

# Bestimmung des Coefficienten der Selbstinduction mit Hilfe des Elektrodynamometers und eines Inductors

VON

J. P u l u j,

*Professor an der k. k. deutschen technischen Hochschule in Prag.*

(Mit 2 Textfiguren.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 5. März 1891.)

## Beschreibung des Inductors.

Zur Messung der Selbstinduction mit Hilfe eines Elektrodynamometers ist ein Inductor erforderlich, welcher sinusartige Wechselströme liefert, deren Schwingungsperiode sich leicht bestimmen lässt. Ein derartiger Wechselstrominductor wird von mir seit 1888 für Vorlesungszwecke benützt und beruht auf dem Principe, dass ein magnetischer Kreis durch eiserne Ankerstäbe periodisch geschlossen und geöffnet wird.

Der Apparat besteht im Wesentlichen, wie in Fig. 1 perspectivisch dargestellt ist, aus einem fixen zweischenkeligen Elektromagnet, vor dessen Polen eine Armatur, bestehend aus 10 eisernen Ankerstäben, mittelst Schwungrad und Schnur in Rotation versetzt werden kann. Die Ankerstäbe haben dreieckigen Querschnitt und bilden mit ihren Enden am Umfange zweier messingener Scheiben von  $7 \cdot 2$  cm Durchmesser verschraubt, eine cylindrische  $4 \cdot 4$  cm lange Trommel, deren Axe, in zwei Ständern gelagert, mittelst eines Stiftes die Axe eines Tourenzählers mitnehmen kann. Die Elektromagnetschenkel haben eine primäre Bewickelung aus wenigen Windungen dicken isolirten Kupferdrahtes und eine secundäre Bewickelung aus vielen Windungen dünnen Drahtes von beziehungsweise  $1$  mm und  $0 \cdot 2$  mm Durchmesser und  $0 \cdot 16$  beziehungsweise  $692 \cdot 1$  Ohm Widerstand. Die

vier Enden der primären und secundären Spulen stehen mit ebenso vielen Klemmen am Apparatabrett in Verbindung. Die Polschuhe der Elektromagnete sind zur Erzielung eines möglichst starken magnetischen Feldes abgescrägt.

Wird durch die primäre Bewicklung des Elektromagnets der Strom einer constanten Stromquelle, etwa einer Batterie von 2—3 Accumulatorzellen, gesendet und die Ankerarmatur in Rotation versetzt, so entsteht in der geschlossenen secundären Spule ein Wechselstrom, denn die Anzahl der Kraftlinien, welche die secundäre Bewicklung passiren, ändert sich, je nachdem der

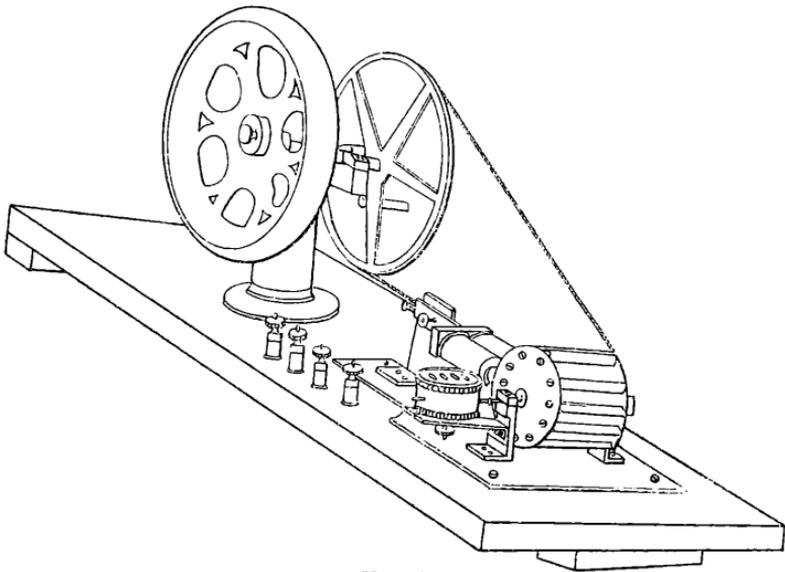


Fig. 1.

magnetische Kreis durch Annäherung eines Ankerstabes geschlossen oder nach Entfernung desselben geöffnet wird. Die Anzahl der Stromwechselperioden ist durch die Formel  $n = \frac{1}{6} N$  gegeben, wenn mit  $N$  die Anzahl Touren, welche die Trommel in einer Minute macht, bezeichnet wird.

Der Apparat gibt während der Rotation einen sehr kräftigen Ton, dessen Schwingungszahl ebenfalls gleich  $n$  ist. Der Ton entsteht in Folge der periodischen Erschütterungen des Apparates, erzeugt durch die anziehende Wirkung der Pole auf die Ankerstäbe der rotirenden Armatur. Die einer bestimmten Rotationsgeschwindigkeit entsprechende Schwingungszahl  $n$  des erzeugten

Tones lässt sich mittelst des erwähnten Tourenzählers ebenso leicht wie genau ermitteln.

Will man den Inductor zur Bestimmung des Coefficienten der Selbstinduction verwenden, so ist es nicht nöthig die Anzahl Stromwechselperioden bei jedem einzelnen Versuche zu bestimmen, es empfiehlt sich vielmehr die Schwingungszahl einer Normalpfeife mit Hilfe des Inductors auf gleiche Weise wie mittelst einer Syrene zu ermitteln und bei den Versuchen über Selbstinduction den Apparat mit einer solchen Geschwindigkeit zu drehen, dass er stets denselben Ton gibt wie die Normalpfeife. Das schwere Schwungrad des Inductors sichert den gleichmässigen Gang desselben, so dass die Tonhöhe und die Anzahl der Stromwechselperioden während einer beliebig langen Versuchsdauer constant erhalten werden können.

Theorie der Bestimmung des Coefficienten der Selbstinduction mit Hilfe des Elektrodynamometers.

Wirkt in einem Stromkreise eine periodische elektromotorische Kraft und liegen zwischen zwei Punkten desselben  $A$  und  $B$  zwei parallele Zweige mit den Widerständen  $R$  und  $r'$  und den Coefficienten der Selbstinduction  $L$  und  $L'$ , so sind die Zweigströme  $i$  und  $i'$  ebenfalls periodische Functionen der Zeit und die Potentialdifferenz  $e$  zwischen  $A$  und  $B$  ist bekanntlich in einem bestimmten Momente durch die Formeln

$$e = Ri + L \frac{di}{dt} \quad \text{und} \quad e = r'i' + L' \frac{di'}{dt}$$

gegeben, vorausgesetzt, dass zwischen den Zweigen keine gegenseitige Induction vorhanden ist. Bedeutet ferner  $T$  die Dauer einer Stromwechselperiode und variirt der unverzweigte Strom  $J = i + i'$  nach dem Gesetze

$$J = J_0 \sin \frac{2\pi}{T} t = J_0 \sin 2n\pi t,$$

wo  $n$  die Anzahl der Stromwechselperioden in einer Secunde bedeutet, so genügen die beiden Amplituden  $A$  und  $A'$  der Zweigströme den Gleichungen <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Mascart-Joubert, Elektricität und Magnetismus, übersetzt von Dr. L. Levy, Bd. II, S. 272.

$$\frac{A^2}{r'^2 + 4\pi^2 n^2 L'^2} = \frac{A'^2}{R^2 + 4\pi^2 n^2 L^2} = \frac{J_0^2}{(R+r')^2 + 4\pi^2 n^2 (L+L')^2}$$

Nehmen wir nun an, dass der Zweigstrom mit dem Widerstande  $r'$  und dem Coefficienten der Selbstinduction  $L'$  einem Elektrodynamometer angehört, welches an die Hauptleitung in den Punkten  $A$  und  $B$  angelegt ist, um daselbst die mittlere Potentialdifferenz des sinusartigen Wechselstromes zu messen. Aus der obigen Gleichung erhalten wir für das Quadrat der Amplitude

$$A'^2 = J_0^2 \cdot \frac{R^2 + 4\pi^2 n^2 L^2}{(R+r')^2 + 4\pi^2 n^2 (L+L')^2}.$$

Wird das Elektrodynamometer an die Enden eines inductionslosen Widerstandes  $r$ , welcher demselben Stromkreise angehört wie  $R$ , angelegt, so ergibt sich in gleicher Weise, wenn mit  $a'$  die Amplitude des Stromes im Elektrodynamometerkreise bezeichnet wird und der unverzweigte Strom  $J_0$  derselbe bleibt, die Beziehung

$$a'^2 = J_0^2 \frac{r^2}{(r+r')^2 + 4\pi^2 n^2 L'^2},$$

und wenn  $\varphi_1$  und  $\varphi$  die Ablenkungen der beweglichen Rolle des Elektrodynamometers, gemessen an den Enden der Widerstände  $R$  und  $r$ , bedeuten, die Gleichung

$$\frac{A'^2}{a'^2} = \frac{R^2 + 4\pi^2 n^2 L^2}{(R+r')^2 + 4\pi^2 n^2 (L+L')^2} \cdot \frac{(r+r')^2 + 4\pi^2 n^2 L'^2}{r^2} = \frac{\varphi_1}{\varphi}. \quad 2)$$

Diese Gleichung, nach  $L$  aufgelöst, gibt, wenn bloss die positive Wurzel berücksichtigt und der Kürze halber

$$m = \frac{\varphi_1}{\varphi} \cdot \frac{r^2}{(r+r')^2 + 4\pi^2 n^2 L'^2}$$

gesetzt wird, den Ausdruck

$$L = \frac{2\pi m n L' + \sqrt{[m(R+r')^2 - R^2](1-m) + 4\pi^2 n^2 m L'^2}}{2\pi n(1-m)} \quad 3)$$

Unter der Annahme, dass der Coefficient der Selbstinduction des Elektrodynamometers  $L' = 0$  gesetzt werden darf, erhält man ferner die Beziehung

$$L = \frac{1}{2\pi n} \sqrt{\frac{\frac{\varphi_1}{\varphi} r^2 \left(\frac{R+r'}{r+r'}\right)^2 - R^2}{1 - \frac{\varphi_1}{\varphi} \left(\frac{r'}{r+r'}\right)^2}}, \quad 4)$$

und falls auch  $r'$  im Vergleiche zu  $R$  und  $r$  sehr gross angenommen wird,

$$L = \frac{1}{2\pi n} \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi} r^2 - R^2}, \quad 5)$$

welcher letztere Ausdruck schon von Joubert<sup>1</sup> für den Fall abgeleitet wurde, dass die Ablenkungen  $\varphi_1$  und  $\varphi$  mittelst eines Elektrometers gemessen werden, dessen Nadel mit einem Quadrantenpaar verbunden ist.

#### Versuche mit Normalrollen.

Um die Verwendbarkeit des Elektrodynamometers und des Inductors zur Messung der Selbstinduction zu erproben, wurde eine Normalrolle von beiläufig denselben Dimensionen ausgeführt, wie sie Lord Rayleigh zur Widerstandsbestimmung benützte, und der Coefficient der Selbsinduction dieser Rolle nach einer von C. Maxwell abgeleiteten und von Hofrath Prof. J. Stefan corrigirten Formel berechnet. Andererseits wurde der Coefficient der Selbstinduction der Rolle mit Hilfe eines Elektrodynamometers und des beschriebenen Inductors auf Grund der Formel 3) bestimmt und das Resultat der experimentellen Bestimmung mit jenem der reinen Rechnung verglichen. Aus der Übereinstimmung der beiden Resultate kann sowohl auf die Richtigkeit der erwähnten Formel 3) als auf die Verwendbarkeit des Inductors zur Messung der Selbstinduction geschlossen werden.

Der Betrag des Coefficienten der Selbstinduction einer Rolle mit  $n$  Windungen vom mittleren Radius  $a$ , deren Achsenschnitt ein Rechteck von der Breite  $b$  und Höhe  $c$  bildet, ist nach Maxwell und Stefan<sup>2</sup> durch nachstehende Formeln gegeben:

<sup>1</sup> Joubert, Ann. de l'école norm. sup., [2], t. X, p. 131, 1881. Mascart-Joubert, Elektricität und Magnetismus, übersetzt von Dr. L. Levy, Bd. II, S. 482.

<sup>2</sup> Stefan, diese Sitzungsberichte, Bd. LXXXVIII, S. 1201, 1883.

$$L = 4\pi a n^2 \left[ \left( 1 + \frac{3b^2 + c^2}{96a^2} \right) \log \frac{8a}{\sqrt{b^2 + c^2}} - y_1 + \frac{b^2}{16a^2} y_2 \right] + z,$$

$$y_1 = \frac{2x}{3} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \frac{2}{3x} \operatorname{arctg} x - \frac{x^2}{6} \log \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} - \frac{1}{6x^2} \log \sqrt{1+x^2} - \frac{1}{12},$$

$$y_2 = \frac{23}{40} + \frac{221x^2}{360} - \frac{x^4}{30} \log \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + \frac{1}{6x^2} \log \sqrt{1+x^2} - \frac{8}{15x} \operatorname{arctg} x,$$

$$x = \frac{c}{b} \quad \text{und} \quad z = 4\pi a n \left( \log \frac{\rho}{\rho_0} + 0.15494 \right)$$

Im Correctionsgliede  $z$  bedeutet  $\rho$  den Durchmesser des umsponnenen und  $\rho_0$  den des blanken Kupferdrahtes.

Für diese Versuchszwecke wurden zwei Normalrollen von nahezu gleichen Dimensionen ausgeführt. Die Rolle I hatte 30 Lagen zu 36 Windungen, zusammen 1080 Windungen eines  $0.0559 \text{ cm}$  dicken isolirten Kupferdrahtes von  $222.6 \text{ Ohm}$  Widerstand bei  $21.3^\circ \text{ C}$ . Die Rolle II hatte 16 Lagen zu je 17 Windungen, zusammen 272 Windungen eines  $0.11765 \text{ cm}$  dicken isolirten Kupferdrahtes von  $8.71 \text{ Ohm}$  Widerstand bei  $20^\circ \text{ C}$ . Die Dimensionen der Rollen waren folgende:

Normalrolle I.	Normalrolle II.
$a_1 = 22.9135 \text{ cm}$	$a_1 = 22.873 \text{ cm}$
$a_2 = 24.4985 \text{ cm}$	$a_2 = 24.395 \text{ cm}$
$a = 23.7060 \text{ cm}$	$a = 23.634 \text{ cm}$
$b = 1.956 \text{ cm}$	$b = 1.88235 \text{ cm}$
$c = 1.585 \text{ cm}$	$c = 1.5221 \text{ cm}$
$\rho = 0.0559 \text{ cm}$	$\rho = 0.11765 \text{ cm}$
$\rho_0 = 0.0412 \text{ cm}$	$\rho_2 = 0.10357 \text{ cm}$
$z = 0.0001 \times 10^9 \text{ cm}$	$z = 0.000023 \times 10^9 \text{ cm}$
$L = 1.2094 \times 10^9 \text{ cm}$	$L = 0.077295 \times 10^9 \text{ cm}$

Die Buchstaben  $a_1$  und  $a_2$  bedeuten die Radien der ersten, beziehungsweise der letzten Lage, gemessen von der Axe der Rolle bis zur Axe des Drahtes. Die Dimensionen  $b$  und  $c$  sind

ebenfalls von Axe zur Axe des ersten und letzten Drahtes einer Windung gemessen.

Zu den Messungen der Selbstinduction diente ein Elektrodynamometer für schwache Ströme von Siemens & Halske mit zwei fixen flachen und einer beweglichen kugelförmigen Rolle mit Eisenkern, welche hinter einander geschaltet waren und einen Widerstand von zusammen  $313 \cdot 21$  Ohm bei  $23 \cdot 3^\circ$  C. hatten. Das Elektrodynamometer war mit Wasser gedämpft und die Beobachtung geschah mittelst Spiegel, Fernrohr und einer in Millimeter getheilten, vom Instrumente  $3\ m$  weit entfernten Scala. In der neben-

stehenden Fig. 2 ist die Anordnung der Apparate schematisch dargestellt. Die primäre Bewickelung des Inductors stand mit einer constanten Batterie  $B$  in Verbindung, während die secundäre Bewickelung desselben, die Normalrolle  $R$  und ein inductionsloser Widerstand  $r$  zu

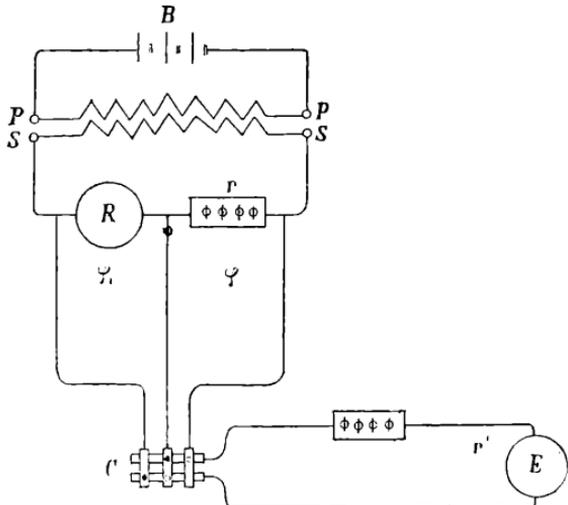


Fig. 2.

einem Stromkreise verbunden waren. Durch passende Stöpselung eines Lamellenschalters  $C$  konnte das Elektrodynamometer, dem ein Widerstand  $\rho$  vorgeschaltet war, entweder an die Klemmen der Normalrolle  $R$  oder jene des inductionslosen Widerstandes  $r$  angelegt und die Ablenkungen des Elektrodynamometers  $\varphi_1$  und  $\varphi$  beobachtet werden. Die Beobachtung geschah in der Weise, dass ein Beobachter zuerst den Nullpunkt der Scala ermittelte und nachher, während ein zweiter Beobachter den Inductor gleichmässig mit einer bestimmten Geschwindigkeit drehte, an den Enden der Normalrolle und des Vergleichswiderstandes abwechselnd dreimal nach einander die den herrschenden Potentialdifferenzen entsprechenden Ausschläge  $\varphi_1$  und  $\varphi$  bestimmte, woraus dann die Mittelwerthe gebildet wurden. Der Inductor wurde so

schnell gedreht, dass derselbe den Ton mit der Schwingungszahl 220 gab. Zum Vergleiche der Töne diente eine kleine Zungenpfeife, die auf den Ton von 440 Stimmungen abgestimmt war.

### Bestimmung des Selbstinductionscoefficienten des Elektrodynamometers.

Um aus den beobachteten Grössen den Selbstinductionscoefficienten der Rolle berechnen zu können, muss, wie aus der Formel 2) zu ersehen ist, der Selbstinductionscoefficient des Elektrodynamometers bekannt sein. Derselbe wurde nach der Lord Rayleigh'schen Brückenmethode mit Hilfe eines ballistischen Galvanometers bestimmt, welches aus einem aperiodischen Spiegelgalvanometer von Siemens & Halske dadurch entstand, dass die kupferne Dämpfung entfernt und der Glockenmagnet durch einen seitlichen Magnetstab astasirt wurde.

Nach der erwähnten Methode lässt sich bekanntlich der Selbstinductioncoefficient nach der Formel

$$L' = \frac{T \left( 1 + \frac{\lambda}{2} \right) r \varepsilon}{\pi \alpha}$$

berechnen. In dieser Formel bedeutet:  $\pi$  die Zahl 3·1416,  $T$  die Schwingungsdauer,  $\lambda$  das logarithmische Decrement,  $\varepsilon$  den momentanen Ausschlag der Magnetnadel in Folge der Selbstinduction beim Schliessen des Batteriekreises, wenn die Brücke dauernd im Gleichgewichte sich befindet und das Galvanometer im dauernden Zustande stromlos ist, und  $\alpha$  den constanten Ausschlag der Nadel, wenn ein sehr kleiner Widerstand  $r$  in den Brückenarm mit Selbstinduction eingeschaltet wird. Die Ausschläge wurden mit Fernrohr und Scala abgelesen und dafür, sowie für  $T$  und  $1 + \frac{\lambda}{2}$  folgende Mittelwerthe erhalten:

#### 1. Versuch.

1890

6. Juli. .	$T = 2 \cdot 773^s$	$\varepsilon = 18 \cdot 00$	$r = 0 \cdot 3773 \Omega$
	$1 + \frac{\lambda}{2} = 1 \cdot 2579$	$\alpha = 17 \cdot 875$	$L' = 0 \cdot 4219 \times 10^9 \text{ cm}$

## 2. Versuch.

1890

$$8. \text{ Juli. . } \quad T = 2 \cdot 580^s \quad \varepsilon = 18 \cdot 83 \quad r = 0 \cdot 3773 \Omega$$

$$1 + \frac{\lambda}{2} = 1 \cdot 2505 \quad \alpha = 19 \cdot 60 \quad L' = 0 \cdot 4654 \times 10^9 \text{ cm}$$

Beide Versuche geben somit für  $L'$  den Mittelwerth

$$L' = 0 \cdot 4436 \times 10^9 \text{ cm.}$$

Es sei hier noch bemerkt, dass bei dem Versuche am 8. Juli der astasirende Magnetstab nicht die ursprüngliche Lage hatte, wesshalb auch die Schwingungsdauer ein wenig verschieden war.

Der Selbstinductionscoefficient des Elektrodynamometers lässt sich aber auch in der Weise bestimmen, dass man mit dem letzteren die Potentialdifferenzen an den Enden zweier Widerstände mit bekannter Selbstinduction, die auch Null sein kann, beobachtet und aus jenen Potentialdifferenzen nach der Formel 3) den Coefficienten  $L'$  berechnet. Der nach der Maxwell-Stefan'schen Formel berechnete Coefficient der Normalrolle I  $L = 1 \cdot 2094 \times 10^9 \text{ cm}$  in Verbindung mit den hier folgenden Werthen:

$$\begin{array}{ll} r = 2000 \Omega & \varphi_1 = 55 \cdot 0 \\ R = 222 \cdot 6 \Omega & \varphi = 71 \cdot 5 \\ r' = 364 \cdot 2 \Omega & n = 220 \end{array}$$

lieferte für den Coefficienten des Elektrodynamometers den Werth  $L' = 0 \cdot 4327 \times 10^9 \text{ cm}$ , welcher von dem obigen Mittelwerthe  $0 \cdot 4436 \times 10^9 \text{ cm}$  bloss um  $2 \cdot 5\%$  verschieden ist.

Es wurde indessen den weiter folgenden Berechnungen der nach der Lord Rayleigh'schen Brückenmethode bestimmte Werth  $L'$  zu Grunde gelegt. Nachstehend folgen die mit der Normalrolle I erhaltenen Beobachtungsergebnisse und die daraus berechneten Coefficienten der Selbstinduction.

Bestimmung des Selbstinductionscoefficienten der Normalrolle I mit Hilfe des Elektrodynamometers.

$$\begin{array}{llll} 2. \text{ Juli } 1890 & n = 220 & \varphi_1 = 55 \cdot 0 & \varphi = 71 \cdot 5 \\ & R = 222 \cdot 6 \Omega & 55 \cdot 1 & 71 \cdot 6 \\ & r = 2000 \cdot 0 \Omega & 54 \cdot 9 & 71 \cdot 4 \\ & r' = 364 \cdot 2 \Omega & \text{Mittel } 55 \cdot 0 & \text{Mittel } 71 \cdot 5 \end{array}$$

$$L' = 0.4436 \times 10^9 \text{ cm}$$

$$L = 1.2279 \times 10^9 \text{ cm}$$

$$3. \text{ Juli } 1890 \quad n = 220 \quad r' = 9798.2 \Omega$$

$$R = 222.6 \Omega \quad \varphi_1 = 12$$

$$r = 1933.0 \Omega \quad \varphi = 12$$

$$L' = 0.4436 \times 10^9 \text{ cm}$$

$$L = 1.2128 \times 10^9 \text{ cm}$$

Beide Versuche geben für den Coefficienten der Selbstinduction den Mittelwerth

$$L = 1.2203 \times 10^9 \text{ cm},$$

welcher von dem nach der Maxwell-Stefan'schen Formel berechneten Werthe  $1.2094 \times 10^9 \text{ cm}$  um  $0.9\%$  verschieden ist.

Aus beiden Versuchen ist noch zu ersehen, dass die Formel 3) nahezu denselben Coefficienten der Selbstinduction liefert, wenn der Widerstand des Elektrodynamometerkreises durch Vorschalten eines inductionslosen Widerstandes von  $364.2 \Omega$  auf  $9798.2 \Omega$  gebracht wird.

Mit Vernachlässigung der Selbstinduction des Elektrodynamometers würde man aus dem ersten Versuche für  $L$  den Werth  $0.4037 \times 10^9 \text{ cm}$ , aus dem zweiten den Werth  $1.2001 \times 10^9 \text{ cm}$  erhalten. Die Vernachlässigung der Selbstinduction des Elektrodynamometers hat somit auf das Resultat einen desto kleineren Einfluss, je grösser der dem Elektrodynamometer vorgeschaltete inductionslose Zusatzwiderstand ist.

Die Formel 3), nach welcher die Coefficienten der Selbstinduction berechnet werden, liefert für denselben streng genommen nur dann richtige Werthe, wenn, wie aus der vorangehenden theoretischen Betrachtung zu ersehen ist, der unvertheilte Strom  $J_0$  in der Hauptleitung sowohl beim Anlegen des Elektrodynamometers an die Normalrolle, als an den Vergleichswiderstand derselbe bleibt. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn bei constanter Anzahl Stromschwingungen die Ausschläge des Elektrodynamometers  $\varphi_1$  und  $\varphi$  gleich gross oder nur wenig von einander verschieden sind. Es wurde daher mit der Rolle I eine Reihe von Versuchen bei einem Vergleichswiderstande  $r$  ausgeführt, welcher bei der gewählten Anzahl Stromschwingungen dem scheinbaren

Widerstände der Normalrolle nahezu gleich war. Bei diesen Versuchen wurde auch auf die Temperatur der Normalrolle des Vergleichswiderstandes und des Elektrodynamometerkreises Rücksicht genommen und sämtliche Widerstände auf die beobachtete Temperatur reducirt. Zur Bestimmung der Anzahl Umdrehungen des Inductors wurde der Tourenzähler und ein Secundenzähler schon vor Beginn der Beobachtungen gleichzeitig eingeschaltet und darauf geachtet, dass der Ton des Inductors während des Versuches sich nicht ändere. Nach Beendigung der Beobachtungen wurden Tourenzähler und Secundenzähler gleichzeitig ausgeschaltet und aus ihren Ablesungen die mittlere Tourenzahl während des Versuches bestimmt.

Nachstehend folgen die Versuchsergebnisse. Die Buchstaben bedeuten:  $t$  die Zimmertemperatur in Celsiusgraden, gemessen unmittelbar an der Normalrolle und in der Nähe des Vergleichswiderstandes,  $\gamma$  den Widerstand des Elektrodynamometers,  $\rho$  den Zusatzwiderstand des Elektrodynamometerkreises,  $R$  den Widerstand der Normalrolle,  $r$  den Vergleichswiderstand,  $r' = \gamma + \rho$  den Gesamtwiderstand des Elektrodynamometerkreises, sämtliche Widerstände in Ohm und auf die Zimmertemperatur reducirt, und  $n$  die Anzahl Stromwechselperioden. Die Ablenkungen des Elektrodynamometers  $\varphi_1$  und  $\varphi$  wurden abwechselnd beobachtet. Für die Selbstinduction des Elektrodynamometers wurde, wie oben,  $L' = 0.4436 \times 10^9 \text{ cm}$  gesetzt.

1891

1. Versuch.

2. Febr.	$t = 18.8^\circ \text{ C.}$	$\gamma = 307.8 \Omega$	$\varphi_1 = 11.8$	$\varphi = 11.0$
	$n = 222.25$	$\rho = 9429.7 \Omega$	11.8	11.0
	$R = 220.5 \Omega$	$r' = 9737.5 \Omega$	11.5	11.0
	$r = 1933.1 \Omega$		11.5	—
			Mittel .11.65	11.0

$$L = 1.2371 \times 10^8 \text{ cm.}$$

2. Versuch.

2. Febr.	$t = 18.9^\circ \text{ C.}$	$\gamma = 307.9 \Omega$	$\varphi_1 = 16.8$	$\varphi = 16.1$
	$n = 218.25$	$\rho = 9430.0 \Omega$	16.4	16.2
	$R = 220.6 \Omega$	$r' = 9737.9 \Omega$	16.8	16.3
	$r = 1933.1 \Omega$			
			Mittel .16.67	16.2

$$L = 1.2403 \times 10^9 \text{ cm.}$$

1891

## 3. Versuch.

4. Febr.	$t = 19.2^\circ \text{ C.}$	$\gamma = 309.1 \Omega$	$\varphi_1 = 17.4$	$\varphi = 17.7$
	$n = 215.68$	$\rho = 9431.0 \Omega$	17.5	18.0
	$R = 220.8 \Omega$	$r' = 9740.1 \Omega$	17.8	18.1
	$r = 1952.8 \Omega$		18.0	18.5
			18.1	—
			18.3	—
			<hr/>	
			Mittel .17.85	18.08

$$L = 1.2392 \times 10^9 \text{ cm.}$$

## 4. Versuch.

4. Febr.	$t = 19.2^\circ \text{ C.}$	$\gamma = 309.1 \Omega$	$\varphi_1 = 18.0$	$\varphi = 17.7$
	$n = 219.18$	$\rho = 9431.0 \Omega$	17.9	17.6
	$R = 220.8 \Omega$	$r' = 9740.1 \Omega$	17.9	17.6
	$r = 1952.8 \Omega$		17.7	17.7
			17.8	17.6
			<hr/>	
			Mittel .17.86	17.64

$$L = 1.2358 \times 10^9 \text{ cm.}$$

## 5. Versuch.

4. Febr.	$t = 18.4^\circ \text{ C.}$	$\gamma = 307.4 \Omega$	$\varphi_1 = 24.0$	$\varphi = 24.20$
	$n = 218.53$	$\rho = 9428.4 \Omega$	24.0	23.90
	$R = 220.2 \Omega$	$r' = 9735.8 \Omega$	24.0	—
	$r = 1951.7 \Omega$		<hr/>	
			Mittel .24.0	24.05

$$L = 1.2292 \times 10^9 \text{ cm.}$$

## 6. Versuch.

5. Febr.	$t = 17.4^\circ \text{ C.}$	$\gamma = 306.2 \Omega$	$\varphi_1 = 18.1$	$\varphi = 18.7$
	$n = 215.87$	$\rho = 9425.0 \Omega$	18.2	18.6
	$R = 219.4 \Omega$	$r' = 9731.2 \Omega$	18.4	—
	$r = 1951.0 \Omega$		<hr/>	
			Mittel .18.23	18.65

$$L = 1.2301 \times 10^9 \text{ cm.}$$

Als Mittelwerth ergibt sich aus den voranstehenden Selbst-inductionscoefficienten

$$L = 1.2353 \times 10^9 \text{ cm,}$$

welcher von dem nach der Maxwell-Stefan'schen Formel berechneten Werthe

$$L = 1 \cdot 2094 \times 10^9 \text{ cm}$$

bloss um  $2 \cdot 1\%$  differirt.

### Bestimmung des Selbstinductionscoefficienten der Normalrolle I nach der Brückenmethode von Lord Rayleigh.

Wiewohl die obige Übereinstimmung des Mittelwerthes von  $L$  mit dem theoretisch berechneten, sowie jene der einzelnen Werthe untereinander eine sehr gute ist, so wurde nichtsdestoweniger der Coefficient der Normalrolle I nach der Lord Rayleigh'schen Methode bestimmt, um zu sehen, wie der nach dieser Methode erhaltene Werth mit dem theoretischen Selbstinductionscoefficienten übereinstimmt. Die Anordnung des Versuches war folgende. Dem Galvanometer war ein Widerstand von 10.000 S. E. vorgeschaltet und der Glockenmagnet mit Hilfe eines seitlichen Stabmagnets astasirt. Dem Messdrahte, auf dem ein Contact verschoben wurde, war auf der einen Seite ein Widerstand von 150 S. E., auf der anderen ein solcher von 65 S. E. vorgeschaltet und bildeten zwei Zweige der Wheatstone'schen Drahtcombination. Im dritten Zweige war die Normalrolle I und im vierten ein Vergleichswiderstand 100 S. E. eingeschaltet. Als kleiner Widerstand im dritten Zweige wurde ein messingener Drahtsiebwiderstand von  $1 \cdot 01 \Omega$  bei  $21 \cdot 5^\circ \text{ C.}$  gewählt, welcher mittelst zweier kurzer Kupferdrähte, die in Quecksilber getaucht wurden, kurz geschlossen werden konnte. Als Stromquelle dienten zwei Accumulatorelemente. Der momentane Ausschlag des Galvanometers wurde bei Unterbrechung des Batteriekreises mit Fernrohr und Scala beobachtet. Die Entfernung zwischen Spiegel und Scala betrug  $3 \cdot 5 \text{ m.}$

Nachstehend sind die Resultate einiger Versuche zusammengestellt. Diè Buchstaben  $t$ ,  $T$  und  $\lambda$  bedeuten die Zimmertemperatur, die Schwingungsdauer, das logarithmische Decrement des Glockenmagnets,  $\varepsilon$  den momentanen Ausschlag beim Unterbrechen des Batteriekreises und  $\alpha$  den dauernden Ausschlag des

Galvanometers beim Einschalten des kleinen Widerstandes  $r$  in Ohm, der auf die Zimmertemperatur reducirt ist.

Nr.	$t$	$T$	$1 + \frac{\lambda}{2}$				$L$ in $10^9 cm$
1	14°4 C.	2°842	1·10825	59·13	47·06	0·9994	1·2588
2	17·0	2·822	1·10995	58·33	46·33	1·0032	1·2593
3	17·8	2·819	1·14105	63·25	50·61	1·0044	1·2852
4	18·4	3·128	1·09206	78·33	68·43	1·0053	1·2513
Mittel.							1·2637

Beim Versuche 3 war dem Galvanometer ein Widerstand von 5000 S. E., beim Versuche 4 ein solcher von 20.000 S. E. vorgeschaltet und beim letzteren ausserdem der Glockenmagnet stärker astasirt. Der Mittelwerth des Selbstinductionscoefficienten differirt noch mehr von dem theoretischen Werthe, als der mit Hilfe des Elektrodynamometers bestimmte.

Bestimmung des Selbstinductionscoefficienten der Normalrolle II mit Hilfe des Elektrodynamometers.

Es wurde auch der Selbstinductionscoefficient der Normalrolle II, welcher ungefähr 16mal kleiner ist, als jener der Rolle I, nach beiden Methoden bestimmt und mit dem theoretisch berechneten Werthe verglichen. Die nachstehende Zusammenstellung enthält die mit dem Elektrodynamometer erhaltenen Resultate.

1. Versuch.

$$\begin{aligned}
 t &= 23\cdot3^\circ \text{ C.} & \gamma &= 313\cdot21 \Omega & r &= 94\cdot32 \Omega \\
 n &= 220 & \rho &= 300\cdot00 \Omega & \varphi_1 &= 23\cdot75 \\
 R &= 8\cdot76 \Omega & r' &= 613\cdot21 \Omega & \varphi &= 17\cdot75
 \end{aligned}$$

$$L = 0\cdot08024 \times 10^9 \text{ cm.}$$

2. Versuch.

$$\begin{aligned}
 t &= 23\cdot2^\circ \text{ C.} & \gamma &= 313\cdot21 \Omega & r &= 114\cdot43 \Omega \\
 n &= 219\cdot04 & \rho &= 500\cdot60 \Omega & \varphi_1 &= 10\cdot975 \\
 R &= 8\cdot76 \Omega & r' &= 813\cdot81 \Omega & \varphi &= 10\cdot575
 \end{aligned}$$

$$L = 0\cdot08339 \times 10^9 \text{ cm.}$$

## 3. Versuch.

$$\begin{aligned}
 t &= 23 \cdot 2^\circ \text{ C.} & \gamma &= 313 \cdot 21 \, \Omega & r &= 100 \cdot 1 \, \Omega \\
 n &= 223 \cdot 1 & \rho &= 500 \cdot 60 \, \Omega & \varphi_1 &= 13 \cdot 0 \\
 R &= 8 \cdot 76 \, \Omega & r' &= 813 \cdot 81 \, \Omega & \varphi &= 10 \cdot 0 \\
 L &= 0 \cdot 08093 \times 10^9 \text{ cm.}
 \end{aligned}$$

$\varphi_1$  und  $\varphi$  sind Mittelwerthe aus je vier Beobachtungen. Aus den voranstehenden Versuchen ergibt sich für den Selbstinductionscoefficienten der Normalrolle II der Mittelwerth

$$L = 0 \cdot 08152 \times 10^9 \text{ cm,}$$

welcher vom theoretischen Werthe  $L = 0 \cdot 077295 \times 10^9 \text{ cm}$  um  $5 \cdot 4\%$  verschieden ist.

### Bestimmung des Selbstinductionscoefficienten der Normalrolle II nach der Brückenmethode.

Um den Selbstinductionscoefficienten der Normalrolle II nach der Lord Rayleigh'schen Brückenmethode zu bestimmen, wurden zu diesem Zwecke die wahren Werthe von drei kleinen inductionslosen Widerständen von angeblich  $0 \cdot 1$ ,  $0 \cdot 05$  und  $0 \cdot 01$  Ohm mittelst einer von Siemens & Halske modificirten Thomson'schen Brücke mit möglichster Genauigkeit bestimmt. Die wirklichen Widerstände waren bei  $20^\circ \text{ C.}$   $0 \cdot 10014 \, \Omega$ ,  $0 \cdot 05237 \, \Omega$  und  $0 \cdot 01023 \, \Omega$ . Ein vierter kleiner Widerstand wurde mit einem bekannten Widerstande mit Hilfe eines Spiegelgalvanometers verglichen, indem die Potentialdifferenzen an ihren Enden bestimmt wurden. Der wirkliche Widerstand wurde bei  $20^\circ \text{ C.}$  zu  $0 \cdot 1572 \, \Omega$  ermittelt.

Die Anordnung des Versuches war folgende. Dem Messdrahte mit dem verschiebbaren Contacte waren  $10 \text{ S. E.}$  und  $100 \text{ S. E.}$  vorgeschaltet und bildeten zwei Zweige der Wheatstone'schen Drahtcombination; im dritten Zweige befanden sich die Normalrolle II und ein kleiner Widerstand  $r$ , und im vierten Zweige ein Widerstand von  $100 \text{ S. E.}$  Dem Galvanometer waren  $5000 \text{ S. E.}$  vorgeschaltet. In der folgenden Tabelle sind die Resultate dieser Versuche zusammengestellt.

Nr.	$t$	$T$	$1 + \frac{\lambda}{2}$	$r$ in $\Omega$			$L$ in $10^9$ cm
1	18°4 C.	2 <sup>s</sup> 800	1·14394	0·09989	51·33	61·58	0·08491
2	22·0	2·850	1·14260	0·10040	69·50	91·40	·07916
3	17·2	2·837	1·14363	0·09972	71·00	90·33	·08095
4	20·3	2·940	1·15000	0·10019	72·00	98·17	·07908
5	20·8	2·940	1·14977	0·10026	54·00	73·22	·07956
6	21·0	2·928	1·14885	0·05258	54·80	38·55	·08000
7	23·8	2·928	1·14885	0·15959	53·83	116·58	·07889
8	21·5	2·928	1·14885	0·01023	53·95	7·55	·07843
9	23·2	2·928	1·14855	0·10062	53·93	7·33	·07922
Mittel..							0·08002

Der in der letzten Spalte stehende Mittelwerth des Selbstinductionscoefficienten ist ebenfalls grösser, als der theoretische Selbstinductionscoefficient der Normalrolle II und liegt näher dem Mittelwerthe, welchen die Versuche mit dem Elektrodynamometer ergeben haben. Nachstehend sind noch die beiden beobachteten Mittelwerthe mit dem berechneten Coefficienten zusammengestellt.

$$L = 0\cdot08002 \text{ Erdquadranten}$$

$$0\cdot08152$$

$$0\cdot07730$$

Bestimmung des Selbstinductionscoefficienten der Normalrolle II bei verschiedenen Vergleichswiderständen.

Eine Reihe von Versuchen, ausgeführt zu dem Zwecke, um zu sehen, ob der Selbstinductionscoefficient merklich beeinflusst wird, wenn bei constanter Anzahl Stromwechselperioden der Vergleichswiderstand  $r$ , also auch die mittlere Stromstärke in der Hauptleitung variirt werden, ergab folgende Resultate:

1. Versuchsreihe.

$t = 23.3^{\circ} \text{C.}$   $\gamma = 313.21 \Omega$   $\rho = 300 \Omega$   $n = 220.$

$\varphi_1$			$L$ in $10^9 \text{ cm}$
24.50	54.45	179.24	0.08286
23.45	44.50	160.38	.08129
23.90	35.80	141.51	.08202
23.75	17.75	94.32	.08024
Mittel..			0.08160

2. Versuchsreihe.

$t = 23.2^{\circ} \text{C.}$   $\gamma = 313.21 \Omega$   $\rho = 500.6 \Omega$   $n = 219.04.$

$\varphi_1$			$L$ in $10^9 \text{ cm}$
11.00	7.86	94.32	0.08082
10.98	10.58	114.43	0.08339
10.13	14.93	141.51	0.08162
10.40	18.80	160.38	0.08245
10.40	21.30	169.81	0.08139
10.60	22.95	179.24	0.08312
10.25	23.80	188.64	0.08398
Mittel..			0.08240

3. Versuchsreihe.

$t = 23.2^{\circ} \text{C.}$   $\gamma = 313.21 \Omega$   $\rho = 522.69 \Omega$   $n = 223.1.$

$\varphi_1$	$\varphi$		$L$ in $10^9 \text{ cm}$
12.10	26.35	179.24	0.08130
11.70	23.20	169.81	08126
12.55	22.85	160.38	08058
12.38	17.90	127.92	08007
12.57	8.53	94.32	08154
13.00	10.00	100.00	08082
Mittel..			0.08093

Aus den Versuchsreihen ist zu ersehen, dass bei Vergleichswiderständen, die grösser sind als der scheinbare Widerstand der Normalrolle II, der bei  $n = 220$  rund  $107 \Omega$  beträgt, die Änderungen des Selbstinductionscoefficienten nicht grösser sind als die möglichen Fehler der Bestimmung. Wäre der Selbstinductionscoefficient der secundären Bewickelung des Inductors auch bekannt, so liesse sich leicht berechnen, um wieviel die mittlere Stromstärke in der Hauptleitung grösser ist, wenn das Elektrodynamometer einmal an einen bekannten Vergleichswiderstand und dann an die Normalrolle angelegt wird.

Wie aus weiter folgenden Versuchen sich ergeben wird, kann der Selbstinductionscoefficient der secundären Bewickelung des Inductors, deren Widerstand  $692 \cdot 1 \Omega$  ist, gleich  $1 \cdot 4$  Erdquadranten gesetzt werden. Mit diesem Coefficienten ergibt sich für die secundäre Bewickelung des Inductors bei 220 Stromschwingungen in einer Secunde ein scheinbarer Widerstand von  $2050 \Omega$ . Aus diesem und den übrigen Widerständen des verzweigten Stromkreises ist es nicht schwer zu berechnen, wie die Stromstärke in der Hauptleitung sich ändert, wenn das Elektrodynamometer an die Normalrolle und dann an den Vergleichswiderstand angelegt wird. Mit Benützung der Angaben der ersten Versuchsreihe ergibt die Rechnung für den ersten und letzten Versuch die numerischen Beziehungen

$$J_r = J_R + 0 \cdot 0113 J_R \quad \text{für } r = 179 \cdot 24 \Omega$$

und

$$J_R = J_r + 0 \cdot 0018 J_r \quad \text{für } r = 94 \cdot 32 \Omega,$$

$J_r$  und  $J_R$  bedeuten die Stromstärken in der Hauptleitung beim Anlegen des Elektrodynamometers an den Vergleichswiderstand, beziehungsweise an die Normalrolle. Im ersten Falle ist  $J_r$  um  $1 \cdot 1\%$  grösser, im zweiten um  $0 \cdot 2\%$  kleiner als  $J_R$ , in beiden Fällen aber ist die Änderung des Selbstinductionscoefficienten nicht grösser als der mögliche Fehler der Bestimmung.

Es sei hier noch bemerkt, dass alle drei Beobachtungsreihen den Mittelwerth

$$L = 0 \cdot 08169 \times 10^9 \text{ cm}$$

geben, welcher mit dem früher gefundenen Resultate

$$L = 0.08152 \times 10^9 \text{ cm}$$

sehr gut übereinstimmt.

### Bestimmung des Selbstinductionscoefficienten des Inductors.

Der Selbstinductionscoefficient der secundären Bewickelung des Inductors wurde mit Hilfe des Elektrodynamometers nach einer Methode bestimmt, nach welcher 1883 von Hofrath Prof. Stefan die Selbstinductionscoefficienten von Wechselstrommaschinen gemessen wurden,<sup>1</sup> jedoch mit dem Unterschiede, dass nicht die mittleren Stromstärken, sondern die ihren Quadraten proportionalen Ablenkungen des Elektrodynamometers der Rechnung zu Grunde gelegt wurden.

Wird die secundäre Bewickelung des Inductors mit dem Elektrodynamometer von bekannter Selbstinduction und einem inductionslosen Widerstande  $R$  zu einem Stromkreise verbunden, und bedeutet  $\delta$  den Ausschlag des Elektrodynamometers bei einer bestimmten Anzahl  $n$  Stromschwingungen,  $L_s$  und  $L_e$  die Selbstinductionscoefficienten der secundären Bewickelung des Inductors, beziehungsweise des Elektrodynamometers,  $r_s$  und  $r_e$  ihre Widerstände, so ist die mittlere elektromotorische Kraft des ganzen Stromkreises gegeben durch den Ausdruck:

$$E = k \sqrt{\delta} \sqrt{(R + r_s + r_e)^2 + 4\pi^2 n^2 (L_s + L_e)^2},$$

in welchem  $k$  einen Proportionalitätsfactor bedeutet. Bei Einschaltung eines anderen inductionslosen Widerstandes  $R_1$  gibt das Elektrodynamometer einen Ausschlag  $\delta_1$ , für welchen, wenn  $n$  constant bleibt, die Beziehung gilt:

$$E = k \sqrt{\delta_1} \sqrt{(R_1 + r_s + r_e)^2 + 4\pi^2 n^2 (L_s + L_e)^2}.$$

Beide Gleichungen geben den Selbstinductionscoefficienten des Inductors:

$$L_s = \frac{1}{2\pi n} \cdot \sqrt{\frac{\delta_1 (R_1 + r_e + r_s)^2 - \delta (R + r_e + r_s)^2}{\delta - \delta_1}} - L_e.$$

<sup>1</sup> J. Stefan, Bericht über die von der wissenschaftlichen Commission an Dynamomaschinen und elektrischen Lampen ausgeführten Messungen. Wien 1886, S. 222 u. 224.

Eine Reihe diesbezüglicher Versuche mit dem Inductor, dessen primäre Bewickelung jedoch offen blieb und bloss der remanente Magnetismus der Elektromagnetkerne zur Wirkung gelangte, ergab folgende Ablenkungen, die nachstehend mit den zugehörigen Widerständen zusammengestellt sind. Die Ablenkungen  $\delta$  sind Mittelwerthe aus je neun Ableisungen. Die vierte Spalte enthält die nach der letzten Formel berechnete Summe der Selbstinductionscoefficienten.

25. Juli 1890.

$$n = 220 \quad r_e = 313 \cdot 21 \, \Omega \quad r_s = 692 \cdot 1 \, \Omega.$$

Nr.	$R$		$L_s + L_e$ in $10^9 \text{ cm}$	Berechnet aus
1	943·4	51·6		
2	1886·8	34·5	1·8680	1 und 2
3	2830·2	24·8	1·8127	1 3
4	4716·9	14·0	1·9041	1 4
		Mittel..	1·8616	

Aus dem Mittelwerthe der vorletzten Spalte ergibt sich, da  $L_e = 0 \cdot 4436$  Erdquadranten beträgt, der Selbstinductionscoefficient der secundären Bewickelung des Inductors bei offener primärer Bewickelung

$$L_s = 1 \cdot 418 \text{ Erdquadranten.}$$

Zum Schlusse sei hier noch anerkennend erwähnt, dass Herr Assistent Dr. Sahulka mir bei der Ausführung der Versuche behilflich war und auch die meisten Versuche berechnete.

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1891

Band/Volume: [100\\_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Puluj J.

Artikel/Article: [Bestimmung des Coefficienten der Selbstinduction mit Hilfe des Elektrodynamometers und eines Inductors. 327-346](#)