

# Über den Druck in Seifenblasen

Dr. **Hans Benndorf.**

Aus dem physikalisch-chemischen Institute der k. k. Universität in Wien.

(Mit 1 Textfigur.)

Ursprünglich in der Absicht, das Verhalten elektrisirter Seifenblasen zu untersuchen, unternahm ich es, den Druck in Seifenblasen zu messen, da es nicht uninteressant schien, das Gesetz der Proportionalität von Oberflächenspannung mit dem reciproken Krümmungsradius auch für grössere Krümmungsradien einmal experimentell zu verificiren.

Es liegen zwar schon einige derartige Messungen vor, von denen aber nur die Plateau'schen von Interesse sind, als die einzigen, über die ziffernmässige Resultate mitgetheilt sind.

Als Erster hat im Jahre 1844 M. Henry,<sup>1</sup> nach einer mündlichen Mittheilung in der »American Philosophical Society« am 17. Mai, den Druck in Seifenblasen mittelst eines einfachen Wassermanometers gemessen, dessen Stand mit einem Mikroskop abgelesen wurde. Er fand im Grossen und Ganzen das Gesetz der Constanz des Productes aus Druck in den Durchmesser der Blase bestätigt. Doch hatten seine Messungen noch nicht die wünschenswerthe Genauigkeit erreicht, wesshalb er es unterliess, specielle Zahlenangaben zu machen; später scheint er nicht mehr darauf zurückgekommen zu sein.

Dieselbe Methode der Druckbestimmung wendet Plateau<sup>2</sup> an. Er gibt eine ausführliche Beschreibung seiner Versuche

---

<sup>1</sup> Phil. Mag. Vol. XXVI, 1845, p. 542.

<sup>2</sup> J. Plateau, Statique expérimentale et théorique des liquides, 1873, Bd. I, p. 187 ff.

und theilt in einer Tabelle die erhaltenen Zahlenresultate mit. Auf das Nähere darüber werde ich weiter unten zurückkommen.

Eines anderen von Tisley construirten Manometers bediente sich Dewar;<sup>1</sup> dasselbe bestand im Wesentlichen aus einem U-Rohr, dessen einer Schenkel rechtwinkelig umgebogen und in eine enge Röhre ausgezogen war, die genau horizontal gestellt werden konnte; als Manometerflüssigkeit diente Alkohol. Aus der Grösse der Verschiebung des Flüssigkeitsmeniscus im horizontalen Schenkel wurde der Druck bestimmt und es leuchtet ein, dass, im Princip wenigstens, die Empfindlichkeit eines solchen Manometers gegen die eines gewöhnlichen beliebig gross gemacht werden kann, da sie vom Verhältniss der Querschnitte der beiden Schenkel abhängt. In der Sitzung der »Physical Society of London«, wo dieses Instrument ausgestellt war, machte Dewar auch einen Versuch über den Druck in Seifenblasen; ausser diesem Vorlesungsversuch scheinen keine weiteren Messungen gemacht worden zu sein.

Schliesslich hat K. Waitz<sup>2</sup> eine Reihe Versuche gemacht, in denen er allerdings nicht den absoluten Druck in Seifenblasen, sondern nur die Abnahme desselben bei Elektrisirung der Blase misst. Er bedient sich eines einfachen U-Rohres, das mit Wasser gefüllt war, dessen Stand mit einem Mikroskop abgelesen wurde.

Zunächst versuchte ich nun, diese manometrischen Messungen zu wiederholen; allein es glückte mir nicht, weder mit einem gewöhnlichen U-Rohr-Manometer, noch mit einem Tisley'schen Horizontalmanometer, wesentlich genauere Resultate zu erhalten als Plateau, dessen Tabelle ich hier einfüge, um ein Bild der Grössenordnung der Fehler zu geben. In der ersten Columne stehen die Durchmesser der Blasen in Millimeter, in der zweiten die entsprechenden Drucke in Millimeter Wasser und in der dritten das Product beider, welches theoretisch constant sein sollte.

---

<sup>1</sup> Nature, XV, p. 210.

<sup>2</sup> Über eine Methode zur absoluten Messung hoher Potentiale. Wied. Ann., Bd. 37, 1889, S. 330.

<i>d</i>	<i>p</i>	<i>pd</i>
7·55	3·00	22·65
10·37	2·17	22·50
10·55	2·13	22·47
23·35	0·98	22·88
26·44	0·83	21·94
27·58	0·83	22·89
46·60	0·48	22·37
47·47	0·48	22·78
47·85	0·43	20·57
48·10	0·55	26·45
Mittel	.	22·75

Wie man sieht, keine allzu gute Übereinstimmung; selbst wenn man vom letzten abnorm hohen Werthe absieht, betragen die Abweichungen vom Mittel noch gegen 10<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

Was die Messungen mit dem U-Rohr-Manometer anlangt, zeigten sich im Wesentlichen dieselben Übelstände, die schon Plateau ausführlich auseinandersetzt; das Horizontalmanometer erwies sich dagegen trotz seiner viel grösseren Empfindlichkeit unbrauchbar wegen seiner grossen Trägheit, die sich mit kleiner werdenden Drucken natürlich steigert. Abgesehen von lästigen Temperaturschwankungen, zerplatzte die Blase meist, ehe sich der Meniscus im horizontalen Rohre beruhigt hatte.

Nach alledem schien es nothwendig, wollte man sich nicht mit diesem geringen Grade der Genauigkeit begnügen, nach einer anderen Methode sich umzusehen.

Eine solche, allerdings indirecte, bietet sich, wenn man den Druck berechnet aus der Zeit, die die Seifenblase braucht, um sich um ein Gewisses zusammenzuziehen, wenn sie am Ende einer engen Röhre hängend, durch dieselbe die Luft pressen kann.

Aus der unten folgenden Rechnung ergibt sich, in welcher Weise dies geschehen kann. Dieselbe ist angestellt unter der

Voraussetzung, dass Product aus Druck und Durchmesser constant ist: stimmen die Messungen mit der Theorie, so ist zugleich diese Voraussetzung innerhalb der Grenzen der Versuche erwiesen.

In Folgendem ist zunächst die Theorie, dann die Beschreibung der Versuche gegeben und zum Schluss sollen die erhaltenen Resultate mitgetheilt und in Kürze besprochen werden.

### Theorie der Versuche.

Es kamen als Ausflussröhren durchwegs so dimensionirte Röhren in Verwendung, dass für sie das Poiseuille'sche Gesetz galt.

Nach Poiseuille ist bekanntlich

$$dv = \frac{\pi}{8\eta} \frac{R^4}{L} \cdot p \cdot dt, \quad 1)$$

wenn  $dv$  das in der Zeit  $dt$  ausgeflossene Volum,  $\eta$  den Coëfficienten der inneren Reibung des Gases,  $R$  den Radius,  $L$  die Länge des Ausflussrohres,  $p$  die Druckdifferenz zwischen beiden Enden der Röhre bedeutet.

In unserem Falle, wo an einem Ende des Rohres die Seifenblase hängt, ist unter Annahme der Kugelgestalt  $dv = 4\rho^2\pi d\rho$  und  $p = \frac{4\alpha}{\rho}$  zu setzen, wenn  $\rho$  den Radius der Kugel und  $\alpha$  die Capillaritätsconstante der Seifenlösung bezeichnet.

Durch Einsetzen dieser Werthe in die Gleichung 1) ergibt sich

$$\rho^3 d\rho = \frac{1}{8\eta} \frac{R^4}{L} \cdot \alpha \cdot dt;$$

integriert man nun zwischen den Grenzen  $\rho_1$  und  $\rho_0$ , so ergibt sich für  $\alpha$  der Werth

$$\alpha = \frac{2\eta L}{R^4} \frac{\rho_1^4 - \rho_0^4}{t_1 - t_0}. \quad 2)$$

Da  $\frac{2\eta L}{R^4} = \text{const.}$ , muss der Ausdruck  $\frac{\rho_1^4 - \rho_0^4}{t_1 - t_0}$  ebenfalls constant sein. Misst man also die Zeit  $(t_1 - t_0)$ , die verstreicht, während sich die Blase vom Radius  $\rho_1$  auf den Radius  $\rho_0$

zusammenzieht, und bildet den obigen Ausdruck für beliebige Werthe von  $\rho_1$  und  $\rho_0$ , so müsste derselbe, soll die Annahme  $\rho \cdot p = \text{const.}$  richtig sein, constant bleiben.

Zunächst wurden nun aus den experimentell gefundenen Daten nach obiger Formel die Werthe für  $\alpha$  berechnet; dabei zeigte sich, dass dieselben nicht constant waren, sondern einen ganz bestimmten, wenn auch verhältnissmässig kleinen Gang zeigten, und zwar in dem Sinne, dass  $\alpha$  für kleinere  $\rho$  continuirlich kleiner wurde oder was dasselbe ist, dass das Product  $2p \cdot \rho$  (Druck  $\times$  Durchmesser) mit abnehmendem  $\rho$  kleiner wird.

Als Grund hievon erwies sich, dass der Rechnung die Annahme einer vollkommenen Kugelgestalt der Seifenblase zu Grunde gelegt war, während sie in Wirklichkeit nur eine Kugelcalotte ist, deren Grösse vom Radius des Rohres abhängt, an dem die Seifenblase befestigt ist.

Legt man der Rechnung die Annahme einer Kugelcalotte zu Grunde, so ergibt sich Folgendes:

Bezeichnet  $h$  die Höhe der Kugelcalotte, also den Abstand des tiefsten Punktes der Blase von der Ebene des Mündungsrohres,  $r$  den Radius desselben, so ist

$$\rho = \frac{r^2 + h^2}{2h} \quad \text{und} \quad v = \frac{\pi}{6} h(3r^2 + h^2);$$

daraus ist:

$$dv = \frac{\pi}{2} (r^2 + h^2) dh \quad \text{und} \quad p = \frac{8\alpha h}{r^2 + h^2}.$$

Setzt man dies in Gleichung 1) ein und integrirt zwischen  $h_1$  und  $h_0$ , so erhält man für  $\alpha$

$$\alpha = \frac{2\eta L}{R^4} \left[ \frac{1}{16} \frac{h_1^4 - h_0^4}{t_1 - t_0} + \frac{r^2}{4} \frac{h_1^2 - h_0^2}{t_1 - t_0} + \frac{r^4}{4} \log \frac{h_1}{h_0} \right];$$

das Glied  $\frac{r^4}{4} \log \frac{h_1}{h_0}$  ist zu vernachlässigen und es bleibt

$$\alpha = \frac{2\eta L}{R^4} \left| \frac{\left(\frac{h_1}{2}\right)^4 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^4}{t_1 - t_0} + r^2 \frac{\left(\frac{h_1}{2}\right)^2 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^2}{t_1 - t_0} \right| \quad 3)$$

Ferner musste berücksichtigt werden, dass die Seifenblasen in Folge ihres Gewichtes etwas immerhin von der Kugelgestalt abwichen, so dass, da die Verticaldurchmesser der Seifenblasen gemessen wurden, von den gemessenen Werthen eine kleine Grösse, die natürlich experimentell bestimmt werden muss, abzuziehen ist.

Sei  $\frac{h_1}{2}$  um  $\delta_1$  und  $\frac{h_0}{2}$  um  $\delta_0$  zu gross gemessen, so ergibt sich, wenn man statt  $\frac{h_1}{2}$ ,  $\frac{h_1}{2} - \delta_1$  und statt  $\frac{h_0}{2}$ ,  $\frac{h_0}{2} - \delta_0$  in Gleichung 3) einführt nach Vernachlässigung Glieder höherer Ordnung:

$$\alpha = \frac{2\eta L}{R^4} \left| \frac{\left(\frac{h_1}{2}\right)^4 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^4}{t_1 - t_0} + r^2 \frac{\left(\frac{h_1}{2}\right)^2 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^2}{t_1 - t_0} - 4 \frac{\delta_1 \left(\frac{h_1}{2}\right)^3 - \delta_0 \left(\frac{h_0}{2}\right)^3}{t_1 - t_0} \right|. \quad 4)$$

Die Grössen  $h_1$ ,  $h_0$ ,  $r$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_0$  wurden mit einem Ocularmikrometer gemessen und der bequemerer Rechnung halber ihre Werthe, angegeben in Theilstrichen des Mikrometers, beim Rechnen benutzt. Es tritt daher in Formel 4) vor dem Klammerausdruck noch die 4. Potenz des Reductionsfactors des Ocularmikrometers, den wir  $n$  nennen wollen, so dass der endgiltige Ausdruck, der den Rechnungen zu Grunde gelegt wurde, lautet

$$\alpha = \frac{2\eta L}{R^4} n^4 \left| \frac{\left(\frac{h_1}{2}\right)^4 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^4}{t_1 - t_0} + r^2 \frac{\left(\frac{h_1}{2}\right)^2 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^2}{t_1 - t_0} - 4 \frac{\delta_1 \left(\frac{h_1}{2}\right)^3 - \delta_0 \left(\frac{h_0}{2}\right)^3}{t_1 - t_0} \right|$$

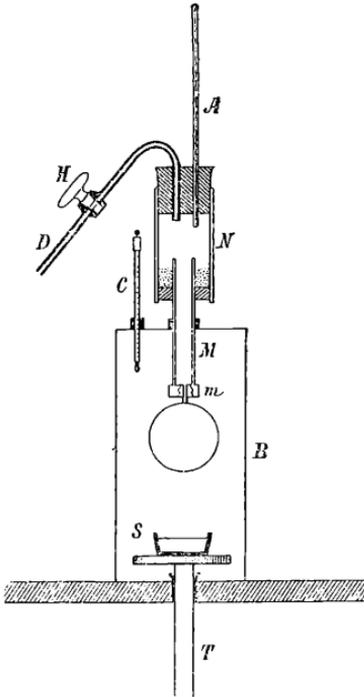
Wurde mit dieser Formel gerechnet, so zeigte sich, dass der oben erwähnte Gang der Werthe für  $\alpha$  verschwand und die einzelnen Werthe unregelmässig um einen Mittelwerth vertheilt waren.

### Die Versuche.

Die endgiltigen Versuche, deren Resultate unten angegeben werden, wurden in folgender Weise angestellt.

In einem Blechkasten  $B$  (siehe nachstehende Figur) von 30 cm Höhe, je 16 cm Tiefe und Breite war die Vorder- und Rückwand herausgenommen. Die letztere wurde durch einen

aufgeklebten Bogen Schreibpapier ersetzt, während vorne eine Spiegelglasplatte den Kasten abschloss. In seinem Deckel hatte er zwei Öffnungen; in der einen war ein Thermometer *C* eingepfropft, durch die andere führte ein 15 *cm* langes und 2 *cm* weites Glasrohr *M*, an dessen unterem Ende eine Messingfassung *m* mit Schraubengewinde aufgekittet war, in welches



verschieden weite, 1 *cm* lange Messingröhrchen eingeschraubt werden konnten; an ihnen hingen die Seifenblasen. Das andere Ende der Röhre *M* führte in das bedeutend weitere Rohr *N* luftdicht durch einen Kautschukstöpsel. Geschlossen wurde das Rohr *N* durch einen doppelt durchbohrten Stöpsel, in dessen einer Bohrung die Röhre *A* stak, durch welche die Luft aus der Seifenblase entweichen sollte. Durch die zweite Bohrung führte ein Glasrohr *D* mit Hahn *H*, durch welches die Luft zum Aufblasen getrieben wurde. Am Boden des Rohres *N* lag Chlorcalcium, um die Luft trocken zu halten. Die Seifenlösung befand

sich in einem Schälchen *S* auf einem Tisch *T*, dessen Fuss durch ein Loch in der Mitte des Kastenbodens und der Console, auf der das Ganze stand, nach aussen reichte, so dass man von aussen den Tisch auf- und niederschieben konnte.

Eine einzelne Versuchsreihe verlief nun in folgender Weise:

Zuerst wurde eine Seifenblase etwas grösser, als es zur Messung nothwendig war, aufgeblasen, der Hahn *H* geschlossen und ein etwa an der Blase hängender Tropfen vorsichtig mit Filtrirpapier entfernt, darauf der Kasten mit der Spiegelglasplatte verschlossen.

Nun wurde die Seifenblase mit einem Fernrohr beobachtet, das in einiger Entfernung vom Kasten stand, sie hob sich

scharf vom weissen Papierhintergrunde ab, der durch eine Glühlampe gleichmässig beleuchtet war. Das Fernrohr trug ein 100-theiliges Ocularmikrometer. Der Nullstrich desselben wurde auf den Rand der Röhre, an dem die Seifenblase hing, eingestellt. Während sich nun die Seifenblase langsam zusammenzog, wurde jedesmal, wenn der unterste Punkt der Seifenblase einen Zehnerstrich passirte, auf einem durch ein Uhrwerk gezogenen Papierstreifen auf elektrischem Wege eine Zeitmarke gemacht. Ein parallel geschaltetes Secundenpendel markirte auf demselben Streifen die ganzen Secunden. Aus je 10 solchen Versuchsreihen wurden die Zeitmittel gebildet und mit ihnen dann rechnerisch verfahren.

Als Ausflussröhren für die Luft mussten für verschiedene Grössenordnungen der Seifenblasen verschieden dimensionirte Röhre verwendet werden, um überall eine mittelgrosse Zusammenziehungsgeschwindigkeit zu erhalten. Gar zu langsames Zusammenziehen der Blase musste wegen der Gefahr des frühzeitigen Platzens vermieden werden, während anderseits zu rasches Zusammenziehen die Pointirungsfehler zu gross werden liess. Aus demselben Grunde konnte auch bei ein und derselben Seifenblase nur ein bestimmter Rayon ausgemessen werden.

Es sollen in Folgendem die Resultate von vier Gruppen von Messungen mitgetheilt werden.

I. Die erste wurde ausgeführt am 14. März 1895. Die Länge  $L$  und der Radius  $R$  der Ausflussröhre waren  $L = 14.65 \text{ cm}$ ,  $R = 0.1386 \text{ cm}$ , der Radius  $r$  des Röhrchens, an dem die Seifenblase hing,  $r = 0.7 \text{ cm}$ , der Reductionsfactor des Ocularmikrometers  $n = 0.0990$ , d. h. ein Theilstrich des Mikrometers  $= 0.099 \text{ cm}$ ; es wurden die Seifenblasen von ungefähr  $7 \text{ cm}$  bis  $4 \text{ cm}$  Durchmesser beobachtet.

II. Die zweite Gruppe wurde am 22. März 1895 gemessen. Die entsprechenden Dimensionen sind:

$L = 14.65 \text{ cm}$ ,  $R = 0.1386 \text{ cm}$ ,  $r = 0.75 \text{ cm}$ ,  $n = 0.0990$   
von circa  $8-5 \text{ cm}$  Durchmesser.

III. Die dritte Gruppe ist ausgeführt am 22. März 1895.  $L = 30.00 \text{ cm}$ ,  $R = 0.1276 \text{ cm}$ ,  $r = 0.5 \text{ cm}$ ,  $n = 0.0990$ ,  
von circa  $6-3 \text{ cm}$  Durchmesser.

IV Die vierte Gruppe ist ausgeführt worden am 23. März 1895.

$$L = 25 \cdot 7 \text{ cm}, \quad R = 0 \cdot 07795, \quad r = 0 \cdot 25 \text{ cm}, \quad n = 0 \cdot 0378$$

und beobachtet wurde zwischen circa 4—2·3 *cm* Durchmesser.

Bei allen Messungen schwankte die Temperatur nur wenig um 24° C.

Als Seifenlösung wurde, nach dem Plateau'schen Recept, 1 Gewichtstheil geschabter Marseiller Seife in 40 Theilen Wasser gelöst und dann noch 30 Theile Glycerin hinzugesetzt. In den ersten drei Gruppen ist ein und dieselbe Lösung benutzt.

Als Coëfficient der inneren Reibung ist der Werth  $0 \cdot 000179 \left( \frac{g}{\text{cm sec.}} \right)$  den Rechnungen zu Grunde gelegt.

Was die Werthe der  $\delta$  anlangt, so wurde für verschiedene Blasengrößen der Unterschied zwischen Horizontal- und Verticaldurchmesser mit dem Ocularmikrometer gemessen und gleich  $4\delta$  angenommen. Die  $\delta$  sind natürlich für die einzelnen Blasen gleicher Größe nicht gleich, da eine Spur eines Tropfens am unteren Ende der Blase dieselbe gleich merklich verlängert und es nicht immer gelingt, die überschüssige Flüssigkeit in demselben Grade zu entfernen.

Es sind daher die den Rechnungen zu Grunde gelegten Werthe der  $\delta$  Mittel aus einer Reihe von Beobachtungen und nur als ungefähre Annäherung zu betrachten.

In der nachfolgenden Tabelle sind alle Daten noch einmal übersichtlich zusammengestellt und, um den Einfluss der Correctionsglieder auf die Werthe von  $\alpha$  zu zeigen, in der vorletzten Columnne die Werthe von  $\alpha$  zusammengestellt, die sich durch Rechnung mit der einfachen Formel

$$\alpha = \frac{2\gamma L}{R^4} n^4 \frac{\rho_1^4 - \rho_0^4}{t_1 - t_0}$$

ergeben.

Man sieht, dass sie im Allgemeinen grösser sind, als die corrigirten Werthe, und zugleich innerhalb der einzelnen Gruppen den obenerwähnten Gang.

Gruppe	R		L		$h_1   h_0   4 \delta_1   4 \delta_0$				$t_1 - t_0$ in Sec.	Anzahl der Messungen	Dyn. cm		
	in Centimetern				in Theil- strichen des Ocularmikro- meters						als Mittel aus	ohne	mit
										Correctur			
II	0	1386	14·65	0·75	0·0990	80	70	2·8	2·2	47·85	10	30·18	28·29
II	0·1386	14·65	0·75	0·0990	80	60	2·8	1·7	79·79	10	29·89	28·21	
II	0·1386	14·65	0·75	0·0990	80	50	2·8	1·3	99·64	10	29·67	28·17	
II	0·1386	14·65	0·75	0·0990	70	60	2·2	1·7	31·94	10	29·47	28·10	
I	0·1386	14·65	0·70	0·0990	70	60	2·2	1·7	32·02	10	29·40	28·01	
II	0·1386	14·65	0·75	0·0990	70	50	2·2	1·3	51·79	10	29·21	28·05	
I	0·1386	14·65	0·70	0·0990	70	50	2·2	1·3	51·56	10	29·34	28·16	
I	0·1386	14·65	0·70	0·0990	70	40	2·2	1·0	62·99	10	29·00	28·01	
III	0·1276	30·00	0·50	0·0990	60	50	1·7	1·3	55·30	10	29·49	28·17	
II	0·1386	14·65	0·75	0·0990	60	50	1·7	1·3	19·85	10	28·78	27·98	
I	0·1386	14·65	0·70	0·0990	60	50	1·7	1·3	19·55	10	29·23	28·39	
III	0·1276	30·00	0·50	0·0990	60	40	1·7	1·0	86·46	10	29·23	28·09	
I	0·1386	14·65	0·70	0·0990	60	40	1·7	1·0	30·97	10	28·61	28·02	
III	0·1276	30·00	0·50	0·0990	60	30	1·7	0·8	101·48	10	29·10	28·09	
III	0·1276	30·00	0·50	0·0990	50	40	1·3	1·0	31·16	10	28·78	27·95	
III	0·1276	30·00	0·50	0·0990	50	30	1·3	0·8	46·18	10	28·63	27·99	
III	0·1276	30·00	0·50	0·0990	40	30	1·0	0·8	15·02	10	28·31	28·07	
IV	0·07795	25·70	0·25	0·0378	100	90	2·5	2·2	35·85	10	30·51	29·20	
IV	0·07795	25·70	0·25	0·0378	100	80	2·5	1·8	61·68	10	30·44	29·12	
IV	0·07795	25·70	0·25	0·0378	100	70	2·5	1·6	79·29	9	30·48	29·26	
IV	0·07795	25·70	0·25	0·0378	100	60	2·5	1·5	91·12	8	30·37	29·23	
IV	0·07795	25·70	0·25	0·0378	90	80	2·2	1·8	25·84	10	30·33	29·01	
IV	0·07795	25·70	0·25	0·0378	90	70	2·2	1·6	43·68	9	30·29	29·14	
IV	0·07795	25·70	0·25	0·0378	90	60	2·2	1·5	55·19	8	30·33	29·30	
IV	0·07795	25·70	0·25	0·0378	80	70	1·8	1·6	17·86	9	30·18	29·30	
IV	0·07795	25·70	0·25	0·0378	80	60	1·8	1·5	29·42	8	30·26	29·48	
IV	0·07795	25·70	0·25	0·0378	70	60	1·6	1·5	11·67	7	30·11	29·48	

Die Abweichungen vom Mittel innerhalb der einzelnen Gruppen betragen bei den ersten drei Gruppen nirgends mehr als 1%, bei der vierten Gruppe nicht ganz 2%; diese grössere Abweichung erklärt sich leicht daraus, dass in der vierten

Gruppe die kleinsten Seifenblasen gemessen wurden, ein kleiner Fehler in der Bestimmung des Durchmessers also schon sehr viel ausgiebt.

Was die Übereinstimmung der einzelnen Gruppen untereinander anlangt, so ist es wohl dem Zufall zuzuschreiben, dass die Mittelwerthe der Gruppe III und I und II (Mittel aus I und II:  $28 \cdot 12$ , aus III:  $28 \cdot 06$ ) so gut stimmen, wenn man bedenkt, dass dabei verschiedene Ausflussröhren verwendet sind.

In Gruppe IV, bei der eine andere Seifenlösung verwendet wurde, ist der Mittelwerth von  $\alpha$  circa  $5\%$  höher als bei den ersten drei Gruppen, was bei einer so schlecht definirten Substanz, wie es die Seifenlösung ist, nicht Wunder nehmen kann.

Alles in Allem ist die Übereinstimmung innerhalb der einzelnen Gruppen, auf die es hier ankommt, eine befriedigende zu nennen und die Genauigkeit circa die 10-fache der von Plateau erreichten.

Berechnet man aus den gefundenen Werthen für  $\alpha$  die Plateau'sche Constante  $c = 2\rho p$  in  $\frac{mg}{mm}$ , so ergibt sich  $23 \cdot 36$ , ein Werth, der in die Plateau'schen Werthe hineinfällt.

Wir sehen also, dass die gemachte Voraussetzung  $p = \frac{4\alpha}{\rho}$  durch die Experimente als richtig sich bestätigt hat, dass innerhalb der Versuchsgrenzen, also bei Krümmungsradien zwischen  $4\text{ cm}$  und  $1\text{ cm}$  das Gesetz erwiesen ist, dass der Oberflächen- druck bei Flüssigkeiten umgekehrt proportional dem Krümmungsradius ist.

Diese Arbeit wurde im physikalisch-chemischen Institute der Universität Wien ausgeführt und es sei mir an dieser Stelle gestattet, Herrn Prof. F. Exner für die vielseitige Unterstützung, die er mir zu Theil werden liess, meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1895

Band/Volume: [104\\_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Benndorf Hans

Artikel/Article: [Über den Druck in Seifenblasen. 796-806](#)