

# Eine neue Methode, die Grösse der Molekeln zu finden

von

Dr. Gustav Jäger.

Thomson's Methode, aus der Verdampfungswärme und der Capillaritätsconstanten einer Flüssigkeit auf die Grösse der Molekeln zu schliessen, bedingt eine Voraussetzung, die wir näher zu erläutern haben, soll unsere neue Methode zur Berechnung des Molekeldurchmessers gerechtfertigt erscheinen. Thomson erlaubt sich nämlich, die Eigenschaften, welche einer Flüssigkeit zukommen, auch auf die kleinsten Theilchen derselben zu übertragen. Er versteht unter der Verdampfungswärme nichts anderes als die Arbeit, welche nothwendig ist, um die Flüssigkeit in eine gewisse Anzahl von Theilchen zu zerlegen. Diese Theilchen lässt man nun allgemein als Molekeln gelten, was jedoch aus der obigen Beobachtungsweise durchaus nicht hervorgeht; es wäre im Gegentheile ganz leicht möglich, durch irgend eine Energie, welche man auf die Molecularbewegung des Dampfes zu übertragen im Stande ist, eine weitere Zerlegung der Dampftheilchen herbeizuführen. Insofern wir nun unter der Grösse der Molekeln eines Gases oder Dampfes nichts anderes verstehen als den Mittelwerth der Grössen jener Flüssigkeitströpfchen, welche den dampfförmigen Zustand bilden, ist es ein Leichtes, mit Zuhilfenahme der kinetischen Gastheorie auf einem neuen Wege diese Grösse zu finden.

Bekanntlich ist der Druck eines Gases durch die Gleichung gegeben

$$p = \frac{Nmu^2}{3},$$

und man interpretirt diese Formel derart, dass man  $N$  als die Zahl der Molekeln in der Volumeinheit,  $m$  als Masse und  $u^2$  als

das mittlere Quadrat der Geschwindigkeit einer Molekel auffasst. Da weder  $N$  noch  $m$  unmittelbar gegeben ist, sondern nur das Product beider Grössen als Dichte des Gases auftritt, so ist ohneweiters klar, dass, welche Grösse auch immer wir der Masse  $m$  geben, d. h. wie gross wir auch immer unsere Flüssigkeitströpfchen wählen, die mittlere Geschwindigkeit  $u$  derselben nicht geändert werden kann. Der Einfachheit halber wollen wir künftig annehmen, alle Theilchen haben dieselbe Grösse und dieselbe Geschwindigkeit  $u$ .

Wird ein Tropfen in seiner Geschwindigkeit plötzlich gehemmt, etwa dadurch, dass er auf einen festen Körper aufschlägt, so bemerkt man im Allgemeinen, dass er zerstiebt. Nur für den Fall, als seine Geschwindigkeit verhältnissmässig klein ist, zerfällt er in wenige kleinere Tropfen, oder er bleibt unversehrt. Bei einem Anstosse vertheilt sich nämlich die lebendige Kraft des Tropfens nach den verschiedensten Richtungen und führt dadurch eine Zertheilung desselben herbei, wenn sie grösser ist als die Arbeit, welche die durch die Theilung hervorgebrachte Vergrösserung der Flüssigkeitsoberfläche erfordert. So können wir uns auch vorstellen, dass durch die beständigen Stösse, welche die Gastheilchen auf die Gefässwände und gegen einander ausüben, eine derartige Zertheilung der Materie hervorgerufen wird, dass wir schliesslich einen stationären Zustand erhalten, der dann eintritt, wenn die Arbeit, welche zur weiteren Zerlegung der Molekeln nothwendig ist, der lebendigen Kraft der Molekeln gleich wird.

Nach unseren vereinfachenden Annahmen ist es nun leicht, einen Schluss auf die Bedingung dieses Gleichheitszustandes zu machen. Da wir alle Theilchen als gleich gross voraussetzen, so müssen jene Theilchen, durch deren Zerlegung sie entstanden sind, dem Volumen und der Masse nach mindestens doppelt so gross sein. Der Gang unserer Rechnung wird sich daher derartig gestalten, dass wir den Oberflächenzuwachs bestimmen, wenn sich eine Kugel in zwei gleich grosse Theile theilt, die abermals kugelförmige Gestalt haben. Ist der Radius der Theilkugeln  $r$ , so ist die Oberfläche einer Kugel  $4\pi r^2$ , ihr Volumen  $\frac{4\pi}{3} r^3$ . Das Volumen der ursprünglichen Kugel ist nun das Doppelte einer

Theilkugel, also gleich  $\frac{8\pi}{3}r^3$ , woraus für die Oberfläche dieser Kugel  $4\pi\sqrt[3]{4}r^2$  folgt. Mithin beträgt die Oberflächenvergrößerung  $4\pi(2-\sqrt[3]{4})r^2$ . Die Arbeit, welche daher bei der Theilung der Kugel zu leisten ist, ist gleich

$$4\pi(2-\sqrt[3]{4})r^2\alpha,$$

wenn wir unter  $\alpha$  die Capillaritätsconstante der entsprechenden Flüssigkeit verstehen. Diese Arbeit muss nun gleich sein der lebendigen Kraft, welche von der fortschreitenden Bewegung der Kugel herrührt, also gleich

$$2\frac{mu^2}{2} = mu^2.$$

Wir erhalten mithin die Gleichung

$$4\pi(2-\sqrt[3]{4})r^2\alpha = mu^2.$$

Setzen wir die Dichte der Flüssigkeit gleich  $\rho$ , so ist

$$m = \frac{4\pi}{3}r^3\rho,$$

daher

$$4\pi(2-\sqrt[3]{4})r^2\alpha = \frac{4\pi}{3}r^3\rho u^2,$$

oder

$$r = \frac{3(2-\sqrt[3]{4})\alpha}{\rho u^2} = \frac{1.21\alpha}{\rho u^2}$$

In folgender Tabelle sind für eine Reihe von Flüssigkeiten die einzelnen Constanten nebst den daraus berechneten Radien  $r$  und Durchmessern  $\delta$  der Molekeln zusammengestellt. Die  $\alpha$  entnahm ich meinen eigenen Messungen, welche in der Abhandlung „Über die Abhängigkeit der Capillaritätsconstanten von der Temperatur und deren Bedeutung für die Theorie der Flüssigkeiten“<sup>1</sup> ver-

öffentlich sind. Die  $u^2$  wurden nach der bekannten Druckformel  $p = \frac{\rho u^2}{3}$  berechnet. Sämmtliche Grössen beziehen sich auf die Temperatur  $0^\circ$  und auf absolutes Mass (c. g. s.).

Wasser.	77.09	1.000	377.10 <sup>7</sup>	25.10 <sup>-9</sup>	51.10 <sup>-9</sup>
Äther	20.65	0.736	92	38	76
Äthylalkohol	24.79	0.810	146	26	52
Methylalkohol.	25.39	0.814	210	18	37
Schwefelkohlenstoff	33.84	1.293	89	36	73
Chloroform	27.58	1.525	56	40	80
Aceton.	27.33	0.814	118	35	71

Ein Vergleich unserer Resultate mit den Ergebnissen anderer Methoden zeigt eine vortreffliche Übereinstimmung. So fand man für Wasser aus der inneren Reibung des Dampfes und den „Condensationscoefficienten“  $\delta = 44.10^{-9} \text{ cm.}^1$  Aus dem osmotischen Drucke und den Capillaritätsconstanten von wässrigen Lösungen fand ich  $\delta = 50.10^{-9} \text{ cm.}^2$  aus der Verdampfungswärme  $\delta = 44.10^{-9} \text{ cm.}^3$  In seiner Abhandlung: „Versuche über die Verdampfung“<sup>4</sup> gibt Stefan für die aus Diffusionsvorgängen gefundenen Werthe des Molekeldurchmessers des Äthers  $89.10^{-9} \text{ cm.}$ , des Schwefelkohlenstoffes  $73.10^{-9} \text{ cm.}$  an. Letzterer Werth deckt sich mit dem unserigen vollständig.

Eine derartige Übereinstimmung der verschiedenen Methoden erlaubt es wohl kaum mehr, hier von blossen Zufalle zu reden, sondern ich erblicke vielmehr darin eine kräftige Stütze der Eingangs erläuterten Anschauungsweise. Immerhin würde ich es für sehr gewagt halten, die Dampftheilchen einfach als Tröpfchen zu behandeln, wenn wir nicht noch eine viel wichtigere Bestätigung der Consequenzen unserer Theorie in dem Verhalten der inneren Reibung, Diffusion und Wärmeleitung der Gase bei verschiedenen Temperaturen hätten. Bekanntlich entsprechen die Theorien dieser Vorgänge nicht den Beobachtungen, man müsste

<sup>1</sup> Siehe O. E. Meyer, Theorie der Gase, S. 226.

Wien. Ber., C, S. 510.

Ebenda, CI.

<sup>4</sup> Ebenda, LXVIII.

denn, um Theorie und Beobachtung in Übereinstimmung zu bringen, eine Zunahme der mittleren Weglänge, bezüglich eine Abnahme des Molekeldurchmessers annehmen.<sup>1</sup> Aus unserer

Formel  $r = \frac{1 \cdot 24 \alpha}{\rho u^2}$  geht nun aufs Deutlichste hervor, dass  $r$

im Allgemeinen mit der Temperatur sich ändern muss, da sowohl die Capillaritätsconstante  $\alpha$ , als auch die Dichte  $\rho$  und die Geschwindigkeit der Molekel  $u$  von der Temperatur abhängig sind. Allerdings haben wir keine Anhaltspunkte für die Grössen  $\alpha$  und  $\rho$  bei jenen Gasen, für welche speciell die Constanten der inneren Reibung, Diffusion und Wärmeleitung bestimmt sind, doch lässt sich erwarten, dass in ähnlicher Weise wie für die untersuchten Flüssigkeiten auch für die bewussten Gase eine Abnahme des Molekeldurchmessers mit der Temperatur erfolgen müsse. Hier haben wir nämlich den schon Eingangs erwähnten Fall der Möglichkeit, durch fortgesetzte Zufuhr von Energie, welche hier in Form von Wärme auftritt, die einzelnen Dampftheilchen immer weiter zu zerlegen.

Zu bemerken ist noch, dass unsere Gleichung nur für Dämpfe einen Sinn hat, deren Temperaturen weit unter den kritischen Temperaturen der entsprechenden Flüssigkeiten liegen, indem wir nur für diesen Fall annehmen können, dass sich die Molekel wirklich wie Flüssigkeitströpfchen von ähnlichen Eigenschaften, wie sie der condensirten Flüssigkeit zukommen, verhalten. Rückt jedoch die Temperatur der Flüssigkeit dem kritischen Punkte näher, so nimmt die Dichte der Flüssigkeit immer rascher ab, was natürlich nicht ohne entsprechenden Einfluss auf die Capillaritätsconstante ist. Wir müssen dann annehmen, dass die leeren Räume zwischen den einzelnen Flüssigkeitstheilchen immer grösser werden, so dass eine Analogie zwischen der Flüssigkeit und den Molekeln des Dampfes, was die Dichte und die Capillaritätsconstante anbelangt, nicht mehr angenommen werden kann. Es bietet sich daher nicht die Möglichkeit dar, etwa aus dem Verhalten der inneren Reibung, Diffusion und Wärmeleitung der

---

Vergl. O. E. Meyer, Theorie der Gase, S. 160, 175, 200. — J. Stefan, Über die dynamische Theorie der Diffusion der Gase, Wien. Ber., LXV, S. 338 ff.



# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1891

Band/Volume: [100\\_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Jäger Gustav

Artikel/Article: [Eine neue Methode, die Grösse der Molekeln zu finden. 1233-1238](#)