

Die Stromlinien beim Abfluss einer Flüssigkeit durch eine kleine Öffnung im Boden des Gefässes

O. Tumlirz.

(Mit 3 Textfiguren.)

Man hat es wiederholt versucht, die Bahnen der Flüssigkeitstheilchen beim Abfluss einer Flüssigkeit durch eine kleine Öffnung im Boden des Gefässes mit Hilfe von festen oder flüssigen Körperchen, welche in der Flüssigkeit schwebten und durch eine andere Farbe bemerkbar waren, zu beobachten. Durch solche Beobachtungen schienen die Voraussetzungen mehrerer theoretischer Untersuchungen¹ bestätigt zu werden, nach welchen diejenigen Flüssigkeitstheilchen, welche zu einer bestimmten Zeit auf einer um den Mittelpunkt der Öffnung beschriebenen Halbkugel liegen, diese Eigenschaft auch bei ihrer Annäherung an die Öffnung beibehalten, so dass die Geschwindigkeit in endlichem Abstände von der Öffnung radial gerichtet und lediglich eine Function dieses Abstandes ist. Es ist aber nicht schwer, zu erkennen, dass derartige Beobachtungen äusserst ungenau sind; denn die Geschwindigkeit der Theilchen hat, wie wir später genauer sehen werden, nur in unmittelbarer Nähe der Öffnung einen grösseren Werth und nimmt mit der Entfernung von der Öffnung so stark ab, dass die Bewegung der Theilchen schon in mässiger Entfernung von der Öffnung ganz unmerklich wird. Nach dieser Methode

¹ Vergl. A. Winkelmann, Handbuch der Physik, I, S. 408, 1891.

kann man also höchstens constatiren, dass die Flüssigkeitstheilchen sich in der Nähe der Öffnung nahezu radial bewegen.

Um nun die Stromlinien in ihrer ganzen Länge zu sehen, habe ich von der Erfahrung Gebrauch gemacht, dass, wenn man gewisse feste Farbstoffe, z. B. Anilinviolett, ins Wasser bringt, farbige Fäden von denselben ausgehen, welche sich sehr langsam nach unten ziehen. Ich habe mir für die Beobachtung der Stromlinien mit Hilfe dieser Fäden ein grösseres, festes Gefäss machen lassen, dessen Seitenwände aus starken Spiegelglasplatten bestanden und dessen Boden aus Messing war. Das Gefäss hatte die Form eines rechtwinkligen Parallelepipedes von $500 \cdot 5 \text{ mm}$ Höhe, 311 mm Breite und 94 mm Dicke. In der Mitte der Bodenfläche befand sich die kreisförmige Öffnung von $1 \cdot 430 \text{ mm}$ Durchmesser. In jener verticalen Ebene, welche durch den Mittelpunkt der Öffnung ging und das Gefäss parallel zur Breite halbirte, wurde ein Bügel eingeführt, dessen horizontaler Theil vom Boden um $200 \cdot 5 \text{ mm}$ entfernt war und sieben Näpfchen enthielt, von denen das mittlere sich gerade vertical über der Öffnung befand, während die anderen dazu symmetrisch und in gleichem Abstände lagen. Der Abstand ihrer Mittelpunkte betrug $29 \cdot 75 \text{ mm}$.

In die Näpfchen kamen kleine Stückchen von Anilinviolett, welche durch Befeuchten und nachheriges Trocknen zum Haften gebracht wurden. Wurde der Bügel mit diesen Näpfchen in das mit Wasser gefüllte Gefäss gebracht, dann bildeten sich violette Fäden, die sich so langsam nach unten zogen, dass sie den Boden bei vollständig ruhigem Wasser erst in 25—30 Minuten erreichten. Da die Fäden gegen die leiseste Bewegung der Flüssigkeit äusserst empfindlich sind, so gelingt der Versuch nur dann, wenn die Flüssigkeit vollständig frei von Convectionen ist. Das Gefäss wurde deshalb auf einer festen Unterlage so aufgestellt, dass der Einfluss der strahlenden Wärme von Seiten der Fenster und Wände am kleinsten war. Im Sommer war die Strahlung durch die Fenster, auch wenn die Sonne nicht hindurchschien, so bedeutend, dass der Versuch fast immer misslang. Dagegen gelang der Versuch in den kühleren Jahreszeiten, wenn die Temperatur des ungeheizten Zimmers nur geringe Schwankungen zeigte, immer sehr gut.

Der Grund, warum die Convectionen einen solchen Einfluss haben, ist der, dass die Ausflussgeschwindigkeit der Flüssigkeitstheilchen in einer grösseren Entfernung von der Ausflussöffnung kleiner ist als die durch grössere Temperaturdifferenzen erzeugte Convectionsgeschwindigkeit.

Bei meinen Versuchen wurde das Wasser 15—20 Stunden vor dem Abfluss in das Gefäss gegossen. Nach dieser Zeit war die Temperatur allenthalben ausgeglichen und vollständige

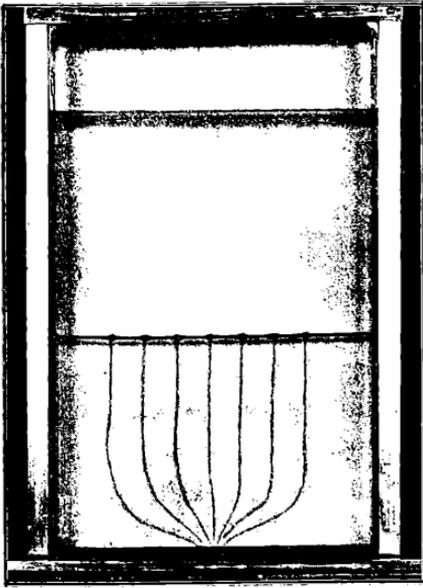


Fig. 1.

Ruhe eingetreten. Hierauf wurde der Bügel mit den Nöpfchen sehr langsam eingeführt und so lange gewartet, bis die nach unten sinkenden Fäden nahezu den Boden erreicht hatten. Wurde dann die Öffnung frei gemacht, dann bewegten sich die unteren Enden der Fäden gegen diese und änderten dabei die Fäden gleichzeitig ihre Form. Nach einer gewissen Zeit hörte die Formänderung auf, und es hatten dann die Fäden die in Fig. 1 dargestellte Gestalt angenommen, welche sie so lange

beibehielten, bis der Wasserspiegel unter den Bügel gesunken war.

Die Beständigkeit der Gestalt ist ein Zeichen, dass die Fäden sich den Stromlinien angepasst haben, weil nur dann jeder Grund zu einer Formänderung wegfällt. Merkwürdig dabei ist, dass die Fäden sich bei der Formänderung so verhalten, als ob sie eine gewisse Cohäsion hätten. Die Erscheinung wurde photographisch fixirt.

Ein Versuch, der besonders gut gelang, wurde in der Weise photographisch aufgenommen, dass dabei die Axe des Objectives in der Ebene des Gefässbodens verlief. Hierauf wurde das negative Bild mit Hilfe eines Heliostaten und zweier

Linien auf einen aus Millimeterpapier bestehenden Schirm in vergrössertem Maasstabe projectirt, so dass die Dimensionen dieses Bildes den Dimensionen des Liniensystems im Gefässe nahezu gleichkamen. Es verhielten sich nämlich die ersteren Dimensionen zu den letzteren wie 1.067 1 . Nachdem dann endlich auf dem Schirm die Randcurven der Fäden gezeichnet worden waren, wurden die Coordinaten einer grossen Zahl von Punkten dieser Randcurven mittelst der Millimetertheilung bestimmt und für jeden Faden und jede Abscisse das Mittel der beiden zugehörigen Ordinaten gebildet. Auf diese Weise ergaben sich die Mittellinien der Fäden.

Die Abweichungen der Ordinaten der Mittellinie eines Fadens von den entsprechenden Ordinaten der Mittellinie des symmetrischen Fadens waren, da der Versuch sehr gut gelungen war, nur unbedeutend, zeigten aber deutlich, dass beide Fäden durch eine ganz kleine Convection in demselben Sinne deformirt waren. Um diese Störung zu eliminiren, habe ich für denselben Abscissenwerth rechts

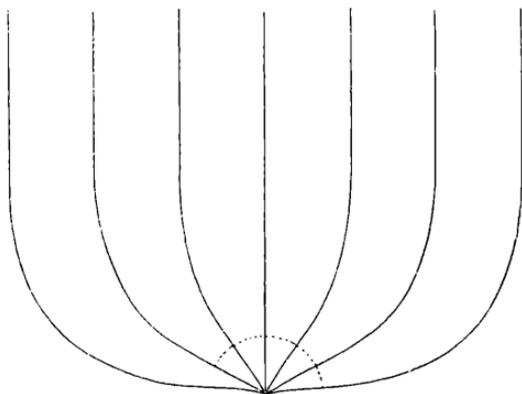


Fig. 2.

und links die Ordinaten der beiden symmetrischen Mittellinien zusammengefasst und daraus das Mittel genommen. Dadurch erhielt ich die Coordinaten von jenen Mittellinien oder Stromlinien, welche auftreten, wenn es keine störende Strömung (Convection) gibt. Diese Stromlinien sind in der Fig. 2 in verkleinertem Maasstabe wiedergegeben.

Wie man sieht, haben alle Stromlinien eine Wendetangente. Wenn wir in der Zeichnung um den Kreuzungspunkt der Linien als Mittelpunkt einen Kreis mit einem Radius von $19\frac{3}{4}$ mm beschreiben, so finden wir, dass derselbe auf allen Stromlinien senkrecht steht. Im Gefäss selbst entspricht dem ein Kreis von 18.5 mm Radius. Es muss aber dabei besonders betont werden, dass dies der einzige Kreis ist, der die genannte

Eigenschaft besitzt. Da alle gezeichneten Stromlinien zu dem Kreise senkrecht sind, so werden es gewiss auch alle Stromlinien sein, die in derselben Ebene verlaufen.

Wir können aus dieser Eigenschaft einen wichtigen Schluss ziehen. Wir betrachten im Gefässe die Ebene der beobachteten Stromlinien und denken uns in derselben um den Mittelpunkt der Ausflussöffnung einen Kreis vom Radius 18.5 mm beschrieben. Wird nun die Ebene um jene Verticale, welche durch den Mittelpunkt der Ausflussöffnung und den Mittelpunkt des mittleren Nöpfchens geht, oder kurz, um die mittlere Stromlinie um einen unendlich kleinen Winkel $d\varphi$ gedreht, so beschreiben die geraden Linien, welche die Nöpfchenmittelpunkte mit dem Nöpfchenmittelpunkt in der Mitte verbinden, Kreissectoren (Fig. 3) und es beschreiben ferner die zwischen den



Fig. 3.

beobachteten Stromlinien gelegenen Kreisbögen Theile von Kugelzonen.

Die gedrehte Ebene wird offenbar in der zweiten Lage ganz dieselben Stromlinien wie in der ersten Lage enthalten; es werden also die beschriebenen Kugelzonentheile und die Flächen Oaa' , $aba'b'$, $bc'b'c'$ die Eigenschaft haben, dass durch ihre Begrenzung dieselben Stromlinien hindurchgehen. Die Flächen Oaa' , $aba'b'$, $bc'b'c'$ haben den Inhalt

$$\frac{1}{2} \times 29.75^2 \times d\varphi, \quad \frac{3}{2} \times 29.75^2 \times d\varphi, \quad \frac{5}{2} \times 29.75^2 \times d\varphi.$$

Was die Kugelzonentheile anbelangt, so findet man für dieselben mittelst der gezeichneten Stromlinien und mit Rücksicht auf das Grössenverhältniss 1.067 die Höhen gleich 3.1 , 6.6 , 6.6 mm , also den Inhalt gleich

$$18.5 \times 3.1 \times d\varphi, \quad 18.5 \times 6.6 \times d\varphi, \quad 18.5 \times 6.6 \times d\varphi.$$

Durch die Kugelzonentheile tritt die Flüssigkeit senkrecht hindurch; wir wollen die mittlere Geschwindigkeit beziehungsweise mit u_1 , u_2 , u_3 bezeichnen. Ebenso tritt durch die Flächen Oaa' , $aba'b'$, $bc'b'c'$ die Flüssigkeit senkrecht hindurch, weil dort die Stromlinien vollkommen vertical sind.

Da die Oberfläche während des Sinkens der Flüssigkeit stets horizontal bleibt, so muss die Geschwindigkeit für die verticalen Stromlinien gleich sein. Bezeichnen wir diese Geschwindigkeit mit U , so erhalten wir die folgenden Gleichungen:

$$18 \cdot 5 \times 3 \cdot 1 \times d\varphi \times u_1 = \frac{1}{2} \times 29 \cdot 75^2 \times d\varphi \times U,$$

$$18 \cdot 5 \times 6 \cdot 6 \times d\varphi \times u_2 = \frac{3}{2} \times 29 \cdot 75^2 \times d\varphi \times U,$$

$$18 \cdot 5 \times 6 \cdot 6 \times d\varphi \times u_3 = \frac{5}{2} \times 29 \cdot 75^2 \times d\varphi \times U$$

oder

$$u_1 = 7 \cdot 7 U, \quad u_2 = 10 \cdot 9 U, \quad u_3 = 18 \cdot 1 U.$$

Wir kommen also zu dem Schlusse, dass die Geschwindigkeiten der Flüssigkeitstheilchen auf der Kugelfläche nicht, wie die theoretischen Untersuchungen es vorausgesetzt haben, durchwegs gleich sind, sondern dass sie verschieden sind und einen desto grösseren Werth haben, je grösser der Winkel ist, den ihre Richtung mit der Verticalen bildet. Die Winkel, für welche die mittleren Geschwindigkeiten u_1 , u_2 , u_3 gelten, sind 0° — $35\frac{1}{2}^\circ$, $35\frac{1}{2}^\circ$ — 63° , 63° bis $84\frac{1}{2}^\circ$.

Die Geschwindigkeit U ist gleich der Ausflussmenge dividirt durch den Querschnitt des Gefässes. Während der photographischen Aufnahme war die Höhe der Flüssigkeit im Gefässe ungefähr 350 mm . Nehmen wir für den Ausflusscoefficienten die Zahl $0 \cdot 62$, so ergibt sich mit Hilfe der früher angegebenen Dimensionen des Gefässes und der Öffnung der Werth

$$U = 0 \cdot 0893 \frac{\text{mm}}{\text{sec}},$$

also $u_1 = 0 \cdot 7 \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$, $u_2 = 1 \cdot 0 \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$, $u_3 = 1 \cdot 6 \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$. Die Kleinheit dieser Zahlen zeigt sofort, welch' grossen Einfluss die Convectionen auf den Versuch haben.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1896

Band/Volume: [105_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Tumlirz Otto

Artikel/Article: [Die Stromlinien beim Abfluss einer Flüssigkeit durch eine kleine Öffnung im Boden des Gefäßes 1024-1029](#)