

Dreitheiliger Halbschatten-Polarisator

F. Lippich,

w. M. k. Akad.

(Mit 2 Textfiguren.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 16. April 1896.)

I.

Überlegungen verschiedener Art und Erfahrungen, die sich mir bei polarimetrischen Arbeiten darbieten, haben mir den Gedanken nahegelegt, dem Halbschatten-Polarisator eine solche Einrichtung zu geben, dass dessen Gesichtsfeld nicht wie bisher aus zwei, sondern aus drei Theilfeldern sich zusammensetzt.

Unter Beibehaltung der bei meinen zweitheiligen Polarisatoren getroffenen Anordnung erhält man ein solches dreitheiliges Gesichtsfeld, indem man zwei sogenannte Halbprismen vor dem grossen Nicol in symmetrischer Stellung anbringt, wie es in nachstehender Fig. 1 schematisch dargestellt ist.

Auch die anderen gebräuchlichen Einrichtungen der Halbschatten-Polarimeter lassen sich leicht mit derartigen Gesichtsfeldern herstellen, so das Laurent'sche, indem man einen schmalen Streifen einer Laurent-Platte in die Mitte vor das Nicol'sche Prisma setzt (Fig. 1, *B*); die beiden Seitenfelder haben dann von selbst genau parallel zu einander liegende Hauptschnitte.

Schwieriger ist es, diese Parallelstellung der Hauptschnitte der Seitenfelder bei jenen Polarisatoren zu erreichen, welche nach Art der Prismen der Firma Franz Schmidt & Haensch die einzelnen Theile durch Verkittung zu einem einzigen

Prisma vereinigen. In vorzüglicher Weise ist die Herstellung solcher Prismen Herrn B. Halle in Steglitz¹ gelungen.

In einer vorläufigen Mittheilung, die unter dem Titel: »Über eine Verbesserung an Halbschatten-Polarisatoren« in der Zeitschrift für Instrumentenkunde, Jahrgang 1894, S. 326, erschienen ist, habe ich die obige Anordnung für ein dreitheiliges Gesichtsfeld beschrieben und auf die Vortheile desselben hingewiesen.

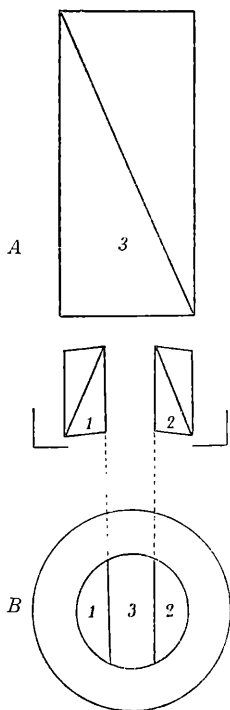


Fig. 1.

Dass die Vermehrung der Felder eine grössere Genauigkeit der Einstellung auf gleiche Helligkeit mit sich bringen solle, ist von verschiedenen Seiten bezweifelt worden. Es sei doch unwesentlich, meinte man, ob diese Gleichheit durch das Verschwinden der Trennungslinie an einer oder an zwei Stellen constatirt werde, denn sonst müsste auch eine blosse Verlängerung einer Trennungslinie im gleichen Sinne wirken u. s. f. Demgegenüber ist jedoch zu bemerken, dass die Beurtheilung der Richtigkeit einer Einstellung durchaus nicht nach dem Verschwinden der Trennungslinie allein sich richtet und dass dies nicht einmal das massgebende Moment ist, wie ich schon in früheren Mittheilungen hervorgehoben habe. Meiner Mittheilung in der »Zeit-

schrift für Instrumentenkunde« lagen übrigens Versuche zu Grunde, die, wenn auch mit noch unzulänglichen Mitteln ausgeführt, doch einen Fortschritt erkennen liessen. Ferner mag hier noch erwähnt werden, dass die Firma Franz Schmidt & Haensch an ihren neuen Saccharimetern mit Keilcompensation den beschriebenen Polarisator bereits verwendet. Herr F. Strohmayer hat einen solchen Apparat beschrieben² und in

¹ Centralzeitung für Optik und Mechanik. Jahrg. 1895, S. 226.

² Neue Zeitschrift für Rübenzuckerindustrie, Bd. XXXIV, S. 42.

seinem Aufsatze neben sehr treffenden Bemerkungen über den Vorgang bei Helligkeitsvergleichen eine grössere Reihe von Beobachtungen mitgetheilt, welche für die »überlegene Empfindlichkeit des neuen Instrumentes sprechen«, gegenüber den Resultaten, die mit Apparaten anderer Construction erhalten wurden.

Trotz dieses Urtheils von so kompetenter Seite halte ich mich aber doch für verpflichtet, an der Hand eines ausgedehnteren und möglichst sorgfältig ausgeführten Beobachtungsmateriales, meinerseits den Nachweis für die behauptete grössere Genauigkeit zu erbringen, die der dreitheilige Polarisator ermöglicht, schon aus dem Grunde, weil Beobachtungen mit Saccharimetern nicht als massgebend und hinreichend angesehen werden können, um daraus auf die Ergebnisse mit anders eingerichteten und genaueren Polarimetern schliessen zu dürfen.

II.

Zur richtigen Beurtheilung der im Folgenden mitzutheilenden Beobachtungen erscheint es nothwendig, einige Bemerkungen vorausszuschicken, die sich auf das Verfahren bei Herstellung gleicher Helligkeiten der Felder, also kurz gesagt, auf die Methode der Einstellung und auf einige hiebei in Betracht kommende Erscheinungen beziehen.

Voraussetzung für gute Einstellungen ist natürlich vor Allem, dass die Prismen des Apparates auch bei geringer Helligkeit des Gesichtsfeldes, also bei starker Beschattung ein vollkommen gleichförmiges Gesichtsfeld geben, dass die Trennungslinien hinreichend fein seien und dass die Beleuchtung richtig regulirt sei, was alles unschwer zu erreichen ist.

Von Wichtigkeit ist ferner der richtige Grad der Beschattung. Das Maximum der Genauigkeit tritt ein bei einer Helligkeit des Gesichtsfeldes, die bedeutend unter der mittleren Tageshelligkeit liegt; sie nimmt rasch ab, wenn man zu grösseren, weniger rasch, wenn man zu kleineren Helligkeiten übergeht. Nach meinen Erfahrungen dürfte es sich empfehlen, die Helligkeit so zu wählen, dass sie nahezu gleichkommt jener, unter welcher eine weisse Fläche erscheint, die durch eine

Kerzenflamme in einer Entfernung von $1.75-2\text{ m}$ beleuchtet wird. Eher kann man noch unter als über dieser Helligkeit bleiben, besonders wenn eine geringe Farbendifferenz der Felder nicht zu vermeiden ist, da das Auge bekanntlich für sehr geringe Helligkeiten farbenblind wird. Bei zu grosser Helligkeit wirken überdies die Nachbilder verschieden heller Theile, die sich beim Wechsel der Blickrichtung über andere Theile legen und die richtige Beurtheilung der Helligkeitsunterschiede ungemein erschweren, besonders störend.

Bei der angegebenen Helligkeit treten schon sehr deutlich die Wirkungen des Contrastes benachbarter, ungleich heller Felder hervor. An der Trennungslinie erscheint das hellere Feld in unmittelbarer Nähe derselben heller als in grösserer Entfernung von ihr, das dunklere Feld dunkler und an diesem ist die Erscheinung besonders gut bemerkbar und weiter in das Feld hinein zu verfolgen. Das Ganze macht den Eindruck, als würden zwei längs der Trennungslinie unter einem je nach der Helligkeitsdifferenz verschiedenen Winkel zusammenstossende concave Cylinderflächen von der Seite des helleren Feldes her beleuchtet und auch bei sehr geringen Helligkeitsdifferenzen ist diese Contrastwirkung noch recht deutlich zu bemerken. Durch die gleiche Wirkung wird das Feld am Rande, gegen die vollkommen schwarze Fläche des Diaphragmas, bedeutend aufgehellt, so dass durch diese verschiedenen Umstände die Felder, obwohl sie objectiv gleichförmig hell sind, subjectiv verschieden abschattirt erscheinen. Während aber diese Schattirung an der Trennungslinie schrittweise zurückgeht, je mehr man sich der Gleichheit nähert, bleibt die Aufhellung am Rande bestehen und vermindert die Sicherheit der Einstellung umsomehr, als während derselben die Helligkeitsvertheilung in den beiden Feldern sich in verschiedener Weise verändert.

Das Gesagte mag vielleicht nicht jedem Beobachter, während er Einstellungen macht, gleich deutlich zum Bewusstsein kommen, es wird aber trotzdem nicht ohne Einfluss auf das Resultat sein.

Was nun die Methoden der Einstellung anbelangt, so werden diese wohl von einem Beobachter zum anderen und bei

einem und demselben Beobachter je nach den Umständen wechseln, sie dürften auch kaum in allen Fällen hinreichend genau anzugeben sein, es mögen aber doch einige, die besonders üblich zu sein scheinen, hier besprochen werden.

Viele Beobachter schliessen auf den Eintritt der gleichen Helligkeit beider aneinander stossenden Felder aus dem Momente des »Hinüberhuschens« des Schattens über die Trennungslinie. Wenn man die Einstellung etwas rascher ausführt, so hat man in der That den Eindruck, als ob ein Schattenstreifen parallel der Trennungslinie über dieselbe auf das vorher hellere Feld hinübergleiten würde. Die Erscheinung ist rein subjectiv, denn objectiv sind die beiden Felder stets gleichförmig hell und sie ist bedingt durch die oben bemerkte Contrastwirkung, nach welcher das dunklere Feld an der Trennungslinie dunkler abschattirt erscheint, die im Momente der Gleichheit verschwindet. Verstärkt wird der geschilderte Eindruck noch durch eine andere Contrastwirkung, die bei Einstellungen wohl zu beachten ist. Wenn man nämlich die Helligkeit eines Feldes etwas rascher verringert oder vermehrt, so schätzt man seine neue Helligkeit im ersten Falle kleiner, im letzteren Falle grösser als sie wirklich ist. Man kann also bei zu raschem Drehen des Analysators meinen, die Stellung für die Gleichheit schon überschritten zu haben, während sie thatsächlich noch nicht erreicht ist. Man überzeugt sich leicht von dem Gesagten, wenn man nach gemachter Einstellung das Auge auf kurze Zeit schliesst und dann wieder in den Apparat blickt. Soll der soeben bemerkte Fehler möglichst vermieden werden, so bleibt nichts anderes übrig, als sich sehr vorsichtig und langsam der Gleichstellung zu nähern, und zwar umso langsamer, je näher man derselben schon gekommen ist. Dann ist aber auch von einem Hinüberhuschen eines Schattens nichts mehr zu bemerken.

Eine andere, häufig befolgte Einstellungsmethode besteht im folgenden Verfahren. Man dreht den Analysator mittelst der Vorrichtung für die Feinstellung desselben einige Male rascher hin und her, bis man es getroffen hat, dass das eine Mal das eine, das andere Mal das andere Feld um Weniges so dunkler erscheint, dass die Helligkeitsdifferenzen oder Contraste mög-

lichst gleich ausfallen und gibt dann der Einstellvorrichtung schätzungsweise die den beiden Endlagen entsprechende Mittellage. Diese Methode ist natürlich nur bei solchen Instrumenten anwendbar, bei welchen die Feinstellung einen Wechsel der Drehrichtung ohne merklichen todten Gang zulässt, beispielsweise wenn die Einstellschraube auf einen Arm wirkt, der durch eine Gegenfeder gegen die Schraube gedrückt wird. Sie gibt ziemlich gute Resultate, wenn nur die Contraste recht klein gewählt werden und ist in allen Fällen mit Vortheil anwendbar, in denen es sich nicht um Erreichung der äussersten Genauigkeit handelt, da sie weniger Zeit in Anspruch nimmt. Ich habe sie selbst bei kleineren Polarimetern, bei welchen die Theilung nur Ablesungen bis zu $0^{\circ}005$ zulässt, befolgt. An meinem grösseren Polarimeter, mit dem die mitzutheilenden Beobachtungen ausgeführt wurden, kann nach dieser Einstellungsmethode nicht verfahren werden, da bei diesem die Drehung des Analysators mittelst Schneckenrad und Schraube ohne Ende erfolgt und letztere durch einen conischen Zahneingriff und Schlüssel mit Universalgelenk bewegt wird.

Der angegebenen Methode haften insbesondere zwei Unsicherheiten an. Einmal sollen zwei Contraste, die dem Auge successive dargeboten werden, die also in der Erinnerung festzuhalten sind, auf ihre Gleichheit beurtheilt werden. Um die hierin liegende Unsicherheit zu vermeiden, müsste man für die beiden Grenzlagen ein anderes Merkmal wählen, das nicht in der Erinnerung festzuhalten ist und das könnte nur das Merkmal der Gleichheit sein. Man müsste also einmal nach der einen, das andere Mal nach der anderen Seite so lange drehen, bis die Gleichheit eben erreicht erscheint, der Contrast also Null geworden ist. Sodann bringt das Halbiren dieses Winkels durch entsprechendes Drehen der Einstellschraube mit der Hand, dem Gefühle nach, einen weiteren Fehler mit sich und um diesen zu beseitigen, müsste man in den beiden Grenzlagen Ablesungen am Theilkreis machen und aus diesen das Mittel nehmen.

III.

Beide besprochenen Methoden führen nun, wie man sieht, wenn man sie möglichst von den anhaftenden Unsicherheiten

zu befreien sucht, zu einer dritten Einstellungsmethode, die ich bereits in einer früheren Publication angegeben habe¹ und die ich auch bei den folgenden Bestimmungen der Genauigkeitsgrenzen befolgte. Nach dieser Methode dreht man den Analysator erst rascher, dann immer langsamer und schrittweise in demselben Sinne, um die Gleichheit der Felder zu erreichen; glaubt man diese überschritten zu haben, so wird zurückgedreht und die Einstellung von Neuem begonnen. Das Auge wird, wenn man der Gleichheit schon nahe gekommen, nach jedem Schritte nur für kurze Zeit geöffnet; hierdurch vermeidet man den störenden Einfluss der Nachbilder. Ich bemerke noch, dass bei der von mir gewählten und oben beiläufig angegebenen Beschattung, wenn die Kanten der Halbprismen nur einigermaßen gut gearbeitet sind, gegen das Ende der Einstellung eine Trennungslinie nicht mehr wahrgenommen wird, man kann nicht mehr mit einiger Sicherheit die Stelle angeben, an welcher das eine Feld in das andere übergeht, gleichwohl ist aber ein Helligkeitsunterschied der Felder noch bemerkbar. Nur bei weniger guten Prismenkanten und grösserer Helligkeit des Feldes erscheint zuletzt eine mehr oder weniger feine, schattenhafte Linie, die jedoch nicht sehr störend wirkt. Es ist also hieraus in der That ersichtlich, dass bei der Beurtheilung der Helligkeitsgleichheit die Felder in ihrer ganzen Ausdehnung in Betracht gezogen werden, nicht bloss die an der Trennungslinie gelegenen Partien, und dass aus dem Verschwinden dieser Linie allein kein sicheres Urtheil erwartet werden kann. Damit ist auch die Thatsache in Übereinstimmung, dass die Genauigkeit von Helligkeitsvergleichen durch die Grösse der Felder wesentlich beeinflusst wird, zu kleine Felder, trotz tadelloser Trennungslinie, schlechtere Resultate liefern als grössere; das könnte nicht stattfinden, wenn das Verschwinden dieser Grenzlinie das allein massgebende wäre.

Man könnte meinen, dass bei der angegebenen Einstellungsmethode rascher als bei anderen Methoden eine Ermüdung des Auges eintreten werde, was aber durchaus nicht

¹ Über polaristrobometrische Methoden, insbesondere über Halbschatten-Apparate. Diese Sitzungsber., Bd. XCI, 1885, S. 1084.

der Fall ist. Ich habe des Öftern 50—60 Einstellungen ohne Unterbrechung nacheinander ausgeführt, dabei die Ablesungen an den Mikroskopen selbst besorgt, ohne dass die späteren Einstellungen schlechter wurden; eher war das Gegentheil zu bemerken. Namentlich die ersten Einstellungen, bevor sich noch das Auge den Verhältnissen angepasst hat, sind häufig ganz zu verwerfen, wesshalb es gerathen erscheint, vor einer Messungsreihe erst einige provisorische Einstellungen zu machen. Eine Einstellung nach der dargelegten Methode erfordert sammt den Ablesungen an den Mikroskopen und den nöthigen Aufzeichnungen 2—2·5, höchstens 3 Minuten.

Hinsichtlich dieser Methode ist noch folgende Bemerkung von Wichtigkeit. Macht man nach derselben eine Reihe von Einstellungen immer in derselben Richtung oder von derselben Seite her, so also, dass beispielsweise bei einem zweitheiligen Gesichtsfelde immer zuerst das rechte Feld dunkler war, so wird das Mittel aus den Ablesungen natürlich nicht jene Stellung des Analysators angeben, bei welcher die Felder objectiv gleiche Helligkeit haben, sondern eine Stellung, die von der ersteren um einen gewissen Winkel δ_1 nach der einen oder anderen Seite hin abweicht und der abhängt von dem Schwellenwerthe der Unterschiedsempfindlichkeit, denn um eine Helligkeitsdifferenz ΔJ_1 herum, in der Nähe jener, die dem Schwellenwerthe entspricht, werden die Einstellungen schwanken.

Mit verschiedenen Autoren dürfen wir annehmen, dass, wenn $\frac{\Delta J_0}{J}$ der im Verhältniss zur mittleren Helligkeit ausgedrückte Helligkeitsunterschied ist, welcher eben noch nicht wahrgenommen wird, ein solcher, der um 0·5% grösser ist, eben schon erkennbar wird; alsdann wäre $\frac{\Delta J_0}{J} + 0\cdot005$ die eine Grenze für die Einstellungen. Die andere, welche der objectiven Gleichheit näher liegt, ist aber offenbar nicht $\frac{\Delta J_0}{J}$, sondern kleiner anzunehmen, da man ja die Schwelle ΔJ_0 gegen die Gleichheit hin überschreiten kann, ohne eine Änderung zu bemerken, doch wird diese Grenze wohl näher an der Schwelle

liegen, als die frühere, etwa nur im halben Abstände, so dass wir als Helligkeitsdifferenz für die zweite Grenze zu nehmen hätten $\frac{\Delta J_0}{J} - 0.0025$; dann wäre

$$\frac{\Delta J_1}{J} = \frac{\Delta J_0}{J} + 0.0013$$

und der halbe Abstand der Grenzen, d. i. $\frac{3}{4}\%$ gleich dem mittleren Fehler F_m einer Einstellung oder, was dasselbe ist, $\frac{1}{2}\%$ gleich dem wahrscheinlichen Fehler F_w einer Einstellung. Letztere Zahl stimmt ganz gut mit sonstigen Angaben und auch mit den folgenden Versuchsergebnissen für ein zweitheiliges Feld (siehe Tabelle, F_w , Art. VI).

$2\frac{\Delta J_1}{J}$ ist der Abstand der beiden nach entgegengesetzten Richtungen gemachten Einstellungen, das Interstitium, welches nach Obigem etwas grösser ist, als das Gebiet $2\frac{\Delta J_0}{J}$, innerhalb welchen Helligkeitsunterschiede nicht mehr wahrgenommen werden. In Procenten der mittleren Helligkeit ausgedrückt, wäre demnach beiläufig anzunehmen

$$2\frac{\Delta J_1}{J} = 2\frac{\Delta J_0}{J} + 0.25\%, F_m = 0.75\%, F_w = 0.5\%.$$

Als Schwellenwerth für die Unterschiedsempfindlichkeit pflegt man gewöhnlich 1% anzunehmen. Dieser Werth jedoch, sowie die Fehlerwerthe unterliegen bedeutenden Schwankungen, sie sind nicht nur abhängig von der mittleren Helligkeit, sondern wechseln von einem Beobachter zum anderen und für denselben Beobachter je nach Umständen, so dass man für zwei zeitlich weiter auseinanderliegende Beobachtungsreihen unter sonst gleichen instrumentellen Bedingungen, keine ganz übereinstimmenden Werthe erwarten darf. Immerhin werden sie aber für einige aufeinanderfolgende Serien nicht wesentlich differiren.

Man pflegt gewöhnlich anzunehmen, dass mit einer Änderung des Schwellenwerthes auch eine Änderung der Genauigkeit der Einstellungen Hand in Hand gehe. Die Beobachtungen

lassen jedoch einen solchen Zusammenhang nicht erkennen. Während das Interstitium grossen Schwankungen unterworfen ist, können doch die Fehlerwerthe im Mittel unter sonst gleichen Umständen nahezu dieselben bleiben (Art. VII).

Den obigen Helligkeitsunterschieden entsprechen gewisse Drehungswinkel des Analysators, die durch eine einfache Formel gefunden werden.

Ist ε der Winkel, welchen die Hauptschnitte der beiden Theile eines zweitheiligen Feldes, oder bei einem dreitheiligen Felde der Winkel, den die immer nahezu parallelen Hauptschnitte der Seitenfelder mit dem Hauptschnitte des Mittelfeldes miteinander bilden, ein Winkel, der zweckmässig als Halbschattenwinkel¹ bezeichnet wird; ist ferner δ der Winkel, um welchen man den Analysator drehen muss, um die Helligkeitsdifferenz ΔJ zu erzeugen oder, wenn eine solche kleine Differenz schon vorhanden war, diese um ΔJ zu vergrössern, so hat man sehr nahe² (bei Vernachlässigung der Lichtverluste durch die Halbprismen)

$$\delta = \frac{\Delta J}{J} \cdot \frac{\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}}{4}.$$

Nehmen wir an, um ein Beispiel zu haben, es sei der Halbschattenwinkel 6° und es seien die zu ΔJ_0 und ΔJ_1 gehörigen Winkel mit δ_0 und δ_1 bezeichnet, so erhält man für das Interstitium und die Fehlerwerthe in Bogensekunden ausgedrückt, aus den früheren Zahlenwerthen und für $\frac{\Delta J_0}{J} = 1\%$:

$$\delta_0 = 27'', \quad 2\delta_1 = 2\delta_0 + 6''8 = 60''8, \quad F''_m = 20''3, \quad F''_w = 13''5.$$

Das Interstitium würde also $1'$ betragen. Für $\varepsilon = 1^\circ$ sinken diese Werthe auf ihren sechsten Theil herab.

Hat man die Gleichheitsstellung des Analysators zu bestimmen so muss man natürlich Einstellungen von beiden

¹ Gumlich, Optisches Drehungsvermögen des Quarzes. Wissenschaftl. Abhandlung der physikalisch-techn. Reichsanstalt, Bd. II, S. 240.

² Diese Sitzungsber., Bd. XCI, 1885, S. 1092.

Seiten her in gleicher Anzahl machen und aus allen das Mittel nehmen, entweder so, dass man erst eine Serie von der einen Seite her und dann eine Serie von der entgegengesetzten Seite ausführt, oder auch so, dass man von der einen zur nächsten Einstellung immer die Richtung der Einstellung wechselt. Das letztere Verfahren ergibt, wie die Versuche zeigen, ein bedeutend kleineres Interstitium.

Was die Genauigkeit der solcherart gefundenen Gleichheitsstellung anbelangt, so darf auf dieselbe nicht aus den Abweichungen der einzelnen Einstellungen vom Gesamtmittel geschlossen werden. Sie ist vielmehr gleich der Genauigkeit für die nach einer und derselben Richtung gemachten Einstellungen, die sowohl beim zweitheiligen, wie beim dreitheiligen Felde für beide Einstellungsrichtungen als gleich angenommen werden darf.

Bei Bestimmungen des Drehungsvermögens hat man die Differenz zweier Gleichheitsstellungen zu bilden, derjenigen bei eingeschalteter Substanz und der sogenannten Nullpunkts-Einstellung. Ist für beide Einstellungen der Werth von δ_1 derselbe, so kann man von der Ermittlung der Gleichheitsstellung absehen, sobald man nur beide Male die Einstellungen von derselben Seite her ausführt, doch wird dieses Verfahren mit einiger Vorsicht anzuwenden sein. In den meisten Fällen werden die Einstellungen bei eingeschalteter Substanz schon wegen der Wirkung der Rotationsdispersion bei nicht vollkommen homogener Lichtquelle und aus anderen Gründen, nicht unter ganz gleichen Umständen wie die Nullpunkts-einstellungen erfolgen und man wird daher auch einen verschiedenen Werth von δ_1 in beiden Fällen erwarten müssen.

IV.

Die Gründe, welche für die grössere Genauigkeit der Einstellungen bei dreitheiligem Gesichtsfelde gegenüber jenen bei zweitheiligem sprechen und welche mich veranlasst haben, das erstere anzuwenden, mögen im Folgenden angeführt werden.

Wir setzen zuerst voraus, dass die beiden Hauptschnitte der beiden Seitenprismen genau parallel zu einander gestellt sind und dass der Hauptschnitt des mittleren Nicols gegen

erstere, entsprechend der gewählten Beschattung, gedreht wurde. Es wird dann bei jeder Lage des Analysators die Helligkeitsvertheilung auch mit Rücksicht auf die oben besprochene Contrastwirkung benachbarter Felder eine vollkommen symmetrische bleiben, was offenbar die Sicherheit der Einstellung erhöhen muss. Zudem bedingt noch die grössere Aufhellung oder Verdunkelung des Mittelfeldes durch den Contrast gegen zwei anstossende Felder einen rascheren Abfall der Helligkeitsdifferenz beim Drehen des Analysators, als bei zweitheiligem Felde, was ebenfalls günstig wirken muss.

Ein anderer, wohl noch wichtigerer Umstand liegt darin, dass bei dreitheiligem Gesichtsfelde die richtige Augenstellung controlirt werden kann. Um dieses einzusehen, sei daran erinnert, dass bei richtiger Anordnung des Apparates das Bild der Lichtquelle durch eine vor dem Polarisator angebrachte Beleuchtungslinse auf das vordere Diaphragma des Analysators geworfen wird. Das astronomische Beobachtungsfernrohr (Objectiv und Ocular zusammen) erzeugt von diesem Diaphragma ein Bild, das genau mit der Pupillenebene des beobachtenden Auges zusammenfallen soll; dieses Bild muss daher ein reelles sein und noch etwas ausserhalb des Oculardeckels liegen. Nur bei dieser Lage des Auges werden partielle Abblendungen des Diaphragmenbildes durch den Pupillenrand bei seitlichen Schwankungen des Auges bewirken, dass alle Theile des Gesichtsfeldes gleichmässig verdunkelt werden. Liegt jedoch die Pupillenebene vor oder hinter der Bildebene des Diaphragmas, so werden durch Schwankungen nach rechts und links die rechten oder linken Theile des Gesichtsfeldes, oder umgekehrt, verdunkelt und es kann geschehen, dass dadurch vorhandene geringe Helligkeitsdifferenzen geradezu umgekehrt werden. Es ist aber kaum möglich, das Auge immer genau in die richtige Stellung zu bringen und so kleine seitliche Bewegungen desselben auszuschliessen, die schon eine partielle Abblendung der austretenden Lichtbündel bewirken können. Bei der geringen Fernrohrvergrösserung ist der Durchmesser des Diaphragmenbildes keineswegs klein gegen den der Pupillenöffnung, es beträgt beispielsweise an dem von mir verwendeten Instrumente 3 mm, so dass der Spielraum für seitliche Be-

wegungen kaum mehr als 2 *mm* erreicht. Da nun beim dreitheiligen Felde die Seitenfelder gleiche Helligkeit haben müssen, sobald die Pupille nur in die richtige centrale Stellung gegen das austretende Strahlenbündel gebracht ist, so hat man jetzt in der That ein Mittel, diese durch Vergleichung der Seitenfelder immer wieder zu erzielen, was bei zweitheiligem Gesichtsfelde unmöglich ist und bei Beobachtungen an diesem auch sehr deutlich hervortritt.

Das dreitheilige Gesichtsfeld gestattet endlich bei der von mir gewählten Einrichtung, die Genauigkeit der Einstellungen noch weiter zu erhöhen, indem man die Hauptschnitte der Seitenfelder nicht genau parallel zu einander stellt.

Um dieses einzusehen, nehmen wir zuerst an, die Hauptschnitte der Seitenfelder seien parallel zu einander und es sei u das Intervall, innerhalb welchem die Helligkeitsänderungen des Mittelfeldes gegenüber dem einen und dem anderen Seitenfelde bei den Einstellungen schwanken können.

Nun wollen wir den Hauptschnitt des einen Seitenprismas aus seiner Parallelstellung um einen kleinen Winkel gedreht denken, und zwar soll dieser Winkel so klein gewählt werden, dass die Helligkeitsdifferenz zwischen den Seitenfeldern 1 und 2 noch nicht bemerkbar wird, wenn der Analysator so gestellt ist, dass alle drei Felder nahezu gleiche objective Helligkeiten haben. Es sei 2 das hellere Feld und indem wir mit (1), (2), (3) die Helligkeiten der drei Felder relativ zur mittleren Helligkeit des Feldes bezeichnen,

$$(2) - (1) = v.$$

Wenn wir jetzt eine Einstellung von einer Seite her, z. B. so machen, dass das Mittelfeld 3 ursprünglich heller war als die Seitenfelder und es ist dann

$$(3) - (2) = u',$$

so ist gleichzeitig

$$(3) - (1) = u' + v.$$

Es sei ferner u_1 die grösste, u_2 die kleinste Helligkeitsdifferenz, die bei den Einstellungen eines zweitheiligen Feldes

vorkommen, so dass also

$$u_1 - u_2 = u$$

ist, so müssen die obigen Differenzen zwischen diesen Grenzen liegen, d. h. es muss gleichzeitig sein

$$u_1 \geq u' \geq u_2, \quad u_1 \geq u' + v \geq u_2,$$

was nur möglich ist, wenn

$$u_1 - v \geq u' \geq u_2.$$

Das Intervall, in welchem jetzt u' liegen muss, ist also $u - v$, kleiner als im früheren Falle geworden, das Verhältniss dieses zum früheren wird

$$1 - \frac{v}{u}$$

und im gleichen Verhältniss werden die Einstellungsfehler vermindert sein, so dass also die Genauigkeit in der That eine grössere geworden ist.

Um das Maximum der Genauigkeit zu erhalten, haben wir v den grösstmöglichen Werth zu geben. Als solcher wäre der Schwellenwerth zu nehmen, der beim dreitheiligen Felde etwas kleiner als 1% sein dürfte. Setzen wir daher $v = \frac{3}{4}\%$ und für das Intervall u das Doppelte des mittleren Fehlers, somit $u = \frac{3}{2}\%$, so wird obige Verhältnisszahl gleich $\frac{1}{2}$. Unter den gemachten Annahmen gibt demnach das dreitheilige Feld im Maximum die doppelte Genauigkeit des zweitheiligen, was mit den Beobachtungen übereinstimmt.

Der dem v entsprechende Winkel ist nach der im Art. III für δ gegebenen Formel zu berechnen; er beträgt für das Maximum der Genauigkeit, und wenn wir $v = 1\%$ annehmen, für Halbschattenwinkel von $6-7^\circ$ nicht mehr als nahe $30''$; dieser Winkel soll im Folgenden mit ζ bezeichnet werden.

Es mag noch bemerkt werden, dass das Interstitium bei nicht parallelen Seitenprismen um den Winkel ζ kleiner ist.

Würden wir v so gross annehmen, dass die Helligkeitsdifferenz der Seitenfelder merkbar wird, so wären die Einstellungen nach gleichem, aber entgegengesetztem Contrast der

Seitenfelder gegen das Mittelfeld zu machen, eine Methode, der jedoch eine sehr geringe Genauigkeit zukommt.

V.

Um die Vortheile, welche die Dreitheilung gewähren kann, wirklich zu erreichen, müssen vor Allem die Seitenprismen mit Vorsicht ausgewählt und genau justirt werden. Die Visirkanten müssen nicht nur gut, sie müssen auch von möglichst gleicher Beschaffenheit sein. Tritt die eine gegen die andere nur etwas mehr hervor, so verringert das schon die Genauigkeit der Einstellung, indem die Aufmerksamkeit mehr auf das eine Feld gelenkt wird und dadurch die der Dreitheilung zu Grunde liegende Voraussetzung des gleichen Einflusses beider Seitenfelder theilweise nicht mehr zutrifft. Obgleich die Seitenprismen kleiner als bei zweitheiligem Felde sein können, so ist es doch nicht rathsam, auf das kleinste nothwendige Mass herunter zu gehen, denn bei kurzen Prismen ist es äusserst schwierig, dieselben so genau zu arbeiten, dass eine tadellose und feine Trennungslinie zu Stande kommen könne.

Von Wichtigkeit ist es ferner, dass die beiden Seitenprismen gleich gute und gleichmässige Auslöschung geben. In dieser Beziehung zeigen die Prismen oft sehr bedeutende Unterschiede; man prüft sie am besten, wenn sie in den Polarisator eingesetzt sind, indem man die Hauptschnitte aller drei Felder möglichst genau parallel macht und bei sehr intensiver Lichtquelle den Analysator auf Auslöschung stellt. Belässt man das Mittelfeld nur wenig heller, so erscheinen die Seitenfelder oft tief und gleichförmig schwarz, während doch Fehler und Ungleichheiten vorhanden sein können, die man erst wahrnimmt, wenn auch das Mittelfeld auf grösste Dunkelheit gebracht wird.

Für das grosse Nicol am Polarisator und für den Analysator verwendet man am besten verkittete Prismen nach der von mir angegebenen Construction.¹ An Stelle des ersteren kann auch ein Glan'sches Luftnicol angewendet werden, allein nicht ganz ohne Bedenken wegen der vielfachen Bilder, welche diese

¹ Diese Sitzungsber., Bd. XCI, Abth. II, 1885, S. 1079.

Nicols geben und sie zu Analysatoren ganz ungeeignet erscheinen lassen.

Der Polarisator ist so construiert, dass alle nöthigen Bewegungen der Prismen vorgenommen werden können, nachdem derselbe bereits in den Apparat eingesetzt und mit dem das Gesichtsfeld begrenzenden Diaphragma versehen ist. Zu diesem Zwecke wurden die beiden Seitenprismen auf zwei durch Schrauben verschiebbare Schlitten montirt, die gestatten, die Breite des Mittelfeldes beliebig zu variiren, oder auch das eine Prisma ganz aus dem Gesichtsfelde herauszuschieben und so ein zweitheiliges Feld herzustellen; die Gleitebenen der Schlitten stehen senkrecht zur Visirrichtung des Apparates. Jede trägt einen mittelst unendlicher Schraube um eine zur Visirrichtung parallele Axe drehbaren Kreissector, auf dem die Prismenfassung befestigt ist. Diese kann durch eine Druckschraube und Gegenfeder um eine zur Visirrichtung senkrechte Axe gedreht und damit dem Seitenprisma jene Neigung der polirten Längsflächen gegeben werden, die zur Erzielung einer scharfen Trennungslinie durch die Visirkante nothwendig ist.

Durch Drehung der Kreissectoren können die Hauptschnitte der beiden Seitenprismen innerhalb gewisser Grenzen beliebige Winkel gegeneinander erhalten. Wenigstens einer der beiden Sectors sollte eine weitgehende Feinbewegung gestatten, damit die Parallelstellung der Hauptschnitte oder ihre Neigung um kleine Winkel mit der erwünschten Sicherheit erfolgen könne. Mein Apparat war in dieser Beziehung etwas mangelhaft.

Zur Vergleichung mit Beobachtungen an anderen Polariometern will ich bezüglich des von mir benützten noch die folgenden Angaben machen.

Die einander zugekehrten Diaphragmen am Polarisator und Analysator hatten eine Öffnung von 10 *mm* und waren 56 *cm* von einander entfernt. Das Beobachtungs-Fernrohr, von C. A. Steinheil bezogen, war mit dreifachem Objectiv von 27 *mm* Öffnung und 13·5 *cm* Brennweite und mit reflexfreien aplanatischen Mikrometer-Ocularen (*AH* der Preisliste) versehen. Da die vordere Blende des Analysators, auf welche das Bild der Lichtquelle entworfen wird, einen Abstand von 14 *cm* vom Objectiv hatte, waren die Oculardeckel gegen die Ocular-

linsen verschiebbar eingerichtet, damit das Auge in die richtige Lage gegen das Bild der Analysatorblende gebracht werden konnte. Die Vergrößerung war eine nahezu dreifache, so dass das Gesichtsfeld in der deutlichen Sehweite nahe 30 *mm* Durchmesser und das Bild der Analysatorblende, wie schon oben bemerkt, an 3 *mm* Durchmesser hatte.

Wenn man mit dreitheiligem Felde arbeiten will, so darf man die Breite des Mittelfeldes weder zu gross noch zu klein nehmen. Es schien mir am besten, sie so zu wählen, dass die drei Felder nahezu gleichen Flächeninhalt haben. Bei sehr grossem Gesichtsfelde wird eine noch geringere Breite vortheilhaft sein, damit es möglich ist, die beiden Trennungslinien gleichzeitig zu überblicken.

Der Theilkreis ist direct in Sechstel-Grade getheilt, eine Umdrehung der Mikrometerschrauben an den Ablesemikroskopen entspricht einer Minute, die Trommeltheilung gibt die einzelnen Secunden und die Einstellungen mittelst der Schrauben sind bis auf 0·5 des Trommelintervalles vollkommen sicher. Nachdem nun bei den folgenden Beobachtungsreihen die grösste Differenz zwischen zwei Einstellungen einer und derselben Serie höchstens, und zwar nur bei grossem Halbschattenwinkel einmal, 1' 15" betrug, die Einstellung also immer auf denselben Strich des Theilkreises erfolgt und nur etwas mehr als eine Umdrehung der Mikrometerschraube in Betracht kommt, so sind die Genauigkeitsbestimmungen von etwaigen Theilungs- und Schraubenfehlern ganz unabhängig und ich durfte die Einstellungen bis auf einzelne Bogensekunden und Bruchtheile derselben angeben, ohne befürchten zu müssen, dass diese Genauigkeit der Angaben keinen Sinn hätte.

Die Unveränderlichkeit der beiden Theile des Apparates gegeneinander, welche den Polarisator und Analysator enthalten, ist bei der Aufstellung, die ich dem Instrumente gegeben habe, eine ziemlich vollkommene, die Einstellungen zeigen selbst bei länger andauernden Beobachtungsreihen keinen hervortretenden Gang. Nur in einigen Fällen war bei rascher Änderung der Temperatur des Beobachtungsraumes eine continuirliche Verschiebung des Nullpunktes in geringem Grade bemerkbar und plötzliche Änderungen derselben durch Erschütterungen.

VI.

Da es sich um die Ermittlung und Vergleichung der äussersten noch erreichbaren Genauigkeitsgrenzen handelt, durften die Beobachtungen ohne Einschaltung einer activen Substanz gemacht werden. Die sämtlichen Zahlen der folgenden Tabellen sind also sogenannte Nullpunktseinstellungen. Sie beziehen sich ferner auf verschiedene Stellen des Theilkreises, indem der Analysator häufig gegen diesen verdreht wurde und auch der Polarisator des Öfteren herausgenommen und wieder eingesetzt werden musste. Die Grade und Zehner der Minuten, als absolut sicher, sind in den Tabellen fortgelassen und auch die Minuten dort, wo die Ablesungen bis auf diese unverändert blieben.

Als Lichtquelle habe ich eine Auer'sche Gas-Glühlampe verwendet, deren Intensität durch Strahlenfilter nach Bedarf herabgesetzt werden konnte. Hierdurch wurden merkliche Änderungen in der Lage und Helligkeit der Lichtquelle während einer längeren Beobachtungsreihe ausgeschlossen.

Um sichere Zahlenwerthe zu erhalten für die unter gegebenen Versuchsbedingungen sich ergebenden Fehler genügt es nicht, diese aus einer Beobachtungsreihe abzuleiten, weil die veränderliche Empfindlichkeit des Auges, wie schon bemerkt, ziemlich bedeutende Schwankungen in den Werthen der mittleren Fehler verursacht. Ich habe desshalb in jedem einzelnen Falle 4 bis 8 Serien von je 10 Einstellungen ausgeführt, die jedoch nicht sämtlich mitgetheilt werden sollen. Bei der Auswahl habe ich immer die Serien, welche den kleinsten und grössten mittleren Fehler ergaben, mit aufgenommen.

Bei drei verschiedenen Helligkeiten der Lichtquelle und dementsprechenden Halbschattenwinkeln ϵ sollten die Einstellungsfehler ermittelt werden: 1. wenn das Gesichtsfeld ein zweitheiliges ist; 2. wenn es dreitheilig ist und die Hauptschnitte der Seitenfelder parallel zu einander stehen; 3. wenn das Gesichtsfeld dreitheilig ist und die Hauptschnitte der Seitenfelder den oben mit ζ bezeichneten Winkel miteinander einschliessen, für welchen die Genauigkeit ein Maximum werden soll.

Was die letztgenannten Stellungen der Hauptschnitte anbelangt, so können dieselben nur durch Helligkeitsvergleichen erhalten werden. Um die Parallelstellung zu erreichen, habe ich bei intensiver Lichtquelle und sehr kleinem Halbschattenwinkel die beiden Seitenfelder durch Drehung des einen Seitennicols gleich hell gemacht. Ist dabei die parallele Lage erreicht, so müssen die Seitenfelder auch bei der Drehung des Analysators gleich hell bleiben. Die mangelhafte Feinbewegung des Seitenprismas und die Unsicherheit in der Helligkeitsvergleichen liessen eine sehr hohe Genauigkeit nicht erreichen, so dass noch Abweichungen von der Parallelstellung bis zu $\pm 5''$ vorhanden sein können.

Um die Einstellung der Seitenprismen auf den Winkel ζ zu erhalten, habe ich folgendes Verfahren angewendet. Nachdem das grosse Prisma um den erforderlichen Halbschattenwinkel gedreht war, wurde das eine Seitennicol, z. B. 1, aus der Parallelstellung zu 2 gebracht und dann durch einen vorgesetzten halbmondförmigen Schirm abgeblendet. Nun wurde durch eine Beobachtungsreihe die Lage des Analysators bestimmt, bei welcher Mittelfeld und Seitenfeld 2 gleiche objective Helligkeit haben und der Theilkreis auf den berechneten Winkel eingestellt. Nachdem die Blende vor 1 wieder entfernt war, wurde dieses Nicol so vorsichtig und so langsam als möglich gedreht, bis die Helligkeit des Seitenfeldes eben subjectiv gleich der von 3 und 1 erschien. Auch hier war durch die mangelhafte Feinbewegung des Seitenprismas die Sicherheit der Einstellung sehr beeinträchtigt.

Die Tabellen geben unter α die Ablesungen am Theilkreise, unter Δ die Abweichungen vom Mittelwerthe; die Zeilen bei m , F_m und F_w enthalten diese Mittelwerthe und die mittleren und wahrscheinlichen Fehler einer Einstellung. Aus F_m und F_w erhält man den mittleren und wahrscheinlichen Fehler des Resultats durch Multiplication mit $\frac{1}{\sqrt{10}} = 0.3162$. Die Einstellungen sind in der Reihenfolge, in der sie gemacht wurden, eingetragen und nummerirt.

A. Als hellste Lichtquelle benützte ich die Auer-Lampe ohne Strahlenfilter. Bei dieser Helligkeit und dem Halbschatten-

winkel von $1^{\circ} 10'$ würde ζ nicht mehr als $4-5''$ betragen, was noch ganz in die Unsicherheit der Parallelstellung der Seitenfelder fällt. Ich musste also in diesem Falle von einer Prüfung des Einflusses von ζ absehen. Dafür wurde für jede Versuchsreihe die Parallelstellung neu vorgenommen, so dass für diese ζ verschiedene, nicht näher angebbare Werthe haben wird.

Tabelle A.

Gesichtsfeld dreitheilig. $\varepsilon = 1^{\circ} 10'$, $\zeta = \pm 5''$.

	S. 1		S. 2		S. 3		S. 4		S. 5	
	α	Δ	α	Δ	α	Δ	α	Δ	α	Δ
1	27"	+1.6	51"	-0.2	13"	-1.4	21"	-0.2	12"	-2.1
2	30	-1.4	49	+1.8	13	-1.4	19	+1.8	13	-3.1
3	30	-1.4	50	+0.8	11	+0.6	20	+0.8	9.5	+0.4
4	28	+0.6	52	-1.2	10	+1.6	22	-1.2	9	+0.9
5	27	+1.6	53	-2.2	10	+1.6	23	-2.2	8.5	+1.4
6	28	+0.6	50	+0.8	12	-0.4	20	+0.8	9	+0.9
7	31	-2.4	51	-0.2	10	+1.6	21	-0.2	10	-0.1
8	29	-0.4	50	+0.8	12	-0.4	20	+0.8	8	+1.9
9	29	-0.4	50	+0.8	14	-2.4	20	+0.8	9	+0.9
10	27	+1.6	52	-1.2	11	+0.6	22	-1.2	11	-1.1
<i>m</i>	28.6		50.8		11.6		20.8		9.9	
$F_m \dots$	$\pm 1''43$		$\pm 1''14$		$\pm 1''43$		$\pm 1''23$		$\pm 1''61$	
$F_w \dots$	± 0.95		± 0.76		± 0.95		± 0.82		± 1.07	

Als Mittelwerthe der Fehler ergibt sich aus den hier mitgetheilten Werthen und zwei weiteren Serien

$$F_m = \pm 1''39; \quad F_w = \pm 0''93.$$

Für denselben Halbschattenwinkel und einer nahezu gleich hellen Lichtquelle habe ich nach früheren Mittheilungen¹ bei

¹ Über polaristrobometrische Methoden etc. Diese Sitzungsberichte, 1885, Bd. XCI, S. 29 und 30, Nr. 8 und 9.

zweitheiligem Gesichtsfelde im Mittel $F_m = 3'4$, d. i. mehr als das Doppelte des obigen Fehlers, erhalten.

B. Vor die Auer-Lampe wurde ein Strahlenfilter, bestehend aus Kaliumbichromat- und Nickelsulfat-Lösung gestellt. Auch bei dieser Helligkeit musste ich von einer eigentlichen Prüfung des Einflusses, den die Neigung der Hauptschnitte der Seitenfelder um den Winkel ζ , der jetzt etwa $12''$ hätte betragen müssen, absehen und ich gebe daher nur die Grenzen an, zwischen denen ζ bei den einzelnen Serien beiläufig gelegen sein konnte.

Tabelle B_1 .

Gesichtsfeld zweitheilig. $\varepsilon = 2^\circ 40'$.

	S. 6		S. 7		S. 8		S. 9		S. 10	
	α	Δ	α	Δ	α	Δ	α	Δ	α	Δ
1	18"	+ 4.5	45"	— 2.2	50"	—10.5	44"	+ 9	7"	+ 9.5
2	31	— 8.5	54	—11.2	38	+ 1.5	52	+ 1	16	+ 0.5
3	7	+15.5	45	— 2.2	36	+ 3.5	45	+ 8	14	+ 2.5
4	15	+ 7.5	33	+ 9.8	26	+13.5	52	+ 1	7	+ 9.5
5	25	— 2.5	37	+ 5.8	50	—10.5	64	—11	24	— 7.5
6	21	+ 1.5	46	— 3.2	55	—15.5	50	+ 3	20	— 3.5
7	29	— 6.5	41	+ 1.8	28	+11.5	59	— 6	29	—12.5
8	20	+ 2.5	44	— 1.2	27	+12.5	60	— 7	14	+ 2.5
9	32	— 9.5	34	+ 8.8	42	— 2.5	48	+ 5	28	—11.5
10	27	— 4.5	49	— 6.2	43	— 3.5	56	— 3	6	+10.5
m	22.5		42.8		39.5		53		16.5	
$F_m \dots$	$\pm 7'86$		$\pm 6'63$		$\pm 10'35$		$\pm 6'64$		$\pm 8'66$	
$F_w \dots$	$\pm 5'24$		$\pm 4'42$		$\pm 6'93$		$\pm 4'43$		$\pm 5'77$	

Hieraus ergeben sich für die Fehler die Mittelwerthe:

$$F_m = \pm 8'03, \quad F_w = \pm 5'36.$$

Tabelle B_2 .Gesichtsfeld dreitheilig. $\varepsilon = 2^\circ 40'$; $\zeta = \pm 12''$.

	S. 11		S. 12		S. 13		S. 14		S. 15	
	α	Δ	α	Δ	α	Δ	α	Δ	α	Δ
1	18"	+ 2·2	30"	— 5·3	22"	— 4·4	38"	+ 3·7	42"	— 4·7
2	14	+ 6·2	32	— 7·3	11	+ 6·6	38	+ 3·7	31	+ 6·3
3	21	— 0·8	25	— 0·3	12	+ 5·6	44	— 2·3	37	+ 0·3
4	30	— 9·8	34	— 9·3	17	+ 0·6	51	— 9·3	38	— 0·7
5	20	+ 0·2	21	+ 3·7	20	— 2·4	41	+ 0·7	34	+ 3·3
6	22	— 1·8	16	+ 8·7	17	+ 0·6	43	— 1·3	36	+ 1·3
7	20	+ 0·2	20	+ 4·7	18	— 0·4	47	— 5·3	42	— 4·7
8	21	— 0·8	22	+ 2·7	20	— 2·4	36	+ 5·7	38	— 0·7
9	17	+ 3·2	23	+ 1·7	23	— 5·4	37	+ 4·7	39	— 1·7
10	19	+ 1·2	24	+ 0·7	16	+ 1·6	42	— 0·3	36	+ 1·3
$m \dots$	20·2		24·7		17·6		41·7		37·3	
$F_m \dots$	$\pm 4^s 16$		$\pm 5^s 68$		$\pm 3^s 92$		$\pm 4^s 76$		$\pm 3^s 37$	
$F_w \dots$	$\pm 2·77$		$\pm 3·79$		$\pm 2·61$		$\pm 3·17$		$\pm 2·25$	

Mit Hinzunahme von drei weiteren Serien ergeben sich die Mittelwerthe:

$$F_m = 4^s 44, \quad F_w = 2^s 96,$$

nahezu halb so gross als die obigen für ein zweitheiliges Feld.

Um zu zeigen, dass diese hohe Genauigkeit nicht auf ein besonders gut veranlagtes Auge oder auf grosse Übung zurückzuführen sei, theile ich noch einige Beobachtungsreihen mit, die Herr phil. cand. J. Grünwald, der vorher noch nie mit einem Polarimeter gearbeitet hatte, nach wenigen Vorversuchen erzielte.

Beobachter J. Grünwald.

Gesichtsfeld dreitheilig. $\epsilon = 2^{\circ} 40'$; $\zeta = \pm 12''$.

		Δ		Δ		Δ		Δ
1	22°	— 3·5	42°	— 6	30°	— 2·4	19'	— 3·7
2	18	+ 0·5	31	+ 5	29	— 1·4	12	+ 3·3
3	24	— 5·5	32	+ 4	29	— 1·4	10	+ 5·3
4	22	— 3·5	33	+ 3	24	+ 3·6	9	+ 6·3
5	13	+ 5·5	44	— 8	35	— 7·4	10	+ 5·3
6	23	— 4·5	40	— 4	25	+ 2·6	26	— 10·7
7	14	+ 4·5	30	+ 6	22	+ 5·6	17	— 1·7
8	12	+ 6·5	36	0	27	+ 0·6	19	— 3·7
<i>m</i>	18·5		36		27·6		15·3	
<i>F_m</i>		$\pm 4^{\circ} 90$		$\pm 5^{\circ} 37$		$+ 4^{\circ} 07$		$\pm 5^{\circ} 99$
<i>F_w</i>		$\pm 3^{\circ} 27$		$\pm 3^{\circ} 58$		$\pm 2^{\circ} 71$		$\pm 3^{\circ} 99$

C. Von besonderem Werthe ist die Erhöhung der Genauigkeit durch das dreitheilige Gesichtsfeld für kleinere Helligkeiten der Lichtquelle, auf die man schon wegen der nöthigen Homogenität des Lichtes bei Messungen grösserer Drehungswinkel angewiesen ist. Ich habe daher auch diesem Falle eine weit grössere Zahl von Beobachtungsreihen widmen zu müssen geglaubt, als den vorhergegangenen.

Zu dem unter *B* angegebenen Strahlenfilter wurde noch eine grüne Glasplatte gefügt und dadurch die Helligkeit der Lichtquelle nahezu auf die einer gewöhnlichen Natriumlampe gebracht, deren Licht durch eine Kaliumbichromat-Lösung gereinigt ist. Bei dem jetzt nothwendigen Halbschattenwinkel von $5-6^{\circ}$ wird ζ nahezu $30''$ betragen, also gross genug sein, um im gegenwärtigen Falle den Einfluss von ζ auf die Genauigkeit der Einstellungen mit Sicherheit constatiren zu können. Die folgenden Tabellen C_1 , C_2 , C_3 lassen dies unzweifelhaft erkennen und beweisen auch die Überlegenheit des dreitheiligen Feldes über das zweitheilige für kleinere Helligkeiten.

Tabelle C₁.
Gesichtsfeld zweitheilig. $\varepsilon = 5^{\circ}50'$

	S. 16		S. 17		S. 18		S. 19		S. 20		S. 21	
		Δ		Δ	α	Δ		Δ		Δ		Δ
1	1' 30"	+ 2	2'	+10	1' 17"	+36	1' 41"	+11	4' 48"	+17	2' 28"	— 6
	1 46	—14	2 55	13	2 23	—30	2 4	—12	4 33	+32	2 15	+
3	1 29	+ 3	2 23	+19	1 59	6	1 57	— 5	5 8	— 3	2 5	+17
4	2 6	— 34	3	—20	1 45	+ 8	2 5	—13	5 9	— 4	2 36	—14
5	1 46	—14	2 56	—14	2 13	—20	1 33	+19	5 17	—12	1 55	+27
6	0 58	+34	2 23	+19	1 21	+32	1 59	— 7	5 48	—43	2 49	—27
7	1 45	—13	2 34	+ 8	2 4	—11	2 2	—10	4 35	+30	2 31	— 9
8	1 30	+ 2	2 46	— 4	2 12	—19	1 35	+17	5 5	0	2 29	— 7
9	1 4	+28	2 31	+11	1 44	+ 9	1 40	+12	4 44	+21	2 12	+10
10	1 30	+ 2	3 3	—21	1 52	+ 1	2	—10	5 43	—38	2 23	— 1
<i>m</i>	1 32		2 42		1 53		1 52		5 5		2 22	
<i>F_m</i>	$\pm 20^{\circ}2$		$\pm 16^{\circ}8$		$\pm 21^{\circ}8$		$\pm 12^{\circ}9$		$\pm 26^{\circ}1$		$\pm 15^{\circ}8$	
<i>F_w</i>	$\pm 13^{\circ}5$		$\pm 11^{\circ}2$		$\pm 14^{\circ}6$		$\pm 8^{\circ}6$		$\pm 17^{\circ}4$		$\pm 10^{\circ}6$	

Mittelwerthe: $F_m = \pm 18^{\circ}9$, $F_w = \pm 12^{\circ}6$.

Tabelle C_2 .
Gesichtsfeld dreitheilig. $\varepsilon = 5^\circ 50'$; $\zeta = \pm 5''$.

	S. 22		S. 23		S. 24		S. 25		S. 26		S. 27	
	α	Δ	α	Δ	α	Δ	α	Δ	α	Δ	α	Δ
1	2' 25"	- 3	1' 56"	- 6	1' 34"	+18	1' 55"	- 9	3' 50"	- 3	1' 57"	- 5
	2 12	+10	2 1	-11	2 0	- 8	2 6	-20	3 32	+15	1 50	+ 2
3	2 32	-10	1 35	+15	1 39	+13	1 39	+ 7	3 46	+ 1	1 58	- 6
4	2 3	+19	2 5	-15	1 30	+22	2 2	-16	3 50	- 3	1 46	+ 6
	2 28	- 6	1 50	0	1 53	- 1	2 0	-14	3 53	- 6	2 17	-25
6	2 29	- 7	2 18	-28	1 54	- 2	1 30	+16	3 44	+ 3	1 27	+25
7	2	+20	1 33	+17	2 6	-14	1 37	+ 9	3 39	+ 8	1 54	- 2
8	2 35	-13	1 40	+10	2 4	-12	1 40	+ 6	3 36	+11	1 51	+ 1
9	2 37	-15	1 30	+20	2 5	-13	1 27	+19	3 53	- 6	1 44	+ 8
10	2 18	+ 4	1 55	- 5	1 50	+ 2	1 47	- 1	4 7	-20	1 52	0
m	2 22		1 50		1 52		1 46		3 47		1 52	
F_m	$\pm 12^{\circ}8$		$\pm 15^{\circ}7$		$\pm 13^{\circ}2$		$\pm 13^{\circ}8$		$\pm 10^{\circ}1$		$\pm 12^{\circ}6$	
F_w	$\pm 8^{\circ}5$		$\pm 10^{\circ}4$		$\pm 8^{\circ}8$		$\pm 9^{\circ}2$		$\pm 6^{\circ}7$		$\pm 8^{\circ}4$	

Mittelwerthe: $F_m = 13^{\circ}0$, $F_w = \pm 8^{\circ}7$

Tabelle C₃.Gesichtsfeld dreitheilig. $\varepsilon = 6^\circ$; $\zeta = 30'' \pm 5''$

	S. 28		S. 29		S. 30		S. 31		S. 32		S. 33	
	α	Δ	α	Δ	α	Δ	α	Δ	α	Δ	α	Δ
1	5' 10"	+ 8.4	7' 19"	+ 7	2' 34"	-10.7	1' 22"	+15.7	4' 33"	+ 9.	3' 57"	+ 3
2	5 11	+ 7.4	7 37	-11	2 19	+ 4.3	1 48	-10.3	4 37	+13	4 3	+ 9
3	5 24	- 5.6	7 36	-10	2 31	- 7.7	1 30	+ 7.7	4 31	+ 7	3 52	- 2
4	5 18	+ 0.4	7 20	+ 6	2 21	+ 2.3	1 43	- 5.3	4 14	-10	3 53	- 1
5	5 16	+ 2.4	7 16	+10	2 16	+ 7.3	1 36	+ 1.7	4 14	-10	4 10	+16
6	5 29	-10.6	7 31	- 5	2 30	- 6.7	1 45	+ 7.3	4 23	- 1	3 35	-19
7	5 10	+ 8.4	7 6	+20	2 18	+ 5.3	1 34	+ 3.7	4 18	- 6	4 2	+ 8
8	5 30	-11.6	7 16	+10	2 37	-13.7	1 52	-14.3	4 16	- 8	3 48	- 6
9	5 18	+ 0.4	7 45	-19	2 14	+ 9.3	1 47	- 9.3	4 23	- 1	3 51	- 3
10	5 18	+ 0.4	7 33	- 7	2 13	+10.3	1 20	+17.7	4 30	+ 6	3 51	- 3
<i>m</i> . .	5 18.4		7 26		2 23.3		1 37.7		4 24		3 54	
<i>F_m</i> .	$\pm 7^{\circ}31$		$\pm 12^{\circ}21$		$\pm 8^{\circ}84$		$\pm 11^{\circ}13$		$\pm 8^{\circ}42$		$\pm 9^{\circ}60$	
<i>F_w</i> .	± 4.87		± 8.14		± 5.89		± 7.42		± 5.61		± 6.40	

Mittelwerthe: $F_m \mp = 9.59$, $F_w = \pm 6.39$.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate der Beobachtungen für die wahrscheinlichen Fehler einer Einstellung übersichtlich zusammengestellt. Neben den Fehlerwerthen in Secunden sind noch die entsprechenden Helligkeitsdifferenzen ausgedrückt in Procenten der mittleren Helligkeit des Feldes, berechnet nach der im Art. III gegebenen Formel, aus welcher folgt:

$$\frac{\Delta J}{J} = \frac{4 F_w''}{\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}}$$

eingetragen. Für ε wurde in der dritten Zeile der Mittelwerth aus C_1 , C_2 und C_3 angesetzt.

F_w .

	zweitheilig	dreitheilig		ζ
1° 10'	2"3, 0·44 ⁰ ₀		0"9, 0·18 ⁰ ₀	± 5"
2 40	5·4, 0·45		3·0, 0·25	± 12
		8"7, 0·33 ⁰ ₀		± 5
53	12·6, 0·47		6·4, 0·25	30" ± 5

Nachdem, wie schon bemerkt wurde, die mittlere Helligkeit des Gesichtsfeldes bei allen Beobachtungen nahezu gleich war, so ist dasselbe auch bezüglich der Unterschiedsempfindlichkeiten und der den Feldern entsprechenden Helligkeitsunterschiede ΔJ anzunehmen. Es sollten also die Werthe von F_w , ausgedrückt in Procenten der mittleren Helligkeit, unter sonst gleichen Umständen, d. h. bei derselben Einrichtung des Feldes, übereinstimmen. Wie die obige Tabelle zeigt, ist das auch sehr nahe der Fall, sowohl für das zweitheilige Feld, als auch für das dreitheilige, wenn dasselbe auf das Maximum der Genauigkeit eingerichtet ist. Zudem stimmt der Werth von F_w für das zweitheilige Feld nahe überein mit dem gewöhnlich angenommenen Werthe, d. i. 0·5⁰₀ (Art. III) bei photometrischen Messungen nach dem Gleichheitsprincipe unter günstigen Beob-

achtungsbedingungen. Beim dreitheiligen Felde ist derselbe schon bei Parallelstellung der Seitenprismen erheblich kleiner.

Ich glaube hiermit durch die Beobachtungen nachgewiesen zu haben, dass durch Dreitheilung des Feldes das Doppelte der Genauigkeit des zweitheiligen Feldes erreicht werden kann und dass der wahrscheinliche Fehler des Resultates bei 10 Einstellungen für grosse Werthe des Halbschattenwinkels von 6° den geringen Betrag von $2''$ noch nicht überschreitet.

Andere Einstellungsmethoden als die von mir angewendete werden wohl grössere Fehler ergeben, aber die bedeutende Überlegenheit des dreitheiligen Feldes über das zweitheilige, wird auch für diese bestehen bleiben.

VII.

Wie im Art. III hervorgehoben wurde, beziehen sich die Einstellungen auf eine Helligkeitsdifferenz u_1 , die in der Nähe des Schwellenwerthes der Unterschiedsempfindlichkeit liegt. So wie dieser kein scharf bestimmbarer ist und je nach Umständen bedeutenden Schwankungen unterliegt, so wird gleiches auch für jene Helligkeitsdifferenz der Fall sein, und es ist noch zu erwägen, in wie weit diese Veränderlichkeit die Bestimmung des Nullpunktes, oder allgemeiner, die Stellung für gleiche objective Helligkeit beeinflussen kann.

Macht man zuerst eine Serie von Einstellungen von der einen Seite her und dann eine zweite von der anderen Seite, so könnte sich diese letztere auf einen anderen Werth von u_1 beziehen, so dass dann das Mittel aus beiden Serien nicht dem Nullpunkt entspräche. Gewiss ist eine vollkommene Gleichheit von u_1 für beide Serien nicht anzunehmen, es fragt sich nur, ob die Unterschiede so gross sind, dass dadurch die Genauigkeit der Einstellungen illusorisch wird, wenn es sich um Ermittlung der objectiven Gleichheitsstellung handelt.

Offenbar wird das Bedenken weniger ins Gewicht fallen bei Einstellungen mit alternirender Einstellungsrichtung.

Die Beantwortung der aufgeworfenen Frage kann natürlich nur dadurch erfolgen, dass man eine Reihe von Nullpunktsbestimmungen ausführt und nachsieht, ob dieselben die gleiche

Nullpunktsstellung ergeben. Voraussetzung ist hierbei die Unveränderlichkeit des Apparates, und zwar sollte dieselbe bis auf einige Secunden gesichert sein. Solche Constanz kann bei der Aufstellungsart meines Polarimeters nur für kleinere Zeitintervalle angenommen werden und auch für solche sind Nullpunktsänderungen von obiger Grösse durch Erschütterungen, denen mein Beobachtungsraum ausgesetzt ist, nicht ausgeschlossen.

Es wurden desshalb immer nur zwei Beobachtungsserien miteinander verglichen, und zwar immer eine Serie, bei welcher die Einstellungsrichtung erst nach der halben Zahl aller Einstellungen gewechselt wurde, mit einer, bei welcher die Richtung alternirte. Letztere war von ersterer eingeschlossen, wodurch eine gleichförmige Änderung des Nullpunktes eliminiert wurde.

In den folgenden Tabellen sind wieder die einzelnen Einstellungen nach ihrer Reihenfolge numerirt. Die Zeichen M.d. und M.h. bedeuten, dass die betreffende Einstellung so gemacht wurde, dass anfänglich das Mittelfeld dunkler, beziehungsweise heller war, als die Seitenfelder.

Da der Winkel, welcher der Helligkeitsdifferenz u_1 und dem Interstitium entspricht, dem Halbschattenwinkel nahezu proportional ist, habe ich mich auf Beobachtungen mit grossem Halbschattenwinkel beschränkt. Durch die erste Serie sollte zudem ermittelt werden, ob bei alternirender Einstellungsrichtung andere Werthe der mittleren Fehler sich ergeben. Es wurde daher diese Serie, die in Tabelle D_1 zusammengestellt ist, auf zehn zusammengehörige Einstellungen ausgedehnt, während die folgenden Serien nur sechs enthalten, ohne Angabe der mittleren Fehler einer Einstellung, deren Angabe im Einzelnen bei einer geringeren Zahl von Beobachtungen gegenüber den obigen Bestimmungen nicht von Interesse wäre.

Der wahrscheinliche Fehler des Resultates (Tabelle D_1), berechnet aus den 20 Beobachtungen I und IV oder II und III, ergibt $\pm 1^{\circ}5$, so dass also die Abweichungen der beiden Nullpunktsbestimmungen von ihrem Mittel diesen Werth nicht überschreiten.

Zugleich zeigt sich, dass die Einstellungsfehler bei alternirender Einstellungsrichtung im Mittel dieselben bleiben, wie

Tabelle D_1 .Gesichtsfeld dreitheilig. $\varepsilon = 6^\circ$; $\zeta = 20'' \pm 5''$

M. h.			M. h.				M. d.				M. d		
I	α	Δ	II	α	Δ	Δ'	III	α	Δ	Δ'	IV	α	Δ
1	3' 15"	+ 4"	11	2' 52"	+ 1'5	-12"	12	2' 37"	-10"	+ 3"	31	2' 26"	-10"
2	3 23	+12	13	2 56	- 2'5	-16	14	2 42	-15	- 2	32	2 7	+ 9
3	3 6	- 5	15	2 55	- 1'5	-15	16	2 36	- 9	+ 4	33	2 27	11
4	2 50	-21	17	3 1	- 7'5	-21	18	2 30	- 3	+10	34	2 11	+ 5
5	3 10	- 1	19	2 44	+ 9'5	- 4	20	2 27	0	+13	35	2 16	0
6	3 4	- 7	21	2 38	+ 5'5	+ 2	22	2 6	+11	+24	36	2 8	+ 8
7	3 17	+ 6	23	3 0	- 6'5	-20	24	2 44	-17	- 4	37	2 7	+ 9
8	3 30	+19	25	3 11	-17'5	-31	26	2 24	+ 3	+16	38	2 9	+ 7
9	3 7	- 4	27	2 40	+13'5	0	28	2 7	+20	+33	39	2 29	-13
10	3 5	- 6	29	2 58	- 4'5	-18	30	2 20	+ 7	+20	40	2 20	4
F_m		11'2			9"1				11"9				8"9
F_w		7'5			6'1				7'9				5'9
m		3' 10'7			2' 53'5				2' 27'3				16'0

Nullpunkt aus I und IV

2' 43'4 + 1'5

II III

2 40'4 - 1'5

Gesamtmittel

2 41'9

(I) — (IV) = 54'7;

(II) — (III) = 26'2.

bei Einstellungen von einer Seite her, wenn man nur im erstenen Falle von den Einstellungen M.h. und M.d. aus jeder Gruppe gesondert und für sich, wie es geschehen muss, die Fehler rechnet. Würde man hingegen die Abweichungen vom Nullpunkt, in unserem Falle von $2'40''4$, der Rechnung zu Grunde legen, welche in obiger Tabelle unter Δ' verzeichnet sind, so würden schon die Grössen und Vorzeichen der Differenzen und ihre Vertheilung einen systematischen Fehler anzeigen. Natürlich ergibt sich auch ein bedeutend grösserer Werth für den wahrscheinlichen Fehler einer Einstellung ($11''$ statt $7''$ in unserem Falle).

Auffallend ist die grosse Differenz in den Werthen des Interstitiums. Für einseitige Einstellung ist derselbe etwas grösser, als nach dem im Art. III angegebenen Werthe des Interstitiums bei $\zeta = 20''$ ($61'' - 20'' = 41''$) zu erwarten wäre, bei alternirender Einstellung ist er jedoch bedeutend kleiner. Offenbar wirkt hier die Erinnerung an das Aussehen der Felder bei der vorangegangenen Einstellung auf die nachfolgende ein.

Analoge Resultate ergeben auch die folgenden Beobachtungsserien der Tabellen D_2 und D_3 .

Aus den Differenzen der Mittelwerthe (I), (IV) und (II), (III) geht hervor, dass für beide Arten von Einstellungen das Interstitium Änderungen unterliegt, die bis auf die Hälfte seines Maximalwerthes ansteigen und gleiches wird auch bezüglich der Helligkeitsdifferenz an der Unterschiedsschwelle anzunehmen sein, so dass von einem einigermaßen festen Schwellenwerthe bei gegebener mittlerer Helligkeit nicht gesprochen werden kann. Mit diesem Umstande wird man bei Helligkeitsmessungen nach den verschiedensten Methoden zu rechnen haben.

Trotzdem stimmen aber die Nullpunkte sehr gut überein und ihre Abweichungen vom Mittel überschreiten nicht den wahrscheinlichen Fehler des Resultats bei sechs Einstellungen. Ferner ergibt sich im Mittel aus allen 16 Serien in Übereinstimmung mit Tabelle F_w gleich $6''5$.

Während der vier Nullpunktsbestimmungen, welche die Tabellen D_2 und D_3 enthalten, blieb das Polarimeter völlig unberührt. Der Nullpunkt hatte sich innerhalb 11 Tagen um $47''$, also um $4''6$ pro Tag in gleichem Sinne verschoben.

Tabelle D_2 .Gesichtsfeld dreitheilig. $\varepsilon = 6^\circ$, $\zeta = 25'' \pm 5''$.

a) 26. November 1895

M. h.		M. d.		M. h.		M. d.	
I	α	II	α	III	α	IV	
1	4' 24"	7	5' 18"	8	4' 44"	19	5' 34"
	4 20	9	4 56	10	4 54	20	5 20
3	4 40	11	5 1	12	4 31	21	5 18
4	4 36	13	4 55	14	4 39	22	5 24
5	4 21	15	4 49	16	4 43	23	5 14
6	4 33	17	0	18	4 35	24	27
m.	4 29		4 59·8		4 41		5 22·8

Nullpunkt aus I und IV $4' 55^s 9 - 2^s 7$ II III $4 50 \cdot 4 + 2 \cdot 8$ Gesamtmittel $4 53 \cdot 2$ $(IV) - (I) = 53^s 8$, $(II) - (III) = 18^s 8$.

b) 27. November 1895

M. d.		M. h.		M. d.		M. h.	
I		II		III	α	IV	α
1	4' 57"	7	4' 55"	8	5' 3"	19	4' 35"
	18	9	4 53	10	5	20	4 51
3	29	11	4 46	12	5	21	4 35
4	16	13	4 34	14	5 15	22	4 32
5	5 36	15	4 53	16	5 9	23	4 35
6	16	17	4 35	18	4	24	4 44
	18·7		4 46		8·2		4 38·7

Nullpunkt aus I und IV $4' 58^s 7 - 0^s 8$ II III $4 57 \cdot 1 + 0 \cdot 8$ Gesamtmittel $4 57 \cdot 9$ $(I) - (IV) = 40^s 0$; $(III) - (II) = 22^s 2$.

Tabelle D_3 .Gesichtsfeld dreitheilig. $\varepsilon = 6^\circ$; $\zeta = 25'' \pm 5''$

a) 30. November 1895

M. h.		M. d.		M. h.		M. d.	
I		II		III		IV	α
1	26"	7	32"	8	23"	19	5' 22"
	7	9	26	10	28	20	5 44
3	10	11	40	12	0	21	5 58
4	5 12	13	33	14	21		5 50
	5 9	15	20	16	5 13	23	36
6	4 50	17	23	18	5 4	24	54
<i>m</i>	9		29		14·8		44

Nullpunkt aus I und IV $5' 26'' 5 - 2' 3$ II III $5' 21' 9 + 2' 3$ Gesamtmittel $5' 24' 2$ $(IV) - (I) = 35''$; $(II) - (III) = 14'' 2$.

b) 7. December 1895

M. d.		M. h.		M. d.		M. h.	
I		II		III		IV	α
1	45"	7	28"	8	41"	19	29"
	59	9	13	10	53	20	30
3	44	11	45	12	5 59	21	10
4	48	13	33	14	38	22	47
		15	36	16	59	23	31
6		17		18	37	24	29
<i>m</i>	50·5		34·5		47·8		29·3

Nullpunkt aus I und IV $5' 39'' 9 + 0' 7$ II III $5' 41' 2 - 0' 6$ Gesamtmittel $5' 40' 6$ $(I) - (IV) = 21'' 2$; $(III) - (II) = 13'' 3$.

VIII.

In den Berichten über die Thätigkeit der physikalisch-technischen Reichsanstalt ist wiederholt auf polarimetrische Arbeiten, und insbesondere auf die Construction eines neuen Polarimeters für diese hingewiesen worden, welche die den gebräuchlichen Polarimetern noch anhaftenden Mängel zu beseitigen gestatten sollte. Correcer Strahlengang, vollständiges Verschwinden der störenden Trennungslinie, Anwendbarkeit spectralen, also wohl definirten Lichtes und Erhöhung der Empfindlichkeit durch Verwendung des Contrastprincipes, sollen an dem neuen Instrumente verwirklicht werden.

Bei so allgemein gehaltenen Angaben ist es natürlich nicht möglich zu entnehmen, was im Speciellen an meinem Polariumeter noch als zu mangelhaft und daher verbesserungsbedürftig angesehen wird. Auch die weitere Bemerkung, dass dieser wohl für relative Messungen vorzüglich geeignet sei, ist mir unverständlich. Es möge mir jedoch gestattet sein, demgegenüber die folgenden Bemerkungen hier einzuschalten.

Wählt man die Beleuchtungslinse am Polarimeter, die Stellung der Lichtquelle und das Beobachtungsfernrohr in der von mir angegebenen Weise, so wird, glaube ich, der Strahlengang durch den Apparat bis in das Auge des Beobachters vollkommen correct sein. Die Anwendbarkeit beliebiger heterogener und homogener Lichtquellen bei beliebiger Begrenzung der letzteren und bei Veränderlichkeit der Beschattung wurde vom Anfange an als ein Hauptvorthail meiner Construction erkannt.

Wenn ich das Spectrometer ganz von dem eigentlichen Polarimeter trennte, so waren auch für diese Anordnung mancherlei Gründe massgebend. So dürfte es nur auf diese Weise möglich sein, die sehr störenden Reflexe an den Innenwandungen der Flüssigkeitsrohre zu vermeiden. Jedenfalls gestattet aber diese Trennung den Grad der Homogeneität den jeweiligen Umständen anzupassen und mit beliebiger Schärfe zu definiren. Übrigens habe ich selbst absolute Bestimmungen über das Drehungsvermögen des Quarzes aus-

geführt,¹ die nur deshalb nicht genügend genau ausfielen, weil mein Spectrometer zu geringe Dispersion hatte.

Was die hinreichende Schärfe der Trennungslinie anbelangt, so habe ich schon oben bemerkt, dass diese unschwer zu erreichen sei; es dürften aber wohl Apparate vorkommen, an denen die Halbprismen nicht genau genug gearbeitet oder justirt sind. Immerhin fordert diese Justirbarkeit eine etwas complicirtere Einrichtung des Polarimeters, und es wäre eine erwünschte Vereinfachung, wenn die Halbprismen ganz umgangen werden könnten und die scharfe Trennungslinie der Felder in anderer Weise erreichbar würde.

Bei seinen Versuchen, den Lummer-Brodhun'schen Photometerwürfel auf Polarimeter anzuwenden, stiess Herr Lummer auf eine derartige neue und sehr interessante Einrichtung eines Polarisators, welche er unter dem Titel: »Über ein neues Halbschattenprincip« in der Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1895, S. 293² beschrieben hat. Dieselbe würde auf die einfachste Weise auch die Drei- oder beliebige Mehrtheilung des Feldes herzustellen geeignet sein.

Dieser neue Polarisator besteht aus einem Nicol'schen Prisma, welcher vor die Kathetenfläche eines rechtwinkligen, möglichst spannungsfreien Glasprismas gesetzt ist; das Nicol ist um seine zur Kathetenfläche senkrechte Längsaxe drehbar. Die Hypothenusenfläche des Glasprismas wird erst versilbert und dann vom Silberbelag ein Theil, etwa ein mittlerer Streifen, parallel den brechenden Kanten herausgenommen. Denkt man sich das Nicol zuerst so gestellt, dass seine Polarisationssebene mit der Reflexionsebene zusammenfällt, mit dieser also das Azimut Null bildet, so wird auch das an den Silber- und Glasflächen reflectirte, aus der zweiten Kathetenfläche austretende Licht geradlinig und in der Reflexionsebene polarisirt sein. Dreht man aber das Nicol um das Azimut α aus dieser Stellung heraus, so werden die Polarisationssebenen der von der freien und von der Glas—Silberfläche reflectirten Strahlen gegen die

¹ Diese Sitzungsber., Bd. XCIX, Abth. II, Juli 1890, S. 722.

² Siehe auch: Verhandlungen der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte. 66. Versammlung zu Wien, 2. Theil, 1. Hälfte, S. 79.

Reflexionsebene ebenfalls gewisse Azimute α_1 und α_2 haben, so dass also das aus der freien Glas- und den Glas—Silberflächen gebildete Feld sich verhalten wird, wie unser dreitheiliges Feld bei paralleler Stellung der Seitenprismen und einem Halbschattenwinkel gleich $\alpha_2 - \alpha_1$. Da diese Differenz mit α wächst, so ist zugleich die Möglichkeit gegeben, den Halbschattenwinkel innerhalb gewisser, aber ziemlich naher Grenzen zu verändern. Die Ränder der Felder sind natürlich mit vollkommener Schärfe herstellbar.

Hiermit wäre allerdings eine sehr schöne Construction eines Halbschatten-Polarisators gegeben, wenn nicht Nebenumstände hinzutreten würden, die, wie mir scheint, die Anwendbarkeit dieses neuen Princip, wenigstens für feinere Messungen, um die es sich doch eigentlich handelt, gänzlich vereiteln müssen.

Ein erstes Bedenken betrifft den Umstand, dass das polarisirte Licht eine Glasschicht von bedeutender Dicke, 2 bis 3 *cm*, zu durchlaufen hat. War auch das Glasprisma ursprünglich vollkommen spannungsfrei, so werden doch durch seine Befestigung und durch ungleichmässige Erwärmung Spannungsdifferenzen auftreten, welche sofort die Gleichförmigkeit des Gesichtsfeldes in sehr merkbarer und ganz uncontrolirbarer Weise stören. Ich habe des öftern Gelegenheit gehabt, an meinem Polarimeter die grosse Empfindlichkeit für minimale Inhomogenitäten in Glaskörpern von 1 *cm* Dicke, die durch Temperaturänderungen an bestimmten Stellen hervorgerufen wurden, zu constatiren.

Eine weitere Unvollkommenheit wird durch die Glas—Silberflächen bedingt. Durch die Güte des Herrn Haensch in Berlin konnte ich ein mir zur Ansicht eingesandtes Glasprisma mit theilweise versilberter Hypothenusenfläche untersuchen. Bei kleinem Azimut α , also auch bei kleinem Halbschattenwinkel und grosser Beschattung zeigt sich, dass die Glas—Silberflächen nicht gleichmässig verdunkelt werden, es treten vielmehr unregelmässig vertheilte hellere und dunklere Stellen auf, die wohl in einer ungleichförmigen Vertheilung der Dichte oder der Spannung im Silberbelag ihren Grund haben dürften. Ferner zeigt sich eine Andeutung des dunkeln Eliminations-

streifens, wie bei der Reflexion an einer Glasfläche, welcher beim Drehen des Analysators durch das Gesichtsfeld wandert.¹ Endlich bemerkt man an den Rändern, offenbar durch die Wirkung des geführten Schnittes zum Zwecke der Entfernung des Silberstreifens, eine Aufhellung, so dass auch hier ein vollkommenes Verschwinden der Trennungslinien kaum eintreten wird. Bei geringerer Beschattung treten diese Erscheinungen entsprechend der geringeren Empfindlichkeit wohl mehr und mehr zurück, bleiben aber doch wahrnehmbar, wenn man einmal auf sie aufmerksam geworden ist.

Der schlimmste Fehler aber, welcher dem Polarisator anhaftet und der immer vorhanden sein wird, wenn es auch gelingen sollte, die eben besprochenen Unvollkommenheiten zu beseitigen, ist die elliptische Polarisation des austretenden Lichtes. Sie kommt durch die Reflexion an der Hypothenusenfläche zu Stande, ist besonders an den Glas—Silberflächen schon bei kleinem Azimut α sehr merkbar und nimmt mit α , also auch mit ε rasch zu. Durch diese elliptische Polarisation wird die Empfindlichkeit gegenüber einem geradlinig polarisirten Felde bedeutend herabgesetzt.

Nehmen wir an, es sei ein zweitheiliges Feld gegeben, dessen eine Hälfte geradlinig polarisirt ist, die Amplitude sei A . Die andere Hälfte soll elliptisch polarisirt sein und es sei die grosse Axe der Ellipse A , die kleine $\varkappa A$ und der Winkel, welchen die Richtung der grossen Axe mit der Schwingungsrichtung der ersten Gesichtsfeldhälfte bildet, werde mit ε bezeichnet. Der Analysator habe eine Stellung, bei welcher beide Gesichtsfeldhälften gleiche oder doch sehr nahe gleiche objective Helligkeit haben, die mit J bezeichnet seien. Die Empfindlichkeit der Einstellung wird dann umgekehrt proportional jenem Drehungswinkel δ' des Analysators sein, durch welchen eine vorgeschriebene Helligkeitsdifferenz ΔJ hervorgebracht, oder durch welchen eine schon vorhandene sehr kleine Helligkeitsdifferenz um ΔJ vergrössert (oder verringert) wird.

Wenn wir $\varkappa$ hinreichend klein voraussetzen, so dass die Glieder mit $\varkappa^4$ als Factor bereits vernachlässigt werden dürfen,

¹ Diese Sitzungsber., Bd. LXXXV, Abth. II, 1882, S. 279.

so erhält man durch eine Annäherungsrechnung für δ'

$$\delta' = \frac{\Delta J}{J} \frac{\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}}{4} \left(1 + \frac{\kappa^2}{1 - \cos \varepsilon} \right),$$

was, wenn wir den Drehungswinkel δ einführen, welcher bei beiderseitig linear polarisirten Feldern dieselbe Helligkeitsdifferenz ΔJ erzeugt, also setzen

$$\delta = \frac{\Delta J}{J} \cdot \frac{\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}}{4},$$

noch einfacher so geschrieben werden kann:

$$\delta' = \delta \left(1 + \frac{\kappa^2}{1 - \cos \varepsilon} \right)$$

Hierin ist κ Function von ε , die verschwindet für $\varepsilon = 0$. Da ε höchstens $5\text{--}6^\circ$ betragen wird, kann man auch setzen

$$\delta' = \delta \left(1 + 2 \left(\frac{\kappa}{\varepsilon} \right)^2 \right),$$

woraus ersichtlich ist, dass, weil $\frac{\kappa}{\varepsilon}$ nicht unendlich werden kann für $\varepsilon = 0$, κ mit ε rascher wächst als ε selbst. Nach einer beiläufigen Schätzung ist anzunehmen, dass z. B. für $\varepsilon = 1^\circ$ κ grösser als 0.01 sein wird. Setzen wir $\kappa = 0.012$, so wäre der Factor von δ nahezu 2, die Empfindlichkeit also nur halb so gross als bei geradlinig polarisirtem Felde.

IX.

Neben dem Gleichheitsprincip wird bekanntlich bei Helligkeitsvergleichen auch das Contractprincip in Anwendung gebracht und diesem eine grössere Genauigkeit zugeschrieben als ersterem. Insbesondere haben die Herren O. Lummer und E. Brodhun durch eine Abänderung ihres Photometerwürfels der Anwendung des Contrastprincipes eine Form zu geben gewusst, die in der That eine weit höhere Genauigkeit erreichen lässt. Es dürfte aber doch noch fraglich

sein, ob diese in der Überlegenheit des Contrastprincipes ihren eigentlichen Grund hat, d. h. ob wirklich das Auge die Fähigkeit besitzt, die Gleichheit von Helligkeitsdifferenzen, wenn diese hinreichend klein sind, schärfer zu bestimmen, als die der Helligkeiten selbst.

Um diese Frage zu beantworten, wären die Einstellungsfehler zu bestimmen, welche die beiden Methoden ergeben, wobei darauf zu achten ist, dass in beiden Fällen die günstigsten Bedingungen für die Vergleichung der Felder eingehalten und nur solche Beobachtungen mit einander verglichen werden, die unter sonst gleichen Umständen ausgeführt wurden. Zu den letzteren wird die Gleichheit der mittleren Helligkeit oder der Beschattung des Feldes zu rechnen sein, bei welcher die Einstellungen gemacht werden. Vor Allem aber dürfen zur Entscheidung der Frage nur Beobachtungen an derartig eingerichteten Feldern herangezogen werden, bei denen gleiche Verschiebungen der Einstellvorrichtung, z. B. gleichen Drehungen des Analysators, im Halbschattenfeld einerseits und im Contrastfelde anderseits, untereinander gleiche Änderungen der Helligkeiten, beziehungsweise der Contraste, hervorbringen. Wäre das nicht der Fall, so liesse sich auch nicht entscheiden, ob der auftretende Unterschied in den Genauigkeiten auf Rechnung des Vergleichungsprincipes oder auf Rechnung der besonderen Einrichtung des Feldes zu setzen sei.

Nachdem die im Art. V angegebene Einrichtung des dreitheiligen Feldes auf sehr einfache Weise eine solche Stellung der Prismen ermöglicht, um nach dem Contrastprincipe einstellen zu können, habe ich auch einige diesbezügliche Beobachtungsreihen ausgeführt, die ich noch im Folgenden mittheilen will. Sie ergeben, wie ich erwartet, das Resultat, dass kleine Helligkeitsdifferenzen nicht schärfer als Helligkeiten unterschieden werden.

Wie man zu verfahren hat, um das Feld für solche Beobachtungen herzustellen, ergibt sich aus den folgenden Bemerkungen.

Wir geben zunächst den Hauptschnitten der beiden Seitenprismen 1 und 2 einen Neigungswinkel gleich ε , gleich

jenem Halbschattenwinkel, welcher der zu wählenden Beschattung oder mittleren Helligkeit J des Gesichtsfeldes entspricht. Hat der Analysator die Stellung, bei welcher die Seitenfelder gleiche Helligkeit J besitzen, so muss noch dem Mittelfelde 3 eine von J wenig verschiedene Helligkeit J_3 gegeben werden, was durch entsprechende Drehung des Nicols 3 erreicht wird, wobei sein Hauptschnitt in eine Lage kommt, die mit dem Hauptschnitte eines der Seitenprismen, z. B. 1, einen kleinen, je nach der Grösse des gewünschten Contrastes verschiedenen Winkel bildet.

Wir wollen für einen Augenblick annehmen, das Mittelfeld 3 sei nicht polarisirt, seine Helligkeit J_3 bleibe also unverändert beim Drehen des Analysators. Dreht man diesen aus der Gleichheitsstellung um den kleinen Winkel δ heraus, so werden die Helligkeiten von 1 und 2 sich um gleich viel in entgegengesetztem Sinne geändert haben und J_1, J_2 geworden sein. Die Helligkeitsdifferenz von 1, 2 ist jetzt, wie bei einem zweitheiligen Halbschattenfeld, $J_2 - J_1$. Ebenso gross, nämlich $(J_3 - J_1) - (J_3 - J_2)$, ($J_3 > J$ vorausgesetzt), ist der Unterschied der Contraste der Seitenfelder gegen das Mittelfeld und die Contraste selbst haben gleich grosse und entgegengesetzte Änderungen erfahren. Wegen der vorhandenen Polarisation des Mittelfeldes wird nun letzteres in Wirklichkeit nicht zutreffen. Es wird sich vielmehr der Contrast von 1 gegen 3 nur sehr langsam beim Drehen des Analysators ändern, dafür aber der von 2 gegen 3 umso schneller, so dass doch schliesslich das Resultat bezüglich der eingetretenen Contrastdifferenz das gleiche bleibt wie früher.

Sollten Jene Recht haben, welche die Überlegenheit des Contrastprincipes behaupten, so müssten Einstellungen mittelst dieses Feldes einen kleineren Fehler ergeben, als wenn man die Seitenfelder unmittelbar aneinanderstossen lässt, sobald man bei den Einstellungen die Aufmerksamkeit nur auf die Contraste richtet und nicht auf die Helligkeitsdifferenzen der Seitenfelder achtet.

Da es sehr schwierig gewesen wäre, bei grosser Helligkeit der Lichtquelle das Prisma 3 gegen 1 auf so kleine Winkel genau einzustellen und diese zu bestimmen, als für einen

Contrast von $7-10\%$ erforderlich wäre, musste ich mich auf grössere Halbschattenwinkel von $5-6^\circ$ beschränken. Die Lichtquelle war daher dieselbe, wie die zu den Beobachtungen der Tabelle C_1 verwendete. Den Contrast habe ich berechnet, indem ich hierzu die Winkel der Hauptschnitte $(1, 2) = 5^\circ 50'$, $(3, 1) = 3'$ und den Lichtverlust im Halbprisma zu 10% durch Helligkeitsmessungen bestimmte. Die Einstellungen wurden von derselben Seite her gemacht, für die eine Serie, indem zuerst immer das linke Feld dunkler als das rechte genommen wurde (L. d.), für die andere in entgegengesetzter Richtung (R. d.). Das Mittelfeld war heller als die Seitenfelder.

Tabelle E.

Gesichtsfeld dreitheilig; Halbschattenwinkel der Seitenfelder $= 5^\circ 50'$; Contrast 7% .

L. d.			R. d.		
	α	Δ		α	Δ
1	4' 9"	+13"	1	4' 44"	-14"
2	4 22	0	2	4 14	+16
3	3 38	+44	3	4 12	+18
4	4 53	-31	4	4 33	- 3
5	4 34	- 12	5	4 47	-17
6	4 38	-16	6	3 52	+38
7	4 26	- 4	7	4 32	- 2
8	4 9	+13	8	4 53	-23
9	4 13	+ 9	9	4 51	-21
10	4 36	-14	10	4 26	+ 4
<i>m</i>	4 22		<i>m</i>	4 30	
F_m		20 [·] 9	F_m		19 [·] 8
F_w		13 9	F_w		13 [·] 2

Im Mittel ergibt sich

$$F_m'' = 20^{\cdot}3, \quad F_m^0 = 0\cdot77\%.$$

$$F_w'' = 13\cdot5, \quad F_w^0 = 0\cdot52\%.$$

Der wahrscheinliche Fehler ist nur um $1''$, beziehungsweise um 0.05% grösser als der für ein zweitheiliges Feld unter gleicher Beschattung nach dem Gleichheitsprincip gefundene, wie ein Blick auf die Tabelle F_w zeigt, und man kommt daher in der That zu dem Resultate, dass das Contrastprincip unter sonst gleichen Umständen keine grössere Genauigkeit gewährt, als das Gleichheitsprincip.

Ein Einwand gegen die Richtigkeit dieser Behauptung könnte noch erhoben werden, nämlich der, dass die Einstellungen gar nicht nach gleichen Contrasten gemacht wurden, denn es ist nicht leicht für Jemanden, der nach gleichen Helligkeiten einzustellen gewohnt ist, sich von einer directen Vergleichung der Seitenfelder frei zu halten. In den meisten Fällen, in denen man das Contrastprincip verwendet, dürften auch directe Helligkeitsvergleiche unbewusst immer mitspielen. Wären aber die mitgetheilten Einstellungen thatsächlich nur nach der Beurtheilung auf Gleichheit der Seitenfelder gemacht worden, dann hätten die Resultate wesentlich schlechter ausfallen müssen, denn die Felder 1, 2 befanden sich nicht in Contact miteinander, sondern in einer für Vergleiche viel ungünstigeren Lage.

Es mag noch bemerkt werden, dass für mich wenigstens, über die Erfahrung Anderer kann ich nicht urtheilen, die Einstellungen nach gleichem Contrast ungemein ermüdend waren. Ich wäre nicht im Stande gewesen, nach den 20 bis 30 Beobachtungen noch weitere, halbwegs brauchbare zu machen. Es mag das von den Nachbildern der ungleich hellen Felder herühren, die hier auch gegen das Ende einer Einstellung niemals verschwinden können. Schon aus diesem Grunde wäre, wo es angeht, an Stelle des Contrastprincipes das Gleichheitsprincip zu verwenden.

Damit soll natürlich nicht gesagt sein, dass ersteres ganz zu verlassen sei. Es kann sehr wohl Versuchsbedingungen geben, unter welchen die Felder nicht die für Helligkeitsvergleiche günstigste Anordnung erhalten können, während sie für Contrastvergleiche geeignet ist, dann werden die letzteren auch bessere Resultate ergeben.

In ihren photometrischen Untersuchungen¹ haben Lummer und Brodhun die Genauigkeit bestimmt, die sich mit ihrem Contrastphotometer erreichen lässt und die Resultate in einer Tabelle zusammengestellt, die ich mir hier zu reproduciren erlaube.

	I	II	III	IV	V
Contrast	3%	3·5%	7%	10%	18%
Mittlerer Fehler Einstellung	0·24%	0·22%	0·39%	0·43%	0·81%

Vergleicht man den für 7% Contrast angegebenen mittleren Fehler mit dem von mir bei gleichem Contrast gefundenen 0·77, so ergibt sich eine so grosse Differenz in den beiderseitigen Zahlenwerthen, dass dieselbe aus einer geringeren Übung meinerseits in Contrastvergleichen nicht erklärt werden könnte.

Diese Nichtübereinstimmung ist aber thatsächlich nur eine scheinbare. Um das einzusehen, muss die besondere Einrichtung des Contrastwürfels in Betracht gezogen werden. Unser oben angegebenes Gesichtsfeld weicht in einem wesentlichen Punkte von dem Verhalten des Gesichtsfeldes des Contrastphotometers ab. Wollten wir das letztere nachahmen, so müssten wir nämlich das Mittelfeld 3 abermals in zwei Felder 3_1 und 3_2 theilen, 3_1 anstossend an 1 gedacht, und dafür sorgen, dass die Helligkeiten von 3_1 und 3_2 sich beim Drehen des Analysators im entgegengesetzten Sinne und zugleich entgegengesetzt wie die Helligkeiten der angrenzenden Seitenfelder ändern. Bei dieser Anordnung wird aber, eine gleich grosse Drehung des Analysators vorausgesetzt, die Differenz der Contraste 1, 3_1 und 3_2 , 2 doppelt so gross, als sie bei unserer Anordnung war und demnach wird auch der Fehler einer Einstellung nur halb so gross wie vorher sein.

Hat sich also beim dreitheiligen Contrastfelde bei 7% Contrast ein mittlerer Fehler von 0·77% ergeben, so wird dem

¹ Zeitschrift für Instrumentenkunde, Jahrg. IX, 1889, S. 461.

viertheiligen Contrastfelde bei gleichem Contraste ein mittlerer Fehler von 0.385% zukommen und das stimmt sogar ganz genau mit dem von Lummer und Brodhun gefundenen Werthe.

Der eigentliche Grund für die grössere Genauigkeit des Contrastphotometers liegt also nicht in der grösseren Empfindlichkeit des Auges für Contrastunterschiede, sondern in der

besonderen Einrichtung des Gesichtsfeldes. Es wäre ebenso unrichtig, wollte man aus der grösseren Genauigkeit des dreitheiligen Halbschattenfeldes gegenüber dem dreitheiligen Contrastfelde auf eine Überlegenheit des Gleichheitsprincipes über das Contrastprincip schliessen.

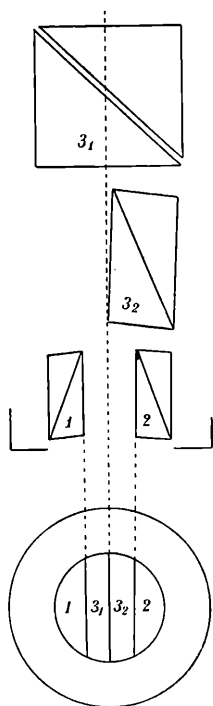


Fig. 2.

Das viertheilige Contrastfeld leistet dem dreitheiligen gegenüber genau dasselbe, wie das dreitheilige Halbschattenfeld gegenüber dem zweitheiligen: es gestattet die Genauigkeit zu verdoppeln. Im Übrigen aber sind die maximalen Genauigkeiten, die sich mit Hilfe der beiden photometrischen Principe erreichen lassen, im Wesentlichen die gleichen.

Es wäre nicht unmöglich, einen geeigneten Polarisator mit viertheiligem Contrastfelde zu construiren. Mit Hilfe dreier Halbprismen liessen sich auch die als wesentlich anzusehenden Bedin-

gungen erfüllen, dass derselbe für beliebig farbiges Licht verwendbar und dass Beschattung und Contrast beliebig regulirbar seien. Nur würde der Umstand Schwierigkeiten bereiten, dass die Trennungslinien nicht gleichzeitig scharf gesehen werden könnten.

Verzichtet man jedoch auf die Unterstützung, welche die gleichzeitige Helligkeitsvergleichung an den beiden Theilen des Mittelfeldes gewähren kann, so ist die Schärfe der mittleren

Trennungslinie nicht von Belang und es genügt, die Visirkanten der Seitenprismen allein in eine zur Visirrichtung senkrechte Ebene zu legen. Eine derartige Zusammenstellung ist in der vorstehenden Figur 2 schematisch angegeben und dürfte durch dieselbe hinreichend verständlich sein; als Nicol 3_1 ist ein Glan'sches Luftnicol angenommen.

Da schliesslich die erreichbare Genauigkeit doch keine grössere würde, die Einstellungen aber ermüdender wären als beim dreitheiligen Halbschatten-Polarisator, so dürfte es sich kaum der Mühe lohnen, Versuche mit einer noch complicirteren Construction zu machen und ich unterlasse es daher, dieselbe näher zu beschreiben.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1896

Band/Volume: [105 2a](#)

Autor(en)/Author(s): Lippich Ferdinand (Franz)

Artikel/Article: [Dreitheiliger Halbschatten-Polarisator 317-361](#)