

Die Farben des Regenbogens und der weisse Regenbogen

J. M. Pernter,
c. M. k. Akad.

(Mit 3 Tafeln.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 21. Jänner 1897.)

Wenn man den Farben des Regenbogens und ihrer Reihenfolge und Vertheilung seine Aufmerksamkeit widmet, fällt es bald auf, dass man eine Mannigfaltigkeit und einen Wechsel darin findet, die jener weitverbreiteten Anschauung von den festliegenden unveränderlichen sieben Regenbogenfarben so gar nicht entsprechen. Die Farben zeigen, so wie die ganzen Bögen, bald grössere, bald geringere Breite und nicht selten sucht man umsonst nach einer bestimmten Farbe, und erscheint so die regelmässige Farbenfolge gestört. Wer überdies nicht nur bei Regen, sondern auch auf Nebeln den Regenbogen zu beobachten Gelegenheit hatte — den Nebelbogen — findet denselben zum Theil einfach weiss und wenn er von den secundären Bögen gleichzeitig einen oder zwei sieht, so zeigt sich in den letzteren die Störung der Farbenreihe bis zur Umkehrung der Farbenfolge gesteigert.

Aus der richtigen Theorie des Regenbogens ist es bekannt, dass die Verschiedenheit der Ablenkung der Maxima und Minima einer und derselben Farbe (Wellenlänge) von der Verschiedenheit der Grösse der den Regenbogen erzeugenden Tropfen abhängt; es war mir von vornherein zweifellos, dass die Verschiedenheit der Farben und Farbenfolge in den Regenbögen auf dieselbe Ursache zurückzuführen sein wird. Da es nun für den Meteorologen im Besonderen nicht nur interessant,

sondern für die Beurtheilung der Grösse der Tropfen verschiedener Regen von grossem Nutzen sein kann, wenn er sofort aus Farbe und Farbenfolge und Breite der Regenbögen die Tropfengrösse erkennt, so hielt ich es auch vom praktischen Standpunkte des meteorologischen Beobachters aus angezeigt auszuführen, was ich schon aus theoretischem Interesse zu thun entschlossen war: die Farben der von Tropfen verschiedener Grösse erzeugten Regenbögen zu berechnen.

Die theoretischen Vorbedingungen für die Berechnung waren vorhanden und ich hatte mich nur aller dieser in entsprechender Weise und Combination zu bedienen, um zu erreichen, was ich anstrebte: die volle aprioristische Darstellung aller Ablenkungs- und Farbenverhältnisse, wie sie in der Wirklichkeit uns bei den verschiedenen Regenbögen die Natur vor Augen führt.

Ich bemerke noch einleitend, dass ich von den drei gebräuchlichen Ausdrücken: secundäre, überzählige, Interferenz-Regenbogen, den ersteren ausschliesslich anwenden werde, weil er allein den Charakter der Erscheinung als secundäre Maxima wiedergibt, während die anderen zwei Ausdrücke nicht nur aus einer falschen Voraussetzung und Auffassung hervorgegangen sind, sondern auch zur Aufrechterhaltung dieser falschen Ansichten beitragen können und leider mit Erfolg beigetragen haben. Es ist ja keiner der secundären Bogen »überzählig«, sondern wesentlich zur Erscheinung gehörig und ein Interferenz-Regenbogen ist der Hauptregenbogen gerade so, wie die secundären.

Ich werde ferner statt des gebräuchlichen Ausdruckes »wirksame« Strahlen die Bezeichnung »mindestgedrehte« Strahlen benützen. In der ganzen Theorie des Regenbogens war das grösste Hinderniss für die allgemeine Annahme der richtigen Theorie von Airy die von Descartes eingeführte Theorie der »wirksamen Strahlen«. Schon dieser äussere Grund würde genügen, um den verfänglichen Ausdruck fallen zu lassen. Allein hier liegt noch ein wichtigerer, innerer Grund vor: die sogenannten »wirksamen« Strahlen sind nicht nur nicht die allein wirksamen, sie sind nicht einmal unter den wirksamen die wirksamsten, denn ihre Intensität unter den

regenbogenbildenden Strahlen ist nur etwa 44 Procent von der Intensität der das Maximum erzeugenden Strahlen. Dieses Maximum würde aber erst für einen Tropfen vom unendlichen Halbmesser mit den sogenannten wirksamen Strahlen zusammenfallen. Es ist daher mehr als gerechtfertigt, von dieser falschen Vorstellung abzugehen, indem man die irreleitende Ausdrucksweise fallen lässt. Da aber die Lage der besagten Strahlen auch in der richtigen Theorie des Regenbogens eine bedeutende Rolle spielt, indem sie für jede Wellenlänge von der Tropfengrösse unabhängig ist, während die Lage des Intensitätsmaximums mit dieser Tropfengrösse sich ändert, so bildet sie den natürlichen Nullpunkt für die Zählung der Ablenkungswinkel der Maxima und Minima jeder Farbe und aller dazwischenliegenden Intensitäten. Man kann daher einer Bezeichnung der fraglichen Strahlen nicht entbehren, und so nehme ich denn dieselbe von ihrer charakteristischen Eigenschaft, dass sie im Minimum der Drehung des ursprünglichen Strahles liegen, den Namen derselben und nenne sie »mindestgedrehte« Strahlen.¹

Nach diesen einleitenden Bemerkungen gehe ich zunächst daran, alle Zahlenwerthe zu beschaffen, welche für die schliessliche Berechnung der Farben des Regenbogens nothwendig sind.

1. Beschaffung der nöthigen Zahlenwerthe.

a) Werthe der Intensität.

Airy² hat gezeigt, dass das Farbenbild jeder einzelnen Farbe (Wellenlänge) im Regenbogen ein Beugungsbild ist mit einer unendlichen Anzahl aufeinanderfolgender Maxima und

¹ Man könnte geneigt sein, lieber »mindestabgelenkte« Strahlen zu sagen. Allein wir sind gewohnt, unter Ablenkung den spitzen Winkel zu verstehen, welchen der ursprüngliche Strahl mit dem in das Auge treffenden Strahl macht. Es ist aber hiebei zu beachten, dass der mindestgedrehte Strahl auch der maximalabgelenkte sein kann und gerade beim Hauptregenbogen auch ist. Während also »mindestgedreht« stets richtig ist, wäre »mindestabgelenkt« nicht immer richtig.

² Airy, Über die Intensität des Lichtes in der Nähe einer Brennlinie. Pogg. Ergänzungsband, 1842, S. 232.

Minima, worin alle Minima Null sind und die Maxima vom ersten kräftigen ab immer kleiner und kleiner werden. Der mathematische Ausdruck hiefür lautet:

$$J = Mf_{(z)}^2,$$

worin

$$M = k \sqrt[3]{\frac{a^7}{h^2 \lambda}},$$

wovon das Nähere später, und

$$f_{(z)} = \int_0^{\infty} \cos \frac{\pi}{2} (u^3 - zu) \delta u.$$

Airy hat das Integral $f_{(z)}$ nach dem Argumente z von $0 \cdot 2$ zu $0 \cdot 2 z$, von $-5 \cdot 6$ bis $+5 \cdot 6$ ausgewerthet. Da auf diese Erstreckung nur drei Maxima fallen und für meine Zwecke ein- und das anderemal noch das achte, beziehungsweise zehnte Maximum wünschenswerth war, so sah ich mich veranlasst, die Werthe von $f_{(z)}^2$ zwar nicht von $0 \cdot 2$ zu $0 \cdot 2 z$, aber doch für die aufeinanderfolgenden Maxima bis zum zehnten zu berechnen. Die entsprechenden Werthe von z , sowie die z -Werthe, auf welche die Minima fallen, hat Stokes berechnet, wie er auch die Art der Auswerthung von $f_{(z)}^2$ nach einer correcten Weise angegeben hat.¹ Nach dieser Methode von Stokes habe ich die Werthe bis zum zehnten Maximum gerechnet.

Die betreffenden Formeln von Stockes lauten:

$$f_{(z)}^2 = 2(3z)^{-\frac{1}{2}} \left\{ R \cos \left(\varphi - \frac{\pi}{4} \right) + S \sin \left(\varphi - \frac{\pi}{4} \right) \right\}^2$$

worin

$$R = 1 - \frac{1 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11}{1 \cdot 2 (72 \varphi)^2} + \frac{1 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 (72 \varphi)^4} -$$

$$S = \frac{1 \cdot 5}{1 \cdot (72 \varphi)} - \frac{1 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17}{1 \cdot 2 \cdot 3 (72 \varphi)^3} +$$

¹ Stokes, Mathematical and physical papers. Cambridge, 1883, II. vol. p. 332 ff.

und

$$\varphi = \pi \left(\frac{z}{3} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Die Factoren von φ^{-1} bis φ^{-6} hat Stokes berechnet; sie sind in der Reihenfolge für

φ^{-1}	φ^{-2}	φ^{-3}	φ^{-4}
0·069444	0·037133	0·037993	0·057649
	φ^{-5}	φ^{-6}	
	0·116099	0·291592.	

Ich gebe nun die Werthe der ersten 10 Maxima und der zugehörigen Werthe von z , denen ich die z -Werthe für die ersten 10 Minima beifüge.¹

Maxima und Minima.

Max.		$f_{(z)}^2$	Min.	
1.	1·0845	1·005	1	2·4955
2.	3 4669	·615		4·3631
3.	5·1446	·510	3.	5·8922
4.	6·5782	·450	4.	7·2436
5.	7·8685	·412	5.	8·4788
6.	9·0599	·384	6.	9·6300
	10·1774	·362		10·7161
8.	11·2364	·345	8.	11·7496
9.	12·2475	·330	9.	12·7395
10.	13·2185	·318	10.	13·6924

Da mir so die Intensitätswerthe bis $z = +5·6$ von 0·2 zu 0·2 z in der Airy'schen Tabelle vorlagen und ich dieselben

¹ Stokes gibt a. a. O. die Werthe von z für die ersten 50 Minima, aber nur für die ersten 10 Maxima. Es könnte nun für Experimente im Laboratorium erwünscht sein, die ersten 20 Maxima wenigstens zu haben. Für diesen Fall würde man die Werthe für z vom 11.—20. Maximum mit genügender Annäherung erhalten können aus

$$\left(\frac{z}{3} \right)^{\frac{3}{2}} = (n-1) + 0·249.$$

weiter bis zum 10. Maximum mir berechnet hatte, auch die Lage der ersten 10 Maxima und ersten 10 Minima aus der Stokes'schen Tabelle kannte, construirte ich mir die Intensitätscurve bis zum 10. Minimum graphisch und entnahm dieser Curve die Werthe von $0\cdot2$ zu $0\cdot2 z$ bis zum 10. Minimum. Diese Werthe sind allerdings nur bis $+5\cdot6z$, wie weit sie von Airy direct berechnet sind, ganz genau, darüber hinaus nur soweit, als meine Curven genau sind. Für meine Zwecke und wohl auch für die meisten praktischen Fälle wird aber diese Genauigkeit vollständig genügen. Ich lasse daher die so erhaltenen Intensitätswerthe von $0\cdot2$ zu $0\cdot2 z$ hier folgen.

Werthe von $f(z)^2$ von $0\cdot2$ zu $0\cdot2 z$.

	$f(z)^2$		$f(z)^2$		$f(z)^2$
-2.0	0.006	3.4	0.609	8.8	0.189
-1.8	.011	3.6	.586	9.0	.373
-1.6	.018	3.8	.436	9.2	.320
-1.4	.030	4.0	.225	9.4	.100
-1.2	.048	4.2	.051	9.6	.001
-1.0	.074	4.4	.003	9.8	.054
-0.8	.113	4.6	.104	10.0	.240
-0.6	.167	4.8	.297	10.2	.360
-0.4	.239	5.0	.465	10.4	.220
-0.2	.331	5.2	.502	10.6	.022
0.0	.443	5.4	.378	10.8	.013
0.2	.571	5.6	.172	11.0	.170
0.4	.706	5.8	.014	11.2	.338
0.6	.836	6.0	.022	11.4	.270
0.8	.941	6.2	.174	11.6	.050
1.0	1.001	6.4	.370	11.8	.004
1.2	.996	6.6	.450	12.0	.140
1.4	.914	6.8	.353	12.2	.320
1.6	.758	7.0	.141	12.4	.256
1.8	.545	7.2	.010	12.6	.045
2.0	0.319	7.4	.046	12.8	.006
2.2	.121	7.6	.230	13.0	.136
2.4	.014	7.8	.394	13.2	.314
2.6	.016	8.0	.363	13.4	.202
2.8	.131	8.2	.150	13.6	.013
3.0	.317	8.4	.010		
3.2	.502	8.6	.038		

Hiemit sind denn alle nöthigen Werthe für $f(\frac{z}{r})$ beschafft.

Würde man nun den Factor M in der anfänglichen Intensitätsgleichung constant annehmen, so würde man nur noch die Ablenkungen für die verschiedenen Farben zu berechnen brauchen. Allein dadurch würde man doch zu weit von der Wirklichkeit abweichen. Wir haben nämlich in

$$M = \frac{k}{(h^2\lambda)^{\frac{1}{3}}} \cdot a^{\frac{7}{3}}$$

alle Grössen veränderlich.¹ Es ist nämlich a der Halbmesser der Regentropfen, λ die Wellenlänge, h ein vom Brechungsexponenten abhängiger Factor und k enthält einen mit der Wellenlänge veränderlichen Theil, welcher die ursprüngliche Intensität der betreffenden Farbe vor dem Eintritt in den Regentropfen darstellt. Diese Intensität ist für die verschiedenen Wellenlängen bekanntlich sehr verschieden und es wird daher selbst für eine bestimmte Grösse des Regentropfens $k:(h^2\lambda)^{\frac{1}{3}}$ mit der Wellenlänge veränderlich. Des Näheren komme ich auf diesen Punkt bei der Aufstellung der Farbgleichungen zurück.

b) Werthe der Ablenkungen für die verschiedenen Farben.

Als Nullpunkt für die Berechnung der Ablenkungen diene naturgemäss der Ablenkungswinkel der mindestgedrehten Strahlen, der für jede Wellenlänge constant und von der Tropfengrösse unabhängig ist und in der Tabelle der Intensitätswerthe dem Werthe für $z = 0$ entspricht. Um die Ablenkung der mindestgedrehten Strahlen anzugeben, bedient man sich bekanntlich des Winkelwerthes, unter welchem uns der Radius des Bogens erscheint, welchen eine bestimmte Farbe im Regenbogen bildet. Die Berechnung dieser Ablenkungen ist allgemein bekannt und ich lasse daher ohneweiters die Tabelle folgen, welche dieselben für jene Wellenlängen angibt, die ich später zur Berechnung der resultirenden Regenbogenfarben benützen werde, und zwar für den Hauptregenbogen (A_1) und den Nebenregenbogen (A_2); n sind die Brechungsexponenten.

¹ Mascart, Compt. rend. Bd. 115, 1892, p. 453 und Traité d'Optique, III, p. 437.

Ablenkungen der mindestgedrehten Strahlen.

	B	C	D	E	ξ	F	η	G	H
$\lambda.$	0·687	0·656	0·589	0·527	0·494	0·486	0·449	0·431	0·397 μ
	1·3317	1·3326	1·3343	1·3364	1·3381	1·3386	1·3412	1·3429	1·3448
$A_1.$	42° 16'	42° 8'	41° 52'	41° 38'	41° 20'	41° 12'	40° 54'	40° 44'	40° 22'
$A_2.$	50 22	50 48	51 18	51 42	52 14	52 24	53 0	53 24	54 0

Die Buchstaben am Kopfe der Werthe sind die der Fraunhofer'schen Linien, nur ξ und η führe ich der Kürze halber für die Wellenlängen $\cdot 494$ und $\cdot 449$ ein. Das n entnehme ich Mascart (Traité d'Optique, I, p. 386) und für ξ und η berechne ich es nach der Formel

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}.$$

Hiedurch ist nun von jedem Bilde der einzelnen Wellenlängen nur die Lage des Nullpunktes ($z = 0$) unseres oben dargestellten Intensitätsbildes festgelegt. Für die Zwecke, die wir im Auge haben, ist es aber am wichtigsten, die Lage der Maxima und Minima des Intensitätsverlaufes jeder Farbe im Regenbogen zu kennen. Die Ablenkung irgend eines Punktes des Bildes einer bestimmten Farbe im Regenbogen ist gegeben durch¹

$$\Theta = \frac{z}{2} \left(\frac{h\lambda^2}{6} \right)^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{a^{\frac{2}{3}}};$$

hierin bedeutet Θ den Abstand von der Lage des Nullpunktes

¹ Mascart, Traité d'Optique, I, p. 394. Ich bediene mich der Bezeichnungen von Mascart, obwohl frühere Darstellungen vorhanden sind und besonders von Boitel die Einführung von h und der mathematische Ausdruck dafür herrührt, weil Mascart die ausführlichste Darstellung des Regenbogens in seinem Traité d'Optique im I. und III. Bande gegeben hat, die wohl am leichtesten allgemein zugänglich sein wird.

($z = 0$) im Winkelwerthe, a den Halbmesser des Regentropfens und h eine von n abhängige Grösse, welche gegeben ist durch¹

$$h = \frac{(p^2 - 1)^2}{p^2(n^2 - 1)} \sqrt{\frac{p^2 - n^2}{n^2 - 1}},$$

wo $p = m + 1$ und m die Anzahl Reflexionen im Regentropfen bedeutet, also $m = 1$ für den Hauptregenbogen und $m = 2$ für den Nebenregenbogen u. s. w. Die Werthe von h für den ersten und zweiten Regenbogen und die verschiedenen Wellenlängen habe ich berechnet; sie sind die folgenden:

	B	C	D	E	ξ	F	η	G	H
h_1	4·934	4·910	4·860	4·804	4·756	4·743	4·676	4·631	4·581
h_2	28·10	27·96	27·71	27·41	27·17	27 10	26·74	26·50	26·23

Nach der obigen Formel habe ich die Werthe für Θ_1 berechnet für $a = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 100, 150, 250, 500$ und 1000 Mikron. Um daraus die Ablenkungen A_1 zu erhalten, hat man die Werthe für Θ_1 von den A_1 für $z = 0$ (Ablenkung der mindestgedrehten Strahlen) abziehen. Die Resultate all dieser langwierigen Rechnungen finden sich in Tabelle I des Anhangs. Ich habe die Rechnungen für alle a bis $a = 100$ bis zum vierten Minimum durchgeführt, für $a = 150$ und $a = 250$ bis zum fünften, und nur für $a = 500$ und $a = 1000$ Mikron dehnte ich dieselben bis zum 10. Minimum aus, weil diese Werthe bei diesen Tropfengrössen für die Farbenmischung von Bedeutung sind.

Diese Werthe beziehen sich alle auf den ersten Regenbogen (Hauptregenbogen mit seinen secundären). Um die entsprechenden Werthe für den zweiten Regenbogen (Nebenregenbogen mit seinen secundären) zu erhalten, hat man nach der Gleichung für Θ

$$\Theta_2 = \sqrt[3]{\frac{h_2}{h_1}} \cdot \Theta_1.$$

¹Boitel, Compt. rend. Bd. 106, 1888, p. 1522. Mascart, a. a. O. I, p. 193.

Da die Werthe für $(h_2 / h_1)^{\frac{1}{3}}$ von *B* bis *G* nur zwischen 1.785 und 1.788 schwanken, so kann man für alle λ dasselbe mittlere Verhältniss beibehalten und setzen

$$\Theta_2 = 1.786 \Theta_1$$

Nach dieser Formel sind die Werthe für Θ_2 in Tabelle II des Anhanges berechnet und die A_2 erhält man, indem man diese Werthe zum A_2 der mindestgedrehten Strahlen addirt.

c) Herstellung der Intensitätscurven für die einzelnen Farben.

Die Gleichung hierfür haben wir schon oben gegeben: sie besteht aus den zwei Factoren *M* und $f(\frac{z}{z_0})$. Den Verlauf von $f(\frac{z}{z_0})$ haben wir auf Seite 140 festgestellt und in eine Tabelle gebracht. Dieser Factor bleibt für alle λ derselbe, nur der Werth der Abscisse, auf welcher die Ordinaten $f(\frac{z}{z_0})$ aufgetragen werden, ändert sich bei den verschiedenen Farben.

Ich habe nun dem dadurch Rechnung getragen, dass ich als Einheit der Abscisse $0.2z$ wählte und den Winkelwerth dieser Einheit, welcher für die verschiedenen λ verschieden ist, aus den Tabellen für A_1 und A_2 in folgender Weise berechnete. Der Werth z für das vierte Minimum ist 7.2436 , der Werth Θ für das vierte Minimum ist den Tabellen I und II des Anhanges zu entnehmen. Dividirt man diese Werthe für Θ durch 36.218 , so hat man den Winkelwerth für $0.2z$. Man erhält auf diese Weise folgende Tabelle.

Winkelwerthe der Abscisseneinheit $0.2z$ in Minuten.

1. Erster Regenbogen.

<i>a</i> =	5	10	15	20	25	30	40	50	100	150	250	500	1000
	Bogenminuten												
<i>B</i> ...	85.8	54.0	41.2	34.0	29.3	26.0	21.4	18.5	11.7	8.9	6.32	3.98	2.51
<i>C</i> ...	83.0	52.3	39.9	32.9	28.4	25.1	20.7	18.0	11.0	8.6	6.10	3.84	2.43
<i>D</i> ...	77.0	48.5	37.0	30.5	26.4	23.3	19.3	16.6	10.5	7.9	5.67	3.57	2.26
<i>E</i> ...	71.2	44.9	34.2	28.2	24.4	21.6	17.8	15.4	9.6	7.4	5.25	3.31	2.10
ξ ...	68.1	42.8	32.6	27.0	23.1	20.6	17.0	14.7	9.3	7.1	5.02	3.15	2.03
<i>F</i> ...	67.2	42.3	32.3	26.7	22.8	20.3	16.8	14.5	9.1	7.0	4.94	3.12	1.99
η ...	63.4	40.0	30.5	25.2	21.7	19.2	15.9	13.7	8.6	6.6	4.67	2.93	1.88
<i>G</i> ...	61.5	38.8	29.6	24.4	21.0	18.6	15.4	13.3	8.3	6.4	4.53	2.87	1.82

2. Zweiter Regenbogen.¹

$a =$	15	20	25	30	40	50	100	150	250	500	1000
	Bogenminuten										
B.	89·4	73·8	63·6	56·5	46·4	40·1	25·4	19·3	13·7	8·6	5·53
C.	86·6	71·4	61·6	54·5	44·9	39	23·9	18·7	13·2	8·3	5·27
D.	80·3	66·2	57·3	50·5	41·9	36·0	22·8	17·1	12·3	7·7	4·91
E.	74·2	61·2	52·9	46·9	38·6	33·4	20·8	16·0	11·4	7·2	4·56
ζ	70·7	58	50·1	44·7	36	31·9	20·2	15·4	10·9	6·8	4·41
F..	70·1	58·0	49·5	44·1	36·4	31·5	19·7	15·2	10·7	6·8	4·32
η	66·2	54·7	47·1	41·6	34·5	29·7	18·7	14·3	10·1	6·4	4·08
G.	64·2	52·9	45·6	40·3	33·4	28·9	18·0	13·9	9·8	6·2	3·95

Es sei hervorgehoben, dass unter dem ersten Regenbogen stets der Hauptregenbogen mit seinen secundären und unter dem zweiten Regenbogen der Nebenregenbogen mit seinen Secundären zu verstehen ist.

Man könnte nun die Intensitätscurven construiren, indem man für jede Farbe zuerst den Nullpunkt der Abscissen feststellt. Derselbe ist, in Graden ausgedrückt, der oben angegebene Winkel der mindestabgelenkten Strahlen. Man trägt dann ferner bei jeder Farbe, deren Intensitätscurve gezeichnet wird, die Lage der Maxima und Minima der Intensität an der Abscissenaxe (die in Winkelmass genommen wird) auf und dann geht man daran, von $0·2z$ zu $0·2z$, das man nach obiger Tabelle ebenfalls in Winkelmass verwandelt, die Intensitätswerthe als Ordinaten aufzutragen und erhält so die Intensitätscurve.

Allein bei der Auftragung der Intensitätswerthe ist die den einzelnen Farben zukommende Intensität zuerst zu ermitteln. Dieselbe berechnet sich nicht nur aus dem Factor $f_{(z)}$,

Wir haben gesehen, dass $\Theta_2 = 1·786 \Theta_1$, es ist daher auch

$$\frac{\Theta_2}{5z_m} = 1·786 \frac{\Theta_1}{5z_m};$$

da nun Θ_1 $5z_m$ der Winkelwerth von $0·2z$ im ersten Regenbogen ist, so wird $1·786 \Theta_1$ $5z_m$ der entsprechende Winkelwerth im zweiten Regenbogen sein. So sind denn auch die obigen Werthe für den zweiten Regenbogen berechnet worden.

der für alle Farben gleichbleibt, sondern es ist dabei auch der Factor M von massgebendem Einflusse. Dieser Factor enthält nun, wie sein Ausdruck es darstellt, erstlich die ursprüngliche Intensität jeder einzelnen Farbe und dann die Veränderung, welche dieselbe im Regentropfen erfahren hat.

Die Vertheilung der Lichtintensität im Sonnenspectrum gibt uns die ursprüngliche Intensität der verschiedenen Farben vor dem Eintritt in den Regentropfen. Diese Intensitätsvertheilung ist — es handelt sich um die Lichtintensität, die Leuchtkraft der Farben — wohl in der exactesten Weise von Abney¹ bestimmt worden; ich sah mich aber gezwungen, für meine Zwecke die Maxwell'schen Intensitätswerthe² der einzelnen Farben zu verwenden, obwohl es zweifellos ist, dass dieselben nicht vollkommen richtig sind. Die Rechtfertigung dieser Wahl liegt in dem Ziele, das ich mir gesetzt habe: die Berechnung der Regenbogenfarben für die verschiedensten Werthe der A aus der Farbenmischung, welche durch das Ineinandergreifen der Intensitätscurven der verschiedenen Farben entstehen. Da nun für die einzelnen Farben nur von Maxwell auch die ihnen zukommenden Farbengleichungen angegeben wurden, so blieb mir nichts anderes übrig, als auch die mit seinen Farbengleichungen wesentlich zusammenhängenden Intensitätswerthe zu acceptiren. In den Farbengleichungen, beziehungsweise in der Addition der Farbengleichungen liegt dann auch die Correctur für die Unrichtigkeiten seiner Intensitätswerthe, so dass bei den Farbenmischungen trotz der eingeführten Unrichtigkeiten der Intensitätswerthe die wirkliche Farbe aus der Rechnung sich ergibt. Diese Maxwell'schen Werthe der ursprünglichen Intensitäten für die von mir zur Berechnung der Regenbogenfarben benützten Wellenlängen sind die folgenden.

Intensität der einzelnen Farben in Promille der
Intensitätssummen.

λ	J_0	J_1
<i>B</i> .	23	20
<i>C</i>	94	86

Colour Photometry. Transact. R. Soc. London 1886, Part. II.

² Ich entnehme sie aus Mascart, *Traité d'Optique* I, p. 200.

	J_0	J_1
D	262	250
E	153	152
ξ	118	121
F	130	134
η	152	163
G	68	74
Summe	1000	1000.

Ich habe für die Berechnung der Farben des Regenbogens mich auf die obigen acht einzelnen Farben beschränkt, wofür die Begründung weiter unten gegeben wird. Die Intensität J_0 vor Eintritt in den Regentropfen ist der nach der Wellenlänge veränderliche Bestandtheil von $k = CJ_0$ in dem Ausdrucke für M

$$M = k \sqrt[3]{\frac{1}{h^2 \lambda}} \cdot a^{\frac{7}{3}}$$

J_0 ist dann in Promille der Intensitätssumme aller acht Farben ausgedrückt; es sind also die Maxwell'schen Werthe in Promille verwandelt. Die zweite Columnne für J_1 gibt die Werthe von

$$J_0 (h^2 \lambda)^{\frac{1}{3}}$$

ebenfalls als Promille der Summe der Intensitäten aller acht Farben nach dem Austritte des Strahles aus dem Regenbogen. In dieser Form gelten die Werthe für J_1 sowohl für den ersten, als den zweiten Regenbogen und für alle Regenbogen noch höherer Ordnung, so lange es sich um dasselbe a handelt. Sie stellen einfach die relative Intensität der einzelnen Farben bei allen Regenbogenerscheinungen für das erste Maximum dar.

Um nun diese relative Intensität für jedes beliebige z zu erhalten, hat man diese Werthe einfach mit dem entsprechenden Werthe von $f_{(z)}^2$ zu multipliciren. Da der Werth für das erste Maximum von $f_{(z)}^2$ in vollkommen genügender Annäherung 100 ist, so erhält man alle übrigen Intensitäten durch Multiplication mit den entsprechenden $f_{(z)}^2$ als Procente des Maximums. Man findet diese relativen Intensitäten für die acht in Rechnung

gezogenen Farben in Tabelle III des Anhanges für alle Werthe von z in den eingeführten Abständen von $0.2z$. Damit sind uns nun alle Mittel gegeben, die Curven der Intensitätsvertheilung für jede der acht Farben in jedem Regenbogen zu zeichnen.

d) Die absolute Intensität.

Der vollständige Ausdruck für die Intensität im Regenbogen kann nun geschrieben werden:

$$J_r = C \frac{J_0}{\sqrt[3]{h^2 \lambda}} a^{\frac{7}{3}} f(z).$$

Die relative Intensitätsvertheilung in einem Regenbogen ist von a unabhängig, da jeder Regenbogen bei einer bestimmten constanten Tropfengrösse erzeugt wird. Wir haben oben auch das C als constant für jeden bestimmten Regenbogen angenommen. Das ist es auch für Regenbogen derselben Ordnung, denn

$$C = c\beta.$$

c ist eine numerische Constante und β bedeutet den Lichtschwächungscoëfficienten in Folge von Brechung und Reflexion an und im Regentropfen. β ist daher nur für die Regenbogen verschiedener Ordnung verschieden, aber von a unabhängig.

Beim Vergleiche der Intensität verschiedener Regenbogen haben wir daher folgende Fälle:

1. Vergleich der Regenbogen derselben Ordnung bei verschiedener Tropfengrösse. Wir haben hiebei β constant und daher

$$J'_r J''_r = a_1^{\frac{7}{3}} a_2^{\frac{7}{3}}$$

Setzt man die Intensität im Regenbogen, welcher durch eine Tropfengrösse von 1 *mm* Durchmesser oder $a = 500 \mu$ erzeugt wird, gleich Eins, so ergeben sich für die übrigen Tropfengrößen folgende auf diese Einheit bezogene Intensitätswerthe, die Einheit gleich 1000 gesetzt:

	$a =$ (Mikron)					
	10	15	20	25	30	40
$J_r.$	0.02	0.11	0.28	0.55	0.92	1.41 2.76

	$a =$ (Mikron)					
	50	100	150	250	500	1000
$J_r.$	4·64	23·39	60·24	198·4	1000	5039

Mit diesen Zahlen sind die Werthe der Tabelle III des Anhangs und alle aus letzterer erhaltenen Werthe der relativen Intensität zu multipliciren, wenn man das Verhältniss der Intensität der von verschiedenen Tropfengrössen erzeugten Regenbogen derselben Ordnung kennen lernen will.

2. Vergleich der Intensität der Regenbogen verschiedener Ordnung für gleiche Tropfengrösse. Wir haben hier a constant und β verschieden und daher

$$J_r^I : J_r^{II} = \beta_I h_2^{\frac{2}{3}} : \beta_{II} h_1^{\frac{2}{3}}$$

Zur Berechnung von β dient die Fresnell'sche Intensitätsgleichung für reflectirtes, beziehungsweise gebrochenes Licht. Da in derselben bekanntlich der Sinus und die Tangente der Differenz und der Summe des Einfallswinkels und Brechungswinkels vorkommt, so ist streng genommen β nicht constant. Da jedoch für die beim Regenbogen in Frage kommenden Strahlen die Einfallswinkel nur wenig verschieden sind, so können wir in unserem Falle ohne weiteres einen mittleren Werth dieses Einfallswinkels wählen und denselben als gültig für alle Farben betrachten, wodurch β constant wird für Regenbogen derselben Ordnung. Trotzdem bleibt die Berechnung für β etwas unangenehm. Ich gebe hier nur die Werthe für die Regenbögen erster und zweiter Ordnung (erster und zweiter Regenbogen). Nimmt man die Intensität der einfallenden Strahlen als Einheit, so besitzen die austretenden Strahlen im ersten Regenbogen nur mehr 0·05092 und im zweiten Regenbogen nur mehr 0·01766 der ursprünglichen Intensität. Dies sind daher die Werthe von β_I und β_{II} . Der zweite Regenbogen hat also wegen β schon nur 0·347 der Intensität des ersten; $h_1^{\frac{2}{3}} : h_2^{\frac{2}{3}}$ ist aber 0·2112 und so ist schliesslich $J_r^{II} = 0·07 J_r^I$.

Ich übergehe den dritten möglichen Fall der Vergleichung von Regenbogen verschiedener Ordnung bei verschiedener Tropfengrösse; er ist leicht zu überblicken und dürfte selten in Frage kommen.

Wir haben nun aber immer noch keinen absoluten Werth der Intensität der Regenbogenfarben. Um denselben herzustellen, müssten wir in erster Linie die Intensität der Sonnenstrahlen vor Eintritt in den Regenbogen in bekannten Einheiten der Leuchtkraft angeben können. Dies wird wohl für immer unmöglich bleiben. Wir müssten ferner den Querschnitt des regenbogenerzeugenden Strahlenbündels kennen. Dieses ist aber bei Tropfen verschiedener Grösse verschieden und überhaupt für die einzelnen Tropfen eine kaum zu ermittelnde Grösse. Die Intensität des Regenbogens hängt ferner von der Anzahl der Regentropfen in der Volumeinheit ab. Aber auch die Verschiedenheit der Durchsichtigkeit und Trübung der Luft muss auf die Intensität der Erscheinung einen bedeutenden Einfluss haben. Alle diese Momente lassen es aussichtslos erscheinen, die absolute Intensität zu bestimmen. Aber auch die relative Intensität verschiedener Regenbogen untereinander ist dadurch beeinflusst und so bleibt eigentlich nur die relative Intensität der Farbenvertheilung in einem und demselben Regenbogen der Rechnung zugänglich. Glücklicherweise genügt dies für unseren Zweck der Berechnung der Farben eines beliebigen Regenbogens.

e) Die Vertheilung der Gesamtintensität im Regenbogen.

Mit Hilfe der Tabelle I, beziehungsweise II und III des Anhangs und den oben gegebenen Winkelwerthen der Abscisseneinheit ($0 \cdot 2 z$) ist es nun vor Allem möglich, unter Zugrundelegung der Ablenkung der mindestgedrehten Strahlen als Anfangspunkt der Coordinaten, für jede einzelne Farbe die Vertheilung der Intensität der letzteren im Regenbogen durch eine Curve darzustellen. Zeichnet man sich diese Curven so, dass man die Lage und Richtung der Abscissenlinie aller Farben gemeinsam lässt, so überlagern und durchschneiden sich alle acht Farbencurven. Um nun an einem beliebigen Punkte die relative Gesamtintensität des Regenbogenbildes zu ermitteln, hat man nur an dem betreffenden Punkte über der Abscissenaxe eine Senkrechte zu errichten und die Ordinatenwerthe der Durchschnittspunkte dieser Senkrechten mit den einzelnen Farbencurven zu addiren; die Summe ist dann die relative

Gesammtintensität an diesem Punkte. Abney¹ hat nämlich gezeigt, dass bei jeder Farbenmischung die Intensität der Mischfarbe gleich ist der Summe der Intensitäten ihrer Componenten.

Ich habe nun diesen Vorgang gewählt und zeichnete in der angegebenen Weise für alle die oben schon aufgezählten Tropfengrössen je die acht Farbencurven, um dann in bestimmten Abständen voneinander die Gesammtintensitäten durch Summirung zu erhalten. Man findet diese Werthe in den Farbens Tabellen Seite 166–185 in der Columne R. I. (relative Intensität).

Es wäre nun sehr instructiv, die Intensitätscurven sowohl der Einzelfarben in ihrem Übereinandergreifen, als auch die Curven der Gesammtintensität für die verschiedenen Tropfengrössen zur Anschauung zu bringen. Ich muss mich aber auf einige charakteristische Curven der Gesammtintensität beschränken; die Curven der Einzelfarben, welche in ihrem Durch-einandergreifen einen Wirrwarr von Linien bilden würden, wenn man nicht — wie ich für meine Zeichnungen gethan habe — jede Curve in der ihr eigenen Farbe ausführt, will ich, um ein paar ganz charakteristische Züge derselben zur Anschauung zu bringen, für einige Tropfengrössen wenigstens in drei Farben, und zwar Roth (*C*), Grünblau (*γ*) und Violett (*G*) darstellen. Man findet die letzteren auf Tafel I, die ersteren auf Tafel II. Die Curven beziehen sich alle auf den ersten Regenbogen.

Ich führe diese Curven vor, weil sich daraus einige Schlüsse von selbst ergeben.

Die Curven auf Tafel I belehren uns über eine besondere Eigenthümlichkeit in der Farbenfolge des Regenbogens. Bekanntlich folgen im ersten Regenbogen die Farben von Roth zu Violett derart, dass Roth den äusseren Rand der convexen Seite des Bogens bildet und Violett den inneren Rand der concaven Seite, während die dazwischenliegenden Farben in der Reihenfolge des Spectrums sich anordnen. Unsere Curven verlangen nun, dass bei einer gewissen Tropfengrösse diese Farbenanordnung in einem der secundären Bogen und den auf denselben

Abney und Festing, Colour photometry. Phil. Transact. R. Soc. London, 1886, part II, p. 433.

folgenden geradezu sich umkehre, so dass, nach einwärts vorschreitend, zuerst Violett und zuletzt Roth auftrete. Eine Beobachtung, die diese Forderung der Theorie bestätigt, muss als experimentum crucis für die Richtigkeit der Theorie angesehen werden. Solche Beobachtungen liegen nun wirklich vor und lässt sich die Richtigkeit dieser theoretischen Forderung auch jederzeit durch Versuche im Cabinete erhärten, wie wir später sehen werden. Wir kommen darauf noch später zurück.

Tafel II belehrt uns über zwei Punkte. Zunächst zeigt sie, dass die relativen Gesamtintensitäten umso grösser werden, je kleiner die Tropfen sind. Da nun an sich die Intensitäten mit der Tropfengrösse abnehmen, so ist im erwähnten Umstande ein Moment gegeben, welches bewirkt, dass die Intensitätsabnahme mit kleiner werdender Tropfengrösse keine so rasche ist, wie es die Zahlen auf Seite 148 verlangen. Im wirklichen Regenbogen sind die Intensitätsverhältnisse von zwei Bogen bei verschiedener Tropfengrösse nach dem Producte aus den Zahlen auf Seite 148 und den Maximalwerthen der relativen Gesamtintensität zu bemessen. Es ist z. B. das Intensitätsverhältniss der Regenbögen bei den Tropfengrössen von $a = 250 \mu$ und von $a = 25 \mu$ nicht einfach $198 \cdot 4 : 0 \cdot 92$, sondern $198 \cdot 4 \times 576 : 0 \cdot 92 \times 987$, also nicht 216, sondern nur 125. Diese Zahl wird aber auch dadurch noch verkleinert, dass es wohl wahrscheinlich ist, dass bei Tropfen von 25μ Halbmesser die Anzahl derselben in der Volumeinheit eine grössere sein wird, als bei solchen von 250μ Halbmesser. So wird es erklärlich, dass auch Regenbögen bei äusserst kleiner Tropfengrösse noch deutlich sichtbar sind.

Der zweite Punkt, über den uns Tafel II belehrt, ist der folgende. Die secundären Bögen schliessen sich an den Hauptregenbogen (erstes Maximumgebiet des ersten Regenbogens) und aneinander ohne Zwischenraum an bis herab zur Tropfengrösse vom Halbmesser $a = 100 \mu$, von da weg trennt sich aber der erste secundäre deutlich vom Hauptregenbogen ab. Wenn man daher einen Zwischenraum zwischen dem Hauptregenbogen und den ersten secundären beobachtet, so weiss man, dass die regenbogenerzeugenden Tropfen einen Halbmesser haben, der kleiner als 100μ ist. Ich füge bei, dass man

auch den zweiten vom ersten secundären getrennt sehen wird bei Tropfengrössen, deren Halbmesser von 50—30 μ messen.

Ich komme nun zur eigentlichen Aufgabe dieser Arbeit: zur Berechnung der Farben des Regenbogens. Es sei bemerkt, dass ich mich hiebei auf den ersten Regenbogen (Hauptregenbogen und seine secundären) beschränke.

2. Die Berechnung der Farben des Regenbogens.

a) Die Farbgleichungen und das Farbendreieck.

Die Farbgleichungen geben jede Farbe zunächst als Resultante aus den drei Grundfarben Roth, Grün, Violett (Blau), und ist auch die Summe der Intensitäten der drei Componenten gleich der Intensität der resultirenden Farbe. Summirt man alle Maxwell'schen Farbgleichungen, so erhält man die Intensitäten der Componenten jener Farbe, welche aus dem Zusammentreffen aller Spectralfarben resultirt, d. h. man erhält die Verhältnisszahlen, welche angeben, mit welchen Intensitäten die drei Grundfarben ausgestattet sein müssen, um bei ihrer Mischung Weiss zu geben. Es ist bekannt, wie man aus dem Vergleiche der Farben mit Weiss nach diesen Gleichungen jede Farbe als eine Mischung aus einer reinen Spectralfarbe mit Weiss darzustellen in der Lage ist.

Streng genommen hätte ich nun zum Zwecke der Farbenberechnung alle Farben (Wellenlängen) benützen müssen, von welchen Maxwell die Farbgleichungen angibt. Allein das hätte zu einer unerschwinglichen Arbeitslast geführt. Ich war unter gewissen Cautelen offenbar berechtigt, eine mässige Anzahl von Farben auszuwählen, wenn ich dabei zweierlei berücksichtigte: erstens, dass die Summe der Grundfarbenintensitäten in demselben Verhältniss zur Gesammtintensität aller benützten Farben stehe, wie in der Maxwell'schen Gleichung für Weiss. Ich habe daher die Wahl so getroffen, wie schon aus dem Früheren bekannt ist.

Die Farbgleichungen für die verwendeten acht Wellenlängen sind nun die folgenden, neben welcher ich die ganze Reihe der Maxwell'schen setze:

Mit acht Farben:

λ	R	G	V	J_0 0/100
B	23	0·0	0·0	23
C	85	1	8	94
D ...	146	117	-1	262
E	- 1	152	2	153
ξ	- 8	71	55	118
F	- 8	45	93	130
η .	3	1	148	152
G	0	-4	72	68
	240	383	377	1000

Nach Maxwell mit
22 Farben:

λ	R	G	V	J_0 0/100
·698	8·3	0·0	0·0	8·3
·663	24·8	0·5	3·7	29·0
·630	59·0	0·0	0·0	59·0
·606	68·1	21·3	-0·4	89·0
·583	49·8	51·9	-0·4	101·3
·562	28·5	73·4	-1·8	100·1
·544	7·5	71·4	-0·5	78·4
·528	0·0	59·0	0·0	59·0
·513	-3·7	43·5	5·0	44·8
·500	-3·2	29·8	16·6	43·2
·488	-2·9	20·0	29·2	46·3
·477	-2·8	11·2	44·3	52·7
·467	-1·9	1·9	53·4	53·4
·457	0·0	0·0	59·0	59·0
·449	1·1	0·4	55·7	57·2
·441	1·5	0·9	40·9	43·3
·434	0·3	-0·5	28·3	28·1
·428	0·0	0·0	19·6	19·6
·422	0·0	0·0	12·3	12·3
416	0·0	0·0	8·6	8·6
·411	0·0	0·0	4·9	4·9
·406	0·0	0·0	2·5	2·5
	234·4	384·7	380·9	1000·0

←Weiss→

Da die beiden Gleichungen für Weiss sehr nahe gleich sind, so ist hiemit die erste Bedingung mit genügender Annäherung erfüllt. Die zweite bei der Auswahl der acht Farben zu erfüllende Bedingung wäre nun gewesen, den drei Farbengruppen Roth-Orange-Gelb, Grün-Grünblau und Blau-Violett dieselben Verhältnisse ihrer Intensitätswerthe zu wahren, wie dieselben bei den 22 Maxwell'schen Farben zum Ausdrucke kommen. Doch diese Bedingung war bei der Auswahl der acht

Farben leider nicht zu erfüllen. Ich erhalte nämlich für die acht Farben die folgenden Intensitätssummen:

Rothe Gruppe	379,
Grüne Gruppe	401,
Blaue Gruppe	220,

während bei den 22 Farben Maxwell's die entsprechenden Intensitätssummen sind:

Rothe Gruppe	387,
Grüne Gruppe	324,
Blaue Gruppe	289.

Da eine Besserung dieser Verhältnisse nur durch Beziehung einer grösseren Anzahl von Wellenlängen zu erreichen wäre, wenn man die jedenfalls und in erster Linie aufrecht zu haltende Bedingung für Weiss nicht alteriren will, so beschloss ich, die Berechnung der Farben trotzdem mit diesen acht Farben zu machen und die nöthige Correctur in einer entsprechenden Abänderung im Farbendreiecke zu suchen. Wenn mir dies gelang, wie es mir thatsächlich gelungen ist, so war damit auch für die Farbenberechnungen im Allgemeinen ein praktisches Abkürzungsverfahren gefunden, so dass man in Hinkunft mit nur acht Farben und dem entsprechend abgeänderten Farbendreiecke statt der 22 Farben und dem Farbendreiecke von Maxwell rechnen kann.

Um die fragliche Abänderung im Farbendreiecke vornehmen zu können, muss man sich zunächst vor Augen halten, dass die drei Grundfarben, welche die Ecken des Farbendreieckes bilden, von Maxwell nicht ganz richtig gewählt wurden. Die Folge hievon ist, dass erstens die Intensitätscurve im Spectrum, wie sie in den unter J_0 angegebenen Zahlen der vorhergehenden Tabelle zum Ausdrucke kommt, eine Unrichtigkeit zeigt, indem die Intensität von $\lambda = \cdot 583 \mu$ bis $\lambda = \cdot 500 \mu$ abnimmt und dann wieder bis $\lambda = \cdot 457 \mu$ zunimmt, was nach den ausgezeichneten exacten Messungen von Abney¹ nicht der Fall

¹ Abney and Festing, Colour Photometry. Philosophical Transactions Royal Soc. London, 1886, part II, p. 447. Die Verfasser bemerken, dass ihnen Lord Rayleigh mittheilte, Maxwell's Werthe der drei Grundfarben seien rein willkürlich gewählt (p. 448 Anmerkung).

ist. Zweitens ergeben sich aber hiebei auch negative Componenten, wie ebenfalls aus obiger Tabelle ersichtlich ist; eine negative Componente hat hier aber nur einen rechnerischen Sinn und entspricht nicht der Wirklichkeit. Die Linie, welche die Lage der Spectralfarben auf dem Maxwell'schen Farbdreiecke darstellt, fällt daher nicht mit den Seiten des Dreieckes zusammen, wie es sein sollte, sondern läuft ausserhalb in einiger Entfernung von den Seiten und trifft dasselbe nur in den drei Ecken. Aber auch hier ergibt sich in der Roth-Ecke und in der Violett-Ecke eine Anomalie, indem sich in ersterer eine Schlinge bildet und in letzterer der Lauf der Linie der Spectralfarben ein ganz eigenthümlicher wird, indem diese Linie zuerst unter Halbierung des Winkels etwa $\frac{1}{20}$ der Seitenlänge tief ins Farbdreieck hineindringt und dann unter scharfer Biegung die dritte Seite (der Purpurtöne) schneidet und draussen neuerdings eine Biegung macht. Die Maxwell'schen Fixpunkte (Grundfarben) sind:

$$\begin{aligned} \text{Roth } \lambda &= \cdot 630, \\ \text{Grün } \lambda &= \cdot 528, \\ \text{Blau } \lambda &= \cdot 457; \end{aligned}$$

die richtigen Fixpunkte liegen aber für Roth zwischen $\lambda = \cdot 630$ und der Lithiumlinie, für Grün unweit dem Maxwell'schen und für Violett in der Nähe von G , etwa bei $\lambda = \cdot 430$. Hieraus ersieht man, dass besonders der dritte Maxwell'sche Fixpunkt fehlerhaft ist, indem er thatsächlich im Violett liegen soll und nicht im Blau.¹

Bei der Auswahl der obigen acht Farben ergibt sich ein Übergewicht der grünen Farbentöne gegenüber den blauen. Das Verhältniss derselben mit den 22 Maxwell'schen Farben ergibt sich:

$$\text{Blau Grün} = 0 \cdot 891,$$

für die acht ausgewählten Farben:

$$\text{Blau : Grün} = 0 \cdot 548.$$

Daraus geht zweifellos hervor, dass sich für die acht ausgewählten Farben der Maxwell'sche Fixpunkt gegen die Grünecke bedeutend verschieben muss, und zwar angenähert um 0.34 der Dreieckseite, wenn die Intensitäten der verwendeten Farben dabei allein massgebend wären. Letzteres ist nun allerdings nicht ganz richtig, da es auf das Verhältniss der drei Componenten, welche jede Farbe darstellen, ebenfalls wesentlich ankommt. Da ich nicht in der Lage bin, diese Frage durch eine eingehende experimentelle Untersuchung klarzustellen, so musste ich zunächst mich begnügen, eine wahrscheinliche Annahme über den Punkt zu machen, welcher auf der grün-blauen Seite des Farbendreieckes den Übergang vom Blau ins Violett darstellt und Ähnliches, auch Bezügliches des Punktes thun, welcher auf der roth-grünen Seite des Farbendreieckes den Übergang von Gelb zu Grün bedeutet. Erst nachträglich konnte ich dann an den Beobachtungen die Richtigkeit meiner zwar auf Grund der obigen Verhältnisszahlen wahrscheinlichen Annahmen erproben. Es ist daher das Farbendreieck, wie ich es abändere, a posteriori für die acht ausgewählten Farben als richtig nachgewiesen, wenn es sich zeigt, dass die Beobachtung stets jene Farben ergibt, welche die Rechnung mit Hilfe des abgeänderten Farbendreieckes verlangt. Es wird sich in der Folge zeigen, dass die Bestätigung durch die Beobachtung eine durchwegs vollkommene ist, und da dem Maxwell'schen Farbendreiecke so viele theoretische Mängel anhaften, sodass es seinen Werth ebenfalls nur aus der Übereinstimmung mit der Beobachtung, also empirisch, erhält, so zögere ich nicht, dieses abgeänderte Farbendreieck einzuführen, das gleichfalls empirisch als richtig für die gewählten Farben sich erweist, umso mehr, als die Vereinfachung der Rechnung durch Reduction der 22 auf 8 Farben in der Praxis von ausserordentlichem Werthe ist.

Ich nehme nun dieses abgeänderte Farbendreieck, welches auf Tafel III dargestellt ist, als Grundlage der Farbenbestimmung, wie sie die Rechnung mit den acht ausgewählten Farben ergibt.

Da jeder Punkt der Seiten des Farbendreieckes eine bestimmte Farbe (Wellenlänge) repräsentirt, so habe ich jede Seite

in 10 gleiche Theile getheilt und gebe die Farbe stets in erster Linie durch die Zahl an, welche ihre Lage auf einer der Seiten des Farbendreieckes feststellt. Zu diesem Zwecke zähle ich von der Roth-Ecke aus, welche ich mit 0 bezeichne, fort bis 30 (gleich 0); es fällt dann 10 auf die Grün-Ecke, 20 auf die Violett-Ecke und 30 wieder auf den Anfangspunkt der Zählung. Die Farbenvertheilung ist die folgende: 0—3·0 Roth, von da bis 4·2 Orange, von da bis 5·8 Gelb, von da bis 10·5 Grün, von da bis 13·5 Blaugrün, von da bis 17·0 Blau, von da bis 20·5 Violett, von da bis 24·0 Rosa, von da bis 29·0 Purpur, von da bis 30·0, beziehungsweise bis 0 Roth. Eine nähere Bezeichnung der Farben in Worten habe ich nicht eingeführt, da durch die Angabe der Zahl auf dem Farbendreiecke die Farbe viel genauer definirt ist, als es Worte zu thun vermögen.

Die Richtigkeit dieser Farbenvertheilung auf den Dreieckseiten erhellt aus der vollen Übereinstimmung der berechneten und beobachteten Farben, die durch Experimente im Cabinete und Beobachtungen in der Natur nachgewiesen ist, wie im nächsten Absatze gezeigt werden wird.

Eine weitere Rechtfertigung dieser Farbenvertheilung bei Verwendung der nur acht Farben zur Rechnung werde ich gleich unten geben. Sie besteht darin, dass für einen ganz besonders charakteristischen Punkt die Rechnung mit den 22 Farben und dem Maxwell'schen Dreiecke dieselbe Farbe gibt, wie die Rechnung mit den acht Farben und dem vorliegend abgeänderten Farbendreieck.

Vorerst will ich aber jetzt die Factoren der drei Grundfarben für die verschiedenen Wellenlängen angeben. Die Summe dieser drei Factoren muss für jede Wellenlänge gleich Eins sein. Ich gebe dieselben für die 22 Maxwell'schen und die acht ausgewählten Farben.

Kennt man die Intensitäten der einzelnen Farben, so kann man mit Hilfe dieser Factoren sofort die Farbgleichungen aufstellen und erhält dann durch Summirung dieser Farbgleichungen der einzelnen Farben die Farbgleichung der Mischfarbe.

λ	R	G	V	λ	R	G	V
B	1·000	0·000	0·000	·698	1·000	0·000	0·000
C ...	0·904	0·011	0·085	·663	0·854	0·018	0·128
D .	0·557	0·446	-0·003	·630	1·000	0·000	0·000
E ...	-0·006	0·993	0·013	·606	0·765	0·239	-0·004
ξ ...	-0·068	0·602	0·466	·583	0·492	0·511	-0·003
F ...	-0·061	0·346	0·715	·562	0·285	0·734	-0·019
η ...	0·020	0·007	0·973	·544	0·096	0·911	-0·007
G ...	0·000	-0·059	1·059	·528	0·000	1·000	0·000
				·513	-0·083	0·971	0·112
				·500	-0·075	0·690	0·385
				·488	-0·064	0·433	0·631
				·477	-0·052	0·212	0·840
				·467	-0·036	0·036	1·000
				·457	0·000	0·000	1·000
				·449	0·020	0·006	0·974
				·441	0·034	0·022	0·944
				·434	0·011	-0·017	1·006
				·428	0·000	0·000	1·000
				·422	0·000	0·000	1·000
				·416	0·000	0·000	1·000
				·411	0·000	0·000	1·000
				·406	0·000	0·000	1·000

b) Die Ausführung der Farbenberechnungen.

Die erste Aufgabe für die Rechnung ist die Bestimmung der Intensität jeder Farbe an einem bestimmten Punkte des Regenbogenbildes. Man erhält diese Intensitäten auf zweierlei Weise. Erstens konnte ich dieselben direct meinen Curvenzeichnungen entnehmen und zweitens konnte ich den rein rechnerischen Weg betreten. Für letzteren hat man

$$J'_1 = \frac{J_0}{(h^2 \lambda)^{\frac{1}{3}}} \cdot f(z_1^2).$$

Für die Bestimmung von z' für den Punkt, an welchem man die Farbe berechnen will, hat man nach Seite 142

$$= 2 \sqrt[3]{\frac{6a^2}{h\lambda^2}} \cdot \Theta'.$$

Das Θ' lässt sich für jeden bestimmten Punkt des Regenbogenbildes mit Hilfe von A_1 sofort für jede beliebige Farbe, deren A_1 man berechnet hat, finden. Eine Vereinfachung liegt darin, dass man nur für die grösste Wellenlänge das Θ unmittelbar bestimmt und aus diesem mit Hilfe der bekannten A_1 -Werthe der übrigen Farben die Θ der letzteren für den fraglichen Punkt berechnet. Nennen wir z. B. das Θ für B (der grössten benützten Wellenlänge) Θ_0 und die Ablenkung der mindestgedrehten Strahlen dieser Wellenlänge α_0 , so erhält man die Θ der übrigen Wellenlängen für den fraglichen Punkt aus

$$\Theta' = \Theta_0 - (\alpha_0 - \alpha').$$

Hat man die Intensitäten der einzelnen Farben gefunden, so bildet man die Farbgleichungen und erhält sofort durch Summirung die Farbgleichung jener Mischfarbe, welche an dem fraglichen Punkte des Regenbogenbildes auftritt.

Ich habe in der Folge die Intensitäten aus meinen Curvenzeichnungen entnommen, da dies eine immerhin genügende Genauigkeit ergab. Zwar würde die Rechnung vielleicht etwas genauere Resultate haben liefern können, doch da diese Arbeit an sich schon mit einer Unmasse Zifferrechnung mich belastete, so liess ich es mit dem ersteren Verfahren bewenden, nachdem ich mich überzeugt hatte, dass es hinreichend genau ist.

Bevor ich nun die Resultate meiner Farbenberechnungen ausführlich mittheile, will ich erst noch zwei Fragen beantworten. Die erste lautet:

»Welches ist die Farbe, welche durch das Übereinanderfallen der Intensitätsmaxima der aus dem Regentropfen austretenden Farben entsteht?«

Ich beantworte dieselbe nach der Rechnung mit den ausgewählten acht Farben und mit den 22 Maxwell'schen in der folgenden Tabelle.

λ	R	G	V	J_1
B ..	20	0	0	20
C ...	78	1	7	86
D .	139	112	-1	250
E .	-1	151	2	152
ξ ...	-8	73	56	121
F .	-8	46	96	134
η ...	3	1	159	163
G ...	0	-4	78	74
	223	380	397	1000

λ	R	G	V	J_1
·698	7·3	0·0	0·0	7·3
·662	22·5	0·4	3·4	26·3
·630	54·4	0·0	0·0	54·4
·606	63·7	19·9	-0·3	83·3
·583	47·5	49·3	-0·3	96·5
·562	27·6	71·1	-1·8	96·9
·544	7·3	69·8	-0·5	76·6
·528	0·0	58·5	0·0	58·5
·513	-3·7	43·7	5·0	45·0
·500	-3·3	30·3	16·9	43·9
·488	-3·0	20·6	30·0	47·6
·477	-2·8	11·6	46·0	54·8
·467	-2·0	2·0	55·9	55·9
·457	0·0	0·0	62·3	62·3
·449	1·2	0·4	59·3	60·9
·441	1·6	1·0	43·9	46·5
·434	0·3	-0·5	30·6	30·4
·428	0·0	0·0	21·8	21·8
·422	0·0	0·0	13·4	13·4
·416	0·0	0·0	9·5	9·5
·411	0·0	0·0	5·4	5·4
·406	0·0	0·0	2·8	2·8
	218·6	378·1	403·3	1000·0

Die Auflösung der Farbgleichungen der resultirenden Mischfarbe nach der bekannten Weise gibt für die acht Farben

$$\begin{array}{ccc} W & G & V \\ 929+24+47 & = & 1000 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} G & V & X \\ 24+47 & = & 71 \end{array}$$

Lage von X : 16·8 (Blau),

für die 22 Farben:

$$\begin{array}{ccc} W & G & V \\ 933·0+19·2+47·8 & = & 1000 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} G & V & X \\ 19·2+47·8 & = & 67, \end{array}$$

Lage von X : 17·1 (Blau).

X ist der Farbenton der Mischfarbe, dessen Lage bestimmt wird durch die Dreieckseite, in unserem Falle die $G—V$ -Seite und das Verhältniss von $V:X$, wodurch der Abstand von der G -Ecke ausgedrückt erscheint. W bedeutet Weiss.

Man kann daher die aufgelösten Gleichungen folgendermassen kürzer anschreiben

$$929(W) + 71(16 \cdot 8) = 1000,$$

$$933(W) + 67(17 \cdot 1) = 1000.$$

Im Maxwell'schen Farbdreieck ist $17 \cdot 1$ noch ein blauer Farbenton, wie in unserem abgeänderten Dreiecke $16 \cdot 8$ noch ein blauer Ton ist. Es ergibt sich also auf beiden Wegen die Farbe: Weiss mit blauem Hauche.

Ich werde in Hinkunft aber die Intensitäten von W und X in Procenten der ganzen Intensität der Mischfarbe angeben und z. B. schreiben

R. I.	W	X
	in Procenten	
1000	92·9	7·1

worin R. I. die relative Intensität der entstandenen Mischfarbe bedeutet. Sonach wird das Schema für die Wiedergabe der Rechnungsergebnisse sein:

A_1	R	G	V	R. I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
	223	380	397	1000	93	7	16·8	Blau

In der Rubrik A_1 kommen die Ablenkungen, welche die Orte der Punkte, deren Mischfarbe bestimmt wird, im Regenbogen fixiren. Lage von X bedeutet natürlich die Lage auf dem Farbdreiecke.

Die zweite Frage, die ich voraus erledigen will, ist die: »Stimmen die Farbenangaben, welche durch die Rechnung mit den acht Farben und dem abgeänderten Farbendreiecke erhalten werden, mit den Farben überein, welche man durch die Rechnung mit den 22 Maxwell'schen Farben und dem Maxwell'schen Farbendreiecke erhält?«

Wollte ich diese Frage dadurch beantworten, dass ich für alle untersuchten Fälle gleichzeitig das Resultat sowohl nach der einen, wie der anderen Methode angebe, so hiesse das ja die ganze Untersuchung mit 22 Farben noch einmal machen. Ich kann nur für einige besonders charakteristische Punkte die Rechnung auch mit den 22 Farben durchführen. Und da bietet sich ein ganz besonders interessanter Fall dar. Aus den auf Seite 167 ersichtlichen Resultaten der Farbenberechnung ergibt sich für die Tropfengrösse von $a = 500 \mu$ bei den Ablenkungen von $41^\circ 0'$, $40^\circ 55'$, $40^\circ 50'$ die Farbe Violett, und zwar nach der Lage auf dem Farbendreiecke ausgedrückt, der Reihe nach: $17 \cdot 1$, $18 \cdot 4$, $17 \cdot 1$, hierauf folgt erst wieder Blau ($16 \cdot 7$) in der Ablenkung von $40^\circ 45'$. Nun ist die Ablenkung der mindestgedrehten Strahlen für den Anfang von Violett (Linie G etwa), wie wir sahen, $40^\circ 44'$; es tritt daher bei dieser Tropfengrösse (nebenbei gesagt auch bei $a = 1000 \mu$) der immerhin interessante Fall auf, dass Violett im Regenbogen an Punkten erscheint, wo noch die Spectralfarbe Violett gar nicht vorhanden ist, oder jedenfalls ganz unmerklich einfliesst. Ich hielt diesen Fall für charakteristisch genug, um daran die Richtigkeit der Eintheilung der $G - V$ -Seite in Bezug auf die Grenze Violett-Blau zu prüfen.

Die Rechnung mit den 22 Farben wurde nach den Formeln Seite 160 ausgeführt, nachdem vorher n und h bestimmt und A_1 für alle 22 Farben berechnet worden war. Die erhaltenen Farbengleichungen sind:

A_1	R	G	V	R. I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
$41^\circ 0'$	78·8	109·5	177·5	365·8	78	22	21·5	Violett
$40^\circ 55'$	99·4	110·8	212·0	422·2	68	32	22·4	Violett
$40^\circ 50'$	91·2	135·8	236·3	463·3	76	24	20·8	Violett
$40^\circ 45'$	60·8	154·7	243·4	458·9	57	43	17·3	Blau

Die nach den 22 Farben berechnete Farbengleichung und ihre Deutung nach dem ursprünglichen Maxwell'schen Farbdreiecke bestätigt daher, dass man nach der von mir gewählten Methode zu denselben Resultaten kommt, wie mit der Maxwell'schen und die Annäherung jedenfalls eine derart gute ist, dass sie für alle praktischen Fälle vollständig genügt.

c) Die Rechnungsresultate.

Ich lasse die Resultate in zwei Abtheilungen ausführlich im angegebenen Schema folgen.

Die erste Abtheilung gibt die Farbenfolge in der künstlich mittelst einer punktförmigen (bei der Ausführung der Versuche linienförmigen) Lichtquelle erzeugten Regenbogen. Die zweite Abtheilung gibt die Farbenfolge in den Regenbogen, wie sie in der Natur vorkommen, wo die Sonne als Lichtquelle wirkt. Da die Sonne eine scheinbare Ausdehnung von $32'$ hat, so tritt in dem natürlichen Regenbogen eine Mischung der Farben des künstlich erzeugten Regenbogens auf, zu welcher alle Punkte in einer Ausdehnung von $32'$ beitragen.

Ich habe nun für die punktförmige Lichtquelle die Farben in solchen Abständen berechnet, dass für die verschiedenen Tropfengrößen alle auftretenden Farben in ihrer Reihenfolge wiedergegeben erscheinen. Die Änderung der Farbe ist eine umso raschere, je grösser die Tropfen sind und so habe ich die Farben für die verschiedenen Tropfengrößen in folgenden Winkelabständen berechnet:

für $a = 1000 \mu$ und $a = 500 \mu$.	von 5 zu 5 Minuten.
$a = 250$ bis $a = 100$	10 10
$a = 50$ $a = 25$	20 20
$a = 20$ $a = 5$	40 40

Für den Hauptbogen (Gebiet des ersten Maximums des ersten Regenbogens) habe ich aber wiederholt nur die doppelten Intervalle in den folgenden Tabellen wiedergegeben, da dadurch keine Störung der Farbenfolge eintrat und eine Abkürzung der Tabellen ermöglicht wurde.

Bei Berechnung der Farben des natürlichen Regenbogens habe ich die Winkel von A_1 auf den Sonnenmittelpunkt bezogen. Die Farben berechnete ich dann für jene Tropfengrössen, für welche ich die Farben des künstlichen Regenbogens von $5'$ zu $5'$ vorliegen hatte, durch Summirung der sieben Farbengleichungen: Mittelpunkt und $5'$, $10'$, $15'$ rechts und links vom Mittelpunkte; für jene Tropfengrössen, für welche nur von $10'$ zu $10'$ die Farben des künstlichen Regenbogens vorlagen, aus den drei Farbengleichungen: Mittelpunkt und $10'$ rechts und links vom Mittelpunkt. Für die übrigen Tropfengrössen erfolgt die Änderung der Farben derart langsam (umso langsamer, je kleiner die Tropfen sind), dass man ohne merklichen Fehler die Farbenfolge des künstlichen Regenbogens als die des natürlichen annehmen darf.

Jede Farbe erscheint dargestellt durch eine Spectralfarbe X gemischt mit Weiss. Es fragte sich nun, ob die Wiedergabe der Farbe in Worten nicht nach einer Scala erfolgen sollte, in welcher das procentuelle Mischungsverhältniss mit Weiss zum Ausdrucke käme, z. B.: gesättigtes Grün, fast gesättigtes Grün, weissliches Grün, grünliches Weiss. Da jedoch bekannt ist,¹ dass den verschiedenen Farben verschiedene Mengen von Weiss beigemischt werden können, ohne dass man die Beimischung von Weiss bemerkt und diese Verhältnisszahlen nicht für alle Farben bestimmt werden konnten, so habe ich es vorgezogen, eine solche Scala nicht anzuwenden. Es wird sich jeder selbst aus dem procentuellen Verhältnisse von Weiss und X den Weissgrad der fraglichen Farbe construiren und so gebe ich einfach die Farbe von X in Worten an.

Und nun lasse ich zunächst die Resultate der Farbenberechnung für den ersten Regenbogen hier folgen.

¹ Abney, Colour Measurement and Mixture p. 132. Es sei nur erwähnt, dass man dem Orange bei D 3·3 mal mehr Weiss beimischen kann, ohne dass das Auge es gewahr wird, als dem Blaugrün bei F .

Farben und Farbgleichungen des ersten Regenbogens.

I. Punktförmige Lichtquelle.

A ₁	R	G	V	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
1. $a = 1000 \mu$								
42° 10'	45·5	3·0	2·5	51	13	87	0 1	Roth
5	71·8	5·9	4·3	82	14	86	0·2	Roth
42 0	106·1	15·5	6·4	128	12	88	0·8	Roth
41 55	133·9	37·0	7·1	178	10	90	1·9	Roth
50	148·2	71·1	5·7	225	7	93	3·1	Orange
45	151·1	118·2	2·7	272	3	97	4·4	Gelb
40	144·7	161·2	0·1	306	0	100	5·3	Gelb
35	128·2	187·8	3·0	319	3	97	5·9	Grün
30	89·7	179·8	8·5	278	19	81	7·6	Grün
25	49·1	162·1	19·8	231	23	77	8·0	Grün
20	40·1	144·5	38·4	223	46	54	8·7	Grün
15	76·2	144·0	70·8	291	65	35	7·0	Grün
10	87·0	162·5	116·5	366	84	16	7·8	Grün
5	34·4	174·8	143·8	353	41	59	14·2	Blau
41 0	20·7	164·7	136·6	322	27	73	14·4	Blau
40 55	76·7	95·7	118·6	291	86	14	24·1	Rosa
50	69·7	76·7	149·6	296	68	32	22·3	Rosa
45	19·7	127·2	238·1	385	21	79	16·8	Blau
40	48·5	103·6	249·9	402	50	50	18·7	Violett
35	60·7	55·2	156·1	272	53	47	22·0	Rosa
30	13·8	90·3	94·9	199	29	71	15·2	Blau
25	46·7	89·0	128·3	264	74	26	17·9	Violett
20	32·5	45·5	129·0	207	57	43	20·4	Violett
15	15·9	82·0	71·1	169	39	61	14·5	Blau
10	44·4	54·7	105·9	205	70	30	21·6	Rosa
5	22·9	68·0	114·1	205	46	54	17·0	Blau
40 0	24·6	37·4	54·0	116	84	16	20·6	Rosa

A_1	R	G	V	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
2. $a = 500 \mu$.								
42°10'	54·6	9·4	3·0	67	11	89	1·1	Roth
42 0	104·2	29·8	5·0	139	10	90	2·0	Roth
41 50	167·6	76·9	7·5	252	8	92	3·0	Roth
40	201·5	157·6	8·9	368	7	93	4·3	Gelb
30	162·6	234·0	15·4	412	10	90	5·9	Grün
20	61·7	242·9	46·4	351	25	75	8·6	Grün
10	29·6	187·8	113·6	340	49	51	10·7	Grün
5	47·6	157·3	153·1	358	55	45	14·9	Blau
41 0	79·6	153·2	189·2	422	79	21	17·1	Violett
40 55	97·4	167·9	216·7	482	84	16	18·4	Violett
50	88·4	178·9	228·7	496	74	26	17·1	Violett
45	57·5	162·4	231·1	451	53	47	16·7	Blau
40	33·0	117·0	232·0	382	36	64	17·4	Violett
35	37·4	70·4	235·2	343	45	55	19·4	Violett
30	65·8	63·6	228·6	358	46	54	21·4	Rosa
25	89·0	102·7	196·3	388	69	31	22·1	Rosa
20	73·1	149·5	141·4	364	84	16	14·4	Blau
15	35 0	136·9	88·1	260	56	44	12·9	Blaugrün
10	18·3	79·0	76·7	174	44	56	14·4	Blau
5	44·6	40·5	113·9	199	53	47	22·1	Rosa
40 0	67·8	66·7	148·5	283	61	39	22·4	Rosa
39 55	66·7	122·9	141·4	331	84	16	16·9	Blau
50	40·2	126·2	93·6	260	65	35	13·3	Blaugrün
45	10·4	57·8	67·8	136	32	68	15·6	Blau
40	31 9	28·9	93·2	154	49	51	21·8	Rosa
35	58·1	80·8	128·1	267	79	21	21·3	Rosa
30	53·0	137·8	118·2	309	72	28	14·0	Blau
25	12·3	67·0	56·7	136	38	62	14·4	Blau
20	10·9	16·5	53·6	81	53	47	20·2	Violett
15	47·5	59·7	105·8	213	73	27	21·8	Rosa

A_1	R	G	V	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
3. $a = 250 \mu$								
42°10'	65·2	24·3	3·5	93	10	90	2·5	Roth
42 0	102·6	50·3	6·1	159	10	90	3·1	Orange
41 50	150·1	91·2	10·7	252	11	89	3·6	Orange
40	195·5	150·7	19·8	366	14	86	4·2	Gelb
30	219·4	222·8	34·8	477	19	81	4·9	Gelb
20	205·8	288·8	64·4	559	31	69	5·8	Gelb
10	146·8	317·4	111·8	576	52	48	7·3	Grün
41 0	64·7	291·1	177·2	533	51	49	12·9	Blaugrün
40 50	5·6	210·5	255·9	472	5	95	15·5	Blau
40	11·0	116·1	312·9	440	10	90	17·5	Violett
30	73·0	74·1	308·9	456	43	57	21·0	Rosa
20	131·3	109·4	244·3	485	59	41	23·0	Rosa
10	114·9	158·8	147·3	421	93	7	3·0	Roth
40 0	42·0	153·6	86·4	282	62	38	11·9	Blaugrün
39 50	—1·3	88·8	95·5	183	—	100	15·2	Blau
40	48·3	59·3	143·4	251	62	38	21·2	Violett
30	113·3	114·7	144·0	372	80	20	25·7	Purpur
20	75·3	146·2	103·5	325	85	15	8·1	Grün
10	5·0	84·8	77·2	167	13	87	14·7	Blau
39 0	18·3	44·3	123·4	186	41	59	18·6	Violett
38 50	86·2	89·9	113·9	290	81	19	25·4	Purpur
40	72·6	114·8	62·6	250	66	24	6·1	Grün
30	1·2	49·2	77·6	128	4	96	16·1	Blau
20	20·6	25·7	98·7	145	46	54	20·6	Rosa
4. $a = 150 \mu$								
42°10'	72·2	40·6	5·2	118	21	79	3·4	Orange
41 0	103·1	68·2	10·7	182	15	85	3·7	Orange
41 50	139·0	102·9	18·1	260	18	82	4·0	Orange
40	171·2	152·8	35·0	359	26	74	4·4	Gelb
30	203·8	208·7	52·5	465	30	70	4·8	Gelb

A ₁	R	G	V	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
41°20'	221·9	268·0	85·1	575	39	61	5·2	Gelb
10	220·2	318·7	129·1	668	51	49	5·8	Gelb
41 0	193·3	347·0	185·7	726	68	32	6·8	Grün
40 50	141·7	337·7	246·6	726	81	19	11·7	Blaugrün
40	82·9	297·2	307·9	688	50	50	15·2	Blau
30	28·6	215·6	348·8	593	30	70	16·4	Blau
20	-0·4	123·5	347·9	471	—	100	17·4	Violett
10	5·9	52·6	304·5	363	7	93	18·7	Violett
40 0	49·4	36·9	216·7	303	30	70	21·3	Rosa
39 50	105·9	77·3	119·8	303	67	33	25·7	Purpur
40	138·4	149·0	53·6	341	41	59	4·7	Gelb
30	127·8	200·1	57·1	385	39	61	6·1	Grün
20	72·1	182·1	118·8	373	80	20	10·8	Grün
10	13·5	109·9	183·6	307	18	82	16·5	Blau
39 0	-3·8	39·6	199·2	235	—	100	18·0	Violett
38 50	30·0	30·9	135·1	196	41	59	20·9	Rosa
40	83·5	87·8	52·7	224	53	47	4·1	Orange
30	113·9	163·8	41·3	319	45	55	5·8	Gelb
20	90·7	163·3	119·0	373	85	15	7·4	Grün
10	33·4	86·6	173·0	293	47	53	17·8	Violett
38 0	0·4	16·2	161·4	178	1	99	19·1	Violett
37 50	21·6	33·8	55·6	111	79	21	20·2	Violett
40	61·4	108·8	22·8	193	31	69	3·6	Orange
30	88·7	145·8	88·5	323	73	27	6·3	Grün
20	60·5	77·4	148·1	286	71	29	21·4	Rosa
10	17·5	13·6	84·9	116	30	70	21·1	Rosa
5. $\alpha = 100 \mu$								
42° 0'	101·1	84·2	18·7	204	25	75	4·2	Orange
41 40	157·9	155·9	46·2	360	34	66	4·6	Gelb
20	205·0	243·5	99·5	548	48	52	5·0	Gelb
0	223·8	334·9	183·3	742	64	36	5·8	Gelb
40 40	191·2	365·7	289·1	846	91	9	9·1	Grün

A_1	R	G	V	R. I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
40°30'	153·6	342·9	339·5	836	77	23	15·0	Blau
20	108·6	289·4	368·0	766	59	41	16·0	Blau
10	65·5	221·0	370·5	657	42	58	17·0	Blau
40 0	25·5	138·2	342·3	506	21	79	17·6	Violett
39 50	2·4	59·6	270·0	332	3	97	18·2	Violett
40	5·5	9·1	184·4	199	12	88	20·0	Violett
30	25·1	17·9	107·0	150	13	87	21·4	Rosa
20	62·8	51·7	44·5	159	74	26	1·6	Roth
10	107·2	120·7	23·1	251	24	76	5·2	Gelb
39 0	135·4	188·2	50·4	374	36	64	5·7	Gelb
38 50	135·4	216·7	106·9	459	62	38	6·2	Grün
40	107·2	206·1	182·4	496	90	10	12·8	Blaugrün
30	67·2	153·2	223·6	444	63	37	17·2	Violett
20	24·9	76·7	206·4	308	34	66	18·2	Violett
10	3·8	20·9	127·3	152	11	89	18·9	Violett
38 0	1·2	7·8	54·0	63	8	92	19·0	Violett
37 50	26·5	50·3	14·2	91	42	58	6·7	Grün
40	69·6	124·1	37·3	231	53	47	6·6	Grün
30	101·1	176·2	112·7	390	77	23	6·8	Grün
20	110·2	177·0	178·8	466	99	1	18·3	Violett (Weiss)
10	91·5	124·3	184·2	400	81	19	21·8	Rosa
37 0	52·5	47·9	125·6	226	65	35	22·2	Rosa
36 50	19·9	10·9	47·2	78	36	64	22·7	Rosa
40	3·5	24·3	3·2	31	26	74	9·3	Grün
30	17·8	78·7	39·5	136	54	46	13·8	Blau
20	44·0	135·4	113·6	293	62	38	14·1	Blau
10	78·9	134·9	162·2	376	88	12	18·0	Violett
36 0	85·7	89·6	101·7	277	84	16	26·9	Purpur
6. $\alpha = 50 \mu$.								
42°20'	66·5	66·6	21·9	155	37	63	4·6	Gelb
42 0	94·2	104·2	38·6	237	43	57	4·8	Gelb
41 40	126·5	154·8	72·7	364	53	47	5·0	Gelb

A ₁	R	G	V	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
41°20'	162·2	215·3	120·5	498	64	36	5·2	Gelb
41 0	194·9	280·3	181·8	657	74	26	5·5	Gelb
40 40	220·0	340·9	253·1	814	83	17	5·9	Grün
20	220·6	372·7	323·7	917	94	6	7·5	Grün (sehr weisslich)
0	200·0	366·7	375·3	942	88	12	15·6	Blau
39 40	156·3	279·1	413·6	849	77	23	18·5	Violett
20	106·9	221·3	344·8	673	66	34	18·0	Violett
0	55·0	112·7	241·3	409	56	44	18·6	Violett
38 40	9·7	24·6	119·7	154	26	74	19·2	Violett (kaum bemerktbar)
20	0·8	3·7	26·5	31	10	90	19·3	Violett
0	20·8	53·1	10·1	84	32	68	7·5	Grün
37 40	68·9	145·1	80·0	294	72	28	7·8	Grün
20	115·0	216·1	181·9	513	93	7	10·4	Grün
0	135·4	226·0	239·6	601	94	6	17·3	Violett
36 40	120·1	162·7	193·2	476	91	9	17·3	Violett
20	65·5	57·0	79·5	202	74	26	25·6	Purpur
0	18·8	3·7	9·5	32	34	66	27·4	Purpur (unbe- merkbar)
35 40	3·5	35·4	41·1	80	19	81	15·4	Blau (unbe- merkbar)
20	37·1	133·8	148·1	319	48	52	15·4	Blau
0	69·8	182·1	197·1	449	65	35	15·5	Blau
34 40	108·6	138·7	129·7	377	91	9	2·0	Roth (sehr weisslich)
20	87·9	53·1	23·1	174	34	66	2·6	Roth (kaum bemerktbar)
0	47·3	14·8	21·9	84	46	54	28·5	Purpur (unbe- merkbar)
33 40	12·7	52·6	102·7	168	32	68	17·2	Violett (kaum bemerktbar)
20	11·8	118·2	156·0	286	17	83	15·8	Blau
0	53·0	119·3	84·7	257	86	14	10·4	Grün
32 40	83·0	62·5	11·5	157	19	81	4·0	Orange
20	87·8	8·9	34·3	131	17	83	27·7	Purpur

(kaum
be-
merk-
bar)

A_1	R	G	V	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
7. $a = 40 \mu$								
42°20'	72·8	75·9	34·3	183	50	50	4·5	Gelb
42 0	98·7	114·2	56·1	269	55	45	4·8	Gelb
41 40	129·9	157·4	86·7	374	61	39	4·8	Gelb
20	160·3	211·5	127·2	499	68	32	5·1	Gelb
0	189·7	266·6	179·7	636	75	25	5·3	Gelb
40 40	213·8	319·6	241·6	775	83	17	5·5	Gelb
20	223·1	359·7	304·2	887	91	9	6·3	Grün (sehr weisslich)
0	222·9	377·5	357·6	958	97	3	12·5	Blaugrün (Weiss)
39 40	188·1	367·2	387·7	943	83	17	15·8	Blau
20	167·0	313·3	384·7	856	80	20	17·2	Violett
0	123·5	236·2	333·3	693	74	26	17·8	Violett
38 40	71·0	141·6	238·4	451	66	34	18·2	Violett
20	28·3	55·5	133·2	217	54	46	19·0	Violett (kaum bemerktbar)
0	4·7	6·3	40·0	51	31	69	20·2	Violett (unbe- merkbar)
37 40	3·9	10·6	4·5	19	63	37	8·7	Grün (unbe- merkbar)
20	28·2	67·4	37·4	133	74	26	8·7	Grün (kaum bemerktbar)
0	64·3	148·8	117·9	331	81	19	12·7	Blaugrün
36 40	104·6	214·6	205·8	525	83	17	14·6	Blau
20	132·1	228·8	244·1	605	91	9	16·7	Blau (sehr weisslich)
0	130·3	181·9	202·8	515	92	8	24·1	Purpur (sehr weisslich)
35 40	95·4	97·2	111·4	304	84	16	26·9	Purpur
20	45·9	23·5	17·6	87	54	46	1·4	Roth (unbe- merkbar)
0	11·0	9·3	12·7	33	72	28	26·0	Purpur (unbe- merkbar)
34 40	5·6	57·4	86·0	149	14	86	16·1	Blau (kaum bemerktbar)
20	25·0	134·0	173·0	332	31	69	15·9	Blau

A_1	R	G	V	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
34° 0'	67·2	181·2	194·6	443	63	37	15·4	Blau
33 40	115·7	163·9	126·4	406	58	42	5·0	Gelb
20	111·7	90·6	38·7	241	43	57	3·7	Orange
0	78·3	29·9	9·8	118		78	2·2	Roth (kaum bemerktbar)
32 40	35·9	24·9	57·2	118		45	23·8	Rosa (kaum bemerktbar)
20	8·3	65·7	119·0	193	13	87	16·3	Blau (kaum bemerktbar)
0	13·4	124·0	141·6	279	20	80	15·4	Blau
31 40	42·5	118·7	61·8	223	73	27	9·5	Grün
20	76·5	78·8	13·7	169	21	79	4·9	Gelb (kaum bemerktbar)
0	80·3	37·0	36·7	154	63	37	0·0	Roth (kaum bemerktbar)
8. $a = 30 \mu$.								
42°20'	77·1	90·1	48·8	216	60	40	4·7	Gelb
41 40	122·0	159·6	97·4	379	68	32	5·0	Gelb
41 0	170·0	246·6	182·4	599	81	19	5·4	Gelb
40 20	211·2	336·5	290·3	838	92	8	6·1	Grün (Weiss)
39 40	223·1	378·0	376·9	978	95	5	15·4	Blau (Weiss)
39 0	190·8	336·0	387·2	914	87	13	17·6	Violett
38 40	161·5	280·2	346·3	788	85	15	18·0	Violett
20	125·6	210·7	279·7	616	85	15	19·0	Violett
0	85·1	131·1	193·8	410	83	17	20·5	Violett
37 40	49·1	57·2	97·7	204	74	26	22·4	Rosa
20	19·3	19·9	31·8	71	73	27	23·6	Rosa (unbe- merkbar)
0	4·4	2·8	7·8	15	47	53	23·6	Rosa (unbe- merkbar)
36 40	10·0	31·0	29·0	70	60	40	14·7	Blau (unbe- merkbar)
20	27·9	85·5	84·6	198	59	41	15·0	Blau
0	61·9	153·1	159·0	374	69	31	15·3	Blau

A ₁	R	G	V	R, I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
35°40'	96·9	204·7	220·4	522	77	23	15·8	Blau
20	125·2	226·4	239·4	591	88	12	16·2	Blau
0	143·9	210·7	210·4	565	97	3	28·9	Purpur (Weiss)
34 40	135·4	155·2	140·4	431	86	14	2·2	Roth
20	102·5	86·3	57·2	246	62	38	3·0	Roth
0	62·7	31·3	10·0	104	26	74	2·8	Roth (kaum bemerktbar)
33 40	30·1	14·6	25·2	70	54	46	26·6	Purpur (unbe- merkbar)
20	8·6	43·7	89·7	142		75	17·2	Violett (kaum bemerktbar)
0	9·5	97·9	161·6	269	15	85	16·4	Blau
32 40	28·4	154·0	195·6	378	31	69	15·8	Blau
20	62·3	177·5	160·2	400	65	35	14·4	Blau
0	91·6	155·8	82·6	330	65	35	6·5	Grün
31 40	107·1	109·1	27·8	244	30	70	4·8	Gelb
20	99·0	55·7	23·3	178	35	65	2·8	Roth (kaum bemerktbar)
0	67·5	25·3	58·2	151	44	56	26·1	Purpur (kaum bemerktbar)
30 40	37·0	34·0	122·0	193	46	54	21·5	Rosa
20	18·7	78·3	144·0	241	32	68	17·0	Blau
0	17·3	118·9	115·8	252	29	71	14·9	Blau
29 40	32·9	123·7	59·4	216	63	37	11·0	Grün
20	59·0	97·0	22·0	178	33	67	6·2	Grün (kaum bemerktbar)
0	74·9	56·5	24·6	156	42	58	3·5	Orange (kaum bemerktbar)
9. $a = 25 \mu$.								
42°20'	83·3	100·2	53·5	237	60	40	4·8	Gelb
0	100·6	128·5	76·9	306	67	33	5·0	Gelb
41 40	121·8	161·5	104·7	388	72	28	5·0	Gelb
20	141·5	198·5	139·0	479		23	5·2	Gelb
0	163·6	237·6	176·8	578	81	19	5·3	Gelb

A ₁	R	G	V	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
40°40'	184·3	280·4	225·3	690	87	13	5·6	Gelb
20	200·4	320·8	271·8	793	91	9	6·2	Grün (Weiss)
0	215·0	351·6	315·4	882	95	5	6·9	Grün (Weiss)
39 40	223·3	374·8	354·9	953	98	2	11·8	Blaugrün (Weiss)
20	221·0	379·5	386·5	987	93	7	16·0	Blau (Weiss)
0	213·2	369·0	397·8	980	91		16·8	Blau (Weiss)
38 40	194·3	334·3	383·4	912	89	11	17·6	Violett
20	169·5	287·7	342·8	800	88	12	18·1	Violett
0	137·3	222·8	284·9	645	88	12	19·5	Violett
37 40	100·4	153·5	210·1	464	87	13	20·7	Rosa
20	67·0	90·8	131·2	289	82	18	22·0	Rosa
0	34·9	40·1	60·0	135	78	22	23·3	Rosa (kaum bemerktbar)
36 40	9·5	3·0	9·5	22	36	64	25·4	Purpur (unbe- merkbar)
20	—0·2	4·6	1·6	6	0	100	12·5	Blaugrün (un- bemerktbar)
0	4·0	30·7	27·3	62		73	14·2	Blau (unbe- merkbar)
35 40	25·8	83·8	83·4	193		45	15·0	Blau (kaum bemerktbar)
20	56·2	141·9	147·9	346	68	32	15·3	Blau
0	86·6	193·8	205·6	486	74	26	15·5	Blau
34 40	116·6	225·2	241·2	533	83	17	16·0	Blau
20	143·8	222·7	228·5	595	98		23·2	Rosa (Weiss)
0	153·6	184·8	172·6	511	90	10	1·8	Roth
33 40	137·2	130·6	104·2	372	74	26	2·6	Roth
20	103·1	76·3	36·6	216	44	56	3·4	Gelb (kaum bemerktbar)
0	66·9	29·5	2·6	96		93	2·9	Roth (unbe- merkbar)
32 40	29·6	11·9	26·5	68	46	54	26·0	Purpur (unbe- merkbar)
20	7·3	35·1	91·6	134		78	17·7	Violett (kaum bemerktbar)
0	2·6	83·4	152·0	238		95	16·5	Blau

A ₁	R	G	V	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
31°40'	15·8	129·2	189·0	334	20	80	16·2	Blau
20	43·9	168·9	185·2	398	46	54	15·2	Blau
0	69·7	169·4	136·9	376	77	23	13·2	Blaugrün
30 40	97·2	141·5	68·3	307	59	41	5·7	Gelb
20	110·4	96·9	20·7	228	24	76	4·4	Gelb
0	101·7	50·9	16·4	169	26	74	2·8	Roth (kaum bemerkbar)
29 40	77·1	31·6	60·3	169	49	51	26·7	Purpur (kaum bemerkbar)
20	45·2	43·2	116·6	205	55	45	22·0	Rosa
0	19·0	73·8	150·2	243	33	67	17·3	Violett
28 40	8·8	104·9	132·3	246	15	85	15·6	Blau
20	20·0	116·2	80·8	217	38	62	13·7	Blau
0	36·3	105·2	35·5	177	53	47	8·6	Grün (kaum bemerkbar)
27 40	61·7	75·6	25·7	163	42	58	5·1	Gelb (kaum bemerkbar)
20 *	82·0	52·0	43·0	177	64	36	1·3	Roth (kaum bemerkbar)
0 *	79·0	40·0	68·0	187	56	44	26·5	Purpur (kaum bemerkbar)
26 40 *	68 0	39·0	92·0	199	49	51	24·5	Purpur

10. $a = 20 \mu$.

42°20'	84·0	113·2	67·8	265	68	32	5·2	Gelb
41 40	114·7	162·7	112·6	391	77	23	5·3	Gelb
0	155·0	230·6	177·4	563	83	17	5·4	Gelb
40 20	192·7	299·9	257·4	750	91	9	5·8	Gelb (Weiss)
39 40	218·9	359·3	333·8	912	97	3	7·8	Grün (Weiss)
0	222·8	380·2	391·0	994	94	6	16·3	Blau (Weiss)
38 20	200·7	347·4	389·9	938	88	12	17·4	Violett
37 40	150·4	254·3	306·3	711	88	12	18·2	Violett
0	91·2	138·9	174·9	405	90	10	20·9	Rosa

Angenäherte Werthe.

A ₁	R	G	V	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
36°20'	32·4	35·5	48·1	116	81	19	24·0	Rosa
35 40	4·3	1·4	0·3	6	0	100	2·0	Roth
0	10·1	48·7	51·2	110	38	62	15·2	Blau
34 20	54·1	149·6	165·3	369	61	39	15·5	Blau
33 40	100·7	222·7	241·6	565	75	25	15·7	Blau
0	132·7	207·1	192·2	532	96	4	5·2	Gelb (Weiss)
32 20	119·3	114·9	74·8	309	63	37	3·5	Orange
31 40	70·4	26·2	6·4	103	17	83	2·3	Roth (unbe-merkbar)
0	22·5	19·1	74·4	116	43	57	21·7	Rosa (unbe-merkbar)
30 20	4·6	95·5	177·9	278	8	92	16·6	Blau
29 40	32·2	162·5	172·3	367	36	64	15·3	Blau
0	87·2	145·2	64·6	297	58	42	6·4	Grün
28 20	108·1	76·4	19·5	204	26	74	4·2	Orange (kaum bemerkbar)
27 40	76·9	33·1	86·0	196	43	57	24·9	Purpur (unbe-merkbar)
0	29·7	60·6	139·7	230	54	46	18·9	Violett (kaum bemerkbar)
26 20	14·5	117·2	85·3	217	29	71	14·0	Blau (kaum bemerkbar)
25 40	38·2	90·8	22·2	151	38	62	7·4	Grün (unbe-merkbar)
0	80·2	54·6	60·2	195	74	26	28·8	Purpur (kaum bemerkbar)
24 20	61·9	49·7	111·4	223	59	41	23·3	Rosa (kaum bemerkbar)

11. $a = 15 \mu$.

42°20'	86·1	115·2	77·7	279	74	26	5·0	Gelb
41 40	114·1	164·0	123·9	402	82	18	5·1	Gelb
0	145·7	217·9	177·4	541	87	13	5·3	Gelb
40 20	172·9	276·4	242·7	692	93	7	6·2	Grün (Weiss)
39 40	200·8	332·0	310·2	843	98	2	8·0	Grün (Weiss)
0	219·9	369·5	367·5	957	96	4	15·5	Blau (Weiss)

A_1	R	G	V	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
38°20'	223·0	379·3	397·7	1000	93	7	16·8	Blau (Weiss)
37 40	209·9	352·7	385·4	948	92	8	17·5	Violett (Weiss)
0	172·0	285·4	318·6	776	92	8	18·3	Violett (Weiss)
36 20	127·8	193·3	214·9	536	94	6	22·0	Rosa (Weiss)
35 40	79·5	98·4	104·1	282	91	9	26·9	Purpur (Weiss) (kaum bemerkbar)
0	30·8	24·3	20·9	76	73	27	1·0	Roth
34 20	6·6	3·9	4·5	15	66	34	0·0	Roth
33 40	7·2	39·9	63·9	111	26	74	16·5	Blau
0	32·4	115·7	158·9	307	43	57	16·3	Blau (kaum bemerktbar)
32 20	73·1	193·4	232·5	499	61	39	16·0	Blau
31 40	114·9	228·9	225·2	569	84	16	14·9	Blau
0	134·6	193·6	144·8	473	81	19	14·6	Blau
30 20	121·9	116·3	49·8	288	46	54	4·2	Gelb (kaum bemerktbar)
29 40	87·2	39·5	10·3	137	20	80	2·7	Roth (unbe- merkbar)
0	42·5	17·1	66·4	126	35	65	24·0	Rosa (unbe- merkbar)
28 20	6·7	56·9	160·4	224	13	87	17·6	Violett (kaum bemerktbar)
27 40	9·5	126·1	187·4	323	13	87	16·1	Blau
0	38·2	166·1	131·7	336	47	53	14·0	Blau
26 20	82·3	140·7	43·0	266	43	57	6·4	Grün
25 40	107·5	86·9	22·6	217	28	72	4·1	Orange
0	94·7	41·9	74·4	211	52	48	26·8	Purpur
24 20	56·5	44·5	129·0	230	50	50	22·5	Rosa
23 40	19·2	86·2	121·6	227	35	65	16·2	Blau
0	14·5	117·0	64·5	196	30	70	13·1	Blaugrün
22 20	34·7	91·2	27·1	153	47	53	7·8	Grün
21 40	69·4	62·4	51·2	183	64	36	2·1	Roth
0	71·0	45·5	99·5	216		45	24·3	Purpur (kaum bemerktbar)
20 20	51·3	62·0	121·7	235	69	31	21·7	Rosa (kaum bemerktbar)

A_1	R	G	V	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
12. $a = 10 \mu$.								
42°20'	89·3	126·1	96·6	312	84	16	5·0	Gelb
41 40	111·6	163·4	134·0	409	87	13	5·6	Gelb
0	133·6	207·9	175·5	517	90	10	5·9	Grün (nahe Weiss)
40 20	158·0	252·0	227·0	637	95		6·0	Grün (Weiss)
39 40	180·5	295·9	277·6	754	98		8·1	Grün (Weiss)
0	201·1	336·2	330·7	868	97	3	15·0	Blau (Weiss)
38 20	216·3	366·7	372·0	955	94	6	16·0	Blau (Weiss)
37 40	222·8	380·0	396·2	999	93	7	16·6	Blau (Weiss)
0	221·8	375·0	397·2	994	93	7	17·0	Blau (Weiss)
36 20	209·2	346·3	369·5	925	94	6	17·8	Violett (Weiss)
35 40	184·9	295·4	310·7	791	97	3	20·0	Violett (Weiss)
0	151·0	226·4	231·6	609	97	3	24·7	Purpur (Weiss)
34 20	116·2	152·7	143·1	412	92	8	2·2	Roth (Weiss)
33 40	75·1	79·5	59·4	214	73	27	3·5	Orange (kaum bemerktbar)
0	38·3	27·5	15·2	81	49	51	3·2	Orange
32 20	14·2	4·0	2·8	21	38	62	0·8	Roth
31 40	1·2	13·0	34·8	49	10	90	17·5	Violett
0	2·8	43·8	110·4	157	8	92	17·3	Violett
30 20	22·5	110·7	178·8	312	29	71	16·4	Blau
29 40	55·3	173·1	229·6	458	50	50	16·2	Blau
0	87·4	213·4	233·2	534	68	32	15·6	Blau
28 20	118·4	222·1	189·5	530	93	7	11·0	Grün (Weiss)
27 40	133·0	191·9	120·1	445	71	29	5·5	Gelb
0	133·0	135·8	48·2	317	40	60	4·6	Gelb
26 20	111·3	72·5	12·2	196	16	84	3·9	Orange
25 40	75·8	27·1	33·1	136	51	49	28·4	Purpur
0	40·0	23·0	91·0	154	39	61	22·8	Rosa
24 20	13·3	51·6	154·1	219	25	75	18·1	Violett
23 40	4·2	103·9	185·9	294	6	94	16·4	Blau (kaum bemerktbar)
0	16·0	149·3	171·7	337	20	80	15·4	Blau

A_1	R	G	V	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
					in Procenten			
22°20'	43·4	163·9	102·7	310	58	42	12·7	Blaugrün
21 40	78·7	140·5	40·8	260	42	58	6·5	Grün (kaum bemerkbar)
0	103·2	97·8	25·0	226	29	71	4·6	Gelb
20 20	102·2	56·2	45·6	204	60	40	1·1	Roth
19 40	90·7	42·3	101·0	234	47	53	25·4	Purpur
13. $a = 5 \mu$.								
42°20'	92·4	141·6	122·0	356	91	9	5·6	Gelb
41 40	104·2	166·1	147·7	418	94	6	6·0	Gelb — Grün (Weiss)
0	118·3	122·0	175·7	486	96	4	6·9	Grün (Weiss)
40 20	134·0	220·1	206·9	561	98	2	8·3	Grün (Weiss)
39 40	149·1	246·3	238·6	634	98	2	13·9	Blaugrün (Weiss)
0	164·8	275·7	272·5	713	97	4	14·8	Blau (Weiss)
38 20	177·9	302·4	305·7	786	94	6	15·4	Blau (Weiss)
37 40	192·1	328·2	335·7	856	93	7	16·1	Blau (Weiss)
0	203·3	350·7	362·0	916	92	8	16·1	Blau (Weiss)
36 20	212·3	366·6	381·1	960	92	8	16·2	Blau (Weiss)
35 40	219·1	377·9	396·0	993	92	8	16·5	Blau (Weiss)
0	223·0	379·3	397·7	1000	93	7	16·8	Blau (Weiss)
34 20	223·1	375·9	392·0	991	94	6	16·8	Blau (Weiss)
33 40	218·6	362·2	373·2	954	96	4	17·1	Violett (Weiss)
0	210·8	340·4	342·8	894	98	2	18·0	Violett (Weiss)
32 20	194·6	307·3	301·1	803	100	0	2·5	Roth (Weiss)
31 40	176·0	265·2	250·8	692	96	4	3·8	Orange (Weiss)
0	155·5	218·3	197·2	571	92	8	3·7	Orange (Weiss)
30 20	132·0	172·3	140·7	445	84	16	4·1	Orange
29 40	108·6	125·9	90·5	325	74	26	4·0	Orange
0	84·7	83·4	45·9	214	43	57	3·9	Orange
28 20	58·4	44·4	16·2	119	35	65	3·6	Orange
27 40	36·7	20·2	3·1	60	13	87	3·3	Orange
0	21·6	5·3	3·1	30	27	73	1·0	Roth

} un-
be-
merk-
bar)

} (un-
be-
merk-
bar)

II. Die Sonne als Lichtquelle.

A_1	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
		in Procenten			
14. $a = 1000 \mu$					
42° 10'	51	13	87	0·1	Roth
5	83	12	88	0·5	Roth
0	132	10	90	1·8	Roth
41 55	178	6	94	3·3	Orange
50	215	5	95	4·0	Orange
45	244	5	95	4·5	Gelb
40	259	7	93	5·2	Gelb
35	264	11	89	5·7	Gelb
30	274	19	81	6·2	Grün
25	288	34	66	6·6	Grün
20	296	51	49	7·5	Grün
15	297	70	30	9·2	Grün
10	297	77	23	10·9	Grün
5	307	79	21	13·1	Blaugrün
0	331	69	31	15·2	Blau
40 55	345	62	38	16·4	Blau
50	331	59	41	17·1	Violett
45	310	59	41	17·5	Violett
40	301	66	34	18·6	Violett
35	290	60	40	18·5	Violett
30	271	52	48	17·6	Violett
25	245	63	37	18·0	Violett
20	217	65	35	18·0	Violett
15	196	62	38	17·2	Violett
10	189	75	25	18·7	Violett
5	168	62	38	17·7	Violett
0	158	66	34	18·0	Violett

A_1	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
		in Procenten			
15. $a = 500 \mu$					
42° 10'	103	11	89	1·7	Roth
0	153	8	92	2·4	Roth
41 50	253	7	93	3·4	Orange
40	344	8	92	4·6	Gelb
30	377	17	83	6·0	Grün
20	363	42	58	7·8	Grün
10	368	64	36	12·1	Blaugrün
5	397	67	33	13·5	Blaugrün
0	412	64	36	14·9	Blau
40 55	417	62	38	16·1	Blau
50	419	62	38	17·2	Violett
45	419	65	35	18·2	Violett
40	414	68	32	18·8	Violett
35	397	67	33	18·5	Violett
30	364	64	36	18·1	Violett
25	324	65	35	18·0	Violett
20	298	73	27	18·9	Violett
15	289	81	19	19·7	Violett
10	285	83	17	18·1	Violett
5	263	76	24	15·8	Blau
0	233	70	30	16·1	Blau
39	218	74	26	17·8	Violett
50	233	79	21	18·0	Violett
45	249	79	21	17·4	Violett
40	228	71	29	15·9	Blau
35	191	67	33	13·1	Blaugrün
30	185	72	28	17·5	Violett
25	200	81	19	17·9	Violett

A_1	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
		in Procenten			
16. $a = 250 \mu$					
42° 10'	131	10	90	2·7	Roth
0	168	11	89	3·2	Orange
41 50	258	12	88	3·8	Orange
40	365	16	84	4·3	Gelb
30	468	23	77	5·0	Gelb
20	537	35	65	5·8	Gelb
10	556	56	44	7·4	Grün
0	527	57	43	13·0	Blaugrün
40 50	482	23	77	15·6	Blau
40	457	27	73	17·4	Violett
30	461	57	43	20·5	Rosa
20	453	66	34	22·2	Rosa
10	396	93	7	22·9	Rosa
0	296	73	27	13·5	Blaugrün
39 50	239	52	48	15·4	Blau
40	269	82	18	19·4	Violett
30	317	89	11	23·1	Rosa
20	285	94	6	13·5	Blaugrün
10	226	61	39	15·6	Blau
0	214	70	30	17·5	Violett
38 50	242	93	7	22·8	Rosa
40	219	99·9	0·1	21·8	Rosa (Weiss)
30	174	74	26	17·0	Blau
17. $a = 150 \mu$					
42° 10'	150	19	81	3·6	Orange
0	188	17	83	3·8	Orange
41 50	267	21	79	4·1	Orange
40	361	26	74	4·4	Gelb
30	466	32	68	4·8	Gelb
20	569	41	59	5·3	Gelb

A_1	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
		in Procenten			
41° 10'	656	54	46	5·8	Gelb
0	706	70	30	6·9	Grün
40 50	714	81	19	12·2	Blaugrün
40	672	45	55	15·3	Blau
30	584	26	74	16·4	Blau
20	476	10	90	17·4	Violett
10	379	20	80	18·6	Violett
0	324	45	55	21·1	Rosa
39 50	349	66	34	23·6	Rosa
40	343	59	41	4·6	Gelb
30	366	55	45	6·1	Grün
20	355	83	17	11·4	Blaugrün
10	302	37	63	16·4	Blau
0	246	22	78	18·0	Violett
38 50	218	62	38	20·5	Rosa
40	246	82	18	3·8	Orange
30	305	62	38	5·6	Gelb
20	325	91	9	7·3	Grün
10	281	61	39	17·8	Violett
0	179	42	58	18·2	Violett
37 50	161	73	27	18·2	Violett
40	209	72	28	6·5	Grün
30	266	86	14	6·1	Grün
20	241	85	15	21·9	Rosa

18. $a = 100 \mu$

42° 10'	173	23	77	4·1	Orange
41 50	279	31	69	4·4	Gelb
30	451	42	58	4·8	Gelb
10	648	58	42	5·4	Gelb
40 50	801	79	21	6·6	Grün
40	831	92	8	9·7	Grün
30	816	77	23	15·1	Blau

A_1	R.I.	W	X	Lage von X	Farbe von X
		in Procenten			
40° 20'	752	60	40	16·3	Blau
10	640	44	56	17·1	Violett
0	495	26	74	17·6	Violett
39 50	343	13	87	18·4	Violett
40	227	20	80	19·4	Violett
30	169	40	60	21·5	Rosa
20	186	83	17	1·2	Roth
					(könnte unter Umständen kaum bemerkbar sein)
10	261	40	60	5·1	Gelb
0	361	44	56	5·6	Gelb
38 50	443	32	68	6·2	Grün
40	466	92	8	12·4	Blaugrün
30	415	66	34	17·0	Blau
20	302	44	56	18·0	Violett
10	174	24	76	18·6	Violett
0	102	45		18·6	Violett (kaum bemerkbar)
37 50	128	73	27	7·1	Grün (kaum bemerkbar)
40	238	61	39	6·6	Grün
30	363	80	20	6·6	Grün
20	418	99	1	23·3	Rosa (Weiss)
10	364	83	17	22·0	Rosa
0	235	68	32	22·2	Rosa
36 50	112	65	35	22·1	Rosa (kaum bemerkbar)
40	82	71	29	13·3	Blaugrün (kaum bemerkbar)
30	154	60	40	12·7	Blaugrün
20	268	73	27	14·3	Blau
10	315	91	9	16·3	Blau
0	254	85	15	26·2	Purpur
35 50	145	79	21	29·7	Purpur

Das sind die Ergebnisse der Berechnung der Farben des Regenbogens nach der Airy'schen Theorie. Es ist das erstemal, dass eine solche Berechnung durchgeführt wurde. Es wäre möglich, dass man bei Benützung der 22 Farben und des Farbendreieckes von Maxwell zu noch genaueren Resultaten gelangt wäre; ich werde aber im nächsten Kapitel zeigen, dass die Übereinstimmung obiger Rechnungsergebnisse mit der Erfahrung eine ausgezeichnete ist und dadurch erwiesen erscheint, dass man die Berechnung von Mischfarben mit Hilfe der angewendeten acht Farben und dem hiefür abgeänderten Farbendreiecke stets mit genügender Genauigkeit wird machen können.

Eine Bemerkung bezüglich der grünen Farbe, welche in den Beobachtungen des natürlichen Regenbogens häufig ohne Blau besonders neben Roth und Violett oder Purpur genannt wird, möge hier noch Platz finden. Das Blau, besonders das hellere Blau erscheint neben Roth und Purpur in Folge der Contrastwirkung Grün, besonders dann, wenn das Blau nur einen schmalen Streifen bildet.

3. Die Bestätigung der Rechnungsergebnisse durch die Beobachtung.

Bevor ich die obigen Ergebnisse der Rechnung unter gewissen einheitlichen Gesichtspunkten ordne und übersichtlich zusammenfasse, will ich die wichtigste Bestätigung der Richtigkeit derselben, die durch die Beobachtung, beibringen.

a) Experimentelle Darstellung und Messungen im Cabinet.

Um die Airy'sche Theorie des Regenbogens als richtig zu erweisen, brauchte ich diese Versuche nicht zu machen, da dies experimentell schon wiederholt geschehen ist. Die ersten Versuche dieser Art rühren von W. H. Miller¹ her, die letzten und ausserordentlich ausgedehnten und exacten von Mascart.² Diese Versuche wurden jedoch mit einfarbigem Lichte gemacht. Mir handelt es sich aber um die Farbmischung, und so

¹ Cambridge Phil. Transact. vol. VII, part III, p. 277

² Compt. rend. Bd. 106, 1888, Annales de chim. et de phys. 6ème serie, t. 26, p. 515.

musste ich durch meine Versuche feststellen, dass die nach der Airy'schen Theorie für eine bestimmte Ablenkung berechneten Farben mit den in Wirklichkeit auftretenden übereinstimmen, während bei Versuchen mit monochromatischem Lichte es hinreicht, die Übereinstimmung der Lage der Minima mit den nach der Theorie berechneten Lagen nachzuweisen.

Es hätte sich mir hier ein grosses Feld experimenteller Arbeit geöffnet. Es sei jedoch sofort hervorgehoben, dass ich mich nur auf wenige Versuche beschränken musste. Es steht mir kein Laboratorium zur Verfügung, und nur durch die Güte und das grosse Entgegenkommen meines Collegen, des hiesigen Professors der Physik, Dr. Klemenčič, wurde es mir möglich, wenigstens die wichtigsten experimentellen Bestätigungen zu erlangen. Ich bin Prof. Klemenčič umsomehr hiefür zu Dank verpflichtet, den ich ihm hiemit öffentlich erstatte, als er selbst in seinem Laboratorium beengte Verhältnisse hat und ich meine Versuche mit Sonnenlicht nur im Vorlesungssaale machen konnte. Ich musste mich daher begnügen, die wichtigsten Punkte experimentell festzustellen und überlasse eine eingehendere Untersuchung dieser Art Anderen, denen bessere Mittel und Gelegenheit hiezu geboten sind.

Da es mir darauf ankam, die Regenbogenfarben zu bestimmen, wie sie durch Wassertropfēn hervorgerufen werden, so musste ich davon absehen, einen anderen Stoff, z. B. Glas, zu den Versuchen zu verwenden. Ich benützte daher die zuerst im Wesentlichen von Babinet¹ angewandte Methode, indem ich einen cylindrischen Wasserstrahl erzeugte. Dieser wurde durch den Mittelpunkt eines Spectralapparates fliessen gelassen; das Sonnenlicht fiel durch die Spalte des Collimatorrohres auf denselben und mit dem Fernrohre des Spectralapparates wurde der entstandene Regenbogen beobachtet und die Winkel gemessen, welche den verschiedenen Farben entsprachen. Auf diese Weise gelang es mir, die Regenbogen für die Tropfengrössen von $a = 500 \mu$ und $a = 250 \mu$ genauer zu vermessen und ich lasse hier die Beobachtungsergebnisse folgen. Da die Öffnung der Spalte des Collimatorrohres möglichst eng ge-

¹ Pogg. Ann. 41. Bd., S. 139.

nommen wurde, müssen diese Beobachtungsergebnisse mit den Rechnungsergebnissen für eine punktförmige (linienförmige) Lichtquelle verglichen werden.

Die Bestimmung des Durchmessers des Wasserstrahles geschah durch unmittelbare Messung mittelst eines Ocularmikrometers. Es war natürlich schwierig, genau die Durchmesser herzustellen, welche denjenigen exact entsprechen, für welche die Rechnungen ausgeführt wurden; ich musste wiederholt mit angenähert denselben Durchmessern mich begnügen. Hierbei kam es zu statten, dass bei Tropfengrößen von $a = 250 \mu$ aufwärts die Änderungen der A des Farbenbildes langsam sind und desto langsamer, je grösser die Tropfen, daher ein kleiner Unterschied im Werthe von a nicht merklich in die Wagschale fiel.

Die Genauigkeit meiner Winkelmessungen war einigermaßen dadurch beeinträchtigt, dass es schwer hielt, den Wasserstrahl genau in den Mittelpunkt des Theilkreises des Spectralapparates zu bringen und dürfte daher der Fehler meiner Winkelangaben bis zu $\pm 4'$ gehen.

Ich lasse nun die Messungsergebnisse folgen.

Durchmesser des Wasserstrahles 1 mm ($a = 500 \mu$).

Einstellung auf	A_1
1. Am 25. November 1896 ¹	
Grenze der Sichtbarkeit bei Roth	42° 29'
Grenze zwischen Gelb und Grün	41 35
Grenze zwischen Blau und Violett	41 7
Ende des ersten Violett	40 53
Anfang des zweiten Violett	40 45
Ende des zweiten Violett	40
Ende des dritten Violett.	40 0
Ende des vierten Violett.	39 40

¹ Der Durchmesser erscheint um ein Kleines grösser als ein Millimeter.

Einstellung auf	A_1
2. Am 30. November 1896	
Grenze der Sichtbarkeit bei Roth	42° 25'
Helligkeitsmaximum; Farbe Grüngelb	41 36
Anfang des ersten Violett.	41
Ende des ersten Violett	41 47
3. Am 30. November 1896	
Anfang des ersten Violett	41 6
Ende des ersten Violett	40 50
Mitte des zweiten Violett. . .	40 30
Mitte des dritten Violett	40
Mitte des vierten Violett	39 38

Farbenfolge. Man sieht die Farben in der Reihenfolge: Echtes Roth, Orange, Gelb, Grün, daran unmittelbar Violett und erst hierauf Blau und dann das zweite Violett. Es folgen dann deutlich erkennbar 24 Secundäre, die bis zum achten nur je aus Violett (Rosa) und Grün oder hellem Blau bestehen. Nach dem zwölften Violett erscheint ein Streifen, den man als Weiss ansprechen kann mit einem leisen Stich ins Gelbliche. Von da ab merkt man eine Spur Gelb vor dem Violett, also Umkehrung der Farbenfolge.

Violett und Rosa wurde bei den Aufzeichnungen nicht auseinandergehalten.

Durchmesser des Wasserstrahles 0.5 mm ($a = 250 \mu$)
circa (bei engem Spalte).

Einstellung auf	A_1
1. Am 26. November 1896 ($a = 245 \mu$)	
Grenze zwischen Orange und Gelb.	41° 45'
Grenze zwischen Grün und Blau. .	41 2
Grenze zwischen Blau und erstem Violett	40 40
Grenze zwischen erstem Violett und erstem Rosa.	40 29

Einstellung auf	A_1
2. Am 26. November 1896 ($a = 231 \mu$)	
Maximum der Intensität.	41° 15'
Grenze zwischen Blaugrün und Blau	40 42
Mitte des ersten Violett .	40 25
Mitte des ersten Purpur	40 16
Grenze zwischen zweiten Blaugrün und zweiten Blau	39 44
Mitte des zweiten Purpur ..	39 25
Anfang des dritten Blau.	38 59
Mitte des dritten Purpur. .	38 44
Mitte des vierten Rosa (Purpur)	38 8
3. Am 7. December 1896 ($a = 240 \mu$)	
Maximum der Intensität.	41° 12'
Blaugrün (Mitte).	40 56
Blau (Mitte). . .	40 39
Violett—Rosa (Mitte)	40 20
Zweites Gelb (Mitte)	40 2
Zweites Grün (Mitte)	39 53
Zweites Blau (Mitte).	39 46
Zweites Violett (Mitte)	39 39

Bei diesen Versuchen hatte ich sowohl mit den vielen Störungen in Folge der Veränderlichkeit des Wetters, als auch mit den Schwierigkeiten, den Wasserstrahl constant zu erhalten, zu kämpfen. Eine Änderung des letzteren bemerkt man allerdings sofort im Farbenbilde; so wie sie eintritt, ist die Messung aber unterbrochen. Ich habe versucht, noch kleinere Durchmesser des Wasserstrahles herzustellen; es gelang auch bis zu $a = 100 \mu$. Ich war jedoch dabei nicht in der Lage, den Strahl rein und nicht gedreht zu erhalten und verzichtete dann auf diese kleineren Durchmesser, weil ich ja in Verhältnissen arbeitete, welche eine zu grosse Ausdehnung der Versuche nicht gestatteten, besonders da ich durchaus auch den weissen

Regenbogen experimentell darstellen wollte, wofür die Vorversuche und Vorbereitung über die Massen zeitraubend waren. Über diese Darstellung werde ich im Kapitel über den weissen Regenbogen berichten, dessgleichen wird über Beobachtungen bezüglich des zweiten Regenbogens (Nebenregenbogen mit seinen secundären) im nächsten Kapitel Einiges mitgetheilt werden. Hier sei nur noch die Farbenfolge der Regenbogen, die von Tropfen erzeugt werden, die nahe einen halben Millimeter Durchmesser haben, nach den Beobachtungen wiedergegeben, wie ich sie bei linienförmiger Lichtquelle im Fernrohre des Spectralapparates gesehen habe.

Farbenfolge. Roth, Orange, Gelb, Grün, Blaugrün, Blau, Violett, Rosa; Orange, Gelb, Grün, Blaugrün, Rosa; Orange, Gelb, Blaugrün, Blau, Violett, Purpur; Gelb, Spur von Grün, Blau, Violett, Purpur; Gelb, Weiss mit grünlichem Stich, Violett; weissliches Grün, Gelbgrün, Rosa; Grün, Spur von Gelb, Rosa; Purpur, Blaugrün, etwas Orangegelb, Rosa; Blaugrün, Gelb, Rosa.

Ich zählte noch zwei deutlich erkennbare — also im Ganzen elf — Streifen.

Man sieht, die Farbenpracht dieser Regenbogen ist eine grossartig schöne. Im fünften Bogen tritt Weiss auf und von da ab kehrt sich die Farbenfolge um. Über den elften Bogen hinaus waren zwar noch Streifungen merklich, aber eine Farbenangabe wäre nicht möglich gewesen. Wenn wir uns erinnern, dass bei der Tropfengrösse von einem ganzen Millimeter von 24 Bogen noch die Farben zu erkennen waren, wobei das Weiss im zwölften Bogen auftrat, während dasselbe hier im fünften auftritt, dafür auch nur von elf Bogen die Farben erkennbar sind, so wird man daraus entnehmen, dass die Anzahl der farbigen Bogen um so geringer sein wird, je kleiner die Tropfengrösse ist. Die Lichtschwächung dürfte daran wohl den grössten Antheil haben.

Dass in meiner Farbentabelle für $a = 250 \mu$ die gelben Töne in den Secundären nicht erscheinen, ist dem Umstande zuzuschreiben, dass dieselben nur eine sehr geringe Breite besitzen und meine Rechnungen von 10 zu 10 Minuten geführt sind, so dass sie, wie die Beobachtungen zeigen, gerade in die

betreffenden Intervalle hineinfallen. Im natürlichen Regenbogen kommen sie in Folge der Übereinanderlagerung, die von der Ausdehnung der Lichtquelle herrührt, auch thatsächlich nicht mehr zum Vorschein; erst bei der Tropfengrösse von $a = 150\mu$ erscheinen sie auch da noch.

Die oben mitgetheilten Versuche bestätigen durchwegs die Richtigkeit der Resultate der Farbenberechnung für die Tropfengrössen von $a = 500$ und $a = 250\mu$. Ich ziehe daraus wohl mit Recht den Schluss, dass damit die Resultate dieser Farbenberechnungen auch für die übrigen Tropfengrössen ihre Bestätigung gefunden haben, besonders in Hinblick darauf, dass für die Tropfengrössen von $a = 25$ und $a = 5\mu$ die Bestätigung durch Versuch und Beobachtung unten im Kapitel über den weissen Regenbogen gegeben werden wird.

b) Beobachtungen des Regenbogens in der Natur.

Eine eigentliche Beweisführung durch Messungen der Regenbogenscheinungen in der Natur würde nur dann möglich sein, wenn man gleichzeitig die Tropfengrösse zu bestimmen in der Lage wäre. Dieser Fall tritt äusserst selten ein. Wir werden bei dem weissen Regenbogen solche Beispiele kennen lernen. In den gewöhnlichen Fällen ist dies nicht möglich. Unsere Beweisführung wird daher nur in Folgendem bestehen können: Eine grosse Anzahl von Regenbogenbeobachtungen liegt vor. Aus der verschiedenen Farbenfolge, aus der Lage der einzelnen Farben, aus dem Aneinanderschliessen oder den Zwischenräumen der Secundären und des Hauptregenbogens entsteht eine Mannigfaltigkeit in der Erscheinung des Regenbogens, die in der Theorie der sogenannten »wirksamen Strahlen« absolut keine Erklärung findet, ja derselben direct widerspricht. Wenn aber diese Mannigfaltigkeit durch unsere Rechnungen einerseits verlangt wird, anderseits stets eine Tropfengrösse gefunden wird, welche den Regenbogen genau so wie er beobachtet wurde, rechnerisch ergibt, so haben wir eine Theorie gefunden, welche die Erscheinungen allseitig und vollkommen erklärt. Die Versuche im Cabinet dazugenommen, erreichen wir hiedurch die Gewissheit der Richtigkeit unserer Theorie.

Es tritt nun hier eine merkwürdige Thatsache auf, welche beweist, wie sehr auch ernste Naturforscher sich durch eine falsche Theorie, die sie für richtig halten, beeinflussen lassen. Ich habe in der mir zugänglichen Literatur vergeblich nach Messungen der eigentlichen Regenbogen gesucht, nur für die selteneren Erscheinungen der Nebelbogen (fog-bow oder mist-bow sagt man in England), welche zwar wesentlich dieselbe Erscheinung sind wie die eigentlichen Regenbogen, da sie beide von Wassertropfen erzeugt werden, das einemal von solchen, die Nebel bilden, das anderemal von solchen, die als Regen niederfallen, aber nicht bei Regen, sondern nur auf Nebeln sich zeigen, liegen mir brauchbare Messungen vor, die jedoch alle ins Kapitel der weissen Regenbogen gehören. Man hat die Farbenfolge beschrieben, die Anzahl und Farben der Secundären angegeben, auch bemerkt, ob die Secundären sich unmittelbar an den Hauptregenbogen anschliessen oder durch einen Zwischenraum davon getrennt erschienen; die Halbmesser der Bogen und ihrer einzelnen Farben zu messen hat man unterlassen, weil man glaubte, diese Halbmesser seien selbstverständlich die der »wirksamen Strahlen« von Descartes. Kämtz¹ geht sogar so weit, dass er lieber die Richtigkeit der Messungen an weissen Regenbogen anzweifelt, als dass er einen Zweifel an der Descartes'schen Theorie in sich aufgenommen liesse. Ich muss also darauf verzichten, andere Winkelmessungen, als die gelegentlich der weissen Regenbogen gemachten zu verwenden.

Im Übrigen ergibt ein Vergleich meiner Rechnungsergebnisse mit den vielen Beschreibungen beobachteter Regenbogen Folgendes:

Die Rechnungsergebnisse besagen, dass der Regenbogen in einer grossen Mannigfaltigkeit der Farbentöne, ihrer Aufeinanderfolge und Breite der Bogen auftreten müsse, je nach der Grösse der ihn erzeugenden Tropfen; dass ferner der Hauptregenbogen mit den secundären entweder eine zusammenhängende ununterbrochene Reihenfolge der Farben bilden oder aber von den secundären durch einen Zwischenraum getrennt

sein könne, wiederum je nach der Grösse der ihn erzeugenden Tropfen.

Dieselben Eigenthümlichkeiten weisen die in der Natur beobachteten Regenbogen auf, und wir sind nun auf Grund der ausgeführten Rechnungen in der Lage, für die verschiedenen Arten der Regenbogen die ihnen entsprechenden Grössen der sie erzeugenden Tropfen anzugeben. Eine ausführliche Darlegung dieser Beziehungen wird noch weiter unten bei der Zusammenfassung der Resultate dieser Untersuchungen gegeben werden.

Bezüglich der Tropfengrössen im Regen nimmt man an, dass es bei einem Durchmesser der Tröpfchen von 0.1 mm ($a = 50 \mu$) zu regnen beginne. Als die grössten Regentropfen, selbst in den schwersten tropischen Regen, findet Wiesner¹ in ungewöhnlichen Ausnahmefällen solche von 3.4 mm Halbmesser, im Durchschnitte haben aber selbst diese schwersten tropischen Regen nur Tropfen von $a = 2.6 \text{ mm}$. Bei den schwersten Platzregen kommen bei uns ganz ähnliche Verhältnisse vor. Da jedoch gerade diese grossen Tropfen das Bestreben haben, beim Falle sich zu theilen, so ist es äusserst wahrscheinlich, dass bei so heftigen Regen kein Regenbogen erscheinen wird, weil die dazu geforderte Gleichheit der Tropfen fehlt. Das ist der Grund, warum ich meine Rechnungen nur bis zur Tropfengrösse von 2 mm ($a = 1000 \mu$) ausdehnte.

c) Bemerkungen bezüglich des zweiten Regenbogens.

Obwohl ich für den zweiten Regenbogen die Ablenkungsgrössen berechnete, habe ich doch die Farbenberechnung für denselben nicht durchgeführt, weil ich glaubte, meinen doppelten Zweck: eine volle Bestätigung der Airy'schen Theorie des Regenbogens einerseits zu geben und andererseits Anhaltspunkte für die Beurtheilung der Regentropfengrösse für den praktischen Meteorologen zu gewinnen, schon durch die für den ersten Regenbogen geführten Rechnungen erreicht zu haben. Mit Hilfe der in Tabelle II des Anhanges mitgetheilten Werthe für A_2

Wiesner, Beiträge zur Kenntniss des tropischen Regens. S. A. Diese Sitzungsber., Bd. 104, S. 28.

wird es übrigens leicht sein, sich die Farbencurven für den zweiten Regenbogen zu zeichnen und allenfalls auch die ganzen Farbenrechnungen durchzuführen.

Ich möchte hier nur die an den Wasserstrahlen von $a = 500$ und $a = 250 \mu$ gemachten Beobachtungen des zweiten Regenbogens, also des Nebenregenbogens mit seinen secundären, mittheilen.

Am 30. December 1896. Zweiter Regenbogen, $a = 250 \mu$. Der Nebenregenbogen mit seinen secundären ist in voller Pracht sichtbar. Ich zähle deutlich fünf Secundäre. Man sieht folgende Farbenfolge: Orange (Roth fehlt vor Orange), Gelb, Grün, Blau, Violett; Gelb, Grün, Blau, Violett (Rosa); Gelb, Grün, Blau, Rosa. Man sieht in den Secundären deutlich alle Farbtöne. Von einer Störung durch den fünften Regenbogen ist nichts zu merken, ausser, wie zu erwarten stand, in Bezug auf das erste Roth.

$a = 500 \mu$. Ich zähle ausser dem Nebenregenbogen deutlich 13 Secundäre; die Farbenfolge ist in den Tönen nicht so reich wie bei $a = 250 \mu$, aber doch bunt; man sieht öfters Gelb darin.

Der Wasserstrahl war voll beleuchtet, nicht einseitig, es musste daher der fünfte Regenbogen auch ins Fernrohr fallen. Man sah auch in der That einen sehr schwachen Schein auf der Roth-Seite, der abnehmenden Ablenkungen, der etwas weiter reichte. Da der zweite Regenbogen nach zunehmenden Ablenkungen hin sich ausdehnt, der fünfte nach abnehmenden Ablenkungen hin, ferner das Roth der B -Linie für den fünften Regenbogen etwa $A_3 = 52^\circ$ (für die mindestabgelenkten Strahlen $52^\circ 31'$), also ziemlich knapp auf das E -Licht des zweiten Regenbogens fällt (A_2 der mindestabgelenkten E -Strahlen $51^\circ 42'$), so ist es schon von vornherein sicher, dass nur der Theil von E rückwärts zum Roth im zweiten Regenbogen (im eigentlichen Nebenregenbogen) vom fünften gestört sein kann. Ich glaubte dies feststellen zu sollen, da in den so ausserordentlich schönen und werthvollen Abhandlungen Mascart's sich die Irrung eingeschlichen hat (siehe auch seinen *Traité d'Optique*, t. III, p. 441), dass die Erscheinung der Secundären des Nebenregenbogens von dem fünften Regenbogen gestört werde.

In der That liegen ja mehrere Beobachtungen über Secundäre des Nebenregenbogens vor; allerdings wird meist nur einer gesehen, was aus der Lichtschwäche des zweiten Regenbogens schon zum grössten Theile erklärlich ist.

4. Der weisse Regenbogen.

Der weisse Regenbogen ist nicht selten beobachtet worden, doch tritt er nicht stets in derselben Weise auf. Der Mondregenbogen wird wohl öfter weiss als farbig gesehen, der weisse Regenbogen bei Sonnenschein wird entweder als einfaches weisses Band beschrieben, oder er zeigt an dem äusseren Rande eine Spur von Gelb, am inneren weissliches Blau und dabei kommt es vor, dass noch ein oder gar zwei Secundäre ihn begleiten, welche dann aber farbig sind.

Diese dreifache Art des weissen Regenbogens macht es wahrscheinlich, dass es mehr als eine Ursache seiner Entstehung gibt. Es liegt nun nahe, folgende drei Ursachen hiefür aufzustellen:

1. Die meist grosse Lichtschwäche in den Fällen des Mondregenbogens;
2. die Ungleichheit der erzeugenden Tröpfchen, wodurch die verschiedenen Farben übereinanderfallen und so Weiss erzeugen;
3. die aus den normalen, nach der Airy'schen Theorie bei sehr kleinen Tröpfchen geforderten Farbenmischungen in dem Intensitätsverhältnisse, nach welchem aus der Mischung Weiss resultiren muss.

Die erstere Ursache, die Lichtschwäche, welche hauptsächlich für Mondregenbogen in Betracht kommt, hat uns nicht viel zu beschäftigen. Es ist eine bekannte Thatsache, dass beim Herabdrücken der Intensität unter eine gewisse Grenze jede Farbe als solche aufhört, wahrnehmbar zu sein und nur mehr den Eindruck eines graulichen Weiss hervorbringt.¹

Abney und Festing, *Colour Photometry*, part III. *Philosoph. Transact. London*, vol. 183 (1892), p. 537. Die Mitte des Spectrums muss viel stärker geschwächt werden, damit die Farben verschwinden, als die beiderseits gelegenen Farben. Die blauen Töne halten sich länger als die rothen.

Es treten da aber Fragen verwickelterer Natur auf, deren Lösung in Bezug auf die Farbenwahrnehmung im Regenbogen von Bedeutung wäre, die aber für die einzelnen Fälle keine sichere Entscheidung erhalten können. So fragt es sich um die Grenze der Sichtbarkeit der verschiedenen Farben. Wir haben oben in den Tabellen der Farbenberechnungen die relativen Intensitäten für jede berechnete Farbe angegeben; es wäre zu wünschen, dass wir einen möglichst guten Anhaltspunkt dafür fänden, um angeben zu können, welche dieser relativen Intensitäten für jede Tropfengrösse die Grenze der Lichtempfindung bedeutet, da wir erst daraus entnehmen können, ob und wann ein Minimum als farbloser, dunkler Zwischenraum erscheint. Doch hierin sind wir leider mehr auf Schätzungen angewiesen, als auf sichere Angaben. Zwar haben Abney und Festing¹ die Lichtverlöschung ebenfalls genau experimentell verfolgt, doch vor Allem können wir die Intensitäten im Regenbogen nicht auf ein uns bekanntes Mass der Leuchtkraft reduciren, um sie mit den Zahlen der erwähnten Forscher zu vergleichen; dann kommt aber dazu, dass die Verhältnisse, unter denen der Regenbogen gesehen wird, nicht mit der Dunkelheit beim Laboratoriumsversuch vergleichbar und überdies sehr veränderlich sind. Helleres oder gedämpfteres Tageslicht mischt sich zur Farbenempfindung hinzu und beeinflusst sie mehr oder weniger sowohl als Farbenempfindung, als auch bezüglich der Intensität der Lichtempfindung überhaupt. Ferner kann die Luft, durch welche uns die Farben vom Regenbogen zugestrahlt werden, rein oder dunstig sein und so Schwächungen einführen, die für die einzelnen Fälle nicht bestimmbar sind. Da überdies von der Anzahl der erzeugenden Tropfen im Kubikmeter ebenfalls die Intensität des Regenbogens bedingt ist, so sind wir einfach in die Unmöglichkeit versetzt, über die Intensitäten, bei welchen die Lichtwahrnehmung für die verschiedenen Regenbogen aufhört, irgend Anderes zu sagen, als was uns die Vermuthung nahelegt. Man wird daher im Allgemeinen wohl wissen, dass die relativen Intensitäten, wie wir sie in den Farbetabellen gegeben, bei kleinen Tropfengrössen mit höheren

¹ A. a. O. Seite 540 ff.

Werthen schon unter die Wahrnehmung hinabsinken als bei grösseren Tropfen, aber für die concreten Einzelfälle können dabei gar manche Ausnahmen auftreten. Ich werde mich daher begnügen müssen, diese verwickelten Verhältnisse hier angedeutet zu haben.

Was die oben angeführte zweite Ursache des weissen Regenbogens betrifft, so muss ich darüber Folgendes bemerken. Die Ablenkungen einer bestimmten Farbe ändern sich mit der Tropfengrösse, jedoch reicht bei kleinen Tropfen eine äusserst geringe Änderung des Tropfenhalbmessers hin, um ein störendes Übereinandergreifen der Farbe zu bewirken, während bei grösseren Tropfen beträchtlichere Verschiedenheiten im Halbmesser der Tropfen noch keinen merklichen Einfluss haben (man sehe die Tabellen für Θ und A des Anhangs). Man hat nun den weissen Regenbogen in der That noch nie bei Regen gesehen — ausser den Mondregenbogen, welcher durch die Lichtschwäche seine Erklärung findet; es sind immer Nebelbogen, die weiss erscheinen. Dies scheint nun allerdings für diese Erklärung des weissen Regenbogens zu sprechen. Allein die vorliegenden Beobachtungen lassen es als unwahrscheinlich erscheinen, dass die Ungleichheit der Tropfen die Ursache des weissen Regenbogens sei. Alle vorliegenden Beobachtungen berichten entweder von weissen Regenbogen mit secundären farbigen Bogen oder von begleitenden prächtig ausgebildeten Beugungsringen (Nebelbild, Glorie, Brockengespenst werden sie genannt), welche in dieser Vollendung nur bei Gleichheit der erzeugenden Körperchen möglich sind. Ohne daher die absolute Unmöglichkeit der Bildung eines weissen Regenbogens in Folge der Ungleichheit der Tröpfchen behaupten zu wollen, müssen wir für die thatsächlich beobachteten eine andere Ursache suchen, da sie durch die Ungleichheit der Tröpfchen nicht erklärbar sind.

Wir kommen damit zur dritten der oben angeführten Ursachen des weissen Regenbogens, welche für uns die wichtigste ist. Es gibt wohl keine bessere Bestätigung der Airy'schen Theorie des Regenbogens, als das, was wir jetzt zu erörtern haben. Unsere Farbentabellen ergeben unmittelbar für kleinere Tropfengrössen bei normalen Verhältnissen, ohne Beziehung

der Verschiedenheit in der Grösse der Tröpfchen, den weissen Regenbogen; ein weisser Bogen ist geradezu das Postulat der Airy'schen Theorie, und zwar muss dieser weisse Bogen bei jeder Tropfengrösse vorkommen. Freilich sprechen wir nur dann von einem weissen Regenbogen, wenn der erste, der Hauptbogen, weiss erscheint.

Um diese Verhältnisse genau zu übersehen, müssen wir nun vorab zwei Punkte klarstellen:

1. Wann erscheint uns Weiss?
2. Wann reden wir von einem weissen Bogen?

Wann erscheint uns das Resultat der Farbenmischung an einem Punkte des Regenbogens weiss? Wir wissen, dass das Ergebniss jeder Farbenmischung eine Farbe ist, welche aus einer reinen Spectralfarbe und Weiss besteht. Es wird daher von dem procentuellen Verhältnisse, in welchem das Weiss in der Mischfarbe vorkommt, abhängen, ob wir eine Stelle weiss oder farbig sehen. Es muss daher festgestellt werden, welche Menge (procentuell) einer Farbe dem Weiss beigemischt werden kann, ohne dass man die Farbe bemerkt. Nach den Untersuchungen von Abney¹ ergibt sich das überraschende Resultat, dass diese procentuelle Menge für alle Farben dieselbe ist, und zwar wird jede Farbe zum Verschwinden gebracht durch ein 75mal stärkeres weisses Licht. Das würde bedeuten, dass nur dann Weiss erscheint, wenn die Intensität der Farbe nur $1 \cdot 3\%$ derjenigen des Weiss ist. Hiernach würde nach unseren Rechnungen ein eigentliches Weiss im normalen Regenbogen nie erscheinen, es müsste aber allerdings immer da, wo die Procente für die Farbe X etwa 4% und darunter betragen, eine kaum merkliche Färbung des Weiss auftreten, so dass wir diese Stellen wohl als Weiss ansprechen würden. Allein dies reicht nicht hin, um die weissen Regenbogen voll zu erklären; dazu ist es nöthig, dass wir zeigen, dass in den beobachteten weissen Regenbogen in der That die procentuelle Intensität der Farbe X auf die von Abney geforderte herabsinkt. Das lässt sich nun ohneweiters beweisen. Die Versuche von Abney wurden natürlich im dunkeln Raume gemacht. Das Resultat unserer Farben-

berechnung besagt nur, dass die Mischung der aus den Regentropfen austretenden, den Bogen hervorbringenden Strahlen das in der Farbentabelle angegebene procentuelle Verhältniss von Weiss und X besitzt. So würde es im dunkeln Raume zur Geltung kommen. Der Regenbogen tritt aber bei Tageslicht, ja bei Sonnenschein auf. Das so über die Regenbogenfarben gelegte Tageslicht ist weiss und drückt daher das procentuelle Verhältniss von X zu Weiss herab. Ist die Intensität des Regenbogens, absolut genommen, schon gering, so wird die Wirkung der Überlagerung mit weissem Tageslicht am stärksten sein, d. h. bei kleinen Tröpfchen wird das Weiss rein hervortreten, falls die Procente von X schon an sich nahe dem theoretischen Grenzwerte für Weissempfindung lagen. Man wird wohl nicht weit fehlgehen, wenn man für Tropfengrössen bis $a = 30\mu$ annimmt, dass bei procentuellen Intensitätswerthen für X von 90% und darunter Weiss in Erscheinung tritt. Bei Tropfen von grösserem Halbmesser dürfte sich diese Zahl rasch und bedeutend verringern. Nach diesen Grundgedanken wurde in den Farbentabellen »Weiss« notirt. Damit ist die erste Frage beantwortet.

Die zweite Frage veranlasst uns, genauer zu bestimmen, wann man einen weissen Bogen erhält. Nicht eine schmale Stelle Weiss mitten im Farbenbogen wird uns als weisser Regenbogen erscheinen, sondern ein breites Band im Bogen werden wir erst einen weissen Regenbogen nennen. Ein solches breites weisses Band tritt nun bei jeder Tropfengrösse auf. Wir sahen oben aus den Beobachtungen im Cabinet, dass dasselbe bei einer linienförmigen Lichtquelle für $a = 500\mu$ im zwölften Bogen (nach dem elften Violett, in der Natur nach dem zehnten Violett), also im elften Secundären auftritt, für $a = 250\mu$ aber im fünften Bogen, also im vierten Secundären. Bei $a = 50\mu$ finden wir es schon im zweiten Bogen, also im ersten Secundären, wie unsere Farbentabelle zeigt; bei $a = 40\mu$ tritt schon im ersten Bogen ein weisser Streifen auf, der aber wohl zu wenig breit sein möchte, um als weisser Bogen zu erscheinen; ähnlich verhält es sich auch bei $a = 30\mu$. Erst für $a = 25\mu$ haben wir einen ausgesprochenen kräftigen weissen Bogen im Hauptregenbogen. Nur diese weissen Bogen im Hauptregen-

bogen — wenn auch mit farbigen Rändern — heisst man eigentlich »weisse Regenbogen«. Wir sehen aus unseren Farbertabellen, dass der weisse Regenbogen stets auftreten muss, wenn ein Regenbogen durch Tröpfchen erzeugt wird, deren Halbmesser gleich 25μ . oder darunter ist, dass aber auch schon bei $a = 30 \mu$, ja sogar bei $a = 40 \mu$. ein weisser Streifen im Hauptregenbogen auftreten dürfte.

Wir sehen hieraus, dass die nach der Airy'schen Theorie geführten Farbenberechnungen zur vollen Erklärung des weissen Regenbogens führen. Die experimentelle Bestätigung hiefür würde nun am exactesten dadurch gegeben, wenn man im Cabinete den weissen Regenbogen mit Hilfe von Wassertröpfchen, deren Grösse bekannt ist, hervorrufen und durch Messung die Übereinstimmung mit der Berechnung nachweisen würde. Für diese kleinen Tröpfchen versagt die Methode mit dem Wasserstrahle, die wir früher anwendeten — so feine Wasserstrahlen sind nicht herzustellen und würden jedenfalls nicht ruhig und glatt fliessen. Ich wandte daher die Methode der Zerstäubung an. Hier ist nun gleich zu bemerken, dass diese Versuche im dunkeln Raume gemacht werden mussten und daher die Wahrnehmung farbiger Töne selbst bei geringen Procenten von X erfolgen musste. Ich arbeitete zuerst mit gewöhnlichen Zerstäubern, welche gestatteten, feinen Wasserstaub in den vom Heliostaten kommenden Sonnenstrahl zu blasen.

Obwohl ich bei der geringen, vom Zerstäuber gelieferten Menge Wasserstaub nicht in der Lage war, die Grösse der Wassertröpfchen durch die im durchgehenden Lichte entstehenden Beugungsringe zu bestimmen — sie waren zu schwach, um Messungen vornehmen zu können — so erhielt ich dabei doch jene eigenartigen Regenbogen, die nach den in den Farbertabellen hinterlegten Rechnungsergebnissen nur bei den kleinsten Tröpfchen auftreten können. Es fehlte vor Allem an der äussersten Grenze des Hauptregenbogens das Roth und das Orange zeigte einen stark gelblichen Ton.

Hier muss nun bemerkt werden, dass unsere Tabellen für diese Tropfengrössen Gelb als die Randfarbe angeben. Dieses Gelb muss aber wegen seiner sehr geringen Intensität als

Orange erscheinen, da es bekannt ist, dass bei schwachen Intensitäten die Farben tiefere Töne zu haben scheinen.

Nach diesem Gelb-Orange folgten sehr weissliche Töne von Grün und Blau, und erst das Violett war wieder besser gefärbt. Diese Farben, welche bei Tageslicht offenbar als weisses Band mit orangegelbem Aussen- und bläulichem Innenrande erschienen wären, entsprachen offenbar einer der kleinen, oben berechneten Tropfengrössen und auch die grosse Ausdehnung des allein erkennbaren Hauptregenbogens wies darauf hin.

Da es mir darum zu thun war, die Tropfengrösse zu bestimmen, so stellte ich mir einen Zerstäuber her, der eine genügende Menge Wasserstaub lieferte, um die Beugungsringe im durchgehenden Lichte, wenn auch schwach, so doch deutlich sichtbar und messbar zu machen. Die Innsbrucker Wasserleitung erlaubt es, Wasser unter einem Drucke von fünf und mehr Atmosphären ausströmen zu lassen. Ich liess nun eine Bleiröhre an den Ausflusshahn anlöthen und dann aus einer feinen Öffnung, welche eine eingekittete Glasröhre bot — sie hatte eine Lichte von 0.5 mm — das Wasser gegen eine in angemessener Höhe befestigte Metallplatte ausströmen. Der Strahl zerstäubte dabei in der vollkommensten Weise und es entstand eine Art feiner Wolke, langsam niederfallender Wasserstaub, der dicht genug war, um mit Hilfe eines durch eine Öffnung von 1 mm hindurchgeschickten Strahles der elektrischen Bogenlampe schöne, wenn auch schwache, reine Beugungsringe zu erzeugen; die Messung der letzteren gestattete die Grösse der Tröpfchen zu berechnen.

Durch diesen Wasserstaub sandte ich nun vom Heliostaten her den Sonnenstrahl und erhielt den echten, tadellosen, weissen Regenbogen, als die Tröpfchen einen Halbmesser $a = 5.3 \mu$ hatten. Ich gebe nun zunächst die Messung der Ablenkungen für die verschiedenen Punkte dieses weissen, mit farbigen Rändern versehenen Regenbogens und bemerke, dass nur der Hauptregenbogen sichtbar war, da sich der Wasserstaub nicht weit genug ausdehnte, um einen Secundären zu geben.

4. December 1896: Gelber Rand vor Weiss $41^\circ 59'$ Mitte Weiss $40^\circ 0'$; bläulicher Rand, wo die Farbe schon ganz

deutlich hervortritt $37^{\circ} 41'$; Grenze zwischen Gelblich und Weiss $41^{\circ} 8'$; Grenze zwischen Weiss und Bläulich $38^{\circ} 27'$.

Die Messungen wurden mit einem als Diopter hergerichteten Sextanten gemacht, und zwar wurde der zum Ablenkungswinkel der Regenbogenstrahlen complementäre Winkel gemessen, woraus dann durch Subtraction von 90 die eben mitgetheilten Werthe erhalten wurden. Ich stellte ein rechtwinkeliges Prisma in die Richtung der Sonnenstrahlen. Indem ich zuerst die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite als Spiegel benützte, wurde das Bild der Spalte am Rohre des Heliostaten auf die Spalte selbst zurückgeworfen; durch eine Drehung von $180+45$ Graden erhielt ich einen auf den directen Sonnenstrahl senkrechten Strahl, in welchen ich den Augenspunkt des Diopters stellte und von wo aus es also möglich war, den Winkel zu messen, welcher vom total reflectirten Strahle des Prismas und den aus dem Regenbogenbilde kommenden Strahlen gebildet wurde.

Die Messungen stimmen sehr nahe mit der für $a = 5 \mu$ berechneten Farbentabelle überein. Man sieht, dass im dunkeln Raume, der vom Sonnenstrahl allerdings etwas Licht erhielt, Farbentöne noch wahrgenommen werden, wenn die procentuelle Intensität von X nicht kleiner als 5% ist.

Ich trachtete nun, grössere Tröpfchen zu bekommen, doch gab es dabei zu grosse Schwierigkeiten, als dass ich mich damit hätte unter den gegebenen Verhältnissen aufhalten können. Es gelang mir aber noch eine Messung bei einer Tropfengrösse, welche aus den Beugungsringen sich zu $a = 8.4 \mu$ ergab. Leider geben meine Farbentabellen zwischen 5 und 10μ nicht die Werthe von Mikron zu Mikron; man wird aber leicht erkennen, dass die gemessenen Winkel für die beobachteten Farben so liegen, dass aus den Farbentabellen von $a = 5 \mu$ und $a = 10 \mu$ auf ihre Richtigkeit leicht zu schliessen ist.

Die Messung ergab:

7. December 1896. Orangegelb $41^{\circ} 25'$; Weiss $38^{\circ} 50'$ (der weisse Streifen ist schmal, einerseits grünlich, anderseits bläulich gerändert); Violett $37^{\circ} 0'$ (recht weissliches Violett oder Bläulich-Violett).

Konnte ich nun auch wegen der erwähnten Schwierigkeiten die weissen Regenbogen bis zu $a = 25 \mu$ nicht mehr zur Darstellung bringen, so war es doch gelungen, den weissen Regenbogen experimentell hervorzubringen. Da die Beugungsringe rein waren und ausser der Aureole der nächste Ring ganz ausgebildet war, von einem weiteren (offenbar wegen der grossen Lichtschwäche) freilich nur Spuren zu sehen waren, so muss daraus geschlossen werden, dass die Tröpfchen sehr gleiche Grössen hatten. Wir haben also nicht weisse Regenbogen in Folge der Ungleichheit der Theilchen, sondern normale weisse Regenbogen vor uns gehabt, wie sie sich durch die Farbenberechnungen ergeben hatten.

Beobachtungen des weissen Regenbogens in der Natur liegen recht viele vor, solche mit Messungen wenige, und Messungen, die so ausgeführt sind, dass man sie zum Beweise unserer Theorie heranziehen kann, kenne ich nur zwei.

Die eine dieser Messungen entnehme ich den Publicationen der schwedischen Nordpolexpedition 1882—1883, tome II, Phénomènes optiques de l'Atmosphère par Carlheim-Gyllenskiöld, p. 12 ff. Ich gebe die Beschreibung der Beobachtung hier wieder:

»En revanche, on a vu plusieurs fois l'arc-en-ciel blanc. Il a été observé pour la première fois le 17 mars a midi. Au début, il ressemblait à une mince strie blanche de cirro-stratus. Plus tard il s'accrut en éclat, et se colora en même temps; le bord inférieur était d'un blanc bleuâtre, le blanc tenait le milieu, l'ocre jaune, venait en suite, enfin, le violet rouge était au bord extérieur.

Un second arc, plus étroit, apparut alors en dedans du premier; il était rouge au bord intérieur et vert au bord extérieur, et n'était séparé de l'anneau extérieur que par un petit intervalle. Plus tard encore un troisième anneau semblable, mais encore plus étroit, fit son apparition. M. Gyllenskiöld a vu avec moi tous ces phénomènes. J'ai mesuré les rayons de trois anneaux et j'ai trouvé les valeurs suivantes: Bord extérieur de l'anneau large $41^{\circ} 4' \pm 15' 5$, bord intérieur $37^{\circ} 19' \pm 7' 5$; bord extérieur de l'anneau du milieu $35^{\circ} 24' \pm 12' 5$, bord intérieur $33^{\circ} 34' \pm 11' 5$; bord extérieur de l'anneau intérieur $32^{\circ} 55' \pm 6' 7$,

bord intérieur $31^{\circ} 25' \pm 9'4$. La largeur de l'anneau extérieur était de $3^{\circ} 45'$, celle de l'anneau du milieu $1^{\circ} 50'$, celle de l'anneau intérieur $1^{\circ} 30'$ «.

Vorerst bemerke ich zu dieser Beschreibung, dass wir bei der Feststellung der Tropfengrösse, welche bei Erzeugung dieses schönen, weissen Regenbogens vorhanden war, nur den ersten Secundären neben dem Hauptregenbogen benützen dürfen, da das Erscheinen des zweiten Secundären später erfolgte und die kleinste Änderung in der Tropfengrösse, welche unterdessen eintrat, in den Ablenkungen der Farben sich bedeutend merklich machen musste. Da an den ersten beiden Bogen nicht noch nachträglich eine Messung vorgenommen wurde, so besteht zwischen den Messungen des Hauptregenbogens und ersten Secundären einerseits und des zweiten Secundären keine Verbindung.

Die andere dieser Beobachtungen finde ich in einer Abhandlung von Mc. Connel,¹ welcher, ohne unsere Farbenberechnungen durchgeführt zu haben, aus den Ablenkungen mit Hilfe der Airy'schen Theorie die Tropfengrösse berechnete und auch schon darauf hinwies, dass die Farbumkehrung im ersten Secundären bei der betreffenden Tropfengrösse ebenfalls eine Forderung dieser Theorie ist. Ich lasse zunächst auch diese Beobachtung, welche auf dem Ben Nevis gemacht wurde, folgen.

»December 30. Temp. $24 \cdot 2$ F. Double fogbow seen at 11^h . Red outside outer bow and inside inner bow. The following rough measurements were got:

Radius of outside of outer bow	. $41^{\circ} 22'$
middle	. $39 20$
inside	. $36 36$
outside inner	. $34 40$
inside	. $32 20$ «.

Zu dieser Beobachtung und zur früheren bemerke ich, dass in der letzteren es heisst: »Roth an der Aussenseite des äussern Bogens«; und in der ersteren: »Ausser dem Weiss kam gelbliches Orange und endlich zu äusserst das violette Roth«. Ich

¹ The theory of fogbows. Phil. Mag. Bd. 29, 1890, p. 453.

halte diese Bezeichnung der Farben des äusseren Randes für ungenau. Man ist gewohnt, als Abschluss der Farben nach aussen das Roth anzusehen, unsere Rechnungen geben aber nur Gelb, das wegen der Lichtschwäche als Orange und Tieforange erscheinen muss. Dies dürfte auch die wirklich gesehene Farbe gewesen sein. Ich habe bei den Versuchen im Cabinet, ehe meine Rechnungen vollkommen durchgeführt waren, bei den Regenbogen, die von sehr kleinen Tröpfchen erzeugt werden, auch immer eine Beunruhigung verspürt, dass ich kein eigentliches Roth am Rande finden konnte und war geneigt, das Orange der äussersten Schichte in Folge dessen als Roth anzusprechen. Ich möchte bitten, dass man die Farbe des äussersten Randes in Hinkunft genau angebe; ich habe stets nur Orange dort gesehen, sobald die Tropfen sehr klein waren. Das entspricht auch den Ergebnissen der Farbenberechnung.

Um nun die Tröpfchengrösse zu bestimmen, welche bei der Entstehung obiger zwei weissen Regenbogen vorhanden war, stehen uns zwei Methoden zur Verfügung: die Vergleichung der Messungen und Farbenangaben mit unseren Farbentabellen und die Berechnung von a nach der Theorie von Airy. Letztere Methode hat Mc. Connel auf die zweite der eben mitgetheilten Beobachtungen angewandt; da ihm die Farbenberechnung nicht zur Verfügung stand, konnte er aus den Farbenangaben keinen bestimmten Schluss auf die Tropfengrösse ziehen. Das beste ist allerdings, wenn man in der Lage ist, beide Methoden anzuwenden. Ich werde zuerst die rechnerische benützen.

Bei einer früheren Gelegenheit¹ habe ich gezeigt, dass man bei Interferenzen des weissen Lichtes für die Bestimmung der Minima als »Wellenlänge des weissen Lichtes« $\lambda = 0.570\mu$ nehmen müsse. Wenn wir die Lage des Minimums zwischen dem Hauptbogen und dem ersten Secundären aus den Beobachtungen entnehmen können, so gibt uns die Formel für Θ auf Seite 142 die Möglichkeit, den Halbmesser der Tröpfchen zu berechnen; man hat

$$a = \sqrt{\left(\frac{z}{2\Theta}\right)^3 \frac{h\lambda^2}{6}}$$

Das Θ für dieses erste Minimum findet man dadurch, dass man aus den Werthen der Winkel für den inneren Rand des Hauptbogens und den äusseren des ersten Secundären das Mittel nimmt. Es geht aus allem Vorhergehenden hervor, dass dieses Mittel die Lage des ersten Minimum recht genau angeben muss. Wir brauchen nun folgende Werthe:

$$\lambda = 0.570, \quad n = 1.3349, \quad h = 4.841, \quad A_1 = 41^\circ 44'.$$

Zieht man den für das Minimum gefundenen Winkelwerth ab von $41^\circ 44'$, so hat man das Θ in Graden, und durch Multiplication mit dem Bogenwerthe einer Minute, als Bogenlänge. Das ε für das erste Minimum ist 2.4955 (Seite 139).

Berechnet man so das a für die beiden mitgetheilten Fälle, so findet man: Für die Beobachtung der schwedischen Polar-expedition $a = 24.9 \mu$. und für die Beobachtung auf dem Ben Nevis $a = 20.7 \mu$.

Wenden wir uns nun zur Methode der Vergleichung der Beobachtungen mit den Farbentabellen. Wir finden eine geradezu genaue Übereinstimmung der Farbentabelle für $a = 25 \mu$ mit der Beobachtung von Crailheim-Gyllenskiöld und eine fast ebenso genaue der Farbentabelle für $a = 20 \mu$ mit der Beobachtung auf dem Ben Nevis. Man sieht daraus auch, wie sehr die Farbenangabe für diese Vergleichen günstig ist. Man beachte auch, wie die Umkehrung der Farbenfolge im ersten Secundären durch die Farbentabelle unmittelbar gegeben ist. Das Blau bis zum Punkte 15.5 des Farbendreieckes wird man in den Beobachtungen häufig mit Grün bezeichnet finden. Es ist dies offenbar eine Contrastwirkung des nahen Roth und Orange.

Die Bestätigung der Theorie durch Beobachtung und Experiment ist, wie man sieht, eine vollendete.

Es liegt noch eine grössere Anzahl von Beobachtungen des weissen Regenbogens vor, welche nur den Hauptbogen betreffen, aber die Winkel für den äusseren und inneren Rand angeben. Mit Hilfe dieser Winkel lässt sich aus den Farbentabellen die Grösse der erzeugenden Tröpfchen mit genügender Annäherung feststellen. Die Methode der Berechnung des a versagt hier. Dieselbe wäre für den weissen Regenbogen,

und nur für diesen, dann anwendbar, wenn man den Punkt des Maximums des reinen Weiss anzugeben in der Lage wäre. Dies gelingt nun leider weder dadurch, dass man das Mittel aus den Winkeln des äusseren und inneren Randes nimmt, noch auch durch directe Messung dieses Punktes, da die dabei unterlaufenden, nicht zu vermeidenden Beobachtungsfehler zu gross sind. Da es aber doch sehr wünschenswerth erschien, diese Berechnung machen zu können, so suchte ich nach einer Methode, aus den Winkelwerthen des äusseren und inneren Randes diesen Punkt zu finden. Aus mehreren Beobachtungen ergab sich folgender Vorgang: Man nimmt das Mittel der beiden Winkel und zieht es von $41^{\circ} 44'$ ab; das Resultat ist ein rohes, zu grosses Θ für das Maximum. Von diesem Θ zieht man 7% seines eigenen Werthes ab und erhält so ein angenähertes Θ für das fragliche erste Maximum. Mit diesem Θ (z ist für das erste Maximum nach Seite 139: 1.0845) berechnet man das a und erhält so zwar nicht genaue, aber recht genügend angenäherte Werthe für a .

Endlich komme ich noch zu den zwei Beobachtungen Weisser Regenbogen«, die schon zu den classischen Beispielen gehören, weil sie überall wiedergegeben werden, wo vom weissen Regenbogen die Rede ist. Die (auch zeitlich) erste dieser Beobachtungen rührt von Bouguer her, die zweite von Scoresby. Es ist allgemein bekannt, wann und wo dieselben gemacht wurden und so kann ich mich damit begnügen, dieselben anzuführen und zu untersuchen.

Bouguer schreibt:¹ . Cette dernière partie était ornée d'une gloire ou auréole formée de trois ou quatre petites couronnes concentriques d'une couleur très vive, chacune avec la même variété que le premier arc-en-ciel, le rouge étant en dehors. Les intervalles entre ces cercles étaient égaux, le dernier cercle était plus faible; et enfin à une grande distance nous voyons un grand cercle blanc, qui environnait le tout... J'ai eu occasion d'observer depuis, que ces diamètres changeaient de grandeur d'un instant à l'autre, mais en conservant toujours entre eux l'égalité des intervalles, quoique dévenus plus grands ou plus

petits. Le phénomène outre cela ne se trace que sur les nuages, et même sur ceux, dont les particules sont glacées, et non pas sur les gouttes de pluie, comme l'arc-en-ciel. Ordinairement le diamètre du premier Iris était d'environ 5 degrés $\frac{2}{3}$; du suivant d'environ 11 degrés; de l'autre de 17 degrés et ainsi de suite; celui du cercle blanc était d'environ 67«.

Die Beobachtung von Scoresby ist mir im Originale nicht zugänglich. Ich entnehme sie Kämtz's Lehrbuch der Meteorologie, 3. Band, Seite 108. Dort heisst es: »Am 23. Julius 1821, wo das Phänomen sehr lebhaft war, bemerkte Scoresby um seinen Kopf vier concentrische Kreise. Nr. 1 war weiss oder gelb, roth, purpur; Nr. 2 blau, grün, gelb, roth, purpur; Nr. 3 grün, weisslich oder blassgelb, roth, purpur; Nr. 4 grünlich, weiss und an den Rändern dunkler. Die Farben. in Nr. 4 waren bloss helle Schattirungen von Grau. Es ergaben sich folgende Dimensionen. Halbmesser von Nr. 4: innerer Rand $36^{\circ} 50'$, Mitte ungefähr $38^{\circ} 50'$, äusserer Rand $41-42^{\circ}$; den Halbmesser von Nr. 3 schätzte er auf $6^{\circ} 30'$, der von Nr. 2 wurde zu $4^{\circ} 45'$ gemessen und der von Nr. 1 durch Schätzung zu $1\frac{1}{2}-2^{\circ}$ bestimmt. Einmal bemerkte Scoresby noch einen Kreis, dessen Dimensionen grösser waren als die von Nr. 4, welcher zu dieser Zeit lebhaft Regenbogenfarben hatte, während Nr. 5 graulichweiss war«.

Bouguer's Winkelangaben beziehen sich auf keinen bestimmten Einzelfall, er sagt nur: »Gewöhnlich war der Durchmesser etc.« Dadurch verlieren sie bedeutend an Werth. Beide angeführten Beobachtungen hätten dadurch grossen Werth für die Vergleichung mit der Airy'schen Theorie, dass sie gestatten, aus den Beugungsringen die Grösse der erzeugenden Tröpfchen zu berechnen. Allein die Messungen wurden nur angenähert gemacht und es wird nicht mitgetheilt, welches die Punkte der Ringe waren, auf welche man beim Messen der Durchmesser oder Halbmesser einstellte; Bouguer unterlässt es sogar beim grossen weissen Ring, dies anzugeben. Nehmen wir aber an, die Durchmesser- und Halbmessergrössen beziehen sich wirklich auf das rothe Ende eines jeden Ringes. In diesem Falle ergeben sich unter der Annahme, dass die betreffende Wolke aus Tröpfchen bestanden habe, folgende Werthe für a :

	aus dem		
	1.	2.	3.
	Ringe		
bei Bouguer's Beobachtung	7·0	6·6	6·2 μ .
Scoresby's	11·4	7·7	8·1

Lassen wir die offenbar zu rohe Schätzung für den ersten Ring bei Scoresby weg, so ergeben sich im Mittel die Halbmesser der Tröpfchen bei Bouguer zu $6\cdot6 \mu$. bei Scoresby zu $7\cdot8 \mu$ (indem man dem Werthe für den zweiten Ring, der durch Messung erhalten wurde, das doppelte Gewicht gibt). Wir können also sagen, die Halbmesser der Tröpfchen waren im ersten Falle etwa 7μ , im zweiten etwa 8μ .

Ein Vergleich der für den grossen weissen Kreis, den »weissen Regenbogen«, im ersten und zweiten Falle angegebenen Winkel mit unseren Farbentabellen zeigt uns, dass weder die $33^\circ 30'$ Halbmesser des »weissen Regenbogens« von Bouguer mit einem $a = 6 \mu$ bis 7μ , noch die entsprechenden Winkelangaben bei Scoresby mit einem $a = 8 \mu$ zu vereinbaren sind. Die Sache würde nur noch schlimmer werden, wenn die Messungen der Radien der Beugungsringe sich nicht auf die rothen Enden der einzelnen Ringe bezögen. Es würden dann noch kleinere a erhalten werden, und ich will sofort zeigen, dass schon die oben berechneten Werthe für a viel zu klein wären, wenigstens bei Scoresby. Bei Bouguer ist aber der weisse Bogen von $33^\circ 30'$ in keiner Weise als weisser Regenbogen möglich, selbst bei noch weit kleinerem a . Vor Allem ist es einfach unmöglich, selbst beim weissen Regenbogen, dass der äussere Rand $33^\circ 50'$ Ablenkung habe. Hat denn Bouguer nun etwa die Mitte der Ringe gemessen? Dann würden wir die Radien der Enden des Roth der Beugungsringe erhalten, indem man die Hälfte der Differenz der von Bouguer angegebenen Werthe zweier aufeinanderfolgender Beugungsringe zu den gegebenen Messungswerthen hinzuzählt. Man erhielte dann $a = 5\cdot2 \mu$. Nimmt man nun selbst an, dass die Mitte des Bogens das Maximum der Lichtstärke repräsentire, so sehen wir aus unserer Farbentabelle für $a = 5 \mu$, dass dieses Maximum auf $35^\circ 0'$ und nicht auf $33^\circ 30'$ fällt. Erst bei einem

$a = 3 \mu$ würde das Maximum auf $33^\circ 51'$ fallen. Dass aber Bouguer für den weissen Bogen allein den inneren Rand gemessen haben sollte, ist wohl ganz unwahrscheinlich und selbst das würde nach unserer Farbentabelle für $a = 5 \mu$ nicht stimmen, da bei $33^\circ 30'$ die relative Intensität nur 10% kleiner wäre als im Maximum selbst und daher der innere Rand einen bedeutend kleineren Werth hätte ergeben müssen. Der Bouguer'sche weisse Bogen war daher kein weisser Regenbogen.

Ähnlich geht es uns mit dem weissen Bogen von Scoresby. Nach unseren Farbentabellen entspräche derselbe etwa einer Tropfengrösse von $a = 20 \mu$, nie aber einer solchen von 10μ oder darunter. Wendet man die oben Seite 208 angegebene Näherungsmethode zur Berechnung von a aus dem Maximum des ersten (Haupt-) Bogens an, so findet man, dass er einem $a = 24 \mu$ etwa entspräche, niemals aber einem $a = 8 \mu$ oder darunter. Wir haben es also auch hier mit keinem weissen Regenbogen zu thun.

Da unter keiner Bedingung angenommen werden kann, dass die beiden hervorragenden Gelehrten derartig grosse Fehler in der Messung der Beugungsringe gemacht haben sollten, dass eine Zurückführung der von ihnen beschriebenen Erscheinung auf den weissen Regenbogen doch möglich wäre, so müssen wir uns um eine andere Erklärung dieser Erscheinung umsehen. Auf eine solche Erklärung werden wir durch die Bemerkungen geführt, welche die zwei ausgezeichneten Forscher an ihre Beobachtungen knüpfen. Bouguer sagt: »Überdies bildet sich die Erscheinung nur auf Wolken und selbst auf solchen, deren Theilchen aus Eis bestehen«. Scoresby aber behauptet geradezu (Kämtz, a. a. O.): »In den erwähnten Fällen bemerkte ich bei dem Nebel eine Menge flimmernder Nadeln. Es war mir zweifelhaft, ob diese Nadeln nicht einigen Antheil an der Erscheinung hätten, denn diese aus den gewöhnlichen Gesetzen der Brechung und Zurückwerfung von kugelförmigen Körpern abzuleiten, scheint sehr schwierig, wenn überhaupt möglich zu sein.« Diese ganze Untersuchung hat gezeigt, dass dies für den grossen Bogen an sich wohl möglich ist, aber bei den von Bouguer und Scoresby gefundenen Dimensionen ist es allerdings nicht möglich. Wir werden daher

zu den Eisnadeln unsere Zuflucht zu nehmen haben und es erscheint allerdings möglich, dass es gewisse Krystallwinkel in den Eisnadeln gibt, bei welchen bei ein- oder mehrmaliger, in bestimmter Weise vor sich gehender Reflexion des Lichtstrahles in den Nadeln diese von den beiden Forschern beobachteten Erscheinungen ihre volle Erklärung finden. Wir hätten es dann dabei nicht mit dem weissen Regenbogen, sondern mit einem grossen Sonnenring zu thun, dessen Mittelpunkt der Gegenpunkt der Sonne ist. Da diese Untersuchung dem Regenbogen gewidmet ist, so gehe ich hier nicht weiter darauf ein und hoffe bei einer anderen Gelegenheit darauf zurückzukommen.

Hiemit schliesse ich dieses Kapitel über den weissen Regenbogen.

5. Zusammenfassung und Schlussfolgerung.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind die folgenden.

1. Die grosse Mannigfaltigkeit des Regenbogens, sowohl in den Farbenerscheinungen des Hauptregenbogens und seiner Secundären, als in der Breite und Lage der Bogen ergibt sich vollkommen aus den auf Grund der Airy'schen Theorie durchgeführten Farbenberechnungen. Die Übereinstimmung sowohl mit den Beobachtungen des Regenbogens in der Natur, als auch mit den im Laboratorium gemachten Versuchen ist eine vollkommene. Die Airy'sche Theorie erweist sich daher als richtig und gestattet eine einheitliche Erklärung aller Regenbogenercheinungen selbst in den complicirtesten Fällen, da aus ihr unmittelbar sowohl alle Farbenveränderlichkeit, als auch die secundären Bögen, sowie alle Veränderlichkeit in der Breite und Lage der Bögen sich ergibt.

2. Alle diese Veränderlichkeiten hängen nur von der Verschiedenheit der Grösse der Tropfen ab, welche die Regenbogen erzeugen.

3. Die Umkehrung der Farbenfolge ist für die auf das weisse Band folgenden Secundären ein Postulat der Airy'schen Theorie.

4. Die weissen Regenbogen (Hauptregenbogen) [eigentlich Nebelbogen, da sie nur auf Nebel auftreten], finden in Airy's Theorie nicht nur ihre volle Erklärung, sondern sind für

Tröpfchen von 0.050 mm abwärts ebenfalls schlechterdings ein Postulat dieser Theorie.

5. Die Secundären schliessen sich entweder in unmittelbarer Aneinanderreihung an den Hauptregenbogen und unter sich aneinander an oder sie sind durch dunkle Zwischenräume getrennt. Auch diese Erscheinung ergibt sich ohneweiters aus Airy's Theorie; auch sie ist nur von der Grösse der Tröpfchen abhängig.

Wenn nicht schon im Hauptregenbogen das weisse Band auftritt (siehe sub 4), muss, je nach der Tropfengrösse, einer der Secundären dasselbe aufweisen; je grösser die Tropfen, desto höher die Zahl dieser Secundären.

6. Aus den Farben, wie auch aus der Aneinanderreihung oder Abtrennung der Secundären ergeben sich manche Anhaltspunkte, um die Grösse der den Regenbogen erzeugenden Tropfen auch ohne Messung der Winkel der Bogen angenähert bestimmen zu können:

a) Aus den Farben.

α. Ein auffallend intensives Violett-Rosa im Hauptregenbogen mit einem lebhaften Grün (von Blau nur eine Spur oder gar nichts vorhanden) vor demselben weist auf eine Tropfengrösse von 1 bis 2 mm Durchmesser hin. Nach den Farbenberechnungen liegt dabei das Maximum der Intensität im Anfange des Violett (vom Grün her). Siehe auch 6 a). Ich habe einen solchen sehr schönen Regenbogen (ohne Secundäre) am 7 Nov. 1896 um $8^{\text{h}} 15^{\text{m}}$ a. beobachtet. Meine Aufzeichnung darüber lautet: Schönes, breites Hellroth; dann Orange und Gelb (zusammen nur mässig breit); lebhaftes, strahlendes, breites Grünblau mit blauem Rande gegen das Violett; sehr schönes, intensives, breites Violett.

Es ist ein charakteristisches Kennzeichen der Regenbogen dieser Tropfengrössen, dass nur sie ein volles, schönes, reines Roth im Hauptregenbogen aufweisen. (Siehe die Farbentabellen 14 und 15, Seite 181 und 182).

β. Sind die Farben der Secundären nur Grün und Violett (das Blau zwischen Grün und Violett erscheint meist schon der Contrastwirkung halber auch als Grün, da das Violett meist in Rosa sticht) und fehlt also das Gelb ganz, so hat man es mit einer Grösse der Tropfen von etwa 0.5 mm Durchmesser zu thun. Die Secundären zeigen nirgends eine Unterbrechung und schliessen sich unmittelbar an den Hauptbogen an. Solche Beobachtungen liegen sehr viele vor; es wird in ihnen stets hervorgehoben, dass die Farbenwiederholung nur Grün und »Roth« (Rosa) sei. (Siehe die Farbens-tabelle 150).

Das Roth im Hauptregenbogen ist schon sehr schwach.

γ. Ein Auftreten des Gelb in den Secundären bedeutet entweder Tropfen von 0.3 oder 0.2 mm Durchmesser. Ist das Gelb schwächer ausgeprägt und die Secundären an den Hauptregenbogen und untereinander ohne Unterbrechung angeschlossen, so ist die Tropfengrösse näher an 0.3 mm ; ist das Gelb im ersten Secundären schön entwickelt und fehlt es im zweiten und dritten, wobei letztere untereinander und vom ersten getrennt erscheinen (es möchte zuweilen vorkommen, dass auch der erste Secundäre vom Hauptregenbogen abgetrennt erschiene), so haben wir Tropfen von 0.2 mm Durchmesser oder etwas weniger vor uns. (Siehe die Farbens-tabellen 151 und 152).

Der Hauptregenbogen ist in diesen Fällen auch durch seine Breite ausgezeichnet; er enthält kein reines Roth mehr, aber die ganze übrige Farbenfolge ist sehr schön entwickelt. Beobachtet werden diese Regenbogen nicht selten.

- b) Aus dem Aneinanderschliessen oder der Abtrennung der Secundären.
- α. Ist keine Abtrennung weder vom Hauptregenbogen, noch der Secundären untereinander vor-

handen, so sind die Tropfen grösser als 0.2 mm (Durchmesser); ist eine Abtrennung nur unter den Secundären, nicht aber des ersten Secundären vom Hauptregenbogen zu bemerken, so liegt die Tropfengrösse von 0.2 mm Durchmesser vor, wobei es vorkommen kann, dass ein schmaler, schwacher Streifen auch den ersten Secundären vom Hauptregenbogen zu trennen scheint; ist der erste Secundäre deutlich und voll vom Hauptregenbogen getrennt, so ist die Tropfengrösse kleiner als 0.2 mm (Durchmesser).

- β. Sind ohne jede Abtrennung mehr als fünf oder fünf Secundäre, ohne dass einer Weiss enthält, zu sehen, so liegt die Tropfengrösse von 1 mm Durchmesser vor. Die Secundären zeigen dann nur ein breiteres Violett (Rosa) und ein schmales, schwaches Blaugrün. (Siehe die Beobachtung von Hochmayr, Meteorolog. Zeitschrift, Bd. VII, S. 285.)

Bei weniger als fünf Secundären gelten die Kennzeichen unter *a*), α und β .

- γ. Ist der erste Secundäre deutlich und voll vom Hauptregenbogen getrennt und enthält er deutlich weisse Töne, so sind die Tropfen von der Grösse 0.08 — 0.10 mm im Durchmesser.
- δ. Ist im Hauptregenbogen deutlich ein weisser Streifen zu sehen, ohne dass man von einem eigentlichen weissen Regenbogen sprechen kann, so ist eine Tropfengrösse von etwa 0.06 mm Durchmesser vorhanden.

7 Ein echter weisser Regenbogen (Hauptregenbogen), bei welchem nur der äussere Rand gelblichorange, der innere bläulich gefärbt erscheint, zeigt eine Grösse der Tröpfchen von 0.05 mm Durchmesser oder noch kleinere Tröpfchen an. Eine nähere Bestimmung der Tropfengrösse bei den weissen Regenbögen ist nur auf Grund der Winkelmessung des äusseren und inneren Randes und, wenn Secundäre sichtbar sind, des äusseren Randes des ersten Secundären zu erreichen.

8. Der zweite Regenbogen hat im Hauptbogen (Nebenregenbogen) kein eigentliches echtes Roth. Er kann auch Secundäre aufweisen.

9. Die Descartes'sche Theorie der »wirksamen Strahlen« kann keine dieser Mannigfaltigkeiten erklären und die Secundären liegen ganz ausser ihrem Bereiche. Sie ermangelt jeder Übereinstimmung mit den Thatsachen und ist daher wesentlich unrichtig. Sie würde ganz zufällig stimmen für den einzigen unmöglichen Fall, dass die Tropfen eine Grösse von unendlichem Halbmesser haben. Diese Theorie muss daher vollständig verlassen werden.

Ich hoffe, anderwärts Gelegenheit zu haben, eine elementare Darstellung der Airy'schen Theorie zu geben, um die Ausscheidung der Descartes'schen Theorie aus den gewöhnlichen Lehrbüchern zu ermöglichen.

Anhang.

Tabelle I.

a) Θ im ersten Regenbogen (Θ_1).

	I.		II.		III.		IV.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
$a = 5 \mu$								
<i>B</i>	7°45'	17°50'	24°47'	31°11'	36°46'	42° 7'	47° 0'	51°45'
<i>C</i>	7 30	17 15	23 59	30 11	35 35	40 44	45 29	50 6
<i>D</i>	6 58	16 1	22 15	28 0	33 1	37 48	42 13	46 28
<i>E</i>	6 26	14 49	20 35	25 54	30 32	34 57	39 2	42 59
ξ	6 9	14 9	19 39	24 43	29 9	33 23	37 16	41 2
<i>F</i>	6 4	13 58	19 25	24 24	28 48	32 59	36 49	40 32
η	5 44	13 12	18 20	23 5	27 12	31 9	34 46	38 18
<i>G</i>	5 34	12 48	17 46	22 22	26 22	30 11	33 43	37 7
$a = 10 \mu$								
<i>B</i>	4°53'	11°14'	15°37'	19°39'	23°21'	26°32'	29°37'	32°36'
<i>C</i>	4 43	10 52	15 7	19 1	22 25	25 40	28 39	31 34
<i>D</i>	4 23	10 5	14 1	17 38	20 48	23 49	26 36	29 16
<i>E</i>	4 3	9 20	12 58	16 19	19 14	22 1	24 36	27 5
ξ	3 52	8 55	12 23	15 34	18 22	21 2	23 29	25 51
<i>F</i>	3 49	8 48	12 14	15 22	18 9	20 44	23 12	25 32
η ..	3 37	8 19	11 33	14 32	17 8	19 37	21 54	24 6
<i>G</i>	3 30	8 4	11 12	14 5	16 37	19 1	21 14	23 23
$a = 15 \mu$								
<i>B</i>	3°44'	8°35'	11°55'	15° 0'	17°41'	20°15'	22°36'	24°53'
<i>C</i>	3 36	8 18	11 32	14 31	17 6	19 36	21 53	24 6
<i>D</i> ..	3 21	7 42	10 42	13 28	15 53	18 11	20 18	22 21
<i>E</i>	3 6	7 8	9 54	12 27	14 41	16 49	18 46	20 40
ξ	2 57	6 47	9 27	11 53	14 1	16 3	17 55	19 44
<i>F</i> ..	2 55	6 43	9 20	11 44	13 51	15 52	17 43	19 30
η	2 45	6 21	8 49	11 5	13 5	14 59	16 43	18 25
<i>G</i>	2 41	6 9	8 33	10 45	12 41	14 31	16 13	17 51

	I.		II.		III.		IV.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
$a = 20 \mu$								
<i>B</i>	3° 5'	7° 5'	9°50'	12°23'	14°34'	16°43'	18°39'	20°33'
<i>C</i>	2 59	6 51	9 31	11 59	14 5	16 10	18 3	19 53
<i>D</i>	2 46	6 21	8 50	11 7	13 4	15 0	16 46	18 27
<i>E</i>	2 33	5 53	8 10	10 17	12 5	13 53	15 30	17 4
ξ	2 26	5 37	7 48	9 49	11 33	13 15	14 48	16 17
<i>F</i>	2 24	5 33	7 42	9 42	11 24	13 6	14 37	16 5
η	2 16	5 14	7 17	9 10	10 46	12 22	13 48	15 12
<i>G</i>	2 12	5 5	7 3	8 53	10 26	11 59	13 23	14 44
$a = 25 \mu$								
<i>B</i>	2°39'	6° 6'	8°29'	10°40'	12°34'	14°24'	16° 4'	17°42'
<i>C</i>	2 34	5 54	8 12	10 19	12 10	13 56	15 33	17 8
<i>D</i>	2 23	5 29	7 37	9 35	11 17	12 56	14 26	15 56
<i>E</i>	2 12	5 4	7 2	8 51	10 26	11 57	13 21	14 42
ξ ...	2 6	4 50	6 43	8 27	9 58	11 25	12 45	14 2
<i>F</i>	2 4	4 47	6 38	8 21	9 51	11 17	12 35	13 51
η	1 58	4 32	6 16	7 54	9 18	10 39	11 53	13 6
<i>G</i> ...	1 54	4 23	6 4	7 39	9 1	10 19	11 32	12 41
$a = 30 \mu$								
<i>B</i>	2°21'	5°24'	7°30'	9°27'	11° 8'	12°46'	14°14'	15°41'
<i>C</i>	2 16	5 14	7 16	9 9	10 47	12 20	13 47	15 11
<i>D</i>	2 7	4 51	6 44	8 29	10 0	11 27	12 47	14 5
<i>E</i>	1 57	4 29	6 14	7 51	9 15	10 35	11 50	13 1
ξ	1 52	4 17	5 57	7 29	8 49	10 7	11 18	12 26
<i>F</i>	1 50	4 14	5 53	7 24	8 43	10 0	11 9	12 17
η	1 44	4 0	5 33	7 0	8 14	9 26	10 32	11 36
<i>G</i>	1 41	3 53	5 23	6 47	7 59	9 9	10 13	11 15

	I.		II.		III.		IV.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
$a = 40 \mu$								
<i>B</i>	1°56'	4°27'	6°12'	7°48'	9°11'	10°32'	11°45'	12°56'
<i>C</i>	1 53	4 19	6 0	7 33	8 54	10 11	11 22	12 31
<i>D</i>	1 44	4 0	5 34	7 0	8 15	9 27	10 33	11 37
<i>E</i>	1 36	3 42	5 9	6 28	7 38	8 44	9 45	10 45
ξ	1 32	3 32	4 55	6 11	7 17	8 21	9 19	10 15
<i>F</i>	1 31	3 29	4 51	6 6	7 12	8 15	9 12	10 8
η	1 26	3 18	4 35	5 46	6 48	7 47	8 41	9 34
<i>G</i>	1 23	3 12	4 26	5 35	6 35	7 33	8 26	9 17
$a = 50 \mu$								
<i>B</i>	1°40'	3°50'	5°20'	6°42'	7°54'	9° 3'	10° 6'	11° 8'
<i>C</i>	1 37	3 42	5 9	6 29	7 39	8 45	9 47	10 46
<i>D</i>	1 30	3 27	4 47	6 1	7 6	8 8	9 5	9 59
<i>E</i>	1 23	3 11	4 25	5 34	6 34	7 31	8 23	9 14
ξ	1 19	3 2	4 13	5 19	6 16	7 11	8 1	8 49
<i>F</i>	1 18	3 0	4 10	5 15	6 11	7 5	7 55	8 43
η	1 14	2 50	3 56	4 58	5 51	6 42	7 29	8 14
<i>G</i>	1 12	2 45	3 49	4 49	5 40	6 29	7 15	7 59
$a = 100 \mu$								
<i>B</i>	1° 3'	2°25'	3°22'	4°14'	4°59'	5°43'	6°23'	7° 1'
<i>C</i>	1 1	2 21	3 16	4 6	4 50	5 32	6 10	6 48
<i>D</i>	0 56	2 11	3 1	3 48	4 29	5 8	5 44	6 18
<i>E</i>	0 52	2 1	2 48	3 31	4 9	4 45	5 18	5 50
ξ	0 50	1 55	2 40	3 21	3 57	4 32	5 3	5 34
<i>F</i>	0 49	1 54	2 38	3 19	3 55	4 29	5 0	5 30
η	0 47	1 48	2 29	3 8	3 41	4 14	4 43	5 12
<i>G</i>	0 45	1 44	2 25	3 2	3 35	4 6	4 34	5 2

	I.		II.		III.		IV.		V.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
$a = 150 \mu$										
<i>B</i> ..	0° 48'	1° 51'	2° 34'	3° 14'	3° 49'	4° 22'	4° 52'	5° 22'	5° 49'	6° 16'
<i>C</i> ..	0 47	1 47	2 29	3 8	3 41	4 13	4 43	5 11	5 38	6 4
<i>D</i> ..	0 43	1 39	2 18	2 54	3 25	3 55	4 22	4 49	5 14	5 37
<i>E</i> ..	0 40	1 32	2 8	2 41	3 10	3 37	4 3	4 27	4 50	5 12
ξ	0 38	1 28	2 2	2 34	3 1	3 27	3 52	4 15	4 37	4 58
<i>F</i> ..	0 38	1 27	2 1	2 32	2 59	3 25	3 49	4 12	4 34	4 54
η	0 36	1 22	1 54	2 23	2 49	3 14	3 36	3 58	4 18	4 38
<i>G</i>	0 35	1 20	1 51	2 19	2 44	3 8	3 30	3 51	4 11	4 30
$a = 250 \mu$										
<i>B</i> ...	0° 34'3	1° 19'	1° 50'	2° 18'	2° 43'	3° 6'	3° 28'	3° 49'	4° 9'	4° 27'
<i>C</i>	0 33·2	1 16	1 46	2 13	2 37	3 0	3 21	3 41	4 1	4 19
<i>D</i>	0 30·8	1 11	1 38	2 4	2 26	2 47	3 7	3 25	3 43	4 1
<i>E</i> ..	0 28·4	1 6	1 31	1 55	2 15	2 35	2 53	3 10	3 26	3 42
ξ ..	0 27·2	1 3	1 27	1 49	2 9	2 28	2 45	3 1	3 17	3 32
<i>F</i> ..	0 26·8	1 2	1 26	1 48	2 7	2 26	2 43	2 59	3 15	3 29
η ..	0 25·3	0 58	1 21	1 42	2 0	2 18	2 34	2 49	3 4	3 18
<i>G</i> ..	0 24·6	0 56	1 19	1 39	1 57	2 14	2 29	2 44	2 58	3 12

$\alpha = 500 \mu$.

	I.		II.		III.		IV.		V.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
B	0° 21'6	0° 49'7	1° 9'0	1° 26'9	1° 42'4	1° 57'3	2° 10'9	2° 24'2	2° 36'6	2° 48'8
C	0 20'9	0 48'1	1 6'8	1 24'0	1 39'1	1 53'5	2 6'7	2 19'5	2 31'5	2 43'4
D	0 19'4	0 44'6	1 2'0	1 18'0	1 31'9	1 45'3	1 57'5	2 9'4	2 20'5	2 31'5
E	0 17'9	0 41'2	0 57'3	1 12'1	1 25'0	1 37'4	1 48'7	1 59'7	2 10'0	2 20'2
F	0 17'1	0 39'4	0 54'7	1 8'8	1 21'1	1 32'9	1 43'7	1 54'2	2 4'1	2 13'8
G	0 16'9	0 38'9	0 54'1	1 8'0	1 20'2	1 31'8	1 42'5	1 52'9	2 2'6	2 12'2
H	0 16'0	0 36'8	0 51'1	1 4'2	1 15'8	1 26'7	1 36'8	1 46'6	1 55'8	2 4'9
I	0 15'5	0 35'6	0 49'5	1 2'3	1 13'5	1 24'1	1 33'9	1 43'5	1 52'3	2 1'1

$\alpha = 500 \mu$ (Fortsetzung)

	VI.		VII.		VIII.		IX.		X.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
B	3° 0'3	3° 11'8	3° 22'6	3° 33'3	3° 43'7	3° 53'8	4° 3'7	4° 13'5	4° 23'2	4° 32'7
C	2 54'5	3 5'5	3 15'9	3 26'4	3 36'4	3 46'2	3 55'8	4 5'3	4 14'6	4 23'8
D	2 41'9	2 52'1	3 1'8	3 11'5	3 20'8	3 29'9	3 38'8	3 47'5	3 56'2	4 4'8
E	2 29'7	2 39'2	2 48'2	2 57'1	3 5'7	3 14'2	3 22'4	3 30'5	3 38'6	3 46'4
F	2 22'9	2 31'9	2 40'5	2 49'1	2 57'3	3 5'3	3 13'2	3 20'9	3 28'6	3 36'1
G	2 21'2	2 30'1	2 38'6	2 47'1	2 55'2	3 3'1	3 10'9	3 18'5	3 26'1	3 33'6
H	2 13'4	2 21'8	2 29'8	2 37'8	2 45'5	2 53'0	3 0'3	3 7'5	3 14'7	3 21'7
I	2 9'4	2 17'5	2 25'3	2 33'1	2 40'5	2 47'8	2 54'9	3 1'9	3 8'8	3 15'6

$a = 1000 \mu$

	I.		II.		III.		IV.		V.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
B	0° 13'6	0° 31'3	0° 43'5	0° 54'7	1° 4'5	1° 13'9	1° 22'5	1° 30'8	1° 38'6	1° 46'3
C	0 13·2	0 30·3	0 42·1	0 52·9	1 2·4	1 11·5	1 19·8	1 27·9	1 35·4	1 42·9
D	0 12·2	0 28·1	0 39·0	0 49·1	0 57·9	1 6·3	1 14·0	1 21·5	1 28·5	1 35·4
E	0 11·3	0 26·0	0 36·1	0 45·4	0 53·6	1 1·3	1 8·5	1 15·4	1 21·9	1 28·2
F	0 10·8	0 24·8	0 34·4	0 43·3	0 51·1	0 58·5	1 5·3	1 11·9	1 18·1	1 24·2
F	0 10·7	0 24·5	0 34·1	0 42·8	0 50·5	0 57·9	1 4·6	1 11·1	1 17·2	1 23·3
U.	0 10·1	0 23·2	0 32·2	0 40·5	0 47·7	0 54·6	1 1·0	1 7·2	1 13·0	1 18·7
G	0 9·8	0 22·5	0 31·2	0 39·3	0 46·3	0 53·0	0 59·2	1 5·2	1 10·8	1 16·3

 $a = 1000 \mu$ (Fortsetzung)

	VI.		VII.		VIII.		IX.		X.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
B	1° 53'6	2° 0'7	2° 7'6	2° 14'4	2° 20'9	2° 27'3	2° 33'5	2° 39'7	2° 45'8	2° 51'8
C	1 49·9	1 56·9	2 3·5	2 10·1	2 16·4	2 22·6	2 28·6	2 34·5	2 40·4	2 46·2
D	1 42·0	1 48·4	1 54·5	2 0·6	2 6·5	2 12·2	2 17·8	2 23·3	2 28·8	2 34·2
E	1 34·3	1 40·2	1 45·9	1 51·6	1 57·0	2 2·3	2 7·5	2 12·5	2 17·6	2 22·6
F	1 30·0	1 35·6	1 41·0	1 46·4	1 51·6	1 56·7	2 1·6	2 6·5	2 11·3	2 16·0
F	1 29·0	1 34·6	1 40·0	1 45·3	1 50·4	1 55·4	2 0·2	2 5·1	2 9·8	2 14·5
U.	1 24·0	1 29·3	1 34·4	1 39·4	1 44·2	1 49·0	1 53·6	1 58·1	2 2·6	2 7·1
G	1 21·5	1 26·7	1 31·6	1 36·5	1 41·1	1 45·7	1 50·2	1 54·6	1 59·0	2 3·3

b) A im ersten Regenbogen (A_1).

	I.		II.---		III.---	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
$a = 5 \mu$						
<i>B</i>	34° 31'	24° 26'	17° 29'			
<i>C</i>	34 38	24 53	18 9			
<i>D</i>	34 54	25 51	19 37			
<i>E</i>	35 12	26 49	21 3			
ξ	35 11	27 11	21 41			
<i>F</i>	35 8	27 14	21 47			
η	35 10	27 42	22 34			
<i>G</i>	35 10	27 56	22 58			
$a = 10 \mu$						
<i>B</i>	37° 23'	30° 58'	26° 39'	22° 27'		
<i>C</i>	37 25	31 16	27 1	23 7		
<i>D</i>	37 29	31 47	27 51	24 14		
<i>E</i>	37 35	32 18	28 40	25 19		
ξ	37 28	32 25	28 57	25 46		
<i>F</i>	37 23	32 24	28 58	25 50		
η	37 17	32 35	29 21	26 22		
<i>G</i>	37 14	32 40	29 32	26 39		
$a = 15 \mu$						
<i>B</i>	38° 32'	33° 41'	30° 21'	27° 16'	24° 35'	22° 1'
<i>C</i>	38 32	33 50	30 36	27 37	25 2	22 32
<i>D</i>	38 31	34 10	31 10	28 24	25 59	23 41
<i>E</i>	38 32	34 30	31 44	29 11	26 57	24 59
ξ	38 23	34 33	31 53	29 29	27 19	25 17
<i>F</i>	38 17	34 29	31 52	29 28	27 21	25 20
η	38 9	34 33	32 5	29 49	27 49	25 55
<i>G</i>	38 3	34 35	32 11	29 39	28 8	26 13

	I.		II.		III.		IV.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
$a = 20 \mu$								
<i>B</i>	39°11'	35°11'	32°26'	29°53'	27°42'	25°33'	23°37'	21°43'
<i>C</i>	39 9	35 17	32 37	30 9	28 3	25 58	24 5	22 15
<i>D</i>	39 6	35 31	33 2	30 45	28 48	26 52	25 6	23 25
<i>E</i>	39 5	35 45	33 28	31 21	29 33	27 45	26 8	24 34
ξ	38 54	35 43	33 32	31 31	29 47	28 5	26 32	25 3
<i>F</i>	38 48	35 39	33 30	31 30	29 48	28 6	26 35	25 7
η.....	38 38	35 40	33 37	31 44	30 8	28 32	27 6	25 42
<i>G</i>	38 32	35 39	33 41	31 51	30 18	28 45	27 21	26 0
$a = 25 \mu$								
<i>B</i>	39°37'	36°10'	33°47'	31°36'	29°42'	27°52'	26°12'	24°34'
<i>C</i>	39 34	36 14	33 56	31 49	29 58	28 12	26 35	25 0
<i>D</i>	39 29	36 23	34 15	32 17	30 35	28 56	27 26	25 56
<i>E</i>	39 26	36 34	34 36	32 47	31 12	29 41	28 17	26 56
ξ	39 14	36 30	34 39	32 53	31 22	29 55	28 35	27 18
<i>F</i>	30 8	36 25	34 34	32 51	31 21	29 55	28 37	27 21
η.....	38 56	36 22	34 38	33 0	31 36	30 15	29 1	27 48
<i>G</i>	38 50	36 21	34 40	33 5	31 43	30 25	29 12	28 3
$a = 30 \mu$								
<i>B</i>	39°55'	36°52'	34°46'	32°49'	31° 8'	29°30'	28° 2'	26°35'
<i>C</i>	39 52	36 54	34 52	32 59	31 21	29 48	28 21	26 57
<i>D</i>	39 45	37 1	35 8	33 23	31 52	30 25	29 5	27 47
<i>E</i>	39 41	37 9	35 24	33 47	32 23	31 3	29 48	28 37
ξ	39 28	37 3	35 23	33 51	32 31	31 13	30 2	28 54
<i>F</i>	39 22	36 58	35 19	33 48	32 29	31 12	30 3	28 55
η.....	39 10	36 54	35 21	33 54	32 40	31 28	30 22	29 18
<i>G</i>	39 3	36 51	35 21	33 57	32 45	31 35	30 31	29 29

	I.		II.		III.		IV.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
$a = 40 \mu$								
<i>B</i>	40°20'	37°49'	36° 4'	34°28'	33° 5'	31°44'	30°31'	29°20'
<i>C</i>	40 15	37 49	36 8	34 35	33 14	31 57	30 46	29 37
<i>D</i>	40 8	37 52	36 18	34 52	33 37	32 25	31 19	30 15
<i>E</i>	40 2	37 56	36 29	35 10	34 0	32 54	31 53	30 53
ξ	39 58	37 48	36 25	35 9	34 3	32 59	32 1	31 5
<i>F</i>	39 41	37 43	36 21	35 6	34 0	32 57	32 0	31 4
η	39 28	37 36	36 19	35 8	34 6	33 7	32 13	31 20
<i>G</i>	39 21	37 32	36 18	35 9	34 9	33 11	32 18	31 27
$a = 50 \mu$								
<i>B</i>	40°36'	38°26'	36°56'	35°34'	34°22'	33°13'	32°10'	31° 8'
<i>C</i>	40 31	38 26	36 59	35 39	34 29	33 23	32 21	31 22
<i>D</i>	40 22	38 25	37 5	35 51	34 48	33 44	32 47	31 53
<i>E</i> ...	40 15	38 27	37 13	36 4	35 4	34 7	33 15	32 24
ξ	40 1	38 18	37 7	36 1	35 4	34 9	33 19	32 31
<i>F</i>	39 54	38 12	37 2	35 57	35 1	34 7	33 17	32 29
η	39 40	38 4	36 58	35 56	35 3	34 12	33 25	32 40
<i>G</i>	39 32	37 59	36 55	35 55	35 4	34 15	33 29	32 45
$a = 100 \mu$								
<i>B</i>	41°13'	39°51'	38°54'	38° 2'	37°17'	36°33'	35°53'	35°15'
<i>C</i>	41 7	39 47	38 52	38 2	37 18	36 36	35 58	35 20
<i>D</i>	40 56	39 41	38 51	38 4	37 23	36 44	36 8	35 34
<i>E</i>	40 46	39 37	38 50	38 7	37 29	36 53	36 20	35 48
ξ	40 30	39 25	38 40	38 9	37 23	36 48	36 17	35 46
<i>F</i>	40 23	39 18	38 34	37 53	37 17	36 43	36 12	35 42
η	40 7	39 6	38 25	37 46	37 13	36 40	36 11	35 42
<i>G</i>	39 59	39 0	38 19	37 42	37 9	36 38	36 10	35 42

	I.		II.		III.		IV.		V.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
$a = 150 \mu$										
<i>B</i>	41° 28'	40° 25'	39° 42'	39° 2'	38° 27'	37° 54'	37° 24'	36° 54'	36° 27'	36° 0'
<i>C</i>	41 21	40 21	39 39	39 0	38 27	37 55	37 25	36 57	36 30	36 4
<i>D</i>	41 9	40 13	39 34	38 58	38 27	37 57	37 30	37 3	36 38	36 15
<i>E</i>	40 58	40 6	39 30	38 57	38 28	38 1	37 35	37 11	36 48	36 26
ξ	40 42	39 52	39 18	38 46	38 19	37 53	37 28	37 5	36 43	36 22
<i>F</i>	40 34	39 45	39 11	38 40	38 13	37 47	37 23	37 0	36 38	36 18
η	40 18	39 32	39 0	38 31	38 5	37 40	37 18	36 56	36 36	36 16
<i>G</i>	40 9	39 24	38 53	38 25	38 0	37 36	37 14	36 53	36 31	36 14
$a = 250 \mu$										
<i>B</i>	41° 41'7	40° 57'	40° 26'	39° 58'	39° 33'	39° 10'	38° 48'	38° 27'	38° 7'	37° 29'
<i>C</i>	41 34·8	40 52	40 22	39 55	39 31	39 8	38 47	38 27	38 7	37 49
<i>D</i>	41 21·2	40 41	40 14	39 48	39 26	39 5	38 45	38 27	38 9	37 51
<i>E</i>	41 9·6	40 32	40 7	39 43	39 23	39 3	38 45	38 28	38 12	37 56
ξ	40 52·8	40 17	39 53	39 31	39 11	38 52	38 35	38 19	38 3	37 50
<i>F</i>	40 45·2	40 10	39 46	39 24	39 5	38 46	38 29	38 13	37 57	37 43
η	40 28·7	39 56	39 33	39 12	38 54	38 36	38 20	38 5	37 50	37 36
<i>G</i>	40 19·4	39 48	39 25	39 5	38 47	38 30	38 15	38 0	37 46	37 32

$\alpha = 500 \mu$

	I.		II.		III.		IV.		V.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
B	41° 54'·4	41° 26'·3	41° 7'·0	40° 49'·1	40° 33'·6	40° 18'·7	40° 5'·1	39° 51'·8	39° 39'·4	39° 27'·2
C	41 47·1	41 19·9	41 1·2	40 44·0	40 28·9	40 14·5	40 1·3	39 48·5	39 36·5	39 24·6
D	41 32·6	41 7·4	40 50·0	40 34·0	40 20·1	40 6·7	39 54·5	39 42·6	39 31·5	39 20·5
E	41 20·1	40 56·8	40 40·7	40 25·9	40 13·0	40 0·6	39 49·3	39 38·3	39 28·0	39 17·8
F	41 2·9	40 40·6	40 25·3	40 11·2	39 58·9	39 47·1	39 36·3	39 25·8	39 15·9	39 6·2
G	40 55·1	40 33·1	40 17·9	40 4·0	39 51·8	39 40·2	39 29·5	39 19·1	39 9·4	38 59·8
H	40 38·0	40 17·2	40 2·9	39 49·8	39 38·2	39 27·3	39 17·2	39 7·4	38 58·2	38 49·1
I	40 28·5	40 8·4	39 54·5	39 41·7	39 30·5	39 19·9	39 10·1	39 0·5	38 51·7	38 42·9

 $\alpha = 500 \mu$ (Fortsetzung)

	VI.		VII.		VIII.		IX.		X.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
B	39° 15'·7	39° 4'·3	38° 53'·4	38° 42'·7	38° 32'·3	38° 22'·2	38° 12'·3	38° 2'·5	37° 52'·8	37° 43'·3
C	39 13·5	39 2·5	38 52·1	38 41·6	38 31·6	38 21·8	38 12·2	38 2·7	37 53·4	37 44·2
D	39 10·1	38 59·9	38 50·2	38 40·5	38 31·2	38 22·1	38 13·2	38 4·5	37 55·8	37 47·2
E	39 8·3	38 58·8	38 49·8	38 40·9	38 32·3	38 23·8	38 15·6	38 7·5	37 59·4	37 51·6
F	38 57·1	38 48·1	38 39·5	38 30·9	38 22·7	38 14·7	38 6·8	37 59·1	37 51·4	37 43·9
G	38 50·8	38 41·9	38 33·4	38 24·9	38 16·8	38 8·9	38 1·1	37 53·5	37 45·9	37 38·4
H	38 40·6	38 32·2	38 24·2	38 16·2	38 8·5	38 1·0	37 53·7	37 46·5	37 39·3	37 32·3
I	38 34·6	38 26·5	38 18·7	38 10·9	38 3·5	37 56·2	37 49·1	37 42·1	37 35·2	37 28·4

$a = 1000 \mu$

	I.		II.		III.		IV.		V.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
<i>B</i>	42° 2'4	41° 44'7	41° 32'5	41° 21'3	41° 11'5	41° 2'1	40° 53'5	40° 45'2	40° 37'4	40° 29'7
<i>C</i>	41 54·8	41 37·7	41 25·9	41 15·1	41 5·6	40 56·5	40 48·2	40 40·1	40 32·6	40 25·1
<i>D</i>	41 39·8	41 23·9	41 13·0	41 2·9	40 54·1	40 45·7	40 38·0	40 30·5	40 23·5	40 16·6
<i>E</i>	41 26·7	41 12·0	41 1·9	40 52·6	40 44·4	40 36·7	40 29·5	40 22·6	40 16·1	40 9·8
<i>r</i>	41 9·2	40 55·2	40 45·6	40 36·7	40 28·9	40 21·5	40 14·7	40 8·1	40 1·9	39 55·8
<i>F</i>	41 1·3	40 47·5	40 37·9	40 29·2	40 21·5	40 14·1	40 7·4	40 0·9	39 54·8	39 48·7
<i>η</i>	40 43·9	40 30·8	40 21·8	40 13·5	40 6·3	39 59·4	39 53·0	39 46·8	39 41·0	39 35·3
<i>G</i>	40 34·2	40 21·5	40 12·8	40 4·7	39 57·7	39 51·0	39 44·8	39 38·8	39 33·2	39 27·7

 $a = 1000 \mu$ (Fortsetzung)

	VI.		VII.		VIII.		IX.		X.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
<i>B</i>	40° 22'4	40° 15'3	40° 8'4	40° 1'6	39° 55'1	39° 48'7	39° 42'5	39° 36'3	39° 30'2	39° 24'2
<i>C</i>	40 18·1	40 11·1	40 4·5	39 57·9	39 51·6	39 45·4	39 39·4	39 33·5	39 27·6	39 21·8
<i>D</i>	40 10·0	40 3·6	39 57·5	39 51·4	39 45·5	39 39·8	39 34·2	39 28·7	39 23·2	39 17·8
<i>E</i>	40 3·7	39 57·8	39 52·1	39 46·4	39 41·0	39 35·7	39 30·5	39 25·5	39 20·4	39 15·4
<i>r</i>	39 50·0	39 44·4	39 39·0	39 33·6	39 28·4	39 23·3	39 18·4	39 13·5	39 8·7	39 4·0
<i>F</i>	39 43·0	39 37·4	39 32·0	39 26·7	39 21·6	39 16·6	39 11·8	39 6·9	39 2·2	38 57·5
<i>η</i>	39 30·0	39 24·7	39 19·6	39 14·6	39 9·8	39 5·0	39 0·4	38 55·9	38 51·4	38 46·9
<i>G</i>	39 22·5	39 17·3	39 12·4	39 7·5	39 2·9	38 58·3	38 53·8	38 49·4	38 45·0	38 40·7

Tabelle II.

a) Θ im zweiten Regenbogen (Θ_2).

	$a = 15 \mu$		$a = 20 \mu$		$a = 30 \mu$	
	I.		I.		I.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
<i>B</i>	6° 40'	15° 20'	5° 30'	12° 39'	4° 12'	9° 39'
<i>C</i>	6 26	14 49	5 20	12 14	4 3	9 21
<i>D</i>	5 59	14 1	4 56	11 20	3 47	8 40
<i>E</i>	5 32	12 44	4 33	10 30	3 29	8 0
ξ	5 16	12 7	4 21	10 2	3 20	7 39
<i>F</i>	5 13	12 0	4 17	9 55	3 16	7 34
η	4 55	11 20	4 3	9 21	3 6	7 9
<i>G</i>	4 48	10 59	3 56	9 5	3 0	6 56

	$a = 40 \mu$		$a = 50 \mu$		$a = 100 \mu$			
	I.		I.		I.		II.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
<i>B</i>	3°27'	7°57'	2°59'	6°51'	1°52'	4°19'	6° 1'	7°34'
<i>C</i>	3 22	7 43	2 53	6 36	1 49	4 12	5 50	7 19
<i>D</i>	3 6	7 9	2 41	6 10	1 41	3 54	5 23	6 47
<i>E</i>	2 51	6 36	2 28	5 41	1 33	3 36	5 0	6 17
ξ	2 44	6 19	2 21	5 25	1 29	3 26	4 46	5 59
<i>F</i>	2 42	6 13	2 19	5 21	1 28	3 24	4 42	5 55
η ..	2 34	5 54	2 12	5 4	1 24	3 12	4 26	5 36
<i>G</i>	2 28	5 43	2 9	4 55	1 22	3 6	4 19	5 25

	$a = 250 \mu$					
	I.		II.		III.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
<i>B</i>	1° 1'	2° 20'	3° 15'	4° 6'	4° 51'	5° 32'
<i>C</i>	0 59	2 16	3 9	3 57	4 41	5 21
<i>D</i>	0 55	2 7	2 55	3 41	4 21	4 58
<i>E</i>	0 51	1 58	2 43	3 25	4 1	4 37
ξ	0 49	1 52	2 35	3 15	3 50	4 24
<i>F</i>	0 48	1 51	2 34	3 13	3 47	4 21
η	0 45	1 44	2 25	3 2	3 34	4 6
<i>G</i>	0 44	1 40	2 21	2 57	3 29	4 1

	I.		II.		III.		IV.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
$a = 500 \mu$								
<i>B</i>	0°38'5	1°29'	2° 3'	2°35'	3° 2'	3°29'	3°54'	4°17'
<i>C</i>	37·3	1 26	1 59	2 30	2 57	3 22	3 47	4 9
<i>D</i>	34·6	1 20	1 50	2 19	2 44	3 8	3 31	3 51
<i>E</i>	32·0	1 14	1 42	2 9	2 32	2 54	3 15	3 35
ξ	30·5	1 10	1 38	2 3	2 25	2 46	3 6	3 24
<i>F</i>	30·2	1 9	1 37	2 1	2 23	2 44	3 4	3 22
η	28·6	1 6	1 31	1 55	2 15	2 35	2 53	3 10
<i>G</i>	27·7	1 4	1 28	1 51	2 11	2 30	2 48	3 4
$a = 1000 \mu$								
<i>B</i>	0°24'3	0°55'9	1°18'	1°38'	1°55'	2°12'	2°27'	2°42'
<i>C</i>	23·6	54·1	1 15	1 35	1 51	2 8	2 22	2 37
<i>D</i>	21·8	50·2	1 10	1 28	1 43	1 58	2 12	2 26
<i>E</i>	20·2	46·5	1 5	1 21	1 36	1 49	2 2	2 15
ξ	19·3	44·3	1 1	1 17	1 31	1 44	1 57	2 9
<i>F</i>	19·1	43·8	1 1	1 16	1 30	1 43	1 55	2 7
η	18·1	41·4	0 58	1 12	1 25	1 37	1 50	2 0
<i>G</i>	17·5	40·1	56	1 10	1 23	1 35	1 46	1 56

b) A im zweiten Regenbogen (A_2).

	$a = 15 \mu$		$a = 20 \mu$		$a = 30 \mu$	
	I.		I.		I.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
<i>B</i>	57° 2'	65° 42'	55° 52'	62° 59'	45° 34'	60° 1'
<i>C</i>	57 14	65 37	56 8	63 2	54 51	60 9
<i>D</i>	57 17	65 19	56 14	62 38	55 5	59 58
<i>E</i>	57 14	64 26	56 15	62 12	55 11	59 42
ξ	57 30	64 21	56 35	62 16	55 34	59 53
<i>F</i>	57 37	64 24	56 41	62 19	55 40	59 58
η	57 55	64 20	57 3	62 21	56 6	60 9
<i>G</i>	58 12	64 23	57 20	62 29	56 24	60 20

	$a = 40 \mu$		$a = 50 \mu$		$a = 100 \mu$			
	I.		I.		I.		II.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
<i>B</i>	53°47'	58°19'	53°21'	57°13'	52°14'	54°41'	56°23'	57°56'
<i>C</i>	54 8	58 31	53 41	57 24	52 37	55 0	56 38	58 6
<i>D</i>	54 24	58 27	53 59	57 28	52 59	55 12	56 41	58 5
<i>E</i>	54 33	58 18	54 10	57 23	53 15	55 18	56 42	57 59
ξ	54 58	58 33	54 35	57 39	53 43	55 40	57 0	58 13
<i>F</i>	55 6	58 37	54 43	57 45	53 52	55 48	57 6	58 19
η	55 34	58 54	55 12	58 4	54 24	56 12	57 26	58 36
<i>G</i>	55 52	59 7	55 33	58 19	54 46	56 30	57 43	58 49

	$a = 250 \mu$					
	I.		II.		III.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
<i>B</i>	51° 23'	52° 42'	53° 37'	54° 28'	55° 13'	55° 54'
<i>C</i>	51 47	53 4	53 57	54 45	55 29	56 9
<i>D</i>	52 13	53 25	54 13	54 59	55 39	56 16
<i>E</i>	52 33	53 40	54 25	55 7	55 43	56 19
ξ	53 3	54 6	54 49	55 29	56 4	56 38
<i>F</i>	53 12	54 15	54 58	55 37	56 11	56 45
η	53 45	54 44	55 25	56 2	56 34	57 6
<i>G</i>	54 6	55 4	55 45	56 21	56 53	57 25

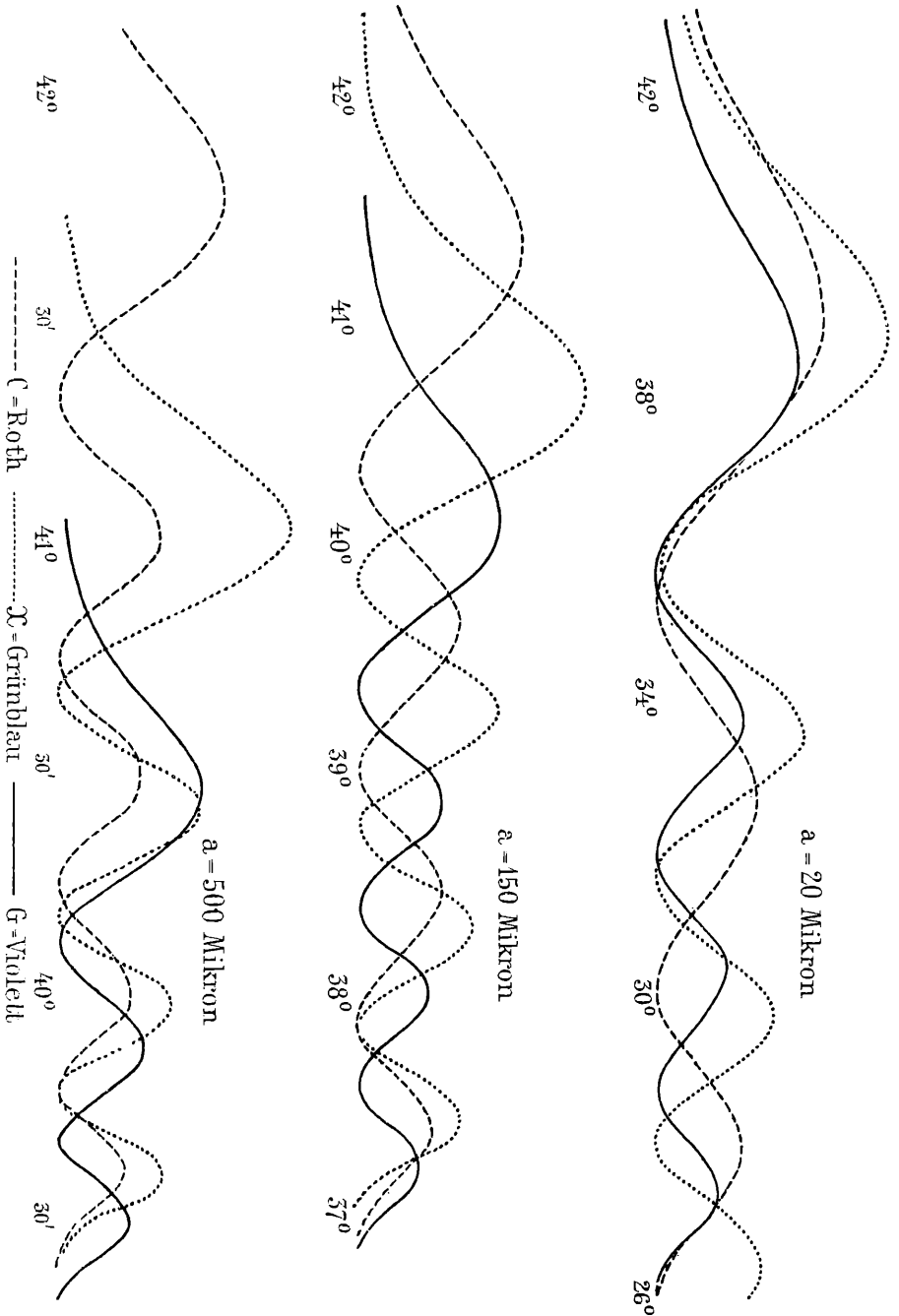
	I.		II.		III.		IV.	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
$a = 500 \mu$								
<i>B</i>	51° 0'6	51°51'	52°25'	52°57'	53°24'	53°51'	54°16'	54°39'
<i>C</i>	51 25·3	52 14	52 47	53 18	53 45	54 10	54 35	54 57
<i>D</i>	51 52·6	52 38	53 8	53 37	54 2	54 26	54 49	55 9
<i>E</i>	52 14·0	52 56	53 24	53 51	54 14	54 36	54 57	55 17
ξ	52 44·5	53 24	53 52	54 17	54 39	55 0	55 20	55 38
<i>F</i>	52 54·2	53 34	54 1	54 25	54 47	55 8	55 28	55 46
η	53 28·6	54 6	54 31	54 55	55 15	55 35	55 53	56 10
<i>G</i>	53 51·7	54 28	54 52	55 15	55 35	55 54	56 12	56 28
$a = 1000 \mu$								
<i>B</i>	50°46'3	51°17'9	51°40'	52° 0'	52°18'	52°34'	52°49'	53° 4'
<i>C</i>	51 11·6	51 42·1	52 3	52 23	52 39	52 56	53 10	53 25
<i>D</i>	51 39·8	52 8·2	52 28	52 46	53 1	53 16	53 30	53 44
<i>E</i>	52 2·2	52 28·5	52 47	53 3	53 18	53 31	53 44	53 57
ξ	52 33·3	52 58·3	53 15	53 31	53 45	53 58	54 11	54 23
<i>F</i>	52 43·1	53 7·8	53 25	53 40	53 54	54 7	54 19	54 31
η	53 18·1	53 41·4	53 58	54 12	54 25	54 37	54 50	55 0
<i>G</i>	53 41·1	54 4·1	54 20	54 34	54 47	54 59	55 10	55 20

Tabelle III.

Die relative Intensität der Farben von 0·2 zu 0·2z.

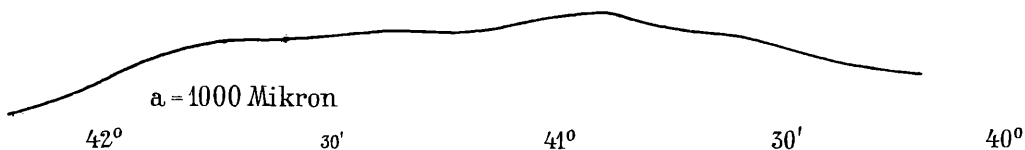
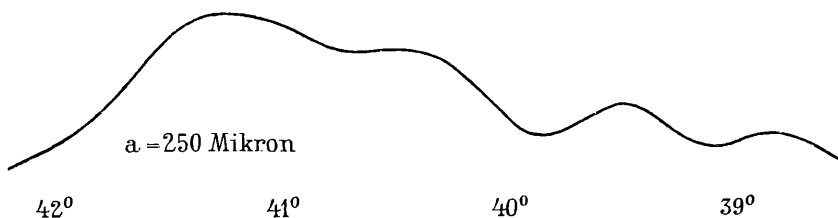
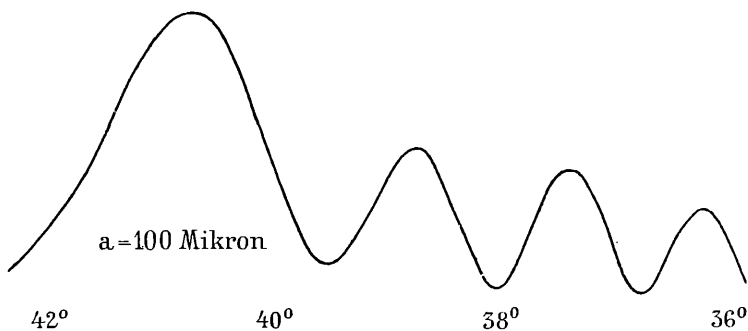
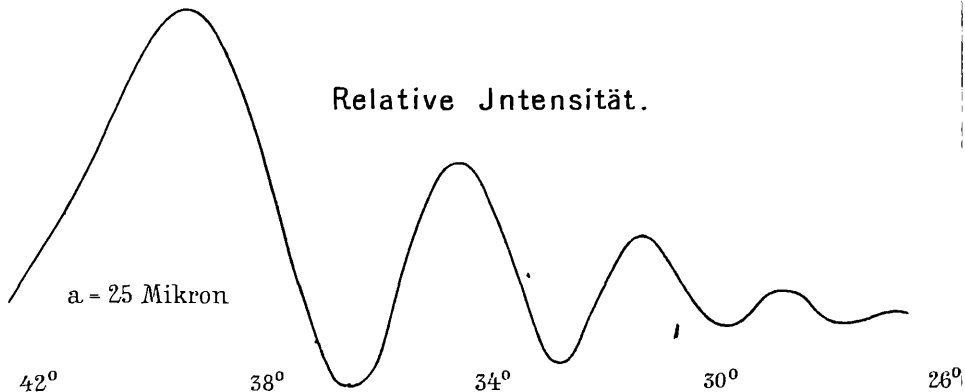
	B	C	D	E	ζ	F	η	G	
-2·0	0·1	0·5	1·5	0·9	0·7	0·9	1·0	0·4	
-1·8	0·2	0·9	2·7	1·7	1·3	1·5	1·8	0·8	
-1·6	0·4	1·5	4·5	2·7	2·2	2·4	2·9	1·3	
-1·4	0·6	2·6	7·5	4·6	3·6	4·0	4·9	2·2	
-1·2	1·0	4·1	12·0	7·3	5·8	6·4	7·8	3·6	
-1·0	1·5	6·4	18·5	11·2	9·0	9·9	12·1	5·5	
-0·8	2·3	9·7	28·2	17·2	13·7	15·0	18·4	8·4	
-0·6	3·3	14·4	41·7	25·4	20·2	22·4	27·2	12·4	
-0·4	4·8	20·6	59·7	36·3	28·9	32·0	39·0	17·7	
-0·2	6·6	28·5	82·7	50·3	40·1	44·4	54·0	24·5	
+0·0	8·9	38·1	110·7	67·3	53·6	59·3	72·2	32·8	
0·2	11·4	49·1	142·7	86·8	69·1	76·5	93·1	42·3	
0·4	14·1	60·7	176·5	107·3	85·4	94·6	115·1	52·2	
0·6	16·7	71·9	209·0	127·1	101·2	112·0	136·3	61·9	
0·8	18·8	80·9	235·2	143·0	113·9	126·1	153·4	69·6	
1·0	20·0	86·0	250·0	152·0	121·0	134·0	163·0	74·0	. I. Max.
1·2	19·9	85·7	249·0	151·4	120·5	133·5	162·4	73·7	
1·4	18·3	78·6	228·5	138·9	110·6	122·5	149·0	67·6	
1·6	15·2	65·2	189·5	115·2	91·7	101·6	123·5	56·1	
1·8	10·9	46·9	136·7	83·1	66·2	73·3	89·1	40·5	
2·0	6·4	27·4	79·7	48·5	38·6	41·4	51·9	23·6	
2·2	2·4	10·4	30·2	18·4	14·6	16·2	19·7	9·0	
2·4	0·3	1·2	3·5	2·1	1·7	1·9	2·3	1·0	. I. Min.
2·6	0·3	1·4	4·0	2·4	1·9	2·1	2·6	1·2	
2·8	2·6	11·3	32·7	19·9	15·9	17·6	21·4	9·7	
3·0	6·3	27·3	79·2	48·2	38·4	42·5	51·7	23·5	
3·2	10·0	43·2	125·5	76·2	60·7	67·3	81·8	37·1	
3·4	12·2	52·4	152·2	92·6	73·7	81·6	99·2	45·1	. II. Max.
3·6	11·7	50·4	146·5	89·1	70·9	78·5	95·5	43·4	
3·8	8·7	37·5	109·0	66·3	52·8	58·4	71·1	32·3	
4·0	4·5	19·3	56·2	34·2	27·2	30·1	36·7	16·6	

	B	C	D	E	ε	F	η	G	
4·2	1·0	4·4	12·7	7·8	6·2	6·8	8·3	3·8	
4·4	0·1	0·3	0·7	0·5	0·4	0·4	0·5	0·2	. 2. Min.
4·6	2·1	8·9	26·0	15·8	12·6	13·9	16·9	7·7	
4·8	5·9	25·5	74·2	45·1	35·9	39·8	48·4	22·0	
5·0	9·3	40·0	116·2	70·7	56·3	62·3	75·8	34·4	. III. Max.
5·2	10·0	43·2	125·5	76·3	60·7	67·3	81·8	37·1	
5·4	7·6	32·5	94·5	57·5	45·7	50·7	61·6	28·0	
5·6	3·4	14·8	43·0	26·1	20·8	22·9	28·0	12·7	
5·8	0·3	1·2	3·5	2·1	1·7	1·9	2·3	1·0	. 3. Min.
6·0	0·4	1·9	5·5	3·3	2·7	2·9	3·6	1·6	
6·2	3·5	15·0	43·5	26·4	21·1	23·3	28·4	12·9	
6·4	7·4	31·8	92·5	56·2	44·8	49·6	60·3	27·4	
6·6	9·0	38·7	112·5	68·4	54·4	60·3	73·3	33·3	. IV. Max.
6·8	7·1	30·4	88·2	53·7	42·7	47·3	57·5	26·1	
7·0	2·8	12·1	35·2	21·4	17·6	18·9	23·0	10·4	
7·2	0·2	0·9	2·5	1·5	1·2	1·3	1·6	0·7	4. Min.
7·4	0·9	4·0	9·5	7·0	5·6	6·2	7·5	3·4	
7·6	4·6	19·8	57·5	35·0	27·8	30·8	37·5	17·0	
7·8	7·9	33·9	98·5	60·0	47·7	52·8	64·2	29·2	. V. Max.
8·0	7·3	31·2	90·7	55·2	43·9	48·6	59·2	26·9	
8·2	3·0	12·0	37·5	22·8	18·1	20·1	24·4	11·1	
8·4	0·2	0·9	2·5	1·5	1·2	1·3	1·6	0·7	. 5. Min.
8·6	0·8	3·3	9·5	5·8	4·6	5·1	6·2	2·8	
8·8	3·8	16·3	47·2	28·7	22·9	25·3	30·8	14·0	
9·0	7·5	32·1	93·2	56·7	45·1	50·0	60·8	27·6	. VI. Max.
9·2	6·4	27·5	80·0	48·6	38·7	42·9	52·2	23·7	
9·4	2·0	8·6	25·0	15·2	12·1	13·4	16·3	7·4	
9·6	0·0	0·1	0·2	0·1	0·1	0·1	0·2	0·1	. . 6. Min.
9·8	1·1	4·6	13·5	8·2	6·5	7·2	8·8	4·0	
10·0	4·8	20·6	60·0	36·5	29·0	32·2	39·1	17·8	
10·2	7·2	31·0	90·0	54·7	43·6	48·2	58·7	26·6	. VII. Max.
10·4	4·4	18·9	55·0	33·4	26·6	29·5	35·9	16·3	
10·6	0·4	1·9	5·5	3·3	2·7	2·9	3·6	1·6	. 7. Min.
10·8	0·3	1·1	3·2	2·0	1·6	1·7	2·1	1·0	

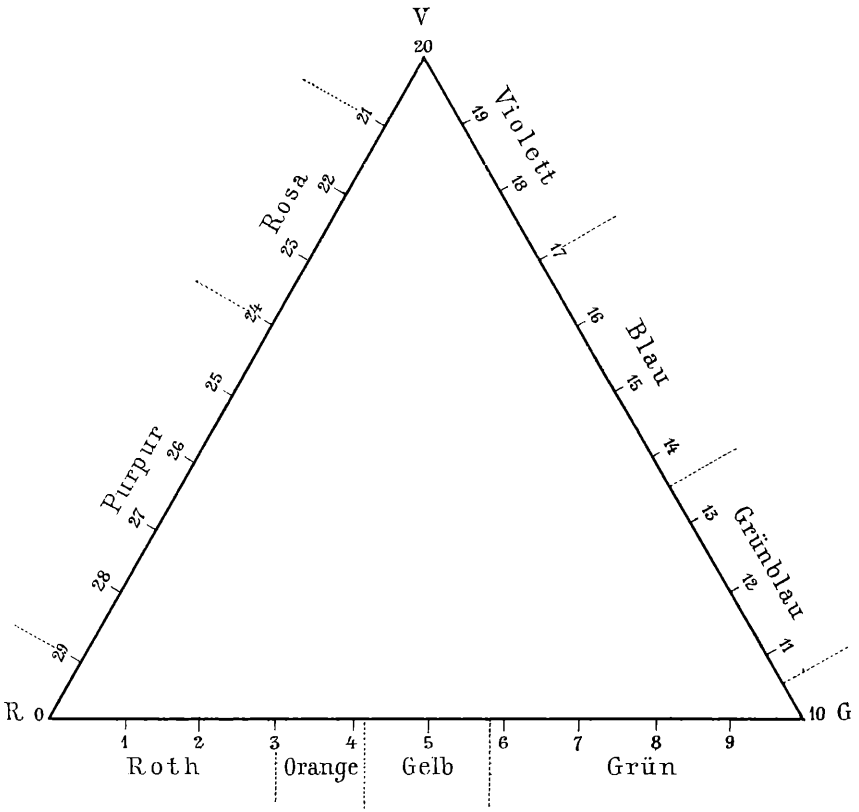




Relative Intensität.



1



Farben - Dreieck .

	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	ξ	<i>F</i>	<i>G</i>	η	
11·0	3·4	14·6	42·5	25·8	20·6	22·8	27·7	12·6	
11·2	6·8	29·1	84·5	51·4	41·0	45·3	55·1	25·0	.. VIII. Max.
11·4	5·4	23·2	67·5	41·0	32·7	36·2	44·0	20·0	
11·6	1·0	4·3	12·5	7·6	6·0	6·7	8·1	3·7	..8. Min.
11·8	0·1	0·3	1·0	0·6	0·4	0·5	0·7	0·3	
12·0	2·8	12·0	35·0	21·3	16·9	18·8	22·8	10·4	
12·2	6·4	27·5	80·0	48·6	38·7	42·9	52·2	23·7	..IX. Max.
12·4	5·1	22·0	64·0	38·9	31·0	34·3	41·7	18·9	
12·6	0·9	3·9	11·2	6·8	5·4	6·0	7·3	3·3	..9. Min.
12·8	0·1	0·5	1·5	0·9	0·7	0·8	1·0	0·4	
13·0	2·7	11·7	34·0	20·7	16·5	18·2	22·2	10·1	
13·2	6·3	27·0	78·5	47·7	38·0	42·1	51·2	23·2	..X. Max.
13·4	4·0	17·4	50·5	30·7	24·4	27·1	32·9	14·9	
13·6	0·3	1·1	3·2	2·0	1·6	1·7	2·1	1·0	.. 10. Min.