

Absolutes Elektrometer mit Kuppelsuspension

G. Jaumann.

Aus dem physikalischen Institute der k. k. deutschen Universität Prag.

(Mit 1 Tafel und 18 Textfiguren.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 21. Jänner 1892.)

I.

1. Einleitung. Die Fernwirkung zwischen zwei Leiterflächen von unveränderlicher und einfacher, aber sonst beliebiger durch Übereinkommen festzusetzender Configuration bestimmt die absolute Potentialdifferenz derselben.

Die rationellste Form dieser Leiterflächen ist die concentrischer Kugeln (Mach, 1883; Lippmann, 1886). In der Praxis vorzuziehen ist die Configuration des Schutzringelectrometers von Sir W. Thomson (1867).

Das elektrometrische Problem besteht nun darin, die Fernwirkung ohne Configurationsänderung dieser Leiterflächen zu messen. Der vorliegende Versuch löst diese Aufgabe direct, während die anderen Elektrometerconstructions die Lösung umgehen.

Alle vorhandenen Kraftmessinstrumente haben die Eigenschaft, dass sich das Wägungsobject während des Ausschlags in der Krafrichtung bewegt. Man hat deshalb entweder bei mikroskopisch kleinen Ausschlägen gearbeitet (Lippmann, Kugellelectrometer mit Tangentenwage), oder auf constante Configuration verzichtet und solche Elektrometerformen aufgesucht, bei welchen die Configurationsänderung einen erträglichen Nachtheil mit sich bringt. So entstand das Cylinderlectrometer von Bichat und Blondlot (1886) als Anpassung an die gewöhnliche Wage, das Standardelectrometer von Thomson (1870) als Anpassung an die Federwage. Die

Quadrant- und Büchsenelektrometer sind der Torsionswage, die Goldblatt- und Pendelelektroskope der Tangentenwage angepasst.

Die Beibehaltung der alten Wagen nöthigt zu dem Verzicht auf continuirliche Potentialmessung zu Gunsten absoluter Potentialmessung (Standardelektrometer) oder umgekehrt (Quadrantelektrometer) oder auf beides theilweise (Cylinder-elektrometer), so dass Quincke (1885) zwei solche Instrumente in seiner Aufstellung vereinigt.

Die Lösung der elektrometrischen Frage wurde also ersichtlich nicht von der richtigen Seite angegangen. Die Unbequemlichkeit und Ungenauigkeit¹ der vorhandenen Messinstrumente ist so gross, dass sich bis heute neben denselben Elektroskope möglich machen konnten² und oftmals für Arbeiten bei höheren Potentialen indirecte Methoden gewählt werden, nur um Potentialmessungen auszuweichen.

Der im Folgenden beschriebene Apparat stellt den Abschluss mehrjähriger Bemühungen dar, eine den Anforderungen der Potentialmessung gewachsene mechanische Methode zu finden. Es bleibt in dieser Form das Elektrometer an Leistungsfähigkeit hinter keinem, an Selbständigkeit und Genauigkeit (0·0001) nur hinter den fundamentalen mechanischen Messinstrumenten zurück.

Freilich ist es auch complicirt, zart zu behandeln und theuer. Die Ausführung desselben, welche mit nicht unbedeutenden Kosten verbunden war, wurde mir durch die Unterstützungen der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in

¹ Es geben Potentialmessungen:

In der Höhe von	Elektrometer	Beobachter	Die Genauigkeit
C. G. S. 50	Thomson, Righi	Quincke	5%
50	Bichat und Blondlot	Obermayer	5
8	Voller's Quadrant (1888)		1
1	Thomson's Standard	Pellat	0·3

Zum Beispiel das Henley'sche Pendelelektroskop. Man vergleiche hiezu K. Wesendonck, Wied. Ann. (1890).

Wien und der Gesellschaft zur Förderung deutscher Wissenschaft in Böhmen ermöglicht, wofür ich hier meinen ergebensten Dank sage.

2. Vorarbeiten. Princip des Instruments. Anfänglich wollte ich den Leiter, welcher eine senkrecht wirkende elektrische Anziehung erfährt, trifilar suspendiren, und die Kraft durch die Schwingungsdauer dieses Trifilars messen.

Besser jedoch, man lenkt dasselbe durch eine constante magnetische Richtkraft aus seiner tiefsten Lage ab, wonach es die elektrische Kraft durch einen Ausschlag bei unmerklich kleiner Senkung anzeigt.

In dieser Form ist die neue Wage nichts Anderes als die Umkehrung des Gauss'schen Bifilarvariometers. Wie dieses kleine Änderungen der erdmagnetischen Horizontalintensität durch Ausschläge anzeigt, so zeigt die magnetische Trifilarwage durch gleiche Ausschläge die gleichprocentigen Änderungen ihres Gewichtes an. Ich habe mit einem nach diesem Princip construirten Elektrometer¹ Messungen angestellt, deren Genauigkeit bereits beträchtlich war.² Die magnetische Trifilarwage bleibt aber immerhin ein Variometer und zeigt also erdmagnetische Schwankungen durch Nullpunktänderungen an. Man kann desshalb an magnetisch stürmischen Tagen nicht mit dem Instrument arbeiten.³

Es war also wünschenswerth, die Richtkraft des Magnets durch die Richtkraft eines zweiten Trifilars zu ersetzen. Zunächst schien es, die beiden Trifilare müssten zu einem Hexafilar zusammenfallen, also wieder unempfindlich gegen verticale Kräfte werden, wenn man ihre Körper so verbindet, dass ihre Drehungen gemeinsam werden. Dieses Zusammenfallen findet jedoch dann nicht statt, wenn man die Verbindung so anordnet, dass zwar die Drehungen gemeinsam sind, die Beziehung der Hebung zur Drehung jedes einzelnen Trifilars aber unbeeinflusst bleibt.⁴ Dies leistet eine Verkuppe-

¹ Jaumann, Wien. Akad., Bd. 95, S. 651 (1887).

² Wien. Akad., Bd. 97, S. 1587 (1888).

³ Ausserdem darf das specifische Moment des Trifilars jenes des Magnets nicht übertreffen, was der Suspension unhandliche Formen gibt.

⁴ Wien. Akad., Bd. 97, S. 64 (1888).

lung durch einen horizontalen Faden f (Fig. 1). Die beiden Körper I und II sind in entgegengesetztem Sinne um etwa 90° abgelenkt und erhalten sich gegenseitig in dieser Stellung. Vergrössert sich das Gewicht des Körpers I, so gewinnt derselbe die Überhand, senkt sich spurweise, hebt dabei den Körper II, das ganze System dreht sich beträchtlich in jenem Sinne, in welchem sich I drehen würde, wenn man den Kuppelfaden f durchschneidet. Nullpunkt und Gleichung dieser Wage sind constant. Die Configurationsänderung des Systems während des Ausschlages ist jedoch sehr complicirt und ebenso also auch die Gleichung der Wage.

Um nun einfach den Ausschlag der Kraftwirkung proportional zu machen, habe ich die beiden Suspensionen in

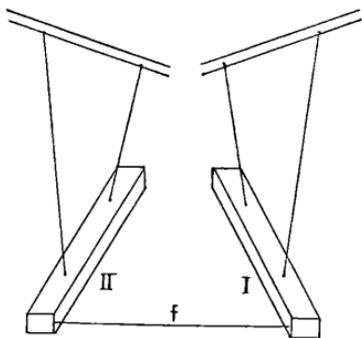


Fig. 1.

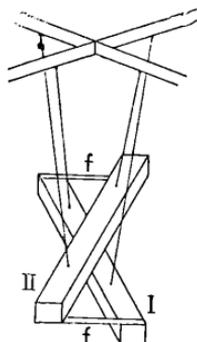


Fig. 2.

abgelenktem Zustande so über einander geschoben, dass ihre Axen zusammenfallen und sie in dieser Stellung durch zwei horizontale Kuppelfäden, welche nun beide sich spannen, verbunden (Fig. 2). Nun sind die Drehungen der beiden Körper nicht nur gemeinsam, sondern gleich gross, die Hebungen und Senkungen aber unbeeinflusst. Was also die Verticalprojection des Systems anlangt, sind beide Körper frei, was die Horizontalprojection anlangt, bilden sie einen Körper. Sie können sich desshalb ohne Schaden mit sehr kleinen Spielräumen durchdringen. Das Ganze dreht sich für das Auge wie ein hexafilarsuspendirter Körper, wenn sich das Gewicht des Körpers I ändert.

Diese Kuppelsuspension stellt ein Seitenstück zu dem Harris-Gauss'schen Bifilar vor. Dieses dient dazu, Drehungs-

momente von senkrechter Axe durch Drehungen um diese Axe zu messen. Die Kuppelsuspension kann in verschiedenen Messinstrumenten die Aufgabe übernehmen, Kräfte von senkrechter Richtung in Drehungen um diese Richtung umzusetzen.

3. Allgemeine Beschreibung des Elektrometers. Das mit einer solchen Kuppelsuspension und ausserdem mit zahlreichen constructiven Verfeinerungen versehene Instrument ist auf Taf. I im Radialschnitt dargestellt.

Man erkennt die Standplatte *S* des Elektrometers und den darüber befindlichen Thomson'schen Schutzring *T*. Letzterer ist mit seinen Stellschrauben *D* an dem Deckel eines massiv gegossenen konischen Metallmantels *M* befestigt, welcher innen ausgerundet das elektrische Feld abschliesst. Dieser konische Mantel ruht auf drei starken Füßen, welche sich auf mit Theilkreisen versehene Stellschrauben stützen.

Der konische Mantel wird 10 *cm* unterhalb des Deckels durch eine starke Spiegelglasplatte *O* abgeschlossen. Die Standplatte ruht in einer Fassung inmitten dieser Glasplatte. Der Stiel der Standplatte, welche sich heben und senken lässt, wird von dieser Fassung geführt, von der Ringschraube *R* geklemmt und von der zur Messung der Plattendistanz dienenden Messschraube *Q* durchsetzt.

Der Deckel *D* trägt in seiner Mitte die Suspensionsröhre *EL* und das bis an dieselbe herangehende Ablesefernrohr *F*.

Die plattenförmigen Suspensionskörper *A* der beiden Trifilare sind durch horizontale dünne Messingdrähte verkuppelt. Der Körper *I* füllt die Öffnung des Schutzringes aus, schliesst mit seiner unteren Fläche das elektrische Feld ab und trägt das Ableseprisma *P*. Die beiden Körper hängen an je drei dünnen Drähten, welche in der Anordnung der beiden Erzeugendenschaaren eines Hyperboloids sich in der Suspensionsröhre kreuzen und in dem complicirten, aber sehr leistungsfähigen Torsionskopf *K* endigen.

Der ringförmige Raum zwischen Schutzring und Deckel wird ausgefüllt durch einen ringförmigen Elektromagnet *N*, welcher vier Pole zwischen die Suspensionsplatten sendet und damit die Einstellung derselben aperiodisch macht.

Endlich bemerkt man den Manipulator und Commutator G , zwei Ringe, welche die Suspensionsröhre unmittelbar über den Suspensionskörpern und Ablesevorrichtungen umschliessen und zum Aufsetzen der Vergleichsgewichtchen, sowie zum rechtzeitigen Laden und Ausladen des Elektrometers dienen.

II.

4. Gleichung der Kuppelsuspension. Nach der Kuppelung ist das Trifilar I um den Winkel $-\varphi_1$, das Trifilar II um $+\varphi_2$ aus seiner freien Ruhelage abgelenkt. Bei einem Ausschlage drehen sich die Suspensionskörper gemeinsam, die Änderungen des Ablenkungswinkels sind also gleich und entgegengesetzt, ihre Summe σ behält constanten Werth. Die Gleichgewichtsbedingung ist:

$$C \sin \varphi_1 = \sin (\sigma - \varphi_1). \quad \dots 1)$$

Alle specifischen Constanten der beiden Trifilare (Längen, Radien und Gewichte) finden sich in C vereinigt.

Das Gewicht F_1 des Trifilars I ist zufolge der elektrischen Anziehung veränderlich und der hiedurch bewirkte Ausschlag $d\varphi_1$ bestimmt sich nach Gleichung 1) durch

$$-\frac{dC}{C} = (\cotg \varphi_1 + \cotg \varphi_2) d\varphi_1, \quad 1 a)$$

worin nun für C jede der specifischen Constanten, also auch das Gewicht F_1 , einzeln gesetzt werden kann. Durch Integration der Gewichtsänderung bis zum ganzen Betrage der elektrischen Anziehung f folgt als Gleichung des Instruments:

$$f = R \operatorname{tg} \alpha (1 + r \operatorname{tg} \alpha), \quad \dots 2)$$

worin R der Reductionsfactor, r die Correctionsconstante und α der Ausschlag ist, und zwar gilt:

$$R = F_1 (\cotg \varphi_1 + \cotg \varphi_2) \quad \dots 3)$$

und

$$r = \cotg \varphi_1.$$

Die Correctionsconstante r ist vollkommen constant und kann durch Änderung der Ablenkung φ_1 auf beliebige posi-

tive und negative Werthe gebracht, also bis auf Null verkleinert werden.

Wenn $\cotg \varphi_1 = 0$, d. h. das Trifilar I für den Nullpunkt der Ablesescala um ganze 90° aus seiner freien Lage abgelenkt ist, so ist $r = 0$ und demnach der Ausschlag der Kraft f genau proportional.

$$f = Ra. \quad \dots 2a)$$

Hierin bedeutet a die auf Tangente corrigirte Scalablesung. Ich habe Abstand davon genommen diese Correction auf Tangente durch eine andere Anordnung der Spiegelung zu vermeiden. Im Übrigen aber wurde streng daraufgesehen, dass diese werthvolle Proportionalität der Angaben dem Apparate mit voller Schärfe, ohne Correctionsrechnungen, erhalten bleibe.

Der Reductions-factor R ist vollkommen constant und kann durch Änderung der Ablenkung φ_2 auf jeden beliebigen Werth gebracht werden.

5. Die Suspensionskörper. Die untere Suspensionsplatte I (Taf. I und Fig. 3) hat das Gewicht $89 \cdot 8 \text{ g}$.¹ Sie ist massiv aus elektrolytischem Aluminium hergestellt, ihre untere Fläche ist eben geschliffen und glänzend polirt.² Man beachte das Tischchen C, auf welches die Vergleichs-

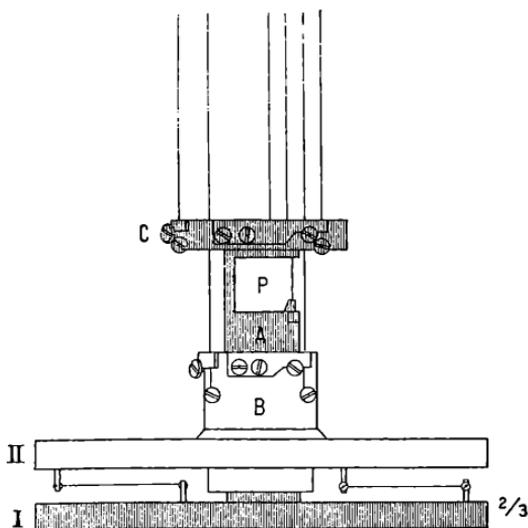


Fig. 3.

¹ Diese Platte hat $7 \cdot 922 \text{ cm}$ Durchmesser, die Öffnung im Schutzring $8 \cdot 033 \text{ cm}$, der Zwischenraum also $0 \cdot 55 \text{ mm}$ Breite, die mittlere Fläche den Werth $49 \cdot 99 \text{ cm}^2$.

² Das reine Aluminium wird von der Luft, Säuredämpfen und Schwefelwasserstoff durchaus nicht angegriffen.

gewichtchen aufgesetzt werden können und dessen oberem Umfange die drei Suspensionsdrähte in den Punkten (45° , 165° , 285°)¹ entspringen. Das Tischchen ist mit der Platte I verschraubt mit Hilfe der Messingröhre *A*, welche in einem passenden Ausschnitt das Ableseprisma *P* trägt und ohne Berührung durch ein centrales Loch der zweiten Suspensionsplatte II tritt. Diese besteht aus elektrolytischem Kupfer und hat 231 g Gewicht. Ihre Suspensionsdrähte gehen von den Punkten (41° , 161° , 281°) des oberen Randes einer kurzen Ansatzröhre *B* aus.

Beide Suspensionen müssen annähernd gleiches Moment haben. Es wurde das Gewicht der Kupferplatte viel höher gewählt als jenes des Aluminiumkörpers (der magnetischen Dämpfung wegen), dafür aber den Suspensionsradien das umgekehrte Verhältniss gegeben. Auch dies ist der Stabilität des Triflars I wegen erwünscht, bringt aber das Eigenthümliche mit sich, dass die Suspensionsdrähte der Kupferplatte das Tischchen *C* durchbrechen müssen, ohne es zu berühren. Sie treten durch drei Löcher, deren

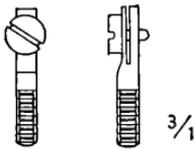


Fig. 4.

Mittelpunkte auf einem Kreis von 9.5 mm Radius in den Orientirungen (45° 165° 285°) liegen² und deren lichte Weite (4 mm) reichlich bemessen ist.

Die Aluminiumplatte trägt an ihrem Umfange und ihrer oberen Fläche in den Stellungen (68° , 248°) zwei kleine Klemmpincetten (in Fig. 3 erkennbar, in Fig. 4 vergrössert dargestellt), die Kupferplatte an ihrem Umfang und ihrer unteren Fläche zwei ebensolche Pincetten in der Orientirung (22° , 202°). Zwischen je zwei solcher Pincetten sind die Kuppeldrähte ausgespannt.

Die Aluminiumplatte trägt an ihrem Umfange und ihrer oberen Fläche in den Stellungen (68° , 248°) zwei kleine Klemmpincetten (in Fig. 3 erkennbar, in Fig. 4 vergrössert dargestellt), die Kupferplatte an ihrem Umfang und ihrer unteren Fläche zwei ebensolche Pincetten in der Orientirung (22° , 202°). Zwischen je zwei solcher Pincetten sind die Kuppeldrähte ausgespannt.

6. Wahl der Constanten. Es ist hervorzuheben, wie gross die Gewichte der Suspensionskörper gewählt wurden, obgleich eine Herabsetzung derselben *cet. par.* die Empfindlichkeit erhöht. Diese grossen Gewichte sichern dem Instrument

¹ Von der Fernrohraxe, von oben, und gegen den Uhrzeigersinn gezählt.

² Also anders orientirt sind als die Suspensionspunkte auf der Röhre *B*, der Einschnürung des Hyperboloids wegen, auf welchen die Drähte liegen, und deren Schiefstellung wegen.

tadellos ruhige Bewegungen auch bei plötzlichen Ladungen und Ausladungen.

Den Werth dieser Ruhe der Einstellung weiss ich am besten zu schätzen, wenn ich mich erinnere, wie sich leichtere Suspensionen verhalten. Die kleinen Schwankungen der Ausbreitung der elektrischen Anziehung über die Platte und ein Schwingen derselben um horizontale Achsen (unter Dehnung der Suspensionsdrähte) bedingen und verstärken sich gegenseitig, so dass diese leichten Platten vornehmlich bei plötzlichen Entladungen und bei mangelhafter Horizontirung in ein heftiges Zittern geriethen, welches mich anfänglich an der Brauchbarkeit meiner Wage für elektrische Messungen zweifeln liess.

Die nöthige Empfindlichkeit der im Ganzen 320 g schweren Suspension habe ich mich nicht gescheut, durch extreme Vergrösserung der Ablenkungswinkel φ_1 und φ_2 zu erzielen. Alle diesbezüglichen Bedenken erwiesen sich durch den Erfolg als unbegründet. Die Abweichung der Bifilarbewegung vom Sinusgesetz¹ macht sich nicht merklich. Allerdings mussten aber die Suspensionspunkte ungewöhnlich exact justirt werden.

Die Schwingungsdauer der Suspension bestimmt sich je nach der Empfindlichkeit derselben zu

$$\pi \sqrt{\frac{K}{D_1 R}}$$

worin K das Trägheitsmoment beider Platten, D_1 das spezifische Moment des Triflars I und R der Reductionsfactor der Kuppelwage ist.

¹ In der Bifilarformel ist bekanntlich genau genommen die Projection V der Fäden auf eine verticale Gerade statt ihrer Länge einzusetzen. Bedeute H die Horizontalprojection derselben, ρ den Suspensionsradius, α den Ausschlag, dann gilt für die Horizontalprojection eines Biflars nach dem Carnot'schen Dreieckssatz:

$$H^2 = 2\rho^2(1 - \cos \alpha),$$

$$H^2 = \text{const} - V^2.$$

Hieraus folgt

$$\frac{dV}{d\alpha} = -\frac{\rho^2}{V} \sin \alpha.$$

Ich habe bei drei verschiedenen Empfindlichkeiten gearbeitet, die Justirung und die Eigenschaften der Suspension für diese drei Fälle waren folgende:

φ_1		Reductions-factor	Schwingungsdauer
Etwas über 90°	72° 46'	0·037	3·3 Sec.
	77 42	0·026	3·9
	81 10	0·019	4·6

Um die Empfindlichkeit des Instruments für die mittlere Justirung anschaulich zu machen, sollen folgende Zahlen dienen:

Potentialdifferenz	Elektrometerdistanz	Elektrische Anziehung	Scalenausschlag
10 C. G. S.	0·5 <i>cm</i>	0·82 <i>g</i>	31 <i>cm</i>
50	2·0	1·25	49
100	3·0	2·22	85

Das spezifische Moment des Aluminiumtriflars ist sehr gross (0·075 *cm*), dreissigmal grösser als jenes der magnetischen Trifilarwage, mit welcher mein altes Elektrometer ausgestattet ist. Diese übermässige Erhöhung des Moments bringt, was die Kraftmessung anlangt, nur Vortheile mit sich, aber sie berührt in elektrischer Beziehung gerade die Grundeigenschaft der Trifilarwägung: keine Configurationsänderung des Elektrometers zu bedingen.

Die Hebung dV (vergl. die Anmerkung) des Elektrometerplättchens, welche dem Ausschlag α entspricht, ist gleich $D_1 \alpha = 0·075 \cdot \alpha$. Zuzufolge des grossen Werthes von D_1 tritt das Plättchen bei grossen Ausschlägen bis zu 0·05 *mm* aus der Ebene des Schutzringes hervor. Vielleicht, dass man darin Grund genug finden wird, das Moment der Suspension herabzusetzen. Ich habe geglaubt, gerade in Bezug auf Configurationsänderungen des Elektrometers bis zur Grenze der Zulässigkeit gehen zu sollen (vergl. Abschnitte 27, 28).

7 Der Manipulatorring und die Vergleichsgewichtchen. Um jederzeit die Gleichung des Instruments controlliren zu können, ist Vorsorge getroffen, dass man bequem einige Vergleichsgewichtchen auf die Tischplatte *C* (Fig. 3) aufsetzen kann. Es wird dies besorgt durch einen Querbalken, welcher die Suspensionsröhre über dem Tischplättchen

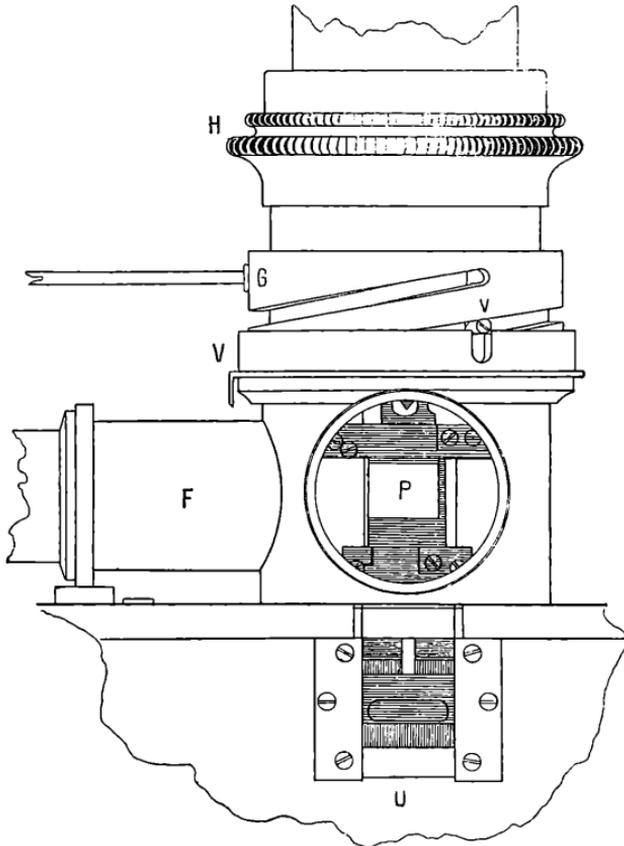


Fig. 5.

durchsetzt und um 8 mm gesenkt werden kann. Seine Endbacken (vergl. die Horizontalprojection Fig. 18) laufen in passenden Schlitzen der Suspensionsröhre und senden die Stifte *v* (Fig. 5) über die Oberfläche der Röhre hinaus. Diese Stifte laufen nun in einer doppelläufigen Schraubenlinie von 16 mm Ganghöhe, welche in den Ring *G* geschnitten ist, welcher die Suspensionsröhre umschliesst und mit Hilfe des in Fig. 5 erkennbaren Stiels gedreht werden kann.

Steht dieser Stiel über dem Fernrohr F , so hat der Querbalken seine mittlere Höhe, durch Drehung des Stieles um $\pm 90^\circ$ wird der Balken um $\pm 4 \text{ mm}$ gehoben.

In Fig. 6 sind die zwei Vergleichsgewichtchen im Querschnitt und für diese drei Stellungen des Querbalkens dargestellt. Die Gewichtchen corrigiren selbstthätig ihre Centrirung mit Hilfe der Spitzen an ihrer Basis, welche in passende Vertiefungen eingreifen. Die eigenthümliche Anordnung und Rotationsform musste den Gewichtchen deshalb gegeben werden, weil dieselben während des Gebrauchs fortwährend im Sinne der Belastungsausschläge gedreht werden, welche sie mitmachen, wogegen sie während der Entlastungsausschläge abgehoben

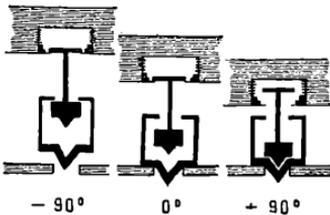


Fig. 6. ($\frac{2}{3}$ der nat. Gr.)

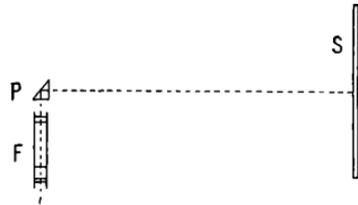


Fig. 7.

werden. Das grössere Gewichtchen dreht sich zufolge dessen bei je hundertmaligem Gebrauch um 360° ¹

Beide Gewichtchen bestehen aus vergoldetem Messing und betragen beziehungsweise I = $1 \cdot 2886 \text{ g}$ und II = $0 \cdot 5006 \text{ g}$.

8. Die Ablesevorrichtungen. Die Scalenfernrohrablesung wurde etwas anders eingerichtet als dies sonst üblich ist. Das Ablesefernrohr F ist mit dem Apparat, nicht mit der Scala verbunden, der Visirstrahle wird durch das an dem Suspensionskörper I befestigte totalreflectirende Prisma P von 1 cm Seitenlänge rechtwinklig gebrochen, die Ablesescala ist an der

¹ Die ganze Vorrichtung wirkt viel exacter als nöthig ist, so dass man mit derselben viel mehr (bis 10) Gewichtchen aufsetzen könnte. Die Ringe G und V bewegen sich leicht und sanft, besonders wenn der Beobachter durch ein leichtes Nachfeilen an den richtigen Stellen der Schraubenlinien hilft. Die Justirung des Manipulators muss vor Herstellung der Suspension auf das Genaueste geprüft werden. Das Einsetzen des Querbalkens ist dann bei einiger Unvorsichtigkeit eine gute Gelegenheit, die eben hergestellte Suspension abzureissen.

Wand befestigt. Diese Anordnung hat den Vortheil, dass der Beobachter in unmittelbarer Nähe des Apparates seinen Platz erhält, was alle Operationen wesentlich erleichtert.

In optischer Beziehung ist die rechtwinklige Ablesung bedeutend überlegen, der Vergrößerung des Scalenbildes und des Gesichtsfeldes wegen.

Ich konnte also bei zwanzigfach vergrößerndem Fernrohr die Scala bis auf $E = 373 \text{ cm}$ entfernen, um noch ein Scalenbild von der üblichen Vergrößerung zu erhalten. Dies setzt die Ausschläge auf die Hälfte ihres Winkelwerthes und damit den Betrag aller linearen Correctionen ebenso beträchtlich, die quadratische Correction der Ablesung auf Tangente auf ihren vierten Theil herab.

Freilich sinkt dabei auch die Lichtstärke auf die Hälfte herab. Es wurde deshalb vor der Scala ein cylindrischer Reflector aus polirtem vernickeltem Blech angebracht.

So wurde ein ungewöhnlich schönes Scalenbild erhalten. Was die Schärfe desselben anlangt, so ist sie bedingt durch die Anwendung des Prismas statt eines Spiegels, welcher in 45 gradiger Stellung immer unklare Bilder gibt. Ferner trägt die grössere Scalendistanz zur gleichmässigen Klarheit aller Scalentheile bei. Endlich wurde das Deckglas (in Fig. 5 in voller Ansicht) so in seiner Fassung gedreht, dass seine brechende Kante den Scalentheilstreichen parallel steht.¹

9. Die Dämpfung und der Ablesungsmodus. Die erste Justirung des Instruments erfordert ziemlich grosse Aufmerksamkeit und Mühe. Hiedurch wird die Anwendbarkeit desselben eingeschränkt auf Messungen, welche auch im Übrigen mit sorgfältiger Aufstellung vorgenommen werden.

Hingegen habe ich mein Möglichstes gethan, um die tägliche Justirung während des Gebrauches auf eine verschwindend geringe Mühewaltung zu reduciren und die Arbeit, für welche

¹ Diese dünnen (0.7 mm) Spiegelgläser sind, weil sie durch Walzen polirt werden, immer leicht prismatisch. Das Drehen des Deckglases in seiner Fassung änderte die Scalenablesung zwischen 49.92 und 50.13 cm . Hieraus berechnet sich der brechende Winkel des Deckglases zu 2 Minuten. Das Scalenbild ist nun viel schärfer zu erhalten für die beiden Stellungen grösster und kleinster Ablenkung. In einer derselben wurde also das Deckglas festgestellt.

eine einzelne Zahl gewonnen werden kann, auf den kleinsten Werth zu bringen. Je mehr in dieser Hinsicht geschieht, desto mehr vergrößert sich in Anbetracht der begrenzten Arbeitskraft des Beobachters Umfang und Güte der Messungen.

Damit im Zusammenhang steht der grosse Werth, welchen ich auf die Erzielung eines ganz constanten Nullpunktes gelegt habe. Es wird für die meisten Messungen hinreichen, den Nullpunkt einmal unter Tags abzulesen. Jede Kraftmessung ist dann durch einen einzigen Blick ins Fernrohr und eine Proportionalrechnung abgethan.

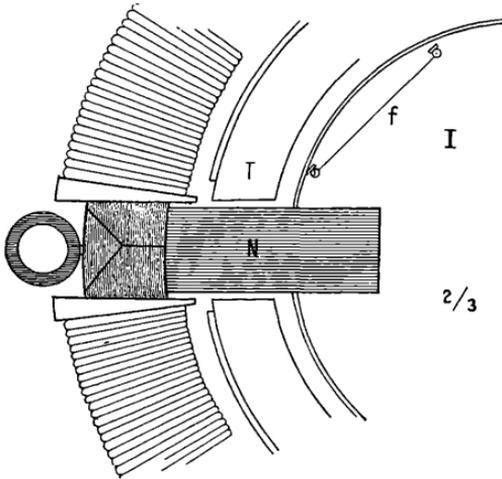


Fig. 8.

Ferner aber ist es nöthig, dem Instrument aperiodische Einstellung zu sichern. Dies ist nun zwar leicht zu erreichen, erwies sich aber als nicht zulässig. Es ist technisch nicht gut möglich, ein Ableseinstrument bis zur Aperiodicität zu dämpfen, so dass hiebei eine hohe Genauigkeit

erhalten bleibt. Jede Dämpfung besitzt die in der Praxis unvermeidlichen Fehler, Ablenkungen zu veranlassen und ausserdem die Ausschläge zu verkleinern.

Ich habe deshalb dem Instrument aperiodischen Ausschlag mit völlig ungedämpften kleinen Endoscillationen gegeben.

Alle Dämpfungsarten sind im Wesentlichen mit denselben Fehlern behaftet, wie die Dämpfung durch Reibung bei leiser Berührung, doch scheint es, die letztere liesse sich am feinsten einrichten. Ich wählte indessen Dämpfung durch Elektromagnete. Der ringförmige Raum zwischen dem Schutzring *T* (Taf. I) und dem Deckel *D* wird ausgefüllt durch einen ringförmigen Elektromagnet, welcher vier Pole *N* zwischen die schwingende Aluminium- und Kupferplatte sendet. Oberhalb

der letzteren ist ein flacher Eisenring an den Deckel geschraubt, welcher dazu dient, den magnetischen Kraftfluss durch vier Punkte des Randes der Kupferplatte zu leiten. Die Enden der vier Pole und der Eisenring sind stark vergoldet.

Die vier Spulen des Ringmagnets bestehen aus je 330 Windungen eines 0.9 mm starken Drahtes in je drei Lagen. Sie haben zusammen den Widerstand 1.6 S. E. Drei Accumulatoren reichen zur überaperiodischen Dämpfung aus.

Die Kupferplatte und die Aluminiumplatte bestehen aus elektrolytischen Metallen und sind möglichst sorgfältig von anhaftendem Eisenstaub befreit. Vor allem die Klemmpincetten müssen unmagnetisch sein (aus Silber mit Bronzeinstrumenten geschnitten). Auch dann noch bleibt ein Einfluss der Dämpfung auf die Einstellung zurück und derselbe vergrößert sich sogar während des Gebrauchs ganz merklich, vermuthlich durch eine spurweise Verstaubung der Platten.

Der Strom von etwa 2.8 Amp. , welcher den Ringmagnet versorgt, wurde deshalb vor jeder Ablesung geöffnet. Der Unterbrecher musste so eingerichtet werden, dass die Unterbrechung nicht plötzlich, sondern durch allmähliche und durch den Druck des Fingers nach dem Gefühl zu regulirende Stromschwächung stattfindet. Eine plötzliche Unterbrechung bewirkt nämlich einen derartigen Inductionsstoss in der Kupferplatte, dass man geradezu um die Suspensionsdrähte derselben besorgt sein muss.

Die folgenden Zahlen erweisen, dass die starke Dämpfung keine Fehler einführt, wenn man vor der Ablesung den Strom unterbricht, dass hingegen aperiodische Ablesung ganz unzulässig ist.

Es ergaben sich folgende Einstellungen für dämpfende Ströme positiver oder negativer Richtung:

Belastung der Suspension	Unbelastet	Mit		
		I = 1.29 g	I + II = 1.79 g	
Nach Unterbrechung des	+ Stromes	99.059	50.139	31.085
	- Stromes	99.051	50.132	31.080
Ablenkung durch den	+ Strom	-0.16	-0.09	+0.02
	- Strom	-0.37	-0.32	-0.18

Die Nachwirkung des Stroms ist also fast unmerklich. Die Ablesungen nach Unterbrechung des negativen Stroms sind um 0·008, 0·007, 0·005 Scalencentimeter kleiner.

Hingegen sind die Ablenkungen bei geschlossenem Strom gross, unregelmässig und mit der Zeit veränderlich.

Nach einem grösseren aperiodischen Ausschlag kommen jedoch auch diese abgelenkten Einstellungen nicht ganz zu Stande. Der Ausschlag ist kleiner, so als würde die Suspension sich in einer zähen Flüssigkeit bewegen. Ein Ausschlag von 20 *cm* wird hiedurch um 0·12 *cm*, ein Ausschlag von 50 *cm* um 0·27 *cm* verkleinert. Nach einigen Minuten gleicht sich indess dieser Fehler aus und wird hiedurch auch bei Instrumenten mit permanenten Magneten erkennbar. Thatsächlich habe ich solche und auch gleich grosse Einstellungsfehler gelegentlich an einem Siemens'schen Galvanometer mit Glockenmagnet beobachtet.

Die Ablesung nach aperiodischem Ausschlag mit ungedämpften Endoscillationen erfordert kaum mehr Zeit als das Abwarten des vollen aperiodischen Ausschlags. Es reicht hin, zwei Endoscillationen abzulesen, weil dieselben nahezu ungedämpft¹ und sehr klein sind. Überdies verringern sich die persönlichen Ablesefehler bei Ablesung von mehr als zwei Umkehrpunkten der Endoscillation so deutlich, dass ich Grund hatte, in einigen Fällen zu jeder Einstellung sieben Ablesungen zu machen.

¹ Das Dämpfungsverhältniss der frei schwingenden Suspension beträgt nur 1·008.

Wesentlich erleichtert wird die Ablesung dieser letzten Oscillationen, wenn man, was ihrer Kleinheit wegen gestattet ist, die Ablesung der Scalentheilchen und der Centimeter getrennt vornimmt. Beispiel:

Nullpunkt	.49·990
Erster Umkehrpunkt	98·730
Zweiter Umkehrpunkt.	99·190.

Hiebei wurde notirt: 730, 190, 98·5.

Die ersten zwei dreistelligen Zahlen bedeuten die Millimeter und ihre Bruchtheile, welche ohne Rücksicht auf die Centimeterzahlen abgelesen und notirt wurden. Nachträglich wurde dann die Zahl 98·5 als das Mittel der Centimeterablesungen hinzugefügt. Aus einer solchen Notiz kann man die Umkehrpunkte nicht eindeutig entnehmen, wohl aber ihr Mittel.

Es ergab sich bei	2 Umkehrpunkten	3 Umkehrpunkten	7 Umkehrpunkten
der mittlere persönliche Fehler	0·006 <i>mm</i>	0·004 <i>mm</i>	0·0025 <i>mm</i>

III.

10. Theorie des Torsionskopfes. Den Ablenkungswinkeln φ_1 und φ_2 sollen genau vorgeschriebene Werthe gegeben werden. Es kann dies in sehr verschiedener Weise erreicht werden, die Operation läuft aber jedenfalls darauf hinaus, dass die Constanten C und σ in Gleichung 1) auf vorgeschriebene Werthe gebracht werden, d. h. also, dass abgeändert werden: eine der specifischen Constanten der Trifilare und ein Bestimmungsstück ihrer Winkelorientirung gegeneinander.

Aus constructiven Gründen wählte ich als Veränderliche den Radius ρ_2 und die Winkelorientirung σ des oberen Suspensionskreises des Kupfertrifilars II.

Die Länge der Kuppelfäden und die zugehörige Orientirung der Klemmpincetten ist so gewählt, dass beide Suspensionen mit parallelen Aufhängefäden in einander hängen und die Kuppelfäden sich eben noch nicht spannen, wenn der drehbare II. Torsionskreis ungefähr in einer vortheilhaften Nullstellung sich befindet. Dreht man ihn nun um σ , so drehen sich dabei beide Suspensionskörper gemeinsam um den Winkel φ_1 , wobei die Suspensionen in entgegengesetztem Sinne beziehungsweise um die Winkel φ_1 und φ_2 abgelenkt werden, beide Platten sich ein wenig heben und die Kuppelfäden sich immer mehr spannen.

Die Summe der Ablenkungswinkel $\varphi_1 + \varphi_2$ ist dabei immer dem Winkel gleich, um welchen der II. Torsionskreis gedreht wurde, es ist also berechtigt, dass die Winkelorientirung dieses Kreises direct mit σ bezeichnet wurde.

Hat nun der Winkel φ_1 seinen richtigen Werth erreicht, ist aber das Moment des Kupfertrifilars zu gross, so wird φ_2 einen zu kleinen Werth haben und man wird den Radius ρ_2 des II. Torsionskreises abändern müssen, um die Momente der beiden Trifilare in richtiger Weise abzugleichen.

Den Ablenkungswinkeln φ_1 und φ_2 soll nun aber bis auf einige Minuten genau der vorgeschriebene Werth gegeben

werden. Es wird niemand daran denken, dies durch directe Winkelmessungen erreichen zu wollen. Man hat nicht einmal ein Kennzeichen für die Nullstellung von σ und das Aussehen der Suspension vor der Justirung ist nicht sehr ermuthigend regelmässig.

Man könnte nun, statt die Werthe von φ_1 und φ_2 aufzusuchen, direct die gewünschten Werthe des Reductionsfactors R und der Correctionsconstanten r einzustellen suchen. Es läuft dies auf Graduirungen des Instruments hinaus, welche allerdings durch den Manipulator erleichtert werden.

Eine Graduirung schädigt jedoch die Selbständigkeit des Instruments und hindert den für verlässliche Messungen nothwendigen vollen Einblick in die Functionsweise desselben.

Ich habe es nun so einrichten können, dass man unmittelbar während der Vornahme der Justirung an den durch die Operationen $d\sigma$ und $d\rho_2$ bewirkten Ablenkungen $d\varphi_1$ des Ableseprismas erkennen kann:

1. mit Sicherheit, ob die gewünschten Werthe der Constanten schon erreicht sind, oder in welcher Richtung sie zu erreichen sind, und

2. um welche Beträge ungefähr man σ und ρ_2 noch zu ändern hat, um die Justirung zu vollenden.

Zufolge dieser Merkmale erzielt man die Justirung rationell und in kürzester Zeit.

Die zu den Änderungen $d\sigma$ und $d\rho_2$ gehörigen Ablenkungen $d\varphi_1$ ergeben sich durch Differentiation der Gleichung 1) nach ihren beiden Constanten:

$$-\frac{d\rho_2}{\rho_2} = [\cotg \varphi_1 + \cotg \varphi_2] d\varphi_1 \quad \dots 4)$$

$$\frac{d\sigma}{d\varphi_1} = 1 + \frac{\cotg \varphi_1}{\cotg \varphi_2} \quad \dots 5)$$

Diese Gleichungen geben die Kennzeichen für die Werthe von φ_1 und φ_2 , und zwar haben sie geradezu für die Werthe des Reductionsfactors R und der Correctionsconstanten r einfache Bedeutung:

Nach Gleichung 4) ist die Empfindlichkeit des Instruments für Änderungen des Radius ρ_2 dieselbe wie für gleichprocentige

Änderungen des Gewichtes F_1 . Man kann sonach unmittelbar aus den Ausschlägen, welche durch die Änderung des Radius ρ_2 bewirkt werden, abnehmen, wie gross die Belastungsausschläge sein werden, welchen Werth also der Reductionsfactor R angenommen hat.

Noch während der Drehung $d\sigma$ erkennt man hingegen nach Gleichung 5), ob $\cotg \varphi_1$, d. h. die Correctionsconstante r positiven oder negativen Werth hat, je nachdem $d\sigma$ grösser oder kleiner als $d\varphi_1$ ist. Hat der Ablenkungswinkel φ_1 den gewünschten Werth 90° erreicht, so ist $d\sigma/d\varphi_1 = 1$, es sind also die Drehungen $d\sigma$ des II. Torsionskreises und die zugehörigen Drehungen des Ableseprismas gerade gleich und gleichgerichtet.

11. Justirungsvorschrift. Mit jeder der Änderungen $d\sigma$ und $d\rho_2$ ändern sich sowohl Reductionsfactor als Correctionsconstante. Man wird desshalb mit Vortheil die Änderungen $d\sigma$ und $d\rho_2$ nach einfachen Merkmalen so combiniren, dass man die Constanten R und r jede für sich abändern kann. Dies ist hauptsächlich desswegen nöthig, weil man ja r nicht verändern, sondern stets auf dem Werthe Null halten will, wogegen man den Reductionsfactor R auch während der Messungen verschieden wählen kann.

Bei der ersten Justirung der Kuppelsuspension wird man sonach in folgender Weise vorgehen (vergl. auch Abschn. 15)

1. Man dreht den II. Torsionskreis um ungefähr $\sigma = -160^\circ$ im Sinne des Uhrzeigers,

2. sodann um $d\sigma = -1^\circ$ unter Beobachtung von $d\varphi_1$ (der Ablesecala). Ist $d\varphi_1$ algebraisch $\left\{ \begin{array}{l} \text{grösser} \\ \text{kleiner} \end{array} \right\}$ als $d\sigma$, so dreht man unter fortdauernder Beobachtung der Ablesecala so lange in $\left\{ \begin{array}{l} \text{negativem Sinne weiter,} \\ \text{positivem Sinne zurück,} \end{array} \right\}$ bis $d\varphi_1 = d\sigma$ wird.

Dann ist nach Gleichung 5) $r = 0$, der Ausschlag des Instruments der Belastung proportional (Gleichung 2a). Von nun an darf φ_1 seinen Werth nicht mehr ändern.

Man wählt also eine praktische Orientirung des I. Torsionskreises gegen die Ablesecala und fixirt dieselbe. Die Scalablesung, welche dieser Anordnung entspricht, bleibt hinfort der Nullpunkt des Instruments. Erhält man dem I. Torsions-

kreis und der Scala diese feste Aufstellung und bringt man durch Combination der Änderungen $d\rho_2$ und $d\sigma$ die Einstellung immer wieder auf denselben Nullpunkt zurück, so behält auch φ_1 seinen Werth 90° , die Correctionsconstante den Werth Null, während die Empfindlichkeit des Instruments desto mehr wächst, je kleiner man ρ_2 macht.

3. Man verkleinert den Radius ρ_2 ein wenig und beobachtet den zugehörigen Ausschlag $d\varphi_1$, womit man über die Empfindlichkeit des Apparates unterrichtet ist.

Wenn beispielsweise einer Änderung $d\rho_2 = 0\cdot001\rho_2$ ein Ausschlag von 4 Scalencentimeter entspricht, dann wird das Instrument für eine Belastung mit $0\cdot09g = 0\cdot001F_1$ denselben Ausschlag geben.

4. Will man die Empfindlichkeit $\left\{ \begin{array}{l} \text{vergrössern,} \\ \text{verkleinern,} \end{array} \right\}$ so $\left\{ \begin{array}{l} \text{ver-} \\ \text{kleinert} \end{array} \right\}$ man den Radius ρ_2 und führt gleich nachher durch $\left. \begin{array}{l} \text{grössert} \\ \text{Vergrösserung} \\ \text{Verkleinerung} \end{array} \right\}$ des numerischen Werthes von σ das Instrument auf seinen festen Nullpunkt zurück.

5. Damit ist jedoch nur die Richtung festgesetzt, in welcher man zu operiren hat. Nach den ersten Probedrehungen ist man schon über die Werthe von R und r unterrichtet und es handelt sich nun darum, leicht erkennbar zu machen, um welche Beträge man σ und ρ_2 zu ändern hat, um direct auf die gewünschten Werthe von R und r überzugehen. Die hiezu führenden Überlegungen sind in Abschnitt 16 und 17 angeführt.

6. Belastungsversuche mit Hilfe des Manipulators macht man erst schliesslich und wird wirklich gerade die richtigen Werthe von R und r vorfinden, wenn die Änderungen $d\sigma$ und $d\rho_2$ mit gerade der hiezu nöthigen Feinheit vorgenommen und abgelesen werden können.

Ich habe der Construction des Torsionskopfes besondere Aufmerksamkeit zugewendet.

12. Construction der Suspensionsröhre. Was zunächst die Suspensionsröhre betrifft, so besteht sie aus zwei Theilen E und L (Taf. I), welche mittels der Ringschraube H (vergl. auch Fig. 5) verbunden sind. Diese Ringschraube drückt auf einen Anschlag, der aus zwei Halbringen besteht und an

die obere Suspensionsröhre geschraubt ist. Lockert man die Ringschraube *H*, so lässt sich die obere Röhre *L* und damit die ganze Suspension drehen. So erzielt man Nullpunktänderungen ohne Änderung der Justirung.

Nimmt man die Halbringe des Anschlags ab, so lassen sich die beiden Hälften der Suspensionsröhre fernrohrartig ineinander schieben, die Suspensionskörper treten damit ins Freie, wovon man bei Herstellung der Suspension (Abschnitt 14) und bei Auswechslung eines Suspensionsdrahtes Gebrauch macht.

Längs des oberen Theiles der Röhre laufen die mit Klemmhebeln *L* versehenen Stiele der Stellschrauben, welche zur Ein-

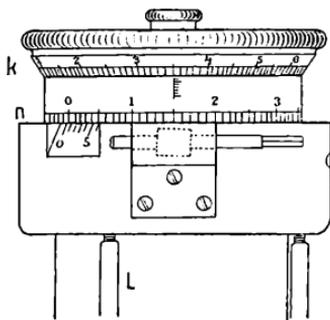
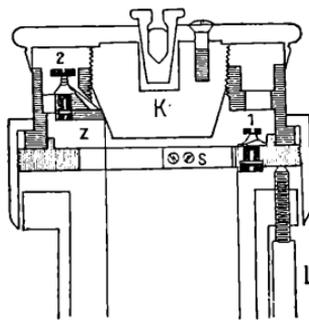


Fig. 9.

Fig. 10. ($\frac{2}{3}$ der nat. Gr.)

stellung der unteren Fläche des Aluminiumkörpers in die Ebene des Schutzringes dienen.

13. Construction des Torsionskopfes. Auf die nach oben gekehrten Spitzen dieser Stellschrauben wird der I. Torsionskreis durch Federn gedrückt. Dieser I. Torsionskreis (in Fig. 10 senkrecht schraffirt) ist eine Platte mit centralem Loch von $1,5\text{ cm}$ Radius. Über den Rand dieses Loches hängen die drei Suspensionsdrähte des Trifilars I. Sie laufen in Rinnen, in welche sie durch die Federn *S* sanft hineingedrückt werden. Die untere Kante dieser Federn schliesst genau mit der unteren Fläche der Platte ab. Die Drähte werden an ihre Wirbel 1 (Fig. 10 und 11) geknüpft und dieser Knopf liegt in einer Einsenkung des Wirbelkopfes geschützt. Die Federn 1 (Fig. 11) sichern die Einstellung der Wirbel.

Auf dieser Platte sitzt drehbar und durch einen ringförmigen Vorsprung centrirt der II. Torsionskreis (in Fig. 10 horizontal

schraffirt). Dieser trägt die drei Wirbel 2 der Kupfersuspension, von welchen die Aufhängedrähte über die schiefen mit Rinnen versehenen Endflächen der Zapfen z laufen. Jeder dieser Zapfen z ist mit seinem Wirbel 2 verbunden, das Ganze aber in einer radialen Schlittenführung verschiebbar. Die schiefen Endflächen der Zapfen werden durch Federn gegen die Fläche des Stahlkonus K gedrückt. Dieser läuft im Innenraum des II. Torsionskreises in einem Gewinde und ist mit dem Deckel des Torsionskopfes verbunden.

Am Umfange des Deckels ist eine Kreistheilung k angebracht, welche mit einer Marke und Ganghöhenheilung an der Aussenfläche des II. Torsionskreises correspondirt.

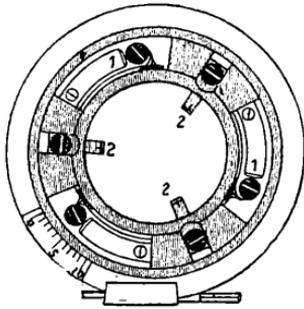


Fig. 11.

Am Umfange dieses letzteren ist eine Verzahnung und eine zweite Kreistheilung n angebracht, welche zu dem archimedischen Trieb und dem Nonius (Fig. 9) gehören.

Einer Drehung des Deckelkreises um $\left\{ \begin{array}{l} 16 \pi \\ 0 \cdot 01 \pi \end{array} \right\}$ entspricht ein Herab-

steigen des Konus um $\left\{ \begin{array}{l} 4 \text{ mm} \\ 0 \cdot 003 \text{ mm} \end{array} \right\}$ und damit eine Vergrößerung des Radius des II. Trifilars um $\left\{ \begin{array}{l} 0 \cdot 2 \\ 0 \cdot 0002 \end{array} \right\} \rho_2$.

Die Vorrichtung fungirt innerhalb dieser Grenzen ganz vorzüglich und fast ohne todten Gang.

Eine Drehung des Triebes bewirkt hingegen die Ablenkung des II. Torsionskreises um den Winkel σ , welcher am Nonius abgelesen wird.

Fig. 11 zeigt den Torsionskopf von oben nach Abnahme des Deckels gerade in der Anordnung, welche er nach erfolgter Justirung der Kuppelsuspension besitzt. Man erkennt, dass alle sechs Wirbel für den Schraubenzieher zugänglich sind.

14. Herstellung der Suspension. Für die sechs Suspensionsdrähte müssen Stahl- oder Nickelindrähte von $0 \cdot 05 \text{ mm}$ Durchmesser verwendet werden. Die Kuppelfäden können aus stärkerem und elastisch weniger vollkommenem Drahte gefertigt

werden. Während nämlich das Torsionsmoment der Aufhänge-
drähte das kleine Trifflarmoment beeinflusst, addirt sich die
Biegungskraft der Kuppelfäden zu den grossen Gewichten
der Suspensionskörper, ist also unter allen Umständen un-
merklich. Die Kuppeldrähte müssen jedoch präcis unmagnetisch
sein (harte Silberdrähte von 0.05 mm Stärke).

Mit dem Einziehen dieser acht Drähte würde man niemals
fertig werden, wenn nicht Vorsorge getroffen wäre, dass jeder
Draht, falls er reisst, einzeln ersetzt werden könne. Die Drähte
werden an ihren unteren Befestigungspunkten an Schraubchen
(Fig. 3) geknüpft, verlaufen dann in passenden sehr fein ein-
gefraisten Rinnen, in welche sie durch Messingfedern sanft
gepresst werden. Die oberen Ränder dieser Messingfedern
schliessen genau mit der oberen Fläche der Suspensionskörper
ab, die Drähte entwachsen also den letzteren in scharf bestimmten
Punkten. Man zieht dann die Drähte durch die Suspensionsröhre
nach aufwärts und befestigt sie an ihren Wirbeln, oder man
suspendirt die Ansatzröhren *A* und *B* (Fig. 3) ausserhalb der
Röhre, senkt sie ein und schraubt dann erst die Platten I und II
daran.

Die Kuppeldrähte müssen durch die Klemmpincette in vor-
geschriebener Länge (3 cm), vor allem aber in gleicher Länge
(bis auf 0.5 mm genau) geklemmt werden.¹

¹ Man wickelt den Draht, aus welchem man sie herstellen will, um eine
scharfkantig in der richtigen Breite zugefeilte Platte und schneidet ihn dann
ab. Man erhält Drahtstückchen von der Form Fig. 12, welche man möglichst



Fig. 12.



Fig. 13.

gerade biegt und nach Fig. 13 in die Klemmpincetten legt und sehr sanft ein-
klemmt.

Man hat darauf zu achten, dass keiner der acht Drähte beim Einklemmen
verletzt wird, dass ihre Endknoten gehörig geschützt liegen. Die Drähte legen
sich zufolge der konischen Gestalt der Wirbel im Allgemeinen straff um die-
selben, so dass man sie auch in schlaffem Zustand aufwinden kann. Dies darf
man jedoch, so bequem es bei der ersten Herstellung der Suspension ist,
nicht zu weit treiben. Endlich darf man nicht mit Drähten arbeiten, die stark
geringelt von der Spule springen. Unter diesen Vorsichtsmassregeln gelingt die
Suspension in vier Stunden.

Nach der Justirung sitzen die Suspensionskörper ein wenig knapp in den umgebenden Theilen des Instruments (nach allen Richtungen nur mit $0.5-1.0\text{ mm}$ Spielraum¹), gerade deshalb aber sehr geschützt, so dass das Instrument ohne Schaden, ja ohne Justirungsänderung transportabel ist und keine Arretirungsvorrichtungen braucht. Ich habe es sogar ohne Arretirung (mit mangelhaft improvisirter Arretirung) auf der Bahnfahrt nach Halle mitgenommen, wobei nur ein Faden riss, welcher in einer halben Stunde ersetzt war. Nach der Rückfahrt, wobei das Instrument verlässlicher arretirt war, war dasselbe einige Minuten nach dem Auspacken functionsfähig.

Die erste Herstellung dieser complicirten Suspension ist also etwas schwierig. Nachher aber ist das Instrument gar nicht heikel zu handhaben.²

15. Justirung der Suspension. Verhalten derselben für $\varphi_2 > 90^\circ$ Zu der Justirungsvorschrift in Abschnitt 11 muss noch bemerkt werden, dass man, so lange φ_2 noch Null oder jedenfalls kleiner als 90° ist, den Konus K so weit herunterzuschrauben hat, dass man sicher ist, dass das Moment des Kupfertriflars grösser als jenes des Aluminiumtriflars ist. Es ist dies die Bedingung dafür, dass der in Abschnitt 11 beschriebene Justirungsvorgang durchführbar ist.

Als Beispiel hiefür sei der etwas unregelmässige Verlauf der Justirung beschrieben, welche ich vor der ausführlichen Entwicklung der Theorie des Instruments vorgenommen habe. Zunächst und noch unterbrochen von dem Anziehen der Wirbel, ehe noch der Schutzring an den Deckel geschraubt wurde, habe ich den II. Torsionskreis um ungefähr $\sigma = -170^\circ$ im Sinne des Uhrzeigers gedreht. Nun wurde der ganze Apparat zusammengestellt und probeweise eine Drehung $d\sigma = -0.01$ hinzugefügt. Dabei drehten sich die Suspensionskörper zu meiner Überraschung in entgegengesetztem Sinne um

¹ Die Methoden für die rasche translative Einstellung der Suspensionskörper in die richtige Stellung sind in Abschnitt 25 angegeben.

² Man hat sich nur in Acht zu nehmen, die Drähte durch übermässiges Anziehen der Stellschrauben oder Wirbel zu zerreißen, ferner darf die Standplatte der Aluminiumplatte nicht bis zu voller Berührung genähert werden, weil dann die Adhäsion gefährlich wird.

$d\varphi = +0.019$. Es war also ein interessanter Ausnahmestand, in welchem ich die Bekanntschaft der Suspension machte.

Das I. Trifilar befand sich jenseits eines Maximums seiner Ablenkung φ_1 , woraus folgt, dass das II. Trifilar kleineres Moment hatte und um mehr als 90° abgelenkt war. Darüber hinaus verkleinert sich nämlich das Drehungsmoment bei Vergrößerung des Ablenkungswinkels φ_2 , so dass derselben eine Verkleinerung des Ablenkungswinkels φ_1 entsprechen muss.

Nach den Gleichungen 4) und 5), welche die Grösse der Winkel φ_1 und φ_2 erkennen lassen, folgt natürlich das Gleiche. Die Summe ($\cotg \varphi_1 + \cotg \varphi_2$) in Gleichung 4) kann nicht negativ sein, denn dies bedeutet negative Empfindlichkeit, d. i. Labilität der Suspension. Wenn also eine der Cotangenten negativ ist, so ist es die numerisch kleinere.

Der Ausdruck $1 + \frac{\cotg \varphi_1}{\cotg \varphi_2}$ in Gleichung 5) ist nun negativ, das Cotangentenverhältniss also numerisch grösser als 1 und negativ, woraus folgt $\varphi_1 < 90^\circ$, $\varphi_2 > 90^\circ$

Was die Zahlenwerthe von φ_1 und φ_2 anlangt, so ergab eine Probedrehung des Deckelkreises um -0.25 (Herabschrauben des Konus, Vergrößerung des Radius ρ_2 um $0.001 \rho_2$) einen Spiegelausschlag $d\varphi_1 = 0.0068$. Es folgt nach Gleichung 4)

$$\cotg \varphi_1 + \cotg \varphi_2 = 0.148.$$

Nach dem oben angegebenen Ausfall der Probedrehung $d\sigma/d\varphi_1$ ist nach Gleichung 5)

$$1 + \frac{\cotg \varphi_1}{\cotg \varphi_2} = -0.53.$$

Hieraus ergibt sich $\varphi_1 = 67^\circ$ und $\varphi_2 = 105^\circ$. Die Summe der Ablenkungswinkel $\sigma = 172^\circ$, also war die Nullstellung von σ bis auf 2° richtig abgeschätzt worden.

Das Moment des Kupfertrifilars bestimmt sich zu

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = 0.96$$

von jenem des Aluminiumtrifilars (statt 1.04).

Nach der Justirungsvorschrift soll man nun die Gesamtablenkung σ verkleinern, bis $\varphi_1 = 90^\circ$ wird. Dies ist jedoch hier nicht möglich, da φ_1 bei dem Verhältniss 0.96 der Momente überhaupt nur bis

$$\text{arc sin } 0.96 = 73^\circ 40'$$

gebracht werden kann, welchen Werth φ_1 erreicht, wenn $\varphi_2 = 90^\circ$ wird. Vergrössert man σ noch weiter, so sinkt φ_1 bis Null, während φ_2 bis 180° steigt. Darüber hinaus verwickeln sich die Fäden.

Man könnte nun den Deckelkreis um -4π drehen, wodurch ρ_2 um $0.05 \rho_2$ vergrössert, also das Verhältniss der Momente auf den gewünschten Werth gebracht würde, und dann nach der Justirungsvorschrift vorgehen.

Ich habe zunächst die Stellung gesucht, für welche $\varphi_2 = 90^\circ$ ist, und bin von da aus zur richtigen Justirung übergegangen. Es wurde also der II. Torsionskreis zurückgedreht (um ungefähr 9°), bis die Ablenkung φ_1 des Ableseprismas ihr Maximum erreichte und dasselbe in die entgegengerichtete Bewegung überzugehen begann, es ist dies eine sehr scharf zu erzielende Einstellung auf den Werth $\varphi_2 = 90^\circ$ (Vergl. Abschnitt 19.)

Anfänglich war $\sigma = 172^\circ$, nun aber um 9° vermindert worden, um $\varphi_2 = 90^\circ$ zu machen, also war $\varphi_1 = 73^\circ$. Es fehlten noch ungefähr 17° bis $\varphi_1 = 90^\circ$. Es wurde die Ringklemme H (Fig. 5) gelöst und die Suspensionsröhre so weit gedreht, bis die beabsichtigte Nullpunktseinstellung (Ablesung 50.0 cm) zu Stande kam und von hier noch $+17^\circ$ weiter und nun festgestellt. Jedes Mittel, welches den Nullpunkt wieder ins Gesichtsfeld bringen konnte, musste nun $\varphi_1 = 90^\circ$ machen.

Es wurde also zunächst σ um 2° vergrössert ($\sigma = 165^\circ$) und dann durch Herabschrauben des Conus der Nullpunkt eingestellt. Dann musste ungefähr $\varphi_1 = 90^\circ$ und $\varphi_2 = 75^\circ$ sein, wie es gewünscht wurde.

Zu der gleichen Justirung kommt die Suspension durch das Verfahren Abschnitt 11.

16. Einstellung der richtigen Empfindlichkeit. Man wird für gewöhnlich bei ganz genau vorgeschriebenen Empfindlichkeiten arbeiten, weil dies alle Rechnungen

überflüssig und die Anlage einer (Proportional-) Tabelle möglich macht, aus welcher direct zu jeder Ablesung der Potentiallogarithmus zu entnehmen ist. Man wünscht zum Beispiel, dass dem Vergleichsgewichtchen I (Abschnitt 7) der Ausschlag $a_1 = 49.00 \text{ cm}$ entspreche, so dass die Ablesungen bei unbelasteter Suspension $\alpha_0 = 99.0$ und bei mit I belasteter Suspension $\alpha_1 = 50.0$ sich einstellen.

Nach der Justirung machte ich diese Belastungsprobe und erhielt $\alpha_1 = 50.0$; $\alpha_0 = 90.7$. Der Ausschlag war also um $da_1 = 8.3 \text{ cm}$ zu klein. Nach der Justirungsvorschrift muss man nun den Noniuskreis in negativem Sinne drehen (τ vergrössern) und den hiedurch bewirkten Ausschlag durch positive Drehung des Deckelkreises (Verkleinerung von ρ_2) wieder rückgängig machen, um eine grössere Empfindlichkeit unter Wahrung der Proportionalität zu erhalten.

Hiemit ist jedoch nur die Richtung angegeben und es handelt sich noch darum, leicht ersichtlich zu machen, in welchem Betrage diese Drehungen vorzunehmen sind, um eine vorgeschriebene Änderung da_1 der Empfindlichkeit zu erzielen.

Es ist hier zu berücksichtigen, dass die hiezu nöthige Drehung $d\tau$ des Noniuskreises schliesslich gänzlich der Ablenkung $d\varphi_2$ des Kupfertrifilars zugute kommt, weil man nachträglich φ_1 auf genau den ursprünglichen Werth zurückführt.

$$d\tau = d\varphi_2.$$

Ferner ist nach Gleichung 5), da φ_1 den Werth 90° behält,

$$d\tau = d\varphi_1.$$

Während der Drehung des Noniuskreises ändert sich also nur φ_1 . Durch die Drehung des Deckelkreises wird dann die Ablenkung $d\varphi_1$ des Aluminiumtrifilars gänzlich auf das Kupfertrifilar übertragen:

$$d\varphi_1 = d\varphi_2. \quad \dots 6)$$

Durch Differentiation der Gleichung 2a) folgt nun als Bedingung einer Empfindlichkeitsänderung da_1 eine Änderung $d\varphi_2$ von $\cotg \varphi_2$, welche sich durch:

$$\frac{da_1}{2a_1} = \frac{d\varphi_1}{\sin 2\varphi_2} \quad \dots 7)$$

bestimmt. Entscheidet man sich für $a_1 = 49 \cdot 0 \text{ cm}$, so wird nach Abschnitt 6) $\varphi_2 = 77^\circ 40'$ und man erhält

$$4 \cdot 31 da_1 = [d\varphi_1],$$

d. h.: Fehlen zu dem gewünschten Ausschlag noch da_1 Centimeter, so hat man den Noniuskreis so weit zu drehen, dass sich das Ableseprisma um $4 \cdot 31 da_1$ Scalencentimeter dreht, und dann den Nullpunkt durch positive Drehung des Deckelkreises wieder einzustellen.

Ganz strenge Giltigkeit kommt der Gleichung 7) zu, wenn die Correctionsconstante r bereits genau auf den Werth Null gestellt ist ($d\sigma = d\varphi_1$) und die verlangte Änderung da_1 sehr klein ist. Beides trifft in jenen Fällen zu, wo es darauf ankommt, dass die Operation mit einmal exact zum Ziele führe.

Der Ausschlag a_1 war, wie erwähnt, um $8 \cdot 3 \text{ cm}$ zu klein, es wurde also die Operation $[d\varphi_1] = 36 \text{ cm}$ ausgeführt. Nach Wiedereinstellung des Nullpunktes ergab sich $a_1 = 50 \cdot 75$ $\frac{[d\varphi_1]}{da_1} = 3 \cdot 43$ (statt $4 \cdot 31$). Es musste noch im Ganzen um $3 \cdot 5 da_1 = 6 \cdot 2 \text{ cm}$ zurückgedreht werden, um die richtige Empfindlichkeit zu erhalten.

Die Ursache, warum der Quotient $\frac{[d\varphi_1]}{da_1}$ hier nicht seinen richtigen Werth $4 \cdot 31$ hatte, lag darin, dass φ_1 noch nicht genau 90° war. Bei besserer Einstellung von $r = 0$ erhielt ich dann später die Zahlen der folgenden Tabelle, aus welchen man erkennt, dass für die zwei verschiedenen Einstellungen von φ_1 , welche den Nullpunkten a_1 und a_0 entsprechen, die Constante der Gleichung 7) ganz der Theorie entsprechend die Werthe $4 \cdot 4$ und $4 \cdot 1$ aufweist, und dass die Reihenfolge der Operationen $d\sigma$ und $d\rho_2$ gleichgiltig ist.

Nullpunkt	Reihenfolge	$[d\varphi_1]$	da_1	$\frac{[d\varphi_1]}{da_1}$
$a_0 = 99$	$d\sigma (-), d\rho_2 (+)$	$-1 \cdot 35 \text{ cm}$	$-0 \cdot 32 \text{ cm}$	4.22
$a_0 = 99$	$d\rho_2 (-), d\sigma (+)$	+1.49	+0.37	4.03
$a_1 = 50$	$d\sigma (+), d\rho_2 (-)$	+1.40	+0.32	4.37
$a_1 = 50$	$d\rho_2 (+), d\sigma (-)$	-1.42	-0.32	4.41

Man erzielt Änderungen von a_1 , welche nicht grösser sind als 1 cm , mit einer einzigen Operation mindestens bis auf $0\cdot05\text{ cm}$ genau.

17. Abänderung der Correctionsconstanten r . Diese Constante muss bis auf die Differenz $\pm 0\cdot007$ den Werth Null erhalten, denn diese Differenz ist unmerklich klein, da sie mit der Tangente des Ausschlages ($0\cdot03$) multiplicirt (vergl. Gleichung 2) erst den procentischen Fehler der Kraftmessung bedingt. Um den Werth der Correctionsconstanten um einen gegebenen Betrag dr zu ändern, muss man nach Gleichung 3) den Werth von $\cotg \varphi_1$, d. h. φ_1 selbst um den gleichen Betrag $d\varphi_1 = dr$ ändern. Soll hiebei die Empfindlichkeit des Instruments ungeändert bleiben, so muss ausserdem $\cotg \varphi_2$, also φ_2 um den gleichen entgegengesetzten Betrag geändert werden, d. h. es muss $\sigma = \varphi_1 + \varphi_2$ sich während der Operation constant halten.

Die Änderung von φ_1 ist also einfach allein mit dem Konuskreis vorzunehmen, bis das Ableseprisma den Ausschlag $2E\cdot dr$ zeigt (E bedeutet die Scalendistanz). Nachher ist mit Hilfe der Ringklemme H (Fig. 5) der Nullpunkt wieder einzustellen. Letztere Drehung ändert in der Suspension nichts, sondern justirt nur die Ablesevorrichtungen.

Der ziemlich sorgfältig gemachte Versuch einer Abänderung von r ergab gute Übereinstimmung. Es wurde die Constante r gemessen für zwei verschiedene Werthe von φ_1 , welche dadurch erhalten wurden, dass der Nullpunkt mit Hilfe des Konuskreises von $a_1 = 50$ auf $a_1 = 20$ verlegt wurde. Für beide Einstellungen wurden die Ausschläge a_1 und a_2 bestimmt, welche den Vergleichsgewichtchen I = $1\cdot2886\text{ g}$ und II = $0\cdot5006\text{ g}$ entsprechen. Dies ergab folgende Ablesungen (Beobachtung vom 7. Juni 1891):

I	II	I	II
a_0 98·944	a_1 49·919	a_0 69·109	a_1 19·823
a_1 49·972	a_2 30·953	a_1 19·902	a_2 0·587

Im zweiten Falle wurde es unterlassen, mit der Ringklemme H den Nullpunkt 50 einzustellen. Desshalb trifft in

diesem Falle der Visirstrahle die Scala im Nullpunkte a_1 nicht senkrecht.¹

Es berechnet sich leicht, dass, wenn man hierauf keine Rücksicht nimmt, wenn also der Nullpunkt, von welchem aus in Gleichung 2) der Winkel α gezählt wird, und der Scalennittelpunkt, von welchem aus die Tangentencorrection durchgeführt wird, um den Winkel $\Delta\varphi_1$ verschieden sind, dies nur die Wirkung hat, dass die Correctionsconstante um den Betrag

$$\Delta r = -\operatorname{tg} \Delta\varphi_1$$

anders erscheint, als sie nach Gleichung 3) (bei richtiger Correction auf Tangente) ist.

Eine Nullpunktsänderung um $\Delta\varphi_1$ ändert jedoch r nach Gleichung 3) gerade um den entgegengesetzten Betrag

$$\Delta r = +\operatorname{tg} \Delta\varphi_1$$

so dass der Einfluss einer Justirungsänderung $\Delta\varphi_1$ und der Einfluss der hiedurch bewirkten Nullpunktsänderung auf der Scala auf die Correctionsconstante sich aufheben.

Hieraus folgt:

- a) Corrigirt man die Ausschläge α richtig auf Tangente, so ändert jede Justirungsänderung (Änderung von φ_1) nach Gleichung 3) die Correctionsconstante. Eine Drehung unter der Ringklemme H bleibt jedoch ohne Einfluss.
- b) Corrigirt man jedoch jede Ablesung vom Scalennittelpunkt aus auf Tangente, dann hat die Correctionsconstante für jeden Nullpunkt denselben Werth, den sie für den Nullpunkt $50\cdot 0$ hat, so lange die Nullpunktsänderungen durch Justirungsänderungen der Suspension und nicht durch Justirungsänderung der Ablesevorrichtungen mit Hilfe der Ringklemme H hervorgebracht werden.

Nach Vornahme der Tangentencorrection von $50\cdot 0$ aus ergaben sich aus obigen Ablesungen:

1. Für den Nullpunkt $a_1 = 50$ die Ausschläge $a_1 = 48\cdot 763$ und $a_2 = 18\cdot 953$.

¹ Die Scala wurde auf den Strahl nach dem Theilstriche 50 senkrecht gestellt dadurch, dass dieser Theilstrich, eine Kerzenflamme und das Spiegelbild derselben in der Scala in das Fadenkreuz des Fernrohrs gebracht wurden.

2. Für den Nullpunkt $a_1 = 20$ die Ausschläge $a_1 = 49 \cdot 148$ und $a_2 = 19 \cdot 066$.

Hieraus bestimmt sich¹ die Correctionsconstante

$$1. r = -0 \cdot 020$$

$$2. r = -0 \cdot 026,$$

welche, wie dies nach *b*) zu fordern ist, bis auf die Differenz

$$+0 \cdot 006$$

gleich sind, eine Differenz, welche sich durch einen Ablesefehler von $0 \cdot 003$ Scalencentimeter erklärt.

Nach Vornahme der richtigen Correctionen auf Tangente ergibt sich jedoch

$$1. r = -0 \cdot 020$$

$$2. r = +0 \cdot 016.$$

Die Differenz

$$dr = +0 \cdot 036$$

soll der Nullpunktverschiebung um

$$d\varphi_1 = +0 \cdot 042$$

gleich sein.

18. Abwesenheit einer quadratischen Correction. Eine volle Übereinstimmung in Bezug auf diese Änderung der Correction r ist sehr wichtig, weil sie beweist, dass die Gleichung des Instruments die Form 2) besitzt, also ausser der linearen

¹ Die Correctionsconstante berechnet sich nach Gleichung 2 zu

$$r = \frac{2E}{a_{01}(a_{01} + a_{02})} [da_1 - \frac{a_{01}}{a_{02}} da_2]. \quad \dots 8)$$

Hierin sind a_{01} und a_{02} feste ganzzahlige Centimeterwerthe welche den thatsächlich beobachteten Ausschlägen a_1, a_2 bis auf die kleinen Differenzen da_1 und da_2 gleich sind, und deren Verhältniss $\frac{a_{01}}{a_{02}}$ exact gleich dem Gewichtsverhältniss $\frac{I}{II}$ ist. Für $a_{01} = 49 \text{ cm}$ und $a_{02} = 19 \text{ cm}$ gilt

$$r = 0 \cdot 225 [da_1 \text{ cm} - 2 \cdot 5 da_2 \text{ cm}].$$

Das Gewichtsverhältniss $\frac{I}{II}$ muss eine Zahl sein, mit welcher man leicht multiplicirt.

procentischen Correction $r \operatorname{tg} \alpha$ keine quadratische Correction $r' \operatorname{tg}^2 \alpha$ vorhanden ist. Darüber kann man sich auch durch directe Graduirung mit Hilfe von mehr als zwei Vergleichsgewichtchen unterrichten und ich habe eine solche auch vorgenommen.

Die Ablesungen wurden aus praktischen Gründen (um sie mehrmals wiederholen zu können) ganz wie jene des vorigen Abschnittes arrangirt. Nur wurde die Nullpunktsänderung nicht durch Änderung des Radius ρ_2 des Kupfertriflars, sondern durch Änderung des Gewichtes F_1 des Aluminiumtriflars um $0.5g$ erzielt (Beobachtung vom 31. Mai 1891).

I	II	I	II
a_0 98.903	a_1 49.903	a_0 80.007	a_1 31.068
a_1 49.981	a_2 30.966	a_1 31.229	a_2 12.052

Nach der Correction auf Tangente für den Nullpunkt 50.0 berechnen sich:

1. Für unbelastete Suspension: die Ausschläge $a_1 = 48.710$ und $a_2 = 18.926$.

2. Für mit $0.5g$ belastete Suspension: die Ausschläge $a_1 = 48.717$ und $a_2 = 18.933$.

Hieraus bestimmt sich nach 8) die Correctionsconstante:

$$1. r = -0.024$$

$$2. r = -0.026.$$

Die Differenz

$$+0.002$$

entspricht einem Ablesefehler von 0.001 Scalencentimeter.

19. Untersuchung der Suspension bei $\varphi_2 = 90^\circ$
 Verification der Grundgleichung 1). Während nach dem Vorhergehenden die specifischen Constanten ρ_2 und F_1 der Suspension abgeändert wurden, lassen die folgenden Zahlen das Verhalten der Suspension bei einer Änderung der Constanten σ der Hauptgleichung 1) erkennen. Diese Beobachtungsreihe wurde bei Gelegenheit der in Abschnitt 15 beschriebenen Justirung vorgenommen und ist besonders geeignet die Abwesenheit höherer Correctionen nachzuweisen, weil hiebei

Ablenkungen vorgenommen wurden, welche den Winkelwerth der Ablesescala um das 4·5fache übersteigen.

Die Suspension war gegeben in der Justirung $\varphi_1 = 68^\circ$, $\varphi_2 = 104^\circ$ also $\sigma = 172^\circ$. Es wurde nun der II. Torsionskreis zurückgedreht um die in der zweitfolgenden Tabelle angegebenen Werthe $d\sigma$. Der Betrag derselben wurde rasch gesteigert, weil die entsprechenden aber entgegengesetzten Drehungen $d\varphi_1$ des Ableseprismas rasch abnahmen und sich anschickten, in die positive Richtung überzugehen. Das Maximum der Scalablesung φ_1 konnte scharf eingestellt werden.

Um die Drehungen $d\sigma$ etwas genauer ablesen zu können als dies die Noniustheilung ermöglicht, wurde ein Ablese Spiegelchen auf den Torsionskopf gestellt und ein Ablesefernrohr in der Distanz $E = 229 \text{ cm}$ aufgestellt.

Es ergaben sich folgende Scalablesungen:

Beobachtungspunkt Nr.	1	2	3	4		6	7
$\sigma (E = 229)$	47·05	40 40	29·38	15·95, 80·85	51·80	40·00	8·20
$\varphi_1 (E = 373)$	49·88	65·75	84·84	99·35, 0·61	13·85	14·70	9·70

Der Beobachtungspunkt 4 entspricht zwei verschiedenen Scalablesungen, welche durch eine Drehung der ganzen Suspension mit Hilfe der Ringklemme H erhalten wurden.

Der Beobachtungspunkt 6 entspricht genau dem Maximum der Ablenkung φ_1 , also jedenfalls ungefähr dem Werthe $\varphi_2 = 90^\circ$. Über den Theilstrich 14·70 liess sich das Ableseprisma durch Drehungen des II. Torsionskreises nicht hinausbringen.

Aus diesen Ablesungen berechnen sich folgende zusammengehörige Werthe von $d\sigma$ und $d\varphi_1$:

	$d\sigma$	$d\varphi_1$	$d\varphi_2$
1			
2	$-0^\circ 49' 53''$	$+1^\circ 13' 07''$	$-2^\circ 03' 00''$
3	$-1 22 20$	$+1 27 32$	$-2 49 52$
4	$-1 39 00$	$+1 06 02$	$-2 45 02$
5	$-3 36 18$	$+1 00 14$	$-4 36 32$
6	$-1 28 32$	$+0 03 52$	$-1 32 24$
7	$-3 55 19$	$-0 22 48$	$-3 32 31$

Der Gang der Werthe σ und φ_1 ist in Fig. 14 dargestellt. Die Curve stellt die Hauptgleichung 1) der Kuppelsuspension innerhalb ihres interessanten Intervalles dar. Nach dieser Gleichung soll der Quotient

$$\frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} = C$$

einen constanten Werth haben. Die strenge Giltigkeit dieser Gleichung findet jedoch nicht statt und dieselbe liesse sich auch durch obige Beobachtungen nicht constatiren, da dieselben nur

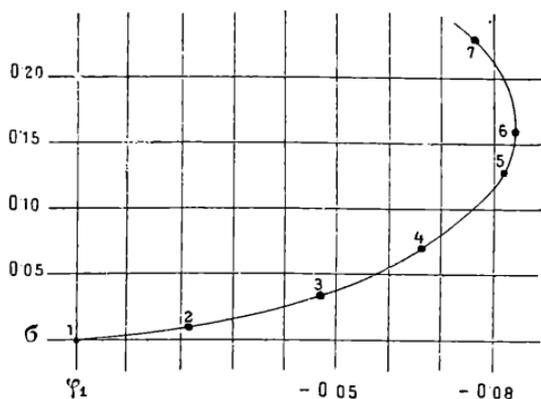


Fig. 14.

Winkeldifferenzen, also den Werth der Winkel φ_1 und φ_2 nur bis auf unbekannt additive Constanten angeben.

Es wurde angenommen, dass im Beobachtungspunkte 1 die Ablenkungswinkel φ_1 und φ_2 folgende Werthe hatten:

$$\varphi_1 = 68^\circ 39' 43'' - \Delta_1$$

$$\varphi_2 = 103^\circ 43' 50'' - \Delta_2.$$

Da über die Werthe Δ_1 und Δ_2 nur angegeben wird, dass sie constante kleine Winkelwerthe sind, und man über den ungefähren Werth von φ_1 und φ_2 ja thatsächlich unterrichtet ist, ist dies gestattet, und damit ist für alle Beobachtungspunkte der absolute Werth der Winkel ($\varphi_1 + \Delta_1$) und ($\varphi_2 + \Delta_2$) gegeben. Die Wahl dieser Werthe für den ersten Punkt wurde so getroffen, dass für die ganze Reihe der Sinusquotient einen möglichst constanten Werth annahm. Durch diese Bedingung bestimmten

sich der absolute Werth von $(\varphi_1 + \Delta_1)$ bis auf etwa $5''$, der absolute Werth von $(\varphi_2 + \Delta_2)$ bis auf etwa $30''$ genau, und zwar durch eine einfache Näherungsrechnung. Ich erhielt folgende Zahlen:

Nr.	$d\varphi_1$	$(\varphi_1 + \Delta_1)$	$d\varphi_2$	$(\varphi_2 + \Delta_2)$	$\frac{\sin(\varphi_2 + \Delta_2)}{\sin(\varphi_1 + \Delta_1)}$
1		$68^\circ 39' 43''$		$103^\circ 43' 50''$	1.04292
2	$+1^\circ 13' 07''$	69 52 50	$-2^\circ 03' 00''$	101 40 50	1.04293
3	$+1 27 32$	71 20 22	$-2 49 52$	98 50 58	1.04292
4	$+1 06 02$	72 26 24	$-2 45 02$	96 05 56	1.04294
5	$+1 00 14$	73 26 38	$-4 36 32$	91 29 24	1.04290
6	$+0 03 52$	73 30 30	$-1 32 24$	89 57 00	1.04290
	$-0 22 48$	73 07 42	$-3 32 31$	86 24 29	1.04292

Zunächst ersieht man aus den in der zweiten und vierten Colonne angegebenen Differenzen, welche mit jenen der vorigen Tabelle identisch sind, dass die in der dritten und fünften Colonne angegebenen Winkel bis auf die unbekanntenen Werthe Δ_1 und Δ_2 die beobachteten Werthe der Ablenkungswinkel φ_1 und φ_2 sind.

Der in der letzten Colonne angegebene Sinusquotient (welcher das Verhältniss der Momente beider Trifflare darstellt) hat einen constanten Werth bis auf den fast verschwindend kleinen mittleren Fehler $\pm \frac{1}{100000}$.

¹ Diese Genauigkeit erreicht die Güte der Scalenablesungen fast vollständig. Es begreift sich, dass sie geringer sein muss als die Genauigkeit einer Wägung mit Hilfe der Kuppelsuspension, bei welcher man noch Änderungen des Gewichtes des Aluminiumkörpers im Betrage von $\frac{2}{1000000}$ bemerkt. Doch reicht sie weitaus hin, die Abwesenheit einer quadratischen Correction darzuthun. Man bemerke, dass bei dieser Beobachtung das Kupfertriflar in jenem Zustande sich befindet, in welchem das Aluminiumtriflar zu Wägungen verwendet wird. Bei letzteren ändert sich φ_1 um höchstens $3^\circ 50'$, wogegen φ_2 bei obigen Messungen um $17^\circ 20'$ geändert wurde. Eine quadratische Correction hätte sich also zwanzigmal so bemerkbar gemacht. Sie hätte in den Abweichungen der Constanten C von ihrem Mittel 1.04292 einen regelmässigen Gang bemerken lassen müssen und ihnen mindestens die Grösse $\frac{4}{100000}$ geben müssen, wovon beides nicht der Fall war.

Statt der in Abschnitt 6 aufgestellten Grundgleichung 1) ergibt sich sonach als Beobachtungsergebnis die Gleichung:

$$C \sin (\varphi_1 + \Delta_1) = \sin (\varphi_2 + \Delta_2), \quad \dots I)$$

d. h.: Der Einfluss sämtlicher vorhandenen Fehlerquellen, soweit dieselben Winkelfunctionen sind, auf das Verhalten der Suspension, beschränkt sich ganz exact darauf, dass die Ablenkungswinkel φ_1 und φ_2 um kleine constante additive Werthe Δ_1 und Δ_2 anders erscheinen, als sie thatsächlich sind.¹

Da nun aber alle im Obigen entwickelten, die Wirkungsweise des Instruments bestimmenden Gleichungen Differenzgleichungen sind, man also niemals über die absoluten Werthe von φ_1 und φ_2 unterrichtet zu sein braucht, so folgt, dass man weder die Grösse der Werthe Δ_1 und Δ_2 durch Beobachtungen angeben,² noch überhaupt ihr Vorhandensein bei Messungen

¹ Ich halte die Gleichung I nur innerhalb des Beobachtungsintervalles $\varphi_1 = 68^\circ$ bis 73° und $\varphi_2 = 103^\circ$ bis 86° aufrecht, darüber hinaus werden die Werthe Δ_1 und Δ_2 ohne Zweifel inconstant. Doch kann ich behaupten, dass eine Gleichung von derselben Form auch für das Intervall $\varphi_1 = 103^\circ$ bis 86° und $\varphi_2 = 68^\circ$ bis 73° gilt, also für jenes Intervall, welches nach beiden Seiten weit über die Gebrauchsgrenzen des Instruments reicht. Die beiden Triflare unterscheiden sich nämlich durch nichts Wesentliches von einander, man kann also die Indices 1 und 2 vertauschen. Wohl aber haben sie ein wenig verschiedene spezifische Constanten, und deshalb werden Δ_1 und Δ_2 für beide Intervalle etwas verschiedene, innerhalb jedes derselben aber constante Werthe haben.

² Wer sich über die Grösse der Constanten Δ_1 und Δ_2 unterrichten wollte, müsste die vollen theoretischen Correctionsrechnungen durchführen. Es wären da zu berücksichtigen: Die Verkürzung der Verticalprojection der Aufhängedrähte und der Horizontalprojection der Kuppelfäden, die Dehnungen beider, die Torsionselasticität der ersteren u. s. w. Man kann leicht berechnen, dass jede dieser Fehlerquellen einen linearen procentischen Einfluss hat, also die Gleichung 1) ungefähr nach Art der Gleichung I) modificiren muss. Bei dieser Rechnung wäre ich indess nie darauf verfallen, dass sich diese complicirten Correctionen durch erlaubte Vernachlässigungen gerade auf die Form I bringen lassen, in welcher man ihre Einflusslosigkeit erkennt, wie sich diese Form nach den Beobachtungen von selbst empfahl.

Man muss mit diesem Resultat umso zufriedener sein, als die erwähnten Correctionen keineswegs einen sehr kleinen Werth haben. So ändert zum

bemerken kann: Es gibt ganz exact keine Fehlerquelle, welche die reine Giltigkeit der im Obigen angegebenen Gleichungen des Instrumentes beeinflussen würde.

In der That folgt aus Gleichung I) statt der Gleichungen 3)

$$R = F[\cotg(\varphi_1 + \Delta_1) + \cotg(\varphi_2 + \Delta_2)] \quad \dots \text{III)}$$

und

$$r = \cotg(\varphi_1 + \Delta_1).$$

Es ist also nicht genau richtig, dass $r = 0$, wenn $\varphi_1 = 90^\circ$ ist. Aber man misst auch nicht den Winkel φ_1 direct, sondern operirt nach Gleichung 5), welche beobachtungsgemäss die Form

$$\frac{d\sigma}{d\varphi_1} = 1 + \frac{\cotg(\varphi_1 + \Delta_1)}{\cotg(\varphi_2 + \Delta_2)} \quad \text{V)}$$

annimmt und es gilt mit voller Schärfe so wie es in Abschnitt 10 angegeben wurde, dass $r = 0$ ist, wenn $d\sigma = d\varphi_1$ wird.

20. Einstellung der vollen Proportionalität. Die Messungen des vorigen Abschnittes sind zugleich ein Beispiel einer directen Methode, die Correctionsconstante r auf Null zu bringen. Aus Gleichung I) folgt:

$$\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \frac{\cotg(\varphi_1 + \Delta_1)}{\cotg(\varphi_2 + \Delta_2)}. \quad \dots \text{V a)}$$

Es ist also $\cotg(\varphi_1 + \Delta_1) = 0$, d. i. $r = 0$ wenn die Ablenkung φ_2 des Kupfertrifilars ihr Maximum erreicht hat.

Dass ich nicht hienach, sondern nach der übrigens nur formal verschiedenen Differentialgleichung V) die Einstellung vorgenommen habe, wurde dadurch bestimmt, dass ich kein

Beispiel die Correction auf die Verticalprojection der Fäden den Quotienten $\frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1}$ innerhalb des Beobachtungsintervalles zwischen 1.04712 und 1.04292 , so dass es sehr bemerkenswerth ist, dass dieselbe Fehlerquelle den Quotienten $\frac{\sin(\varphi_2 + \Delta_2)}{\sin(\varphi_1 + \Delta_1)}$ mit einer 400 mal grösseren Genauigkeit constant lässt.

directeres Mittel hatte, φ_2 abzulesen, also auf das Maximum einzustellen. So lange nämlich der I. Torsionskreis fest steht, zeigt das Ableseprisma den Werth von φ_1 an.

Anders jedoch, wenn man den Torsionskopf dahin vervollständigt, dass auch der I. Torsionskreis gedreht werden kann. Lässt man dabei den II. Torsionskreis feststehen, so zeigt während dieser Drehung das Ableseprisma den Werth von φ_2 an. Man hat also bei der ersten Justirung die Ablenkung σ zunächst zur Gänze mit dem I. Torsionskreis vorzunehmen, bis das Ableseprisma sein Maximum der Ablenkung erreicht und das Scalenbild beim Weiterdrehen in gleicher Richtung in entgegengesetzte Bewegung überzugehen beginnt. Dann ist $(\varphi_1 + \Delta_1) = 90^\circ$, also die Correctionsconstante Null.

Nun stellt man mit Hilfe der Ringklemme H den Nullpunkt $50 \cdot 0$ ein und nachher mit Hilfe des II. Torsionskreises und des Konuskreises nach Abschnitt 16 den richtigen Reductionsfactor.

Glauht man später einmal, dass für den Nullpunkt $50 \cdot 0$ die Correctionsconstante nicht genau den Werth Null hat, so versuche man, ob es möglich ist, durch positive oder negative Drehung des I. Torsionskreises die Einstellung φ_1 über die Ablesung $50 \cdot 0$ hinaus zu vergrößern. Ist dies möglich, so ist es diese neue Einstellung, welche zum Nullpunkt gewählt werden muss.

Ich habe bei meinem Instrument leider den I. Torsionskreis feststehend und musste mich desshalb mit der Operation Gleichung V) begnügen. Doch gibt der Versuch, den anderen Ablenkungswinkel φ_1 durch Drehung des II. Torsionskreises auf ein Maximum zu stellen, welches im vorigen Abschnitte beschrieben ist, eine vollkommen sichere Vorstellung über die Güte dieser Methode.

Es wurde, wie erwähnt, der Beobachtungspunkt 6 so eingestellt, dass φ_1 so genau als möglich das Maximum erreichte. Dies gelang bis auf $4''$ sicher. Es handelt sich jedoch darum, hiedurch $(\varphi_2 + \Delta_2)$ auf genau 90° zu bringen, und dies gelingt selbstverständlich der viel rascheren zugehörigen Änderungen von φ_2 nicht mit gleicher Genauigkeit. Wie man aus der vorigen Tabelle ersehen kann, war $(\varphi_2 + \Delta_2) = 89^\circ 57'$ als ich dafür hielt, dass φ_1 sein Maximum erreicht habe.

Ich konnte also die Correctionsconstante nicht genau auf Null bringen, wohl aber auf den Werth $\cotg (89^\circ 57') = 0.001$ ein Werth, welcher nach Abschnitt 17 nicht weniger als 7 mal kleiner ist, als dass er auch bei den grössten Ausschlägen einen merklichen Fehler einführen könnte. In diesem Beobachtungspunkte 6 würde also die Suspension für Belastungen des Kupfertrifilars Ausschläge geben, welche den Belastungen mit der höchsten Genauigkeit proportional sind. Hiemit ist die Schärfe und Bequemlichkeit der Methode nachgewiesen.¹

Endlich hatte ich noch durch Belastungsversuche zu zeigen, dass man die volle Proportionalität der Anzeigen des Instruments leicht einstellen kann. Bei allen in den Abschnitten 17 und 18 beschriebenen Messungen war r schon sehr klein und zwar den verschiedenen Justirungen entsprechend, bald positiv, bald negativ.

Am 7 Juni 1891 war beispielsweise $r = -0.020$.

Es wurde also mit Hilfe des Konuskreises der Nullpunkt um $2E$ $r = -15 \text{ cm}$ verlegt (auf Theilstrich 65.0) und mit Hilfe der Ringklemme wieder auf 50.0 gestellt. Nun ergab sich $r = +0.005$. Vertheilt man diesen Fehler, so erhält man anfänglich $r = -0.0175$, nach der Richtigstellung aber

$$r = +0.0025$$

ein Werth, dessen Vernachlässigung auch für die grössten Ausschläge nur einen Fehler von 0.005% einführen kann.

IV

21. Beobachtungen über die Veränderlichkeit des Nullpunktes und die Constanz des Reductionsfactors. Das Instrument gibt, wie im Vorigen nachgewiesen wurde, ohne alle Correctionsrechnungen den Belastungen genau proportionale Ausschläge. Hiebei ist jedoch noch vorausgesetzt, dass man alle unregelmässigen Störungen fernhält. Es sind dies die Luftströmungen, die schädlichen Einflüsse der Dämpfung

¹ Es würde sich jedoch nicht empfehlen, bloss den I. Torsionskreis drehbar zu machen, da man dann bei jeder Neueinstellung des Reductionsfactors mit der Ringklemme H operiren müsste.

und der remanent werdenden Torsionen der Aufhänge-
drähte.

Vor den ersteren ist die Suspension hinreichend geschützt.
Wie die Störungen durch die Dämpfung hintangehalten wurden,
findet sich in Abschnitt 9 angegeben. Der Einfluss der rema-
nenten Torsion der Drähte dürfte für Stahl und Neu-
silberdrähte vollkommen unmerklich sein.

Ich habe jedoch gewöhnliche harte Messingdrähte ver-
wendet, obwohl ich mir wohl denken konnte, dass die Zähflüssig-
keit derselben sich bemerkbar machen würde. Ich habe jedoch
damit die Hoffnung verbunden, constatiren zu können, dass man
auch mit Messingdrähten ausreiche, und als sich dieselben als
nicht hinreichend vollkommen elastisch erwiesen, die Gelegen-
heit gewonnen, den störenden Einfluss der remanenten Torsion
untersuchen zu können.

Die Messingdrähte veranlassen zwei verschiedene Bewe-
gungen des Nullpunktes: Nachdem die Suspension über
Nacht mit dem Gewichtchen I belastet geblieben war ($\alpha_1 = 50 \cdot 0$)
wurde das Gewichtchen abgehoben, die Einstellung α_0 mit
sieben Umkehrpunkten der Endoscillation abgelesen, sogleich
darauf das Gewichtchen I wieder aufgesetzt und α_1 mit sieben
Umkehrpunkten abgelesen und dies neunmal wiederholt. Es
ergaben sich folgende in Fig. 15 graphisch dargestellte Zahlen
(Beobachtung vom 4. Juni 1891).

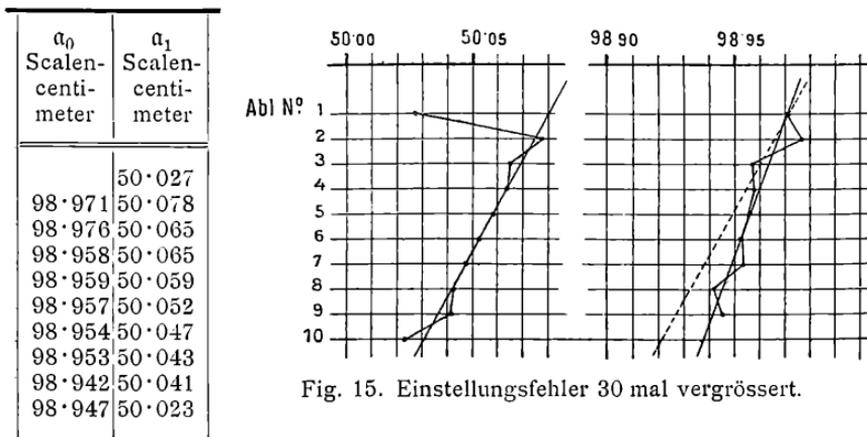


Fig. 15. Einstellungsfehler 30 mal vergrößert.

Nach einigen Tagen wurde ein ähnlicher Versuch gemacht.
Die Suspension war in der Zwischenzeit zur Untersuchung des

Einfluss der magnetischen Dämpfung (Abschnitt 9) verwendet, sonst aber nichts an ihrer Justirung geändert worden. Einige Stunden vor den folgenden Ablesungen stand sie unbelastet (a_0). Diese Ablesungen sind jedoch nur mit drei Umkehrpunkten der Endoscillation gewonnen, also mit viel grösseren persönlichen Fehlern behaftet (Beobachtung vom 6. Juni 1891).

a_1 Scalen- centi- meter	a_0 Scalen- centi- meter
	99·140
50·155	99·058
50·150	99·063
50·143	99·080
50·146	99·055
50·143	99·055
50·125	99·050
50·124	99·053
50·136	99·050
50·130	99·045
50·136	99·048
50·117	99·048
50·123	

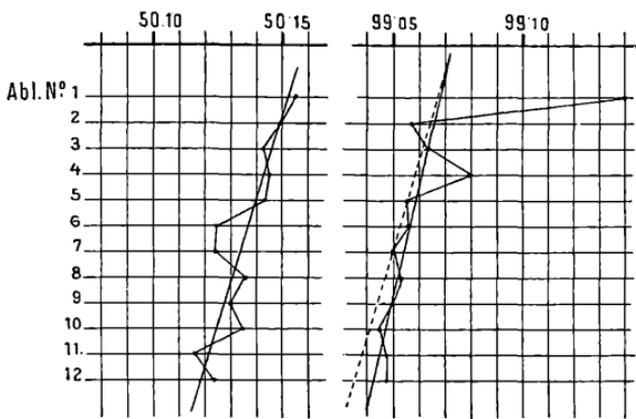


Fig. 16. Einstellungsfehler 30 mal vergrössert.

Zunächst ergibt sich aus den angeführten Zahlen eine vor-
treffliche Constanz des Reductionsfactors.

Der Ausschlag ($a_0 - a_1$) = a_1 hat folgende Werthe:

		Scalen- centimeter	Differenz
Zu Beginn	} der Beobachtung vom	{ 48·893	+0·024%
Zum Schluss			
Zu Beginn	} der Beobachtung vom	{ 48·916	+0·014
Zum Schluss			

Die Veränderlichkeit der Gleichung des Instruments führt also, auch wenn man dieselbe tagelang nicht controlirt, keinen Fehler der Kraftmessung, welcher 0·012%, also keinen Fehler der Potentialmessung, welcher 0·006% übersteigt, herbei.

Der Einfluss der persönlichen Ablesefehler ist viel grösser, die Scalenfernrohrablesung ist der Genauigkeit des Instrumentes nicht gewachsen.

22. Die zwei Bewegungen des Nullpunktes. Hingegen merkt man den Einfluss der elastischen Unvollkommenheit der Messingdrähte sehr wohl an den Nullpunktsänderungen. Fig. 15 und 16 lassen erkennen:

1. Während des ersten Ausschlags, welcher auf eine längere Ruhe folgt, erleidet der Nullpunkt eine Verschiebung in der Richtung dieses Ausschlags im Betrage von 0·05 bis 0·08 Scalencentimeter.

2. Bei jeder Wiederholung des Ausschlages wandert der Nullpunkt um 0·005 Scalencentimeter von den grösseren zu den kleineren Zahlen, gleichgiltig welche Richtung der erste Ausschlag hatte.¹

Dieses Absinken erfolgt linear mit der Zeit oder mit der Zahl der Ausschläge und für beide Ablesungen a_0 und a_1 mit derselben Geschwindigkeit, so dass der Reductionsfactor nicht beeinflusst wird. Es erfolgt ferner in gleicher Richtung und Geschwindigkeit für beide Versuchsreihen, welche unter sehr wesentlich verschiedenen Bedingungen vorgenommen wurden. Bei der Beobachtung vom 6. Juni wurde immer ein + Strom zur Dämpfung der Belastungsausschläge und ein — Strom zur Dämpfung der Entlastungsausschläge verwendet, wogegen bei der Beobachtung vom 4. Juni dämpfende Ströme von immer

¹ Ausser diesen regelmässigen Nullpunktverschiebungen tritt manchmal, wenngleich sehr selten, auch eine unvermittelte Nullpunktsschwankung ein. Als das auffallendste Beispiel einer solchen, welches mir vorgekommen ist, einige Zahlen der Beobachtung vom 9. December 1891:

Ableseung Nr.	a_2	a_0	$(a_0 - a_2)$
2	31·305	99·150	67·845
3	31·303	99·158	67·855
4	31·246	99·094	67·848

Während sich der Ausschlag ($a_0 - a_2$) durchaus nicht änderte, sanken beide Ablesungen zwischen Nr. 3 und Nr. 4 um 0·05 Scalencentimeter ab. Vermuthlich rühren derartige Vorkommnisse von einer Stellungsänderung der Suspensionsdrähte in ihren oberen Befestigungspunkten her, in welchen sie einige Beweglichkeit haben. Thatsächlich fand obige Beobachtung nach einem Transport des Apparates von einem Zimmer in ein anderes statt.

derselben Richtung verwendet wurden. Die lineare Nullpunktswanderung wird also nicht durch die magnetische Dämpfung veranlasst, sondern vermuthlich durch das Absinken einer grösseren Torsion, welche die Drähte bei der Herstellung der Suspension erhalten haben, welches Absinken durch die Torsionsänderungen während des Versuches veranlasst wird und der Zahl und Grösse derselben proportional ist. Es wäre dies analog zu dem Remanentmagnetisiren durch Erschütterungen.

Die unter 1 angeführte Verschiebung des Nullpunktes beim ersten Ausschlag entsteht durch das Remanentwerden eines Theiles der Ausschlagstorsion der Drähte (Einfließen in die neue Form). Nach meinen früheren Erfahrungen bewirken weiche Silberdrähte unter gleichen Umständen Nullpunktverschiebungen von $0\cdot75$ Scalencentimeter, meine harten Messingdrähte nur mehr von $0\cdot08$ Scalencentimeter. Es werden also Stahl- oder Nickelindrähte gar keine merkliche Nullpunktverschiebung mehr erkennen lassen, und es wird dann das Instrument ganz ideal functioniren.

23. Untersuchung der temporärlatenten Torsion. Es entsteht jedoch noch die Frage, ob der Einfluss, welchen die Zähflüssigkeit der Drähte besitzt, überhaupt nach der Grösse der Nullpunktverschiebung zu messen ist.

Die Torsionskraft der sechs Drähte verkleinert jeden Ausschlag um $0\cdot5\frac{0}{10}$.¹ Dies würde nach Abschnitt 19 ganz ohne Schaden sein, ja sogar nicht bemerkt werden können, falls irgend ein ² Torsionsgesetz gilt, welches das Torsionsmoment

¹ Sie haben zusammengenommen das Torsionsmoment $7\cdot5$ C. G. S. pro Einheit des Ausschlages. Die Aluminiumsuspension hat das spezifische Moment 75 C. G. S., 1 g bewirkt einen Ausschlag von 38 Scalencentimeter, ein Moment von 1 C. G. S. also einen Ausschlag von $0\cdot5$ Scalencentimeter. Die Torsionskraft der Drähte verkleinert sonach einen Ausschlag von 50 *cm* um $0\cdot25$ *cm*.

² Eine kürzlich erschienene Arbeit von J. O. Thompson (Wied. Ann., 44, S. 555) stellt statt des Proportionalgesetzes der elastischen Dehnung eine Beziehung dritten Grades auf. Streng genommen existirt jedoch überhaupt keine Beziehung zwischen Deformation und elastischer Kraft, welche die Zeit nicht enthält. Zeitfreie Elasticitätsgesetze können also nur für stationär gewordene elastische Zustände aufgestellt werden.

Ich habe desshalb die Untersuchung beschränkt auf das constante Verhalten, welches die Drähte nach Eintritt der von G. Wiedemann beobachteten Accommodation an die Ausschläge annehmen.

der Drähte als Function des Torsionswinkels darstellt. Dies wird jedoch, sagen wir zunächst, jenseits der Elasticitätsgrenze kaum der Fall sein. Der Torsionscoëfficient wird kleiner sein als ihn der vollkommen elastische Draht aufweist, also kleiner für endliche Ausschläge als für unendlich kleine. Die Differenz des theoretischen und des thatsächlichen Torsionsmomentes will ich das temporärlatente Moment nennen.

Über dasselbe kann man a priori nur angeben, dass es kleiner als das theoretische (also etwa das J. O. Thompson'sche) elastische Moment, aber grösser als das remanente Moment ist. Letzteres führt Nullpunktsverschiebungen von 0.05 cm herbei, hat also einen Einfluss von 0.1% , ersteres einen Einfluss von 0.5% . Das Temporärlatentwerden eines Theiles des Torsionsmomentes muss die Ausschläge des Instruments vergrössern, und zwar die grösseren um grössere Bruchtheile. Ein sehr grosser Ausschlag kann demzufolge eventuell um 0.5% grösser ausfallen, als es der Proportionalität (oder der Thompson'schen Beziehung) entspricht.

Es war sonach nöthig, den Betrag und das Gesetz der temporärlatenten Torsion experimentell zu bestimmen. Ich habe mir hier in sehr einfacher Weise geholfen: Mag die Gleichung des Instruments welche immer sein, der Ausschlag, welcher der Summe zweier Gewichtchen entspricht, muss gleich sein der Summe der Ausschläge, welche auftreten, wenn man die Gewichtchen einzeln nach einander aufsetzt. Ist dies nicht der Fall, so hat man darin eine reine Wirkung der latenten Torsion zu sehen und kann daraus ihr Gesetz bestimmen.

Es wurden wie in Abschnitt 21, aber etwas flüchtiger, die Ausschläge, welche den Gewichtchen I und II und der Summe I+II entsprachen, für drei verschiedene (nach Abschnitt 16 abgeänderte) Empfindlichkeiten bestimmt.

Es gab dies folgende Ablesungen (auf Tangente corrigirt):

Empfindlichkeit	Belastung	α_0	α_1	α_2	Ausschlag	Δ
1·40 (14. Juni 1891)	I	98·389	29·165		69·224	0·179
	II		28·916	01·702	27·214	
	I+II	98·329		01·712	96·617	
1·0 (10. Juni 1891)	I	98·794	50·053		48·741	0·059
	II		49·918	30·893	19·025	
	I+II	98·757		30·932	67·825	
0·74 (13. Juni 1891)	I	85·750	49·983		35·767	0·028
	II		49·930	35·970	13·960	
	I+II	85·739		35·984	49·755	

Thatsächlich also ist der Summenausschlag grösser als die Summe der Ausschläge. Die Differenz ist unter Δ angeführt. Um hieraus auf die Grösse der latenten Torsion schliessen zu können, müssen die Zahlen Δ auf die gleiche Empfindlichkeit corrigirt werden. Dies gibt die Zahlen Δ' in der nächsten Tabelle.

Δ Scalencentimeter beob.	Empfindlichkeit	Δ' Scalencentimeter beob.	$a_1 a_2$	$\frac{\Delta'}{a_1 a_2}$	Δ' Scalencentimeter berechnet	Differenz, Scalencentimeter
0·179	1·40	0·127	1885	0·000067	0·131	-0·004
0·059	1·00	0·059	930	0·000064	0·064	-0·005
0·028	0·74	0·038	498	0·009076	0·035	+0·003

Man erkennt, dass die Differenz Δ' auf das Deutlichste dem Producte $a_1 a_2$ der Einzelausschläge [$a_1 = (\alpha_0 - \alpha_1)$ und $a_2 = (\alpha_1 - \alpha)$] proportional ist.

Hieraus folgt, dass die temporärlatente Torsion den Ausschlag vergrössert um den Betrag:

$$c_2 a^2. \quad \dots 9)$$

Es gelangen zur Beobachtung statt der theoretischen Ausschläge $\alpha_1 \alpha_2$ und $(\alpha_1 + \alpha_2)$, für welche:

$$(\alpha_1 + \alpha_2) = \alpha_1 + \alpha_2$$

die Ausschläge $a_1 a_2$ und $(a_1 + a_2)$, für welche nach 9) gilt:

$$\begin{aligned} a_1 &= \alpha_1 + c_2 \alpha_1^2 \\ a_2 &= \alpha_2 + c_2 \alpha_2^2 \\ (a_1 + a_2) &= (\alpha_1 + \alpha_2) + c_2 (\alpha_1 + \alpha_2)^2 \end{aligned}$$

Hieraus folgt

$$\Delta' = 2 c_2 a_1 a_2.$$

Die Differenz $(a_1 + a_2) - a_1 - a_2$ ist also dem Producte $a_1 a_2$ proportional, wie dies beobachtet wurde, und zwar gilt nach der fünften Colonne voriger Tabelle

$$c_2 = 0.000035. \quad \dots 10)$$

In Anbetracht der vortrefflichen Übereinstimmung, welche diese Tabelle zeigt, kann man sicher sein, dass in dem Ausdruck 9)

1. kein von a_1 unabhängiges Glied und
2. kein von höheren Potenzen abhängendes Glied vorkommt.

Ein Glied $c_1 a$ erster Potenz ist auf die Wirkungsweise des Elektrometers ohne Einfluss. Es ändert bloss den Reductions-factor desselben.

Wie schon erwähnt, gilt die Beziehung 9) für accommodirte Torsionen, für diese aber ebenso für kleine, als grosse Ausschläge. Von einer Elasticitätsgrenze ist dabei nichts zu merken, ausserdem ist die Accommodation schon nach dem ersten Ausschlag fast vollkommen vollzogen, wie man aus den Fig. 15 und 16 erkennen kann. Es kommt also hauptsächlich darauf an, dass der Draht einige Minuten in irgend einer Torsion verweilt hat. Diese Stellung gibt dann für eine weiter erfolgende Torsionsänderung den Nullpunkt ab, von welchem a in 9) zu zählen ist. Ausser dem Betrag 9) hat man noch den Betrag der remanenten Torsion von dem Ausschlage abziehen.

24. Einfluss der temporärlatenten Torsion auf die Gleichung des Instruments. In Abschnitt 20 wurde gezeigt, dass man die Correctionsconstante auf den Werth Null einstellen kann, ferner wurde gezeigt, dass die Gleichung I mit Präcision gilt und es wurde gesagt, dass zufolge derselben die Correctionsconstante gerade für die Maximalablenkung des Kupfertiflars den Werth Null haben müsse.

Aber es wurde nicht gesagt, dass letzteres wirklich bei meinem Instrument der Fall sei. Man bemerkt schon bei oberflächlicher Messung, dass r für das Maximum von φ_2 noch einen positiven Werth habe, und man muss φ_1 um ungefähr $1^\circ 30'$ vergrössern, um r auf Null zu bringen.

In Abschnitt 19 wurde allerdings nachgewiesen, dass keine Fehlerquelle, welche eine Winkelfunction ist, die exacte Giltigkeit der Gleichung I) beeinflusst. Dies gilt jedoch nicht für die temporärlatente Torsion. Der Einfluss derselben ist keine Function der Ablenkungswinkel φ_1 und φ_2 , ja nicht einmal eine Function des Ausschlages α , sondern eine Function des numerischen Werthes des Ausschlages. Sie vergrössert sowohl die vom Nullpunkt aus gezählten positiven, als negativen Ausschläge α in dem Verhältniss

$$1 + 2 E \cdot c_2 |\operatorname{tg} \alpha|,$$

während die Correctionsconstante r als wahre lineare Correction die Ausschläge α in dem Verhältniss

$$1 + r \operatorname{tg} \alpha$$

ändert.

Man erkennt, dass, vorausgesetzt dass der Nullpunkt ausserhalb aller Ablesungen liegt, also alle Ausschläge gleichgerichtet sind, die temporärlatente Torsion keine besondere Correction einführt, sondern nur die Correctionsconstante r vergrössert, so dass ihr Einfluss durch eine Vergrösserung von φ_1 beseitigt werden kann.

Die Correctionsconstante soll nach 9) um $2 E \cdot c_2 = 0.026$ grösser sein, als sie sich durch Gleichung V) bestimmt. Man hat so eine zweite Gelegenheit, den Einfluss der temporärlatenten Torsion ganz rein zu beobachten.

Aus den Ausschlägen a_{12} und a_2 , welche den Gewichtchen I+II und II entsprechen, berechnet sich der wahre Werth der Correctionsconstante nach Gleichung 2) zu

$$r = \frac{2 E \lg 10}{a_{12} - a_2} \left[\log \frac{a_{12}}{a_2} - \log \frac{I+II}{II} \right]. \quad \dots 11)$$

Nach Gleichung V) folgt hingegen:

$$r' = \frac{2 E(I+II)}{F_1 a_1} \left[1 - \frac{d\varphi_1}{d\sigma} \right]. \quad \dots 12)$$

Die nach Gleichung 11) durch directe Wägung bestimmte Correctionsconstante r und die nach Gleichung 12) durch die Probeablenkung $d\sigma: d\varphi_1$ bestimmte Constante r' sollen sich nun, wenn die Resultate des Abschnittes 19 ihre Richtigkeit haben, um

$$+0\cdot026 \cdot e$$

unterscheiden, worin e die jeweilige Empfindlichkeit bedeutet.

Es wurde für drei verschiedene Justirungen des Instrumentes (Empfindlichkeit 1·4, 1·0, 0·74) die Correctionsconstanten r und r' gemessen. Dies gab folgende Zahlen:

Beobachtung vom	Empfindlichkeit	$\frac{d\varphi_1}{d\sigma}$	r' nach Gl. 12)			r nach Gl. 11)	$r-r'$	Fehler
14. Juni	1·4	1·58	-0·117 ¹	96·617	27·214	-0·072	+0·045	+0·009
7. Juni	1·0	1·18	-0·039	67·775	18·954	+0·007	+0·046	+0·020
13. Juni	0·74	1·32	-0·095	49·755	13·960	-0·059	+0·036	+0·016

Die Abweichungen des Werthes $r-r'$ von den vorausgesagten Werthen $+0\cdot036$, $0\cdot026$, $0\cdot020$ sind doch etwas zu gross und von gleicher Richtung, so dass sie nicht Ablesefehlern zuzuschreiben sein dürften, sondern einem mit einer höheren Potenz von a behafteten Antheile der temporärlatenten Torsion, welcher in Abschnitt 19 nicht beobachtet werden konnte und in 9) nicht enthalten ist.

V

25. Das Elektrometerfeld. Justirung desselben. Man erkennt aus Taf. I, dass sich die untere Ebene des Schutzringes T nach aussen hin ohne eine Kante fortsetzt in eine Glockenfläche, welche das Elektrometerfeld abschliesst.

¹ Aus $\frac{d\varphi_1}{d\sigma} = 1\cdot58$ berechnet sich nach Gleichung 12) $r' = -0\cdot089$.

Die Probeablenkungen werden jedoch im Nullpunkt $\alpha_1 = 29\cdot0$ gemacht, statt im Punkte $50\cdot0$. Es musste also nach Abschnitt 17 r' noch um $\frac{1}{2E} (50-29) = 0\cdot028$ verkleinert werden. Die Werthe von r' in obiger Tabelle gelten dann alle für $50\cdot0$ und deshalb für jeden Nullpunkt der ganzen Scala.

Die Anordnung ist so getroffen, dass, wenn die Standplatte S ihre tiefste Stellung einnimmt, alle von derselben ausgehenden Kraftlinien gleich lang (3 cm) sind. Der Rand der Standplatte bildet dann die Mittellinie der glockenförmigen Ringfläche. Es sind also für alle kleineren Elektrometerdistanzen die Kraftlinien des eigentlichen Feldes die kürzesten, so dass keine Büschelbildung am Rande der Platte vorkommen kann. Sämtliche, das Feld abgrenzende Flächen sind vernickelt und hochpoliert, die Platten ausserdem sorgfältig eben geschliffen, so dass sie ausgezeichnete Spiegelbilder liefern.

Wie weit für diese Configuration die Thomson'sche Gleichung gilt, nach welcher die Anziehung dem Quadrat der Plattendistanz verkehrt proportional ist, wird durch den Versuch zu entscheiden sein.

Nach unten wird die Glockenfläche durch die Spiegelglasplatte O abgeschlossen, in deren Mitte die Fassung der Standplatte angebracht ist.

Die Suspensionskörper hängen zwischen Schutzring, Deckel und den Polen des dämpfenden Magnets sehr beengt, überallhin mit Spielräumen von 0.5 mm .

Man centrirt die Aluminiumplatte I in der Öffnung des Schutzringes mit Hilfe der Stellschrauben, auf welche sich der ganze Apparat stützt, indem man ihn um verschwindende Beträge neigt, wobei die Aluminiumplatte in der Ebene des Schutzringes bleibt, aber sich seitlich verschiebt. Die erste Einstellung erzielt man dadurch sehr leicht, dass man bei tiefster Stellung der Standplatte das Spiegelbild der Aluminiumplatte in derselben durch eines der Guckfenster F betrachtet und nach dem Augenmass die Furche von 0.55 mm Breite zwischen der Platte und dem Schutzring ringsum gleich breit macht. Die feine Centrirung gelingt dann mit Hilfe der Kreistheilungen an den Köpfen derselben Stellschrauben. Man dreht eine solche Stellschraube während man in das Ablesefernrohr blickt, im $+$ Sinne so weit, bis die Suspension aufhört frei zu schwingen, also der Rand der Aluminiumplatte an dem Schutzring zu schleifen beginnt, und notirt die Ablesung an der Stellschraube. Sodann dreht man dieselbe im $-$ Sinne bis die Aluminiumplatte im diametral gegenüberliegenden Punkt

am Schutzring zu schleifen beginnt und liest wieder die Einstellung der Schraube ab. Sodann stellt man dieselbe in das Mittel beider Ablesungen fest. Macht man das mit allen drei Stellschrauben, so erreicht man es, dass die Aluminiumplatte bis auf $0\cdot01\text{ mm}$ in der Öffnung des Schutzringes centrirt ist. Die Bequemlichkeit dieser Methode ist dadurch bedingt, dass das Ablesefernrohr mit dem Apparat verbunden ist.

Die untere Fläche der Aluminiumplatte wird durch Verschiebung in senkrechter Richtung in die Ebene des Schutzringes eingestellt mit Hilfe der Stellschrauben *L*, auf welchen der Torsionskopf aufsitzt und welche mit Hilfe der Klemmhebel sehr fein und bequem gehandhabt werden können, während man durch die vier Guckfenster nach dem Augenmass die richtige Einstellung überwacht. Es gelingt dies, wie ich mich durch Distanzmessungen überzeugt habe, mit mehr als $0\cdot01\text{ mm}$ Genauigkeit.



Um die Kupferplatte II, welche von aussen nicht sichtbar ist, in die richtige Höhe einzustellen, werden durch drei Bohrungen, welche den Deckel und den Eisenring durchsetzen, drei Sonden von der Form und Grösse Fig. 17 eingeworfen. Der Abstand der Enden dieser kleinen Drahtbügel ist so gewählt, dass wenn das eine derselben auf der Fläche der Kupferplatte aufsitzt, das andere Ende die obere Fläche des Deckels eben nicht berühren soll.

Fig. 17.

Man bringt die Sonden in diese Stellung, welche sich durch eigenthümliche Bewegungen derselben sehr merkbar macht, durch Anziehen der Wirbel 2 (Fig. 10) im Torsionskopf, in welchen die Suspensionsdräthe der Kupferplatte enden. Es gelingt dies weitaus mit genügender Genauigkeit. Die Operation ist übrigens nur einmal vorzunehmen.

Man bringt die Sonden in diese Stellung, welche sich durch eigenthümliche Bewegungen derselben sehr merkbar macht, durch Anziehen der Wirbel 2 (Fig. 10) im Torsionskopf, in welchen die Suspensionsdräthe der Kupferplatte enden. Es gelingt dies weitaus mit genügender Genauigkeit. Die Operation ist übrigens nur einmal vorzunehmen.

26. Messung der Elektrometerdistanz. Eine erwähnenswerthe Verbesserung liegt in der Art, wie die Distanz der beiden Elektrometerplatten gemessen wird. Die hiezu dienende Messschraube *Q* durchsetzt den Stiel der Standplatte. Hiedurch wird erreicht, dass direct die Distanz der Aluminiumplatte von der Standplatte, und zwar in der Axe des Instruments gemessen wird, während man sonst die Distanz des Schutzringes von der Standplatte misst. Zufolge dessen

trifft der Fehler, welchen man bei der Einstellung der Platte I in die Ebene des Schutzringes macht, im letzteren Falle die Elektrometerdistanz selbst, während er bei der Messung der Distanz in der Axe des Instruments nur den Werth einer Correction berührt. Desshalb braucht auch der Schutzring nicht sehr sorgfältig gearbeitet und der Standplatte nicht genau parallel gestellt zu werden.

Eine Eigenthümlichkeit meiner Distanzmessung ist die Bestimmung des Anschlages der Messschraube an dem Aluminiumplättchen. Da dieses ungemein leicht beweglich ist, zeigt es den Anschlag der Messschraube durch einen kleinen Ausschlag an. Es ist jedoch zu bemerken, dass dieser Ausschlag entgegengesetzte Richtung hat wie die Drehung der Messschraube, woran man erkennen kann, dass die Suspension nicht durch Reibung gedreht wird, sondern den Druck misst, den die Messschraube ausübt.

Man schraubt nun die Messschraube so weit zurück, dass dieser Ausschlag auf Null zurückgeht. Dann aber steht das Tischchen, welches das obere Ende der Messschraube abschliesst, mit der Aluminiumplatte nicht mehr, wie man doch denken sollte, in Berührung, sondern man sieht einen feinen Lichtstreifen zwischen dem Tischchen und der Platte. Es rührt dies vielleicht von feinen Staubbäsechen, vielleicht aber auch von der Zähigkeit der restlichen Luftschichte her.

Um nun die Dicke dieser restlichen Luftschichte zu messen, ladet man das Elektrometer mit Hilfe von 20 Kupfer-Zink-Wasser-Elementen von möglichst hohem Widerstand auf etwa 20 Volt. Die Anziehung, welche zufolge dessen die Standplatte auf die Aluminiumplatte ausübt, ist ganz unmerklich klein. Die Anziehung, welche jedoch das Tischchen der Messschraube ausübt, ist der geringen Dicke der restlichen Luftschichte wegen sehr wohl messbar. Aus dem Ausschlag des Elektrometers könnte man diese Dicke berechnen, wenn man die elektromotorische Kraft der Elemente kennen würde.

Letzteres ist aber weder nöthig, noch vorthailhaft. Besser, man schraubt die Messschraube um genau 0.01 mm weiter herab und liest die Einstellung des Elektrometers nochmals ab. Deis gebe die drei Ablesungen a_{02} , a_{01} , a_0 . Dann bestimmt

sich die Dicke δ der restlichen Luftschichte durch die Proportion:

$$\frac{\delta}{0.01 \text{ mm}} = \frac{a_{01} - a_{02}}{a_0 - a_{01}},$$

welche so einfache Bedeutung hat, dass man die Dicke δ schon während der Ablesungen angeben kann.

Beispiel: Es wurden 15 Elemente benützt. Die Messschraube musste um 0.340 mm hinaufgeschraubt werden, bis die Aluminiumplatte eben reagirte. Nun ergaben sich bei zwei aufeinanderfolgenden Versuchen folgende Ablesungen:

Distanz	Elektrometer	Ablesung 1	Ablesung 2	δ
$\delta + 0.01 \text{ mm}$	ungeladen	$a_0 = 49.94$	49.94	1. 0.0068 mm
	auf 15 Volt	$a_{01} = 49.41$	49.40	2. 0.0067
	auf 15 Volt	$a_{02} = 49.05$	49.03	

Die Elektrometerdistanz bestimmt sich sonach zu 0.3468 mm . Die Messung von restlichen Distanzen auf elektrometrischem Wege hat die bemerkenswerthe Genauigkeit von 0.0001 mm .

27 Die elektrometrischen Correctionen. Es ist nun nothwendig, die Correctionen experimentell zu bestimmen, welche an der Thomson'schen Formel angebracht werden müssen:

1. wenn die Breite der Furche zwischen der Aluminiumplatte und dem Schutzring berücksichtigt werden soll,
2. wenn die Einstellung der Aluminiumplatte in die Ebene des Schutzringes nicht genau ist.

Die Theorie, welche Kirchhoff und Maxwell für diese Fälle geben, ist nicht völlig zufriedenstellend. Ich unterlasse es, hier Angaben über die Werthe dieser Correctionen zu machen, da ich die Hoffnung habe, in nächster Zeit über ein zweites Exemplar des Elektrometers verfügen zu können. Mit Hilfe dieser zwei Elektrometer hoffe ich, die Grösse dieser Correctionen sehr genau bestimmen zu können.

Die Verbindung zwischen dem Manipulatorring (Abschnitt 7) und dem Commutator darf dieser Nichtumkehrbarkeit wegen nur durch Reibung stattfinden.

Die drei Quecksilbernäpfcchen 1, 2, 3 (Fig. 18) sind verbunden, beziehungsweise 1. mit dem Schutzmantel des Instrumentes, also mit der Erde, 2. mit der Standplatte, 3. mit der elektrischen Zuleitung.

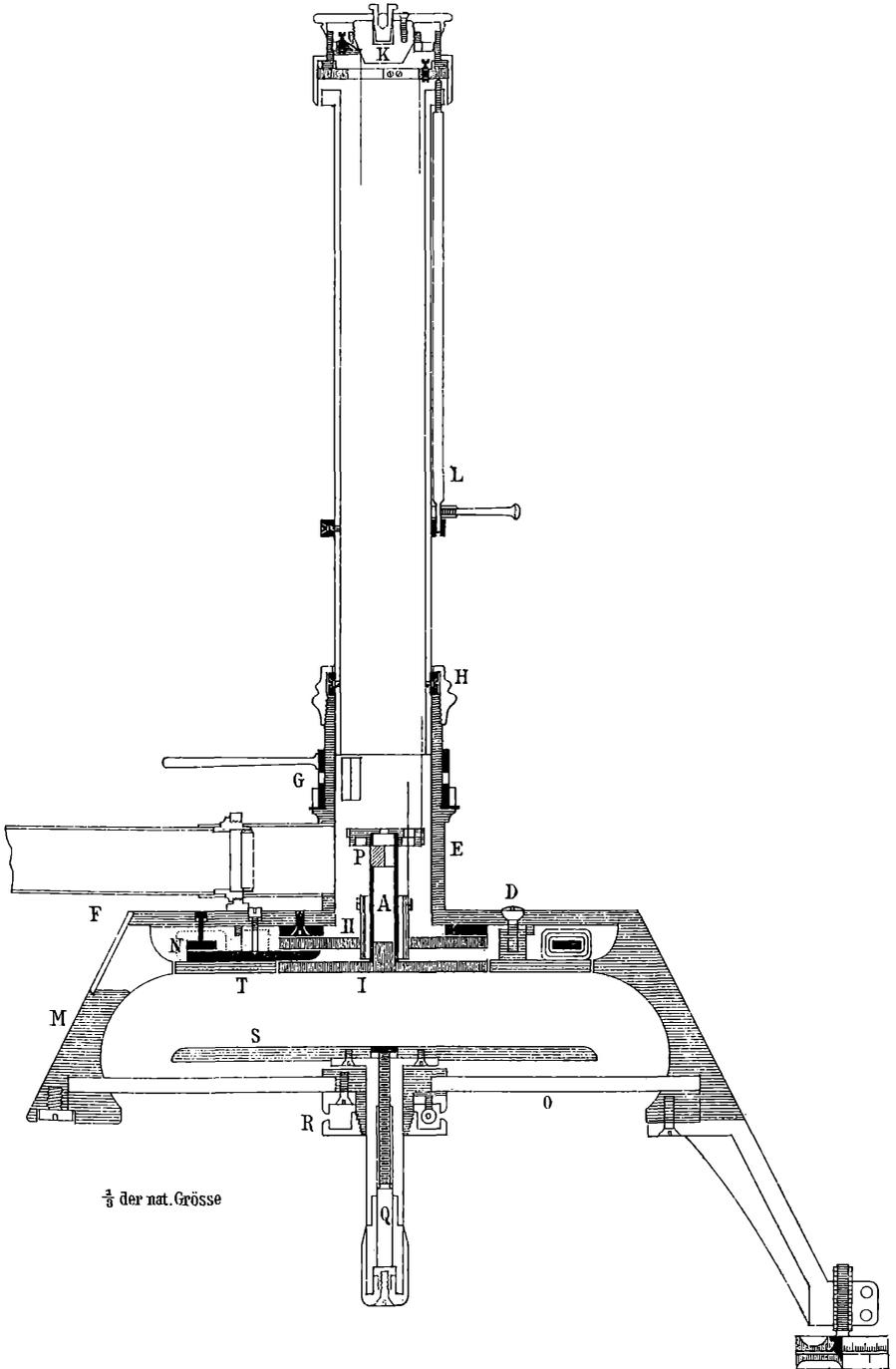
Der Commutator besteht in einem in eine Glasröhre geschmolzenen Platindraht $\overline{12}$, welcher entweder die Näpfcchen 1 und 2 oder die Näpfcchen 2 und 3 verbindet. Ein Hartgummi-stiel n verbindet ihn mit dem Commutatorring V (Fig. 5), welcher die Bewegung des Manipulators in geeigneter Weise auf den Commutator überträgt.

Dieser Commutatorring ist einfach ein schmaler Ring, welcher auf dem Manipulatorring so aufsitzt, dass er von letzterem durch Reibung mitgenommen wird, sobald ihn nicht feste Hemmungen daran verhindern.

Es sind zweierlei solche Hemmungen vorhanden: 1. Die Stifte i , welche an die Suspensionsröhre geschraubt sind und verhindern, dass sich der Commutator überhaupt weiter bewegen kann, als zwischen den Näpfcchen hin und her. 2. Ferner greifen die Enden der Stifte v (Fig. 5, Fig. 18), welche der Querbalken trägt, in Einschnitte des Commutatorrings (einer derselben in Fig. 5 bei v erkennbar) dann ein, wenn der Querbalken in seinen tieferen Stellungen sich befindet. Zufolge dessen bleibt der Commutator während des Aufsetzens und Abhebens des kleineren Gewichtchens II unbeweglich in der Stellung $\overline{12}$, das Elektrometer also dabei ungeladen. Dies gilt für die Stellungen 0 bis $+90^\circ$ des Manipulatorstieles.

Erste Phase. Dreht man aber den Stiel um -45° nach links, so dreht sich der nun ganz freie Commutatorring um denselben Betrag mit. Sowie -45° überschritten wird, wird das Gewichtchen I abgehoben und genau gleichzeitig das Elektrometer geladen. Der Stift i hindert dann das weitere Mitdrehen des Commutators.

Zweite Phase. Während man also den Stiel von -45° bis -90° dreht, wodurch das Gewicht I um 2 *mm* über die



Tischplatte gehoben wird, bleibt der Commutator stehen und das Elektrometer geladen.

Dritte Phase. Dreht man nun den Stiel zurück, so folgt der Commutator sogleich dieser Bewegung, die dritte Phase ist also keineswegs die Umkehrung der zweiten Phase. In dem Augenblicke, in welchem die 45° -Stellung überschritten wird, setzt sich das Gewichtchen I auf und entsteht der Contact 12, so dass das Elektrometer entladen wird. Gleich darauf schlägt der Commutator an den Stift *i*, so dass er in der

Vierten Phase an der Bewegung des Manipulators nicht theilnimmt. Das Zurückstellen des Stieles auf 0° bewirkt eine Senkung des Querbalkens um 2 mm , wonach das Gewichtchen I ganz frei aufsitzt und die Stellung 0° (Fig. 6) zu Stande kommt.

Ich habe das Instrument in voller Justirung der physikalischen Section der diesjährigen Naturforscherversammlung in Halle vorgezeigt. Wenn sich auch der eingeschränkten Zeit wegen nur wenige der Anwesenden von der Schärfe der Einstellungen desselben überzeugen konnten, so haben doch die objectiv demonstrirten elektrischen Ausschläge ihre Raschheit, vollkommene Ruhe und Aperiodicität erkennen lassen.

Die Construction des Instrumentes rührt mit allen Details von mir her. Dasselbe wurde in ganz vorzüglicher Weise in der Werkstätte der Herren Jos. & Jan Frič in Prag ausgeführt.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1892

Band/Volume: [101_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Jaumann Gustav

Artikel/Article: [Absolutes Elektrometer mit Kuppelsuspension. 83-137](#)