoffaustausch“ darstellen, also „nichts anderes sind, als die Auswirkung des intensiveren Stoffwechsels, den die höhere Temperatur der Tropenregion bedingt“ (l. c. 23, S. 24).

Leider stimmen die Tatsachen nicht immer mit dieser ökologischen Erklärungsweise überein; es kommen verschiedene Modifikationen der Tubuli und Lateralanhänge des 10. Rumpfsegmentes an gleichartigen, in gleichen Außenbedingungen zusammenlebenden Larven vor, ebenso wie gleich modifizierte Formen an ökologisch verschiedenen Lokalitäten leben können. LENZ selbst erkennt die Schwierigkeiten seiner kasuistisch begründeten Erklärungen, indem er sagt: „Die Tatsache, daß nämlich diese verschiedenen Formen im gleichen Milieu leben, ist eines der schwerwiegendsten Argumente gegen die Mileubedingtheit der Formabstände bei den Larven und Puppen“ (l. c. 21).

Seine Ansicht, daß die „kurzen Tubuli“ Stoffaustauschorgane sind, benutzte LENZ auch zur Begründung seiner Klimaregel, nach der bei den Insekten die Entwicklungsdauer auch die Größe der Imagines bedingt, sodaß „verwandte Formen in kälteren Klimaten größere Individuen haben, als in den wärmeren“. Seine Untersuchungen haben nämlich gezeigt, daß in Sundagewässern die kleinen *Plumosus*-Larven mit *Thummi*-Puppen überwiegen. „Die tropischen *Plumosus*-Larven“, so urteilt er, „beenden ihre Entwicklung, wenn sie die Größe der *Thummi*-Larven erreicht haben, da sie normalerweise nicht mehr Zeit dazu haben.“ Diese Verkürzung der Entwicklungsdauer ist nach ihm durch die „günstigen, Stoffwechsel und Wachstum intensivierenden Bedingungen“ verursacht (l. c. 23, S. 21, 23).<sup>4)</sup>

<sup>4)</sup> Vier Jahre früher als LENZ habe ich auf die relative Kleinheit der von THIENENANN'S Sundaexpedition gesammelten *Tanyptinen*-Larven hingewiesen (l. c. 45, S. 620—623). Tabellarisch habe ich Beispiele von gleichen oder nächstverwandten Arten aus dem palaearktischen und Sundagebiet zusammengestellt: ich konnte sogar an zwei Arten feststellen, daß im Sundagebiet die Individuen aus hohen Lagen (cca 2000 m) größer sind als aus den niedrigen. Mit Rücksicht auf die BERGMANN'sche von HESSE modifizierte Regel habe ich diese Beobachtung hervorgehoben und selbstverständlich auch an den wahrscheinlichen Zusammenhang dieser Erscheinung mit der hohen Temperatur des tropischen Klima hingewiesen, die mittelbar durch Nahrungsüberschuß die Entwicklungsgeschwindigkeit der Larven fördern und somit ihre Kleinheit bedingen möchte. Es bleibt also unerklärlich, wie LENZ in seiner Behandlung desselben Problems über diese meine Arbeit behaupten kann: „... wobei allerdings der Autor keine ökologische Auswertung vornimmt“/ (l. c. 23, S. 20).

Die vorliegende tabellarische Übersicht (T. 2) sowie viele andere Untersuchungen zeigen deutlich, daß kleine *Plumosus*-Larven mit *Thummi*-Puppen auch in unserem Klima, sogar in hohen Lagen, nicht selten massenhaft vorkommen. Auch ist es schon lange bekannt, daß die Entwicklungsdauer solcher kleinen *Chironomus*-Arten die Zeit von 4—8 Wochen kaum übertrifft (vgl. PAUSE, LANG, POTONIC etc.); sogar die große Art *Ch. tentans* Joh. beendet ihre Entwicklung binnen 26—52 Tagen, und hat mehrere Generationen im Jahre (l. c. 33); in dieser Hinsicht darf man also die kleinen tropischen oder hiesigen *Plumosus*-Larven nicht mit den großen typischen *Plumosus*-Arten vergleichen. Damit verliert aber die oben erwähnte Klimaregel sowie ihre Begründungsweise ihren eigenen Boden.

Dagegen scheinen bestimmte Modifikationen der Analkiemien wirklich an bestimmte Biotope gebunden zu sein; in Proben, welche *Chironomus*-Larven mit vergrößerten Analkiemien enthielten, habe ich niemals Larven mit normalen oder anders gestalteten Analkiemien gefunden; nur in einigen solchen Proben, wo auch ganz junge Larven (unter 6 mm) vorkommen, sind diese mit noch normalen Analkiemien versehen. Auch HARNISCH (l. c. 6) erwähnt diese ortsgebundene Einheitlichkeit dieser Organe an seinem Materiale aus Seefeldern bei Reinerz für die „Blänken“ und „Schlenken“, während er nur in dem gemeinsamen Abflußgraben eine in dieser Hinsicht gemischte Population findet. Diese Variationsfähigkeit der Analkiemien bei den *Chironomus*-Larven<sup>5)</sup> ist beachtenswert, da bei den meisten *Chironomiden*larven gerade die Form und Größe dieser Organe ein konstantes, diagnostisch wichtiges Merkmal für engere Gruppen oder sogar für einzelne Arten darstellt (vgl. *Eukiefferiella*, *Trissocladius*, *Tanytarsus*, l. c. 45—47).

Die Modifikationsfähigkeit der Analkiemien durch äußere Einflüsse wurde auch experimentell festgestellt (MARTINI, PAGAST, WIGGLEWORTH); besonders die PAGAST'sche Deutung, daß das saure Medium das Wachstum der Analkiemien bei *Culiciden*- sowie *Chironomiden*-Larven befördert, stimmt gut mit den Befunden in der freien Natur.

Dagegen führt die Einwirkung von NaCl zur Verkürzung der Analkiemien. Damit stimmt die Tatsache überein, daß manche marine *Chironomiden*-Larven reduzierte oder überhaupt keine Analkiemien besitzen: nimmt man die Ansicht an, daß die Analkiemien Stoffaustauschorgane sind, so liegt der Schluß auf der Hand, daß ein durch Salzwasser veränderter Stoffwechsel diese Erscheinung bedingt. Eine Analogie mit dem Fehlen der kontraktilen Vakuole bei den Salzwasserprotisten

<sup>5)</sup> PAGAST hat in dystrophen Gewässern auch bei einigen anderen Gattungen Larven mit abnormal vergrößerten Analkiemien gefunden (l. c. 29, S. 215).

ist unverkennbar. PAGAST (l. c. 29), hat festgestellt, daß bei den Larven von *Aedes aegypticus* durch NaCl-Lösungen auch ein anderes Stoffaustauschorgan modifiziert wird; die in solchen Lösungen gezüchteten Larven haben ganz blasse Malpighische Gefäße. Dieselbe Erscheinung konnte ich an lebendigen, ganz durchsichtigen Larven von *Trichocladius vitripennis* Mg. (*variabilis* Staeg.) beobachten; hier sind diese Gefäße ganz frei von färbigen Einschlüssen und so blaß, daß man sie nur mit Mühe auffinden kann; erst vor der Verpuppung erscheinen an ihrer Wurzel spärliche rote Körner. (Insel Rab, ehemalige tschechische biolog. Station, 1932).

Daß man aber die beobachtete und teilweise experimentell festgestellte Einwirkungsweise des Salzwassers nicht auf alle Befunde von reduzierten Rumpfanhängen bei *Chironomus*-Larven verallgemeinern darf, beweist folgende Beobachtung:

Von einem Badegaste erhielt ich aus den rumänischen Bädern Carmen Sylva eine Probe mit *Artemia salina* und einigen, leider nur sehr jungen (5--8 mm) „*Chironomus*“-Larven, die sich von dem LENZ'schen „afrikanischen Salzwasserchironomus aus dem Flammingsomagen“ kaum unterscheiden lassen (Bahira-See; l. c. 22). Auch sie haben den Habitus einer typischen *Chironomus*-Larve, besitzen aber keine Anhänge am 10. und 11. Rumpsegmente und ihre Analkiemien sind sehr klein, halbkugelförmig (mammiiformes) mit einer dunkleren Epidermis als am übrigen Körper (Fig. 3D). Ihr Epipharynxkamm ist aber ganz anders gebaut, als bei den typischen *Chironomus*-Larven; er trägt 43 oder 45 feine, haarartige, parallel gerichtete Zähne (Fig. 2c). Da aber nach meiner Erfahrung und manchen, nicht immer genauen Literaturangaben und Abbildungen die Form des Epipharynxkammes ein charakteristisches Merkmal für Gattungen, Untergattungen oder engere Artengruppen darstellt, ist es fraglich, ob diese marinen Larven wirklich zu der Gattung *Chironomus* s. str. gehören; man weiß also nicht, ob ihre Vorfahren und Verwandte überhaupt jemals die Anhänge am 10. und 11. Segmente trugen; wir kennen auch nicht die ursprüngliche Form der Analkiemien; man darf also auch nicht behaupten, daß es sich hier um Reduktion früher vorhandener Organe handelt; leider kennen wir auch nicht die übrigen Entwicklungsstadien dieser Art, ihre systematische Stellung bleibt also unbekannt.

Der Polymorphismus der *Chironomus*-Larven bleibt als Tatsache bestehen; die Faktoren aber, welche die auffallenden Modifikationen einzelner Merkmale bewirken, sind noch nicht eindeutig festgestellt, ebenso wie die physiologische Bedeutung dieser Organe; hier bleibt immer noch ein breites Untersuchungsfeld offen (vgl. l. c. 29, S. 214).

Vom systematischen Standtpunkt zeigen meine Erörterungen, daß das bisher wichtigste Trennungsmerkmal der beiden Hauptgruppen, nämlich die Anhänge des 10. Rumpsegmentes, nicht mehr zur Unterscheidung natürlicher Gruppen zu gebrauchen ist; auch dieses Merkmal ist innerhalb einer Art variabel. Natürlich erscheint nur die Gruppe der großen Larven aus der Verwandtschaft von *Chironomus plumosus* L. mit ziemlich wenigen Arten; bei solchen Larven variiert nach den bisherigen Kenntnissen nur die Länge der Tubuli.<sup>6)</sup> Dagegen können bei den kleinen Larven der „*Thummi*“-Gruppe alle Anhänge der hinteren Rumpsegmente innerhalb derselben Art variieren. Dies stimmt aber nicht mit der LENZ'schen Behauptung: „Die Größe entscheidet nicht; nur die Ausbildung der Tubuli“ (l. c. 23, S. 22) überein.

Praktische Linnologen werden allerdings weiter die Unterscheidung der beiden Typen „*Plumosus*“ und „*Thummi*“ gebrauchen; es wäre aber nützlich, wenn man bei „*Plumosus*“-Larven die Bezeichnung „kleine“ oder „große“ Larven (im reifen Zustande) beifügen möchte; gerade durch diese Größenunterschiede scheint auch die ökologische Einstellung dieser Larven gekennzeichnet zu sein: Tiefe der großen Seen und eutrophe Teiche einerseits, kleinere stark organisch verschmutzte oder dystrophe Gewässer und Tümpel andererseits. Das folgende Schema führt zwar auch nicht bis zu natürlichen Verwandtschaftsgruppen oder einzelnen Artenkreisen; doch glaube ich, daß es vorläufig die Population bestimmter Biotope ziemlich gut charakterisieren kann, besonders, wenn man dabei auch die gefundenen Modifikationen der hinteren Körperanhänge angibt.

1. Große (über 22 mm) Larven, immer mit Anhängen am 10. Rumpsegmente und vielzähniem (15 oder 17 Zähne) Epipharynxkamm. Puppen über 14 mm, Sporn distal in zahlreiche Härchen geteilt, stumpf ..... *Plumosus* s. str.-Gruppe
2. Reife Larven klein (bis 18 mm); Puppen bis 12 mm groß, Sporn zugespitzt, distal höchstens in 5—6 Spitzchen geteilt. ....  
..... *Thummi*-Gruppe
  - a) Larven ohne Lateralanhänge am 10. Segmente; Epipharynxkamm gewöhnlich mit nur 11, seltener mit 13 oder 15 Zähnen ....  
..... *Thummi*-Typ
  - b) Lateralanhänge am 10. Segmente vorhanden; Epipharynxkamm fast ausnahmslos mit 15 Zähnen .... *Paraplumosus*-Typ n. n.

<sup>6)</sup> Schon im Jahre 1919 (l. c. 34, S. 37) erwähnt THIENEMANN die Natürlichkeit der *Plumosus*-Gruppe s. str., während andere, „vor allem die *Thummi*-Gr. noch gründlicher Bearbeitung bedürfen“.



## LITERATUR.

1. DECKSBACH M., Zool. Anz., 79, 1928.
2. Idem, Arch. Hydrobiol. XXV., 1933.
3. Idem, Arb. Limnol. Stat. Kosino 19, 1935.
4. GOETGHEBUER M., Mém. Acad. Roy. Belg., III., 1912.
5. HARNISCH O., Arch. Hydrobiol., XIV., 1922.
6. Idem, Zool. Jahrb., Syst., 52, 1925.
7. Idem, Zeitschr. vergl. Physiol., 12, 1930.
8. HRABĚ S., Sbor. Klubu přírodov., Brno XXII., 1939.
9. JOHANSEN O. A., New York St. Museum Bull., 86, 1905.
10. Idem, Cornell Univ. Agricult. exper. St., Mem. 210, 1937.
11. KIYOAKI KOTSUMI, Journ. Soc. tropic. Agricult., III., 1932.
12. KRAATZ W., Chironomidenmetamorphosen, Dissert., Münster 1911.
13. LANG K., Lunds Univ. Arsskrift., N. F. 27, No. 18, 1931.
14. LENZ F., Naturwiss. Wochenschr., N. F. XIX., 1920.
15. Idem, Deut. Entom. Zeitschr., 1921.
16. Idem, Verh. Intern. Ver. Limnol., 1923.
17. Idem, Arbeiten Biol. Wolgast. VII., 1924.
18. Idem, Mitt. geogr. Gesellsch. Naturh. Mus. Lübeck, 1926.
19. Idem, Arch. Balatonicum, 1926.
20. Idem, Biolog. Listy, XIV., 1929.
21. Idem, Soc. entom. 43, 1928.
22. Idem, Arch. Hydrobiol. XXI., 1930.
23. Idem, Trop. Binnengewässer, Bd. VII., 1937.
24. LIPINA N., Arb. der biol. Oka-St., Murom, V., 1922.
25. MARTINI E., Verh. Intern. Ver. Limnol. I., 1923.
26. MIALL L. C. and HAMMOND A. R., The Harlequin-Fly, Oxford 1900.
27. MIKULIN A. J., Explorat. des lacs d'U. R. S. S., Fasc. 5, Leningrad 1933.
28. PAGAST F., Stett. Entom. Ztg. 94, 1933.
29. Idem, Zool. Jahrb. Physiol., 56, 1936.
30. Idem, Schriften Physik.-ökonom. Gesellsch., 71, 1940.
31. PAUSE J., Zool. Jahrb., Physiol., 36, 1918.
32. POTONIÉ H., Zeitschr. f. Fischerei, XXIX., 1931.
33. SADLER W. O., Cornell Univ. Agricult. exper. St., Mem. 173, 1935.
34. THIENEMANN A., Jahresber. Westfäl. Prov.-Verein. f. Wissensch. und Kunst. 1919.
35. Idem, Arch. Hydrobiol., Suppl.-Bd. II., 1915.
36. Idem, Mitt. geogr. Gesellsch. u. Naturh. Mus., Lübeck, II., 1925.
37. Idem, Arch. Hydrobiol., XXX., 1936.
38. Idem, Kieler Meeresforsch., Bd. I., 1936.
39. Idem, Deut. Ent-Zeitschr., 1939.
40. VALLE K. J., Acta zool. fen., 1927/28.
41. WIGGLESWORTH V. B., Jour. experim. Biol. XV., 1938.
42. ZAVŘEL J., Acta Soc. entom. Boh., III., 1906.
43. Idem, Zeitschr. wissensch. Insektenbiol., XI.—XII., 1916.
44. Idem, Rozpr. Čes. Akad. Věd XXVI., 1917.

45. Idem, Trop. Binnengewässer Bd. III., 1933.
  46. Idem, ibidem, Bd. V., 1934.
  47. Idem, Publ. Fac. Sc. Brno, No. 239, 1937.
  48. Idem, Acta Soc. Sc. Moraviae XI., 1939.
  49. Idem, Věst. čes. zool. spolec. VI.—VII., 1939.
-



## XIII.

# Príspevek ke studiu mosaiky kovových krystalů.

Dr. A. KOCHANOVSKÁ.

(Předloženo ve schůzi dne 20. listopadu 1940.)

Metody obvykle používané ke studiu polykrystalitů byly použity na studium mosaiky krystalů čistého hliníku. Mosaika krystalů byla uměle ovlivňována leptáním, různým tepelným zpracováním i mechanickou deformací. Ukázalo se, že zmíněné metody se navzájem doplňují a že metoda zpětného paprsku, která by měla být ke známým mosaikám nejcitlivější, nepodává vždy — zejména u velkých jedнокrystalů — sama o sobě spolehlivý výsledek o stavu mosaiky. Při Debye-Sherrerově asymetrické metodě níže podrobně popsané byly zjištěny na krátkovlnné straně filmu obrazce, pocházející patrně od spojitého záření trubice, velmi charakteristické pro malé změny vyvolané tvářením.

Otázka mosaiky nekovových jedнокrystalů i vliv různých pochodů (leptání, deformace a pod.) na tuto mosaiku jsou dnes již prostudovány velmi dokonale. Rovněž o metodách vhodných ke studiu mosaiky nekovových jedнокrystalů byla již napsána řada prací.<sup>1)</sup> Naproti tomu mosaika krystalů kovů (ať už drobných krystalitů nebo uměle vypěstovaných velkých jedнокrystalů) a zejména vliv různých faktorů (tvářením, zahřívání, ochlazování, leptání) na ni byl dosud studován jen v poměrně málo případech. Ale právě mosaika kovových krystalů má pro praxi velký význam, neboť — jak ukázaly některé práce v poslední době<sup>2)</sup> — je v úzké souvislosti s mechanickými vlastnostmi kovových materiálů.

Proto je jistě důležité znáti, jak se mosaika kovových krystalů v jednotlivých metodách používaných ke studiu polykrystalitů projeví, resp. jak jsou tyto metody ke studiu mosaiky vhodné. Tato otázka je studována v této práci.

---

<sup>1)</sup> BRAGG, James a BOSANQUET, *Phil. Mag.*, 1921, 42, 1; DAVIS a STEMPER, *Phys. Rev.*, 1921, 17, 608; KIRKPATRICK a ROSS, *Phys. Rev.*, 1933, 43, 596; BOZORTH a HAWORTH, *Phys. Rev.*, 1934, 45, 821; EWALD a RENNIGER, *Int. Conf. of Phys.*, London, 1935, 2, 57 a j.

<sup>2)</sup> KOCHANOVSKÁ a BROŽ, *Škoda News*, 1939, 1—6.

Ke studiu bylo použito krystalů (drobných krystalků i uměle vypěstovaných jedнокrystalů) čistého 99,99% hliníku, jejichž mosaika byla uměle ovlivňována zchlazováním, žíháním i mechanickou deformací. Velké, uměle připravené jedнокrystalové vzorky s drobnějšími krystaly různě tvářenými, žíhanými a ochlazovanými byly laskavě poskytnuty p. dr. L. JENÍČKEM,<sup>3)</sup> jemuž na tomto místě srdečně děkuji.

Ke studiu mosaiky hliníkových krystalů paprsky X bylo použito tří různých metod, a to: metody zpětného paprsku a Debye-Sherrerovy metody na odraz ve dvojím uspořádání.

Při metodě zpětného paprsku byl primární svazek vymezen kanálkovitou štěrbinou kruhového průřezu a reflexní plocha vzorku nastavena kolmo k dopadajícímu primárnímu svazku. Rovinný fotografický film umístěný kolmo ke kanálkovité štěrbině, zachycoval reflexe v blízkosti primárního svazku, tedy kolem  $180^\circ$ .

V metodě Debye-Sherrerovy na odraz v prvním uspořádání byl primární svazek vymezen stejně jako u metody zpětného paprsku kanálkovitou štěrbinou kruhového průřezu a reflexní plocha hliníkového vzorku postavena pod úhlem asi  $20^\circ$  k dopadajícímu primárnímu svazku. Rovinný fotografický film svíral asi  $45^\circ$  s reflexní plochou zkoumaného vzorku, takže dobře zachycoval reflexe krystalografických ploch s nízkými indexy. Toto uspořádání Debye-Sherrerovy odrazové metody budeme v dalším označovat pro krátkost I.

Ve druhém uspořádání Debye-Sherrerovy odrazové metody, které budeme označovat zkráceně II, bylo použito k vymezení primárního svazku jediné čarové štěrbině, takže vymezený primární svazek byl rozšířený. Štěrbině spolu s fotografickým filmem byly umístěny po obvodu kruhového spektrografu o poloměru 10 cm. Reflexní plocha hliníkového vzorku byla úmyslně vysunuta ze středu spektrografu a umístěna asymetricky tak, že vzdálenost štěrbině—reflexní plocha byla větší než vzdálenost reflexní plocha—fotografický film, aby se projevila mosaika krystalů.<sup>4)</sup>

Při metodě zpětného paprsku a Debye-Sherrerovy odrazové metodě v uspořádání I vznikaly o sobě známé interferenční obrazce podrobně popsané níže. Při použití Debye-Sherrerovy metody odrazové v uspořádání II byly však u tohoto materiálu pozorovány kromě normálních interferenčních obrazců ještě další velmi zajímavé obrazce vznikající na krátkovlnné straně filmu. Tyto obrazce podobající se mikrofotografiím

<sup>3)</sup> Publikace podrobnější a rozsáhlejší práce provedené s p. dr. JENÍČKEM kromě na vzorcích této práce ještě na celé řadě dalších vzorků hliníku, ferritu, mědi a mosaze s hlediska röntgenografického i metalurgického se připravuje.

<sup>4)</sup> BAČKOVSKÝ, Journal de Phys., 1938, 11, 471—478; KOCHANOVSKÁ, JČMF, 1939, 68, 213—228.

optických výbrusů zaujímaly na filmu obor prostírající se od poslední Debyeovy reflexe o nejnižších indexech směrem k menším úhlům až k mezi spojitého černání filmu dané „stínem“ reflektující plochy zkoumaného materiálu. Celkový charakter těchto obrazců závisel na tvaru štěrbin (kruhové, čarové). Na vznik a charakter těchto obrazců nemělo vlivu ani leptání ani zakřivení reflektující plochy, jak bylo zjištěno porovnáním snímků získaných jednak na vzorcích Al-tyček neleptaných i leptaných, jednak na vzorcích s reflexní plochou válcovou i rovinnou. Zato se charakter těchto obrazců (při stejném tvaru štěrbin) podstatně změnil tvářením materiálu, jak bylo zjištěno na vzorcích Al-tyček netvářených a mírně natahovaných. Při tom u vzorků s poměrně velkými krystaly vyniká na těchto obrazcích jasně struktura krystalů a na některých místech je přímo patrné složení z drobnějších krystalků původních, jež se usměrnily vlivem tahu zhruba určitým směrem, takže vznikl zdánlivě velký krystalový jedinec.

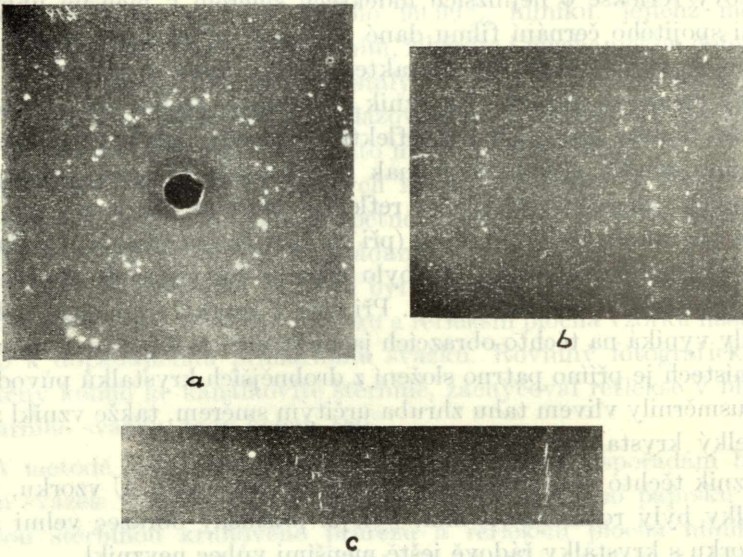
Vznik těchto obrazců závisí na velikosti krystalků. U vzorku, jehož krystalky byly rozměrů 0,5 mm, byl již příslušný obrazec velmi slabý a u vzorku s krystalky řádově ještě menšími vůbec nevznikl.

Původ těchto zajímavých obrazců není zatím zcela jasný. Pocházejí patrně od spojitého záření trubice, reflektovaného různě intenzivně na plochách a rozhraních jednotlivých krystalů. Tento předpoklad však sám o sobě nestačí k vysvětlení tohoto zajímavého zjevu, neboť podobné obrazce se zatím — přes opěťované pokusy — nepodařilo obdržeti u jiných druhů hrubě krystalinických materiálů (Zn, Cu, mosaz).

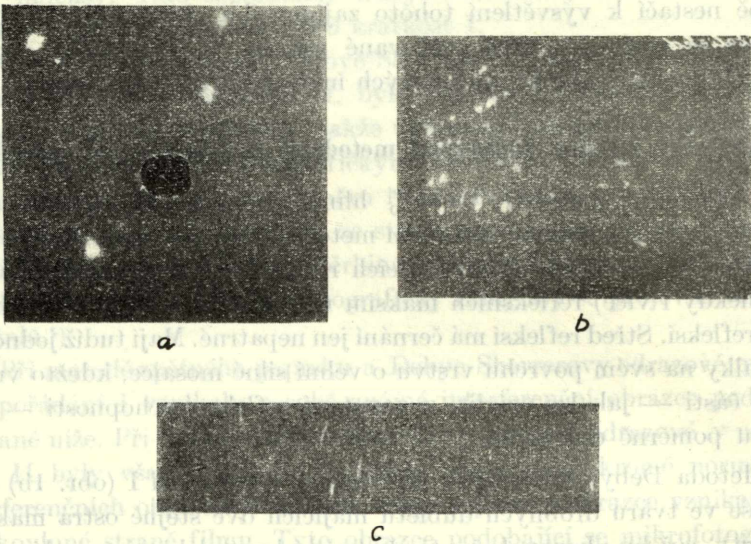
### Výsledky získané popsáními metodami u jednotlivých vzorků.

I. Původní materiál: 99,99% hliník, velikost krystalků 0,5 mm (obr. 1a, b, c). Na snímku získaném metodou zpětného paprsku (obr. 1a) je patrné na skvrnách odpovídajících reflexím jednotlivých krystalků dvě (někdy i více) reflexních maxim rozložených po obvodu jednotlivých reflexí. Střed reflexí má černání jen nepatrné. Mají tudíž jednotlivé krystalky na svém povrchu vrstvu o velmi silné mosaice, kdežto vnitřní jejich části — jak lze souditi z nepatrné reflexní schopnosti — mají mřížku poměrně dokonalou.

Metoda Debye-Sherrerova na odraz v uspořádání I (obr. 1b) dává reflexe ve tvaru drobných dubletů majících dvě stejně ostrá maxima intensity, což by ukazovalo na to, že každý krystalek má na celém svém povrchu vrstvu se silnou mosaikou, takže se dopadající svazek paprsků X setká napřed na přivrácené straně krystalku se silně reflektující mosaikovou vrstvou (vzniká jedno reflexní maximum) a pak na odvrácené straně krystalku s takovou vrstvou (druhé reflexní maximum). Na

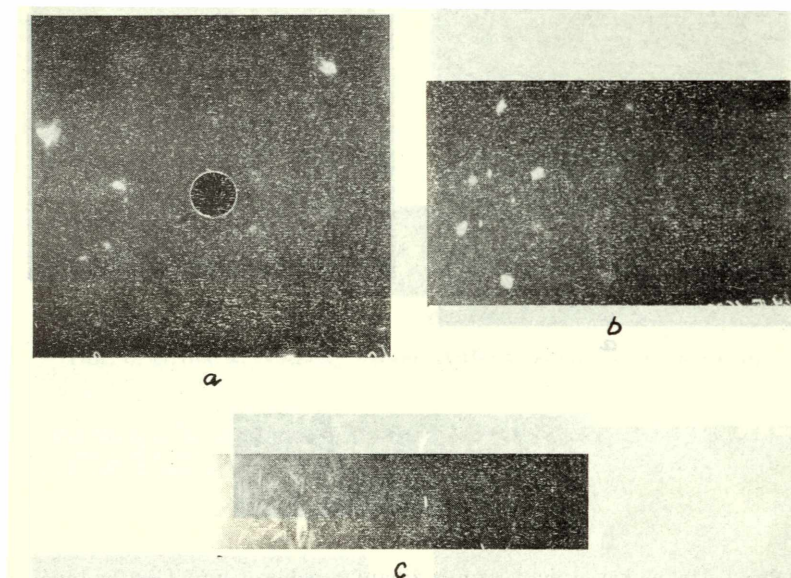


Obr. 1. Původní materiál.



Obr. 2. Hrabě krystalický vzorek.

tomto snímku je patrný na krátkovlnné straně za poslední Debyeovou reflexí obrazec pocházející patrně od spojitého spektra trubice. Je to úplná obdoba obrazce získaného Debye-Sherrerovou metodou v uspořádání II (obr. 1c). Liší se však značně svým vzhledem od příslušného obrázku získaného Debye-Sherrerovou metodou v uspořádání II, ježto v prvním případě bylo použito kanálkovité štěrbině kruhového průřezu, ve druhém případě pak čarové štěrbině.



Obr. 3. Hrubě krystalický vzorek žíhaný a ochlazovaný. Část naleptaná.

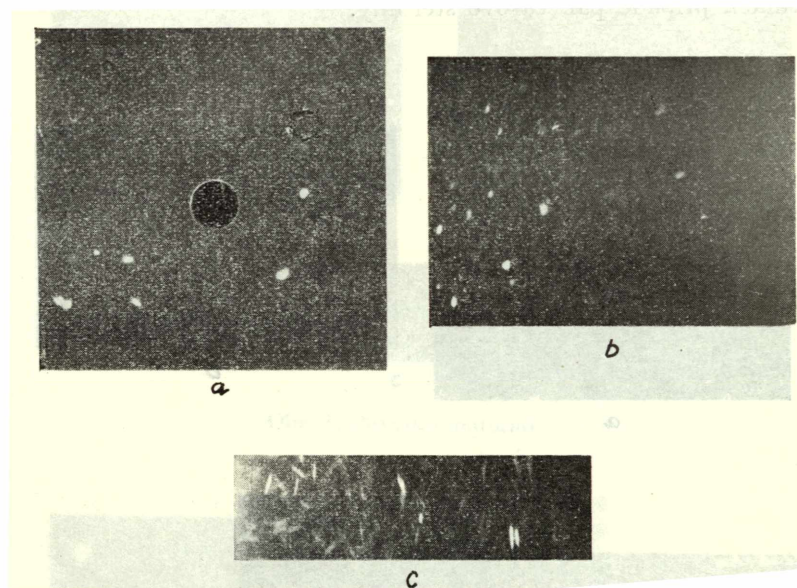
Obrazec získaný Debye-Sherrerovu metodou v uspořádání II je v tomto případě ve srovnání s dalšími případy sice ostrý, ale velmi slabý (na reprodukci sotva patrný), což je patrně způsobeno malými rozměry krystalků.

2. Hrubě krystalický vzorek: krystalky velikosti as 4 mm (obr. 2a, b, c). Metoda zpětného paprsku (obr. 2a) dává intenzivní, difusní reflexe, odpovídající velmi silné mosaice krystalků. Stejně i Debye-Sherrerovy metoda I (obr. 2b). Obrazce získané Debye-Sherrerovou metodou v uspořádání II (obr. 2c) jsou naproti tomu ostré, z čehož plyne, že z charakteru těchto obrazců nelze vždy jednoznačně soudit na mosaiku krystalů.

3. Hrubě krystalický vzorek jako sub 2, ale žíhaný na 600° C 190 hod., ochlazovaný během 90 hod. Část vzorku naleptána (obr. 3a, b, c a 4a, b, c). Snímky získané metodou zpětného paprsku (obr. 3a, 4a) ukazují, že mosaika krystalů na naleptané části vzorku je větší než na naleptané části. Nedávají však bližší představu o struktuře jednotlivých



krystalků. Tato je mnohem lépe patrna ze snímků získaných Debye-Sherrerovou metodou na odraz. Tato metoda v uspořádání I (obr. 3b a 4b) dává na naleptané části tyčky poměrně ostré, téměř homogenní drobné reflexe, kdežto na části nenaleptané reflexe značně větší s nehomogenním černáním, jevící snahu štěpiti se ve dvě části, z nichž jedna má širší, druhá ostré reflexní maximum. Nehomogenní, proužkovité černání

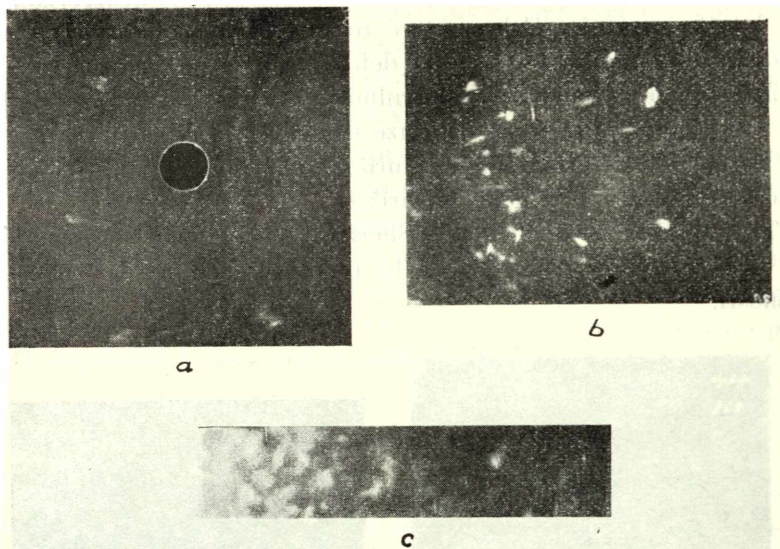


Obr. 4. Hrubě krystalický vzorek žíhaný a ochlazovaný. Část leptaná.

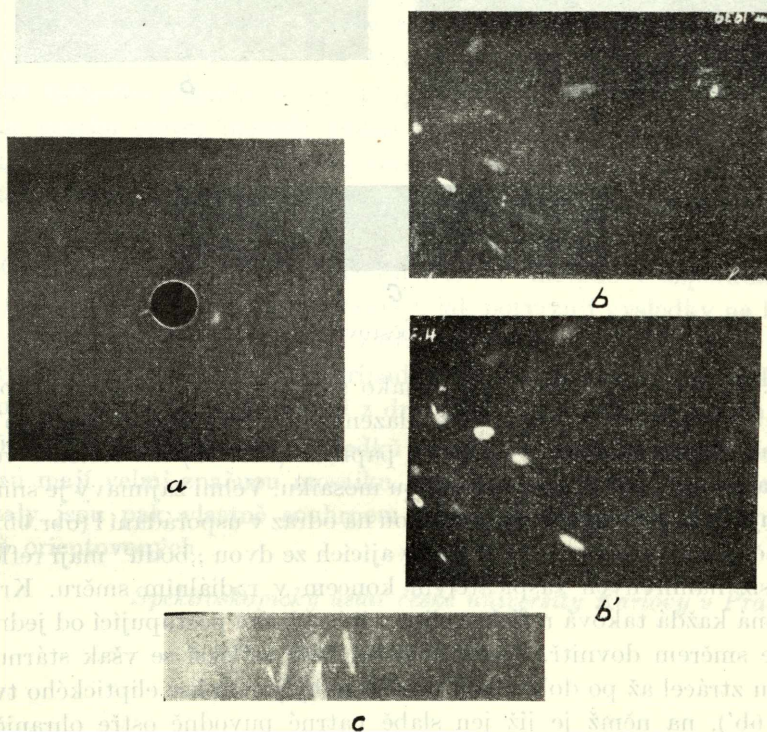
v tomto případě poukazuje na translace v mřížce krystalů. Sklon ke zdvojení skvrn a vznik dvou nestejně širokých reflexních maksim ukazuje na to, že na povrchu krystalků je vrstva skládající se z mosaikových bloků, jež právě dávají vznik širokému reflexnímu maksimu, a teprve pod touto vrstvou jsou vrstvy poměrně dokonalé, jimž odpovídá úzké reflexní maximum.

Naproti tomu obrazce získané při Debye-Sherrerově metodě II (obr. 3c a 4c) na krátkovlnné straně jsou stejně ostré na naleptané i nenaleptané části vzorku a nijak se neliší. Nepodávají tedy tyto obrazce obraz o mosaice krystalků.

4. Hrubě krystalický vzorek jako sub 2, avšak tvářen 2 kg, žíhan na  $180^{\circ}\text{C}$ , ochlazen normálně (obr. 5a, b, c). Reflexe získané metodou zpětného paprsku (obr. 5a) rozpadají se ve dvě i více stejně ostrých a širokých částí, což ukazuje na to, že přesuny, které nastaly při tvářením, se některé krystalky rozpadly ve dvě i více navzájem poněkud jinak orientovaných částí. Týž zjev je také patrný na snímcích získaných



Obr. 5. Hrubě krystalický vzorek tvářený, žíhaný a ochlazovaný.

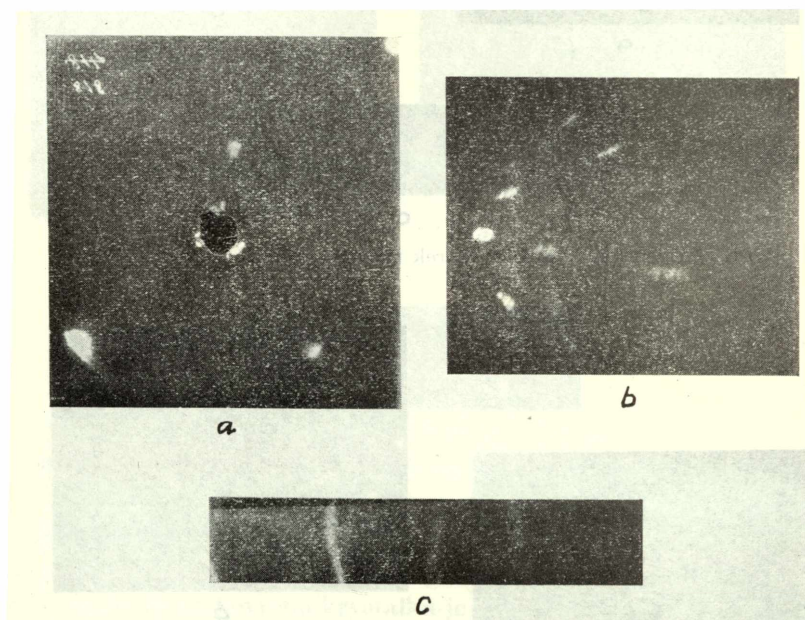


Obr. 6. Hrubě krystalický vzorek tvářený, žíhaný při vyšší teplotě, ochlazovaný.



Debye-Sherrerovou metodou I (obr. 5b), avšak jen na některých reflexích, kdežto ostatní reflexe, které rozštěpeny nejsou, jsou protaženy v radiálním směru, což odpovídá deformacím mřížek celých krystalků provázených pravděpodobně vnitřními napětími. Některé krystalky se tedy rozpadnou v části, jež se pouze navzájem poněkud jinak orientují aniž by nastala deformace jejich mřížek, jiné se nerozpadnou, ale zato nastane deformace v celé jejich mřížce.

Také obrazec získaný Debye-Sherrerovou metodou v uspořádání II (obr. 5c) se značně liší od případů předešlých, hlavně značně větší difusností.



Obr. 7. Dva uměle vypěstované jednodokrystaly.

5. Hrubě krystalický vzorek jako sub 2, tvářen jako vzorek předešlý, žilán při 600° C 190 hod., ochlazen během 90 hod. (obr. 6a, b, b', c). Snímek získaný metodou zpětného paprsku (obr. 6a) má reflexe velmi slabé a neostré, což ukazuje na silnou mosaiku. Velmi zajímavý je snímek získaný Debye-Sherrerovou metodou na odraz v uspořádání I (obr. 6b, b'). Kromě několika málo reflexí sestávajících ze dvou „bodů“ mají reflexe tvar slz namířených zašpičatělým koncem v radiálním směru. Kromě toho má každá taková reflexe elipsovité vybrání postupující od jednoho okraje směrem dovnitř. Tento zvláštní tvar reflexí se však stárnutím vzorku ztrácel až po době dvou měsíců nabyly reflexe eliptického tvaru (obr. 6b'), na němž je již jen slabě patrné původně ostře ohraničené eliptické vybrání. Uspokojivý výklad původního „slzovitého“ tvaru

refleksi a jejich časové změny nelze zatím podati. Zjev bude však dále studován. Obrazec získaný Debye-Sherrerovou metodou v uspořádání II (obr. 6c), ukazuje na vznik velkých krystalů. Strukturu (stínování) skvrn lze vysvětliti nestejnou reflexí částí povrchu jednotlivých krystalů, tvořených patrně menšími mosaikovými bloky.

6. Vzorek tvořený dvěma uměle vypěstovanými jednodokrystaly délky as 6 cm (obr. 7a, b, c). Kdežto metoda zpětného paprsku (obr. 7a) v tomto případě jen slabě naznačuje složení jednotlivých reflexí z řady maxim, je tento zjev krásně patrný na snímku získaném Debye-Sherrerovou metodou v uspořádání I i II (obr. 7b, c). Charakter reflexí ukazuje na to, že tyto velké krystaly sestávají pravděpodobně z velkého počtu menších krystalků o nepatrných odchylkách v orientaci.

### Diskuse získaných výsledků.

Z uvedených výsledků je patrné, že pro mosaiku kovových krystalů jsou charakteristické snímky získané metodou zpětného paprsku a Debye-Sherrerovou odrazovou metodou v uspořádání I. Přes to, že metoda zpětného paprsku by měla být ke změnám mosaiky citlivější než Debye-Sherrerova odrazová metoda v uspořádání I, poněvadž pracuje s reflexemi kolem  $180^\circ$ , není tomu vždy tak, jak ukazují výsledky získané oběma metodami na vzorku č. 6. Příčinou je patrně ta okolnost, že při metodě zpětného paprsku se uplatňuje na reflexi poměrně velmi malá ploška vzorku oproti metodě Debye-Sherrerovy v uspořádání I, kdy ploška zasažená zářením je značně větší. To může mít u vzorků s většími krystaly za následek, že metoda zpětného paprsku nám podá obraz pouze malé části jediného krystalu.

Obrazce vznikající při Debye-Sherrerově metodě v uspořádání II nám nepodávají obraz o stavu mosaiky, jak potvrzují výsledky na leptaných a neleptaných krystalcích, zato jsou však velmi citlivé na malé změny vyvolané tvářením a v případě velkých jednodokrystalů podávají dobrou představu o jejich složení z drobných krystalků původních.

Konečně je z uvedených výsledků patrné, že i malé krystalky čistého hliníku mají velmi značnou mosaiku. Velké, uměle vypěstované jednodokrystaly jsou pak vlastně souhrnem drobných krystalků, jen zhruba stejně orientovaných.

## Ein Beitrag zum Studium der Mosaik der Metallkristalle.

### Inhalt des vorstehenden Artikels.

Es wurde die Möglichkeit der Anwendung der bei der Feinstrukturuntersuchung der Polykristallite üblichen Methoden auf das Studium der Mosaik der Metallkristalle untersucht. Es hat sich gezeigt, daß die drei angewandten Methoden, nämlich die Rückstrahlmethode und die Reflexionsmethode von Debye und Sherrer in zwei verschiedenen Anordnungen, sich in einzelnen Fällen gegenseitig ergänzen und verschieden empfindlich für die durch Verformung und Abkühlung hervorgerufenen Änderungen der Mosaik sind.

Dabei wurde gefunden, daß bei asymmetrischer Anordnung (II) des untersuchten Materiales relativ zum Spalt und photographischen Film auf der kurzwelligen Seite des Filmes hinter den letzten Debye Linien von kleinsten Indexen Bilder ähnlich den Mikrophotographien von optischen Schliffen entstehen. Der Charakter dieser Bilder hängt von der Form des Spaltes (kreis-, strichförmig) ab. Diese Bilder sind sehr charakteristisch (natürlich bei ungeänderter Form des Spaltes) für kleine durch Verformung hervorgerufene Änderungen des Materiales, und rühren wahrscheinlich von der kontinuierlichen Strahlung, die verschieden stark von den Grenzen und Flächen der einzelnen kleinen Kristalle reflektiert wird, her.

Die Größe der Mosaik der untersuchten Kristalle von reinem Aluminium stieg mit der Größe der Kristalle an, bis sich schließlich bei Kristallen von mehreren Zentimeter Länge direkt die Zusammensetzung aus den ursprünglichen kleinen Kristallen, die sich durch den Einfluß des an sich bekannten Verfahrens zur Bildung der Metalleinkristalle angenähert gleich orientiert haben, merkbar macht.

## XIV.

### K poznání podrodu *Cyclops*, zvl. druhu *Cyclops vicinus* v Čechách.

RUD. ŠRÁMEK-HUŠEK, Čáslav.

(Předloženo ve schůzi dne 20. listopadu 1940.)

Podobně jako *Daphnie* a *Bosminy* mezi *Cladoceram*i, představuje i vlastní KIEFERŮV podrod *Cyclops* (= stará SCHEILOVA „skupina“ *strenuus-insignis*) systematicky nejtěžší skupinu celé čeledi *Cyclopidae*. Jeho velká tvárnost a variabilita spolu s individuálními odchylkami v systematickém hodnocení různých znaků způsobují, že různí autoři rozdělovali celý podrod ve velmi rozdílný počet druhů.

Po četných vědeckých sporech týkajících se této otázky, lze dnes v celku říci, že staré stanovisko, jež znalo v celé této skupině pouze 2 druhy (*strenuus* a *insignis*) jest všeobecně opuštěno, a že se dnes přiznává potřeba nového rozdělení bývalého velkého souborného druhu *C. strenuus* s. lat. na řadu t. zv. „druhů menších“.

V podrobnostech jest však celý tento problém stále ještě ve vývoji: Kdežto Sars, jeden ze zakladatelů moderní systematiky *Cyclop*idů, rozeznává ve své monografii celkem 5 druhů této skupiny (*pictus* = *strenuus* s. str., *abyssorum*, *lucustris*, *scutifer* a *vicinus*), uvádí světová monografie KIEFEROVA (1929) na podkladě rozsáhlé literatury a srovnávacího materiálu jako další vyhraněný druh ještě *C. furcifer*. Ani toto podrobné dílo neznamenaá však pro tuto skupinu na dlouho konečné slovo. Podrobnými studiiemi badatelů ruských a zvl. polských byly rehabilitovány některé starší druhy a poddruhy i popsány některé nové, takže speciální zpracování KOZMINSKIHO (1927—1936) popisuje podrobně těchto 13 druhů:

1. *Cyclops (Cyclops) insignis* CLAUS 1857.
2. „ „ *scutifer* Sars 1862.
3. „ „ *vicinus* ssp. *vicinus* ULJANIN 1875.
4. „ „ „ *ssp. kikuchii* SMIRNOV 1932.

- |     |                                    |  |
|-----|------------------------------------|--|
| 5.  | <i>Cyclops (Cyclops) abyssorum</i> | SARS 1862.   |
| 6.  | „                                  | <i>tatricus</i> KOZMINSKI 1932.                    |
| 7.  | „                                  | <i>bohater</i> KOZMINSKI 1933                      |
| 8.  | „                                  | <i>lacustris</i> SARS 1862.                        |
| 9.  | „                                  | <i>strenuus</i> ssp. <i>strenuus</i> FISCHER 1851. |
| 10. | „                                  | „ ssp. <i>varanue</i> KOZMINSKI 1927.              |
| 11. | „                                  | „ ssp. <i>landei</i> KOZMINSKI 1933.               |
| 12. | „                                  | <i>furcifer</i> CLAUS 1857.                        |
| 13. | „                                  | <i>kolensis</i> LILLJEBORG 1901.                   |

Tyto KOZMINSKÉHO druhy a poddruhy byly též v r. 1938 přejaty do autorova „Klíče k určování českých buchanek“, kde k nim byl předběžně připojen jako čtrnáctý druh ještě *Cyclops (C.) bohemicus* sp. n., známý dosud jen z Černého jezera na Šumavě.

KOZMINSKI pokusil se ve svých pracech poprvé o zpracování celého podrodu na exaktním podkladě, t. j. se současným přibráním t. zv. znaků kvantitativních a s použitím metod užitých matematiky (KOZMINSKI 1936, str. 165—175). Poněvadž však u živých organismů selže často i metodika nejpřesnější (mnozí biologové pokládají proto metody nejjednodušší za poměrně nejspolehlivější), může i zde teprve budoucnost ukázat pevnost některých druhů KOZMINSKIM obnovených neb nově popsanych. Nesporným přínosem jeho prací jest, že všechny v novější době uznávané druhy a poddruhy byly KOZMINSKIM metodou opravdu exaktně ověřeny a že tato metoda dovoluje dnes vynést konečné rozhodnutí ve sporných případech i při nepatrném srovnávacím materiálu. (Sám užil jsem jeho tabulek již vícekrát a vždy se zdarem.)

Celkem lze tedy dnes říci, že naše současné vědomosti o buchankách podrodu *Cyclops* netrpí již nevyjasněností syst. zásad (neboť při nejmenším většina druhů uváděných KOZMINSKIM má beze sporu své oprávnění), ale nedostatkem zkušeností s novějšími druhy. Pro hydrobiologickou praxi jsou jistě především důležité různé oekologické požadavky těchto druhů; většina autorů nestačila však sledovat poměrně rychlý vývoj této otázky, takže o samém Německu píše PESTA ještě v r. 1928: „Soweit nun speziell deutsches Verbreitungsgebiet in Betracht kommt, scheint es derzeit (und vermutlich auch für die Zukunft) nicht in allen Fällen möglich festzustellen, welche Form von *Cyclops strenuus sensu latiore* dem einzelnen Beobachter vorgelegen hat.“

Totéž, ovšem v míře ještě daleko větší, platí dodnes i o území Čech a Moravy. Lze téměř s jistotou říci, že skoro všichni čeští a moravští pracovníci, jež se ve svých pracech zabývají větším počtem vod, pracovali všude tam, kde uvádějí výskyt „*C. strenuus*“, s více druhy; a i tam, kde se jedná o jedinou lokalitu, nelze dnes bez připojeného vyobrazení

neb proměření exemplářů ani přibližně souditi na určitý druh. Neznáme dokonce ani hojnost výskytu původního typu (*C. strenuus* ssp. *strenuus*) a jediné formy zjištěné dosud bezesporně na území Čech jsou pouze: *Cycl. strenuus* ssp. *strenuus*, *C. vicinus*, *C. furcifer* a *C. bohemicus* (ŠRÁMEK 1938).

V historii těchto 4 „českých“ druhů zaujímá *Cyclops. vicinus* zcela zvláštní místo. Tento nápadný druh jest totiž velmi pravděpodobně v mnohých krajích Čech dosti hojný, přes to však zůstává našim dnešním autorům jak se zdá zcela neznám. Naši staří crustaceologové FRIČ a VAVRA jej již plně uznávali a v systematické části jejich práce o rybníku Dolno-Počernickém uvedli dokonce jeho poměrně zdařilá a instruktivní vyobrazení (obr. 44a, b, 1895). Později (1898) však pojal jej náš nejlepší copepodolog MRÁZEK neprávem jako synonymum opět do starého druhu *C. strenuus* FISCHER a tato chyba přenášela se pak — díky jeho autoritě — až do doby nejnovější. Tak vidíme na př., že ještě v r. 1929, tedy v době, kdy většina zahraničních autorů již druh tento (a spolu mnohé jiné) plně uznala, uvádějí jej BAYER a BAJKOV ve své obsáhlé práci jako pouhou „zimní pelagickou formu“ druhu *Cyclops strenuus* (FISCHER).

A přece liší se druh tento již pouhými tvary svého těla od typického *C. strenuus* tak nápadně, že jeho praktické rozeznávání nemusí činiti žádnému pracovníku obtíží. Nejvýraznějším znakem zůstávají stále tvar a rozměry posledních 2 článků hlavohrudi: Zadní cípy 4. článku epth. tvoří totiž nápadně široká, špičatá postranní křídla, jež daleko přechňívají podobné, ale mnohem menší postranní výběžky článku 5. Od příbuzného druhu *C. (C.) scutifer* liší se tato buchanka nápadně především ozbrojením plovacích nožek podle typu Bini (t. j.: poslední články exopoditů 1. až 4. páru plovacích nožek nesou na vnějších stranách postupně po 2, 3, 3 a 3 silných trnech, kdežto na stranách vnitřních opatřeny jsou — jako u všech ostatních druhů tohoto rodu — pěti zpeřenými brvami (obr. 4, 5, 6, 7.).

Vyjmenované znaky jsou společné všem populacím druhu *C. vicinus* s. lat. a představují nám tudíž vskutku pevné hodnoty, jimiž se tento druh liší od svých příbuzných. KOZMINSKI všímá si však, jak výše řečeno, i t. zv. znaků kvantitativních, t. j. rozměrů jednotlivých částí těla a jeho výběžků a jich vzájemného poměru a na podkladě tohoto studia rozděluje řečený druh na 2 poddruhy: *Cyclops vicinus* ssp. *vicinus* ULJANIN a *C. vicinus* ssp. *kikuchii* SMIRNOV (= synonym. *S. v. var. brachysmerinthos* WIERZBICKA 1933). Následující tabulka uvádí hlavní hodnoty, jež uvádí KOZMINSKI pro oba tyto poddruhy ve srovnání s hodnotami, jež jsem zjistil u populace ze střed. Čech, nazvané *C. vicinus-brevicornis* ssp. n.

Hodnoty uvedené v 1. číselném sloupci této tabulky vznikly proměřením 43 dospělých samiček *C. vicinus*, jež byly čerstvě naloženy



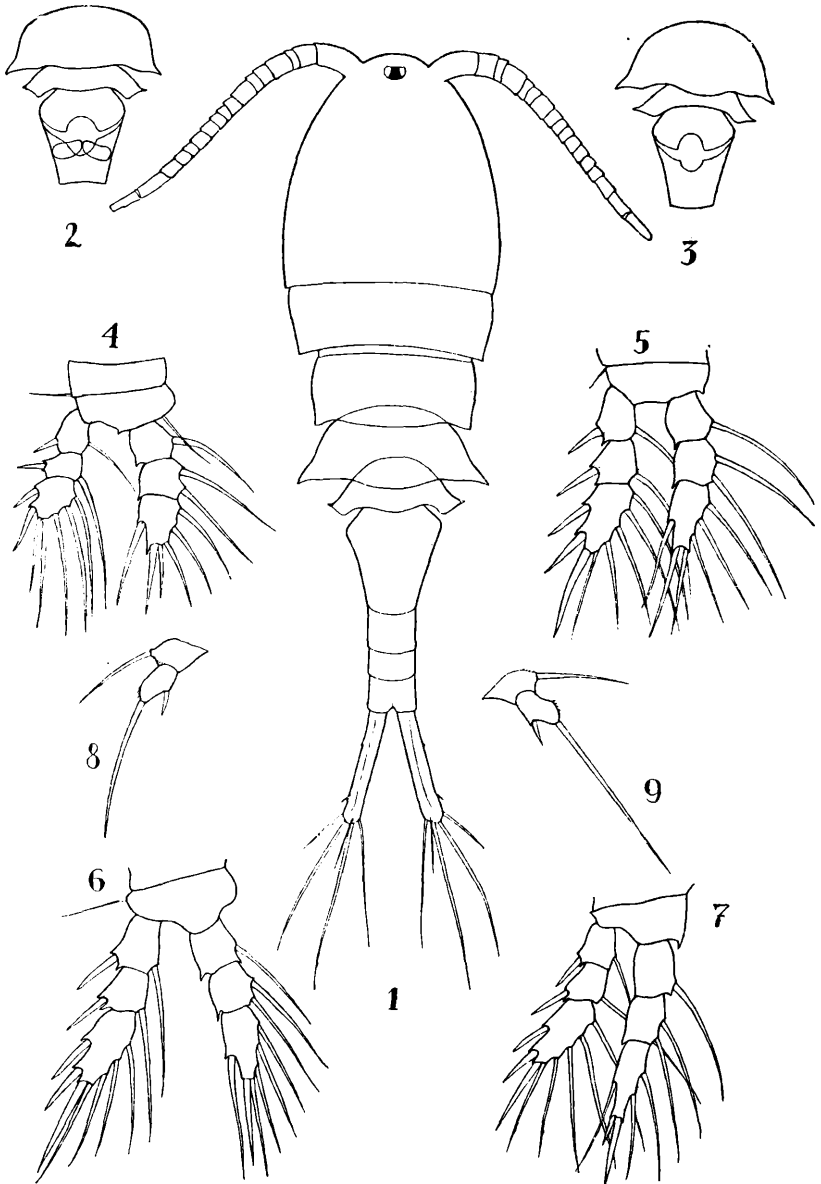
Tab. I.

Porovnání jednotlivých kvantitativních znaků 3 poddruhů druhu *Cyclops (C.) vicinus s. lat.*

(Data 2. a 3. číselného sloupce jsou vyňata z KOZMINSKIHO 1936, Tab. 1, str. 232 a další.)

Č.	Znak*)	1. <i>C. v.- brevicornis</i>	2. <i>C. v.- vicinus</i>	3. <i>C. v.- kikuchii</i>
<b>1</b>	Long. ant. I par. ....	<b>447,8</b>	<b>511,5</b>	<b>548,4</b>
2	Lat. mx. ephth. ....	322,8	318,2	324,1
<b>3</b>	Long. furc. ....	<b>142,8</b>	<b>159,8</b>	<b>170,5</b>
4	Long. set. apic. int. ....	161,1	190,1	140,1
<b>5</b>	Long. set. apic. med. int. .	<b>274,3</b>	<b>312,7</b>	<b>393,4</b>
6	Long. set. apic. med. ext.	216,3	264,8	311,1
7	Long. set. apic. ext. ....	71,2	82,2	82,0
8	Long. set. dors. ....	74,9	88,8	96,5
9	Long. abd. in % long. ephth. .	50,3	42,8	43,3
10	Lat. IV s. ephth. in % lat. mx. epth. ....	78,9	86,0	82,5
11	Lat. V s. ephth. in % lat. IV s. epth. ....	82,7	81,1	80,8
12	Lat. mx. I s. abd. in % long. I s. abd. ....	87,2	106,9	97,2
13	Sp. furc. II. ....	74,9	76,0	76,7
14	Long. tr. ult. ss. abd. ....	119,4	99,8	97,0
15	Lat. furc. ....	14,9	13,7	11,8
<b>16</b>	Long. set. apic. int. in % long. set. apic. ext. ....	<b>226,1</b>	<b>226,6</b>	<b>170,9</b>
17	Long. set. apic. med. ext. in % long. set. apic. med. int. ....	85,1	84,4	79,1
18	Long. set. min. ped. V. par. in % long. set. mai. ped. V par ...	58,9	55,4	49,3
	Long. tot. $\mu$ ....	1748	1717	1744

\*) Význam jednotlivých znaků jest patrný z jejich zkrácených latinských nadpisů. Podrobnosti o způsobu jich získání a dalším zpracování najde čtenář v lit. č. 7 a 9, český v lit. č. 17.



*Cyclops (Cyclops) vicinus-brevicornis* ssp. n. z okolí Uhlířských Janovic.

A. Populace z rybníčka u dvora Karlovic: 1 dospělá samička se strany hřbetní; 4, 5, 6, 7 plovací nožka 1., 2., 3. a 4. páru; 8 nožka 5. páru (genitální); — B. Populace z Kralic: 2 poslední 2 články hlavohruďi a 1. článek zadečkový s receptaculum seminis a nalepenými spermatofory. C. Populace z Morán: 3 dto; 9 5. nožka. (Originály.)

z rybníčka v Kralicích u Uhl. Janovic dne 22./8. 1939. Již jejich prosté srovnání s hodnotami 2. a 3. číselného sloupce přináší 2 zajímavé poznatky:

1. Poměry zjištěné u kralických exemplářů nesouhlasí s těmi, jež jsou uváděny KOZMINSKIM pro oba dosud známé poddruhy.

2. Odchytky od typu *vicinus* ULJANIN jsou většinou rázu právě opačného, než jest tomu u *ssp. kikuchii* SMIRNOV.

Systematicky nejdůležitějšími jeví se zde být především následující rozdíly:

1. Znak č. 3 a znak č. 16: Ve své práci z r. 1934 uvádí KOZMINSKI výslovně: „Diese Varietät (t. j. *kikuchii*) zeichnet sich vor allem durch die längeren Furcaläste und die bedeutend kürzeren zu innerst gelegenen Apikalborsten als der typische *C. vicinus* aus.“ Z příslušných čísel jest však naopak zřejmo, že furka (3) jest mnohem poměrně kratší a nejvnitřnější brva (16) téměř stejně pom. dlouhá jako u druhu *C. vicinus*.

2. Znaky č. 1 a 5 ukazují dále, že také I anteny a furkální brvy jsou poměrně kratší. Vlastní příčinu těchto rozdílů nutno hledati ve větší poměrné délce celého těla.

KOZMINSKI zdůrazňuje ovšem, že jednotlivých kvantitativních znaků lze užít k spolehlivému rozlišení 2 příbuzných forem jen ve výjimečných případech. Vypracovává proto složitou metodu, jež dovoluje i při poměrně malém materiálu zbaviti výpočty všech významějších nepřesností proměňování a přenechati nakonec rozhodnutí o systematickém poměru 2 srovnávaných forem („Individuengruppen“) jednomu výslednému číslu: „součtu dvojmocí relativních rozdílů 18 kvantitativních znaků“,  $\Sigma d^2$ . Je-li toto číslo menší než 43, jest studovaná forma totožná se srovnávaným druhem, je-li naopak větší, jedná se o druh jiný. Z toho též vyplývá, že srovnáme-li některou formu uvedeným způsobem se všemi dosud známými druhy a ukáže-li se ve všech těchto případech  $\Sigma d^2$  větším než 43, jedná se s velkou pravděpodobností o nový druh, po př. poddruh, varietu a pod.

Této možnosti KOZMINSKIM metody užil jsem proto také ke konečnému vyjasnění systematického postavení kralické populace *C. vicinus* a v následující tabulce č. 2 uvádím všechna  $\Sigma d^2$ , jež jsou výsledkem srovnání shora (v tab. č. 1) uvedených 18 znaků všech dosud známých druhů a poddruhů, se všemi třemi poddruhy *C. vicinus*.

Z přehledu tohoto vysvítá jasně, že kralickou populaci *C. vicinus* nelze vskutku ztotožniti se žádným z dosud známých druhů a poddruhů, nevyjímaje ani poddruh *C. vicinus-vicinus* ULJANIN, jemuž však stojí

Tab. II.

Souhrnné rozdíly ( $\Sigma\delta^2$ ) 18 kvalitativních znaků mezi poddruhy *C. vicinus* a ostatními formami podrodu *Cyclops*.\*)

♀ ♀ druhu	<i>C. scutifer</i>	<i>C. abyssorum</i>	<i>C. furcifer</i>	<i>C. bohater</i>	<i>C. kolensis</i>	<i>C. vic.-vicinus</i>	<i>C. tabricus</i>	<i>C. strenuus landei</i>	<i>C. strenuus wrance</i>	<i>C. strenuus strenuus</i>
<i>C. vicin.-kikuchii</i>	345,0	143,1	159,7	188,1	206,2	77,0	141,9	175,5	112,9	134,3
<i>C. vicin.-brevicor.</i>	223,4	373,0	261,6	153,6	144,5	81,8	291,3	225,0	112,7	149,0
<i>C. vicinus-vicinus</i>	252,0	136,3	266,5	137,0	195,4	—	166,7	225,4	110,7	173,7

ze všech nejbliže.  $\Sigma\delta^2$  dává zde číslo 81,8, tedy hodnotu velmi blízkou té, jež byla zjištěna KOZMINSKIM pro *C. vicinus ssp. kikuchii* SMIRNOV. Bohužel jest mi originální SMIRNOVŮV popis tohoto poddruhu t. č. zcela nepřístupný. Jednotlivé kvantitativní znaky této populace (tab. 1), jakož i připojená vyobrazení prokazují však zřetelně, že se zde jedná o odchylky směřující právě opačným směrem. S ohledem na tyto okolnosti pokládám králického *C. vicinus* za nový poddruh a poněvadž nejnápadnějším jeho znakem jest krátkost I. anteny, volím proň název *Cyclops (C.) vicinus-brevicornis subsp. n.*

Diagnosa toho poddruhu v rámci širší (druhov) diagnosy KIEFFEROVY (1929) a KOZMINSKIH (1933; ŠRÁMEK 1938) jest následující: Tělo poměrně dlouhé a štíhlé, s furkou a bez apikálních brv průměrně 1748 (1857—1692)  $\mu$  měřící; furka průměrně 6,5krát tak dlouhá jako široká. IV. článek ephth jest vzadu nápadně širší, tvoře zde široká, špičatá křídla, namířená do stran, se špičkami někdy mírně distálně prohnutými. V. článek ephth, mnohem užší čtvrtého, vybíhá po každé straně asi uprostřed svého volného distálního okraje ve zřetelný výběžek,\*\*) kdežto

\*) Tato tabulka jest sice v celku sestavena dle podobné KOZMINSKIH (tabulky č. 8 (1933), při čemž však pouze 3. řádka (*C. vic.-vicinus*) uvádí konečné hodnoty  $\Sigma\delta^2$  získané po statistickém zpracování velkého materiálu, kdežto řádky 1. a 3. obsahují pouze  $\Sigma\delta^2$  vypočítané pro jednotlivé populace s použitím KOZMINSKIH (tab. č. 7 (1933), určené speciálně pro práci s menším počtem měření. Přímé srovnání s *C. scutifer f. wigrensis* není zde možné (odůvodnění viz KOZMINSKI 1936, str. 161), od srovnání s *C. bohemicus* bylo zatím ještě upuštěno. Oba tyto druhy jsou však již svými znaky kvalitativními zřetelně odlišné.

\*\*) Tyto distální výběžky V. článku zdají se tvořiti spolu se zploštělou postranní kouturou I. čl. abdominálního důležitou tvarovou vlastnost tohoto poddruhu. Na SARSOVĚ obrázku *C. vic.-vicinus* jsou obě tyto části utvářeny podstatně jinak a podobně jeví se i na obr. KOZMINSKIH (1934). Naproti tomu zdají se

po stranách tvoří ostré hroty. I. článek abdominální se ve své první čtvrtině příkře a ploše\*\*) rozšiřuje, načež se zase stejným způsobem zužuje, nabývá tak tvaru deltoidového. *Long. set. apic. int. in*  $\frac{1}{10}$  *long. set. apic. ext* jako u typu (prům. 226), ale: *Long. set. apic. med. int. in*  $\frac{1}{100}$  *long. corp. 274*, *Long. ant. I. par in*  $\frac{1}{100}$  *long. corp. jen 447,8*, *Long. furc. in*  $\frac{1}{100}$  *long. corp. 143*, *Long. abd. in*  $\frac{1}{10}$  *long. cph. 50,3*.

Výskyt: Spoře v návesních rybnících v Moránech a Chrastné, v rybníčku Hořejšáku a v nádvorním rybníčku t. zv. Mandelíkova statku v Uhl. Janovicích. Velmi hojný v eutrofních rybnících v Kralicích a u dvora Karlovic (vesměs v soudním okrese uhliřsko-janovickém ve stř. Čechách, v létě 1939). — Pravděpodobně též v pobřežní zoně eutrof. rybníka Dolno-Počernického u Běhovic (FRIČ 1903; asi po celý rok).

Oekologie: Dle KOZMINSKIHO jest celý druh *C. vicinus s. lat.* ve svých oekologických požadavcích velmi pružný, dává však přes to přednost vodám eutrofním, kde se vyskytuje sice po celý rok, při čemž však jeho maximum spadá — alespoň ve střední Evropě — do měsíců zimních a jarních. O poddruhu *kikuchii* podotýká výslovně: „kommt sowohl in den Wigryseen, wie auch in der Umgebung von Warschau in den Wintermonaten; Rzóska beobachtete sie im Oktober“.

Sám mohl jsem konati bohužel svá pozorování na poddruhu *brevicornis* pouze v létě 1939 a nemohu proto o jeho časovém výskytu udati tolik podrobností. Zdůrazňuji zde pouze, že v celku nemohl jsem zjistiti na těch letních populacích, jež jsem t. r. měl příležitost pozorovat, žádné zřetelné „fysiologické deprese“, o níž se zmiňuje KOZMINSKI (1927, str. 94, 1936, str. 214) u druhu *vicinus s. lat.* a již uvádí zřejmě v souvislost s jeho zimními maximy. V nepatrném početním zastoupení poddruhu *brevicornis* na nalezištích v Chrastné, Moránech a Uhl. Janovicích vidím spíše jen potvrzení toho, že méně eutrofní lokality mu nesvědčí. Na jiných, ještě menších a vysloveně eutrofních nalezištích (Kralice a Karlovice) nacházel se tento poddruh v téže době v ohromných masách a ke konci léta (v srpnu) vykazoval zde silnou kopulační periodu. Tyto jeho typické lokality vykazují velmi podobný ráz: Rybníček u dvora Karlovic jest umístěn v polích, v travnatém dolíku těsně pod rezervátem močůvky, odkud jest občas silně eutrofisován. Obývá jest výhradně jen masami *Cyclops (C.) vicinus-brevicornis*. Lokalita v Kralicích jest pak typickým, silně eutrofním rybníčkem návesním, jehož celá hladina pokryta jest silným, modrozeleným škraloupem vodního květu (*Microcystis flos*

poukazovati obrázky FRIČOVY (18) na to, že i on pracoval již s novým poddruhem *brevicornis*, což by poukazovalo zároveň na jeho jisté geografické omezení. Tento dohad vyžaduje ovšem ještě ověření dalšími zkušenostmi.

*aguae*). Kromě *C. v. brevicornis*, žije zde ještě v ohromných masách perlo-očka *Moicea rectirostris*.

Konečné slovo o variabilitě a oekologické specialisaci poddruhu *C. vicinus-brevicornis* bude možno vynésti ovšem až po dalších zkušenostech.

## ZUSAMMENFASSUNG.

### Zur Kenntnis des Subgenus *Cyclops*, besonders der Art *Cyclops vicinus* in Böhmen.

In der Einleitung gibt der Verfasser eine kritische Übersicht der neuesten Systematik des Subgenus *Cyclops* und weist gleichzeitig auf großen Mangel der die neuen Arten der Gruppe *strenuus* betreffenden Erfahrungen hin, von der in Böhmen vorläufig mit Sicherheit nur 4 Formen festgestellt werden konnten: *Cyclops strenuus* ssp. *strenuus* FISHER (ŠRÁMEK 1938, Pardubice, Uhl. Janovice), *C. vicinus* s. lat. (FRIČ a VAVRA 1895, Dol. Počernice; ŠRÁMEK 1938, Uhl. Janovice), *C. furcifer* CLAUS (ŠRÁMEK 1938, Pardubice) und *C. bohemicus* ŠRÁMEK (ŠRÁMEK 1938, Schwarzer See i. Böhmerwald).

Im ersten Abschnitt seiner Arbeit beschäftigt sich der Verfasser mit einer gründlichen Bearbeitung der Art *Cyclops* (*C.*) *vicinus* aus der Umgebung von Kohljanowitz (Uhlířské Janovice) in Mittelböhmen. Nach dem Beurteilen aller qualitativen Merkmale (Abb. 1—9) und nach gründlicher Aufarbeitung aller quantitativen Merkmale nach der Methode KOZMINSKIS (S. Tab. I a II) gelangt der Verfasser zum Schlusse, daß es sich um eine neue Unterart *Cyclops* (*C.*) *vicinus-brevicornis* subsp. n. handelt.

Diagnose (geschlechtsreife Weibchen): Der Körper, verhältnismäßig lang und schlank, mißt (mit Furka und ohne Apikalborsten) durchschnittlich 1748 (1692—1857)  $\mu$ , die Furkaläste sind durchschnittlich 6,5mal so lang wie breit. IV. Thoraxsegment ist hinten bedeutend breiter als vorne und bildet hier breite, spitzige, seitwärts gerichtete, manchmal auch distal eingebogene Flügel. V. Thoraxsegment ist viel schmaler als das vierte und ist seitwärts in scharfe Spitzen und etwa in der Mitte seiner freien Distalränder in deutliche Ausläufer ausgezogen. I. Abdominalsegment ist vorne (etwa in seinem ersten Viertel) fast geradlinig verbreitert, worauf es wieder in gleicher Weise enger wird, so daß es einen fast deltoidförmigen Umriss annimmt. *Long. set. apic. int.* in  $\frac{1}{100}$  *long. set. apic. ext.* wie beim Typus (= durchschn. 226), aber: *Long. set. apic. med. int.* in  $\frac{1}{100}$  *long. corp.* 274, *Long. ant. I. par* in  $\frac{1}{100}$  *long. corp.* nur 447,8, *Long. furc.* in  $\frac{1}{100}$  *long. corp.* 143, *Long. abd.* in  $\frac{1}{100}$  *long. cphth.* 50,3.

**Vorkommen und Oekologie:** Die Unterart wurde bisher in einigen Fundstellen in der Umgebung des Städtchen Kohljanowitz (Uhřířské Janovice) in Mittelböhmen festgestellt. Am besten zusagen ihr sichtbar stark eutrophe Kleingewässer, wo sie auch zur Sommerzeit in großen Massen vorkommt und Ende August eine starke Geschlechtsperiode ausweist. Die Feststellungen KOZMINSKI — welcher bei den Sommerkolonien von *Cyclops vicinus* eine deutliche „fysiologische Depression“ beobachtete und die Unterart *kikuchii* sogar nur in den Wintermonaten fand — können sich also auf die Unterart *brevicornis* nicht beziehen. — Beobachtungen über das Vorkommen im Winter konnten leider bißjetzt nicht vorgenommen werden, die Angaben von FRIČ und VAVRA bestätigen jedoch das Vorkommen während des ganzen Jahres. (Die qualitativen Merkmale der unterpotschernitzer Exemplare wurden nicht bearbeitet. Da aber die Abbildungen des IV. und V. Thoraxsegmentes, welche FRIČ u. VAVRA in ihrer Arbeit veröffentlichen, mit denjenigen des *C. vicinus-brevicornis* fast ganz übereinstimmen, setzt der Verfasser voraus, daß es sich um eine und dieselbe Unterart handelt.)

#### LITERATURA.

1. BAYER EM. a BAJKOV AL. 1929. Hydrobiologická studia rybníků ledučnických. Sborník Vys. školy zemědělské, Brno.
2. FRIČ A. a VAVRA V. 1895. Zvěřena rybníků Dolno-Počernického a Kačležského. Archiv pro přír. výzkum Čech, sv. 9, č. 2. Praha.
3. HRUBÝ Z. K. 1936. Objektivní hodnocení pokusných výsledků. Věda přírodní XVI, Praha.
4. JOHANSEN W. 1926. Elemente der exakten Erblichkeitslehre. 3. Aufl., Jena.
5. KIEFER FR. 1929. Cyclopoida-Guathostoma. Das Tierreich, Lief. 53. Berlin-Leipzig.
6. KOZMINSKI Z. 1927. Über die Variabilität der Cyclopiden aus der strenuus Gruppe auf Grund von quantitativen Untersuchungen. Bull. Int. Acad. Polon. Sc. Lettr. Suppl. I, Cracovie.
7. KOZMINSKI Z. 1933. Badania morfometryczne i ekologiczne nad oczlikami (Cyclopidae) z grupy strenuus. Arch. Hydrob. i Rybaetwa 7. Suwalki.
8. KOZMINSKI Z. 1934. Über die morphologische Gruppierung der Arten des Subgenus Cyclops. Mém. Acad. Polon. Sc. Lettr. Cracovie.
9. KOZMINSKI Z. 1936. Morphologische und ökologische Untersuchungen an Cyclopiden der strenuus-Gruppe. Int. Revue d. ges. Hydrob. u. Hydrographie, Bd. 33, Hft. 3/4.
10. MRÁZEK AL. 1893. Příspěvky k poznání sladkovodních Copepodů. Věstník Čes. spol. nauk, tř. mat. přír., sv. 8. Praha. (Auch deutsch.)
11. PESTA OTTO 1928. Copepoda in: Tierwelt Deutschlands, Teil 9, Jena.
12. RZÓSKA J. 1925. Studja nad skorupiakami widlonogiem (Copepoda) W. Ks. Poznanskiego. Prace Kom. Mat. Przyr. Nauk. B. 3, Poznan.
13. RZÓSKA J. 1930. Biometrische Studien über die Variabilität einer Cyclopiden-gruppe (*C. strenuus* s. lat.). Arch. Hydrob. i Ryb. 5. Suwalki.

14. SARRS G. O. 1918. An account of the Crustacea of Norway, VI. Copepoda-Cyclopida. Bergen.
  15. SCHEMEL OTTO 1893. Deutschland freilebende Süßwassercopepoden. I. Cyclopoidea. Cassel.
  16. SMIRNOV S. S. 1932. Notizen über einige Süßwasser-Copepoden Japans. Annot. Zool. Japon. 13.
  17. ŠRÁMEK-HUŠEK RUD. 1938. Klíč k určování českých buchanek čeledi Cyclopidae. Časopis Nár. musea roč. 62, Praha. (Résumé franc.)
  18. ULJANIN N. W. 1875. Rakoobraznyja (Crustacea). Pretiešestvije w Turkiestan Fedtschenko. 6. II. Zoogeogr. izsl. 3. St. Petersbourg-Moskwa.
  19. WIERZBICKA M. 1933. Sur les résultats du croisement de certaines formes du groupe *C. strenuus* s. l. C. R. M. de seanc. Cl. Sc. Math. Natur. Acad. Polon. Sc. Lettr. Octobre 1933. Cracovie.
-





## XV.

# Stratigrafické postavení kyšického rudního obzoru.

Dr. FERDINAND PRANTL.

(Předloženo ve schůzi dne 20. listopadu 1940.)

Rudní obzor kyšicko-ejpovický, který je doposud otevřen denním odklizem a dolem „na klínách“ blíže železniční trati záp. Ejpovic [„Bartholomäi-Zeche“ dle LIPOLDA 1863; Antonínova štola dle R. KETTNERA 1917; štola Bartolomějská (Antonínská) dle C. PURKYNĚ — 1918], náleží mezi nejzápadněji položená ložiska českých ordovických železných rud, která se usadila těsně při původní pobřežní čáře skiddavské transgresse v této části Barrandienu.

Kyšické rudní ložisko bylo až dosud bez výjimky kladeno do vrstev komárovských —  $d\beta$ . R. KETTNER (1917) označil dokonce tamní rudy za stratigraficky stejnocenné s vrstvami eulomovými, a vyslovil předpoklad, že v kyšicko-ejpovickém rudním obzoru se rudy a eulomové břidlice vzájemně facielně zastupují. Do vrstev osecko-kváňských —  $d\gamma$  byly pak kladeny pouze černé, jemně slídnaté břidlice z bezprostředního nadloží ložiska. Z těchto nadložních břidlic, a to z polohy černé oolitické rudy na basi polohy černých kvarciticých břidlic, vystupujících ve vzdálenosti 4—5 m v nadloží vlastního rudního ložiska, pochází také jediná dosud z těchto míst známá zkamenělina, pygidium pro pásmo  $d\gamma_1$  význačného trilobita *Symphyurus (Colpocoryphe) arago* (Roualt). (R. KETTNER — 1917); (F. SLAVÍK — 1919). Proto byla hranice pásem  $d\beta$ — $d\gamma$  v kyšicko-ejpovickém rudním obzoru vedena na rozhraní rudy a nadložních břidlic, ačkoliv tím přímý biostratigrafický důkaz o příslušnosti ložiska k vrstvám komárovským —  $d\beta$  vlastně podán nebyl.

Ačkoliv M. V. LIPOLD (1863) podotkl, že rudní lože v „Bartholomäi-Zeche“ (t. j. důl „na klínách“) neobsahuje žádných hluchých vložek, přece byla zde v poslední době hornickými pracemi zjištěna mezi t. zv. „červenou rudou“ slabá, jen cca 200 cm mocná, vložka břidličná, která je jak vůči podloží tak vůči nadloží ostře ohraničena. V této vložce,

kteřá patrně tvořl protáhlou čočku na obě strany se vykličující, je možno litologicky rozeznati dva oddíly. Spodní oddíl je tvořen černými, jemně muskovitickými, výborně štěpnými břidlicemi, které neobsahují ani stopy oolitické příměsí. Ojedlněle se v ní vyskytují pouze drobné, válcovité pyritické konkrece, bezpochyby organogenního původu (? fukoidy). Svrchní oddíl, mnohem slabší předešlého, je tvořen nedokonale štěpnou, tmavošedou, slabě nazelenalou břidlicí s hojně vtroušenými velkými oolity černé barvy.

V této spodnější, dobře štípatelné břidlice bez oolitů, je místy obsažena bohatá, biostratigraficky důležitá nekrocenosa, převážně graptolitová. Společně s p. A. PŘIBYLEM podařilo se mi určitl odtud hojně, dobře zachované větve druhu *Didymograptus clavulus clavulus* Perner a *D. clavulus lapworthi* Perner. Mimo to nalézají se zde hojně i úlomky skořápek stratigraficky bezvýznamné *Archaeoconularia insignis* (Barrande). V nejspodnějších břidličných polohách byl konečně nalezen i *Didymograptus aff. marchisoni geminus* (Hisinger) a *Didymograptus sp.\**) a j.

Výše zmíněné druhy, *D. clavulus clavulus*, a *D. clavulus lapworthi* tvořl velmi významné společenstvo pro svrchní oddíl vrstev šáreckých —  $dy_1$ , charakterisující zonu *Didymograptus clavulus*, jak dokázal B. BOUČEK (1932). Druh *D. marchisoni geminus* bývá pak vázán na zcela úzký obzor v podložl této zony (B. BOUČEK — 1932).

Tento nález dokazuje, že část kyšicko-ějpovického rudního obzoru, nalézající se v nadložl právě zmíněné břidličné polohy, náležl nikoliv vrstvám komárovským —  $d\beta$ , nýbrž vrstvám šáreckým —  $dy_1$  a to jejich mladší, svrchnější částl, zoně *Didymograptus clavulus*. Proto je nutno předpokládatl, že i ruda, alespoň z částl, v podložl této břidličné vložky náležl rovněž vrstvám šáreckým —  $dy_1$ , a to jejich spodnímu oddílu, zoně *Didymograptus v. fractus volucer*. Černé břidlice v nadložl rudy náležl tedy vrstvám dobrotivským —  $dy_2$ . Proto je třeba posunoutl hranici mezi vrstvami komárovskými —  $d\beta$  a vrstvami šáreckými —  $dy_1$  v rudním obvodu kyšicko-ějpovickém mnohem níže, po případě až na spodní hranici ložiska vůči podložním břidličným tuftům, spočlvajícím nesouhlasně na algonkické m podkladě. Její přesné

\*) Není bez zajímavosti připomenoutl, že graptoliti nebývají po vrstevních plochách volně roztroušeni, nýbrž tvořl většinou drobné shluky, tvořené nahloučením množství více méně rovnoběžně, jednostranně uspořádaných jedinců. Tento úkaz silně připomíná podobné zjevy, popsane z českého ludlow B. BOUČEKEM (1932), které jsou vykládány jako účinek mořského proudění. Toto nápadné uspořádaní graptolitových zbytků spolu se skutečností, že v této břidlicl chybí i sebe menší příměs oolitů, mělo by být bráno v úvahu i při vykladech o příčinách a způsobu vzniku českých železných ordovických rud.

stanovení není dnes ovšem bez dalších dokladů paleontologických ještě možné.

Ale i tak je možno pokládati rudní obzor kyšicko-ejpovický v ohledu stratigrafickém za pokračování sousedního obzoru klabavsko-oseckého, umístěného rovněž na basi vrstev šáreckých —  $d\gamma_1$ . Je ovšem zajímavé, že eulomové břidlice pásma  $d\beta$ , které všude jinde na Rokycansku, t. j. v místech vzdálenějších od okrajové čáry skiddavské transgrese, tvoří výrazné podloží klabavsko-oseckého rudního obzoru, nejsou při okraji Barrandienu, v okolí Kyšic a Ejpovic vůbec vyvinuty.

Tento názor o příslušnosti rudního obzoru kyšicko-ejpovického k vrstvám šáreckým —  $d\gamma_1$  je dále biostratigraficky podporován tím, že zcela shodné společenstvo graptolitů z ony *Didymograptus clavulus* bylo již dříve zjištěno B. BOUČKEM (1932) v podloží třetího krevelového obzoru na Krušné Hoře u Hudlic, kladeného dříve rovněž do vrstev komárovských —  $d\beta$ .

Nepokládám proto za upřílišněný náhled, že rudní obzor kyšicko-ejpovický je nejen stratigraficky rovnocenný obzoru klabavsko-oseckému, ale že spolu s ním náleží témuž význačnému rudnímu horizontu, vyvinutému na basi vrstev osecko-kváňských —  $d\gamma$ , který je znám i z jiných míst Barrandienu (Krušná Hora u Hudlic, Hřebeny u Hostomic a j.).

Ku konci pokládám za svou milou povinnost poděkovati kol. dr. K. ŽEBEROVI, který mne na výskyt fauny u Kyšic upozornil.

Září, 1940.

Národní museum v Praze.

## Die stratigraphische Stellung des Kieschitzer Erzlager.

(Zusammenfassung des böhm. Textes.)

Die bekannte Eisenerzlager in Kieschitz, ganz im nordwestlichen Flügel des Barrandiens, wurde bisher zu den Komrauer Schichten —  $d\beta$  gerechnet, und, wie es R. KETTNER (1917) betont hatte, als stratigraphisch gleichwertig mit dem ganzen Euloma-Schieferkomplex angesehen. Nur die hangenden, schwarzen, etwas glimmerigen Schiefer wurden als Wossek-Kwainer Schichten —  $d\gamma$  festgestellt. Nämlich in diesen Schiefeln und zwar in einer Einlagerung von quarzitischen Schiefer, welche etwa 4—5 M im Firste des Erzlagers vorkommt, wurde seiner Zeit das Pygidium eines für die Stufe  $d\gamma$  kennzeichnendes Trilobites, *Symmphysurus (Colpocoryphe) arago* (Roualt) gefunden (R. KETTNER 1917; F. SLAVÍK 1919). Andere Tierreste sind an dieser Stelle bisher nicht bekannt.

Neuerdings wurde aber in einer schmalen, etwa 200 cm mächtigen Einlagerung von schwarzen, petrographisch mit den hangenden Schichten fast identischen Schiefen in dem Roterz eine reiche, biostratigraphisch sehr wichtige Faunengesellschaft von *Didymograptus* gefunden. Nach meiner und Herrn A. PRIBYL Bestimmung handelt sich um folgende Arten: *Didymograptus clavulus clavulus* Perner, *D. clavulus lapworthi* Perner, *D. purchisoni geminus* (Hisinger), *Didymograptus* sp. u. a. m. Daneben kamen hier auch Reste von *Archaeoconularia insignis* (Barrande) vor. Die zwei erstbenannte *Didymograptus*-Arten sind höchst kennzeichnende Formen für die obere Hälfte der Scharka-Schichten —  $dy_1$ , und zwar für die Zone *D. clavulus* (B. BOUČEK — 1932). Diese Tatsache weist daraufhin, daß mindestens ein Teil des Kieschitzer Erzlager, von den oben erwähnten Schiefereinlagerung hinauf, aus biostratigraphischen Gründen zu den Scharka-Schichten —  $dy_1$  zugerechnet werden muß. Die hangenden schwarzen Schiefer müssen also als die Stufe  $dy_2$  bezeichnet werden.

Die eigentliche Grenze zwischen den Komrauer- und Scharka-Schichten ( $d\beta$ — $dy_1$ ) soll auf dieser Stelle viel tiefer gezogen werden, wahrscheinlich bis auf der Grenze des Erzlagers gegen die liegenden tuffitischen Schiefer, welche auf den algonkischen Gesteine transgredieren.

Zwischen den anderen böhmischen Eisenerzlagern von ordovizischen Alter kann man dieses Kieschitz-Eipowitzer Erzhorizont biostratigraphisch mit den von Krušná Hora bei Hudlitz vergleichen. Auch diese Lagerstätte wurde früher zu den Komrauer Schichten —  $d\beta$  gerechnet, und erst B. BOUČEK (1932) hatte in der Sohle des dritten Eisenerzhorizontes hier dieselbe Graptolitenvergesellschaftung der Zone *Didymograptus clavulus* gefunden, welche jetzt bei Kieschitz festgestellt wurde.

Es scheint also, daß das Eisenerzvorkommen in den Scharka-Schichten —  $dy_1$  in der Umgebung von Kieschitz und Ejpowitz, ganz am nordwestlichen Rande des mittelböhmischen Untersilurbeckens, welche Lage auch verursachte daß die Euloma-Schiefer der Stufe  $d\beta$  hier, in der Nähe der Küste, sich nicht entwickelt haben, nicht nur mit den Klabawa-Wosseker Eisenerzhorizont übereinstimmt, sondern zu den wichtigen, im Bereiche des Barrandiens viel mehr ausgedehnten Erzhorizont am Basis der Wossek-Kwainer Schichten —  $dy$  angehört (Krušná Hora bei Hudlitz, Hřebený bei Hostomitz, usw.).

## Použité spisy.

- B. BOUČEK — Příspěvek k poznání českých Didymograptů. ČNM, CVI, 119—133, Praha 1932.
- B. BOUČEK — Zbytky graptolitů jako ukazatelé fosilních vodních proudů. Zvl. otisk z: Věda přírodní, XIII, Praha 1932.
- F. KATZER — Über die Grenze zwischen Cambrium und Silur in Mittelböhmen. Sitz. d. k. G. d. Wiss. XVIII, Prag 1900.
- R. KETTNER — Příspěvek k stratigrafii vrstev komárovských (Dd) a osecko-kváňských (Dd). Rozpr. II. tř. Č. akad. XXVI, 53. Praha 1917.
- M. V. LIPOLD — Die Eisensteinlager der silurischen Grauwackenformation in Böhmen. Jahrb. d. k. g. R.-A. XIII, 339—448, Wien 1863.
- C. PURKYŇE — Nástin geologických poměrů okolí Klabavy. Brdský Kraj, I, 184—189, Rokycany 1909.
- F. SLAVÍK — Železné rudy a sedimenty spodního siluru z okolí klabavského. Sbor. hist. musea v Plzni, IV, 46—49, Plzeň 1919.
-



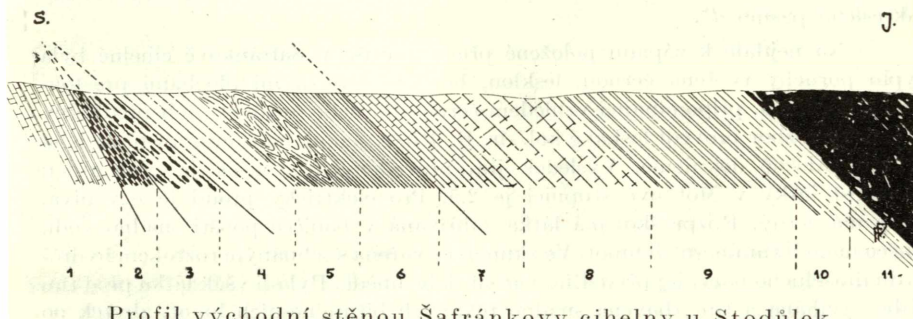
## XVI.

### Príspevek k poznání siluru v okolí Stodůlek.

Dr. FERDINAND PRANTL a ALOIS PŘIBYL.

(Předloženo ve schůzi dne 20. listopadu 1940.)

Během léta 1940 podařilo se nám vysbíratí a zpracovati bohatou graptolitovou faunu v dočasných odkryvech ve stěnách Šafránkova cihelny u Stodůlek. Protože vedle stanovení graptolitových společenstev v jednotlivých graptolitových zónách přinesla tato práce i nové poznatky o detailní tektonické stavbě siluru v okolí Stodůlek a zároveň i další, biostratigraficky důležité příspěvky o souslednosti českých grapto-



Profil východní stěnou Šafránkova cihelny u Stodůlek.

1 = křemence kosovské —  $d\zeta_2$ ; 2 = zóna *Demirastrites convolutus*; 3 = diabasové tuffy a tuffitické břidlice; 4 = zóna *Monograptus crispus*; 5 = zóna *Monoclimacis griestoniensis griestoniensis*; 6 = zóna *Spirograptus subconicus*; 7 = zóna *Cyrtograptus perneri*; 8 = přechodní zóna (? *C. radians*); 9 = zóna *Monograptus testis*; 10 = zóna *Monograptus scanicus-nilsoni*; 11 = diabasové tuffy a mandlovec.

litových zón vůbec, dovolujeme si o tomto odkryvu podati podrobnější zprávu.

Šafránkova cihelna u Stodůlek nalézá se asi na poloviční cestě mezi Stodůlkami a Řeporyjemi, východně od koty 356 na silnici mezi Řeporyjemi a Stodůlkami, při polní cestě, vedoucí od koty 356 k jinonické silnici; již. koty 360, již. Stodůlek.

Pod pokrývkou (cca 4—5 m mocnou) svahových hlin vystupují v Šafránkové cihelně nejvyšší polohy křemenců kosovských —  $d\zeta_2$ , graptolitové břidlice vrstev želkovických —  $ex_1$ , motolských —  $ea_2$ , a nejspodnější polohy vápenců budňanských —  $e\beta_1$ , vyvinutých



zde však rovněž jako graptolitové břidlice.<sup>1)</sup> Svrchnosilurské souvrství má v těchto místech směr VSV—JZJ (hora 4,5—5), a upadá pod dosti příkrým, ač nestejným úhlem k JVJ. Tektonické nadloží tohoto souvrství tvoří pak souhlasně ukloněné vrstvy zahořanské —  $d\varepsilon$ , vystupující v poli již. cihelny; v silničním zářezu na jinonické silnici u posledních domků řeporyjských, již. cihelny, byl v pásmu  $d\varepsilon$  zjištěn kol. dr. K. ŽEBEROU obzor s bohatou faunou mechovkovou.

Celý v Šafránkově cihelně odkrytý vrstevní komplex je prostoupen třemi příčnými poruchami, podle nichž je vždy východnější kra vůči sousední posunuta dále k SV.<sup>2)</sup>

Mimo to jsou graptolitové břidlice v těchto místech porušeny soustavou vzájemně více méně rovnoběžných, kerných přesmyků, které dodávají celému souvrství význačnou doškovitou stavbu. Jednotlivé, těmito směrnými poruchami omezené kry jsou poměrně malých rozměrů, a úklon poruchových ploch neuchyluje se příliš od úklonu vrstev

<sup>1)</sup> Na geologické mapě list: Kladno, 3952 je v místech Šafránkovy cihelny zakresleno pásmo  $d\varepsilon$ .

<sup>2)</sup> Na nejdále k západu položené příčné poruše v Šafránkově cihelně byla výplň poruchy tvořena černou, lesklou, hojnými skluznými plochami prostoupenou horninou, připomínající vzhledem černé uhlí nebo antracit. Její předběžný chemický rozbor provedl laskavě kol. dr. R. ROST, jemuž na tomto místě za jeho ochotu srdečně děkujeme. Výsledek jím provedených zkoušek je následující: „Tvrdost látky v Mohsově stupnici je 2,5. Pro elektrický proud je nevodivá. Vryp má černý. Rozpráškovaná látka zahřívána v baniče pouští snadno vodu a něco málo bituminesních hmot. Ve zkumavce vařena s sehnáním roztokem hydroxydu draselného barví jej při delším vaření slabě hnědě. Byla-li však látka před tím slabě vyžihána a tím zbavena snadno tékavých bituminesních hmot, zbytek po vyžihání již roztokem hydroxydu draselného nebarví. Vařena s konc. kyselinou solnou barví tato látka roztok do špinavě zelená a s konc. kyselinou dusičnou do hněda. V benzenu se ani za tepla znatelněji nerozpouští. Úlomky hmoty vnesené do nesvitivého plamene Bunsenova hořáku se rozžhavují, ale nehoří plamenem. Podobně se tato látka chová i před oxydačním plamenem dmuchavky. Vyžihána hornina má po vychlazení na povrchu na místech žihání špinavě šedý popel.

Jemně rozpráškovaná látka byla vysoušena v elektrické sušárně při 110° C a zjištěno, že ztrácí na váze asi 20% (H<sub>2</sub>O). Po vysušení byl pak zbytek žihán v nakloněném porcelánovém kelímku Meckerovým kahanem asi dvě hodiny, a stanoveno, že úbytek na váze činil asi 70% (= spalitelné hmoty). V kelímku zbylo asi 10% hnědošedého popela, který se ve zředěné kyselině solné snadno s větší částí rozpouštěl v roztok, v němž dokázány jako převládající ionty Fe<sup>+++</sup>, Al<sup>+++</sup> a Ca<sup>++</sup>; v nerozpustném zbytku kyselina křemičitá. Uvedené zkoušky dokazují, že zkoumaná látka není lupkem, antracitem, kamenným uhlím ani tvrdým asfaltem. Lze ji označiti jako uhelnou látku, čili bitumen, který se na dislokační ploše soustředil ve větší míře.“

Tento názor zdá se býti velmi pravděpodobným vzhledem k tomu, že v metamorfovaných českých silurských břidlicích graptolitových je zcela jemně rozptýlený bitumen v nepatrném množství vždy přítomen.

samých. Proto by bez vysbírání graptolitových společenstev v jednotlivých vrstvách mnohé z nich mohly snadno uniknouti pozornosti, zvláště když litologický ráz břidlic v celém souvrství je vzájemně silně podobný.

Pruh graptolitových břidlic, odkrytých v Šafránkově cihelně, je poměrně úzký. Jeho zdánlivá mocnost nepřesahuje cca 40 m, a jeho tektonické omezení jak vůči podložním křemencům kosovským —  $d\zeta_2$  tak vůči nadložním vrstvám zahořanským —  $de$  podmínilo patrně i jeho význačně doškovitou stavbu. Zároveň tvoří tento výskyt do značné míry úplnou obdobu známých „kolonií“ ve smyslu BARRANDOVĚ.

Jednotlivé graptolitové zony byly v Šafránkově cihelně sledovány ve třech dílčích profilech, aby byly pokud možno vykořistěny i ty vrstvy, které jsou na některých místech již vydobyty nebo značnější měrou tektonicky rozdrčeny neb vyvlečeny.

### I. Profil východní stěnou cihelny. (Délka cca 40 m.)

1. V podloží souvrství graptolitových břidlic vystupují při dnešní severní hraně cihelny křemence kosovské —  $d\zeta_2$ . Mezi jednotlivými, obvykle příčně rozpukanými lavicemi křemenců jsou vloženy nestejně mocné polohy měkkých, jílovitých, žlutozelenavých břidlic, které neobsahují zkameněliny.

2. V nadloží pásma  $d\zeta$  probíhá velká směrná porucha, za níž následují již graptolitové břidlice vrstev želkovických —  $ex_1$ , zastoupených zde poměrně mladou zónou *Demirastrites convolutus* (svrch. Llandovery), v mocnosti asi 1,50 m. Spodnější polohy vrstev želkovických —  $ex_1$  (zóna *Pristiograptus cyphus* — subzóna *Rastrites approximatus geinitzi*) zde chybí, a jsou bezpochyby tektonicky odříznuty.

Zóna *D. convolutus* je v těchto místech tvořena slídnato-písčítými, slabě grafitickými břidlicemi, které poskytly následující, pro ni význačné společenstvo: *Demirastrites convolutus* (His.), *D. communis* (Lapw.), *Monograptus lobiferus* (McCoy), *Pristiograptus limatulus* (Törq.), *P. n. sp.*, *Petalograptus folium* (His.), *Cephalograptus cometa* (Gein.), *Glyptograptus tamariscus* (Nich.), *G. cf. sinuatus* (Nich.), *Climatograptus sp.* (více druhů).

3. V nadloží této zóny, odděleny další směrnou, souklonnou poruchou spočívají diabasové tuffy a tuffitické břidlice v mocnosti asi 2,60 m. Zkameněliny se v nich nepodařilo zjistiti. Zato byly v nich nalezeny slabé, jen cca 10—15 mm mocné polohy křemito-písčitých, resp. tuffitických břidlic, které místy přecházejí až do „rohovecových pískoveců“.<sup>3)</sup>

<sup>3)</sup> Tyto horniny silně upomínají na vložky rohovecovitého rázu, zjištěné nedávno v graptolitových břidlicích  $ex_1$  v hlubočepském údolí u Řeporyj O. KODYMEM. (Vysvětlivky k geol. mapě list Kladno 3952. Knih. geol. ústavu sv. 17, Praha 1936.)

4. Mezi těmito druhotně přemístěnými tuffy a tuffitickými břidlicemi a následující zónou probíhá další směrný přesmyk, za nímž následují jemnozrné, černé až šedohnědé břidlice s vložkami bílých jíílů, náležející již nejspodnější zóně vrstev motolských —  $ex_2$ , zóně *Monograptus crispus* (Gala-Tarannon), v délce asi 6 m. Starší zony, které při neporušeném sledu vrstevním by měly býti vyvinuty mezi touto zónou a dříve zmíněnou zónou *Demirastrites convolutus* (zony *Monograptus sedgwicki* — *M. runcinatus*) jsou zde tedy opět tektonicky odříznuty.

Svrchu zmíněné, jen průměrně 25 mm mocné, vložky bílých jíílů<sup>4)</sup> neobsahují ani stopy po organických zbytcích. Zato v tmavých břidlicích této zony vyskytuje se množství dobře zachovaných graptolitů druhu: *Monograptus crispus* Lapw., *M. marri* Perner, *M. pandus* Lapw., *M. exiguus* Nich., *M. discus* Nich., *M. cf. dextrorsus* (Linn.), *M. sp. ex gruppe barrandei*, *Pristiograptus nudus nudus* (Lapw.), *P. pergratus* Přibyl, *Spirograptus spiralis* (Gein.), a *S. proteus* (Barr.). Jako ojedinělý zástupce benthonní fauny byla zde zjištěna *Lingula comes* Barr.

5. Tmavé, jílovité břidlice zony *M. crispus* přecházejí do následující zony *Monoclimacis griestoniensis griestoniensis* bez jakékoliv znatelnější změny litologického rázu. Rovněž vložky bílých jíílů jsou zde, jako v zóně předešlé, poměrně hojné. Celé souvrství je však dosti intenzivně zvrásněno, takže jeho mocnost nelze dobře odhadnouti. V profilu samém je odkryto v délce asi 5,5 m. Z druhů pro tuto zonu význačných byl zjištěn: *Monoclimacis griestoniensis griestoniensis* (Nis.), *Monograptus marri* Perner, *M. pandus* (Lapw.), *M. cf. holmi* Perner, *M. discus* Nich., *M. cf. sacculiferus* Bouček, *Spirograptus spiralis subconicus* (Törq.), *Pristiograptus largus* (Perner), *Plegmatograptus obesus* (Lapw.) a *Petalograptus cf. tenuis* (Barr.).

6. Přejchod mezi zónou *M. griestoniensis griestoniensis* a následující zónou *Spirograptus spiralis subconicus* děje se zcela pozvolně, při čemž litologický ráz břidlic zůstává dále stejným. Pouze vložky bílých jíílů, v obou předešlých zónách hojné, nejsou již zde zastoupeny. Břidlice této zony, odkryté asi v délce 6 m, poskytly tyto dobře zachované graptolity: *Spirograptus spiralis subconicus* (Törq.), *Monoclimacis cf. vomerina* (Nich.), *M. cf. geinitzi* (Bouček), *Monograptus priodon* (Bronn.) a j. (Podrobnější seznam druhů této zony je uveden v přehledu druhého dílčího profilu).

7. Nadloží zony *Spirograptus spiralis subconicus* je ufato další směrnou poruchou, za níž následující graptolitové vrstvy náležejí

<sup>4)</sup> Podobné bělavé, ale méně pělittické horniny byly v pásmu  $ex_1$  v okolí Řeporyj („kolonie *Archiac*“) zjištěny B. BOUČKEM — 1936 (Rozpr. 2. tř. Čes. akademie, sv. XLVI, č. 27).

vysokým polohám svrchního wenlocku, charakterisované zónou *Cyrtograptus perneri*. Celý vrstevní soubor, který byl zahrnoval zónu *Monoclimacis crenulata* — zónu *Cyrtograptus ramosus*, není zde rovněž zachován. Zóna *Cyrtograptus perneri* je tvořena poměrně mocnou (cca 8 m) polohou šedohnědých jílovitovápnitých břidlic, které jsou místy značně popraskané a drobnivé. Chovají však četné, černě fossilisované graptolity, z nichž nejhojnější jsou: *Cyrtograptus perneri* Bouček, *Monograptus flemmingi flemmingi* (Salt.), *M. flemmingi n. var.*, *Monoclimacis flumendosae* (Gort.), *Pristiograptus pseudodubius* (Bouček), *Pristiograptus dubius n. mut.* Z jiných zkamenělin nalezen zde pouze *Ceratiocaris sp.*

8. Následující, petrograficky zcela shodně vyvinuté, asi 9 m mocné přechodní vrstvy, náležejí dosud nezjištěné zóně (? snad z. *Cyrtograptus radians*), v nichž nalezeny černě fossilisované graptolity: *Monograptus flemmingi flemmingi* (Salt.), *Pristiograptus pseudodubius* (Bouček) a *Cyrtograptus sp.* (větev typu *radians* nebo *hamatus*). Mimo to nalezeny zde blíže neurčitelné zbytky *Ceratiocaris sp.* a ojedinele i *Orbiculoidea cf. truncata* (Barr.).

9. Rovněž přechod mezi touto neznámou zónou a následující je velmi pozvolný, při čemž litologický ráz břidlic samých zůstává nezměněným. Podle nalezeného graptolitového společenstva klademe tyto břidlice již do nejspodnějších poloh zóny *Monograptus testis*. Nejhojnějším druhem jest zde *Cyrtograptus lundgreni* Tulb., který tvoří samostatnou polohu. Význačný *M. testis* Barr. objevuje se teprve výše. Nechybíme proto, budeme-li tyto spodnější polohy s hojným *Cyrtograptus lundgreni* Tulb. nazývat subzónou, zvláště když mocnost celé zóny *M. testis* je neúměrně velikou (přibližně 14 m).

9a. Subzóna *Cyrtograptus lundgreni* je význačena hojností následujících druhů: *Cyrtograptus lundgreni* (Tulb.), *Monograptus flemmingi flemmingi* (Salt.), *Pristiograptus pseudodubius* (Bouček) a *Monoclimacis flumendosae* (Gort.).

9b. Ve vlastní zóně *M. testis* byl pak zjištěn: *Monograptus testis* (Barr.), *M. flemmingi flemmingi* (Salt.), *M. flemmingi primus* Elles-Wood, *Pristiograptus pseudodubius* (Bouček), *P. dubius n. mut.*, *Cyrtograptus lundgreni* Tulb., *C. hamatus* (Baily) a *Monoclimacis flumendosae* (Gort.). Z benthonní fauny zjištěna ojedinelá *Glassia cf. philomela* (Barrande).

Další vrstevní sled je v dále 1,50 m zakryt ssutí.

10. Rozhraní mezi zónou *M. testis* a následující zónou *M. scanicus-nilsouii*, která náleží již spod. ludlow, je vyznačeno náhlou změnou litologického rázu. Jílovité, černé až šedohnědé břidlice zón předcházejících jsou vystřídány žlutohnědými, tuffitickými, špatně

štěpnými břidlicemi. V nich obsažení černě nebo hnědě fossilisované graptoliti tvoří společenstvo, význačné pro tuto nejspodnější zonu vrstev budňanských —  $e\beta_1$ : *Monograptus scanicus* (Tulb.), *M. crinitus* Wood., *M. uncinatus* Tulb., *Pristiograptus bohemicus* (Barr.), *P. dubius ludlowensis* (Bouc.), *P. chimaera* (Bouč.), *P. n. sp.* (ex gruppe *leintwardiensis*), *P. fritschi* (Perner).

Mimo to jsou v břidlicích hojně blíže neurčitelné zbytky *Orthoceras sp.* Za nový typ české benthonní fauny silurské je dále považovaná *Kolihaia eremita* n. gen. n. sp.<sup>5)</sup> Je ovšem zajímavé, že se zde v této zóně neshledáváme ani v nejmenším s tendencí ku tvorbě vápnitých konkréci, na jiných místech Barrandienu v pásmu  $e\beta_1$  tak hojných. Celková mocnost této zony obnáší asi 4 m.

II. V bezprostředním nadloží zony *M. scanicus-nilsoni* nalézají se diabasové tuffy a madlovce efusivního diabasového proudu, odkryté v dálce asi 5—6 m. Jimi končí vrstevní sled ve východní stěně Šafránkovy cihelny.

II. Profil zbytkem vrstevního sledu uprostřed cihelny, kde část souvrství na úpatí svážné nebyla odkopána. Vrstevní sled v těchto místech je úplnější nežli ve východní stěně cihelny. Některé zony, které jsou ve východní stěně tektonicky odříznuty, jsou v těchto místech ještě zachovány.

1. Nejspodnější část souvrství je tvořena šedohnědými až černými, jílovitými, dobře štěpnými břidlicemi, s pěkně zachovanými graptolity, kteří náležejí zóně *Spirograptus spiralis subconicus* ( $ex_1$ , Gala-Tarannon). Tato zóna, odkrytá zde v délce asi 8 m, je v těchto místech mnohem lépe přístupnou nežli tomu bylo ve východní stěně cihelny. Na základě v ní zjištěného graptolitového společenstva je možno rozlišovati v ní dvě subzóny; spodnější, subzóna *Monoclimacis crenulata*, a svrchní, subzóna *Diversograptus? pergracilis*. Subzóna *M. crenulata* byla dříve z českého siluru B. Boučkem (1931)<sup>6)</sup> uváděna jako zóna samostatná, a teprve později byla jím včleněna do zóny *S. spiralis subconicus*. Subzóna *Diversograptus? pergracilis* je uváděna poprvé.

1a. Subzóna *Monoclimacis crenulata* obsahuje: *Monoclimacis crenulata* (Törq.), *Monograptus parapriodon* Bouček, *M. cf. priodon* (Bronn.), *M. speciosus* Tulb., *M. cf. wimani* Bouč., *Spirograptus spiralis subconicus* (Törq.), *Pristiograptus aff. denemarkae* Přibyl, *P. sp.*, *Diversograptus? pergracilis* Bouč.

<sup>5)</sup> Ostnitá forma blízká rodu *Cornulites* Schloth., zjištěná již dříve na Býkoši v pásmu  $ex_2$  (A. PŘIBYL).

<sup>6)</sup> Knihovna Geol. ústavu atd., sv. 15, Praha 1931.

1b. Subzona *Diversograptus? pergracilis* poskytl: *Diversograptus? pergracilis* Bouček (velmi hojný, takže místy zcela přepĺňuje některé polohy, podobně jako u Hodkoviček A. PŘIBYL), *Spirograptus spiralis subconicus* (Törq.), *Monograptus speciosus* (Tulb.), *M. nováki* Bouček, *M. cf. priodon* (Bronn.), *M. cf. praecedens* Bouček, *Monoclimacis vomerina* (Nich.), *M. cf. geinitzi* (Bouč.), *Barrandeograptus pulchellus* (Tulb.), *Retiolites geinitzianus angustidens* Elles-Wood; mimo to zjištěn v této nekrocenose *Dawsonoceras annulatum* (Sow), a *Cyrtoceras sp. ind.*

2. Břidlice této zony přecházejí zvolna a neznatelně do vyšších poloh, které na základě v nich zjištěných graptolitů náležejí zoně *Monograptus probosciformis*. (Mocnost asi 1,50 m.) Z nich bylo určeno: *Monograptus probosciformis* Bouček, *M. priodon* (Bronn), *M. praecedens* Bouček, *M. speciosus* Tulb., *Monoclimacis cf. vomerina* (Nich.), *M. linnarsoni* (Tulb.), *Barrandeograptus pulchellus* (Tulb.), *Retiolites geinitzianus angustidens* Elles-Wood.

3. Přimo v nadloží zony *M. probosciformis* leží opět šedohnědé až černé, jílovité břidlice s hojnými graptolity, význačnými pro zonu *Stomatograptus grandis*. Mocnost této zony je opět asi 1,50 m, tedy přibližně stejná jako zony předešlé. Uvádíme odtud: *Stomatograptus grandis* (Suess), *Monograptus priodon* (Bronn), *M. cf. praecedens* Bouček, *Monoclimacis vomerina* (Nich.), *M. linnarsoni* (Tulb.), *Barrandeograptus pulchellus* (Tulb.), *Cyrtograptus cf. lapworthi* Tulb., *Retiolites geinitzianus angustidens* Elles-Wood; mimo to byl v této zoně nalezen *Desmograptus sp.* a *Discinocaris aff. dusliana* Nov.

4. Následují přechodní polohy s hojným *Monograptus priodon* (Bronn) a *Retiolites geinitzianus geinitzianus* Barrande, které tvoří přechod do zony *Cyrtograptus purchisoni*. Litologický ráz břidlic zůstává u srovnání s břidlicemi zon předcházejících nezměněným. Pouze nejvyšší polohy jsou poněkud metamorfované, popraskané, účinkem nadložních diabasových tuffů.

Společenstvo graptolitů v této zoně tvoří: *Cyrtograptus purchisoni bohemicus* Bouček, *Barrandeograptus pulchellus* (Tulb.), *Monograptus priodon* (Bronn), *M. kolihai kolihai* Bouč., *M. kolihai minor* Bouč., *M. sp. ex gruppe priodon*, *Monoclimacis vomerina* (Nich.), *M. cf. adunca* (Bouč.), *Retiolites geinitzianus geinitzianus* Barr.

5. Nadloží zony *Cyrtograptus purchisoni* tvoří v těchto místech asi 1,50 m mocná poloha bělavých, světlešedých až červenofialových diabasových tuffů. Tyto tuffy směrem k SVS se dosti rychle vyklíňují, směrem k JZJ nabývají zprvu na mocnosti (dosahují 3–4 m), ale dále k JZJ se opět rychle vytrácejí.

Další nadložní vrstvy jsou v tomto profilu již odkopány, a nalezneme je až v jeho pokračování dále k JZJ, kde tvoří profil III.

### III. Profil v jihozápadním cípu cihelny.

Jeho nejnižším členem, podobně jako v profilu právě popsaném, jsou břidlice zony *Spirograptus spiralis subconicus*, které jsou však v těchto místech silně zvrásněné a prostoupené četnými příčnými poruchami.

1. V jejich nadloží vystupují šedohnědé, blíže tuffů poněkud zpevněné břidlice zony *Cyrtograptus murchisoni* se stejným graptolitovým společenstvem jako v profilu výše zmíněném (II. — 4.).

2. Po nich následují diabasové tuffy, které se dále k JZJ rychle vyklíňují.

3. Přímo v nadloží tuffů nalézají se opět šedohnědé, místy značně zpevněné břidlice, které jsou do značné míry silně příčně rozpukány, takže je obtížným vydobýti z nich úplnější části graptolitů, jinak zde dosti hojných. Podle nalezených druhů náležejí tyto břidlice zoně *Cyrtograptus centrifugus*: *Cyrtograptus centrifugus* Bouček, *Barrandeograptus pulchellus* (Tulb.), *Monograptus priodon* (Brom), *Monoclimacis vomerina* (Nich.), *Retiolites geinitzianus geinitzianus* Barr.

B. BOUČEK (1934)<sup>7)</sup> kladl zonu *C. centrifugus*, až dosud známou pouze z „*Vyskočilký*“ u Malé Chuchle, do podloží zony *Cyrtograptus murchisoni*. Právě zjištěný vrstevní sled v Šafránkově cihelně však dokazuje, že zóna *C. centrifugus* náleží ve skutečnosti do nadloží zony *C. murchisoni*.

Další vrstevní sled v délce několika metrů nebylo možno zjistiti, protože břidlice jsou v těchto místech zcela odkopány.

4. Teprve o něco dále jsou zachovány šedohnědé, vápnité břidlice, chovající v množství pěkně černě fossilisované graptolity, kteří podle zjištěného společenstva náležejí zoně *Monograptus flexilis* (vrstvy motolské — *ex*<sub>2</sub>, svrch. wenlock). *Monograptus flexilis* Elles se v některých polohách vyskytuje v takovém množství, že zcela pokrývá vrstevní plochy. Z ostatních druhů s ním se vyskytují: *Pristiograptus dubius nov. mut. A.*, *P. dubius nov. mut. B.*, *Monoclimacis flunendosae* (Gortani) a *Plectograptus sp.*

5. Nadloží zony *M. flexilis* je utato souklonným kerným přemykem, za nímž následují břidlice zony *Cyrtograptus rigidus*. Proto nelze bezpečně rozhodnouti, zda tato zóna je mladší nebo starší zony *M. flexilis*. ELLES & WOOD<sup>8)</sup> uvádějí, že zóna *C. rigidus* se

<sup>7)</sup> B. BOUČEK, Centralblatt f. Min. etc. Abt. B, S. 477—494, Stuttgart 1934.

<sup>8)</sup> Paleontographica IX—X, London 1910—13.

## Přehled sledu graptolitových zon, odkrytých v Šafránkové cihelně u Stodůlek.

Ludlow spodní	diabasové tuffy a mandlovec zona <i>Monograptus scanicus-nilsoni</i>
Wenlock svrchní	zona <i>Monograptus testis</i> subzona <i>Cyrtograptus lundgreni</i> zona přechodní (? zona <i>C. radians</i> ) zona <i>Cyrtograptus perneri</i> dislokace zona <i>Cyrtograptus rigidus</i> dislokace zona <i>Monograptus flexilis</i> dislokace
Wenlock spodní	zona <i>Cyrtograptus centrifugus</i> zona <i>Cyrtograptus murchisoni</i> zona <i>Stomatograptus grandis</i> zona <i>Monograptus probosciformis</i>
Gala-Tarannon	<sup>11)</sup> zona <i>Spirograptus spiralis subconicus</i> (subzona <i>Diversograptus? pergracilis</i> , subzona <i>Monoclimacis crenulata</i> ) zona <i>Monoclimacis griestoniensis</i> zona <i>Monograptus crispus</i>
Llandovery	diabasové tuffy dislokace zona <i>Demirastrites convolutus</i> dislokace
Podloží	křemence kosovské — $d\zeta_2$

<sup>11)</sup> V profilu I. je v těchto místech porucha, v profilu II. nikoliv.



Přehled stratigrafie českých graptolitových zon doplněný podle nejnovějších výzkumů A. Přibyla — 1940 pro srovnání s odkryvem v Šrámkově cihelně u Stodůlek.

Ludlow spodní	$e\beta_1$	<p>zona <i>Pristiograptus fragmentalis</i>  zona <i>P. longus</i>  zona <i>P. leinwardinensis primus</i>  zona <i>Monograptus scanicus-nilsoni</i></p>
Wenlock svrchní		<p>zona <i>Monograptus testis</i>  subzona <i>Cyrtograptus lundgreni</i>  zona <i>Cyrtograptus radians</i>  zona <i>Cyrtograptus perneri</i>  zona <i>Cyrtograptus ramosus</i>  zona <i>Monograptus flexilis</i>  zona <i>Cyrtograptus rigidus</i></p>
Wenlock spodní	$ex_2$	<p>zona <i>Monograptus riccartonensis</i>  subzona <i>Monograptus firmus</i>  zona <i>Cyrtograptus insectus</i>  zona <i>Cyrtograptus centrifugus</i>  zona <i>Cyrtograptus naurehisoni</i>  zona <i>Stomatograptus grandis</i>  zona <i>Monograptus probosciformis</i></p>
Gala-Tarannon		<p>zona <i>Spirograptus spiralis subconicus</i>  subzona <i>Diversograptus? pergracilis</i>  subzona <i>Monoclimacis crenulata</i>  zona <i>Monoclimacis griestoniensis</i>  zona <i>Monograptus crispus</i>  zona <i>Monograptus runcinatus</i>  zona <i>Monograptus turriculatus</i>  zona <i>Ratrites linnaei</i></p>
Llandovery	$ex_1$	<p>zona <i>Monograptus sedgwicki</i>  zona <i>Demirastrites convolutus</i>  subzona <i>Ratrites approximatus geinitzi</i><sup>12)</sup>  zona <i>Demirastrites triangulatus</i>  zona <i>Demirastrites fimbriatus</i>  zona <i>Pristiograptus cyphus</i></p>

<sup>12)</sup> Tato subzona byla dříve označena jako subzona *Ratrites peregrinus*. (A. PŘIBYL, Věst. geol. úst. XIII, 274—278, Praha 1937.)

v anglickém siluru nalézají v podloží zony *Cyrtograptus linnarsoni* = odpovídající zoně *M. flexilis* v *Barrandienu*; druh *Cyrtograptus linnarsoni* dosud však v českém siluru zjištěn nebyl, pouze jej doprovázející forma *Monograptus flexilis* Elles. B. BOUČEK (1931<sup>9</sup>) klade proto zonu *C. rigidus* (z naleziště u Slavíků) do těsného podloží zony *Monograptus flexilis*. Jinak jsou břidlice této zony litologicky zcela totožné s předešlými a chovají toto význačné společenstvo: *Cyrtograptus rigidus* Tulb., *Monoclimacis flumendosae* (Gort.), *Monograptus flemmingi flemmingi* (Salt.), *Pristiograptus pseudodubius* (Bouček), *P. dubius nov. mut. A.*

6. Rovněž nadloží zony *C. rigidus* je opět zřetelně dislokováno, protože jsou v něm zastíženy břidlice mnohem mladší subzóny *Cyrtograptus lundgreni* s nepřiliš dobře zachovanými graptolity. (Jejich seznam je uveden níže pod č. 9.)

7. Dále je vrstevní sled znovu přerušen, a asi po 6 m jsou zde přístupny břidlice zony *Cyrtograptus muchisoni*, nebo alespoň jejího bezprostředního podloží. Nasvědčuje tomu zde zjištěné společenstvo, které skládají: *Monograptus kolihai* Bouček, *M. priodon* (Bronn) a *Monoclimacis romerina* (Nich.).

8. Pokračování vrstevního sledu je pak odkryto přímo v jižní stěně cihelny, kde jsou odkryty šedohnědé břidlice s hojnými, tmavě hnědě fossilisovanými graptolity, význačnými pro zonu *Cyrtograptus perneri*. Byl zde nalezen: *Cyrtograptus perneri* Bouček, *Monograptus flemmingi flemmingi* (Salt.), *Pristiograptus pseudodubius* (Bouček), *Monoclimacis flumendosae* (Gort.) a *M. sp.*

9. Nad touto zónou následují znovu pravděpodobně po dislokačním rozhraní šedé až šedohnědé břidlice zony *Cyrtograptus lundgreni*, které poskytly: *Cyrtograptus lundgreni* Tulb., *C. cf. hamatus* (Baily), *Monograptus flemmingi flemmingi* (Salt.), *M. flemmingi primus* Elles-Wood, *Pristiograptus pseudodubius* (Bouček), *P. sp.* a *Monoclimacis romerina* (Nich.). Jedna poloha břidlic této zóny je zcela přeplněna dosud neurčenými organickými zbytky, bezpochyby rostlinného původu (? řasy).<sup>10</sup>

### Závěr.

Výše uvedený podrobný přehled biostratigrafických poměrů graptolitových břidlic, odkrytých v Šafránkově cihelně u Stodůlek, podává nejen pokud možno úplný obraz graptolitových nekrocenů v jed-

<sup>9</sup>) B. BOUČEK, Věst. Geol. úst. VII, 86--98. Praha 1931.

<sup>10</sup>) Zcela shodné (? rostlinné) zbytky byly nalezeny již dříve na Býkoši v zoně *Monograptus testis*, a v Zadní Kopanině v zoně *M. scanicus-nilsoni* (A. PŘIBYL).

notlivých zonách, ale i některé doplňky k stratigrafii českého siluru vůbec.

1. Spodní polohy zony *Monograptus testis*, v nichž se tento druh ještě hojněji nevyskytuje, byly odděleny jako samostatná subzona *Cyrtograptus lundgreni*.

2. Zona *Spirograptus spiralis subconicus* rozdělena podle význačných druhů ve dvě subzony: subzona *Monoclimacis crenulata* a subzona *Diversograptus ? pergracilis*.

3. Stanovena správná stratigrafická poloha zony *Cyrtograptus centrifugus*, která náleží do bezprostředního nadloží zony *Cyrtograptus muchisoni*. Konečně bylo zjištěno, že graptolitové břidlice českého siluru jeví v odkryvu Šafránkovy cihelny u Stodůlek význačnou doškovitou stavbu.

Praha, říjen 1940.

*Národní museum, Praha.*

## Beitrag zur Kenntnis des Silurs in der Umgebung von Stodulek.

(Zusammenfassung des böhm. Textes.)

In dem Ziegelwerk des Herrn ŠAFRÁNEK bei Stodulek kommt eine etwa 40 m mächtige Schichtenfolge der silurischen Graptolitenschiefern vor, welche gegen den liegenden Kosower Quarziten —  $d\zeta_2$  (Asghilian), sowie gegen den hangenden Sahorschaner Schichten —  $d\varepsilon$  (Caradoc) tektonisch abgegrenzt ist, und also seiner sog. „Kolonie“ im Sinne J. BARRANDE'S entspricht. Daneben zeigt die ganze silurische Schichtenfolge einen kennzeichnenden Schuppenbau.

Die biostratigraphischen und tektonischen Verhältnisse der einzelnen Graptoliten-Zonen sind aus der folgenden Übersichtstafel erkennbar:

Weiter ist zu bemerken, daß die unteren Schichten der Zone *M. testis* auf Grund der hier erhaltenen Graptoliten-Vergesellschaftung als eine selbständige Unterzone *Cyrtograptus lundgreni* abgetrennt sind. Auch die Zone *Spirograptus spiralis subconicus* ist in zwei Unterzonen, und zwar eine tiefere — Unterzone *Monoclimacis crenulata*, und eine jüngere — Unterzone *Diversograptus ? pergracilis*, geteilt. Außerdem wurde festgestellt, daß die Zone *Cyrtograptus rigidus* nicht ins Liegende, sondern ins Hangende der Zone *C. muchisoni* zugehört.

Unt. Ludlow	Diabas-Tuff u. Mandelstein Zone Monograptus scanicus-nilsoni
Ob. Wenlock	Zone Monograptus testis Subzone Cyrtograptus lundgreni Überganszone (? Z. Cyrtograptus radians) Zone Cyrtograptus perneri Dislokation Zone Cyrtograptus rigidus Dislokation Zone Monograptus flexilis Dislokation
Unt. Wenlock	Zone Cyrtograptus centrifugus Zone Cyrtograptus murchisoni Zone Stomatograptus grandis Zone Monograptus probosciformis
Gala-Tarannon	Zone Spirograptus spiralis subconicus (= Subzone Diversograptus? pergracilis, u. Subzone Monoclimacis crenulata) Zone Monoclimacis griestoniensis Zone Monograptus cripus
Llandoverý	Diabastuff Dislokation Zone Demirastrites convolutus Dislokation
Liegendes	Kosower Quarziten — $d\zeta_2$



## XVII.

### Příspěvek k poznání stratigrafie skryjských břidlic $cb'_2$ .

Napsal **JOSEF JARKA** v Praze.

S jedním vyobrazením v textu.

(Předloženo ve schůzi dne 20. listopadu 1940.)

Odkryvy paradoxidových břidlic  $cb'_2$  českého středního kambria v oblasti skryjsko-týřovické jsou již od počátku geologického a paleontologického výzkumu v Čechách známy jako klasická naleziště bohaté a příznivě zachované střednokambriké fauny, zvláště trilobitové.

Dosavadní práce týkající se této oblasti zabývaly se buď systematickým popisem nebo studiem jednotlivých forem zde nalezených, aniž přihlížely k detailním poměrům biostratigrafickým a paleoekologickým. Práce rázu stratigrafického se spokojovaly s přehledným výčtem faunistických společenstev toho kterého naleziště.

Bližším studiem faunistických společenstev v jednotlivých polohách nebo podrobným rozbořem změny biostratigrafického obsahu celých profilů se dosud blíže nikdo nezabýval.

V této studii jsou podávány výsledky třinedělního sbírání v červenci roku 1939 v profilu na východním břehu Zbizožského potoka zvaném Dlouhá hora. Paleontologický materiál sbírali společně IngC. VLAD. ROTH, JAN PETRÁNEK a autor. Popud k práci dal p. prof. dr. R. KETTNER, jenž nás také společně s p. doc. dr. B. BOUČKEM navštívil a určil místo vhodné k vedení profilu.

Paleontologický materiál byl přesně určen pod vedením p. dr. F. PRANTLA v geologicko-paleontologickém oddělení Národního musea v Praze, kde je veškerý materiál také uložen.

Velikými díky jsem zavázán panu prof. dr. R. KETTNEROVI za všemožnou podporu a stálý zájem o práci a panu dr. F. PRANTLOVI za péči, kterou mně věnoval při zpracovávání materiálu.

Popisovaný profil se skládá z řady většinou umělých odkryvů, založených na pokraji lesa v údolíčku východozápadního směru, které vyústuje s pravé strany do Zbirožského potoka asi 75 m severně od místa, kde je na mapě v měř. 1 : 25 000 písmeno „B“, nápisu „Zbirover B“. Zkameněliny uváděné z jednotlivých odkryvů byly sbírány jen z „rostlé skály“ a nikoliv ze ssuti nebo volně ležících kamenů. Umístění jednotlivých odkryvů je zřejmé z připojené topografické skizzy, kterou za tím účelem laskavě zhotovil kolega IngC. VLAD. ROTH. Průměrný směr vrstev je zde přibližně  $h\ 3$  a sklon  $30^\circ$  k jihovýchodu. Celková mocnost souvrství skryjských břidlic  $cb'_2$  v těchto místech je podle geologické mapy KETTNEROVY (1923, tab. IV) asi 220 m, z čehož asi 160 m bylo zachyceno v popisovaném profilu mezi odkryvem č. 1 a horním okrajem skalek a srázů ZSZ od odkryvu č. 15. Do podložních pískovců a slepenců  $cb'_1$  zbývá ještě souvrství odhadované asi na 40 m, tvořené břidlicemi tmavými, pevnými, částečně zbřidličnatělými. Zkameněliny v nich se vyskytují velmi zřídka.

Na horním okraji výše zmíněných skalek a srázů podařilo se nalézt několik skrovných zbytků druhů *Ptychoparia striata* (Emmr.), *Phalacroma nudum* Corda a *Paradoxides rugulosus* Corda. JAHN (1895 — str. 738) píše, že v těchto břidlicích po dlouhém hledání nalezl: *Billingsela romingeri* (Barr.) vz., *Phalacroma nudum* Corda vz., *Paradoxides minor* (Boeck)\*) d. h., *Conocoryphe sulzeri* (Schloth.) jeden kus.

Množství zkamenělin objevuje se náhle až na

#### odkryvu č. 15.

Jest to pravděpodobně lokalita berounských sběratelů, o níž se zmiňuje JAHN (1895 — str. 741). Hornina jest modrošedá břidlice, nezřetelně vrstevnatá, příčně štěpná podle ploch břidličnatosti. Zkameněliny nejsou vázány na povrch vrstevních ploch, nýbrž jsou hustě a nepravidelně roztroušeny v celé hornině. Na čerstvém vzorku horniny vidíme, že zkameněliny jsou fossilisovány kalcitem. Z takovéto čerstvé horniny se však nesnadno preparují. Po vyvětrání kalcitu zbývá krásný negativ a jádro, a dutina po skořápce je vyplněna hnědým práškem limonitu. Převládající zkameněliny jsou *Billingsela romingeri* (Barr.), *Ptychoparia striata* (Emmr.), volné články cystideje *Lichenoides priscus* Barr. a *Conocoryphe sulzeri* (Schloth.).

Celkem zde byly nalezeny tyto druhy:

*Lichenoides priscus* Barr. — hojné izolované destičky.

\*) Dříve označován jako *Paradoxides spinosus*. Přejmenování *Paradoxidid* provedeno podle prací F. PRANTLA (1940) a L. STRØMER-A (1940).

*Billingsela romingeri* (Barr.) — nejhojnější zkamenělina, oddělené dorsální a ventrální misky.

*Billingsela sp.* — jeden kus shodný s vyobrazením РОМБЕКСКЕГО *Orthis sp.* (1895 — tab. XV, č. 6).

*Hyalolithus primus* Barr. — vzácný.

*Paradoxides minor* (Boeck) — dosti hojná kranidia, pygidia vzácnější.

*Paradoxides rugulosus* Corda — kranidia dosti hojná, též několik hypostomů.

*Conocoryphe sulzeri* (Schloth.) — hojné, pěkně zachované hlavové štíty i pygidia.

*Otenocephalus coronatus* (Barr.) — vzácně, hlavy.

*Ptychoparia striata* (Emmr.) — hojné hlavy i pygidia. Též jeden celý exemplář.

*Agraulos spinosus* Jahn — několik málo kranidií.

*Ellipsocephalus hoffi* Schloth. — dosti hojná kranidia. (V tak nízkém horizontu je výskyt tohoto druhu dosti pozoruhodný. Viz závěr.)

Podobné poměry, jako v okolí naleziště č. 15, vidíme také na dolním konci většího údolíčka, na jehož svahu jsou založeny všechny ostatní odkryvy. Západně od naleziště č. 13b jsou svahy údolí tvořeny tmavými břidlicemi, částečně zbřidličnatělými, v nichž na

#### odkryvu č. 14

byly nalezeny:

*Billingsela romingeri* (Barr.) — 1 kus.

*Paradoxides sp.* — 1 pygidium podobné druhu *Paradoxides minor* (Boeck), ale odlišného obrysu; od horního okraje rozbíhají se totiž jeho strany šikmo dolů. Dolní okraj je zaoblený.

*Conocoryphe sulzeri* (Schloth.) — 1 hlava.

Zkameněliny jsou pokryty rezavým limonitem. Břidlice je zkamenělinami chudá.

#### Na odkryvu č. 13a

vystupují na povrch tmavé břidlice střídající se s hojnými písčito-vápenitými vložkami, jež celé souvrství značně zpevňují. Proto tvoří tyto břidlice nade dnem údolíčka malé skalky a srázy. Asi v třicentimetrovém vzorku jedné takové vložky byly náhodou objeveny až při třídění materiálu čtyři skořápky

*Orthis (Nisussia?) sp.*

Skořápky jsou asi 1 mm veliké, černé, lesklé, zdobené pouze koncentrickým rýhováním. Pro nedostatečnost materiálu nepodařilo se bližší



určení. Podle zmíněného vzorku musí býti tato *Orthis* v oné vložce velmi hojná.

Množství zkamenělin nalézáme až na

odkryvu č. 13b.

Hornina jest modrošedá břidlice, jemnozrná až drobovitá, s plochými přeplněnými zkamenělinami a organickou drtí. Zvětralá hornina se na plochách přeplněných zkamenělinami zbarvuje hnědě. V nezvětralé hornině jsou zkameněliny fossilisovány kalcitem. Petrograficky i způsobem zachování zkamenělin se podobá hornina věrně vložkám popisovaným JAHNEM (1895 — str. 739). Nejhojnější zkameněliny jsou *Billingsela romingeri* (Barr.), *Lichenoides priscus* Barr. a *Ptychoparia striata* (Emmr.).

Celkem zde byly zjištěny tyto druhy:

*Lichenoides priscus* Barr. — hojně volné články.

*Trochocystites* sp. — izolované okrajové články.

*Cystidea* sp. ind. — jeden silný článek podobný vyobrazení POMPECKEHO (1895 — tab. XIII, č. 9, 10, 11).

*Billingsela romingeri* (Barr.) — velmi hojně oddělené misky.

*Hyalolithus primus* Barr. — vzácně.

*Hyalolithus robustus* Barr. — jeden kus.

*Phalacroma nudum* Corda — dosti hojně izolované hlavy a pygidia.

*Agnostus integer* Barr. — hojně izolované hlavy a pygidia.

*Paradoxides minor* (Boeck) — dosti hojně hlavy a trupové články.

*Paradoxides rugulosus* Corda — vzácně, hlavy a hypostomy.

*Paradoxides inflatus* Corda — dvě kranidia.

*Conocoryphe sulzeri* (Schloth.) — dosti hojně hlavy a pygidia.

*Ctenocephalus coronatus* (Barr.) — dosti hojně, pouze hlavy.

*Ptychoparia striata* (Emmr.) — hojně hlavy a pygidia dospělých i menších exemplářů.

*Ellipsocephalus hoffi*, Schloth. — vzácně, izolovaná kranidia.

Odkryv č. 12.

Hornina jest jemnozrná modrošedá břidlice. Někdy se v ní objevují také místa s nahloučenými zkamenělinami, jako na předešlém nalezišti, avšak již v menší míře. V nezvětralé hornině jsou zkameněliny také fossilisovány kalcitem. Převládající zkameněliny jsou *Agnostus integer* Barr. (též hojná je var. *spinosa* Pomp.\*) a *Phalacroma nudum* Corda.

\*) Způsob zachování nedovoluje vždy přesně zjistiti, jde-li o typický druh, či o var. *spinosa*. Proto neodděluji tyto formy od sebe v přehledné tabulce ke konci uvedené. Případné zjištění var. *spinosa* uvádím jen v poznámce při popisu dotyčného naleziště.

Celkem zde byly nalezeny druhy:

- Lichenoides priscus* Barr. — dosti hojně izolované články.  
*Trochocystites bohemicus* mut. nov. — tři malé celé exempláře.  
*Billingsela romingeri* (Barr.) — dosti hojně oddělené misky.  
*Hyalolithus primus* Barr. — vzácný.  
*Phalacroma nudum* Corda — velmi hojně izolované hlavové a ocasní štíty.  
*Agnostus integer* Barr. — velmi hojně izolované hlavy a pygidia (též var. *spinosa* Pomp.).  
*Paradoxides minor* (Boeck) — hojná kranidia, též několik pygidíí.  
*Paradoxides rugulosus* Corda — dosti hojná kranidia.  
*Paradoxides pusillus* Barr. — vzácně, kranidia, též jeden úplný exemplář.  
*Conocoryphe sulzeri* (Schloth.) — dosti hojně hlavy a pygidia.  
*Ptychoparia striata* (Emmr.) — dosti hojně hlavy a pygidia (též malých jedinců).  
*Agraulos spinosus* Jahn — vzácně (několik málo hlav).  
*Ellipsocephalus hoffi* Schloth. — vzácně, izolovaná kranidia.

#### Odkryv č. 11.

Hornina je stejná jako na obou předcházejících odkryvech. Vyskytují se zde též drobovitější polohy přeplněné zkamenělinami, v nichž převládají *Billingsela romingeri* (Barr.), *Phalacroma nudum* Corda, *Agnostus integer* Barr., *Paradoxides rugulosus* Corda, a *Lichenoides priscus* Barr.

Celkem zde byly nalezeny tyto zkameněliny:

- Lichenoides priscus* Barr. — hojně volné destičky.  
*Trochocystites bohemicus* mut. nov. — jeden úplný malý exemplář.  
*Cystidea* sp. ind. — jeden plochý článek.  
*Billingsela romingeri* (Barr.) — hojně oddělené misky.  
*Hyalolithus primus* Barr. — vzácný.  
*Phalacroma nudum* Corda — hojně izolované hlavové a ocasní štíty.  
*Agnostus integer* Barr. — hojně izolované hlavy a pygidia. Též *Agnostus integer* var. *spinosa* Pomp.  
*Paradoxides minor* (Boeck) — dosti hojná kranidia, pleury a pygidia. Též několik málo hypostomů. Nalezeny též přední a zadní části těl velkých exemplářů.  
*Paradoxides rugulosus* Corda — hojná kranidia a hypostomy.  
*Paradoxides inflatus* Corda — dvě kranidia.  
*Conocoryphe sulzeri* (Schloth.) — hojně hlavy.  
*Ctenocephalus coronatus* (Barr.) — vzácně, hlavy.

*Ptychoparia striata* (Emmr.) — dosti hojně hlavy a pygidia.

*Solenopleura* n. sp.\*) — vzácně. Několik kranidií velmi silně zrnitých.

*Ellipsocephalus hoffi* Schloth. — vzácně, kranidia.

V následujícím souvrství pevných jemných břidlic modrošedé barvy byly nalezeny na

odkryvu č. 10

druhy:

*Phalacroma nudum* Corda — dosti hojně.

*Agnostus integer* Barr. — vzácně.

*Paradoxides rugulosus* Corda — vzácně.

Jelikož zkameněliny nebyly příliš hojně, byla jáma brzy opuštěna.\*\*)

Odkryv č. 9.

Hornina jest pevná, velmi jemná břidlice modrošedé barvy, lasturovitého lomu. Zkameněliny jsou téže barvy jako břidlice. Převládá *Agnostus integer* Barr. Celkem byly nalezeny tyto zkameněliny:

*Trochocystites bohemicus* mut. nov. — dva malé exempláře.

*Phalacroma nudum* Corda — vzácně, izolované hlavy a pygidia.

*Agnostus integer* Barr. — hojný. (Též var. *spinosa* Pomp.)

*Paradoxides rugulosus* Corda — dosti hojná kranidia.

*Paradoxides pusillus* Barr. — dosti hojná kranidia.

Petrograficky stejné břidlice byly nalezeny též v pokusné jámě uprostřed vzdálenosti mezi odkryvem č. 10 a 9. Jelikož zkameněliny se tam vyskytovaly jen zřídka, byla jáma opuštěna.

Odkryv č. 8.

Hornina i způsob zachování zkamenělin je stejný jako na předešlém odkryvu. Zde byly nalezeny nejpěknější exempláře *Agnostus integer* var. *spinosa* Pomp., který jest zároveň nejhojnější zkamenělinou tohoto odkryvu.

Byly tu nalezeny tyto druhy:

*Phalacroma nudum* Corda — dosti hojně.

*Agnostus integer* Barr. — (Velmi hojně var. *spinosa* Pomp.)

*Paradoxides* cf. *minor* (Boeck) — jeden článek trupový.

*Paradoxides pusillus* Barr. — dosti hojná kranidia.

\*) Popis a vyobrazení nových druhů si vyhrazuji pro další práci.

\*\*) Z okolí jámy 11 nebo 10 pochází též pravděpodobně jediné kranidium určené p. Ing. R. RŮŽIČKOU (1939 — str. 11) jako *Lobocephalus emmrichi* (Barr.). Je zachováno v zelenomodré břidlici. Na neštěstí ztratil se lístek s číslem odkryvu.

## Odkryv č. 7.

Hornina jest temná až zelenošedá břidlice nezřetelně vrstevnatá se žlutavými drobovými skvrnami. Zkamenělinami jest dosti bohatá. Převládají malé formy. Uvádím odtud tyto zkameněliny:

*Billingsela romingeri* (Barr.) — dvě ventrální skořápky.

*Phalucroma nudum* Corda — dosti hojné hlavy a pygidia.

*Agnostus integer* Barr. — hojné izolované hlavy a pygidia.

*Paradoxides rugulosus* Corda — hojná kranidia, hypostomy, též jedno pygidium.

*Paradoxides pusillus* Barr. — hojná kranidia.

*Conocoryphe sulzeri* (Schloth.) — jedna hlava střední velikosti.

*Agraulos spinosus* Jahn — vzácně, kranidia.

Dostí zvláštní je zde výskyt druhu *Billingsela romingeri* (Barr.). Tato zkamenělina byla velmi charakteristickým druhem spodnějších vrstev, z odkryvů č. 15, 14, 13, 12, 11, kde byla jedním z nejhojnějších druhů.

Jen pro úplnost budou uvedeny nyní zkameněliny pocházející ze dvou nedostatečně vysbíraných odkryvů.

## Odkryv č. 6.

*Agnostus integer* Barr.

*Paradoxides rugulosus* Corda.

## Odkryv č. 5.

*Agraulos spinosus* Jahn.

*Hyalolithus* sp. — víčko.

Hornina na obou těchto odkryvech je shodná s břidlicí z naleziště č. 7.

## Odkryv č. 4.

Hornina jest olivově šedá břidlice; byly v ní nalezeny tyto druhy:

*Trochocystites bohemicus* Barr.? — volné okrajové články.

*Ceratocystis perneri* Jaekel — izolovaná destička charakteristického trojúhelníkového tvaru se třemi rýhami jdoucími ze středu do rohů.

*Agnostus integer* Barr.

*Paradoxides minor* (Boeck) — pygidium.

*Agraulos ceticephalus* Barr. — kranidium.

*Agraulos spinosus* Jahn — kranidia malých exemplářů.

## Odkryv č. 3.

Zkameněliny byly sbírány na západní části vysoké meze (viz pláněk) v tence vrstevnatých břidlicích vycházejících na povrch a střípkovitě se rozpadajících. Hornina je olivově šedá, zkamenělinami velmi bohatá. Převládají drobné formy. Hojná jsou vývojová stadia trilobitů: *Sao hirsuta* Barr., *Agnostus integer* Barr., *Agraulos spinosus* Jahn, *Paradoxides rugulosus* Corda. Nejhojnějšími zkamenělinami jsou *Agnostus integer* Barr. a vývojová stadia druhu *Sao hirsuta* Barr.

Celkem byly nalezeny tyto zkameněliny:

*Cystidea* sp. ind. — vzácně, izolované destičky.

?*Billingsella* ? sp. ind. — dva zlomky skořápky.

*Hyalithus* sp. ind. — jeden špatně zachovalý exemplář.

*Helcionella* sp. — jediný exemplář, velký asi 5 mm. Je to první nález tohoto rodu ve skryjských břidlicích *čb*'<sub>2</sub>.

*Problematicum* — šest fossilí, 4—5 mm dlouhých, tvaru úzkého kužele.

*Phalacroma nudum* Corda — hojně hlavové a ocasní štíty.

*Agnostus integer* Barr. — nejhojnější zkamenělina, hlavy a pygidia různých stadií.

*Pleuroctenium granulatum* (Barr.) — vzácně, jedna hlava a dvě pygidia.

*Paradoxides rugulosus* Corda — hojná kranidia a též několik hypostomů.

*Solenopleurina týřovicensis* Růž. — vzácně, malá kranidia.

*Agraulos spinosus* Jahn — hojně, kranidia menších jedinců.

*Sao hirsuta* Barr. — velmi hojně, obzvláště vývojová stadia.

## Odkryv č. 2.

Hornina jest světle olivově žlutošedá jílovitá břidlice, středně silně vrstevnatá, měkká, s hnědými až ocelově modrými skvrnami, způsobenými pravděpodobně sloučeninami železa a manganu. Stejnou hmotou jest také pokryt často povrch mnohých zkamenělin. Nejčastěji jsou zkameněliny rezavě zbarveny limonitem. Někdy nacházíme též pouhé otisky v čisté břidlici. Zkameněliny jsou většinou překrásně zachované do nejmenějších podrobností. Přes to, že umístění odkryvu přímo v cestě bránilo, aby lokalita mohla býti důkladněji vykořistěna, poskytlo toto naleziště největší a nejbohatší materiál z celého profilu. Nejčastěji byly zde nacházeny kranidia, hypostomy a velká listovitá pygidia druhu *Paradoxides rugulosus* Corda, dále pak kranidia a části těl druhu *Solenopleurina týřovicensis* Růž. Bylo nalezeno též několik málo úplných exemplářů a dosud nepopsaných hypostomů tohoto druhu. Velmi bohatá fauna, již poskytlo toto naleziště, je tvořena druhy:

- Oeraticystis perneri* Jaekel — dosti hojně izolované články.  
*Problematicum* — vzácně (táž fossilie jako na nalezišti č. 3).  
*Hyalolithus signatulus* Novák — jediný krásně zachovaný exemplář.  
*Agnostus integer* Barr. — dosti hojně hlavové a ocasní štíty.  
*Agnostus rex* Barr. — vzácně, velké hlavové štíty a pygidia.  
*Paradoxides minor* (Boeck) — izolované části a též několik neúplných velkých exemplářů.  
*Paradoxides rugulosus* Corda — izolované části velkých jedinců.  
*Paradoxides pusillus* Barr. — vzácně, kranidia.  
*Conocoryphe sulzeri* (Schloth.) — jedno neúplné velké pygidium.  
*Utenocephalus coronatus* Barr. — vzácně, čtyři hlavy.  
*Ptychoparia striata* (Emmr.) — vzácně, jedna hlava a dvě pygidia velkých jedinců.  
*Solenopleurina týřovicensis* Růž. — Tento odkryv jest nyní nejbohatším nalezištěm tohoto druhu.  
*Solenopleurina týřovicensis n. var.\**) — vzácně, tři kranidia a pygidium. Od typického druhu se liší tím, že přední okraj glabely tvoří tupý úhel, oční lišty buď chybí nebo jsou jen nezřetelně naznačeny, zrnitost povrchu je hrubší. Pygidium, k této varietě přiřítané, má konce laloků slabě zahnuté nazad.  
*Solenopleura n. sp.* — dvě kranidia, pravděpodobně stejný druh jako na nalezišti č. 11.  
*Agraulos spinosus* Jahn — dosti hojná kranidia malých jedinců.  
*Sao hirsuta* Barr. — dosti hojně, hlavně drobnější exempláře, jež bývají též úplné.

#### Odkryv č. 1.

Malý lůmek v nezřetelně vrstevnaté zelenošedé břidlici. Hornina je zkamenělinami velmi chudá. Zkameněliny jsou povlečeny práškovitým limonitem. Převládají velké exempláře druhu *Trochocystites bohemicus* Barr.

Nalezli jsme zde:

- Trochocystites bohemicus* Barr. — dosti hojně, celé velké exempláře.  
*Cystidea sp. ind.* — jeden izolovaný článek.  
*Paradoxides minor* (Boeck) — vzácně, dvě hlavy a hypostom.  
*Paradoxides rugulosus* Corda — vzácně, dvě hlavy a ocasní část krunýře.  
*Solenopleurina týřovicensis* Růž. — vzácně, jedna hlava a pygidium.  
*Agraulos ceticephalus* — vzácně, přední část jednoho menšího exempláře.  
*Sao hirsuta* Barr. — vzácně, části asi čtyř dospělých jedinců.

\*) Bližší popis novinek z nasbíraného materiálu si vyhrazuji pro zvláštní práci.

Přes to, že do nadložních porfyritů křivoklátsko-rokycanského pásma chybí ještě jistá vzdálenost, nebylo možno profil v těchto místech dokončiti pro sruťovou pokrývku. Ani v jamách po vývratech vzniklých v prvních měsících r. 1940 nebyl obnažen skalní podklad.

\* \* \*

Celkem tedy vidíme v místech popisovaného profilu tyto poměry: Na spodu vystupuje dosti mocné souvrství břidlic zkamenělinami chudých, v jehož nejsvrchnější části se objevují vzácně *Billingsela romingeri* (Barr.), *Phalacroma nudum* Corda, *Paradoxides minor* (Boeck), *Paradoxides rugulosus* Corda, *Conocoryphe sulzeri* (Schloth.) a *Ptychoparia striata* (Emmr.). Na nalezišti 13a, jež je v podloží naleziště 13b, byl v několika jedincích zjištěn blíže dosud neurčený drobný ramenonožec, pravděpodobně *Orthis* (? *Nisussia*) *sp.*

Na čtyřech následujících nalezištích (15, 13b, 12, 11) se objevuje bez podstatných rozdílů bohaté společenstvo, jež charakterisují druhy: *Lichenoides priscus* Barr., *Billingsela romingeri* (Barr.), *Hyolithus primus* Barr., *Conocoryphe sulzeri* (Schloth.) a *Ellipsocephalus hoffi* Schloth. Spolu jsou přítomny druhy, jež procházejí celým souvrstvím, zachyceným v popisovaném profilu. Jsou to: *Phalacroma nudum* Corda, *Agnostus integer* Barr., *Paradoxides minor* (Boeck), *Paradoxides rugulosus* Corda, *Paradoxides pusillus* Barr. a *Agraulos spinosus* Jahn. Ovšem i ve vyšších polohách se objevuje *Billingsela romingeri* (Barr.), *Conocoryphe sulzeri* (Schloth.), *Ctenocephalus coronatus* (Barr.) a *Ptychoparia striata* Emmr., avšak jen vzácně a podřízeně.

V následujícím souvrství pevných jemných modrošedých břidlic mezi odkryvy č. 10, 9, 8, tvoří faunu pouze: *Phalacroma nudum* Corda, *Agnostus integer* Barr., *Paradoxides minor* (Boeck), *Paradoxides rugulosus* Corda a *Paradoxides pusillus* Barr. Jsou to již zmíněné druhy, jež procházejí celým souvrstvím.

Nápadná změna fauny nastává v žlutších měkkých břidlicích naleziště č. 3. Zde se po prvé objevují: *Solenopleurina týřovicensis* Růž. a *Sao hirsuta* Barr. Nápadně hojně se zde vyskytují vývojová stadia tohoto druhu. Pouze na tomto nalezišti byl v našem profilu objeven vzácný trilobit *Pleuroctenium granulatum* (Barr.) a jediný exemplář gastropoda *Helcionella sp.* Kromě těchto druhů, ve spodnějších vrstvách se nevyskytujících, se zde objevují hojně: *Phalacroma nudum* Corda, *Agnostus integer* Barr., *Paradoxides rugulosus* Corda a *Agraulos spinosus* Jahn. Jsou to druhy již dříve jmenované, které byly nalezeny na všech odkryvech tohoto profilu.

Ještě výše, na odkryvu č. 2, nalézáme všechny druhy z naleziště č. 3, s výjimkou *Pleuroctenium granulatum* (Barr.) a *Helcionella sp.* Druh

*Solenopleurina týřovicensis* Růž. se zde vyskytuje tak často, že patří mezi nejhojnější zkameněliny tohoto odkryvu. Pouze zde byly v našem profilu zjištěny druhy *Agnostus rex* Barr., *Solenopleurina týřovicensis* n. var. a *Hyolithus signatulus* Nov.\*)

Teprve na tomto nalezišti se objevují dosti hojně destičky druhu *Ceratocystis perneri* Jaekel, jehož jeden článek se vyskytl také na poněkud nižším nalezišti č. 4.\*\*) Mimo to zcela vzácně zde byly nalezeny druhy *Monocoryphe sulzeri* (Schloth.), *Ctenocephalus coronatus* (Barr.) a *Ptychoparia striata* (Emmr.). Výskyt těchto tří druhů i ve vyšších polohách ukazuje, že nelze je asi brát v úvahu při stanovení faunistických obzorů, ježto jejich hojnost jest závislá pravděpodobně na faciálních podmínkách.

Málo hojnou faunu nejvyššího odkryvu našeho profilu (naleziště č. 1) charakterisují nejčastěji se vyskytující velké exempláře druhu *Trochocystites bohemicus* Barr.†) Mimo to zde byly nalezeny druhy *Paradoxides rugulosus* Corda a *Paradoxides minor* (Boeck), ostatně známé ze všech odkryvů. *Sao hirsuta* Barr. a *Solenopleurina týřovicensis* Růž. se vyskytují zde již vzácně. Tyto dva posledně jmenované druhy jsou typické pro nejvyšší odkryvy našeho profilu.

\* \* \*

Rozšíření jednotlivých druhů zjištěných v profilu právě popsaném je patrné z přiložené tabulky. Poloha umělých odkryvů (1—15), v nichž byly zkameněliny sbírány, jest vyznačena v přiloženém plánu, sestaveném kolegou IngC. VLADIMÍREM ROTHEM.

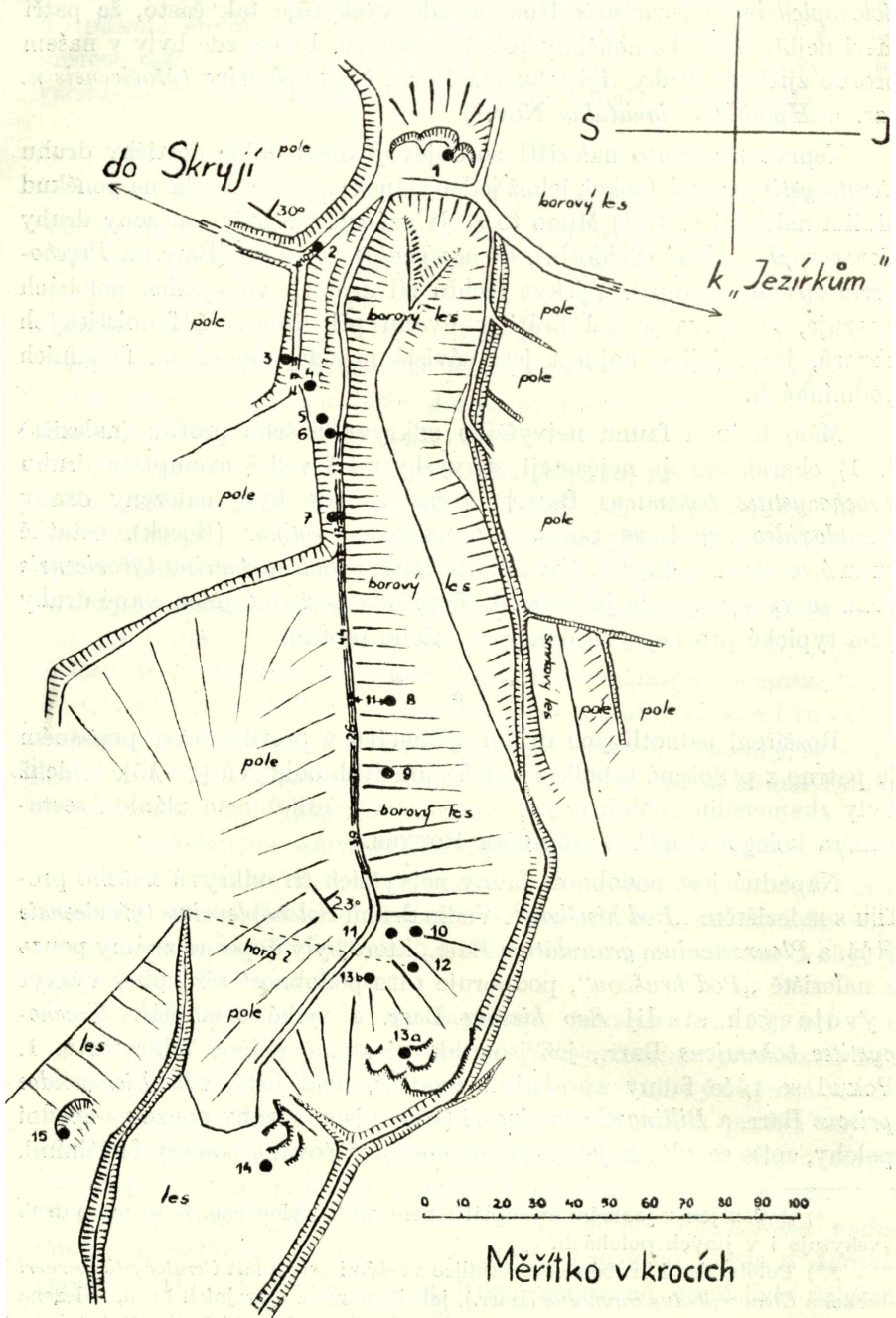
Nápadná jest podobnost fauny nejvyšších tří odkryvů našeho profilu s nalezištěm „Pod hruškou“. Vedle druhů *Solenopleurina týřovicensis* Růž. a *Pleuroctenium granulatum* Barr., které byly doposud známy pouze z naleziště „Pod hruškou“, podporuje tuto podobnost též hojný výskyt vývojových stadií *Sao hirsuta* Barr. a velké exempláře *Trochocystites bohemicus* Barr., jež jsou hlavní zkamenělinou odkryvu č. 1. Pokud se týče fauny spodních vrstev, není jisté, zda *Lichenoides priscus* Barr. a *Billingsela romingeri* (Barr.) jsou vázány pouze na spodní polohy, spíše se zdá, že jejich přítomnost je určována poměry faciálními.

\*) Avšak jen v jediném exempláři. Není proto vyloučeno, že se tento druh vyskytuje i v jiných polohách.

\*\*) Poloha dosti hrubé zelené břidlice s celými exempláři *Ceratocystis perneri* Jaekel a *Ctenocephalus coronatus* (Barr.), jak ji známe z musejních kusů, nalezena nebyla. Lze však doufat, že znovuobjevení, byť jen izolovaných, destiček tohoto druhu přispěje k tomu, aby poloha ta byla znovu stanovena.

†) *Trochocystites bohemicus* vyskytující se v malých celých exemplářích na spodnějších nalezištích (č. 12, 11, 9) jest odchylnou novou mutací.





Měřítko v krocích

## Přehledná tabulka fauny z nalezišť na Dlouhé hoře.

## Übersichtliche Tabelle der Fauna der Aufschlüsse von der Dlouhá hora bei Skrei.

Číslo odkryvu Nummer des Aufschlusses	Podloží ← Liegendes										Nadloží → Hangendes					
	15	14	13a	13b	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
<i>Sao hirsuta</i> Barr. ....														■	■	■
<i>Solenopleurina týřovicensis</i> Růž. ....														■	■	■
<i>Trochocystites bohemicus</i> Barr. ....													■			■
<i>Agraulos ceticephalus</i> Barr. ....													■			■
<i>Solenopleurina týřovicensis</i> n. var. ...														■	■	■
<i>Agnostus rex</i> Barr. ....														■	■	■
<i>Hyolithus signatulus</i> Novák ....														■	■	■
<i>Problematicum</i> ....														■	■	■
<i>Ceratocystis perneri</i> Jaekel ....													■			■
<i>Pleuroctenium granulatum</i> (Barr.) ..														■	■	■
<i>Helcionella</i> sp. ....														■	■	■
<i>Solenopleura</i> n. sp. ....						■										■
<i>Paradoxides pusillus</i> Barr. ....					■			■	■							■
<i>Agraulos spinosus</i> Jahn ....	■				■					■		■	■	■	■	■
<i>Paradoxides rugulosus</i> Corda ....	■			■	■	■		■	■		■	■		■	■	■
<i>Paradoxides minor</i> (Boeck) ....	■			■	■	■			?				■	■	■	■
<i>Agnostus integer</i> Barr. ....	■			■	■	■		■	■		■	■		■	■	■
<i>Phalacroma nudum</i> Corda ....	■							■	■		■					■
<i>Ptychoparia striata</i> (Emmr.) ....	■				■	■										■
<i>Ctenocephalus coronatus</i> (Barr.) ....	■			■	■	■										■
<i>Trochocystites bohemicus</i> mut. nov.					■	■										■
<i>Ellipsocephalus hoffi</i> Schloth. ....	■				■	■										■
<i>Hyolithus primus</i> Barr. ....	■				■	■										■
<i>Lichenoides priscus</i> Barr. ....	■				■	■										■
<i>Paradoxides inflatus</i> Corda ....					■			■								■
<i>Hyolithus robustus</i> Barr. ....					■											■
<i>Orthis (Nisussia?)</i> sp. ....				■												■
<i>Conocoryphe sulzeri</i> (Schloth.) ....	■	■		■	■	■				■						■
<i>Billingsella romingeri</i> (Barr.) ....	■	■		■						■						■
<i>Platagnostus bibulatus</i> (Barr.)* ....																■
<i>Lobocephalus emmrichi</i> (Barr.**) ...																■

\*) Nalezen ve volném kusu břidlice spolu s *Agnostus integer* var. *spinosa* Pomp.

\*\*\*) Pravděpodobně z okolí odkryvu č. 11 nebo 10.

\*) Gefunden in einem frei liegenden Stücke gemeinsam mit *Agnostus integer* var. *spinosa* Pomp.

\*\*\*) Wahrscheinlich aus der Umgebung des Aufschlusses Nr. 11 oder 10.

Srovnáváme-li pak právě zjištěná faunistická společenstva s poměry v paradoxidových vrstvách jineckých  $c\beta$  oblasti příbramsko-jinecké, které byly popsány J. ŠUFEM (1926, 1927, 1928), je nápadný výskyt druhu *Ellipsocephalus hoffi* Schloth. ve spodních polohách našeho profilu. Avšak i v Jincích jest uváděn J. ŠUFEM též v nejspodnějším obzoru s *Paradoxides rugulosus* Corda. Jeho přehojný výskyt v Jincích v obzoru pod *Lingulella walcotti* může být jen lokální.

Stejně tak zajímavé je porovnat rozšíření druhu *Paradoxides rugulosus* Corda v oblasti skryjsko-týřovické a v oblasti jinecké. V jineckých břidlicích tvoří nejspodnější obzor a částečně zasahuje ještě do obzoru s *Paradoxides minor* (Boeck). Skryjskými břidlicemi naopak prochází *Paradoxides rugulosus* Corda stejně, jako *Paradoxides minor* (Boeck), až do nejvyšších vrstev našeho profilu, který ovšem nevyčerpává zcela stratigrafický obsah skryjských břidlic. JAHN (1895 — str. 709) však uvádí druh *Paradoxides rugulosus* též z vosnických slepenců  $c\beta'_3$ , jež jsou nejvyšším známým členem skryjsko-týřovického kambria. Druhy: *Paradoxides gracilis* Boeck\*), *Paradoxides lyelli* Barr. a *Lingulella walcotti*, jež v oblasti jinecké tvoří nejvyšší obzory, v skryjsko-týřovickém kambriu scházejí.

Pouze na skryjské břidlice naopak zase, a to na jejich vyšší polohy, je podle dosavadních zkušeností vázáno též dosti velké množství druhů v jinecké oblasti se nevyskytujících. Jsou to: *Ceratocystis perneri* Jaekel, *Agnostus rex* Barr., *Pleuroctenium granulatum* (Barr.), *Solenopleurina týřovicensis* Růž., *Solenopleurina týřovicensis* n. var. a *Sao hirsuta* Barr.

Mimo to i ve spodnějších polohách skryjských břidlic se vyskytují některé druhy v oblasti jinecké neznámé, totiž: *Billingsela romingeri* (Barr.), *Hyolithus robustus* Barr., *Phalacroma nudum* Corda, *Agraulos spinosus* Jahn, *Solenopleura* n. sp. a možná ještě jiné.

Příčiny rozdílů ve fauně obou těchto oblastí snad objasní další výzkumy.

### Ein Beitrag zur Kenntnis der Stratigraphie der Skreier Schiefer ( $c\beta'_3$ ).

(Auszug aus dem tschechischen Texte.)

In der vorliegenden Arbeit werden Ergebnisse einer palaentologischen und stratigraphischen Forschung mitgeteilt, welche der Verfasser auf Anregung des Herrn Prof. Dr. RADIM KETNER in der Lehne „Dlouhá hora“ (d. i. Langer Berg) am östlichen Ufer des Sbirower Baches bei

\*) Dříve označován jako *Paradoxides bohemicus*.

Skrei im Juli 1939 gemeinsam mit seinen Freunden IngC. VLADIMR ROTH und JAN PETRANEK durchgeföhrt hat. Die aufgesammelten Versteinerungen sind in der Geologisch-palaeontologischen Abteilung des National-Museums in Prag bestimmt worden und das ganze Belegmaterial zu dieser Arbeit befindet sich in den Sammlungen des genannten Museums. Der Verfasser erfüllt eine angenehme Pflicht, indem er hier Herrn Dr. FERDINAND PRANTL für die Sorgfalt, die er ihm bei der Bestimmung des Materials gewidmet hat, herzlichst dankt.

Die Gesamtmächtigkeit der mittelkambrischen Skreier Schiefer ( $cb'_2$ ) beträgt in der Dlouhá hora-Lehne etwa 220 m. Davon ist nur ein mittlerer Teil der ganzen Schichtserie in der Mächtigkeit von 160 m palaeontologisch untersucht worden. Die liegenden 40 Meter sind durch dunkle und feste Schiefer gebildet, welche als Hangendes der Sandsteine und Konglomerate der Stufe  $cb'_1$  in kleinen Felsen und steilen Abstürzen zutagegetreten. In den obersten Lagen dieser Schiefer kommen sehr selten folgende Arten vor: *Billingseia romingeri* (Barr.), *Phalacroma nudum* Corda, *Paradoxides rugulosus* Corda, *Paradoxides minor* (Boeck)\*, *Conocoryphe sulzeri* (Schloth.) und *Ptychoparia striata* (Emmr.). Die obersten 20 Meter der mittelkambrischen Schiefer, welche das unmittelbare Liegende der Porphyrite der eruptiven Pürglitz-Rokitzaner Zone bilden, konnten nicht mehr palaeontologisch untersucht werden, weil sie durch eine Schuttbedeckung für das Aufsammeln der Versteinerungen unzugänglich sind. In den übrigen 160 Metern der mittelkambrischen Schiefer wurden in der Dlouhá hora-Lehne 15 künstliche Aufschlüsse angelegt, in welchen die reiche Fauna aus den Schichten ausgebeutet wurde. Die Lage dieser Aufschlüsse ist in der beiliegenden Kartenskizze eingezeichnet. Die in den einzelnen Lokalitäten festgestellten Versteinerungen sind in einer Tabelle übersichtlich zusammengestellt worden, die sich am Ende des tschechischen Textes befindet.

Wenn wir diese Tabelle übersehen, so machen sich aus derselben zwei palaeontologisch gut gekennzeichnete Schichtabteilungen sichtbar. Die obere Abteilung, die die drei höchsten Aufschlüsse (3, 2, 1) des untersuchten Profils umfaßt, weist eine auffallende Ähnlichkeit mit der schon lange bekannten Lokalität des Skreier Kambriums „Pod hruškou“ (d. h. unter dem Birnbaume) auf. Die palaeontologische Übereinstimmung der höchsten Schichten unseres Profils mit der Lokalität „Pod hruškou“ ergibt sich besonders aus dem Vorhandensein der zwei Trilobitenarten: *Solenopleurina týřovicensis* Růž. und *Pleuroctenium granulatum* (Barr.),

\*) Nach den Prioritätsgesetzen muß jetzt die Art *Paradoxides spinosus* Boeck als *Paradoxides minor* (Boeck) und die Art *Paradoxides bohemicus* Boeck als *Paradoxides gracilis* (Boeck) genannt werden. Vergl.: F. PRANTL (1940), L. STÖRMER (1940).

die bisher nur von der Lokalität „Pod hruškou“ bekannt waren. Ebenfalls auffallend ist das reichliche Auftreten der jugendlichen Formen von *Sao hirsuta* Barr. und der Art *Trochocystites bohemicus* Barr., die zu den am häufigsten im Aufschlusse Nr. 1 vorkommenden Versteinerungen angehört.

Was die Fauna der unteren Abteilung unseres Profils betrifft, so ist es bisher nicht sicher, ob die Arten *Lichenoides priscus* Barr. und *Billingsela romingeri* (Barr.) sich nur auf diese Lagen beschränken. Es scheint, daß ihr Vorhandensein von der faziellen Ausbildung der Schichten abhängig ist.

Sehr wichtig ist es, die faunistischen Vergesellschaftungen, die in unserem Profile festgestellt wurden, mit den Verhältnissen der *Paradoxides* Schiefer im Jinetzer Gebiete zu vergleichen. Diese Verhältnisse sind in den Arbeiten von J. ŠUF gründlich beschrieben worden. Am merkwürdigsten ist das Auftreten der Art *Ellipsocephalus hoffi* Schloth. eben in den unteren Lagen unseres Profils und das Fehlen derselben in den höchsten Lagen. Zwar führt J. ŠUF diese Art auch bei Jinetz in seinem unterstem Horizont mit *Paradoxides rugulosus* Corda an, sonst kommt aber *Ellipsocephalus hoffi* bei Jinetz massenhaft stratigraphisch sehr hoch vor, und zwar im Liegenden des höchsten palaeontologischen Horizontes mit *Lingulella walcotti*. Ebenfalls sehr interessant ist der Vergleich der Verbreitung der Art *Paradoxides rugulosus* Corda in dem Skreier und dem Jinetzer Gebiet. Bei Jinetz kennzeichnet *Paradoxides rugulosus* in den Jinetzer Schichten  $\beta_2$  den untersten Horizont und geht teilweise noch in den Horizont mit *Paradoxides minor* (Boeck) über. Im Skreier Gebiet geht dagegen *Paradoxides rugulosus* Corda bis in die höchsten Lagen unseres Profils (das freilich den palaeontologischen Inhalt der ganzen Skreier Schiefer nicht vollständig erschöpft) hindurch. J. J. JAHN (1895 — Seite 709) erwähnt diese Art sogar aus den Vosníker Konglomeraten  $\alpha'_3$ , die das höchste Glied des Skreier Kambriums überhaupt vorstellen. Die Arten *Paradoxides gracilis* Boeck, *Paradoxides tyelli* Barr. und *Lingulella walcotti*, die im Jinetzer Gebiete die höchsten Horizonte bilden, fehlen leider in den Skreier Schiefen vollständig. Andererseits beschränken sich, bisherigen Erfahrungen gemäß, folgende Arten, die im Jinetzer Kambrium nicht vorkommen, nur auf das Skreier Gebiet, und zwar auf die höheren Lagen der Skreier Schiefer: *Ceratocystis perneri* Jaekel, *Agnostus rex* Barr., *Pleuroctenium granulatum* (Barr.), *Solenopleurina týřovicensis* Růž., *Solenopleurina týřovicensis* n. var. und *Sao hirsuta* Barr. Auch in den unteren Lagen der Skreier Schiefer kommen einige Arten vor, die im Jinetzer Gebiete fehlen. Es sind dies: *Billingsela romingeri* (Barr.), *Hyalolithus robustus* Barr.,

*Phalacroma nudum* Corda, *Agraulos spinosus* Jahn, *Solenopleura n. sp.* und vielleicht noch andere.

Gründe für diese Faunenverschiedenheiten der beiden böhmischen kambrischen Gebiete müssen, durch zukünftige Forschungen aufgeklärt werden.

Použité spisy. — Literaturverzeichnis.

- BARRANDE J.: Systéme Silurien du Centre de la Bohéme, Part I., Recherches paleont., Vol. 1, Trilobites: Suppl., Text, Atlas, Prague 1872.
- CORDA A. J. a HAWLE J.: Prodróm einer Monographie der böhmischen Trilobiten. Abhandl. böhm. Ges. d. Wiss., Prag 1847.
- HOWEL B. F.: Cambrian and Ordovician Trilobites from Hérault, Southern France. J. Pal. 9, str. 222—238, Vermont 1935.
- JAEKEL O.: Über Carpoiden, eine neue Classe von Pelmatozoen. Z. Deutsch. Geol. Ges., Sv. 52, str. 661—677, Berlin 1900.
- JAHN J.: Über die geologischen Verhältnisse des Cambrium von Tejšovic und Skrej in Böhmen. Jahrb. Geol. R.-A., sv. 45, str. 641—790, Wien 1895.
- KETNER R.: Kambrium skrejsko-tejšovicke a jeho okolí. Sborník Stgú, sv. 3, str. 5—63, Praha, 1923.
- POMPECKJ J. F.: Die Fauna des Cambrium von Tejšovic und Skrej in Böhmen. Jahrb. Geol. R.-A., sv. 45, str. 495—615, tab. XIII—XVII, Wien 1895.
- PRANGL F.: Poznámky k nomenklatuře českých trilobitů. Č. N. M., roč. CXIV, str. 98—102, Praha, 1940.
- RŮŽICKA R.: Noví trilobiti z Barrandienu. Rozpr. Čes. Akad. roč. XLVII, čís. 10, Praha 1938.
- RŮŽICKA R.: Trilobiti nejstarší české kambrické fauny od Týřovic z Kamenné hůrky. Rozpr. Čes. Akad., roč. XLIX, čís. 30, Praha 1939.
- STØRMER L.: Early description of Norwegian trilobites. The type specimens of C. Boeck, M. Sars and M. Esmark. Norsk geol. tidsskrift. 20. 113—151. Taf. 1—3. Oslo 1940.
- ŠUF J.: O českých Paradoxidech se zvláštním zřetelem k jejich vývoji, Sbor. Stgú, sv. VI., str. 31—67, Praha, 1926.
- ŠUF J.: Předběžná zpráva o faunistických obzorech na Vystřkově u Jinec. Věst. Stgú, roč. II., č. 3, str. 129—135, Praha, 1926.
- ŠUF J.: Předběžná zpráva o faunistických obzorech u Rejkovic. Věst. Stgú, roč. III., č. 2—3, str. 120—124, Praha 1927.
- ŠUF J.: Zpráva o faunistických obzorech jineckých vrstev střed. kambria „na Vinici“ u Jinec. Věst. Stgú, roč. IV., č. 4—5, str. 129—132.






## XVIII.

### Acanthoceras ornatissimum (Stoliczka) z české křídly.

Dr. VLASTISLAV ZÁZVORKA.

(Předloženo ve schůzi dne 20. listopadu 1940.)

Roku 1933 nalezl jsem v Jeřábkově cihelně u Roudnice nad Labem, severně od Iobkowiczské obory, sv. od  266 m nad mořem, velmi krásnou střednoturonskou faunu. Mezi jinými nálezy jest to i velmi krásný jedinec druhu *Acanthoceras ornatissimum* (STOLICZKA).

V odkryvu nad Jeřábkovou cihelnou jsou přístupny Zahálkovy „stupně“ IVa, IVb, Va. „Stupeň“ IVb je tu odkryt v mocnosti 2,44 m (213,36 m — 216,50 m). Jsou to na spodu velmi písčité, zelenošedé, značně glaukonitické slíny. Nad nimi je asi 0,20 m mocná lavice pevného, jemně písčitého vápence s fukoidy, uvnitř modravého, na povrchu zažloutlého, na svrchní ploše naleptaného. Nad touto pevnou vrstvou je pak 0,20 m písčitých slínů šedých, glaukonitických. Tím končí IVb a následují žlutavé písčité slíny Va. Uvedený *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.), současně s bohatou průvodní faunou je z 0,20 m mocné lavice pevných, jemně písčitých vápenců.

Nález druhu *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.) od Roudnice není prvý z české křídly. Již A. FRIČ a U. SCHLÖNBACH r. 1872 uvedli z české křídly exemplář, náležející tomuto druhu pod označením *Ammonites Deverianus*, d'ORB. FRIČ a SCHLÖNBACH uvedli pod tímto označením celkem 3 jedince. Druhu *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.) náleží však z nich jedině nález z Cítova, darovaný sbírkám Národního musea prof. RAUHWOLFEM. Jest to exemplář, vyobrazený A. FRIČEM a U. SCHLÖNBACHEM roku 1872 (tab. 7., obr. 4, 5). Další dva nálezy, uvedené A. FRIČEM a U. SCHLÖNBACHEM, a to, úlomek jednoho jedince a jeden celý exemplář, jsou ze spodního turonu s Bílé hory u Prahy. Zlomek nálezu, uložený ve sbírkách Národního musea, byl z části kryt horninou. Po vypreparování jsem shledal, že nenáleží ani druhu *Acanthoceras*



*ornatissimum* (STOL.), ani druhu *Acanthoceras deverianum* (d'ORB.). Druhý exemplář, celý, který byl A. FRÍČOVÍ a U. SCHLÖNBACHOVÍ zapůjčen ke studiu ze sbírky pana SHARYHO, jest ve sbírkách geologicko-paleontologického oddělení Národního musea v Praze zastoupen sádrovým odlitkem, pořízeným A. FRÍČEM. Ani tento exemplář nenáleží uvedeným dvěma druhům.

Přesné druhové určení nálezu z Jeřábkovy cihelny u Roudnice činilo mi určité potíže. Nemohl jsem jednak sehnati všechnu literaturu a na srovnání měl jsem jediný exemplář z Poncé (Sarthe), určený jako *Ammonites Deverianus* d'ORB. Vznikaly mi tím nesrovnalosti, poněvadž kusy z Roudnice i z Útova souhlasily s exemplářem z Poncé. Ten však odpovídal diagnose STOLICZKOU uvedeného druhu *Ammonites ornatissimum* a nikoli diagnose d'ORBIGNYHO druhu *Ammonites Deverianus*.

Jak jsem již uvedl (1938) v seznamu křídové fauny ze IVb od Roudnice, pokládám nález za totožný s *Acanthoceras ornatissimum* (STOLICZKA).

*Acanthoceras ornatissimum* (STOLICZKA).

Tab. I, obr. 1a, b.

1865. *Ammonites ornatissimum*, STOLICZKA, 14, str. 75, tab. XL.  
 1872. *Ammonites Deverianus*, d'ORB. in FRITSCH, A. & U. SCHLÖNBACH, 5, str. 32 (ex parte), tab. 7, obr. 4, 5.  
 1889. *Ammonites Deverioides*, GROSSOUVRE, 6, str. 524, tab. XII, obr. 1, 2.  
 1893. *Acanthoceras ornatissimum* ORB. (sic!) in F. KOSSMAT, 10, str. 16, fig. 2a, str. 17; fig. 3, str. 18.  
 1893. *Acanthoceras Deverioide* (sic!) GROSS. in KOSSMAT, 10, fig. 2b, str. 17; fig. 4, str. 18.  
 1896. *Acanthoceras deverioides* de GROSSOUVRE in PERON, 11, p. 21, tab. I, fig. 2—3.  
 1901. *Ammonites Deverioides* GROSS. 7, p. 661.  
 1916. *Acanthoceras Deveriae* d'ORBIGNY sp. in ZAHÁLKA, 15, p. 26.  
 1925. *Acanthoceras ornatissimum* STOLICZKA in DIENER, 3, p. 163.  
 1925. *Acanthoceras Deverianum* d'ORBIGNY in DIENER, 3, p. 160, ex parte.  
 1937. *Acanthoceras deverianum* d'ORB. in BASSE, 1, tab. VIII, fig. 1, 2, (non tab. IX, fig. 1a, 1b, *Acanthoceras* cf. *deverianum* d'ORB.), *Acanthoceras* aff. *deverianum* d'ORB., p. 180 ex parte.  
 1938. *Acanthoceras ornatissimum* (STOLICZKA) in ZÁZVORKA, 16, p. 299.

Holotyp na základě jednoznačnosti je část dvou závitů velkého exempláře vyobrazeného Ferd. STOLICZKOU r. 1865, tab. XL, obr. a. Ootatoor group. Tmavé pískovce východně od Odium, Přední Indie. Uložen ve sbírkách Geological Survey of India, Calcutta.

Popis:

Skořápka je terčovitá, naduřelá. Napříč závitů probíhají 23—24 žebra. Z nich více než polovina jsou žebra prvního řádu, probíhající

bez přerušení přes hřbet od hrany umbilicu jedné strany ke hraně umbilicu druhé strany. Žebra prvního řádu nesou 11 hrbolů kuželovitých, podélně protáhlých, ostrých, tvořících podélné řady.

Hřbet skořápky, soudě z tvaru jádra, je široký, mírně vypouklý, s řadou nepřilíh výrazných hrbolů v medianě. Souběžně se střední řadou hrbolů probíhajících na ventrální straně po každé straně mediany dvě další řady hrbolů. Ventrální strana má tedy celkem 5 podélných řad hrbolů. Na každé bočné straně jsou další 3 podélné řady hrbolů.

Průřez závitem je subquadrangulární přes žebro, oblý mezi žebry. Výška průřezu jsou asi  $\frac{2}{3}$  jeho šířky. Šířka závitu přes hrboly: 63,7 mm, výška téhož: 56 mm. Průměr celého jedince: 130 mm, průměr umbilicu: 37,3 mm.

Umbilicus je prostředně velký — asi  $\frac{1}{3}$  průměru celého jádra. Rostoucí velikostí mění se poměr průměru umbilicu k průměru celé skořápky. Závisí to od toho, že závity rychle nabývají na tloušťce a na šířce. Proto u velkého jedince, jakého popsal F. STOLICZKA, jest umbilicus už jen  $\frac{1}{6}$  výšky skořápky.

Sutury na exempláři z Roudnice jsou viditelné jen na malé ploše bočné stěny jádra a na malých ploškách ventrální strany při medianě.

Článekované siphó je velmi krásně viditelné na tlakem poněkud deformovaném (šikmo zmačklém) jedinci z Cítova, jak jej vyobrazil už A. FRITŠ (tab. 7, obr. 5). Na tomto exempláři siphó je odkryto skoro podél celého závitu. Siphó je elipčité, užší plochou postavené na ventrální stranu.

Zachování: oba jedinci, i exemplář z Cítova, uvedený A. FRITŠEM a U. SCHLÖNBACHEM, i exemplář z Roudnice, jsou zachovány pouze jako jádra, tvořená křemitými vápenci. Jako u ostatních pozůstatků bezobratlých v těchto vrstvách, s výjimkou zástupců rodu *Ostrea*, ani u těchto hlavonožců nezachovala se skořápka.

#### Vztahy:

Jedinci ze středního turonu české křídly, jak již uvedeno a jak vysvítá z porovnání s původní STOLICZKOVOU diagnosou druhu *Acanthoceras ornatissimum* (STOLICZKA) z křídly Přední Indie, jsou totožné s tímto druhem, stanoveným F. STOLICZKOU r. 1865.

#### Poznámky:

FRITŠ & SCHLÖNBACH (1872) přiřadili nález z Cítova k d'ORBIGNYHO druhu *Ammonites Deverianus* d'ORB. (1840). Od druhu *Acanthoceras deverianum* (d'ORB.) odlišuje ho však na první raz důležitý znak, 11 řad hrbolů. Měl jsem v úmyslu porovnat nálezy z české křídly s typem druhu *Acanthoceras deverianum* (d'ORB.) z Uchaux (Vaucluse). Exemplář však není ve sbírkách Muséum National d'Histoire Naturelle v Paříži,

jak už před tím zjistila ÉLIANE BASSE (1937). É. BASSE poznamenala (str. 180): *Acanthoceras deverianum* a été décrite par A. d'Orbigny d'après deux „types“ originaux d'Uchaux. Le premier, que je désignerai ici par la lettre A, a dû servir de modèle au dessin synthétique de l'auteur et est signalé dans son texte comme venant „de la collection de M. Renaux et de la mienne“; il a malheureusement partagé le sort de la collection Renaux, aujourd'hui disparue.

Il ne reste donc que le deuxième type conservé dans la collection d'Orbigny (Galerie de Paléontologie du Muséum National d'Histoire Naturelle) où il porte la mention T, c'est-à-dire „type“, et le numéro 6781, localité: Uchaux; je le désignerai ici par la lettre B. C'est un moule interne, très mal conservé, comme nombre de fossiles de ce gisement, donc impossible à caractériser, et dont la ressemblance avec les dessins d'Orbigny est douteuse.“

Měl jsem možnost studovati tento druhý exemplář z Uchaux, uložený v Galerie de Paléontologie du Muséum National d'Histoire Naturelle pod číslem 6781, kde mi byl laskavě zapůjčen ke studiu pány C. ARAMBOURGEM a J. COTTEAU, začož jim upřimně děkuji. Exemplář 6781 je špatně zachován. Má hustě nahloučená žebra, ostrá směrem k umbilicu, vybíhající na hraně k umbilicu v ostré hroty. Některá žebra jsou zdvojená. Na ventrální straně je na kuse obnaženo siphon. Mediana je lemována dvěma řadami ostrých hrbolků, z nichž jedna je dobře zřetelná, druhá je odřena. Zdá se proto, že exemplář 6781 nepříliší druhu *Acanthoceras deverianum* (d'ORB.), vyobrazenému d'ORBIGNYEM na tab. 110, obr. 1, 2.

Ve sbírkách Galerie de Paléontologie du Muséum d'Histoire Naturelle v Paříži je další exemplář s označením *Acanthoceras deverianum* d'ORB., č. 6781A, a to z Poncé (Sarthe), Turonien. Coll. d'Orbigny. Exemplář z Poncé má však 11 řad hrbolů, stejně jako exemplář z Poncé, uložený ve sbírkách geologicko-paleontologického oddělení Národního musea v Praze. Poslední závit exempláře 6781A má 29 žeber, z nichž čttná jsou vložena zdvojením žeber. Také exemplář 6781A z Poncé, stejně jako exemplář z Poncé v Národním museu, odpovídá druhu *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.). Také sutura, pokud je zřetelná na exempláři 6781A, odpovídá struktuře sutury druhu *Acanthoceras ornatissimum* (STOLICZKA), nakreslené na tab. XL, obr. e (14).

Ke druhu *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.) náležejí také exempláře uložené ve sbírkách Université de Paris (Sorbonne), kde mi byly laskavě zapůjčeny ke studiu panem prof. Ch. JACOBEM. Je to exemplář označený původně jako *Ammonites Deverianus* d'ORB. Toto určení je škrtnuto a připsáno určení nové — *Acanthoceras ornatissimum* STOL. Ligérien

sup. = Zone à Pr. Woolgari. Craie marneuse — assise inf.<sup>re</sup>. Bourré (61—178).

Zajímavý je ve sbírkách Sorbonny další exemplář z Bourré (Sarthe) z coll. Munier-Chalmas. Ligérien supérieur. Zone à Pr. Woolgari. ÉLIANE BASSE připsala mu dodatečně určení *Acanthoceras ornatissimum* STOL. Také u tohoto exempláře vkládají se žebra. Postupně však mizejí na žebrech hrboly, až zůstávají jen slabě naznačené hrboly na medianě a po jedné řadě po každé její straně.

Dále sem náleží: malinký, neurčený exemplář z Poncé z coll. Hébert (83—55) s dobře zřetelnými suturami; exemplář s určením *Amm. Deverianus* (83—54) bez označení naleziště; mladý exemplář, označený původně „*Amm. Deverioides* DE GROSS. n° 36 de la coupe de Somme-longue à la Taladette. Environs des 20 (Vingt-) lacs a droite de la route d'Uchaux à Bollene.“ ÉLIANE BASSE připsala k němu určení *Ac. ornatissimum* STOL.; polovina exempláře označeného „*Acanthoceras deverioides* DE GROSSOUVRE. Turonien. Tebessa“ (východní Alžír), vyobrazeného M. PERONEM v díle: Les ammonites du crétacé supérieur de l'Algérie, tab. 1, obr. 2—3. Z Tebessy je také další exemplář (coll. Peron), označený jako *Ammonites Deverioides*, turonien. Není jisté, zda ke druhu *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.) nenáleží i otlučený exemplář, označený jako *Ammonites (Acanthoceras) deverianus*, turonien, Batna. PERON totiž uvádí z Batny dosti otřelý exemplář, na němž však zjistil jenom 9 hrbolů na žebrech prvního řádu. Ke druhu *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.) nutno přiřaditi i četné exempláře z Rouen.

Ke druhu *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.) náleží také exemplář uložený ve sbírkách École nationale supérieur des Mines, označený jako *Acanthoceras Deverioides*, DE GROSSOUVRE, type, Turonien — (*A. Deveriae*, d'ORBIGNY sp.) Bourré i exemplář z Bourré ze sbírky M. E. de Morgan a jeden další exemplář bez jakéhokoliv označení.

Nálezy ammonitů z Loches, Bourré, Poncé a odjinud, náležející ke druhu *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.), odlišil už GROSSOUVRE (1889) od druhu *Acanthoceras deverianum* (d'ORB.) pod novým druhovým označením *Ammonites Deverioides* GROSS., na rozdíl od druhu *Ammonites deverianus* d'ORB. (označený GROSSOUVREM jako *Ammonites Deveriae* d'ORB.) GROSSOUVRE uvádí v diagnose svého nového druhu *Ammonites Deverioides* jako hlavní rozdíl 11 hrbolů na žebrech prvního řádu, oproti 9 hrbolům u druhu *Ammonites Deveriae* d'ORB. Všechny znaky, uvedené GROSSOUVREM v diagnose druhu *Ammonites Deverioides* jsou totožné se znaky druhu *Acanthoceras ornatissimum* (STOLICZKA) z křídly jihoindické. To je zřejmo, jak už uvedeno, ze studia exemplářů z Bourré, uložených ve sbírkách École national supérieur des Mines, kde jest vyznačen také exemplář označený jako typ, jakož i ze studia všech exemplářů z Poncé.

Na totožnost GROSSOUVREM stanoveného druhu *Acanthoceras deverioides* s *Acanthoceras ornatissimum* (STOLICZKA) poukázal už FR. KOSSMAT (1893), když porovnal s *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.) exemplář ze spodního turonu z Rouillé (Sarthe), uložený ve sbírkách paleontologického ústavu university ve Vídni (Wien). KOSSMAT také připojil na porovnání vyobrazení průřezu a sutury druhu *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.) i *Acanthoceras Deverioide* GROSS. (sic!) z Rouillé, Sarthe. KOSSMAT také upozornil na shodu ve stratigrafickém postavení výskytů jihoindických a francouzských. *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.) přichází v indické křídě ve svrchní části Ootatoorské skupiny, t. j. v turonu, a to v spodnější jeho části. Také nálezy ve francouzské křídě jsou turonské. GROSSOUVRE (1889, str. 525) přímo upozorňuje, že jeho *Am. Deverioides* přichází ve svrchní části ligérienu, zatím co *Am. Deveriae* d'ORB. je význačný pro angoumien. Do svrchního ligérienu zařadil GROSSOUVRE (1901) také IVb české křídly, jak zřejmo z jeho tabulky XXV, str. 669.

Rozdíl stanovený GROSSOUVREM mezi druhy *Acanthoceras deverianum* (d'ORB.) a *Acanthoceras deverioides* (GROSS.) zdůraznil také PERON (1896) a exempláře z turonu okolí Tebessy v Alžíru připojil ke druhu *Ac. deverioides* (GROSS.). Bližší studium těchto exemplářů, jak již uvedeno, ukazuje, že také alžírské turonské exempláře, pocházející z ligérienu, jak uvádí PERON podle COQUANDA, nutno přiřaditi ke druhu *Ac. ornatissimum* (STOL.).

KOSSMATOVO přiřazení druhu *Acanthoceras deverioides* (GROSS.) ke druhu *Ac. ornatissimum* (STOL.) uznal i GROSSOUVRE (1901, str. 661). Pochyboval však, že i exemplář vyobrazený FRITSCHEM a SCHLÖNBACHEM z české křídly náleží ke druhu *Ac. ornatissimum* (STOLICZKA) a podotýkal, že se mu zdá bližším jiné formě téže skupiny, která přichází v okolí Saumur na basi turonu. GROSSOUVRE poznamenal: „FRITSCH et SCHLÖNBACH ont figuré du calcaire du Weisse Berg un échantillon qu'ils rapportent a *Am. Deveriae*, d'ORB.; il en diffère parce qu'il possède sur chaque flanc 11 rangées de tubercules au lieu de 9: il se rapproche ainsi de l'espèce que j'ai distinguée sous le nom d'*Am. Deverioides* et que M. KOSSMAT a montré être identique à *Acanthoceras ornatissimum*, STOLICZKA, sp. du Crétacé de l'Inde, mais il me paraît encore environs de Saumur, à la base du Turonien.“

GROSSOUVRE zřejmě byl uveden v omyl tím, že FRITSCH et SCHLÖNBACH uvádějí nálezy, které řadí ke druhu *Am. Deverianus*, d'ORB. také s Bílé hory („aus dem Pläner des weißen Berges“) stejně jako to opakuje později FRITZ znovu v Bělohorských a Malnických vrstvách (1879), tedy ze spodního turonu. Jak jsem uvedl již shora, nálezy s Bílé hory nenáležejí však ani druhu *Ac. deverianum* (d'ORB.), ani druhu

*Ac. ornatissimum* (Stol.). Exemplář z Cítova jest pak totožný s *Ac. deverioides* (Gross.), to jest s *Ac. ornatissimum* (Stol.).

Témuž omylu jako GROSSOUVRE, podlehl i ČENĚK ZAHÁLKA (1916) a označil nálezy uváděné FRITSCHEM a SCHLÖNBACHEM z české křídly jako *Acanthoceras Deveriae* d'ORBIGNY sp. Nález z Cítova uvádí jako střednoturonský, náležející jeho „pásmu“ VIII. Poznnamenává k tomu, že jeden exemplář téhož ammonita nalezl v témže VIII. „pásmu“ v blízkých Lipkovicích.

Také naleziště u Roudnice (IVb) jest střednoturonské\*) jak vysvítá ze společenstva fauny, charakterisované velmi hojným výskytem lamelli-branchiata *Inoceramus lamarcki* PARK. (ZAZVORKA, 1938). Tím, že GROSSOUVRE ve zmíněné již tabulce XXV (1901) klade IVb české křídly do svrchního ligérienu, nutno pokládati také svrchní část ligérienu už za střednoturonskou a v souhlase s tím i výskyty druhu *Ac. ornatissimum* (Stol.) ve francouzské křídě za equivalent spodní části středního turonu v sudetské křídě.

Poněkud důkladněji je nutno věnovati pozornost pojednání v díle ÉLÉANE BASSE (1937). É. BASSE mezi nálezy křídových ammonitů ze Syrie uvádí také *Acanthoceras* aff. *deverianum* d'ORB. É. BASSE uvádí ve svém díle ztrátu typu druhu *Acanthoceras deverianum* (d'ORB.) z Uchaux (T). Poznnamenává současně, že další exemplář z Uchaux, č. 6781, který označuje písmenou B, je velmi špatně zachované jádro. É. BASSE vyobrazuje proto dva jiné exempláře, sice také ze sbírky A. d'ORBIGNYHO, nikoliv však z Uchaux, nýbrž z Montrichard (Loire-et-Cher) — tab. VIII, obr. 1ab, a z Poncé (Sarthe) — tab. VIII, obr. 2ab.

É. BASSE je oba omylem označuje starým označením „cotypes“. Sama uvádí však hned, že „cotypy“ 6781a i 6781b nutno bráti s rezervou. Jako hlavní nesrovnalost s d'ORBIGNYHO diagnostou a vyobrazením druhu *Ac. deverianum* (d'ORB.) nutno zdůrazniti, že É. BASSE sama uvádí počet 11 hrbolů na žebrech u mladého, jí vyobrazeného jedince. É. BASSE se domnívá, že oba jí vyobrazené a uvedené exempláře sloužily

\*) Když již byla tato práce připravena k tisku, vyšlo pojednání pana prof. dr. BŘETISLAVA ZAHÁLKY: „Příspěvek k srovnání křídly oblasti vltavoberouenské a ohárecké“. Věstník Král. české společnosti nauk. Tř. matem.-přírod. Ročník 1940. BŘETISLAV ZAHÁLKA klade v onom pojednání IVb ještě do spodního turonu (tab. I, str. 3; str. 4). Rozhraní spodního a středního turonu klade mezi stupně IVb a V. Blíží se tím poněkud rozdělení pomořanské svrchní křídly v pojetí DORY WOLANSKY, která celé pásmo s *Inoceramus lamarcki* PARK. klade do spodního turonu. Viz DORA WOLANSKY: „Die Cephalopoden und Lamellibranchiaten der Ober-Kreide Pommerns“. Abhandlungen aus dem geologisch-palaeontologischen Institut der Universität Greifswald. IX. Greifswald 1932. Str. 63. — Pokládám však za oprávněné odlišení středního turonu, velmi dobře vyznačeného hojným výskytem druhu *Inoceramus lamarcki* PARK.

d'ORBIGNYMU při stanovení druhové diagnosy *Ac. deverianum* (d'ORB.) a že jistě ovlivnily d'ORBIGNYHO i při pořizování vyobrazení typu z Uchaux. Z toho důvodu také exempláře vyobrazuje a navrhuje, aby napříště bylo za typ používáno „cotypů“ ze sbírky d'ORBIGNYHO, ačkoliv nejsou z naleziště Uchaux. É. BASSE píše (str. 181): „je propose de prendre dorénavant pour le type les cotypes de la collection d'Orbigny figuré ci-après (pl. VIII, fig. 1, 2), bien qu'ils ne proviennent pas du gisement d'Uchaux.“

L'inexactitude des dessins de d'Orbigny a engendré, une fois de plus, une grande confusion dans l'interprétation de l'espèce; il ne pouvait en être autrement.“

Bohužel, É. BASSE nijak tímto nenapravila zmatek v určování druhů *Ac. deverianum* (d'ORB.) a *Ac. ornatissimum* (STOL.). Oba É. BASSE uvedené exempláře totiž jednak jistě neměl A. d'ORBIGNY při stanovení druhové diagnosy *Ac. deverianum* (d'ORB.), jak se mylně domnívá É. BASSE, neboť, při popisu druhu uvedl d'ORBIGNY jediné naleziště Uchaux a teprve v Prodrôme . . . (1850) uvádí kromě Uchaux také Montrichard, Poncé, Tourtenay. Jak uvedeno už vpředu, i GROSSOUVRE uznal exempláře z Poncé atd. za odlišné od *Ac. deverianum* (d'ORB.) z Uchaux. GROSSOUVRE je označil jako *Ac. deverioides* a nakonec připustil, že jsou totožné s *Ac. ornatissimum* (STOL.), kam je přiřlenil KOSSMAT. Je tedy nemožné pokládat je za totožné s druhem *Ac. deverianum* (d'ORB.). Mluví proti tomu ostatně kromě jiných i onen velmi důležitý znak, který uvádí i É. BASSE — 11 hrbolů na žebrech oproti 9 hrbolům u druhu *Ac. deverianum* (d'ORB.).

Nehledě ani k tomu, že É. BASSE mylně spojuje znovu dva odlišné druhy v jeden, byl by její návrh i bez toho neplatným. Staré označení „cotypů“ náleží historii. Místo označení „cotypů“ nastupují lectotypy a paratypoidy. Ani jeden z nich není možno stanoviti. Bylo by nanejvýše možno stanoviti neotypus druhu *Ac. deverianum* (d'ORB.). Tomu však nijak neodpovídají „cotypy“, které uvádí É. BASSE, neboť neotypus, jak uvádí R. RICHTER, musí být vybrán z původního autorova materiálu, musí býti z téhož naleziště (locus typicus) a z těchže vrstev (stratum typicum), nehledě ani k tomu, že jde o jiný druh než *Acanthoceras deverianum* (d'ORB.).

Únor, 1940.

Geologicko-paleontologické oddělení  
Národního musea v Praze.

## Acanthoceras ornatissimum (Stol.) aus der böhmischen Kreideformation.

(Zusammenfassung des tschechischen Textes.)

Im Jahre 1933 habe ich in Jeřábek's Ziegelei bei Raudnitz an der Elbe in den feinsandigen Kalksteinen der Stufe IVb den Ammoniten *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.) gemeinsam mit einer anderen Fauna, für welche das häufige Vorkommen der Art *Inoceramus lamarcki* PARK. bezeichnend war, gefunden. Es ist dies der zweite Fund dieser Art in der böhmischen Kreide. Der erste Fund stammt aus Zitow; dieser wurde durch A. FRITSCH und U. SCHLÖNBACH im Jahre 1872 (Taf. 7, Fig. 4, 5) abgebildet. (Weitere 2 Exemplare, welche im J. 1872 von FRITSCH und SCHLÖNBACH angeführt werden, gehören nicht zur Art *Ac. ornatissimum* (STOL.).)

FRITSCH und SCHLÖNBACH (1872) haben den Fund aus Zitow der Art *Ammonites Deverianus* d'ORB. (1840) beigeordnet. Von der Art *Acanthoceras deverianum* (d'ORB.) unterscheidet sich dieser Fund auf den ersten Blick dadurch, daß er 11 Knotenreihen statt 9 Reihen hat. Ein Vergleich mit dem Typus der Art *Acanthoceras deverianum* (d'ORB.) aus Uchaux (Vauchuse) ist unmöglich, da das Exemplar aus der Sammlung A. d'ORBIGNY'S verloren gegangen ist (siehe auch É. BASSE, S. 180). Das zweite Exemplar aus Uchaux aus der Sammlung d'ORBIGNY'S, welches in der Galerie de Paléontologie du Muséum National d'Histoire Naturelle in Paris (No. 6781) aufbewahrt wird, ist mangelhaft erhalten und es scheint, daß es der Art *Acanthoceras deverianum* (d'ORB.), welche durch d'ORBIGNY auf der Tafel 110, Bild 1, 2, abgebildet wurde, überhaupt nicht angehört.

Das weitere Exemplar (Nr. 6781A), welches in der Galerie de Paléontologie du Muséum National d'Histoire Naturelle in Paris aufbewahrt wird und als *Ac. deverianum* d'ORB. aus Poncé (Sarthe), Turo-nien, ebenfalls aus der Sammlung d'ORBIGNY'S, bezeichnet ist, hat 11 Knotenreihen gleich wie das Exemplar aus Poncé, welches in den Sammlungen der geologisch-paläontologischen Abteilung des Nationalmuseums in Prag aufbewahrt wird. Diese beiden Exemplare entsprechen der Diagnose der Art *Ac. ornatissimum* (STOL.), und nicht der Art *Ac. deverianum* (d'ORB.).

Der Art *Ac. ornatissimum* (STOL.) müssen auch weitere Exemplare beigeordnet werden, und zwar dasjenige aus Bourré (Sarthe) in den Sammlungen der École nationale des Mines (Paris), und in den Sammlungen der Sorbonne (Coll. Munier-Chalmas), sowie das Exemplar aus Poncé dortselbst (Coll. Hébert); no. 36 de la coupe de Sommelonge



à la Taladette. Dann das Exemplar aus Environ des 20 (Vingt-) lacs à droite de la route d'Uchaux à Bollene; Tebessa (Ostalgerien), welches im Werke M. PERON's abgebildet ist — eine Scheibenhälfte mit der Bezeichnung *Ac. deverioides* de GROSSOUVRE — sowie ein zweites Exemplar, welches vollständig ist (Coll. Peron), und auch zahlreiche Exemplare aus Rouen. Es ist nicht sicher, ob der Art *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.) auch das abgeschlagene Exemplar aus Batna, welches als „*Ammonites (Acanthoceras) deverianus*, turon“, bezeichnet ist, angehört. PERON führt nämlich aus Batna ein ziemlich abgewetztes Exemplar an, auf dem er aber bloß 9 Knoten auf den Rippen erster Ordnung festgestellt hat.

Die Funde aus Loches, Bourré, Poncé und anderswoher, welche zur Art *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.) gehören, hat bereits GROSSOUVRE (1889) von der Art *Acanthoceras deverianum* (d'ORB.) unter einem neuen Artnamen *Ammonites Deverioides* GROSS. unterschieden, zum Unterschied von der Art *Ammonites deverianus* d'ORB. (welche durch GROSSOUVRE als *Am. Deveriae* d'ORB. bezeichnet wurde). Der von GROSSOUVRE angegebene Hauptunterschied sind 11 Knoten auf den Rippen erster Ordnung bei der Art *Ammonites Deverioides* und 9 Knoten bei der Art *Am. Deveriae* d'ORB. Die vom GROSSOUVRE angeführten Merkmale der Artsdiagnose von *Am. Deverioides* sind identisch mit den Artsmerkmalen von *Acanthoceras ornatissimum* (STOL.) aus der südindischen Kreideformation.

Auf die Identität der von GROSSOUVRE bestimmten Art *Acanthoceras deverioides* mit *Ac. ornatissimum* (STOL.) hat bereits FR. KOSSMAT (1893) hingewiesen und auch PERON (1896) hat sie hervorgehoben. GROSSOUVRE hat dann (1901, S. 661) die Beiordnung KOSSMAT's der Art *Acanthoceras deverioides* (GROSS.) zur Art *Ac. ornatissimum* (STOL.) anerkannt. Er zweifelte bloß daran, daß das von FRITSCH und SCHLÖNBACH abgebildete Exemplar aus der böhmischen Kreide der Art *Ac. ornatissimum* (STOL.) angehöre. Er betrachtete es für näher einer anderen Form derselben Gruppe, welche in der Umgebung von Saumur auf der Basis des Turons vorkommt. GROSSOUVRE wurde dadurch in Irrtum geführt, daß FRITSCH und SCHLÖNBACH und dann wieder FRIČ (1879) auch Funde vom Weißen Berge aus dem Unterturon angegeben haben, welche aber in Wirklichkeit der Art *Ac. ornatissimum* (STOL.) nicht angehören.

Ebenso wurde auch ČENĚK ZAHÁLKA (1916) damit in Irrtum geführt und hat die von FRITSCH und SCHLÖNBACH angeführten Funde aus der böhmischen Kreideformation als *Ac. Deveriae* d'ORBIGNY sp. bezeichnet.

ÉLIANE BASSE (1937) führt zwischen den Funden der Kreideammoniten aus Syrien auch *Ac. aff. deverianum* d'ORB. an. Da sie aber beim Vergleichen festgestellt hat, daß der Typus der Art *Ac. deverianum*

(d'ORB.) aus Uchaux (*T*) verloren gegangen ist und das weitere Exemplar aus Uchaux, Nr. 6781, ein sehr schlecht erhaltener Kern ist, bildet sie zwei andere Exemplare aus der Sammlung A. d'ORBIGNY's ab, welche aber aus Uchaux nicht herrühren, also weder aus demselben Fundorte (locus typicus), noch aus denselben Schichten (stratum typicum) sind, sondern aus Montrichard (Loire-et-Cher) abstammen. É. BASSE bezeichnet irrtümlich diese zwei Stücke mit der Bezeichnung „Cotypes“. Sie selbst aber bemerkt, daß dies mit Reserve zu nehmen ist. Als Hauptunterschied mit d'ORBIGNY's Diagnose und der Abbildung der Art *Ac. deverianum* (d'ORB.) muß hervorgehoben werden, daß É. BASSE selbst die Zahl 11 Knoten auf den Rippen bei einem jungen, von ihr abgebildeten Exemplar angibt. Über die angeführten Exemplare verfügte A. d'ORBIGNY bestimmt weder bei der Festsetzung der Diagnose der Art *Ac. deverianum* (d'ORB.), noch bei der Anfertigung der Abbildungen des Typus aus Uchaux, wie É. BASSE vermutet, da d'ORBIGNY bei der Beschreibung der Art bloß den einzigen Fundort Uchaux angeführt hat und erst im Prodrôme . . . (1850) außer Uchaux auch Montrichard, Poncé und Tourtenay angibt. Auch GROSSOUVRE erachtet die Exemplare aus Poncé usw. für abweichend vom *Ac. deverianum* (d'ORB.) aus Uchaux, bezeichnete sie als *Ac. deverioides* und gab schließlich zu, daß sie mit *Ac. ornatissimum* (STOL.), dem sie KOSSMAT angegliedert hat, identisch sind. É. BASSE vereinigte also vom neuen zwei abweichende Arten in eine.

An Stelle der alten Bezeichnung „Cotypes“ treten Lektotypen und Paratypoiden an. Es läßt sich aber keiner von ihnen feststellen.

Prag, im Februar 1940.

#### Uvedené spisy:

- BASSE, Éliane: Les céphalopodes crétacés des massifs côtiers syriens. Contribution à l'étude géologique de la côte libano-syrienne. T. II. Paris, 1937.
- BOULE, M. et J. PIVETEAU: Les fossiles. Paris, 1935.
- DIENER, C.: Fossilium Catalogus. Pars 29: Ammonoidea neocretacea. Berlin, 1925.
- FRÍČ, A.: Studie v oboru křídového útvaru v Čechách. II. Bělohorské a Malnické vrstvy. Archiv pro přírodovědecký výzkum Čech. Díl IV, č. 1. Praha, 1879.
- FRITSCH, A. & U. SCHLÖNBACH: Cephalopoden der böhmischen Kreideformation. Prag, 1872.
- de GROSSOUVRE, A.: Sur le terrain crétacé dans le Sud-Ouest du bassin de Paris. Bulletin de la Société géologique de France. 3ème série. T. XVIIème. Paris, 1889.
- de GROSSOUVRE, A.: Stratigraphie de la craie supérieure. Mémoires pour servir à l'explication de la carte géologique détaillée de la France. Paris, 1901.
- d'ORBIGNY, A.: Paléontologie française. Terrains crétacés. I. Céphalopodes. Paris, 1840—1841.

- d'ORBIGNY, A.: *Prodrome de paléontologie*. IIème vol. Paris, 1850.
- KOSSMAT, F.: *Untersuchungen über die Südindische Kreideformation. (Zweiter Theil.) Beiträge zur Paläontologie Österreich-Ungarns. Bd. XI. Wien, 1893.*
- PERON, A.: *Les ammonites du crétacé supérieur de l'Algérie. Mémoires de la Soc. géol. de France. Mémoire no. 17. Paris, 1896.*
- RICHTER, R.: *Beschränkung der Typus-Sorten, aber Unterscheidung in Dokumenten und Nicht-Dokumenten. Senckenbergiana. Bd. 17. Frankfurt a. M., 1935.*
- SHARPE, D.: *Description of the fossil remains of mollusca found in the chalk of England. Part I. Cephalopoda. London, 1853.*
- STOLICZKA, F.: *The fossil cephalopoda of the cretaceous rocks of Southern India. Ammonitidae. Palaeontologia Indica. Ser. I. Vol. I. Calcutta, 1865.*
- ZAHÁLKA, Č.: *Die Sudetische Kreideformation und ihre Äquivalente in den westlichen Ländern Mitteleuropas. I. Abt. Die west-böhmische Kreide und die Kreide im östlichen Bassin de Paris. Wien, 1916.*
- ZÁZVORKA, V.: *Rozhraní spodního a středního turonu v české křídě. Časopis Národního Musea. Roč. CXII, sv. IV. Praha, 1938.*

*Acanthoceras ornatissimum* (STOLICZKA).

Obr. 1a. — Pohled s bočné strany. Vyobrazení poněkud zmenšeno.

Obr. 1b. — Týž exemplář jako 1a. Pohled s ventrální strany. Poněkud zmenšeno.

Lavice 0,20 m písčitých slínů šedých, glaukonitických. Střední turon.

IVb Čeňka Zahálky.

Roudnice nad Labem, lom nad Jeřábkovou cihelnou (severní Čechy).

Leg. dr. Vlast. Zázvorka.

Exemplář uložen ve sbírkách geologicko-paleontologického oddělení Národního musea v Praze.

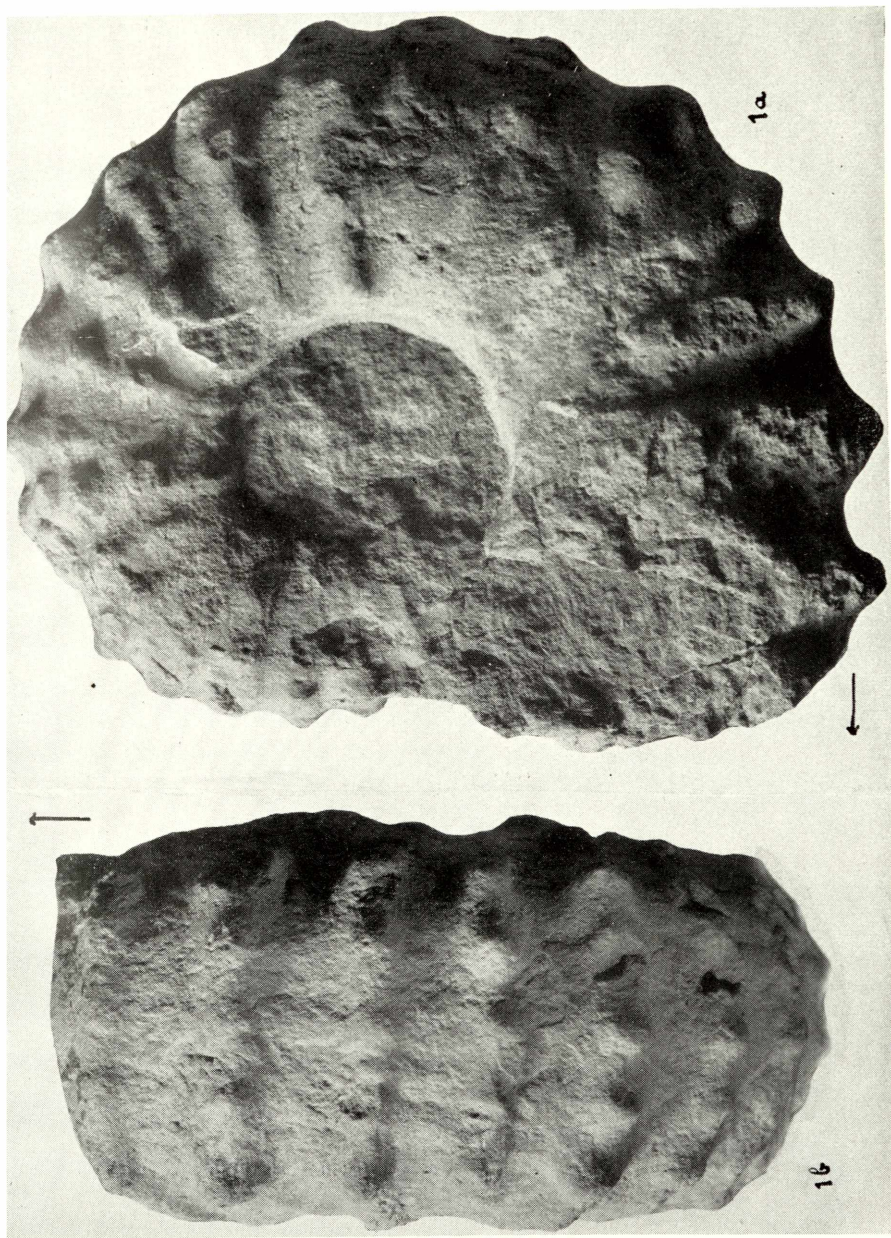


Foto F. Tvrz, Národní museum, Praha.



## XIX.

# Über die Flächen, deren Krümmungslinien sich auf eine Ebene in gegebene Kurven zentral projizieren.

Von PAVEL STAŠEK.

(Eingegangen am 6. Dezember 1940.)

Im Folgenden wird das im Titel genannte Problem teils mit den Mitteln der klassischen Differentialgeometrie, teils mit den Methoden der Tensorrechnung behandelt. Für diese liegt in der tschechischen Literatur das Buch von Prof. Dr. Václav Hlavatý „Diferenciální geometrie křivek a ploch a tensorový počet“, Prag 1937 vor. Verweisungen auf dieses Buch werden im Text mit V. H. D. bezeichnet.

### I.

Gegeben sei der Punkt  $S$  und in der  $(x, y)$ -Ebene, die den Punkt  $S$  nicht enthält, ein orthogonales Kurvennetz. Es sollen solche Flächen bestimmt werden, die dieses System als Zentralprojektion ihrer Krümmungslinien mit dem Punkte  $S$  als Projektionszentrum haben. Wir setzen voraus, daß das betrachtete Kurvennetz aus zwei orthogonalen Kongruenzen besteht. (S. Definition der Kongruenz V. H. D., S. 115.) Wir drücken die rechtwinkligen Cartesischen Koordinaten eines Punktes der  $(x, y)$ -Ebene mittels dieser zwei Kongruenzen  $u = k_1$ ,  $v = k_2$  in folgender Weise aus:

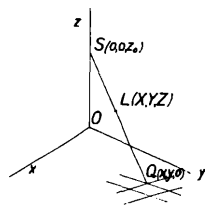


Fig. 1.

$$x = x(u, v), \quad y = y(u, v), \quad z = 0, \quad (1)$$

wo  $x = x(u, v)$ ,  $y = y(u, v)$  in einem gewissen Gebiete eindeutige, stetige Funktionen bezeichnen, deren im Folgenden auftretende partielle Ableitungen existieren und stetig sind. Der Punkt  $S$  habe die Koordinaten  $(0, 0, z_0 = \text{konst})$ , die  $Z$ -Achse sei senkrecht zur  $(x, y)$ -Ebene.

Die Parameterdarstellung der gesuchten Fläche  $P$ , bezogen auf die Krümmungslinien als Parameterkurven, sei

$$X = X(u, v), \quad Y = Y(u, v), \quad Z = Z(u, v). \quad (2)$$

Jedem Wertepaar  $u, v$  des betrachteten Gebietes entspricht dann vermöge (1) ein Punkt  $Q$  der  $(x, y)$ -Ebene und vermöge (2) ein Punkt  $L$  der Fläche  $P$ .  $L$  und  $Q$  liegen auf einem Projektionsstrahl durch  $S$ . Es sei  $\lambda = \lambda(u, v)$  das Teilverhältnis, in dem der Punkt  $L$  die Strecke  $SQ$  teilt. Dann können die Gleichungen (2) in der Form

$$X = \frac{x}{1-\lambda}, \quad Y = \frac{y}{1-\lambda}, \quad Z = \frac{-\lambda z_0}{1-\lambda} \quad (2a)$$

angesetzt werden, wo  $(x, y)$  der Punkt der Ebene ist, der durch die Gleichungen (1) gegeben wird.

Die partiellen Ableitungen der Funktionen  $X, Y, Z$  sind

$$\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial \mu} = X_\mu &= \frac{x_\mu(1-\lambda) + x\lambda_\mu}{(1-\lambda)^2}, & Y_\mu &= \frac{y_\mu(1-\lambda) + y\lambda_\mu}{(1-\lambda)^2}, \\ Z_\mu &= -z_0 \frac{\lambda_\mu(1-\lambda) + \lambda\lambda_\mu}{(1-\lambda)^2} = -z_0 \frac{\lambda_\mu}{(1-\lambda)^2}, \end{aligned} \quad \text{wo } \mu = u, v. \quad (2b,c)$$

Wenn die Funktionen  $X, Y, Z$  eine Fläche bestimmen sollen, so müssen sie die folgenden Eigenschaften haben, welche auch hinreichend sind:

a) Sie sind eindeutig und stetig für alle Werte der Argumente aus einem gewissen Gebiete  $A$ .

b) Es existiert ein solches Teilgebiet  $B$  von  $A$ , daß für alle Argumentwerte aus  $B$  diese Funktionen stetige Ableitungen nach den Argumenten wenigstens bis zu einer Ordnung  $r \geq 1$  besitzen.

c) Die Matrix

$$\mu = \begin{pmatrix} X_u & Y_u & Z_u \\ X_v & Y_v & Z_v \end{pmatrix}$$

hat nicht für alle Werte  $u, v$  aus dem Gebiete  $B$  einen Rang  $h < 2$ . Wir beweisen zunächst, daß unsere Funktionen  $X, Y, Z$  diese Eigenschaften a), b), c) haben.

Beweis:

Auf der rechten Seite der Gleichungen (2a) treten die Funktionen  $x(u, v), y(u, v), \lambda(u, v)$  auf. Die Voraussetzungen, die über die Funktionen  $x, y$  gemacht wurden, sind mit den Eigenschaften a), b) identisch. Von der Funktion  $\lambda$  setzen wir ebenfalls die Eigenschaften a), b) voraus. Um die Eigenschaft c) zu beweisen, setzen wir aus den Gleichungen (2b, c) in die Matrix  $\mu$  ein, dann wird

$$\mu = \begin{pmatrix} \frac{x_u(1-\lambda) + x\lambda_u}{(1-\lambda)^2}, & \frac{y_u(1-\lambda) + y\lambda_u}{(1-\lambda)^2}, & -z_0 \frac{\lambda_u}{(1-\lambda)^2} \\ \frac{x_v(1-\lambda) + x\lambda_v}{(1-\lambda)^2}, & \frac{y_v(1-\lambda) + y\lambda_v}{(1-\lambda)^2}, & -z_0 \frac{\lambda_v}{(1-\lambda)^2} \end{pmatrix}$$

Die drei Determinanten der Matrix  $\mu$  sind:

$$-\frac{1}{(1-\lambda)^3} \begin{vmatrix} x & x_u & x_v \\ y & y_u & y_v \\ \lambda - 1 & \lambda_u & \lambda_v \end{vmatrix} = D^{1,2}, \quad -\frac{z_0}{(1-\lambda)^3} \begin{vmatrix} x_u & x_v \\ \lambda_u & \lambda_v \end{vmatrix} = D^{1,3},$$

$$-\frac{z_0}{(1-\lambda)^3} \begin{vmatrix} y_u & y_v \\ \lambda_u & \lambda_v \end{vmatrix} = D^{2,3}.$$

Setzen wir voraus, daß

$$\begin{vmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \end{vmatrix} \neq 0, \quad (3)$$

d. i. daß die Kurven (1) zwei Kongruenzen bilden, so können die Gleichungen

$$D^{1,3} = D^{2,3} = 0 \quad (4)$$

nur in dem trivialen Fall  $\lambda = \text{konst.}$  zugleich bestehen. Denn die Gleichungen (4) lauten:

$$x_u \lambda_v - x_v \lambda_u = 0 \quad y_u \lambda_v - y_v \lambda_u = 0$$

und die Determinante des Systems ist

$$\begin{vmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \end{vmatrix} \neq 0.$$

Also ist  $\lambda_u = \lambda_v = 0$  oder  $\lambda = \text{konst.}$  die einzige Lösung von (4). Für  $\lambda = \text{konst.} \neq 1$  ist aber  $D^{1,2} \neq 0$ . Die Matrix  $\mu$  hat daher, wenn  $\lambda \neq 1$ , gewiß beständig den Rang 2, d. h. die Eigenschaft c) ist erfüllt. Infolgedessen stellt (2a) wirklich eine Fläche  $P$  dar.

Wir stellen jetzt auf Grund unserer Ausgangsforderung zwei partielle Differentialgleichungen auf, denen  $\lambda$  genügen muß. Dazu bestimmen wir zunächst die zweiten Ableitungen  $X_{uv}, Y_{uv}, Z_{uv}$ . Diese sind nach einer Umformung

$$X_{uv} = \frac{(1-\lambda)[x_{uv}(1-\lambda) + x_u \lambda_v + x_v \lambda_u + x\lambda_{uv}] + 2\lambda_u \lambda_v}{(1-\lambda)^3}$$

$$Y_{uv} = \frac{(1-\lambda)[y_{uv}(1-\lambda) + y_u \lambda_v + y_v \lambda_u + y\lambda_{uv}] + 2\lambda_u \lambda_v}{(1-\lambda)^3} \quad (5)$$

$$Z_{uv} = -z_0 \frac{\lambda_{uv}(1-\lambda) + 2\lambda_u \lambda_v}{(1-\lambda)^3}.$$



Die notwendigen und hinreichenden Bedingungen dafür, daß die Parameterkurven  $u, v$  einer Fläche  $P$ , welche keine Kugel oder keine Ebene ist, Krümmungslinien sind, lauten nun:

$$M \equiv \begin{vmatrix} X_{uv} & X_u & X_v \\ Y_{uv} & Y_u & Y_v \\ Z_{uv} & Z_u & Z_v \end{vmatrix} = 0 \quad (6)$$

$$F \equiv X_u X_v + Y_u Y_v + Z_u Z_v = 0. \quad (7)$$

(V. H. D., S. 306.)

Nach unseren Voraussetzungen ist  $z_0 \neq 0$ ,  $\lambda \neq 1$  und wegen der Orthogonalität der beiden Kurvenkongruenzen in der  $(x, y)$ -Ebene  $x_u x_v + y_u y_v = 0$ .

Berücksichtigt man das, und setzt die Werte der Ableitungen von  $X, Y, Z$  aus (2b, c) und (5) in (6) und (7) ein, so ergibt sich

$$\begin{vmatrix} x_{uv} & x_u & x_v \\ y_{uv} & y_u & y_v \\ \lambda_{uv} & \lambda_u & \lambda_v \end{vmatrix} = 0. \quad (6a)$$

$$(1 - \lambda) \lambda_u [x x_v + y y_v] + (1 - \lambda) \lambda_v [x x_u + y y_u] + \lambda_u \lambda_v [x^2 + y^2 + z_0^2] = 0. \quad (7a)$$

Damit sind wir zu zwei partiellen Differentialgleichungen für  $\lambda$  gelangt.

Die Gleichung (6a) ist eine partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung mit eindeutigen, stetigen Koeffizienten; die Gleichung (7a) eine nichtlineare partielle Differentialgleichung erster Ordnung mit eben-solchen Koeffizienten. Solche simultane Gleichungen haben Integrale, welche stetige Funktionen der Koeffizienten beider Gleichungen sind. Nur solche Integrale wollen wir betrachten. Die Aufstellung der Integrabilitätsbedingungen des Gleichungssystems (6a), (7a) scheint große Schwierigkeiten zu bieten. Ebenso dürfte die Bestimmung des vollständigen Integrals  $\lambda(u, v)$  schwierig sein. Darum spezialisieren wir im Folgenden in diesen Gleichungen das Orthogonalsystem in der Ebene und stellen für dieses spezialisierte Orthogonalsystem die Integrabilitätsbedingungen auf. Zunächst geben wir Beispiele, in denen die Bestimmung partikulärer Integrale möglich ist.

Beispiel 1.

Es mögen die Kongruenzen (1) aus den konzentrischen Kreisen mit dem Mittelpunkt  $(0, 0)$  und den Geraden durch den Punkt  $(0, 0)$  bestehen. Dann sind die Gleichungen (1):

$$x = u \cos v, \quad y = u \sin v \quad (\alpha).$$

Die Gleichungen  $M = 0$ ,  $F = 0$  werden nach einer Umformung

$$M \equiv \lambda_{uv} \cdot u - \lambda_v = 0, \quad (8)$$

$$F \equiv (1 - \lambda) u + \lambda_u [u^2 + z_0^2] = 0; \quad (9)$$

(9) läßt sich in

$$u [-\lambda + u\lambda_u] + u + \lambda_u z_0^2 = 0 \quad (9a)$$

umschreiben. Durch Integration von (8) bekommen wir eine Gleichung:

$$\lambda_u \cdot u - \lambda = U(u). \quad (8a)$$

Einsetzen in (9a) ergibt:

$$\lambda_u = \frac{-u(u\lambda_u - \lambda)}{z_0^2} = \frac{-u U(u)}{z_0^2}; \quad (9b)$$

und Integration

$$\lambda = \frac{1}{z_0^2} U_1(u) + V(v).$$

Für diesen Wert von  $\lambda$  ist:

$$\lambda_0 = V'(v), \quad \lambda_{uv} = 0. \quad (10)$$

Aus der Gleichung (8) folgt  $\lambda_v = 0$  und aus (10) weiter

$$V = V(u).$$

Daher ist schließlich

$$\lambda = \lambda(u) + \text{konst.} \quad (11)$$

Durch Einsetzen von  $\lambda$  aus der letzten Gleichung und von  $x, y$  aus (x) in (2a) und durch Elimination von  $u$  und  $v$  aus den entstehenden Gleichungen erhalten wir die Rotationsflächen

$$Z = F(X^2 + Y^2).$$

Beispiel 2.

Betrachten wir jetzt ein System von konfokalen Kegelschnitten in der  $(x, y)$ -Ebene! Dann ist

$$x = x(u, v) = \frac{1}{e} \sqrt{(a^2 - u)(a^2 - v)}, \quad y = y(u, v) = \frac{1}{e} \sqrt{(u - b^2)(b^2 - v)} \\ e = \sqrt{a^2 - b^2}, \quad u < b^2, \quad b^2 < v < a^2 \quad (12)$$

$$x_u = \frac{1}{e} \sqrt{a^2 - v} \frac{1}{2} \frac{-1}{\sqrt{a^2 - u}}, \quad y_u = \frac{1}{e} \sqrt{b^2 - v} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{u - b^2}}$$

$$x_v = \frac{1}{e} \sqrt{a^2 - u} \frac{1}{2} \frac{-1}{\sqrt{a^2 - v}}, \quad y_v = \frac{1}{e} \sqrt{u - b^2} \frac{1}{2} \frac{-1}{\sqrt{b^2 - v}} \quad (12a)$$

$$x_{uv} = \frac{1}{e} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{a^2 - u}} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{a^2 - v}}, \quad y_{uv} = \frac{1}{e} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{u - b^2}} \frac{1}{2} \frac{-1}{\sqrt{b^2 - v}}.$$

Setzen wir aus den Gleichungen (12a) in (6a) und (7a) ein, so erhalten wir nach einer Umformung

$$M \equiv 2\lambda_{uv}(u-v) + \lambda_u - \lambda_v = 0, \quad (13)$$

$$F \equiv (\lambda-1)\lambda_u + (\lambda-1)\lambda_v + 2\lambda_u\lambda_v[C_0 - (u+v)] = 0, \quad (14)$$

wo

$$C_0 = z_0^2 + a^2 + b^2.$$

Die Gleichung (13) ist eine Poissonsche Gleichung.\*) Wir unterwerfen weiterhin zwei bekannte partikuläre Integrale der Poissonschen Gleichung (13) der Bedingung, daß sie auch der Gleichung (14) genügen. Vorher wollen wir aber die Integrabilitätsbedingungen der Gleichungen (13) und (14) betrachten.

Setzen wir

$$\log(\lambda-1) = w, \quad \lambda = 1 + e^w,$$

$$\lambda_u = w_u e^w, \quad \lambda_v = w_v e^w, \quad \lambda_{uv} = e^w (w_{uv} + w_u w_v),$$

$$\frac{1}{2(u-v)} = f, \quad \frac{1}{2(u+v-C_0)} = g.$$

so gehen die Gleichungen (13) und (14) über in

$$w_{uv} = -w_u w_v + f(w_v - w_u), \quad (13')$$

$$g(w_u + w_v) - w_u w_v = 0. \quad (14')$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$w_{uv} = \frac{(f-g)w_v^2 - 2fgw_v}{w_v - g}. \quad (15)$$

Analog erhalten wir

$$w_{uu} = \frac{Aw_v^3 + Bw_v^2 + Cw_v}{(w_v - g)^3} \quad (16)$$

$$w_{uv} = \frac{Dw_v^2 + Ew_v}{w_v - g} \quad (17) \quad w_{vv} = \frac{Fw_v^3 + Gw_v^2 + Hw_v}{(w_v - g)^4}, \quad (18)$$

wo

$$A = g_u, \quad B = -fg + g^3 - gg_v, \quad C = 2fg^3, \quad D = f - g, \quad E = -2fg,$$

$$F = -fg^2 + g^3, \quad G = 3fg^3 - g^4 + g^2g_v, \quad H = -2fg^4.$$

\*) 1. Poisson, Journal de l'École royale polytechnique, Tome 12, Paris 1823 „Sur l'équation d'Euler“, S. 208—213.

2. V. Jamet, Bulletin de Darboux, 1895, S. 208.

3. G. Darboux, Leçons sur la théorie générale des surfaces, II, 1899, Paris, S. 70.

Es müssen nun folgende Gleichungen erfüllt sein:

$$w_{uuv} = w_{uvu} = w_{vuu} \quad (19)$$

$$w_{vvu} = w_{rvr} = w_{urv} \quad (20)$$

Aus den Gleichungen (16) und (17) ergibt sich nach einer Umformung

$$w_{uuv} = \frac{1}{(w_v - g)^8} \{ [(-B - 3Ag)w_v^2 + (-2C - 2Bg)w_v - Cg] [Fw_v^3 + Gw_v^2 + Hw_v] + [A_v w_v^4 + (B_v - A_v g + 3Ag_v)w_v^3 + (C_v - B_v g + 3Bg_v)w_v^2 + (3g_v C - C_v g)w_v] [w_v - g]^4 \}. \quad (21)$$

$$w_{uvu} = \frac{1}{(w_v - g)^3} \{ w_v^4 (D^2 - D_u) + w_v^3 (DE - 2D^2 g - E_u + 2D_u g - g_u D) + w_v^2 (-3DEg + 2E_u g - E_g u - D_u g^2 + gg_u D) + w_v (-E^2 g + E_g u - E_u g) \}. \quad (22)$$

Aus (19) gewinnen wir mittels (21) und (22) eine Integrabilitätsbedingung, deren linke Seite ein Polynom 9. Grades in  $w_v$  ist. Ebenso erhalten wir aus der Gleichung (20) als linke Seite der zweiten Integrabilitätsbedingung gleichfalls ein Polynom in  $w_v$ . Durch Aufstellung der Resultante dieser zwei Polynome erhalten wir schließlich eine Integrabilitätsbedingung in der Form, daß ein gewisses Polynom in  $u, v$ , welches auch die Konstante  $C_0$  enthält, Null sein muß. Offenbar ist schon diese einfachste Integrabilitätsbedingung sehr schlecht zu übersehen. Das Gleiche gilt auch von den weiteren Bedingungen. Wir betrachten nun die folgenden zwei partikulären Integrale

$${}^1\lambda = A + B(u + v),$$

wo  $A, B$  Konstanten sind,

$${}^2\lambda = (u - \alpha)^{\frac{1}{2}} (v - \alpha)^{\frac{1}{2}} f(\alpha) + A,$$

( $A, \alpha$  willkürliche Konstanten,  $f(\alpha)$  willkürliche Funktion) und unterwerfen sie der Bedingung, daß sie auch der Gleichung (14) genügen sollen. Wenn man die Ableitungen  ${}^i\lambda_u, {}^i\lambda_v$ , ( $i = 1, 2$ ) bildet und in (14) einsetzt, so ergibt sich ohne Schwierigkeit

$${}^1\lambda = 1 + B[(u + v) - C_0], \quad {}^2\lambda = \left(u - \frac{C_0}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(v - \frac{C_0}{2}\right)^{\frac{1}{2}} f\left(\frac{C_0}{2}\right) + 1.$$

Setzen wir diese Werte von  ${}^1\lambda, {}^2\lambda$  in die Gleichungen (2a) ein, wo  $x = x(u, v)$ ,  $y = y(u, v)$  das System der konfokalen Kegelschnitte ist, so erhalten wir je ein System von Flächen, welche Lösungen unseres Problems sind.

## II.

Es seien wieder  $x, y$  rechtwinklige Koordinaten in der  $(x, y)$ -Ebene. In dieser sei ein Kurvennetz gegeben und jede der beiden Kurvenscharen, die das Netz bilden, sei wieder eine Kongruenz. Diese Kurven  $\xi^1 = \text{konst.}$ ,  $\xi^2 = \text{konst.}$ , sind Parameterkurven in der Ebene. Wir schreiben

$$\begin{aligned} x &= x(\xi^1, \xi^2) & y &= y(\xi^1, \xi^2) \\ \text{oder} \quad x &= x(\xi^v) & y &= y(\xi^v) \quad (v = 1, 2). \end{aligned} \quad (1)$$

Die Senkrechte zur  $(x, y)$ -Ebene im Punkte  $O(0, 0)$  sei wieder die  $Z$ -Achse und der Punkt  $S(0, 0, C)$  Projektionszentrum. Beschäftigen wir uns wieder mit dem im Teile I. ausgesprochenen Problem und versuchen wir Flächen der gesuchten Art mit Hilfe der Tensorrechnung abzuleiten! Wir setzen voraus, daß eine solche Fläche existiert.  $L$  sei ein Punkt der Fläche mit den Cartesischen Koordinaten  $X, Y, Z$ , so daß

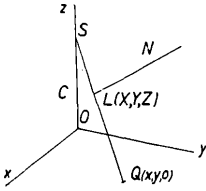


Fig. 2.

$$\varrho X = x, \quad \varrho Y = y, \quad \varrho Z = C = \text{konst.},$$

wo  $\varrho$  eine Funktion der Parameter  $\xi^v$  ist, welche nicht identisch gleich Null ist. Es ist möglich, diese Gleichungen durch Einführung der Symbole

$$X = X^1, \quad Y = X^2, \quad Z = X^3, \quad x = x^1, \quad y = x^2, \quad z = x^3 = 0, \quad c^1 = 0, \quad c^2 = 0, \quad c^3 = C$$

in folgender Weise zu schreiben:

$$\varrho X^a = x^a + c^a \quad (a = 1, 2, 3). \quad (2)$$

Durch die Gleichungen (2) werden die Punkte der Fläche gleichfalls auf die Parameter  $\xi^v$  bezogen. Wir bezeichnen jetzt mit  $\left. \begin{matrix} r \\ \mu \nu \end{matrix} \right\} \lambda$  die Christoffelschen Symbole in der  $(x, y)$ -Ebene und mit  $\left. \begin{matrix} p \\ \mu \nu \end{matrix} \right\} \lambda$  die Ch. Symbole auf der gesuchten Fläche. ( $\lambda, \mu, \nu$  und die übrigen griechischen Indizes durchlaufen die Werte 1, 2). Dann gilt

$$\left. \begin{matrix} r \\ \mu \nu \end{matrix} \right\} \lambda = \frac{1}{2} a^{\lambda e} \left( \frac{\partial}{\partial \xi^v} a_{\mu e} + \frac{\partial}{\partial \xi^\mu} a_{v e} - \frac{\partial}{\partial \xi^e} a_{\mu \nu} \right), \quad (3)$$

wo

$$a_{\mu \nu} = \sum_{a=1}^3 \frac{\partial x^a}{\partial \xi^\mu} \frac{\partial x^a}{\partial \xi^\nu}, \quad a^{\lambda e} a_{\lambda \sigma} = \delta_\sigma^e = \begin{cases} 0 & \text{für } e \neq \sigma \\ 1 & \text{für } e = \sigma \end{cases}$$

und die Determinante

$$|a_{\lambda\sigma}| = a \neq 0.$$

Ganz analog ist für die Fläche

$$\begin{aligned} \left. \begin{matrix} p \\ \mu \nu \end{matrix} \right\} \lambda &= \frac{1}{2} A^{\lambda\varrho} \left( \frac{\partial}{\partial \xi^\nu} A_{\mu\varrho} + \frac{\partial}{\partial \xi^\mu} A_{\nu\varrho} - \frac{\partial}{\partial \xi^\varrho} A_{\mu\nu} \right) \\ A_{\mu\nu} &= \sum_{a=1}^3 \frac{\partial X^a}{\partial \xi^\mu} \frac{\partial X^a}{\partial \xi^\nu}, \quad A^{\lambda\varrho} A_{\lambda\sigma} = \delta_\sigma^\varrho. \quad |A_{\lambda\varrho}| = A \neq 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Durch Ableitung der Gleichung (2) bekommen wir

$$\varrho_\lambda X^a + \varrho X_\lambda^a = x_\lambda^a. \quad (5a)$$

(Die Indizes  $\lambda$  bezeichnen partielle Ableitung nach  $\xi^\lambda$ .) Nochmalige Ableitung ergibt:

$$X^a \frac{\partial \varrho_\lambda}{\partial \xi^\mu} + \varrho_\lambda X_\mu^a + \varrho_\mu X_\lambda^a + \varrho \frac{\partial X_\lambda^a}{\partial \xi^\mu} = \frac{\partial x_\lambda^a}{\partial \xi^\mu}. \quad (5b)$$

Führen wir an Stelle der partiellen Ableitungen die kovarianten Ableitungen ein (V. H. D., S. 201):

$$\begin{aligned} D_\mu^p X_\lambda^a &= \frac{\partial X_\lambda^a}{\partial \xi^\mu} - \left\{ \begin{matrix} p \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} X_\nu^a; & D_\mu^r x_\lambda^a &= \frac{\partial x_\lambda^a}{\partial \xi^\mu} - \left\{ \begin{matrix} r \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} x_\nu^a; \\ D_\mu^r \varrho_\lambda &= \frac{\partial \varrho_\lambda}{\partial \xi^\mu} - \left\{ \begin{matrix} r \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} \varrho_\nu. \end{aligned} \quad (5c)$$

so erhalten wir

$$\begin{aligned} X^a D_\mu^r \varrho_\lambda + \left\{ \begin{matrix} r \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} \varrho_\nu X^a + \varrho_\nu X_\mu^a \delta_\lambda^\nu + \varrho_\nu X_\lambda^a \delta_\mu^\nu \\ + \varrho [D_\mu^p X_\lambda^a + \left\{ \begin{matrix} p \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} X_\nu^a] = D_\mu^r x_\lambda^a + \left\{ \begin{matrix} r \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} x_\nu^a. \end{aligned}$$

Weiter ergibt sich aus der Gaußschen Gleichung für die Fläche, resp. für die Ebene [V. H. D., S. 262 Gleichung (4, 8a)]

$$D_\mu^p X_\lambda^a = B_{\mu\lambda} N^a, \quad D_\mu^r x_\lambda^a = 0.$$

$N^a$  ist der Einheitsvektor der Flächennormale im Punkte  $L$ ,  $B_{\mu\lambda}$  der zweite Fundamentaltensor der Fläche. Bei Berücksichtigung der letzten Gleichungen und von  $\varrho_\nu X^a - x_\nu^a = -\varrho X_\nu^a$  erhält man

$$X^a D_\mu^r \varrho_\lambda - \left\{ \begin{matrix} r \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} \varrho X_\nu^a + \varrho B_{\mu\lambda} N^a + \varrho \left\{ \begin{matrix} p \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} X_\nu^a + \varrho_\nu (X_\mu^a \delta_\lambda^\nu + X_\lambda^a \delta_\mu^\nu) = 0,$$

oder endlich

$$X^a D_\mu^r \varrho_\lambda + \varrho X_\nu^a \left[ \frac{\varrho_\lambda}{\varrho} \delta_\mu^\nu + \frac{\varrho_\mu}{\varrho} \delta_\lambda^\nu + \left\{ \begin{matrix} \nu \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} \nu \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} \right] + \varrho B_{\mu\lambda} N^a = 0. \quad (6)$$

Weil

$$\sum_a N^a X_\nu^a = 0, \quad \sum_a N^a N^a = 1,$$

bekommen wir aus der Gleichung (6) durch Multiplikation mit  $N^a$  und durch Summation über  $a$

$$W D_\mu^r \varrho_\lambda + \varrho B_{\mu\lambda} = 0, \quad (7)$$

wo

$$W = \sum_a X^a N^a. \quad (8)$$

Die Gleichung (7) ist die differentielle Gleichung für die Funktion  $\varrho(\xi^r)$ . Nun sollen die Parameterkurven  $\xi^\nu = \text{konst.}$ , die Krümmungslinien der Fläche sein, also  $B_{12} = B_{21} = 0$ . Daher und wegen  $W \neq 0$  lautet die Gleichung (7) für  $\mu = 1$ ,  $\lambda = 2$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varrho_2}{\partial \xi^1} - \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \ 1 \end{matrix} \right\} \varrho_1 - \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 2 \ 1 \end{matrix} \right\} \varrho_2 &= 0 \quad \text{d. i.} \\ \frac{\partial^2 \varrho}{\partial \xi^1 \partial \xi^2} - \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \ 1 \end{matrix} \right\} \frac{\partial \varrho}{\partial \xi^1} - \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 2 \ 1 \end{matrix} \right\} \frac{\partial \varrho}{\partial \xi^2} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Damit haben wir eine Differentialgleichung für  $\varrho$  bekommen. Im Falle eines Orthogonalsystems von Kurven in der Ebene ist es möglich die Gleichung (9) weiter zu vereinfachen (V. H. D., S. 147). Indem man  $\varrho$  bestimmt und in die Gleichung (2) einsetzt, findet man die Gleichung der Fläche.\*)

Wir verwenden jetzt  $\varrho$  und die Bedingung, daß das Kurvennetz in der Ebene orthogonal ist, zur Bestimmung des ersten Fundamental tensors der Fläche. Aus der Gleichung (6) gewinnen wir durch Multiplikation mit  $X_\omega^a$  und durch Addition über  $a$ :

$$\sum_a X^a X_\omega^a D_\omega^r \varrho_\lambda + \sum_a \varrho X_\nu^a X_\omega^a \left[ \delta_\mu^\nu \frac{\varrho_\lambda}{\varrho} + \delta_\lambda^\nu \frac{\varrho_\mu}{\varrho} + \left\{ \begin{matrix} \nu \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} \nu \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} \right] = 0. \quad (10)$$

\*) Nehmen wir  $M = F = 0$  und als Projektion der Krümmungslinien in der Ebene wieder das System der konfokalen Kegelschnitte wie im I. Teile der Arbeit, so vereinfacht sich die Gleichung (9) zu

$$2(u - v) \frac{\partial^2 \varrho}{\partial \xi^1 \partial \xi^2} + \frac{\partial \varrho}{\partial \xi^1} - \frac{\partial \varrho}{\partial \xi^2} = 0, \quad (9\alpha)$$

was mit der Poissonschen Gleichung (13) in I. identisch ist.

weil

$$\sum_a N^a X_\omega^a = 0.$$

Diese Gleichung gibt mit Rücksicht auf (7) für  $\mu \neq \lambda$

$$\delta_\mu^v \frac{\varrho_\lambda}{\varrho} + \delta_\lambda^v \frac{\varrho_\mu}{\varrho} + \left\{ \begin{matrix} v \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} v \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} = 0, \quad (11)$$

weil für  $\mu \neq \lambda$   $D_\mu^r \varrho_\lambda = 0$  und  $\sum_a X_\nu^a X_\omega^a = A_{\nu\omega}$ . Nach (4) ist die Determinante  $|A_{\nu\omega}| = A \neq 0$ .

Wenn wir (11) für  $\mu = 1, \lambda = 2, \nu = 1, 2$  ausschreiben, so reduzieren sich diese Gleichungen nach einer Umformung (wegen  $A_{12} = a_{12} = 0$ ) auf die Gleichungen

$$\frac{\partial \log \varrho}{\partial \xi^2} + \frac{\partial \log \sqrt{A_{11}}}{\partial \xi^2} = \frac{\partial \log \sqrt{a_{11}}}{\partial \xi^2}, \quad \frac{\partial \log \varrho}{\partial \xi^1} + \frac{\partial \log \sqrt{A_{22}}}{\partial \xi^1} = \frac{\partial \log \sqrt{a_{22}}}{\partial \xi^1}. \quad (12a)$$

Durch Integration erhalten wir

$$\varrho \sqrt{A_{11}} = \sqrt{a_{11}} \Phi(\xi^1), \quad \varrho \sqrt{A_{22}} = \sqrt{a_{22}} \Psi(\xi^2), \quad (12b)$$

wo  $\Phi$  und  $\Psi$  willkürliche Funktionen der Parameter  $\xi^\nu$  sind. Die Gleichungen (12b) mit  $A_{12} = a_{12} = 0$  geben uns also die Komponenten des metrischen Fundamentaltensors der gesuchten Fläche mittels  $\varrho$ , welches der Gleichung (9) genügen muß. Um die gesuchte Fläche zu bestimmen, suchen wir noch ihren Fundamentaltensor  $B_{\mu\lambda}$ . Dazu benutzen wir die Mainardi - Codazzischen Bedingungen. Aus der Gleichung (7) folgt für  $\mu = 1, \lambda = 1$  und  $\mu = 2, \lambda = 2$

$$W D_1^r \varrho_1 + \varrho B_{11} = 0, \quad (7a)$$

$$W D_2^r \varrho_2 + \varrho B_{22} = 0. \quad (7b)$$

Durch Elimination von  $W$  bekommen wir ( $\varrho \neq 0, W \neq 0$ )

$$\frac{B_{22}}{B_{11}} = \frac{D_2^r \varrho_2}{D_1^r \varrho_1}, \quad (13)$$

während  $B_{12} = 0$ , wie wir sahen. Die M. C. Bedingungen lauten: (V. H. D., S. 265)

$$D_\omega^p B_{\lambda\mu} = D_\lambda^p B_{\omega\mu} \quad (\omega = 1, 2).$$

Für  $\omega = 1, \lambda = 1, \mu = 1; \omega = 1, \lambda = 1, \mu = 2; \omega = 2, \lambda = 2, \mu = 1; \omega = 2, \lambda = 2, \mu = 2$  sind beide Seiten identisch gleich. Für  $\omega = 1, \lambda = 2, \mu = 1$  und ebenso für  $\omega = 2, \lambda = 1, \mu = 1$  erhalten wir die Bedingung

$$\frac{\partial B_{11}}{\partial \xi^2} - \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \ 1 \end{matrix} \right\} B_{11} + \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \ 1 \end{matrix} \right\} B_{22} = 0 \quad (A)$$



für  $\omega = 1, \lambda = 2, \mu = 2$  und ebenso für  $\omega = 2, \lambda = 1, \mu = 2$  die Bedingung

$$\frac{\partial B_{22}}{\partial \xi^1} - \begin{Bmatrix} 2 \\ 2 \ 1 \end{Bmatrix} B_{22} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \ 2 \end{Bmatrix} B_{11} = 0. \quad (\text{B})$$

Die acht M. C. Bedingungen reduzieren sich also auf die Bedingungen (A), (B). (A) und (B) sind Differentialgleichungen für  $B_{11}, B_{22}$ . Wir müssen noch zeigen, daß eine Lösung des Systems (A) und (B) existiert, welche gleichzeitig der Gleichung (13) genügt. Jede derartige Lösung bestimmt uns den zweiten Fundamentaltensor  $B_{11}, B_{22}$  der Fläche. Wir kennen dann beide Fundamentaltensoren, also auch die Grundformen der Fläche, wodurch diese bestimmt ist (V. H. D., S. 333 u. w.), wenn die beiden Formen das Gaußsche Theorema egregium erfüllen.

Soll die Lösung des Systems (A), (B) der Gleichung (13) genügen, dann muß

$$\begin{aligned} B_{11} &= f(\xi^1, \xi^2) D_1' \varrho_1 \\ B_{22} &= f(\xi^1, \xi^2) D_2' \varrho_2. \end{aligned} \quad (14)$$

Setzen wir diese Gleichung (14) in (A) und (B) ein, und ersetzen wir die Ch. Symbole für die Fläche aus den Gleichungen (12b), so bekommen wir für die Funktion  $f(\xi^1, \xi^2)$  Bedingungen von folgender Form:

$$\alpha_1 \frac{\partial f}{\partial \xi^1} + \beta_1 f = 0, \quad \alpha_2 \frac{\partial f}{\partial \xi^2} + \beta_2 f = 0, \quad (15)$$

wo  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  bekannte Funktionen von  $\xi^1, \xi^2$  sind ( $\varrho_1, \varrho_2, a_{11}, a_{22}$  sind Funktionen von  $\xi^1, \xi^2$ ). Existiert eine Funktion  $f(\xi^1, \xi^2)$ , die (15) genügt, so hat unser Problem eine Lösung. Daß das System (15) mindestens in Spezialfällen Lösungen besitzt, beweist auf andere Weise die Existenz der Flächen im Spezialfalle der Kongruenzen in der Ebene, wie schon auf Seite 5, 7 ausgeführt wurde.

Daß die beiden bestimmten Grundformen das Theorema egregium mindestens in Spezialfällen erfüllen, kann folgendermaßen gezeigt werden.

Die Gleichungen (14) geben  $B_{11}, B_{22}$  explizit abhängig nur von  $\xi^1, \xi^2$  und  $\varrho$ , dem Integrale der Gleichung (9). Mittels (14) bekommen wir [V. H. D., S. 254, (2, 14)]

$$K = \frac{B_{11} B_{22}}{A_{11} A_{22}} = \frac{f^2(\xi^1, \xi^2) D_1' \varrho_1 D_2' \varrho_2}{A_{11} A_{22}}$$

Hier setzen wir in den kovarianten Ableitungen (dritte Gleichung 5c) in den Ch. Symbolen für  $a_{11}, a_{22}$  die Werte aus den Gleichungen (12b) ein, d. i.

$$a_{11} = \varrho^2 A_{11} \Phi^{-2}(\xi_1), \quad a_{22} = \varrho^2 A_{22} \Psi^{-2}(\xi_2),$$

so daß  $K$  wirklich durch die erste Fundamentalform bestimmt ist. Die Bestimmung der Gleichung (3, 7b) V. H. D., S. 334 ist technisch unmöglich, denn es ist nicht möglich das vollständige Integral der Gleichung (9) S. 10 zu gewinnen. Die speziellen Fälle (S. 4, 5) zeigen uns, daß man die rechte Seite der Gleichung in die gewünschte Form bringen kann.

Obsah předešlého článku.

Buď dán v rovině pravoúhlý systém křivek rovnicemi

$$x = x(u, v), \quad y = y(u, v) \quad (1)$$

a střed promítání  $S(0, 0, z_0 = \text{konst.})$  mimo rovinu. V práci se stanoví plochy, které mají tento systém křivek za průmět s bodu  $S$  svých křivek hlavních (křivoznačných). Bod  $L$  plochy  $P$  je určen dělicím poměrem  $\lambda = \lambda(u, v)$  na promítacím paprsku rovnicemi

$$X = \frac{x}{1 - \lambda}, \quad Y = \frac{y}{1 - \lambda}, \quad Z = \frac{-\lambda z_0}{1 - \lambda}. \quad (2)$$

Vezmeme-li křivky hlavní na ploše  $P$  za parametrické, docházíme ke dvěma diferenciálními parciálními rovnicemi pro  $\lambda$ :

$$M \equiv |X_{uv}, X_u, X_v| = 0, \quad (3)$$

$$F \equiv X_u X_v + Y_u Y_v + Z_u Z_v = 0. \quad (4)$$

Stanovíme-li z rovnic (2) příslušné parciální derivace, jichž existenci předpokládáme, a dosadíme-li je do rovnic (3) a (4), obdržíme po úpravě:

$$\begin{vmatrix} x_{uv} & x_u & x_v \\ y_{uv} & y_u & y_v \\ \lambda_{uv} & \lambda_u & \lambda_v \end{vmatrix} = 0 \quad (3a)$$

$$(1 - \lambda) \lambda_u [xx_v + yy_v] + (1 - \lambda) \lambda_v [xx_u + yy_u] + \lambda_u \lambda_v [x^2 + y^2 + z_0^2] = 0. \quad (4a)$$

Řešení úplného integrálu rovnic (3a) a (4a) je v obecném případě velmi obtížné, proto v dalším v těchto rovnicích ortogonální systém specialisujeme.

Na př.: Systém ortogonální v rovině byla soustava kružnic soustředných a s ní soustředný paprskový svazek. Integrací rovnic (3a), (4a) získali jsme  $\lambda$ , které určilo s rovnicemi (2) rotační plochy.

Nebo systém ortogonálních čar v rovině byly konfokální kuželosečky; pak získány dva partikulární integrály  ${}^1\lambda, {}^2\lambda$  rovnic  $M = 0, F = 0$ , pro tento případ napsaných, napsány rovnice plochy  $P$ , které rovněž řeší náš problém.

V druhé části práce postupováno na základě tensorového počtu. Stanoveny oba základní tensor plochy  $A_{\lambda\mu}, B_{\lambda\mu}$ , čímž řešení problému převedeno na Bonnetovu konstrukci plochy.



## B. Spisy jednotlivě vydané.

- Bednář Frant., Zápas moravských evangelíků o nábož. svobodu v letech 1777—1781. Praha 1931.
- Bericht über die Säcularfeier der Erinnerung a. d. vor 300 Jahren erfolgte Ableben Tycho de Brahe's. Prag 1902.
- Bidlo Jar., Jednota bratrská v prvním vyhnání, část IV. (1561—1595). Praha 1932.
- Codex Veronensis Quattuor Evangelia Complectens... Denuo edidit J. Belsheim. Pragae 1904.
- Emler Jos., Decem registra censuum Bohemica etc. Praha 1881.
- Regesta diplom. nec non epistolaria Bohemiae et Moraviae. III. IV. Praha 1884—5.
- Hanuš J., Systematisch- und chronolog. geord. Verzeichnis sämtl. Werke u. Abhandlungen d. Kgl. böhm. Ges. d. Wissenschaften, Prag 1854.
- Höfler C., Chronica de seditione et tumultu Pragensi, 1524—1531. Prag 1859.
- Janko Jos., Soustava dlouhých slabik konc. v st. germánštině. Praha 1903.
- Kalousek Jos., Geschichte d. Kgl. böhm. Ges. d. Wiss. I., II. Heft, Prag 1884—1885.
- Klimesch Matthäus, Norbert Heermann's Rosenberg'sche Chronik, Prag 1897.
- Kybal Vl., Jindřich IV. a Evropa v letech 1609 a 1610. Praha 1909.
- Loewe J. H., Die speculative Idee der Freiheit. Prag 1890.
- Milovidov P., La constitution chimique et physico-chimique du noyau cellulaire. Praha 1936.
- Obecný rejstřík spisů Král. čes. společnosti nauk 1905—1935. Operum a Regia societate scientiarum Bohemica annis 1905—1935 editorum index generalis. Praha 1938.
- Palacký J., Die Verbreitung der Fische. II. verm. Aufl. Mit Unterstützung d. Kgl. böhm. Ges. Prag 1895.
- Petrov A. - Javorskij J. A., Duchovnopolemičeskija sočinenija iereja Michaila Orosvigovskago Andrejly protiv katoličestva i unii. Teksty. (Materialy dlja istorii Zakarpatskoj Rusi IX.) V Praze 1932.
- Pračka L., Untersuchungen ü. d. Lichtwechsel älterer veränderlicher Sterne, nach Šafařík. Vol. I. Prag 1910. — Vol. II. 1916.
- Rada všelikých zvířat. Fotolitografický přetisk vydání z r. 1814 s doprovedem 3 statí od V. Flajšhanse, V. Machka a Zd. Tobolky. Praha, nákl. komise Dobrovského 1939.
- Seydl Otto, Die Geschichte eines Chronometers d. Kgl. böhm. Ges. d. Wiss. in Prag (1791—1864). Ein Beitrag zur Geschichte der Naturwissenschaften in Böhmen. Prag 1935.
- Briefe Franz Xaver Freiherrn von Zach, Direktors der herzogl. Sternwarte am Gotha-Seeberg, u. seines Nachfolgers Bernhards von Lindenau von 1791—1816 an P. Martin Alois David, Adjunkt u. Direktor der kgl. prager Sternwarte. Prag 1938.
- Seznam členů Král. české společ. nauk 1784—1884. V Praze 1884.
- Studnička F. J., Bericht ü. d. mathem. u. naturwiss. Publikationen d. Kgl. böhm. Ges. d. Wiss. während ihres 100jähr. Bestandes. 1. Heft. Prag 1884.
- Bericht ü. d. astrolog. Studien Tycho Brahe's. Prag 1901.
- Prager Tychoniana. Prag 1901.
- Měsíční zprávy o činnosti Král. čes. společ. nauk, jež během r. 1887 vydával. Praha 1887.
- Měsíční zprávy o činnosti Král. české společnosti nauk, jež během r. 1888 vydával. Praha 1888.
- Studnička F. K., Die Substrate der Lebens-Erscheinungen. (Protoplasma-Bioplasma.) Geschichte, Klassifikation, Nomenklatur. Prag 1938.
- Truhlář Jos., Catalogus codicum manuseriptorum latinorum, qui in bibl. Univ. Prag. asservantur. I., II. Praha 1895/96.
- Vajs Josef, Nejstarší breviář hrvatsko-hlaholský. Praha 1910.
- Vejdovský Fr., Neue Untersuchungen ü. d. Reifung u. Befruchtung. Prag 1907.
- Zum Problem der Vererbungsträger. Prag 1911—1912.
- Sborník zoolog. prací věnovaných prof. Dr. F. Vejdovskému k jeho 75. narozeninám. Praha 1925.



- Vejdovský Fr., Sborník prací vydaný k 90. narozeninám prof. Dr. Fr. Vej-  
dovského Král. čes. společností nauk a Čes. zoologickou společností  
v Praze. Praha 1939.
- Verzeichnis der Mitglieder d. Kgl. böhm. Ges. d. Wiss. Prag 1884.
- Voigt H. G., Der Verfasser der römischen Vita des heiligen Adalbert.  
Prag 1904.
- Vorträge, gehalten in der öffentlichen Sitzung d. Kgl. böhm. Ges. d. Wissen-  
schaften bei ihrer ersten Jubelfeier am 14. Sept. 1836, Prag 1837.
- Wegner Georg, Generalregister d. Kgl. b. Ges. d. Wiss. 1784—1884, Prag  
1884.
- Wegner Jiří, Obecný rejstřík spisů Král. čes. společ. nauk 1884—1904.  
Praha 1906.
- Weitenweber Wilhelm Rudolph, Repertorium sämmtl. Schriften d. Kgl.  
böhm. Ges. d. Wiss. 1769—1868. Prag 1869.
- Zpráva o slavnosti 300. roč. úmrtí Tychona Brahe 24. říj. 1901. Praha 1902.

**Spisy počténé jubilejní cenou Král. české společnosti nauk v Praze.**

- Číslo II. Weyr Ed., O theorii forem bilineárných. V Praze 1889.
- » III. Feistmantl Ot., Uhlonosné útvary v Tasmánii. V Praze 1890.
- » IV. Bayer F., Osteologie ropuch (Bifo laur). V Praze 1890.
- » VI. Weyr Ed., O theorii ploch. V Praze 1891.
- » VII. Horák J., Z konjugace souhláskové. V Praze 1896.
- » IX. Studnička F. J., O determinantech mocninných a sestavných.  
V Praze 1897.
- » XIII. Rádl E., O morfolog. významu dvojité očí u členovců. Praha  
1901.
- » XV. Vondrák V., O původu Kijevských listů a Pražských zlomků  
a o bohemismech v starších církevně-slovanských památkách  
vůbec. V Praze 1904.
- » XVI. Domin K., České středohoří. V Praze 1904.
- » XIX. Navrátil Boh., Biskupství olomoucké 1576—1579 a volba Stani-  
slava Pavlovského. V Praze 1909.
- » XX. Nejedlý Zd., Dějiny husitského zpěvu za válek husitských. (Děj.  
husit. zpěvu díl II.) V Praze 1913.
- » XXI. Schuster Fr., Vývoj opalin. V Praze 1912.
- » XXII. Prokeš Jar., Počátky České společnosti nauk do konce XVIII.  
století. Díl I. 1774—1789. V Praze 1938.

*Komisionář Společnosti: Fr. Řivnáč v Praze II., Příkopy.*

**Spisy Bernarda Bolzana.**

- Sv. 1. Funktionenlehre. Praha 1930.
- » 2. Číselná teorie (Zahlentheorie). Praha 1931.
- » 3. Von dem besten Staate. Praha 1932.
- » 4. Der Briefwechsel B. Bolzano's mit F. Exner. Praha 1935.

*V komisi Jednoty č. matematiků a fysiků.*

**Archiv pro badání o životě a díle Josefa Dobrovského.**

- Sv. I. Jedlička Benjamin, Dobrovského »Geschichte« ve vývoji české lite-  
rární historie. V Praze 1934.
- » II. Volf Miloš Boh., Dobrovského Návrh soustavy rostlinné. V Praze  
1934.
- » III. Volf Josef, Příspěvky k životu a dílu Josefa Dobrovského. Řada I.  
V Praze 1934.
- » IV. Volf Josef-Volf Miloš B., Příspěvky k životu a dílu Josefa Dobrov-  
ského. Řada II. V Praze 1935.

**Spisy a projevy Josefa Dobrovského.**

- Sv. VII. Dějiny české řeči a literatury v redakcích z r. 1791, 1792 a 1818.  
Vydal B. Jedlička. V Praze 1936.
- » IX. Podrobná mluvnice jazyka českého v redakcích z roku 1809  
a 1819. V Praze 1940.
- » XVIII. Návrh soustavy rostlinné a rostlinopisný materiál z pozůsta-  
losti. Vyd. M. B. Volf. V Praze 1936.
- » XXI. Dopisy Dobrovského s B. A. Veršauerem a V. Krěmou. Z rodin-  
ných dopisů. Vydali Josef Volf a Josef Páta. V Praze 1937.

*V komisi »Melantricha«.*