

# Magnetisirung nach zwei Dimensionen und Hysteresis im Drehfelde

Prof. August Grau und Dr. Richard Hiecke.

(Mit 7 Tafeln und 12 Textfiguren.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 22. October 1896.)

Über den Gegenstand der vorliegenden Arbeit existiren nur wenige Abhandlungen. Die hauptsächlichsten derselben seien im Nachstehenden angeführt.

E. Villari<sup>1</sup> untersuchte Rohre von 80—90 *cm* Länge und 2—3 *cm* Durchmesser, welche transversal und longitudinal magnetisirt wurden. Ist ein transversal-magnetisches Residuum vorhanden, so wirken die ersten Stromschliessungen und Unterbrechungen des die Längsmagnetisirung erzeugenden Stromes wie starke mechanische Erschütterungen, und das Residuum der Transversalmagnetisirung nimmt stark ab.

Die weiteren Schliessungen und Unterbrechungen des Stromes lassen das Residuum der Transversalmagnetisirung um einen Mittelwerth schwanken.

Ist hingegen eine temporäre Transversalmagnetisirung durch den eine Längsspule durchfliessenden Strom hervorgeufen, vorhanden, so wirken die ersten Stromschliessungen und Öffnungen wieder wie eine Erschütterung und die Transversalmagnetisirung nimmt mehr oder weniger zu, je nachdem die Einwirkung der Längsspule schwächer oder stärker ist. Die weiteren Stromschliessungen und Öffnungen in der gewöhnlichen Spule bewirken eine Verminderung, respective Vermehrung der temporären Transversalmagnetisirung des Rohres.

---

E. Villari, Einwirkung der Transversalmagnetisirung auf die gewöhnliche Magnetisirung von Eisen und Stahl. Mem. R. Acc. di Bologna, V, 3, 1893.

In gleicher Weise wird die Längsmagnetisierung durch die Transversalmagnetisierung beeinflusst.

Man wird sehen, dass diese Resultate durch unsere Untersuchungen, soweit sich dieselben auf dem gleichen Gebiete bewegen, bestätigt werden.

Gerosa und Finzi<sup>1</sup> setzten Eisen, Stahl und Nickelstäbe, welche von constantem oder wechselndem Strome durchflossen waren, Magnetfeldern von zu- und abnehmender Stärke aus und bestimmten mittelst eines Magnetometers die Magnetisierungsintensität.

Als Resultat dieser Untersuchungen ergab sich, dass ein constanter Strom, der in dem Stabe vom Nord- zum Südpol fliesst, die Stärke des durch das Magnetfeld hervorgebrachten Magnetismus vermindert.

Unterbrochene Ströme derselben Richtung steigern die Wirkung schwacher Felder und vermindern die stärkerer Felder.

Constante oder unterbrochene Ströme, welche vom Süd- zum Nordpol fließen, unterstützen die Wirkung des Feldes.

Wechselströme steigern die Wirkung schwacher Felder bedeutend, gleichgiltig ob früher ein constanter oder unterbrochener Strom durch den Stab floss.

Bei grösserer Feldstärke erfolgt jedoch nur dann eine Steigerung, wenn dem Wechselstrom kein anderer vom Nord- zum Südpol fließender Strom vorausgegangen war.

Der in dieser Abhandlung betonte Unterschied in der Wirkung bei Änderung der Stromrichtung dürfte wohl nur einer Zufälligkeit zuzuschreiben sein, etwa der Form des äusseren Stromkreises oder dergleichen.<sup>2</sup>

Besonders interessant für uns war eine Notiz im *Electrician* von F. G. Baily,<sup>3</sup> welcher die Hysteresis im rotirenden Feld durch die Torsion einer an der drehbaren Armatur befestigten Spiralfeder bestimmte, wenn die Feldmagnete rotirten.

---

G. G. Gerosa und G. Finzi. Über die Hysteresis der magnetischen Metalle. *Rendic. R. Ist. Lomb.* (2), 24, 1891.

Vergl. Anmerkung am Schlusse.

<sup>3</sup> F. G. Baily. Über die Hysteresis Eisen und Stahl rotirenden Magnetfeld. *Electrician* 33, 1894.

Die erhaltenen Hysteresiscurven beginnen wie die in einem wechselnden Feld, steigen zuerst langsam, dann rascher an, erreichen ein Maximum und beugen sich dann über. Der Fall ist, soweit die Experimente angestellt worden sind, sehr rasch, zeigt kein Zeichen von Asymptotischwerden, sondern kehrt zur Nulllinie zurück.

Die drei Zustände der Molecularmagnete (nach Ewing) sind genau in den Hysteresiscurven wiedergegeben. Daraus folgert der Verfasser die Richtigkeit der Ewing'schen Theorie.

Eine ausführlichere Abhandlung sollte nach dieser Note in den Proceed. of Roy. Soc. erscheinen; wir wissen nicht, ob dies der Fall war, da uns diese Publication nicht zugänglich war.

Nachdem somit genaue Angaben über die Magnetisierung nach zwei Dimensionen fehlten, die beiden ersterwähnten Arbeiten überdies an Körpern vorgenommen wurden, welche nach beiden Richtungen verschiedene Verhältnisse zeigten, unternahmen wir es im Winter 1894/95 die einschlagenden Erscheinungen an einem Körper zu untersuchen, welcher nach allen in Betracht kommenden Richtungen dieselben Eigenschaften besass.

Damals war uns die im Electrician befindliche Notiz von F. G. Baily noch nicht bekannt.

Da die vorliegenden Untersuchungen sich zum Theil weiter erstrecken, zum Theil auch einen Vergleich mit den Hysteresisverlusten bei gewöhnlicher Magnetisierung nach einer einzigen Richtung ermöglichen, und auch noch mit Hilfe einer anderen Methode vorgenommen wurden, erachteten wir dieselben für mittheilenswerth.

Der untersuchte Körper war ein Cylinder aus Gusseisen vom 7 *cm* Durchmesser und 5 *cm* Höhe, in dessen Mantelfläche 56 Nuten, jede 2 *mm* breit und 3 *mm* tief, der Axe parallel, zur Aufnahme der Wicklung eingefräst waren.

Die in den Nuten liegenden Leiter bestanden aus 2·8 *mm* dicken, entsprechend flach geklopften, mit dünnem Pauspapier isolirten Kupferdrähten, die über den Basisflächen des Cylinders mittelst hochstehender Kupferblechstreifen von grösserem Querschnitt zu zwei aufeinander senkrechten, sonst vollkommen

congruenten Wicklungen von je 14 vollen Umgängen verbunden waren.

Die Wicklungen sind im Nachstehenden stets als Spule I und Spule II bezeichnet.

Der Widerstand der Spulen I und II betrug bei  $11^{\circ} \text{C}$ .  $0\cdot01396$  respective  $0\cdot01394 \Omega$ .

Das von der Spule I erzeugte magnetische Feld wird stets als Längsfeld, das von der Spule II herrührende stets als Quersfeld bezeichnet werden.

Um eine möglichst hohe magnetische Induction zu erhalten, war auf dem Gusseisencylinder ein Ring aus Flusseisen heiss aufgezogen. Der Ring hatte eine axiale Höhe von  $6 \text{ cm}$  und einen Durchmesser von  $29 \text{ cm}$ .

Dieser Ring sollte ursprünglich aus Schmiedeeisen hergestellt werden und ein möglichst vollkommenes Schlussjoch bilden, so dass die Erscheinungen nur von der Magnetisirung des inneren Cylinders abhängig wären. Er hätte aber auch bei diesem zuletzt genannten Materiale dieser Absicht nicht entsprechen können, da die magnetische Induction von der Peripherie des Cylinders an nur etwa proportional dem Radius abnimmt. Der genannte Zweck wäre nur dann zu erreichen gewesen, wenn man die Höhe des Ringes wesentlich grösser als die des inneren Cylinders gewählt hätte.

Die bei einem Strome von 30 Ampère in jeder Spule erreichte magnetische Induction betrug rund 5000, bei 30 Ampère in einer Spule dagegen circa 4500 Kraftlinien pro Quadratcentimeter. Über diese Inductionswerthe hinaus bereitete die Erwärmung der Spulen den Messungen zu grosse Schwierigkeiten.

Mit diesem Eisenkörper wurden folgende Versuche vorgenommen.

Zuerst wurde die Änderung der in die Richtung des Längsfeldes fallenden Magnetisierungscomponente durch Umkehrung des Stromes in der Spule I beobachtet, wenn durch die Spule II ein constanter Strom floss, dessen Stärke zwischen 0 und 30 Ampère einschliesslich der Grenzen gewählt wurde. Dem Grenzfall, Strom 0 in Spirale II, entspricht bekanntlich die gewöhnliche Aufnahme der Magnetisierungscurve.

In der zweiten Versuchsreihe wurden die magnetischen Erscheinungen untersucht, wenn beide Spulen von constanten Strömen verschiedener oder gleicher Stärke durchflossen waren, welche abwechselnd umgekehrt wurden. Dieser Vorgang entspricht einer sprungweisen Drehung der Feldrichtung.

In der dritten Reihe wurde die gewöhnliche Hysteresisfläche für Stromstärken in einer einzigen Spule aufgenommen.

In der vierten und letzten Versuchsreihe wurden die Stromstärken in den beiden Spulen in einer Weise abgeändert, welche einer möglichst continuirlichen Drehung des resultirenden Feldes gleichkam und die in die Richtung des Längsfeldes fallende Magnetisierungscomponente beobachtet. Da die Componente in der Richtung des Querfeldes vermöge der symmetrischen Anordnung die gleichen nur um  $90^\circ$  verschobenen Werthe erreichen musste, so war der magnetische Zustand des Gusseisencylinders bekannt. Die Drehung geschah in Stufen von  $5$  zu  $5$  Graden. Die voran angeführten Versuche erstreckten sich nur auf die Änderungen der temporären Magnetisirung und wurden alle Resultate durch Beobachtung des Inductionstosses in Spule I gewonnen. Es wurde nämlich von vorneherein, um möglichst starke Dräthe in den Nuten des Eisenkörpers verwenden zu können, von der Anbringung einer secundären Wicklung auf dem Eisencylinder abgesehen.

Die Spule I wurde in den einen Zweig einer Wheatstone'schen Brückenordnung geschaltet, deren übrige Zweige durch inductionlose Widerstände gebildet waren (Fig. 1). Die Anordnung war somit im Wesentlichen dieselbe wie sie Lord Raleigh zur Bestimmung der Selbstinduction verwendete.<sup>1</sup> Thatsächlich wurde in der ersten Versuchsreihe nur immer der Selbstinductionscoefficient der Spule I unter den verschiedenen Umständen bestimmt. Hiebei wurde in der Weise vorgegangen, dass die Compensation in der Brücke hergestellt, d. h. der Strom im Galvanometer gleich Null gemacht, hierauf der Strom in der Brückenordnung rasch umgekehrt und der Ausschlag  $\alpha$  der Galvanometernadel beobachtet wurde.

Hierauf änderten wir bei constanter Stromstärke den Widerstand des einen Brückenweiges um den Betrag  $\delta b$

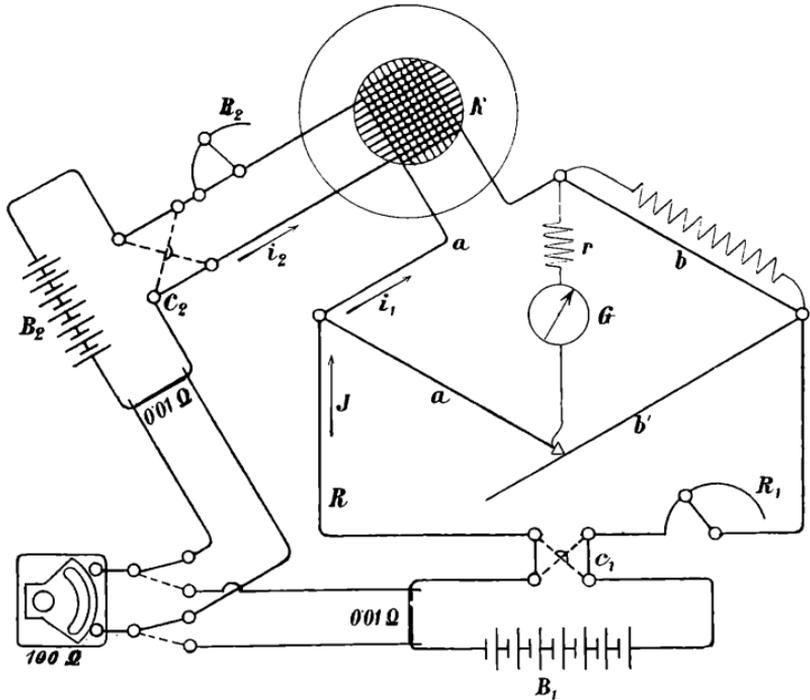


Fig. 1.

und beobachteten die zugehörige dauernde Galvanometerausweichung  $\gamma$ .

Ist  $L$  der gesuchte Selbstinductionscoëfficient,  $\tau$  die Schwingungsdauer der Galvaneternadel,  $\lambda$  das logarithmische Decrement derselben, so findet man

$$L = \frac{\tau e^{\frac{\lambda}{\pi} \text{arc. tg } \frac{\lambda}{\alpha}} \cdot \alpha \cdot \delta b}{\pi \cdot \gamma \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}}}$$

Hiebei ist  $\alpha$  auf den Bogen und  $\gamma$  auf die Tangente des einfachen Winkels in bekannter Weise zu reducirn. Ist  $N$  die gesammte Kraftlinienzahl, welche das Innere der Spule durchsetzt,  $i$  der Strom und  $m$  die Windungszahl der Spule, so ist

$$L = \frac{N \cdot m}{i}$$

und

$$N = \frac{\tau e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc.tg} \frac{\pi}{\lambda}} \alpha \cdot i \cdot \delta b}{\pi \cdot m \cdot \gamma \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}}}.$$

Die letztere Formel gilt auch dann, wenn der Inductionsstrom nicht durch eine Änderung des Stromes  $i$ , sondern anderweitig bewirkt wird.

Für  $i$  ist jener Werth zu setzen, bei welchem  $\gamma$  beobachtet worden ist.

An den beobachteten Ausschlägen  $\gamma$  und  $\alpha$  sind in der Regel zweierlei Correctionen anzubringen. Kann nämlich bei der Beobachtung von  $\gamma$  die Widerstandsänderung  $\delta b$  gegen den Widerstand  $b$  selbst nicht als verschwindend klein betrachtet werden, so ist der Ausschlag  $\gamma$  dieser Änderung nicht mehr proportional.

Sind  $a, a', b, b'$  die Widerstände in den 4 Brückenweigen,  $R$  der äussere und  $r$  der innere Widerstand der Brücke, ist ferner

$$\Delta = Rr(a+a'+b+b') + R(a+a')(b+b') + r(a+b)(a'+b') + aa'bb' \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} + \frac{1}{b} + \frac{1}{b'} \right),$$

$E$  die elektromotorische Kraft der Batterie und  $j$  der Strom in der Brücke, welcher jedenfalls  $\gamma$  proportional ist,<sup>1</sup> so ist

$$j = \frac{E \cdot a'}{\Delta} \delta b.$$

Da in unserem Falle alle Widerstände bis auf  $r$  sehr gering waren, so kann man in der Formel für  $\Delta$  die Glieder ohne  $r$  vernachlässigen und schreiben

$$\Delta = r[R(a+a'+b+b') + (a'+b')(a+b)].$$

Die percentuelle Änderung von  $\Delta$  mit  $\delta b$  ist nun gleich

$$+ \frac{100 \delta b (R + a' + b')}{R(a + a' + b + b') + (a + b)(a' + b')} \text{‰}.$$

<sup>1</sup> Mascart-Joubert, Elektrizität und Magnetismus, III, S. 481.

In unserem Falle war nun stets bei Compensation  $a+b = a'+b'$  und somit

$$\begin{aligned} R(a+a'+b+b')+(a+b)(a'+b') &= 2(a+b)\left(R + \frac{a+b}{2}\right) = \\ &= 2(a+b) \frac{E}{J} \end{aligned}$$

und

$$R+a'+b' = \frac{E}{J} + \frac{a+b}{2},$$

worin  $J$  den Strom in  $R$  bedeutet.

Damit wird die percentuelle Correction von  $\gamma$

$$+100 \cdot \delta b \left[ \frac{1}{2(a+b)} + \frac{J}{4E} \right] \text{‰}.$$

Im Maximum betrug dieselbe bei unseren Versuchen  $1 \cdot 25 \text{‰}$ . Da  $\delta b$  stets negativ gewählt wurde, war auch die Correction stets negativ. Eine Correction wegen der Veränderung von  $J$

mit  $\delta b$  wurde dadurch vermieden, dass der Strom  $J$  zugleich mit  $\gamma$  abgelesen wurde.

Die andere Correction, die an  $\alpha$  angebracht werden musste, rührte davon her, dass bei den langsamen Schwingungen und der geringen Dämpfung des Galvanometers nicht die vollständige Compensation in der Brücke abgewartet werden konnte und man einen Fehler

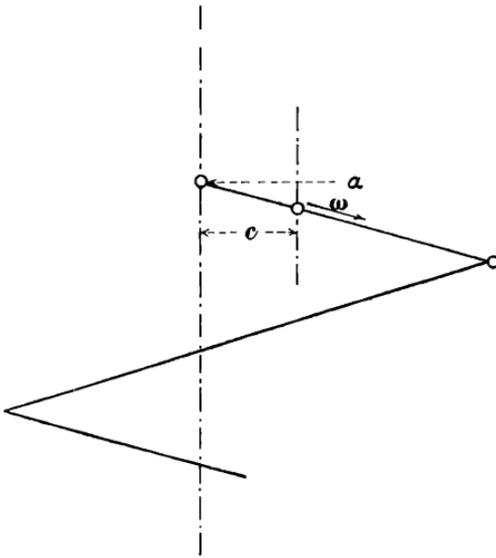


Fig.

bis zu einigen Scalentheilen mitnehmen musste. Da die dadurch erforderliche Correction der Ausschläge auch für andere Untersuchungen mit ähnlichen Instrumenten von Wichtigkeit ist, möge die Berechnung derselben auch an dieser Stelle Erwähnung finden.

In dem Momente der Stromumkehrung in der Brücke ist als Ruhelage des Galvanometers für den eingeleiteten Bewegungsvorgang offenbar die Einstellung nach der Stromumkehrung anzusehen, während die dem Inductionsstoss entsprechende Geschwindigkeit  $\omega$  der Nadel in der Einstellung vor der Stromumkehrung ertheilt wurde. Der Unterschied beider Einstellungen sei  $c$  (Fig. 2), der Galvanometerausschlag ganz allgemein  $x$ ,  $\lambda$  das natürliche logarithmische Decrement und  $\tau$  die Schwingungsdauer der gedämpften Nadel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Durchgängen durch die Ruhelage, und endlich  $A$  eine Constante.

Dann gilt allgemein

$$x = Ae^{-\frac{\lambda}{\tau}t} \sin \frac{\pi}{\tau}(t-t_0)$$

und

$$\frac{dx}{dt} = Ae^{-\frac{\lambda}{\tau}t} \left[ -\frac{\lambda}{\tau} \sin \frac{\pi}{\tau}(t-t_0) + \frac{\pi}{\tau} \cos \frac{\pi}{\tau}(t-t_0) \right] \quad \dots 1)$$

Die Zeit  $t$  werde vom Momente der Stromumkehr an gerechnet. Dann ist für  $t = 0$

$$\begin{aligned} c &= -A \sin \frac{\pi}{\tau} t_0, \\ \omega &= A \left( \frac{\lambda}{\tau} \sin \frac{\pi}{\tau} t_0 + \frac{\pi}{\tau} \cos \frac{\pi}{\tau} t_0 \right) \end{aligned} \quad \dots 2)$$

Hierin ist  $t_0$  die Zeit, zu welcher der Durchgang durch die Ruhelage erfolgen muss, damit zur Zeit  $t = 0$  die Ausweichung  $c$  und die Geschwindigkeit  $\omega$  erzielt werden.  $t_0$  kann positiv oder negativ sein. Aus den Gleichungen 2) folgt weiter:

$$\begin{aligned} A \cos \frac{\pi}{\tau} t_0 &= \frac{\omega\tau + \lambda c}{\pi} \\ A \sin \frac{\pi}{\tau} t_0 &= -c \end{aligned} \quad \dots 3)$$

Durch Einsetzung dieser Werthe gehen die Gleichungen 1) über in

$$x = e^{-\frac{\lambda}{\tau} t} \left( \frac{\omega\tau + \lambda c}{\pi} \sin \frac{\pi}{\tau} t + c \cos \frac{\pi}{\tau} t \right) \quad \dots 4a)$$

$$\frac{dx}{dt} = e^{-\frac{\lambda}{\tau} t} \cdot \frac{1}{\pi} \left[ -\left\{ \omega\lambda + \frac{c}{\tau} (\pi^2 + \lambda^2) \right\} \sin \frac{\pi}{\tau} t + \omega\pi \cos \frac{\pi}{\tau} t \right] \dots 4b)$$

Ist die äusserste Ausweichung erreicht, so ist  $\frac{dx}{dt} = 0$  und es ergibt sich für die Zeit  $t$ , zu welcher dies eintritt, die Beziehung

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{\tau} t = \frac{\pi}{\lambda \left( 1 + \frac{c(\pi^2 + \lambda^2)}{\omega\lambda\tau} \right)} \quad \dots 5a)$$

und

$$\tau = \operatorname{arc. tg} \frac{\pi}{\lambda \left( 1 + \frac{c(\pi^2 + \lambda^2)}{\omega\lambda\tau} \right)} \quad \dots 5b)$$

Wäre bei Anwesenheit von Compensationsfehlern etc. die Geschwindigkeit  $\omega$  in der genauen Ruhelage ertheilt worden, so hätte man den Ausschlag  $\alpha$  erzielt und es gilt in diesem Falle die Beziehung

$$\omega = \frac{\alpha\pi}{\tau} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}} e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc. tg} \frac{\pi}{\lambda}}$$

oder, wenn wir die Grösse

$$\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}} e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc. tg} \frac{\pi}{\lambda}} = F$$

setzen

$$\omega\tau = \alpha F\pi \quad \dots 6)$$

Durch Substitution der Werthe für  $t$  aus den Gleichungen 5a) und 5b) in die Gleichung 4a) unter gleichzeitiger Berücksichtigung von 6) erhält man schliesslich, wenn mit  $\bar{x}$  der Maximalwerth von  $x$  bezeichnet wird

$$\frac{\bar{x}}{\alpha \cdot F} = \frac{1 + \frac{c}{\alpha F} \left[ \frac{2\lambda}{\pi} + \frac{c}{\alpha F} \left( 1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2} \right) \right]}{e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc. tg} \frac{\pi}{\lambda \left( 1 + \frac{c}{\alpha F} \frac{\pi^2 + \lambda^2}{\pi\lambda} \right)}} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2} \left( 1 + \frac{c}{\alpha F} \frac{\pi^2 + \lambda^2}{\pi\lambda} \right)^2}} \quad \dots 7)$$

Ist nun  $c$  klein gegen  $\alpha$ , so wird der Nenner sehr nahe gleich  $F$ , ferner verschwindet das Glied  $\frac{c^2}{\alpha^2 F^2}$ , und es bleibt nur

$$\bar{\alpha} - \alpha = \frac{c 2\lambda}{\pi F} \quad \dots 8)$$

$\bar{\alpha}$  ist jedoch von der schliesslichen Ruhelage an gerechnet, also noch nicht der thatsächlich beobachtete Ausschlag; dieser ist  $\alpha' = \bar{\alpha} - c$ ; somit ist

$$\alpha' - \alpha = c \left( \frac{2\lambda}{\pi F} - 1 \right) \quad \dots 9)$$

Für die kleinen  $c$  genügt die Formel 9), für die grösseren wird man unter Annahme der Grösse  $\frac{c}{\alpha F}$  die Werthe  $\frac{\bar{\alpha}}{\alpha F}$ , respective  $\frac{\alpha'}{\alpha F}$  rechnen und eine Curve construiren, deren Abscisse  $\frac{c}{\alpha'}$ , deren Ordinate  $\frac{\alpha}{\alpha'}$  sind.

Da es sich nur um Correctionsglieder handelt, so ist es nicht erforderlich, für jede kleine Änderung des  $\lambda$  eine neue Tabelle zu rechnen.

Weil die Galvanometereinstellung nach dem Ausschlage meistens erst nach Beruhigung der Nadel, also erst nach einiger Zeit erfolgte, so musste, wenn eine stetige Änderung der Compensation durch die Erwärmung der Widerstände stattfand, insbesondere dann zu einer anderen Berechnung geschritten werden, wenn die zu berechnenden Daten sich wie bei der Construction der Hysteresisfläche aus mehreren kleinen Ausschlägen summirten.

Dann wurde vor der Beobachtung von  $\alpha$  zuerst die Galvanometereinstellung bei offenem Brückenweige, hiernach die Einstellung unter dem Einflusse des restirenden Brückenstromes und dann erst der Ausschlag  $\alpha'$  beobachtet.

Wenn  $i'_1$  der Batteriestrom in der Spule I vorher,  $i''_1$  nachher und  $c'$  die Differenz beider oberwähnten Einstellungen ist, so ist  $c = k(i''_1 - i'_1) = k\Delta i_1$ ,  $k = \frac{c'}{i'}$ .

Nahm man eine periodisch wiederkehrende Veränderung der Ströme, wie bei der continuirlichen Drehung des Feldes vor, so konnte man von den Beobachtungen der Ruhelage bei offenem Galvanometerkreis absehen.

Bei diesen Versuchen war in Folge geänderter Anordnung ein Rest von Fernwirkung der stromführenden Leiter auf die Galvanometernadel vorhanden. Nachdem die absoluten Beträge der in den beiden Spulen I und II fließenden Ströme  $i_1$  und  $i_2$  stets der Bedingung genügten  $|i_1| + |i_2| = J$ , so konnte die Fernwirkung in zwei Theile, in einem proportional  $i_1$  und einem proportional  $J$  zerlegt werden. Der erste Theil konnte mit dem Einflusse des Compensationsfehlers, welcher ja ebenfalls proportional  $i_1$  war, zusammengefasst werden. Trug man dann die Galvanometereinstellungen  $c''$ , die zwischen den Ausschlägen  $\alpha$  stattfanden, in eine Curve auf, so konnte man aus derselben genau den Einfluss von  $i_1$  und  $J$  ableiten. Dem Minimum von  $J$  entsprechen Spitzen, welche beim Zeichnen der  $c''$ -Curve berücksichtigt werden müssen.

Wurde als Ausgangsstellung der Galvanometernadel diejenige gewählt, welche beim Minimum von  $J$  und  $i = 0$  eintrat, so konnte diese, da bei der Drehung des Feldes beide Bedingungen gleichzeitig eintreten, aus der Curve direct abgelesen werden (Fig. 7). War dies wegen Unbestimmtheit der Lage der Spitzen — in Folge schiefer Schnitte — nicht genau möglich, so befreite man die  $c''$ -Curve durch Addition oder Subtraction einer geeigneten, in jedem Punkte zu  $i_1$  proportionalen Grösse zum grössten Theile von dem Einflusse dieses Stromes (Fig. 7, Curve  $c'''$ ). Dann gelingt es leicht, die gewünschte Galvanometer Ruhelage für die Punkte  $J = \text{Min.}$  und  $i = 0$  zu construiren.

Diese Ruhelagen, welche sich während einer Versuchsreihe nur um Zehntel-Theile änderten, nimmt man nun zur Grundlage der Berechnungen von  $c'$

$$c' = c'' - K(J - J \text{ Min.}).$$

Die Constante  $K$  findet man als Durchschnittswerth aus der von  $i_1$  befreiten Curve.

Schliesslich ist

$$c = k \Delta i_1 + K \Delta J.$$

Das verwendete ballistische Galvanometer besass einen cylindrischen, ziemlich schweren Magnet in einem veränderlichen Dämpfungskasten aus Kupfer. Die beiden Spulen waren auf rechteckigen Rahmen über die Dämpfungsdose geschoben.

Die Ausschläge wurden im verdunkelten Raume objectiv auf einer 1 *m* vom Spiegel entfernten Scala ersichtlich gemacht.

Zur raschen Beruhigung der Schwingungen wurde in der nächsten Nähe des Instrumentes ein Solenoïd passend aufgestellt, durch welches mit Hilfe eines Siemens'schen Doppeltasters Ströme in der einen oder anderen Richtung gesendet werden konnten. Durch geeignete Wahl der Stromstärken gelang es, die Magnetnadel rasch und vollständig zur Ruhe zu bringen.

Den Galvanometerspulen von 0·712  $\Omega$  Widerstand konnten noch 1—10  $\Omega$  vorgeschaltet werden.

Die Schwingungsdauer  $\tau$  betrug 6·7 Sternsecunden, das Brigg'sche logarithmische Decrement  $\lambda$  Brigg 0·06 bis 0·085, je nach dem vorgeschalteten Widerstande. Beide wurden vor und nach jeder Versuchsreihe und bei jeder Änderung des Galvanometerwiderstandes bestimmt.

Die Widerstände der Wheatstone'schen Brücke bestanden, abgesehen von der Magnetisirungsspule I aus Nickelin- und Constantanblechstreifen von  $\frac{1}{4}$  *mm* Dicke und 50 *mm* Breite.

Die einzelnen Zweige hatten folgende Widerstände:

<i>a</i>	0·01396 $\Omega$	(Spule I)
<i>a'</i>	0·01396 $\Omega$	
<i>b</i>	0·01272 $\Omega$	
<i>b'</i>	0·01256 $\Omega$ .	

Dem Widerstande *b* konnten Widerstände aus einem Edelmänn'schen Stöpsel-Etalon parallel geschaltet und hiedurch die rohe Compensation herbeigeführt werden.

Die feinere Einstellung wurde durch Veränderung des Widerstandes *a'* bewirkt. Derselbe endigte in einem starken Kupferdraht, auf dem eine mit dem Zuleitungsdrahte verbundene Klemme verschoben und festgeklemmt werden konnte. Im

Edelmann-Etalon war in der Regel  $1 \Omega$ , zur Bestimmung von  $\gamma$   $0.2$ ,  $0.3$ ,  $0.4 \Omega$  eingeschaltet. Die Widerstände waren nicht ganz genau justirt, so dass  $\delta b$   $0.0005505 \Omega$ , respective  $0.0003323 \Omega$  und  $0.0002223 \Omega$  betrug.

Zur Stromlieferung standen zwei Accumulatorenbatterien, deren Elemente in Serie, gruppenweise und einzeln parallel geschaltet werden konnten, zur Verfügung. Aus der grösseren Accumulatorenbatterie, die aus 16 Elementen bestand, wurde

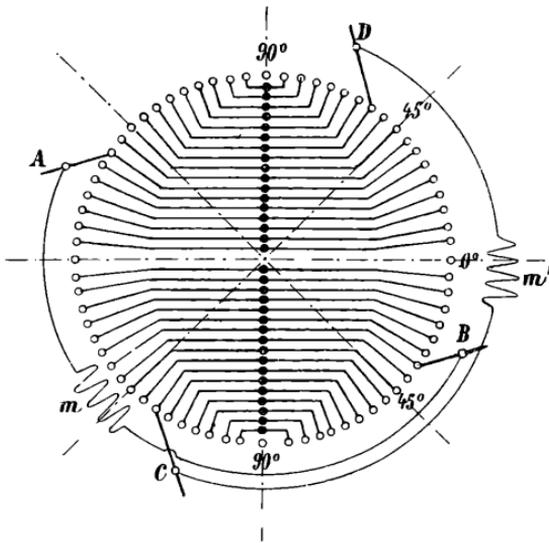


Fig. 3.

im Maximum ein Strom von 87 Ampère bei einer Spannung von 16 Volt entnommen.

Für die Drehung des Feldes wurde ein eigener Widerstandsapparat hergestellt, welcher dem Strom der grösseren Accumulatorenbatterie in zwei Theile zu spalten erlaubte, die den Bedingungen

$$i_1 = i_0 \sin \alpha \quad \text{und} \quad i_2 = i_0 \cos \alpha$$

genühten.

Die aus Nickelblechstreifen von  $\frac{1}{4} \text{ mm}$  Dicke und 12 bis 40  $\text{mm}$  Breite hergestellten Widerstände standen mit einem Collector aus 72 Kupferstäben in Verbindung; auf diesem

waren 4 durch ein Holzkreuz fest miteinander verbundene Bürsten verschiebbar, an welche die Enden der Zuleitungen zur Brücke mit Spule I und zur Spule II angeklemt waren.

Hiebei war, um für beide Spulen gleiche Verhältnisse zu schaffen, zur Spule II ein gleicher Widerstand parallel geschaltet und durch Vorschaltung eines weiteren Widerstandsbleches

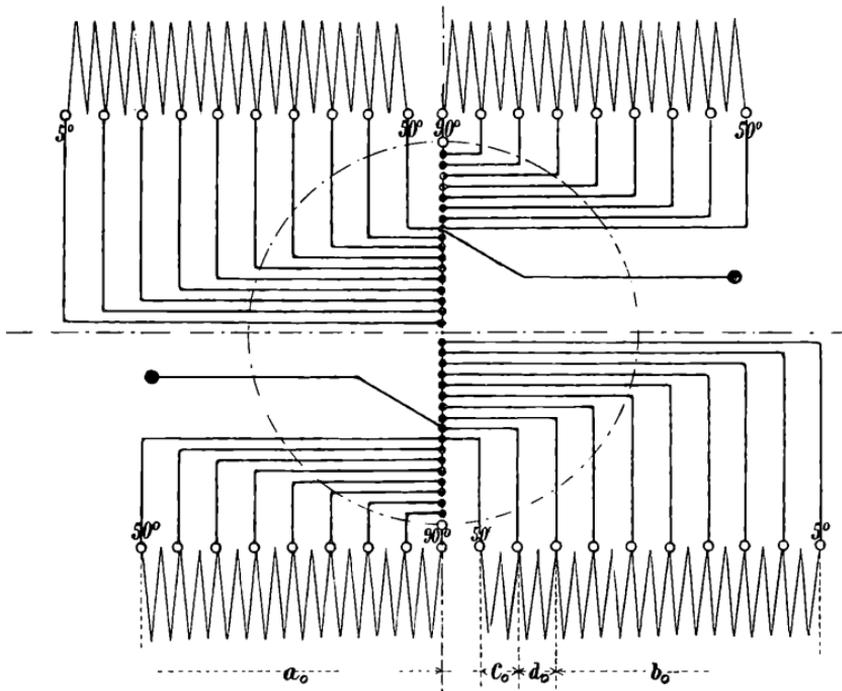


Fig. 4.

auch diese Anordnung auf denselben Widerstandswert, wie die Brückendisposition gebracht.

Die Construction und Schaltung dieses Rheostaten ergibt sich aus den Figuren 3—6.

Fig. 3 stellt den Collector dar, dessen Kupferstäbe durch starke Blechstreifen paarweise parallel geschaltet sind. Die vier auf dem Collector schleifenden Bürsten sind in der Figur mit  $A, B, C, D$  bezeichnet und die mit denselben in Verbindung stehenden Stromwege sind durch die betreffenden resultirenden Widerstände  $m$  und  $m'$  ersetzt.

In der Mitte der Parallelverbindungen zweigen die weiteren zu den Widerstandsblechen des Apparates führenden Verbindungen ab. Der Verlauf derselben ist in Fig. 4 skizzirt. An einem Punkte, der einem Drehungswinkel  $\epsilon = 50^\circ$  entspricht, sind die Stromzuführungen angebracht, deren Enden in der Figur mit + und - bezeichnet sind. Man erkennt leicht, dass

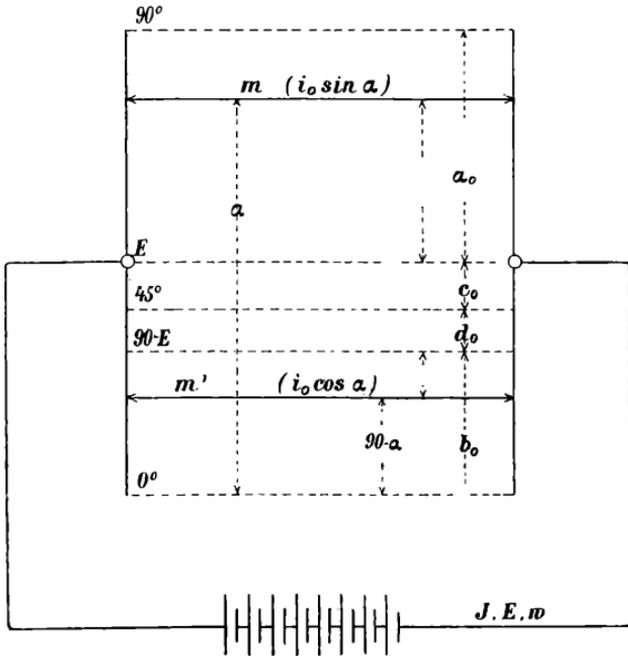


Fig.

diese Anordnung dem Wesen nach mit der in Fig. 5 und 6 skizzirten Stromverzweigung identisch ist.

$E, M, K$ , Stromstärke und Widerstand im Batteriekreise seien mit  $E, J$  und  $w$  bezeichnet.

Die in den Figuren eingetragenen Bezeichnungen  $a, b, c, d, a_0, b_0, c_0, d_0$  bedeuten die Widerstandswerte der durch die zugehörigen Pfeile begrenzten Leitertheile.  $m = m'$  sind die Widerstände, in denen der sinusartig verlaufende Strom  $i_0 \sin \alpha$  und  $i_0 \cos \alpha$  gefordert wird.

Nach den Kirchhoff'schen Regeln ist  $J = i_0 (\sin \alpha + \cos \alpha)$ , somit weiter nach Fig. 5

$$w \cdot i_0 (\sin \alpha + \cos \alpha) + 2a i_0 \sin \alpha + m i_0 \sin \alpha = E$$

und

$$2a = \frac{\frac{E}{i_0} - (w+m) \sin \alpha - w \cos \alpha}{\sin \alpha} \quad \dots 1)$$

ferner ist nach Fig. 6 ebenso

$$2c = \frac{\frac{E}{i_0} - (w+m) \sin \alpha - w \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} \quad \dots 2)$$

und

$$2(d+c_0) = m(\operatorname{tg} \alpha - 1) + 2c \quad \dots 3)$$

endlich wieder nach Fig. 5

$$(2a+m)i_0 \sin \alpha = (2b+m+2c_0+2d_0)i_0 \cos \alpha$$

und

$$2(b+c_0+d_0) = (2a+m) \operatorname{tg} \alpha - m \quad \dots 4)$$

Hat man nun, wie in unserem Falle, gewählt, so erhält man aus den obigen Gleichungen die für  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$ ,  $d_0$ , indem man in 1)  $\alpha = 90^\circ$ , in 2)  $\alpha = 45^\circ$ , in 3)  $\alpha = 90^\circ - \varepsilon$  und in 4)  $\alpha = 0^\circ$  setzt.

Mit Hülfe der obigen Gleichungen und des Werthes von  $\varepsilon$  kann man nun  $w$  und  $m$  bestimmen.

Für  $\alpha = \varepsilon$  muss  $2a$  und  $2c = 0$  werden. Da der Nenner in den Gleichungen 1) und 2)  $-\sin \varepsilon$  und  $\sin \varepsilon + \cos \varepsilon$  weder unendlich noch gleich Null ist, so muss dieser Bedingung durch den Zähler allein genügt werden, was in beiden Fällen dieselbe Gleichung gibt

$$\frac{E}{i_0} - (w+m) \sin \varepsilon - w \cos \varepsilon = 0 \quad \dots 5)$$

Für die Bestimmung von  $w$  und  $m$  ist jedoch noch eine weitere Gleichung erforderlich. Diese erhält man durch die Überlegung, dass sowohl  $a$  als  $c$  in dem Punkte  $\varepsilon$  ein Minimum besitzen müssen. Ist dieses Minimum, wie oben bereits verlangt, gleich Null, so kann dasselbe nur mehr vom Zähler

abhängen, da die Nenner stets endlich bleiben. Es genügt somit, den Differentialquotienten des Zählers in Gleichung 1) und 2)

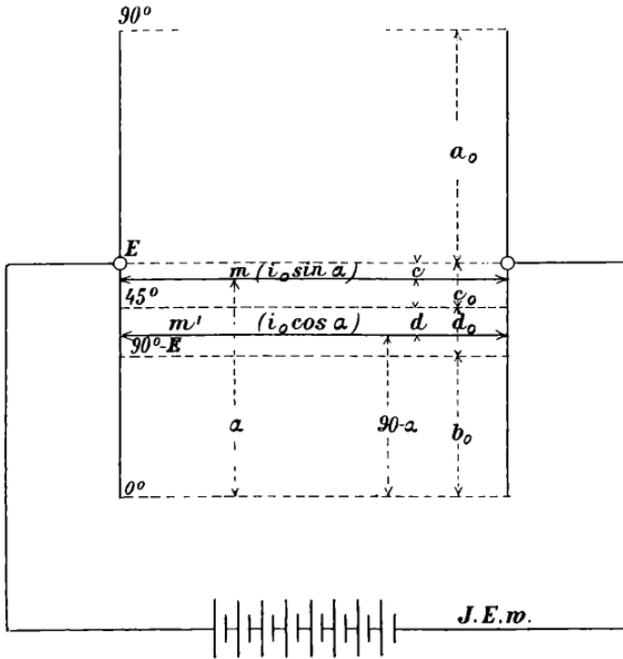


Fig. 6.

für  $\alpha = \varepsilon$  gleich Null zu setzen. So erhält man die noch notwendige Gleichung

$$w \sin \varepsilon - (w + m) \cos \varepsilon = 0 \tag{...6}$$

Aus 5) und 6) ergibt sich

$$\frac{m + w}{w} = \operatorname{tg} \varepsilon \tag{...7}$$

und

$$w = \frac{E}{i_0} \cos \varepsilon; \quad m = \frac{E}{i_0} \sin \varepsilon - w \tag{...8}$$

Da  $m$  und  $w$  nur beide positiv sein können, so ist klar, dass  $\varepsilon$  zwischen  $90^\circ$  und  $45^\circ$  liegen muss und dass es ferner für jedes  $m$  und  $w$  ein geeignetes  $\varepsilon$  gibt.

In unserem Falle wurde  $\varepsilon = 50^\circ$ ,  $E = 16$  Volt und  $i_0 = 60$  A. angenommen.

Dann wird

$$w = 0.17143 \, \Omega, \quad m = 0.03288 \, \Omega.$$

Die weiteren Widerstandsstufen sind in beistehender Tabelle angeführt.

	Widerstand von $\varepsilon = 50^\circ$ bis zu $\alpha$ , einseitig $\Omega$	Bezeichnung
90°	0.03120	
85	0.02421	
80	0.01814	
75	0.01293	
70	0.00856	
65	0.00501	
60	0.00233	
55	0.00062	
50	0.00000	
45	0.00036	
40	0.00316	$c_0 + d \} c_0 + d$
35	0.00792	
30	0.01608	
25	0.02956	
20	0.05223	
15	0.09317	
10	0.17967	
0	$\infty$	

Das angestrebte Stromverhältniss war durch diesen Apparat nicht ganz genau erfüllt, doch wurde immerhin eine genügende Annäherung an eine continuirliche Felddrehung erreicht. Dieselbe fand in 72 Stufen von je  $5^\circ$  statt.

Die Ströme  $i_1$  und  $i_2$  wurden stets bei allen Versuchsreihen durch ein Westonvoltmeter mit  $100 \, \Omega$  Widerstand, welches einem Widerstande von  $0.1 \, \Omega$  oder  $0.01 \, \Omega$  parallel

geschaltet war, genau gemessen. Bei den Beobachtungen über die Drehung des Feldes wurde  $J$  durch obiges Voltmeter, und das Verhältniss von  $i_1$   $i_2$  durch ein an die Enden gleicher Widerstände in beiden Stromkreisen angeschlossenes Deprezgalvanometer mit Spiegelablesung bestimmt.

Vor jeder Versuchsreihe wurde der Eisenkörper durch kräftigen von der Centralstation der Internationalen Elektrizitäts-Gesellschaft gelieferten Wechselstrom, der mit einem Flüssigkeitsrheostaten regulirt wurde und stets stärker als der stärkste, vorangegangene Magnetisierungsstrom war, entmagnetisirt. Die Manipulation war insoferne erfolgreich, als spätere Bestimmungen mit schwächeren Magnetisierungen sich in die Versuchsreihen gut einfügten.

Vor jedem einzelnen Versuche wurde durch öftere — bis 100 malige — Wiederholung des Vorganges dafür gesorgt, dass ein constanter Zustand des Eisenkörpers eintrat. Nur in ganz einzelnen Fällen wurden auch Anfangswerthe beobachtet.

### Erste Versuchsreihe.

Es wurde schon im Vorstehenden erwähnt, dass in dieser Versuchsreihe die in der Axe der Spule I erzielte Magnetisirung bei Umkehrung des Stromes in dieser Spule untersucht wurde, während die Spule II von einem constanten Strom durchflossen war. Die Versuche haben somit am meisten Ähnlichkeit mit denjenigen von Gerosa und Finzi, sowie J. Klemenčič, bei welchen durch den Stab ein constanter, ununterbrochener Strom floss, während er längsmagnetisirenden Kräften ausgesetzt wurde.

Das Resultat ist auch im Allgemeinen dasselbe, nämlich eine Verminderung der Permeabilität in der Richtung der Axe der Spule I.

An den in der Tabelle I und den Curventafeln I und II dargestellten Resultaten sind jedoch einige Besonderheiten zu bemerken. Vor Allem ist es auffällig, dass die Verminderung der Permeabilität in der Nähe des Maximums von  $L$  (und damit auch von  $\mu$ ) am intensivsten ist. Am Anfange der Magnetisierungscurve sind schwächere Querfelder bis zu  $10 \cdot 0$  A. fast ohne Einfluss, eine Erscheinung, die bereits Lord Raleigh bei Versuchen constatirte, in welchen das constante Magnetfeld

dieselbe Richtung hatte wie das unterbrochene. Der betreffende Satz in Ewing's »Magnetische Induction in Eisen und verwandten Metallen« S. 119 lautet: »So lange die constante Kraft verhältnissmässig schwach und die mittlere Magnetisierung in Folge dessen ebenfalls nicht sehr bedeutend ist, findet man,

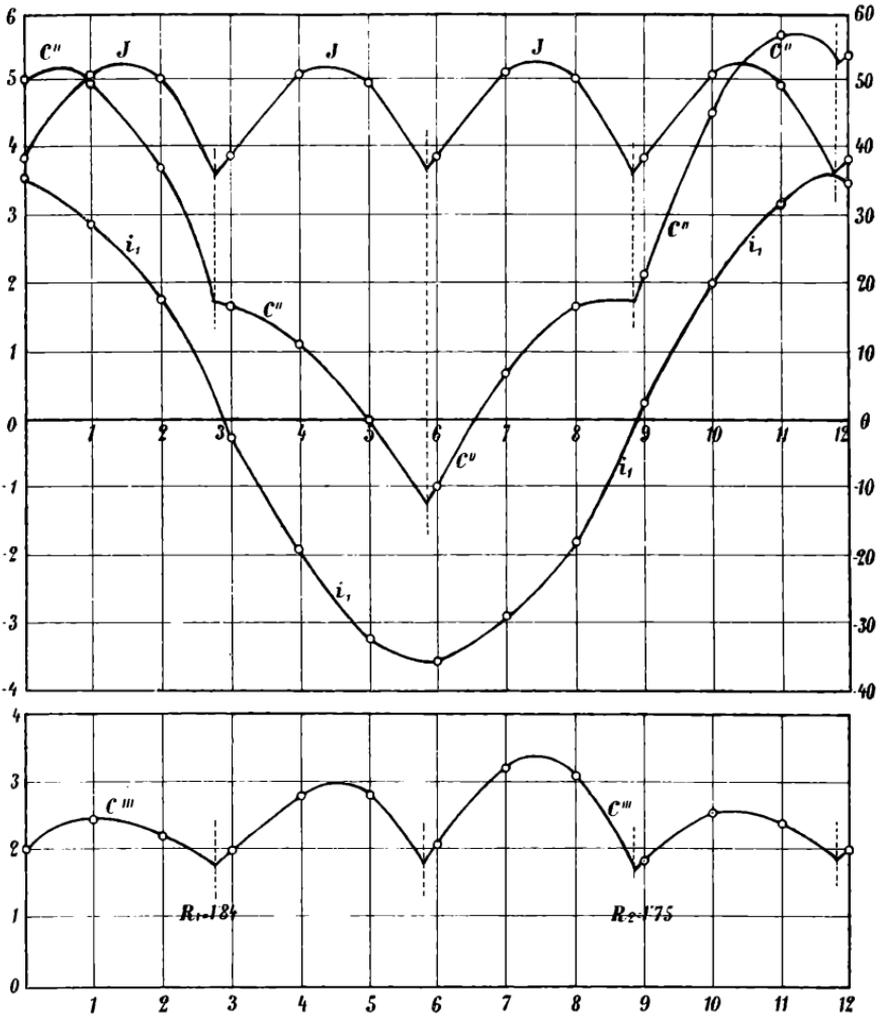


Fig. 7.

dass die Suszeptibilität, die durch das abwechselnd erfolgende Entstehen und Verschwinden eines kleinen Theiles der Kraft hervorgerufen wird, nicht wesentlich von der anfänglichen

Susceptibilität für dasselbe, noch nicht magnetisirte Stück verschieden ist,«

Wir sehen auch folgerichtig unsere Curven bis  $i_2 = 10$  A. gegen einen gemeinsamen Punkt auf der Ordinatenaxe convergiren. Erst das Quersfeld von 31 A., welches eine Induction von über 4000 Kraftlinien pro Quadratcentimeter hervorbringt, stört diese Convergenz. Es scheint somit die Constanz der Susceptibilität für geringe magnetisirende Kräfte bei Quersfeldern innerhalb weiterer Grenzen sich zu erhalten, als bei Feldern gleicher Richtung mit dem unterbrochenen (umgekehrten) schwachen Felde.

Im Weiteren ist aus den Curven ersichtlich, dass durch stärkere Quersfelder das Maximum der Permeabilität in der Richtung der höheren Feldstärken verschoben erscheint.

Die Curven, welche hiefür am meisten charakteristisch sind, flachen sich auch bei stärkeren Quersfeldern mehr und mehr ab, die Permeabilität wird kleiner und constanter. Dies letztere Resultat stand zu erwarten.

Bemerkenswerth ist auch, dass der Einfluss geringerer Quersfelder bei stärkeren Längsfeldern fast verschwindet. Bei dem durch den Strom  $i_2 = 3.53$  A. erzeugten Quersfelde ist von  $i_1 = 20$  A. an ein Einfluss des Quersfeldes überhaupt nicht bemerkbar.

### Zweite Versuchsreihe.

Bei dieser wurde von dem Stromwender  $C_2$  (Fig. 1) Gebrauch gemacht. Nachdem die gewünschten Ströme in Spule I und Spule II eingestellt waren, wurde der Strom  $i_1$  umgekehrt, hierauf  $i_2$ , dann wieder  $i_1$  und endlich wieder  $i_2$ .

Hiemit war ein Cyclus vollendet, indem die Ströme in beiden Spulen wieder die anfängliche Richtung hatten. Das aus der Wirkung beider Spulen resultirende Feld  $H$  nahm dabei die in Fig. 8 angedeuteten vier Lagen ein. Schloss dasselbe mit der Axe der Spule I ursprünglich den Winkel  $\varphi$  ein, so war der Winkel mit dieser Axe nach dem Commutiren von  $i_1$  gleich  $180 - \varphi$ , nach dem Commutiren von  $i_2$  gleich  $180 + \varphi$ . etc.

Die resultirende Magnetisirung, die nach dem Commutiren von  $i_1$  den Werth  $N_1$  hatte und um den Winkel  $\varepsilon_1$  hinter der entsprechenden Feldrichtung zurückblieb, nahm nach dem



$X_1, X_2, Y_1, Y_2$  wurden aus den Galvanometerausschlägen nach den bereits angeführten Formeln berechnet. Die Werthe derselben sind in Tabelle II angeführt.

Dass ein Zurückbleiben der Magnetisirungs- gegenüber der Feldrichtung stattfand, beweisen die Zahlen für  $X_2$  und  $Y_1$ ; denn fiel die Feldrichtung stets mit der Magnetisierungsrichtung zusammen, so müssten  $X_2$  und  $Y_1$  stets gleich Null sein.

Aus den oben angeführten Gleichungen können, da  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{i_2}{i_1}$  ist,  $N_1, N_2, \varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  berechnet werden. Die dafür erhaltenen Werthe sind in Tabelle III und den Curventafeln III und IV zusammengestellt. Aus diesen Zusammenstellungen ist ersichtlich, dass nach der Umkehrung des stärkeren Stromes die resultirende Magnetisirung schwächer und der Verzögerungswinkel kleiner ist als nach Umkehrung des schwächeren Stromes.

Sind die Ströme in beiden Spulen von gleicher Stärke, so sind natürlich auch  $N_1 = N_2$  und  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ .

Die Curven für  $\varepsilon_1$  haben innerhalb der Beobachtungsgrenzen stets vor diesem Punkte, die für  $\varepsilon_2$  stets nach diesem Punkte ein auffälliges Maximum.

Die Curven für  $\varepsilon_1$  steigen vom Nullpunkte an rapid, und zwar anfänglich fast geradlinig auf, während die Curven für  $\varepsilon_2$  die Abscissenaxe im Nullpunkte als gemeinsame Tangente zu berühren scheinen.

Dieser Curvenverlauf liesse folgern, dass das Commutiren ganz schwacher Querfelder analog einer Erschütterung wirkt und nur die Erhöhung der nach dem Commutiren des starken Stromes vorhandenen Magnetisirung bewirkt, ohne deren Richtung merklich zu ändern. In diesem Falle wäre der Verzögerungswinkel gleich dem ganzen Winkel der Felddrehung durch die Umkehrung des schwachen Stromes, somit sehr nahe proportional der Stärke des letzteren. Dagegen wäre der Verzögerungswinkel nach der Umkehr des starken Stromes gleich oder sehr nahe gleich Null.

Der Verlauf der Curven für  $N_1$  und  $N_2$  scheint ebenfalls darauf hinzudeuten, dass die Umkehrung des schwächeren

Stromes immer zum Theile wie eine Erschütterung wirkt, da dieselbe eine Vermehrung der Magnetisirung zur Folge hat.

Aus der Curventafel IV ist noch ersichtlich, dass das Maximum von  $\epsilon_1$  oder  $\epsilon_2$  am höchsten wird, wenn es an eine Stelle fällt, an welcher ein resultirendes Feld von solcher Intensität vorhanden ist, dem bei der einfachen Magnetisirung das Maximum der Permeabilität entsprechen würde.

Ganz genau lässt sich dies aus den Curven nicht ablesen, da keine der einzelnen Beobachtungen dem erwähnten Falle genau entspricht, doch lässt der ganze Verlauf der Erscheinungen mit ziemlicher Sicherheit hierauf schliessen. Der gleichen Erscheinung werden wir später bei Ermittlung des Verzögerungswinkels bei möglichst continuirlicher Drehung eines constanten Feldes wieder begegnen.

Um constante Ausschläge zu erhalten, wurde die diesen Versuchen zu Grunde liegende Feldänderung vor Beginn der Beobachtungen oft wiederholt. Eine Versuchsreihe wurde in der Weise durchgeführt, dass zuerst  $i_2$  dann  $i_1$  geschlossen hierauf nur  $i_1$  öfter umgekehrt wurde. Hierauf wurden die Beobachtungen der successiven Drehung in vorbeschriebener Weise begonnen.

Waren z. B.  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  die den Magnetisierungsänderungen  $X_1$  und  $X_2$  entsprechenden Ausschläge, so war der Reihe nach

$$\alpha_1 = 25 \cdot 1$$

$$\alpha_2 = 15 \cdot 3$$

$$\alpha_1 = 39 \cdot 0$$

$$\alpha_2 = 14 \cdot 6$$

$$\alpha_1 = 39 \cdot 2$$

$$\alpha_2 = 14 \cdot 3$$

$$\alpha_1 = 38 \cdot 7$$

$$\alpha_2 = 14 \cdot 5$$

Wie man sieht, stellt sich der stabile Zustand sehr rasch her; der erste Ausschlag  $\alpha_1$  ist jedoch sehr wesentlich kleiner als die folgenden. Das erste  $\alpha_2$  ist nur wenig grösser als die später sich ergebenden.

Setzt man voraus, dass die Verzögerungswinkel  $\epsilon_1$  und Magnetisirungen  $N_1$  dieselben sind, wenn  $i_2$  constant bleibt

und nur  $i_1$  commutirt wird, oder wenn einer jeden Umkehrung von  $i_1$  eine solche von  $i_2$  vorausging, so müsste der erste Ausschlag  $\bar{\alpha}_1$  sich zu den folgenden verhalten, wie

$$\bar{\alpha}_1 : \alpha_1 = 2 N_1 \cos(\varphi + \varepsilon_1) [N_1 \cos(\varphi + \varepsilon_1) + N_2 \cos(\varphi - \varepsilon_2)].$$

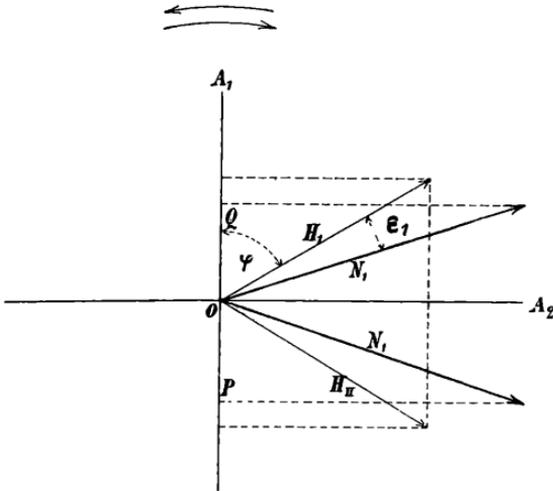


Fig. 9.

In diesem Falle war jedoch

$$2 X_1 = N_1 \cos(\varphi + \varepsilon_1) + N_2 \cos(\varphi - \varepsilon_2) = 39.938,$$

$$2 N_1 = 156.720, \quad \varphi = 70^\circ 18' 25'',$$

$$\varepsilon_1 = 10^\circ 29' 17'', \quad \varphi + \varepsilon = 80^\circ 47' 42'';$$

somit

$$2 N_1 \cos(\varphi + \varepsilon_1) = 25.070.$$

Man sieht hieraus, dass die Übereinstimmung eine sehr nahe ist und es scheint die oben ausgesprochene Vermuthung richtig zu sein.

Bei zwei weiteren Reihen wurden ebenfalls die Anfangsausschläge beobachtet und sind die Resultate aller drei Beobachtungsreihen in der nachstehenden Tabelle zusammengestellt.

$$i_2 = 11 \text{ } 10 \text{ Ampère.}$$

$i_1$ in Ampère	$\bar{a}_1$		$\frac{\bar{a}_1}{a_2}$	$\frac{N_1 \cos(\varphi + \varepsilon_1)}{X_1}$	Differenz in %
3·98	25·1	38·9	0·645	0·628	-2·7
8·34	72·1	99·7	0·723	0·769	+6·4
11·93	66·0	80·9	0·816	0·843	+3·3

Da die Werthe für  $\bar{a}_1$  auf Beobachtung nur je eines einzigen Galvanometerauschlages beruhen, so ist die Übereinstimmung eine ganz befriedigende.

Ob diese Übereinstimmung des Verzögerungswinkels  $\varepsilon_1$  und der Magnetisirung  $N_1$  bei den geschilderten Feldänderungen im Allgemeinen stattfindet, kann wohl aus diesen wenigen Versuchen nicht mit Sicherheit geschlossen werden, erscheint aber immerhin wahrscheinlich, da gerade die vorliegenden Versuche in einem Gebiete liegen, welchem sehr grosse Verzögerungswinkel angehören.

### Dritte Versuchsreihe.

In den nachstehend beschriebenen Versuchen wurde die Magnetisierungscurve bei stufenweiser Änderung der Stromstärke in Spule I von einem positiven bis zu einem negativen Maximum und zurück bestimmt. Die von einer derart aufgenommenen Curve eingeschlossene Fläche ist dem Arbeitsverluste durch Hysteresis proportional. Der mathematische Ausdruck für diesen Verlust pro  $1 \text{ cm}^3$  Eisen ist

$$A = \int_k H dJ,$$

worin  $H$  die Feldintensität, welche längs des ganzen Eisenkörpers constant gedacht wird und  $J$  die Magnetisierungsintensität bezeichnet.

In unserem Falle konnte man  $H$  und  $J$  wegen der Form der Spulen und der Zusammensetzung des Eisenkörpers aus

zwei verschiedenen Theilen nicht sicher angeben. Dagegen konnte eine Formel für den Energieverlust durch Hysteresis aus der Windungszahl  $m$  der Spule, der Stromstärke  $i$  in derselben und der durch das Innere der Spule verlaufenden Kraftlinienzahl  $N$  aufgestellt werden.

Denkt man sich die Stromstärke  $i$  continuirlich in der vorbeschriebenen Weise geändert, so tritt in der Spule eine elektromotorische Gegenkraft  $e$  auf, welche durch die Gleichung

$$e = -m \frac{dN}{dt}$$

bestimmt ist.

Die von der Stromquelle, abgesehen von der Stromwärme, im Zeittheilchen  $dt$  geleistete Magnetisirungsarbeit ist somit

$$dA = i \cdot e \cdot dt$$

oder

$$dA = -im dN.$$

Hat die Stromstärke einen vollen Kreisprocess von einem positiven Maximum zu einem negativen und wieder zurück zum positiven durchlaufen, so ist die dabei aufgewendete Energie

$$A = -m \int_k idN.$$

Das  $\int idN$  ist aber ebenso wie im gewöhnlichen Falle  $\int HdJ$  die von der Magnetisirungscurve eingeschlossene Fläche, wenn man bei der Aufzeichnung derselben als Abscissen die Stromstärken  $i$  und als Ordinaten die Gesamtzahl der Kraftlinien aufträgt.

Diese Beobachtungsreihe bot grosse Schwierigkeiten dadurch, dass zu der Ungenauigkeit, welche die Summirung der zahlreichen kleinen Ausschläge des ballistischen Galvanometers an und für sich mit sich bringt, noch die durch die Änderung der Compensation in Folge der Erwärmung der Spule bedingten Fehler hinzukamen. Dieselben wurden möglichst dadurch eliminirt, dass sich eine Beobachtungsreihe stets über mehrere volle Cyclen erstreckte.

In Tabelle IV sind die Stromstärken und zugehörigen Magnetisierungen angeführt. Zur Ermittlung des Arbeitsverlustes wurden auf Grund dieser Tabelle auf Coordinatenpapier Curven gezeichnet, welche allen Beobachtungswerthen möglichst entsprachen und deren Fläche  $\eta = \int_k idN$  mittelst eines Planimeters bestimmt wurde.

Eine dieser Curven für die maximale Stromstärke  $i = 29 \cdot 55$  Ampère ist zusammen mit einer Magnetisierungscurve bei continuirlicher Drehung in der Curventafel V abgebildet; die der gewöhnlichen Magnetisierungscurve angehörenden Beobachtungswerthe sind mit Kreuzchen eingetragen.

In der Tabelle VI sind die Werthe für  $\eta = \int_k idN$  zu finden; der Arbeitsverlust in Erg ergibt sich durch Multiplication dieser Zahlen mit der Windungszahl der Spule  $m = 14$ .

In der Curventafel VI erscheinen die mit Kreuzchen eingetragenen Werthe  $\eta$  zu einer Curve zusammengestellt, welche allerdings nicht ganz dem Gesetze folgt, dass die Hysteresisverluste proportional  $B^{1.6}$  oder  $N^{1.6}$  wachsen.

Diese Versuche geben, weil sie bekannte Erscheinungen verfolgen, zu keinen weiteren Bemerkungen Anlass und wurden nur durchgeführt, um einen Vergleich der Verluste bei Umkehr der Magnetisierung in einer Richtung und der nachfolgenden Versuchsreihe zu ermöglichen.

#### Vierte Versuchsreihe.

Die Beobachtungen dieser Reihe beziehen sich auf die Erscheinungen bei einer continuirlichen Felddrehung. Um eine solche möglichst genau zu erreichen, wurden mittelst des an früherer Stelle beschriebenen Widerstandsapparates die Ströme  $i_1$  und  $i_2$  in den beiden Spulen proportional dem  $\sin \alpha$  und  $\cos \alpha$  in Stufen von  $5^\circ$  geändert.

Das Kriterium für die Constanz des Feldes war dadurch gegeben, dass  $i_1^2 + i_2^2 = i_0^2 = \text{Const.}$  sein musste. Diese Bedingung wurde allerdings nicht ganz erreicht; wie weit derselben entsprochen werden konnte, zeigt die nachstehende Tabelle

welche die aus  $i_1$  und  $i_2$  gerechneten Werthe von  $i_0$  während der Beobachtungen mit dem stärksten Strome wiedergibt.

	$i_0$ in Ampère		$i_0$ in Ampère		$i_0$ in Ampère
5°	31·9	125°	30·0	240°	29·6
35	30·7	150	29·8	275	30·8
60	30·0	185	30·7	305	29·6
95	31·4	215	29·7	335	30·0

Bei dem stärksten Strome wurde eine Spannung von 16 Volt an der Batterie verwendet. Ausserdem wurden Beobachtungen mit 8, 4 und 2 Volt und proportional schwächerem Strome bei unveränderter Widerstandsordnung vorgenommen.

Die Stromstärke  $J = |i_1| + |i_2|$  wurde durch das an die Enden von  $0\cdot01 \Omega$  angelegte Westonvoltmeter gemessen und das Verhältniss von  $i_1$   $i_2$  durch das Verhältniss der Ablenkungen eines graduirten Deprez-D'Arsonval-Galvanometer mit Spiegelablesung, das successive an die Enden zweier gleicher Widerstände in den beiden Stromzweigen angelegt wurde, bestimmt.

Die Bestimmung der übrigen Grössen geschah nach der bereits dargelegten, auch den früheren Beobachtungsreihen gemeinsamen Methode.

Bevor wir zu den erhaltenen Resultaten übergehen, sei zu der Berechnung derselben noch Folgendes angeführt.

Es lässt sich auch in diesem Falle der Hysteresisverlust ohne Kenntniss der Feldstärke und der Magnetisirungsintensität an allen Stellen des Eisenkörpers berechnen. Wir denken uns dazu wieder die Drehung des Feldes ganz langsam, aber continuirlich vollzogen.

Ist die Dauer eines ganzen Umlaufes  $T$ , so müssen die Ströme in beiden Spulen dem Gesetze gehorchen:

$$i_1 = i_0 \sin \frac{2\pi t}{T}; \quad i_2 = i_0 \cos \frac{2\pi t}{T}.$$

Die Kraftlinienzahl ist offenbar constant  $N_0$ ; der Winkel  $\varepsilon$ , um den dieselbe hinter der Feldrichtung zurückbleibt, ist ebenfalls während der ganzen Dauer der Drehung derselbe, da die Verhältnisse nach allen Azimuten im Eisenkörper dieselben sind. Die Magnetisierungscomponente, die durch die Spule I geht, ist demnach

$$X = N_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \varepsilon\right),$$

die durch Spule II geht

$$Y = N_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \varepsilon\right).$$

Wie bei der vorhergehenden Versuchsreihe ist dann der Arbeitsaufwand in beiden Spulen

$$A = \int_0^T (e_1 i_1 + e_2 i_2) dt,$$

worin  $e_1$  und  $e_2$  die durch die Änderungen der Magnetisierungscomponenten in beiden Spulen erzeugten elektromotorischen Kräfte sind. Es ist

$$e_1 = -m \frac{d}{dt} \left( N_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \varepsilon\right) \right) = -\frac{2\pi m}{T} N_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \varepsilon\right),$$

$$e_2 = -m \frac{d}{dt} \left( N_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \varepsilon\right) \right) = +\frac{2\pi m}{T} N_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \varepsilon\right)$$

und

$$\begin{aligned} A &= \int_0^T (e_1 i_1 + e_2 i_2) dt = \\ &= -\frac{2\pi m N_0 i_0}{T} \int_0^T \left[ \sin \frac{2\pi t}{T} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \varepsilon\right) - \cos \frac{2\pi t}{T} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \varepsilon\right) \right] dt. \end{aligned}$$

Daher ist schliesslich

$$A = -2\pi m \cdot N_0 i_0 \sin \varepsilon.$$

Wird  $N_0$  und  $i_0$  im [c.g.s.] angegeben, so ergibt sich unmittelbar der Energieverlust in Erg. Um den Hysteresisverlust bei einfacher Stromumkehrung und bei der Drehung zu ver-

gleichem, hat man einfach die Ausdrücke  $\int_k i dN$  und  $2\pi N_0 i_0 \sin \varepsilon$  zu betrachten. Dieser Arbeitsverlust vertheilt sich naturgemäss ganz gleich auf beide Spulen, so dass auf jede derselben, falls sie von einer besonderen Energiequelle gespeist wäre, die Hälfte des Gesamtverlustes, somit

$$\frac{A}{2} = -\pi m N_0 i_0 \sin \varepsilon$$

entfallen würde.

Trägt man als Abscissen die Stromstärken in einer Spule, als Ordinaten die zugehörigen Magnetisirungscomponenten auf, so erhält man als Magnetisirungscurve bei der Felddrehung eine Ellipse, deren Coordinaten durch die Gleichungen

$$x = i_0 \sin \alpha; \quad y = N_0 \sin (\alpha - \varepsilon)$$

gegeben sind.

Die Elimination von  $\alpha$  aus diesen beiden Gleichungen ergibt die Gleichung der Curve

$$y^2 i_0^2 + x^2 N_0^2 - 2xy i_0 N_0 \cos \varepsilon = N_0^2 i_0^2 \sin^2 \varepsilon.$$

Bei Drehung des Coordinatensystems um den Winkel  $\varphi$ , der durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2 N_0 i_0 \cos \varepsilon}{i_0^2 - N_0^2}$$

bestimmt ist, geht die Gleichung in folgende evidente Ellipsengleichung über

$$\xi^2 \frac{i_0^2 \sin^2 \varphi + N_0^2 \cos^2 \varphi - 2 N_0 i_0 \cos \varepsilon \cos \varphi \sin \varphi}{N_0^2 i_0^2 \sin^2 \varepsilon} + \eta^2 \frac{i_0^2 \cos^2 \varphi + N_0^2 \sin^2 \varphi + 2 N_0 i_0 \cos \varepsilon \cos \varphi \sin \varphi}{N_0^2 i_0^2 \sin^2 \varepsilon} = 1$$

Die Halbaxen sind somit

$$a = \frac{N_0 i_0 \sin \varepsilon}{\sqrt{i_0^2 \sin^2 \varphi + N_0^2 \cos^2 \varphi - 2 N_0 i_0 \cos \varepsilon \cos \varphi \sin \varphi}}$$

und

$$b = \frac{N_0 i_0 \sin \varepsilon}{\sqrt{i_0^2 \cos^2 \varphi + N_0^2 \sin^2 \varphi + 2 N_0 i_0 \cos \varepsilon \cos \varphi \sin \varphi}}$$

Die Fläche dieser Ellipse ist nunmehr

$$\eta = ab\pi = \frac{\pi \cdot N_0^2 i_0^2 \sin^2 \varepsilon}{\sqrt{(i_0^2 \sin^2 \varphi + N_0^2 \cos^2 \varphi - 2 N_0 i_0 \cos \varepsilon \cos \varphi \sin \varphi) \cdot (i_0^2 \cos^2 \varphi + N_0^2 \sin^2 \varphi + 2 N_0 i_0 \cos \varepsilon \cos \varphi \sin \varphi)}}.$$

Unter der Berücksichtigung, dass

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{2 \sin \varphi \cos \varphi}{\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi} = -\frac{2 N_0 i_0 \cos \varepsilon}{N_0^2 - i_0^2}$$

und somit

$$N_0^2 - i_0^2 = -N_0 i_0 \cos \varepsilon \frac{\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi}{\sin \varphi \cos \varphi}$$

ist, wird das Product unter dem Wurzelzeichen gleich

$$i_0^2 N_0^2 \sin^2 \varepsilon$$

und die Fläche der Ellipse

$$\eta = ab\pi = \pi N_0 i_0 \sin \varepsilon,$$

somit der auf eine Spule fallende Arbeitsverlust wieder gleich der Fläche der in obiger Weise entworfenen Magnetisierungscurve multiplicirt mit der Windungszahl  $m$  der Spule.

Bei diesen Versuchen, deren Resultate in Tabelle V und VII und in den Curventafeln V und VI aufgeführt sind, zeigt sich nun das merkwürdige Resultat, dass der obige Energieverlust in einer Spule sehr nahe mit dem Energieverlust bei der einfachen Umkehrung zusammenfällt, dass somit der gesammte Energieverlust bei der Drehung in dem beobachteten Intervalle sehr nahe gleich dem doppelten des Energieverlustes bei der einfachen Stromumkehrung ist.

In Curventafel V ist die Magnetisierungscurve für eine Spule bei der grössten Stromstärke neben der entsprechenden für die einfache Umkehrung eingezeichnet. Man sieht unmittelbar, dass erstens die Ellipsenform nahe eingehalten, zweitens die umschlossene Fläche nahe gleich der von der gewöhnlichen Magnetisierungscurve umschlossenen ist.

Die Abweichung von der Ellipsenform mag zweierlei Ursachen haben.

Vor Allem war der Widerstandsapparat nicht so vollkommen, dass  $i_0$  immer genau denselben Werth gehabt hätte, wie aus der Tabelle für  $i_0$  zu Anfang dieses Capitels hervorgeht, ferner kann auch eine durch die Abkühlungsverhältnisse beim Gusse des Eisencylinders oder Ringes bedingte Inhomogenität nach einer bestimmten Richtung eine grössere Permeabilität bewirkt haben. Für höhere Inductionen ergibt sich schon bei unseren Messungen eine Abweichung der beiden in Tafel VI gezeichneten Curven von einander. Der Energieverlust bei der Drehung wird da schon geringer als das Doppelte des Verlustes bei der einfachen Umkehrung.

Es war nicht möglich, die Versuche mit diesem Apparat bis zur Sättigung des inneren Cylinders durchzuführen, nachdem die erforderliche Stromstärke einerseits nicht zu Gebote stand, anderseits auch die Beobachtung in Folge der Störungen durch Erwärmung unmöglich gemacht worden wäre.

Es würde dann wahrscheinlich der Eisenkörper gemäss der Forderung der Theorie und wie in den Versuchen von Baily bei den höheren Magnetisirungen eine Abnahme des Hysteresisverlustes bis auf Null herunter gezeigt haben.

Aus den Tabellen für  $N_1$  ist weiter zu entnehmen, dass die Magnetisirung bei der Drehung einen höheren Werth annimmt als bei der einfachen Umkehrung. In diesen Tabellen sind ausser den beobachteten Werthen für  $N_1$  ( $a$ ) noch Mittelwerthe ( $b$ ) angegeben, welche dadurch gewonnen sind, dass aus den Werthen für  $i_1$  und  $N_1$  in den einzelnen Horizontalreihen unter ( $a$ ) die Mittel genommen wurden. Hiebei wurden die auf- und absteigenden Äste in genau gleicher Weise berücksichtigt, da sich ein systematischer Unterschied zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Ästen bemerkbar machte. Derselbe kann wohl kaum im Eisenkörper oder in den Spulen zu suchen sein, sondern rührt offenbar von den Störungen durch Änderung der Compensation etc. her.

Die Beziehung

$$\eta = \pi N_0 i_0 \sin \varepsilon$$

gibt ein bequemes Mittel an die Hand, den Verzögerungswinkel  $\varepsilon$  unter Berücksichtigung aller Beobachtungen zu ermitteln. Aus

den vier Beobachtungsreihen ergaben sich folgende Werthe für  $\varepsilon$ :

$i_0$ in Ampère	$N_0$ in <i>c.g.s.</i>	$\eta$	
4·49	21.500	8.100	15° 29'
8·47	55 500	45.000	17 44
17·64	105.200	121.200	12 0
30·15	162.000	220 600	8 16

Er ist also auch hieraus, sowie aus Curventafel VIII ersichtlich, dass  $\varepsilon$  ein Maximum in der Nähe desjenigen Punktes der Magnetisierungscurve hat, für welchen das Maximum der Permeabilität stattfindet.

Es erscheint uns wahrscheinlich, dass die Grösse des Verzögerungswinkels nicht ohne Bedeutung für die Theorie der Magnetisirung bleiben dürfte.

Die vorstehenden Beobachtungen wurden in den Laboratoriumsräumen des k. k. Technologischen Gewerbe-Museums in Wien mit den von letzterem und der Allgemeinen Österreichischen Elektrizitätsgesellschaft zu diesem Zwecke überlassenen Apparaten ausgeführt, wofür wir beiden Instituten an dieser Stelle unseren Dank aussprechen.

### Anhang.

Nach Abschluss der vorliegenden Arbeit ergab sich noch eine günstige Gelegenheit, um den Versuch von F G. Baily, wenn auch nicht für die höchsten, so doch für ziemlich hohe Inductionen zu wiederholen.

In der Werkstätte der Allgemeinen Österreichischen Elektrizitäts-Gesellschaft wurde ein Apparat zur Entmagnetisirung von Taschenuhren hergestellt, der von Dr. R. Hiecke construirt war und im Wesentlichen aus einem rotirenden Elektromagnet bestand. Über diesem Elektromagnet war eine cylindrische Holzbüchse befestigt, auf deren oberer Basisfläche,

unter der die Magnete rotirten, Gegenstände einem magnetischen Drehfelde von maximal circa 400 (*c.g.s*) ausgesetzt werden konnten.

Auf diese Fläche wurde nun ein kleiner Apparat aufgesetzt, der wie folgt zusammengesetzt war.

Auf einer Hartgummischeibe von 96 *mm* Durchmesser, die mit Kreistheilung (80 Theile auf die gesammte Peripherie) versehen war, befand sich ein Bügel; zwischen diesem und der Scheibe war eine Axe gelagert, die ein Scheibchen aus dünnem Schmiedeeisen trug. Der untere Zapfen lief auf einem Steine, wie bei der Unruhe einer Uhr. Eine nichtmagnetische Unruhespirale (sog. Palladiumspirale) einerseits an der Axe, anderseits am Lagerbügel befestigt, hielt die Scheibe in einer bestimmten Direction.

Diese Vorrichtung wurde nun dem Drehfelde ausgesetzt, und mittelst eines Glasfadens als Zeiger die durch dasselbe hervorgebrachte Ablenkung von der ursprünglichen Einstellung an der Kreistheilung abgelesen. Es wurden zwei Scheibchen untersucht. Das erste bestand aus 0·2 *mm* dickem, im gewöhnlichen Handel erhältlichen Eisenbleche von 30 *mm* Durchmesser; dasselbe stellte sich jedoch als unbrauchbar heraus, indem es nach der Walzrichtung andere magnetische Eigenschaften besass, als quer darauf. Es wurde durch das Drehfeld bei langsamer Drehung in so heftige Schwankungen versetzt, dass die Unruhespirale gefährdet wurde. Bei rascherem Drehen waren bei der Leichtigkeit des Scheibchens die Vibrationen noch so stark, dass sie die Ablesung beeinträchtigten.

Es wurde deshalb ein weiterer Versuch mit einem Scheibchen angestellt, das der Quere nach aus einem Rundeisenstab geschnitten war. Dieses Scheibchen war auf eine gleichmässige Dicke von 0·15 *mm* gedreht und gefeilt und hatte 25·5 *mm* Durchmesser. Die Gleichmässigkeit war noch immer keine derartige, dass die Vibrationen verschwanden, doch waren dieselben soweit vermindert, dass man ganz sicher ablesen konnte.

Vor Allem wurde untersucht, ob ein Theil der beobachteten Ablenkung von Foucaultströmen herrührte, indem man von der Geschwindigkeit, bei der man eben ablesen konnte, auf die

doppelte übergang. Ein Einfluss der Wirbelströme hätte sich durch eine Vergrößerung der Ablenkung bemerkbar machen müssen. Eine derartige Veränderung der Ablenkung konnte nicht sicher beobachtet werden; war eine solche vorhanden, so war dieselbe sicher nicht grösser als  $0 \cdot 1$  Theilstrich.

Es wurde nun das anfänglich, durch dem Elektromagnet vorgeschalteten Widerstand, sehr schwache Drehfeld successive verstärkt und die Ablenkung der Scheibe bei den einzelnen Feldstärken beobachtet. Die dem Elektromagnet vorgeschalteten Widerstände, die Spannung des Erregerstromes und die Ablenkung  $\Theta$  in  $80^{\text{tel}}$  der Peripherie sind in Tabelle VIII unter den entsprechend bezeichneten Rubriken zusammengestellt.

Hierauf wurde durch Belastung des Zeigers in horizontaler Lage und bei horizontal gestellter Axe mittelst  $0 \cdot 01 g$  und  $0 \cdot 05 g$  das Directionsmoment der Feder direct bestimmt. Das Gewicht von  $0 \cdot 01 g$  erzeugte eine Ablenkung  $\mathcal{D}$  von 5 Theilen; das von  $0 \cdot 05 g$  dagegen genau entsprechend 25 Theile. Die Gewichte wurden in einem Abstände  $a = 4 \cdot 6 \text{ cm}$  von der Axe aufgehängt. Ist das Volumen der Eisenscheibe gleich  $v \text{ (cm}^3\text{)}$ , so rechnet sich aus obigen Elementen der Verlust durch Hysteresis in Erg. bei der Ablenkung  $\Theta$

$$\eta = 2\pi p \cdot 981 \frac{\Theta}{\mathcal{D}} \frac{a}{v},$$

wobei  $p$  in Gramm,  $a$  in Centimeter,  $v$  in Cubikcentimeter eingesetzt werden müssen.

Die erreichten Werthe von  $\eta$  sind in der angeführten Tabelle VIII unter dieser Bezeichnung eingetragen. Es wurde nun weiters unternommen, die Feldstärke und die Magnetisierungsintensität in den Eisenscheibchen zu bestimmen.

Zu ersterem Zwecke wurde auf das Scheibchen, möglichst nahe der Mitte eine kleine Drahtspule aufgelegt, welche auf einem  $1 \cdot 28 \text{ mm}$  dickem und  $20 \text{ mm}$  breitem Rahmen 38 Windungen von  $0 \cdot 2 \text{ mm}$  dickem Kupferdraht enthielt. Die Dicke der Spule über den Windungen gemessen betrug  $2 \cdot 5 \text{ mm}$ , die Breite  $20 \cdot 8 \text{ mm}$ , die Windungsfläche der Spule  $F = 14 \cdot 42 \text{ cm}^2$

Die Enden dieser kleinen Spule waren mit dem ballistischen Galvanometer verbunden, dessen Ausschläge ein Mass für die

Feldstärke abgaben. Die Aichung des Instrumentes fand statt, indem man Schwingungsdauer  $T$  und logarithmisches Decrement  $\lambda$  bestimmte, sowie in den einen Kreis mit Galvanometer und Spule noch  $\frac{1}{9}$  Ohm einschaltete, an dessen Enden ein Stromkreis mit  $4 \cdot 1$  Volt (Accumulatoren) und  $9000$  Ohm Widerstand angelegt war.

Commutirte man nun den Strom im Feldmagnet, so entstand am ballistischen Galvanometer ein Ausschlag  $\beta$ ; schaltete man nach Fig. 10, so entstand die Ablenkung  $\frac{\alpha}{2}$ ; beim Commutiren betrug dann der Unterschied der Galvanometereinstellungen  $\alpha$ .

War die Spannung an den Enden des Widerstandes von  $\frac{1}{9}$  Ohm hiebei  $E$ , so war die gesuchte Feldstärke sehr nahe:

$$H = \frac{\beta E \tau e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc. tg} \frac{\pi}{\lambda}}}{\alpha F \pi \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}}}.$$

Die beobachteten Werthe sind in Tabelle VIII unter der Rubrik  $H$  angeführt.

Die so bestimmte Feldstärke war wahrscheinlich etwas grösser als die im Eisenscheibchen. Der Unterschied kann aber kaum mehr als  $1\%$  betragen, da die Mitte der Windung nur  $1 \cdot 25$  mm von dem Eisenscheibchen abstand.

Auf ganz ähnliche Weise wurde die Induction im Eisenscheibchen gemessen, und zwar durch  $7$  Windungen desselben  $0 \cdot 2$  mm dicken Kupferdrahtes, welche auf das Scheibchen nahe der Mitte aufgewunden waren. Die Fläche dieser Wicklung war  $f = 1 \cdot 344$  cm<sup>2</sup>. Der Draht war nicht direct auf das Scheibchen gewickelt, sondern Glimmerplättchen dazwischen gelegt.

Bei Berechnung der Induction wurde darauf Rücksicht genommen, dass ein Theil der inducirten E. K. von der Wirkung der Feldstärke herrührte.

Die erzielten Werthe von  $J$  sind ebenfalls in Tabelle VIII eingesetzt. Es ist jedoch zu bemerken, dass Feldstärke und Magnetisirungsintensität beim Commutiren des Feldes, also nicht bei Drehung desselben bestimmt wurden, was möglicherweise einen Unterschied ergeben kann.

Einen Überblick über die Resultate gewährt die Curventafel VIII, auf welcher als Abscissen die Werthe für  $J$  und als Ordinaten  $\eta$  und  $H$  aufgetragen sind. Aus derselben ersieht man sofort, dass, wie F. G. Baily angibt, der Verlust durch Hysteresis ein Maximum erreicht und dann wieder abnimmt. Dieses Maximum ist bei unserem Versuche 11200 (*c.g.s.*) und tritt bei einer Magnetisirungsintensität von circa 1040 (*c.g.s.*) auf.

Es sei uns an diesem Platze gestattet, über die Theorie der Erscheinungen einige Bemerkungen zu machen.

Es ist vor Allem sehr wahrscheinlich, dass das Maximum des Verlustes dann eintritt, wenn alle Moleküle

pro Cyclus einmal herumgedreht werden, ohne desshalb gleichgerichtet sein zu müssen. Im nichtmagnetisirten Eisen sind alle Richtungen gleichmässig vertreten, im magnetisirten wird dies nicht mehr der Fall sein.

Denken wir uns die verschiedenen Richtungen der magnetischen Axen der Moleküle als Radien einer Kugel zusammengestellt (Fig. 11), und legen wir einen grössten Kreis senkrecht zur Resultirenden aus Feldintensität und Widerstandskraft, wobei die Resultirende mit der Feldintensität den bereits früher erwähnten  $\sphericalangle \epsilon$  einschliesst, so enthält die eine der dadurch entstehenden Kugelhälften alle positiven, die andere alle negativen Pole.

Es kann davon eine Abweichung vorkommen, da wir angenommen haben, dass alle Moleküle einmal herumgedreht werden.

Die Drehung eines Moleküles findet dann aber sicher statt, wenn es in die Lage eines Durchmessers obigen grössten Kreises kommt. Es kann also ein Molekül, welches sich obiger Anordnung nicht einfügt, nicht vorkommen, da es schon einmal in die der Drehung günstigste Lage gekommen, also gedreht worden sein müsste.

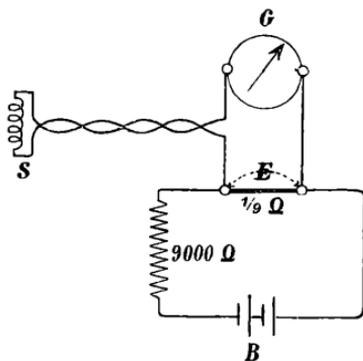


Fig. 10.

Wäre keine Richtung bevorzugt, so wäre die Häufigkeit der positiven Pole auf jedem Flächenelement der positiven Hälfte dieselbe und die Menge der positiven Pole auf dem Kreisringe vom Radius  $\rho = r \sin \varphi$  und der Breite 1 proportional  $\sin \varphi$ .

Nachdem jedoch die Wirkung der resultirenden Richtkraft auf jedes Element im Durchschnitte proportional  $\sin \varphi$  ist, so

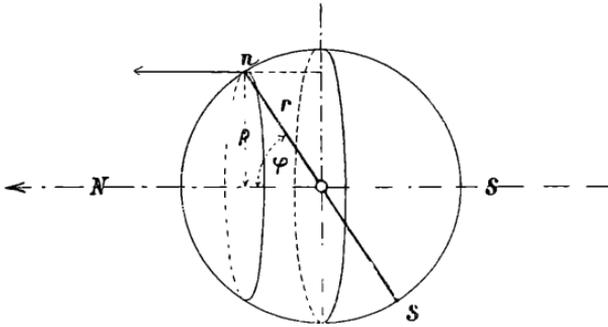


Fig. 11.

ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Molekül in der Richtung  $\varphi$  lagert, proportional  $\frac{1}{\sin \varphi}$  somit werden sich die Moleküle so anordnen, dass die Zahl der Pole pro Flächeneinheit auf unserer gedachten Kugel proportional  $\frac{1}{\sin \varphi}$  ist. Die Menge der Moleküle, die einen bestimmten Winkel  $\varphi$  mit der Kraft-richtung einschliessen, ist dann proportional  $\frac{\sin \varphi}{\sin \varphi}$ , somit constant.

In diesem Falle ist aber die Magnetisierungsintensität  $J = \frac{2}{\pi} J_{\max}$ . Bei unserem Versuche erscheint diese Bedingung sehr nahe erfüllt. Das Maximum liegt bei  $J = 1040$ . Daraus rechnet sich  $J_{\max}$  zu 1633 (*c.g.s.*), was mit den bisherigen Beobachtungen gut übereinstimmt. Es ist ferner ziemlich plausibel, dass das Maximum des Energieverlustes bei der Drehung der Grösse nach mit dem grössten Energieverlust



(Fig. 12), so sieht man leicht, dass bei der Drehung des Feldes die Moleküle aus beiden Gruppen denselben Winkelraum bestreichen, innerhalb dessen bei einfachem Richtungswechsel nur die Moleküle der einen Gruppe schwingen.

Dasselbe findet bei jedem anderen Gruppenpaare statt, dessen Axenrichtungen auf einander senkrecht stehen, so lange die Moleküle nicht ganz herumgedreht werden, sondern nur einen Winkelraum, kleiner als  $\pi$ , bestreichen.

Diese vorstehenden Vermuthungen, mit denen wir diese Abhandlung schliessen, werden den Gegenstand der nächstfolgenden Untersuchungen der Verfasser bilden.

Tabelle I.

Magnetisirung des Eisencylinders durch Umkehrung des Stromes  $i_1$  in der Longitudinalspule, wenn durch die Transversalspule dauernd der constante Strom  $i_2$  fliesst.

$i_1$ in Ampère	$L$ in Henry	$N$ in (c.g.s.)
$i_2 = 0$		
0·53	0·000370	1400
1·10	0·000428	3360
1·98	0·000482	6800
2·64	0·000545	10290
3·93	0·000662	18560
4·60	0·000715	23480
7·40	0·000867	45810
10·05	0·000908	65180
13·52	0·000886	85550
14·97	0·000881	94220
15·49	0·000857	94850
16·98	0·000856	103900
18·58	0·000828	109900
19·62	0·000816	114400
24·83	0·000747	132500
31·07	0·000678	150400
32·84	0·000673	157900

$i_1$ in Ampère	$L$ in Henry	$N$ in (c.g.s)
$i_2 = 3.53$ Ampère		
2.05	0.000457	6700
3.60	0.000541	13910
6.95	0.000743	36900
10.03	0.000857	61380
16.51	0.000850	100200
21.33	0.000797	121400
30.25	0.000677	146300
$i_2 = 10.0$ Ampère		
1.98	0.000394	5590
3.60	0.000451	11590
7.07	0.000591	29830
11.90	0.000730	62050
18.94	0.000764	103300
25.24	0.000716	129100
30.03	0.000674	144600
$i_2 = 31.0$ Ampère		
1.45	0.000283	2930
3.90	0.000327	9110
7.50	0.000384	20550
12.01	0.000460	39480
20.14	0.000518	74460
29.43	0.000520	109300

$L$  ist der nach der Methode von Lord Raleigh beobachtete Selbstinductionscoëfficient der Longitudinalspule;  $N$  die aus demselben berechnete Kraftlinienzahl im Eisencylinder.

Hiezu wurde die Formel

$$N = \frac{L \cdot i_1}{m}$$

benutzt, wo  $m = 14$  die Windungszahl der Spule ist.

Tabelle II.

Magnetisierung bei abwechselnder Stromumkehr in zwei aufeinander senkrechten Spulen (I und II); sprungweise Feld-drehung.  $i_1$  und  $i_2$  sind die Stromstärken in den genannten Spulen,  $X_1$  und  $X_2$  die Inductionscomponenten in der Axenrichtung der Spule I nach der Umkehrung des Stromes  $i_1$ , respective  $i_2$ ,  $Y_1$  und  $Y_2$  die entsprechenden Componenten in der Axenrichtung der Spule II.

Nr.	$i_1$ Ampère	$X_1$ (c.g.s.)	$X_2$ (c.g.s.)	$Y_1$ (c.g.s.)	$Y_2$ (c.g.s.)
1. $i_2 = 4 \cdot 12$ bis $4 \cdot 20$ Ampère					
1	0·89	3360	1020	820	20450
2	3·63	18960	4500	4900	23070
3	6·10	37970	6080	7490	23020
4	10·25	68440	5140	8710	21020
5	15·53	98000	3830	8440	19210
6	22·69	127880	2600	7470	16840
7	30·00	149150	1730	6290	14950
$i_2 = 11 \cdot 00$ bis $11 \cdot 10$ Ampère					
1	3·98	19970	7440	3950	73400
2	8·34	48950	11290	9190	70690
3	11·93	74040	11620	11400	67120
4	18·35	105820	8220	11460	57950
5	22·35	121740	6970	10980	52950
6	29·63	147030	4860	10160	46320
3. $i_2 = 29 \cdot 22$ bis $30 \cdot 15$ Ampère					
1	4·20	14950	6290	1730	149150
	9·18	38310	9820	3950	152090
3	11·00	46320	10160	4860	147030
4	16·51	70520	10970	6210	144930
5	22·54	96790	10820	8290	135250
6	30·07	123240	9990	9990	123240

Tabelle III.

Magnetisierung bei abwechselnder Stromumkehrung in zwei aufeinander senkrechten Spulen I und II — sprungweise Drehung —  $i_1$  und  $i_2$  sind die Stromstärken in den genannten Spulen;  $N_1$  und  $N_2$  die resultierenden Inductionen nach Umkehrung des Stromes  $i_1$ , respective  $i_2$ ;  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  die Winkel, um welche die Richtung von  $N_1$ , respective  $N_2$  hinter der Feldrichtung zurückbleibt.

Nr.	$i_1$ Ampère	$N_1$ (c.g.s)	$\varepsilon_2$	$N_2$ (c.g.s)	
1. $i_2 = 4 \cdot 12$ bis $4 \cdot 20$ Ampère					
1	0·89	21410	5° 41'	20110	0° 36'
2	3·63	31490	13 31	29680	11 22
3	6·10	44140	9 11	46700	15 8
4	10·25	70210	3 15	74680	12 24
5	15·53	98140	1 13	102400	9 6
6	22·69	127620	0 29	130820	6 23
	30·00	148940	0 14	151130	4 40
$i_2 = 11 \cdot 00$ bis $11 \cdot 10$ Ampère					
1	3·98	78360	10 29	74660	1 51
2	8·34	58300	11 38	86090	7 32
3	11·93	100300	8 31	102190	9 58
4	18·35	120340	4 32	122950	9 1
5	22·35	131380	2 55	135380	8 9
6	29·63	152980	1 18	156130	6 59
3. $i_2 = 29 \cdot 22$ bis $30 \cdot 15$ Ampère					
1	4·20	151130	4 40	148940	0 14
2	9·18	158620	6 37	155770	1 3
3	11·00	156130	6 59	152980	1 18
4	16·51	162440	7 13	160880	1 43
5	22·54	167310	6 1	166430	3 21
6	30·07	174800	4 24	174800	4 24

Tabelle IV

Stufenweise Magnetisierung nach einer einzigen Richtung zur Berechnung des Hysteresisverlustes.

$i$ Ampère	$N$ (c.g.s)	$i$ Ampère	$N$ (c.g.s)
1. $i = 9.03$ Ampère			
9.00	54100	9.05	54100
8.00	51400	8.00	51200
6.55	48000	6.60	47800
5.45	44300	5.45	44300
4.40	41000	4.40	40800
3.00	36400	3.00	36100
0.00	23500	0.00	22000
— 3.00	600	— 3.00	— 1600
— 4.40	—14100	— 4.35	—15700
— 5.45	—26000	— 5.45	—26600
— 6.60	—37300	— 6.60	—37100
— 8.00	—46700	— 8.00	—46300
— 9.05	—54100	— 9.05	—54100
2. $i = 11.25$ Ampère			
11.25	69800	11.25	69000
10.00	66800	10.00	65800
8.00	61800	8.00	60800
6.55	57600	6.50	56000
4.95	51700	4.75	50000
1.85	38100	1.70	36700
0.00	29200	0.00	28100
— 1.85	17600	— 1.70	17000
— 4.95	—19000	— 4.70	—17900
— 6.50	36400	— 6.50	—36800
— 8.00	—48000	— 8.00	—48700
—10.00	—61800	—10.00	—61600
—11.25	—69800	—11.25	—69000

$i$ Ampère	$N$ (c.g.s)	$i$ Ampère	$N$ (c.g.s)
3. $i = 17.5$ Ampère			
17.50	106400	17.50	103700
15.50	101900	15.40	99300
13.00	95900	13.00	93300
10.50	88900	10.50	86100
8.55	82600	8.50	79900
6.00	72400	6.00	69900
0.00	41000	0.00	38400
— 6.00	— 27500	— 6.00	— 28400
— 8.60	— 53500	— 8.50	— 53100
— 10.55	— 68500	— 10.50	— 67700
— 13.00	— 83000	— 13.00	— 82000
— 15.50	— 96200	— 15.20	— 93900
— 17.50	— 106400	— 17.40	— 103700
4. $i = 18.15$ Ampère			
18.25	104600	18.20	105000
17.50	103400	15.20	98800
16.50	101200	11.25	88600
15.50	99200	7.15	74700
14.00	96000	4.00	61600
11.50	88900	0.00	39300
7.25	75200	— 4.00	1500
4.00	60900	— 7.40	— 40800
0.00	38900	— 11.05	— 70800
— 4.00	1900	— 15.00	— 91600
— 7.15	— 40700	— 18.00	— 105000
— 11.70	— 71300		
— 15.40	— 92000		
— 18.20	— 104600		

$i$ Ampère	$N$ (c.g.s)	$i$ Ampère	$N$ (c.g.s)
$i = 20 \cdot 2$ Ampère			
20·15	119500	20·15	113900
19·65	113200	18·95	111000
18·55	110600	16·75	105900
16·75	106300	13·70	99900
13·85	99200	9·35	87200
9·45	86300	6·20	75800
6·25	74700	0·00	41900
0·00	41700	— 6·20	— 29000
— 6·25	— 27900	— 9·35	— 57100
— 9·45	59100	—14·10	— 88700
—14·10	— 90500	—16·90	— 99000
—17·05	—105700	—18·95	—109000
—18·65	—112600	—20·25	—113900
—19·85	—117700		
—20·15	—119500		
6. $i = 23 \cdot 28$ Ampère			
23·55	125100	23·00	125000
20·60	120100	19·50	118000
18·90	116700	17·70	114400
13·30	102900	9·50	94600
5·35	74400		
0·00	45100		
— 5·30	— 11900		
—11·50	— 79200		
—19·05	—107200		
—20·20	—113400		
—23·00	—125100		

$i$ Ampère	$N$ (c.g.s)	$i$ Ampère	$N$ (c.g.s)
7. $i = 29.55$ Ampère			
29.5	145800	29.6	145200
26.3	140100	26.3	139900
22.5	133300	22.3	131500
18.6	125300	18.0	122000
15.5	118700	15.5	116700
11.5	106000	11.5	104200
0.0	51300	0.0	47800
-11.5	- 70000	-11.3	- 68500
-16.1	96500	-15.6	- 94500
-18.7	-109500	-18.0	-107700
-22.0	-125300	-21.0	-121600
-25.6	-137000	-24.5	-135400
-29.6	-145800	-29.5	-145200

$i$ Ampère	$N$ (c.g.s)	$i$ Ampère	$N$ (c.g.s)	$i$ Ampère	$N$ (c.g.s)
8. $i = 30.13$ Ampère					
29.8	138300	30.0	141400	30.0	144300
26.0	133400	26.5	134700	27.0	142100
23.0	128000	24.3	131200	22.2	132600
14.5	111400	19.0	120000	14.0	106000
7.5	89900	12.5	102800	7.8	92200
0.0	52300	0.0	48500	0.0	53200
- 9.8	- 49600	-12.5	- 77700	-11.2	- 63400
-16.5	- 93200	-19.2	-109800	-17.7	-100100
-23.0	-118400	-25.6	-129900	-23.0	-128500
-26.0	-131300	-28.5	-136500	-26.4	-138100
-30.0	-138300	-31.0	-141400	-30.0	-144300

Tabelle V

Stufenweise Drehung der Magnetisirung, dargestellt durch die Stromstärken in der Spule I und die zugehörigen, in die Axe dieser Spule fallenden Componenten von  $N$ . *a)* directe Beobachtungen, *b)* Mittelwerthe.

1.  $i_0 = 30 \cdot 15$  Ampère.

*a)* Beobachtungen

$i_1$ Ampère	$N_1$ (c.g.s)						
31·9	162200	-30·5	-156700	30·3	158900	-30·1	157700
25·3	148400	-24·4	-132100	24·0	144800	-24·0	-132400
15·6	102700	-14·4	-83500	15·2	102100	-14·3	-84500
-3·0	11100	+3·0	-3100	-3·0	+9900	+3·0	-5100
-16·5	-59800	+16·6	+64200	-16·4	-56800	+16·2	+61200
-25·9	-119900	+27·3	+132500	-27·0	-128400	+27·9	+136400
-30·5	-162200	+30·3	+156700	-30·1	-158900	-30·1	+157700

*b)* Mittelwerthe

$i_1$ Ampère	$N_1$ (c.g.s)
30·6	158900
24·4	139400
14·9	93200
-3·0	7300
-16·4	-60500
-27·0	-129300
-30·6	-158900

2.  $i_0 = 17\ 64$  Ampère.

## a) Beobachtungen

$i_1$ Ampère	$N_1$ (c.g.s)						
17·52	105500	-17·35	-103300	17·45	105100	-17 33	101000
14·59	99500	-14·49	- 94400	14·50	99800	-14·47	- 94000
8·67	69900	- 8·67	- 66600	9 01	73900	- 9·02	- 67200
- 1·63	12400	+ 1·61	11600	- 1·65	13400	+ 1·65	- 12000
- 9·90	- 37800	+ 9·89	+ 36500	- 9 89	- 37000	+ 9·89	+ 36100
-16·22	- 86100	+16 13	+ 87300	-15·40	- 80600	+16 12	+ 85400
-17·35	-105500	+17·45	+103300	-17·33	+105100	+17 33	+101000

## b) Mittelwerthe

$i_1$ Ampère	$N_1$ (c.g.s)
17·40	103700
14·59	96900
8·84	69400
- 1·64	12400
9·89	- 37600
-15·97	- 84900
-17·40	-103700

3.  $i_0 = 8.47$  Ampère.

a) Beobachtungen

$i_1$ Ampère	$N_1$ (c.g.s)						
8.43	56000	- 8.38	- 54000	8.36	53500	- 8.33	- 53500
7.10	55300	- 7.02	- 52900	7.43	52700	- 6.94	- 52100
4.18	41700	- 4.18	- 40100	4.12	37800	- 4.24	- 40700
- 0.78	12200	+ 0.78	- 11200	- 0.78	12100	+ 0.78	- 11400
- 4.80	- 15800	+ 4.75	+ 14900	- 4.75	- 13100		
- 7.85	- 43400	+ 8.07	+ 44000	- 7.83	- 40800		
- 8.38	- 55900	+ 8.36	+ 54000	- 8.33	- 53400		

b) Mittelwerthe

$i_1$ Ampère	$N_1$ (c.g.s)
8.38	54200
7.12	53200
4.18	40100
- 0.78	11700
- 4.76	- 14700
- 7.95	- 43000
8.38	54200

4.  $i_0 = 4.49$  Ampère.

## a) Beobachtungen

$i_1$ Ampère	$N_1$ (c.g.s)						
4.40	21570	- 4.38	- 20930	4.38	21120	- 4.38	- 21120
3.78	21440	- 3.75	- 20410	3.75	20860	- 3.74	- 20540
2.22	15800	- 2.31	- 15420	2.20	15160	- 2.21	- 15350
- 0.40	4270	+ 0.40	- 3890	- 0.40	3700	+ 0.40	4020
- 2.53	- 7000	+ 2.91	+ 9070	- 2.54	- 7580		
- 4.19	- 17180	+ 3.97	+ 15680	- 4.18	- 16780		
- 4.38	- 21580	+ 4.38	+ 20920	- 4.38	- 21120		

## b) Mittelwerthe

$i_1$ Ampère	$N_1$ (c.g.s)
4.38	21190
3.75	20810
2.24	15430
- 0.40	3720
- 2.72	- 8180
- 4.08	- 16330
- 4.38	- 21190

Tabelle VI.

$\eta = \int_k idN$  bei stufenweiser Umkehrung der Magnetisierung  $N$ .

$N$ (c.g.s)	$\eta$	$N$ (c.g.s)	$\eta$
54100	44900	116700	137500
69400	64700	125100	162800
105100	118800	145500	213000
104800	121000	141300	219100

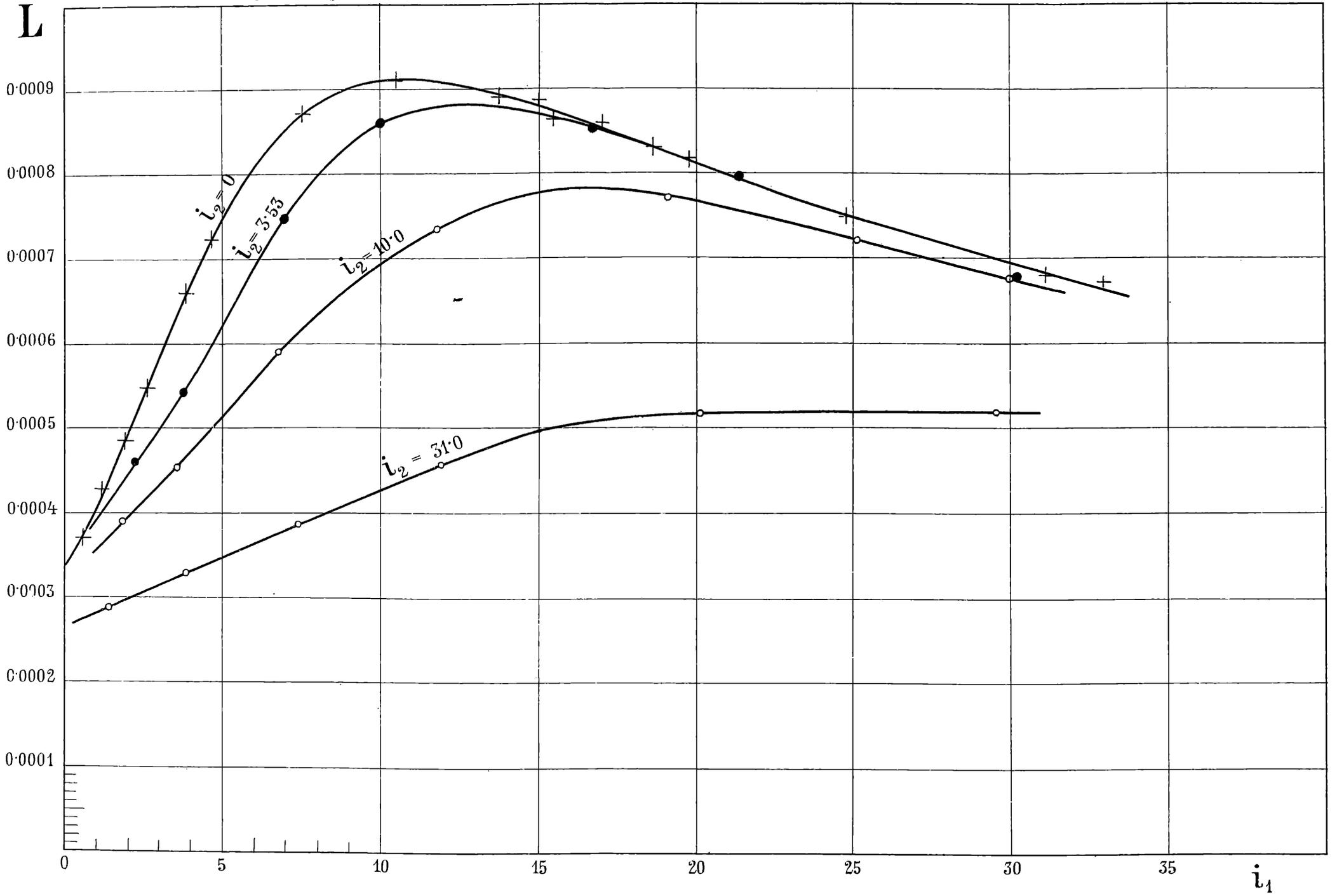
Tabelle VII.

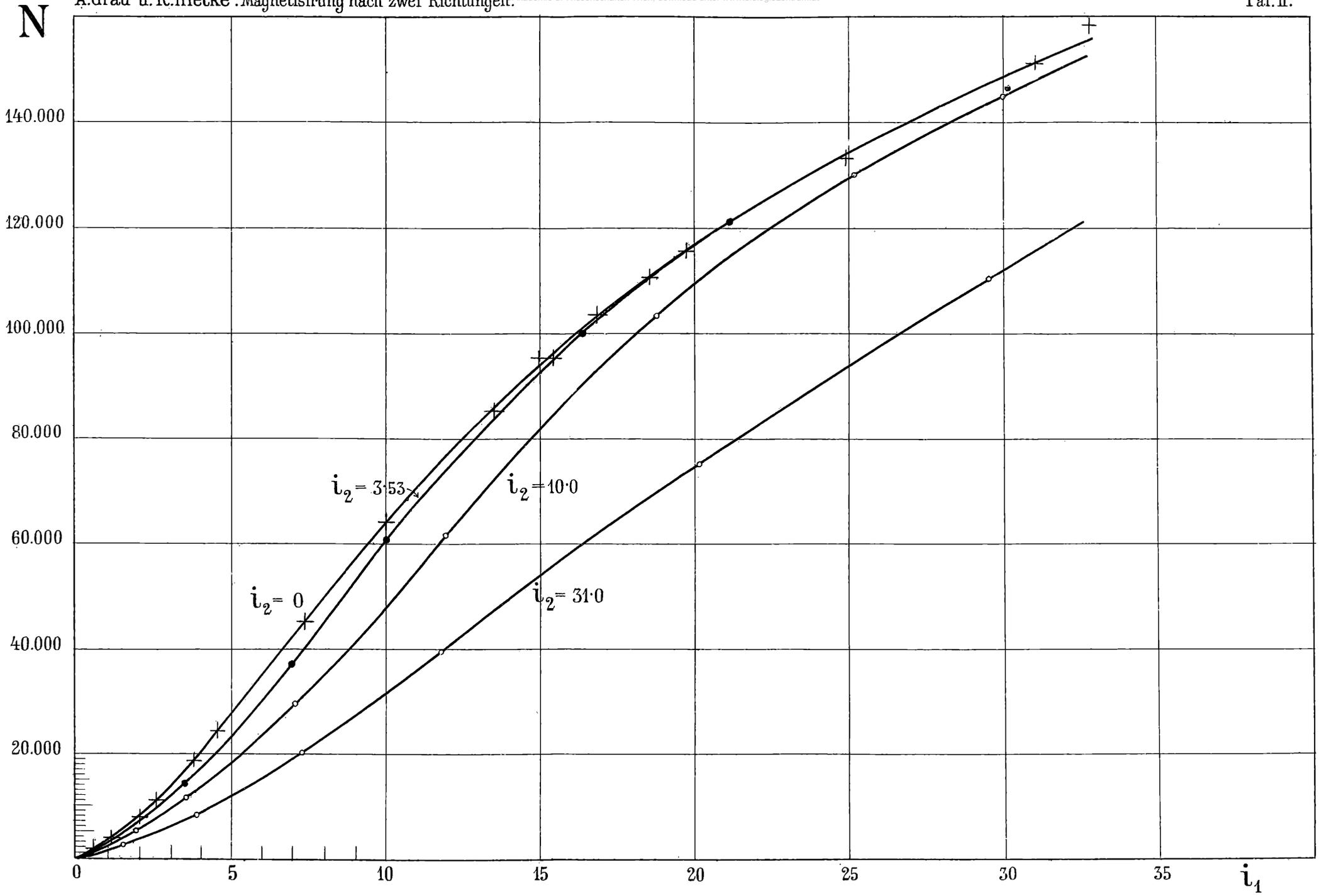
$\eta = \int_k i_1 dN_1$  bei stufenweiser Drehung der Magnetisierung  $N$ .

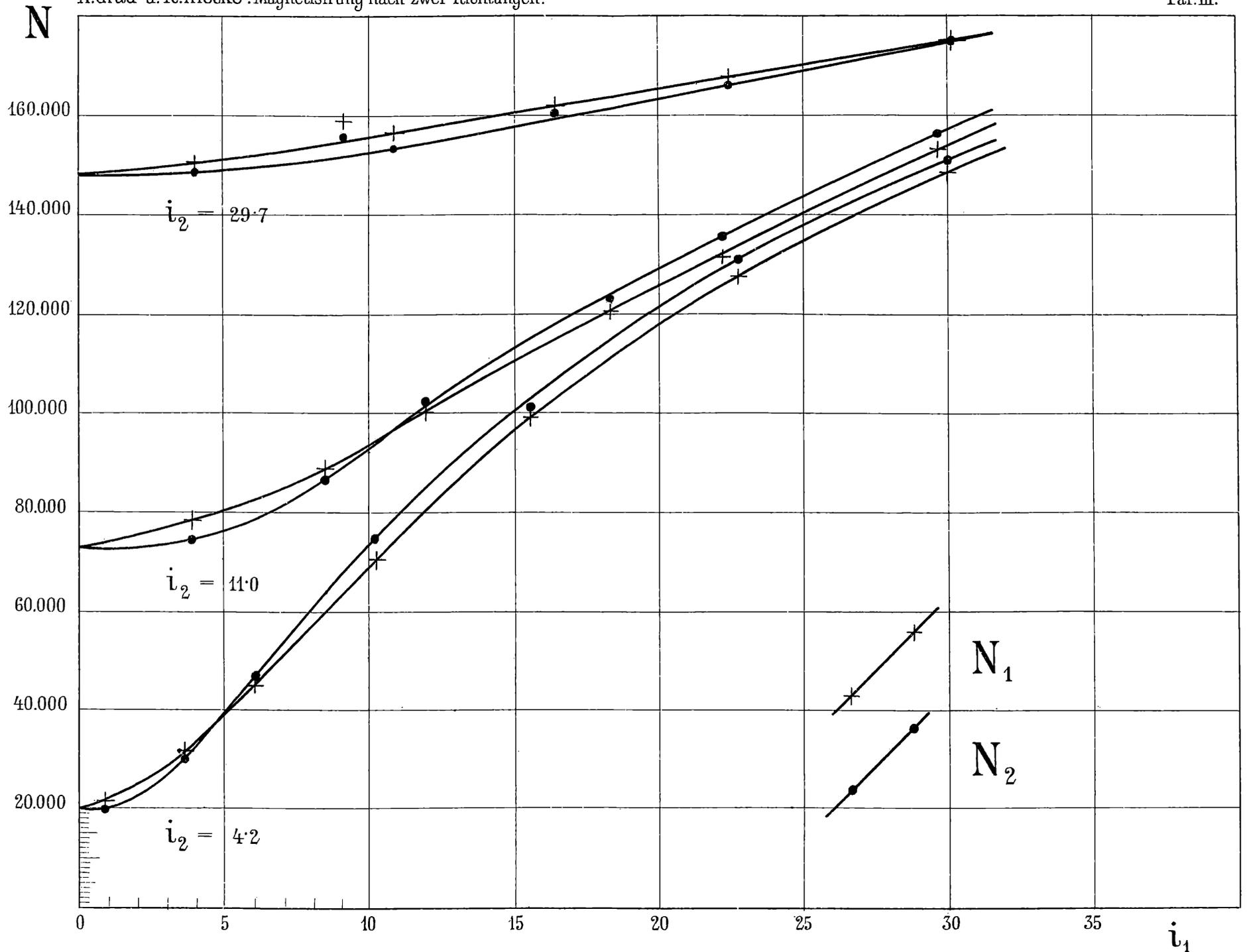
$N$ (c.g.s)	$\eta$	$N$ (c.g.s)	$\eta$
21500	8100	105200	121200
55500	45000	162000	220600

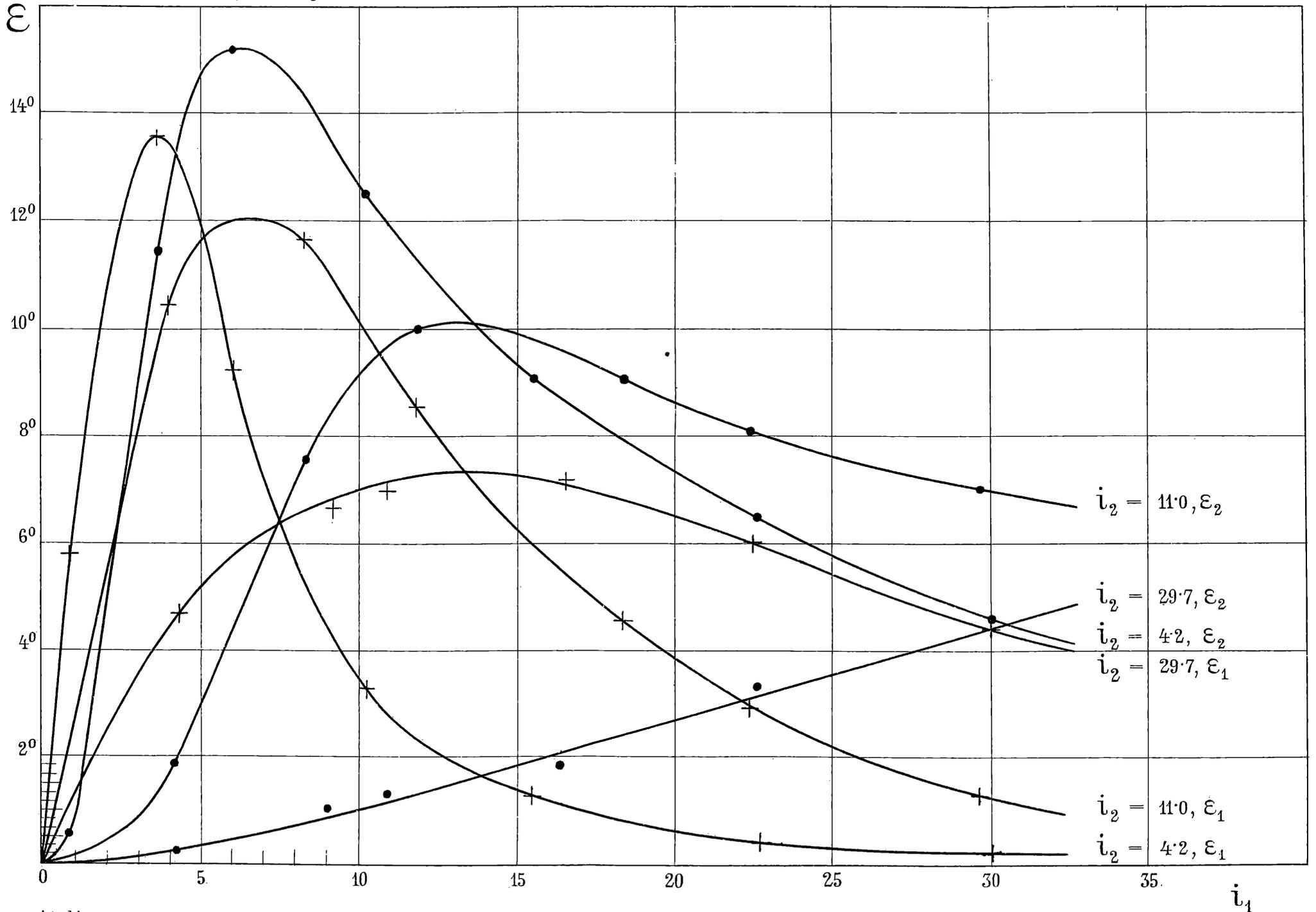
Tabelle VIII.

Vorgeschalt. Widerstand S. E.	Spannung Volt	$\theta$ 1 Theil = $\frac{\pi}{40}$	$\eta$ in Erg	$H$ (c.g.s)	$J$
10000	110	1·2	888	2·83	183
7000	110	2·1	1554	4·03	268
5000	110	3·5	2590	5·57	352
3000	110	6·7	4958	11·41	529
2000	110	9·6	7104	19·48	671
1000	110	13·4	9916	51·49	842
500	110	14·8	10952	90·57	947
0	110	15·0	11100	179·65	1069
0	220	13·6	10064	321·70	1179
0	330	12·7	9398	378·78	1225
0	440	12·6	9324	—	—

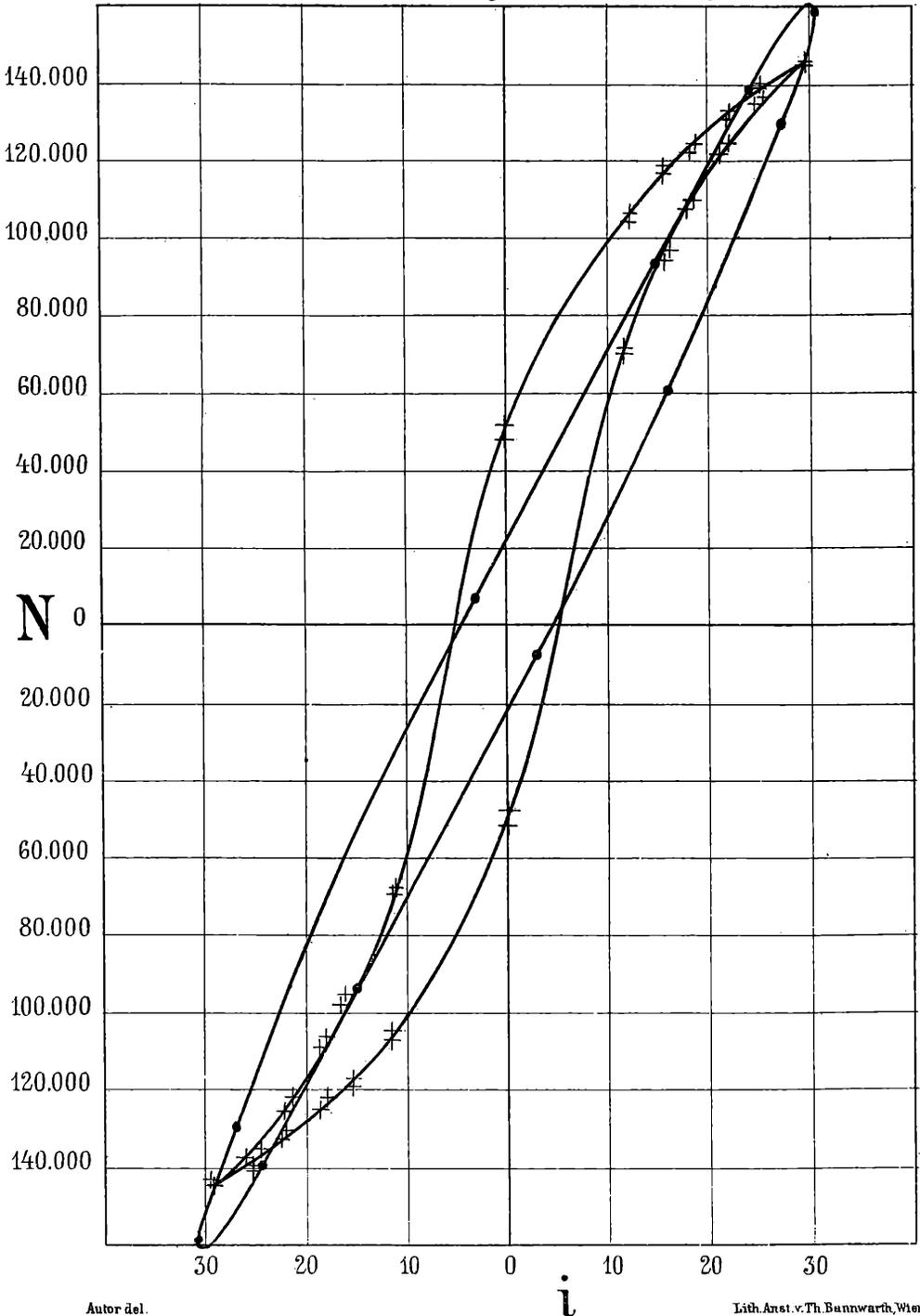












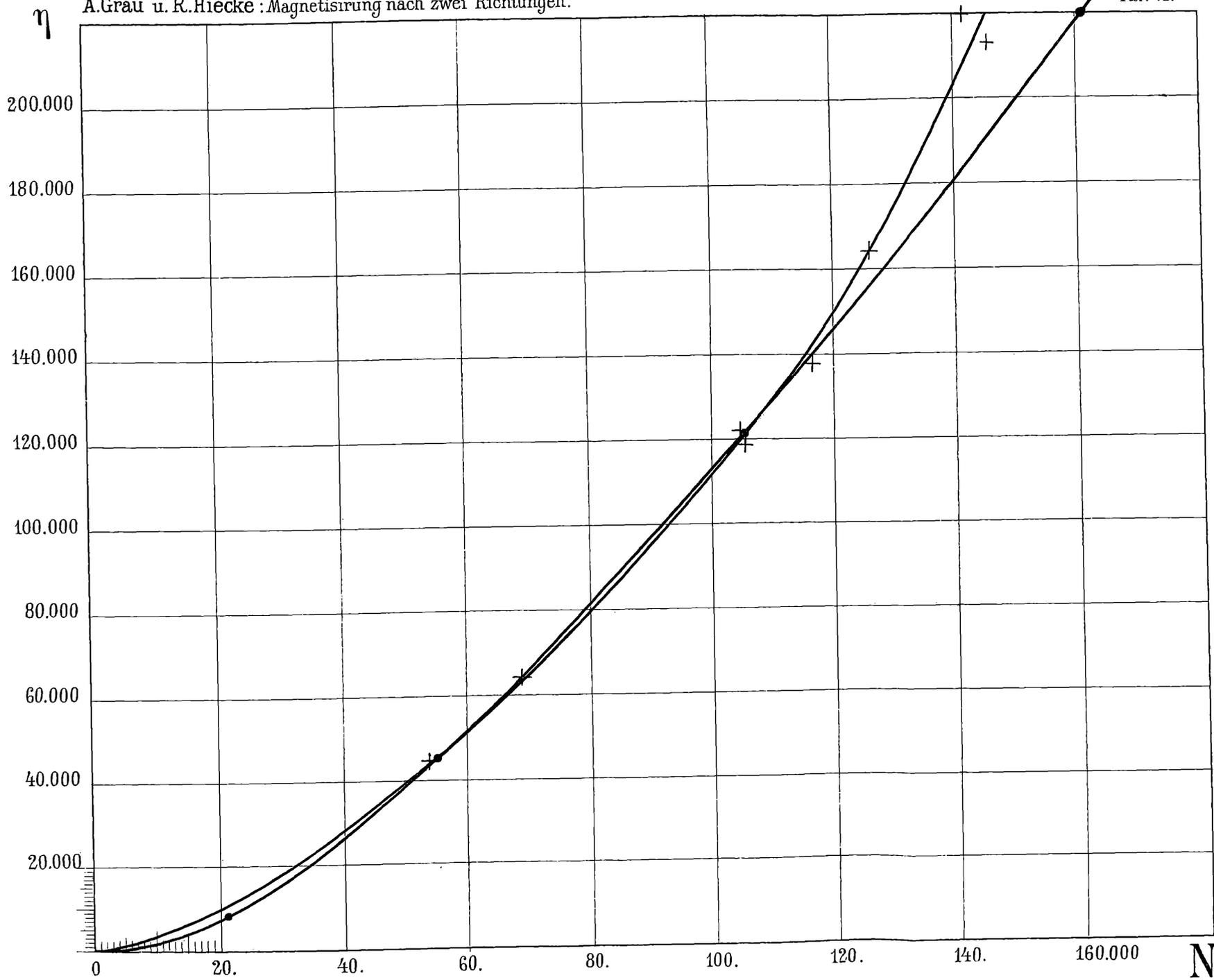


1

2

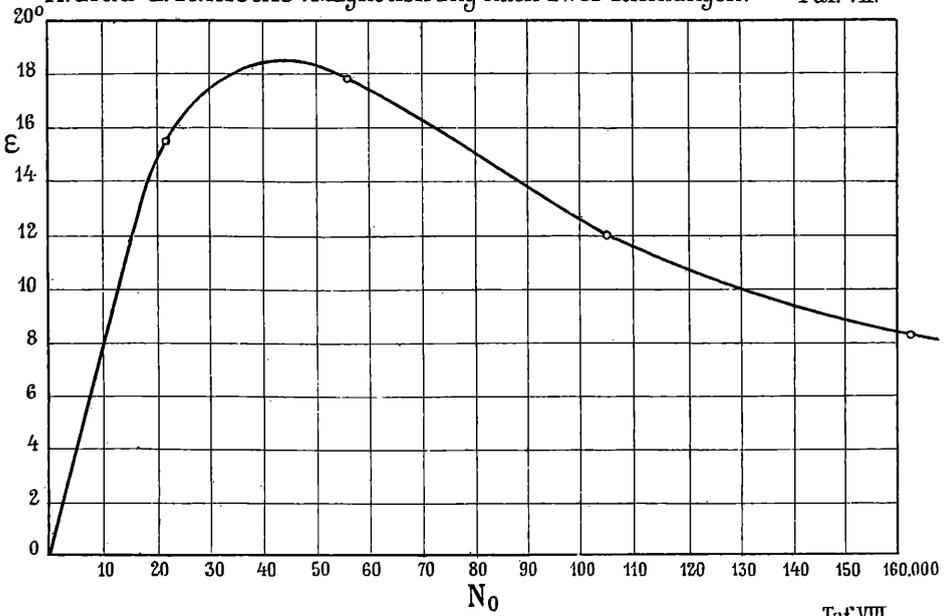
1

A.Grau u. R.Hiecke : Magnetisirung nach zwei Richtungen.

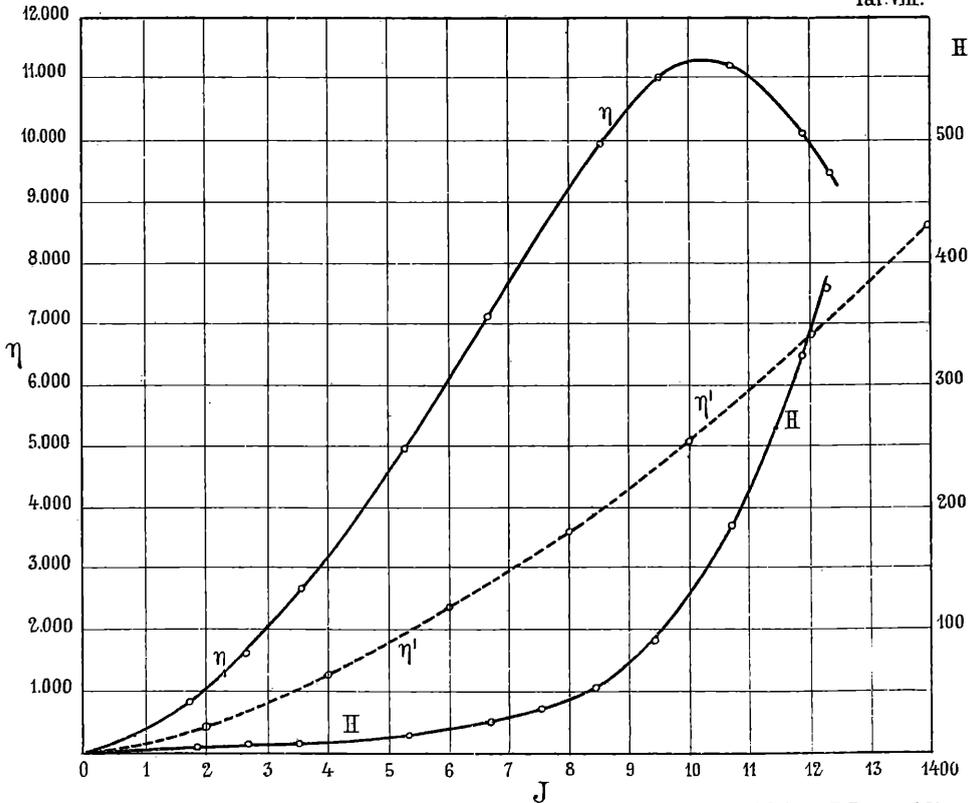


1

1



Taf. VIII.



1994



1

1

### Anmerkung.

Wir bemerken zu Seite 2, dass ähnliche Versuche, wie Gerosa und Finzi, J. Klemenčič<sup>1</sup> ausgeführt und die Resultate derselben in folgenden Schlusssätzen niedergelegt hat:

»Die Magnetisirbarkeit von Drähten in axialer Richtung wird durch circular magnetisirende Ströme herabgesetzt, und zwar wächst der Einfluss mit der Stärke des Stromes; er ist jedoch ungleich in verschiedenen Theilen der Magnetisierungscurve; am stärksten äussert er sich in der Nähe des Wendepunktes.

Die Abnahme der Magnetisirbarkeit lässt sich beim weichen Eisen und bei einer mittleren Stärke des circular magnetisirenden Feldes von 15 Einheiten bis in die schwächsten axialen Felder  $H = 0.015$  verfolgen, während dieselbe beim Stahl unter den gleichen Umständen erst bei viel höheren Feldstärken bemerkbar wird.

Die circulare Magnetisirung wirkt auf die axiale Magnetisierungscurve dem Sinne nach, so wie eine Härtung des Materials; in beiden Fällen wird die Curve abgeflacht.

Durch die circulare Magnetisirung wird die Retentionsfähigkeit in axialer Richtung vermindert, und beim Stahl scheint unter diesem Einflusse auch die Coërcitivkraft abzunehmen.«

---

J. Klemenčič, diese Berichte, Bd. CIV, Abth. II, Februar 1895.

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1896

Band/Volume: [105\\_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Grau August, Hiecke Richard

Artikel/Article: [Magnetisierung nach zwei Dimensionen und Hysteresis im Drehfelde 933-987](#)