©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Ein Phasenmessinstrument für Wechselströme

von

Dr. **Josef Tuma,**

Privatdocent an der k. k. Universität in Wien.

Ausgeführt im physikalischen Cabinet der k. k. Universität in Wien.

(Mit 3 Textfiguren.)

Unter verschiedenen Methoden, welche eine physikalische Grösse zu messen gestatten, ist immer jene die beste, welche die gesuchte Bestimmung am directesten liefert. Eine oft gebrauchte Grösse, bezüglich welcher man von einer directen Messung noch recht weit entfernt ist, ist die Phasendifferenz zwischen zwei Wechselströmen von gleicher Periode. Bis in die letzte Zeit benöthigte man drei Ablesungen zu ihrer Bestimmung, und erst jetzt ist es gelungen, sie mit einer Einstellung und nachheriger Ablesung zu finden.

Um nur einige Methoden, welche bisher zur Anwendung kamen, in dieser Hinsicht zu betrachten, sei hervorgehoben, dass nach der alten Drei Voltmeter-Methode durch Messung dreier Spannungen, nach einer neueren, sehr schönen, von Puluj[1] vorgeschlagenen Methode durch Ausmessung von Lissajon'schen Figuren, die von unter dem Einflusse der zwei Wechselströme schwingenden Spiegeln erzeugt werden, die Phasenverschiebung bestimmt werden kann.

Ebenso sind drei Ablesungen und noch eine Berechnung bei Anwendung einer kürzlich von Lord Rayleigh[2]

---

[1] Diese Sitzungsber., 1893, S. 801.

[2] Philosophical Magazine, 1897, No. 264.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

angegebenen Methode erforderlich. Dolivo Dobrowolsky[1] publicirte ein sogenanntes Phasenmeter, doch misst dasselbe gar nicht die Phasenverschiebung zweier Wechselströme, sondern nur das Product $J \sin \varphi$, wobei φ die Phasenverschiebung speciell zwischen Stromstärke und Spannung ist. Die Phasenverschiebung wird direct bestimmt mittelst eines von Hartmann und Braun[2] patentirten Apparates, welcher insoferne eine Vervollkommnung darstellt, als behufs der Messung nur eine Einstellung und hierauf die Ablesung des Verschiebungswinkels erforderlich ist. Jedoch scheint mir der Apparat so complicirt — es ist ein Wechselstrommotor dabei — dass eine einfachere Anordnung wohl wünschenswerth sein dürfte.

Eine solche will ich im Folgenden beschreiben. Dabei ist zur Messung eine Abgleichung zweier Ströme erforderlich, was einer Einstellung gleichkommt, und dann kann die Phasenverschiebung als Winkel direct oder der Cosinus derselben abgelesen werden.[3]

Theorie.

Zwei kreisförmige Spulen A und B bilden mit einander einen rechten Winkel. Jede ist von einem der Wechselströme, deren Phasenverschiebung φ gemessen werden soll, durchflossen. Es sei der eine $J_1 \sin \alpha t$, der andere $J_2 \sin (\alpha t + \varphi)$. Der erste erzeuge ein magnetisches Feld $c_1 J_1 \sin \alpha t$, der zweite $c_2 J_2 \sin (\alpha t + \varphi)$. Ausserdem werde vorläufig noch das Vorhandensein der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus H berücksichtigt und nehmen wir der Einfachheit halber an, dass die Spule A, in welcher der Strom $J_1 \sin \alpha t$ fliesst, senkrecht zum magnetischen Meridian stehe. Ferner befinde sich in dem

[1] E. T. Z. 1894, Heft 25.
D. R. P. Kl. 21, H. 18287.

[3] Gerade als ich diese Abhandlung der Akademie überreichen wollte, wurde mir ein Buch von Rossi: »Sulla misura delle differenze di fase« übermittelt, einer von der lombardischen Akademie preisgekrönten Arbeit, welche eine sehr dankenswerthe Zusammenstellung aller Methoden zur Bestimmung von Phasendifferenzen enthält. Der Verfasser gibt auch einen neuen von ihm construirten Apparat an, der thatsächlich einen Fortschritt bedeutet. Doch halte ich meine hier angegebene Vorrichtung für einfacher.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Centrum der beiden Spulen eine kleine Nadel n aus weichem Eisen, an einem Coconfaden aufgehangen. Diese Nadel schliesse mit der zur Spule A Normalen einen Winkel ψ ein. Es ist dann die Stärke des Feldes in der Richtung der Nadel

$$(c_1 J_1 \sin \alpha t + H) \cos \psi + c_2 J_2 \sin (\alpha t + \varphi) \sin \psi$$

und das inducirte magnetische Moment der Nadel

$$M = \mu[(c_1 J_1 \sin \alpha t + H) \cos \psi + c_2 J_2 \sin (\alpha t + \varphi) \sin \psi).$$

Bezeichnen wir mit D_1, D_2 und D_R das von der Spule A und B herrührende und das resultirende Drehmoment, so dass $D_R = D_1 + D_2$ ist, und bestimmen wir

$$\bar{D}_R = \frac{1}{T} \int_0^T (D_1 + D_2) . dt,$$

also

$$\bar{D}_R = \bar{D}_1 + \bar{D}_2.$$

Da

$$D_1 = (c_1 J_1 \sin \alpha t + H) \mu[(c_1 J_1 \sin \alpha t + H) \cos \psi + \\ + c_2 J_2 \sin (\alpha t + \varphi) \sin \psi]$$

$$D_2 = c_2 J_2 \sin (\alpha t + \varphi) \mu[(c_1 J_1 \sin \alpha t + H) \cos \psi + \\ + c_2 J_2 \sin (\alpha t + \varphi) \sin \psi],$$

findet man

$$\bar{D}_1 = \frac{\mu}{2} [(c_1^2 J_1^2 + 2 H^2) \sin \psi \cos \psi + c_1 c_2 J_1 J_2 \sin^2 \psi \cos \varphi]$$

$$\bar{D}_2 = -\frac{\mu}{2} [c_1 c_2 J_1 J_2 \cos \varphi \cos^2 \psi + c_2^2 J_2^2 \sin \psi \cos \psi]$$

Also:

$$\bar{D}_R = \mu[(c_1^2 J_1^2 - c_2^2 J_2^2 + 2 H^2) \sin 2\psi - 2 c_1 c_2 J_1 J_2 \cos \varphi \cos 2\psi].$$

Ist die Nadel stark gedämpft — ich habe eine Öldämpfung angewandt —, so stellt sie sich in die Richtung ein, für welche $\bar{D}_R = 0$ ist.

Man findet also für diese Richtung:

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2 c_1 c_2 J_1 J_2 \cos \varphi}{c_1^2 J_1^2 - c_2^2 J_2^2 + 2 H^2}.$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Machen wir noch $J_1 = J_2$, so wird

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2\,\frac{c_1}{c_2}\cos\varphi}{\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 - 1 + \frac{2H^2}{c_2^2 J^2}},$$

woraus sich ergibt, dass, wenn $\frac{2H^2}{c_2^2 J^2}$ verhältnissmässig klein gegen $\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 - 1$ gemacht wird, man mit genügender Annäherung erhält:

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2\,\frac{c_1}{c_2}\cos\varphi}{\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 - 1}.$$

Diese Bedingung wird leicht erfüllt, wenn man die Spulen so wickelt, dass

$$\frac{2\,\frac{c_1}{c_2}}{\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 - 1} = 1$$

ist.

Es ist dann $\frac{c_1}{c_2} = 2 \cdot 4142$, und es wird

$$\cos\varphi = \operatorname{tg} 2\psi.$$

Versuchsanordnung.

Zwei Spulen A und B (Fig. 1) von circa 15·5 *cm* und 18 *cm* mittlerem Durchmesser und 3 *cm* Breite wurden auf einem mit drei Stellschrauben horizontal zu stellenden Brette derart befestigt, dass die weitere Spule vollkommen fixirt wurde, die engere aber um eine verticale Axe, welche in der Mittelebene der ersteren lag, um einen kleinen Winkel drehbar und durch entsprechende Schrauben fixirbar war. Die Spulen wurden beide mit einem 1 *mm* dicken, doppelt umsponnenen Kupferdrahte bewickelt, wobei das Verhältniss der Windungen so gewählt wurde, dass die Rechnung für gleiche Stromstärken in beiden Spulen magnetische Felder im Verhältniss 2·4142 erwarten liess.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Um diese zu vergleichen, wurde hierauf eine kleine Nadel aus weichstem, gut ausgeglühtem Eisendraht an einem Coconfaden in der Mitte der Spulen aufgehangen und bei verschiedenen Stromstärken die Schwingungsdauer bestimmt. Es ergab sich, dass die Schwingungszeiten der Theorie ent-

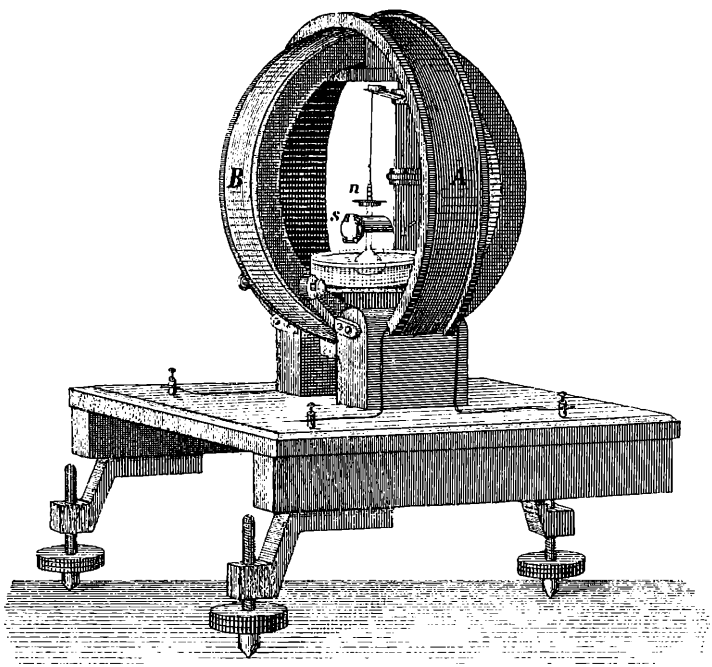

Fig. 1.

sprechend der ersten Potenz der Stromstärken vollkommen proportional waren, und wurde das gesuchte Verhältniss $\frac{c_1}{c_2}$ gleich $2 \cdot 412$, also um nur $0 \cdot 08\,\%$ von dem geforderten Werthe verschieden gefunden. Nachdem diese Bestimmung gemacht war, wurden die magnetischen Axen der Spulen auf einander senkrecht gestellt, indem der ganze Apparat auf ein Stativ gebracht wurde, das ein um eine genau vertical stellbare Axe drehbares Brett trug. Mit Hilfe eines ebenfalls auf das Stativ gestellten, rechtwinkeligen Prismas, in dessen Kathetenflächen

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

die Spiegelbilder einer Lichtquelle beobachtet wurden, konnte eine Drehung des Stativs um genau 90° bewerkstelligt werden. Im Centrum der Spulen befand sich eine mit Spiegel versehene, permanent magnetisirte Stahlnadel. Es wurde zuerst das Stativ so gedreht, dass bei Stromdurchgang in entsprechender Richtung durch die fixe Spule eine Ablenkung mittelst Ablesefernrohr nicht wahrnehmbar war, also die magnetische Axe dieser Spule die Richtung der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus hatte. Dann wurde das Stativ um 90° gedreht und der Strom durch die bewegliche Spule geschickt. Diese wurde nun so lange verstellt, bis abermals keine Ablenkung der Nadel wahrgenommen wurde. Nachdem hierauf die Stahlnadel abermals durch eine weiche Eisennadel mit Spiegel und in Vaselinöl tauchender Dämpfung versehen worden war, war der Phasenmesser gebrauchsfertig.

Es erübrigte nun nur noch, eine Anordnung zu treffen, mittelst welcher die Intensitäten zweier in der Phase verschiedener Wechselströme gleichgemacht werden konnten. Aus allgemeinen Principien ist unmittelbar klar, dass dazu nur Anordnungen verwendbar sind, bei denen die beiden Ströme zwei Systeme durchfliessen, die sich gegenseitig weder elektrisch, noch magnetisch beeinflussen. Eine derartige Anordnung wäre z. B. durch zwei über einander befindliche Ampèremeter von gleicher Empfindlichkeit gegeben, welche die Gleichheit der Stromstärken durch gegenseitige Deckung zweier Zeiger angeben würden. Der grösseren Empfindlichkeit halber habe ich aber eine bolometrische Methode vorgezogen.

Die beiden Ströme wurden durch zwei primäre Spulen von circa 50 Windungen eines 3 *mm* dicken Drahtes ohne Eisenkerne p_1 und p_2 (Fig. 2) geschickt. Die secundären Bewicklungen s_1 und s_2 bestanden aus circa 360 Windungen eines 1·5 *mm* starken Drahtes und wurden zunächst bifilar aufgewickelt. Dann wurden die Drähte an dem Anfange dieser bifilaren Bewicklung durchschnitten und die Enden in der Weise mit einander verbunden, dass die secundäre Bewicklung zwei im selben Sinne geschaltete Abtheilungen darstellte, zwischen denen bei *a* und *b* Abzweigungsstellen vorhanden waren. Dass die Punkte *a* und *b* wirklich die Mitten der secundären

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Bewicklungen darstellten, wurde mit Hilfe eines empfindlichen Bellati'schen Elektrodynamometers constatirt, indem bei Gegeneinanderschaltung je zweier Spulenhälften und Einschaltung derselben in das Dynamometer letzteres bei Hindurchgang eines Wechselstromes durch die primären Windungen keinen Strom anzeigte. Auf dieselbe Weise wurde auch untersucht,

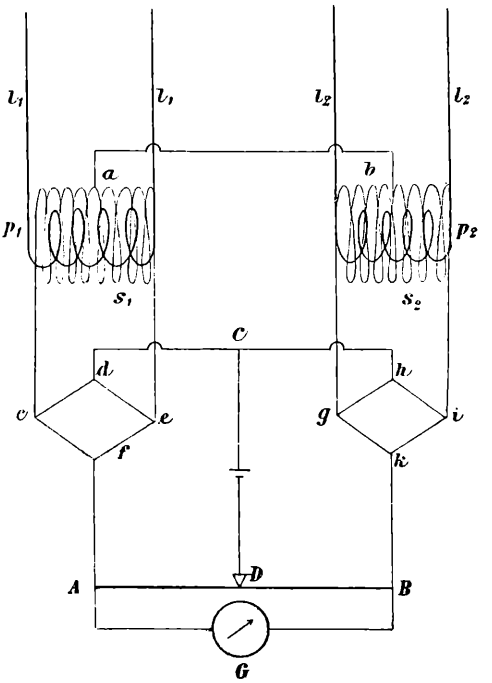

Fig.

ob die in den secundären Windungen s_1 und s_2 bei Hintereinanderschaltung ihrer zwei Abtheilungen durch denselben p_1 und p_2 hintereinander durchfliessenden Wechselstrom inducirten elektromotorischen Kräfte genau gleich sind.

Weiters wurden acht genau gleiche Widerstände *cd*, *de*, *ef*, *fc*, *gh*, *hi*, *ik*, *kg* aus Pt-Draht von $^1/_{20}$ *mm* Stärke und circa 3 *cm* Länge hergestellt. Da die Abgleichung dieser Widerstände wegen der Kürze der Drähte mit freier Hand nicht erreichbar war, wurde eine sehr feine Mikrometerschraube zu

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Hilfe genommen. Es wurde zuerst eine Länge gewählt und der Draht in Einschnitte, welche in dicke Kupferdrähte gemacht wurden, eingelöthet. Dieser diente an einer Wheatstone'schen Brücke als Vergleichswiderstand. Ein zweiter Draht wurde dann einseitig ebenso in den Einschnitt eines Kupferdrahtes eingelöthet und damit an die Mikrometerschraube befestigt, während das andere Ende des noch bedeutend länger gelassenen Pt-Drahtes durch einen Einschnitt eines festgeklemmten Kupferdrahtes hindurchging und durch ein Gewicht beschwert wurde. Mittelst der Mikrometerschraube konnten nun an der Wheatstone'schen Brücke die Pt-Drähte genau abgeglichen werden, worauf sie auch an den zweiten Kupferdrähten festgelöthet wurden. Dann wurden sie zu je vier mit der in der Figur ersichtlichen Schaltung in Pappeschachteln befestigt. Durch diese Anordnung wurde erreicht, dass in jedem Moment in *a*, *d*, *f* und in *b*, *h*, *k* gleiche Potentiale zu Stande kamen, und da in Folge der Verbindung *a* und *b* diese beiden Punkte dasselbe Potential haben mussten, mussten auch die Potentiale *d*, *f*, *h* und *k* untereinander gleich sein.

Es konnten jetzt die zwei Systeme von je vier Pt-Drähten in die Wheatstone'sche Brücke geschaltet werden. Zwischen *C* und *D* befand sich ein galvanisches Element, zwischen *A* und *B* ein D'Arsonval'sches Galvanometer mit objectiver Ablesung. Waren bei dieser Anordnung die primären Ströme gleich, so wurden auch gleiche secundäre Ströme inducirt und die Pt-Drähte gleich stark erwärmt. Die Widerstände der zwei Pt-Drahtsysteme blieben gleich. Das Gegentheil war der Fall, wenn die primären Ströme ungleich waren.

Um mich von der Empfindlichkeit der Methode zu überzeugen, verzweigte ich einen Wechselstrom und sandte die zwei Theile durch die primären Wickelungen p_1 und p_2, sowie durch gleiche inductionslose Widerstände hindurch. Eine an geeigneter Stelle vorgenommene Überbrückung beider Zweige durch das Bellati'sche Instrument liess die Gleichheit der beiden Ströme, welche diesmal von gleicher Phase waren, erkennen. Schätzungsweise war von circa 2 Ampère an die Abgleichung auf $0{\cdot}1\,\%$ genau möglich.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Messungen.

Zur Illustration der Anwendbarkeit des von mir construirten Phasenmessers beschloss ich die Phasenverschiebung zwischen primärer Stromstärke und elektromotorischer Kraft an einem Transformator bei verschiedenen Belastungen desselben zu messen. Leider musste ich den Transformator seiner Bestimmung, herabzutransformiren, entsprechend verkehrt einschalten, da mir nicht die nöthigen Vorschaltwiderstände für die Überbrückung der hochgespannten (circa 1900 Volt) primären Leitung zur Verfügung standen. Ich verwandte also zwei Transformatoren. Der eine war für 1000, der andere für 2500 Watt bestimmt und wurden mir dieselben, sowie ein noch zu erwähnendes Wattmeter von der Internationalen Elektricitätsgesellschaft in Wien in gütigster Weise zur Verfügung gestellt.

In die 100voltige Wechselstromleitung des Laboratoriums wurde die dicke Bewicklung des grösseren der Transformatoren T_1 (Fig. 3) eingeschaltet. Die dünne Bewicklung wurde mit der dünnen Bewicklung des zweiten Transformators T_2 verbunden und in den secundären Stromkreis des letzteren ein Rheostat R eingeschaltet. Mittelst dieses Rheostaten konnte die Belastung des zweiten Transformators und dadurch auch die des ersten variirt werden. Ausserdem waren in L noch ein Ampèremeter Am, die dickdrähtige Spule eines Wattmeters Wm und ein genau regulirbarer inductionsloser Widerstand W eingeschaltet. Eine Überbrückung der Leitungen L wurde durch das Voltmeter V, durch eine in der Figur nicht angedeutete, zum Wattmeter geführte Leitung und endlich durch die durch einen Widerstand W' die oben erwähnte primäre Spule p_2 der Vorrichtung für die Stromabgleichung und die eine der Spulen des Phasenmessers B führende Leitung l_2 vorgenommen. Der Widerstand W diente als Abzweigewiderstand für eine Leitung l_1, welche durch die andere Spule p_1 der Vorrichtung für die Stromabgleichung und die zweite Spule des Phasenmessers A führte.

Die Ablesung am Phasenmesser erfolgte mittelst Fernrohres und musste wegen der grossen Ablenkungen die Scala

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

sehr nahe, das Fernrohr aber weit aufgestellt werden. Indem die Scala auf die Verbindungslinie von Fernrohr und Spiegel

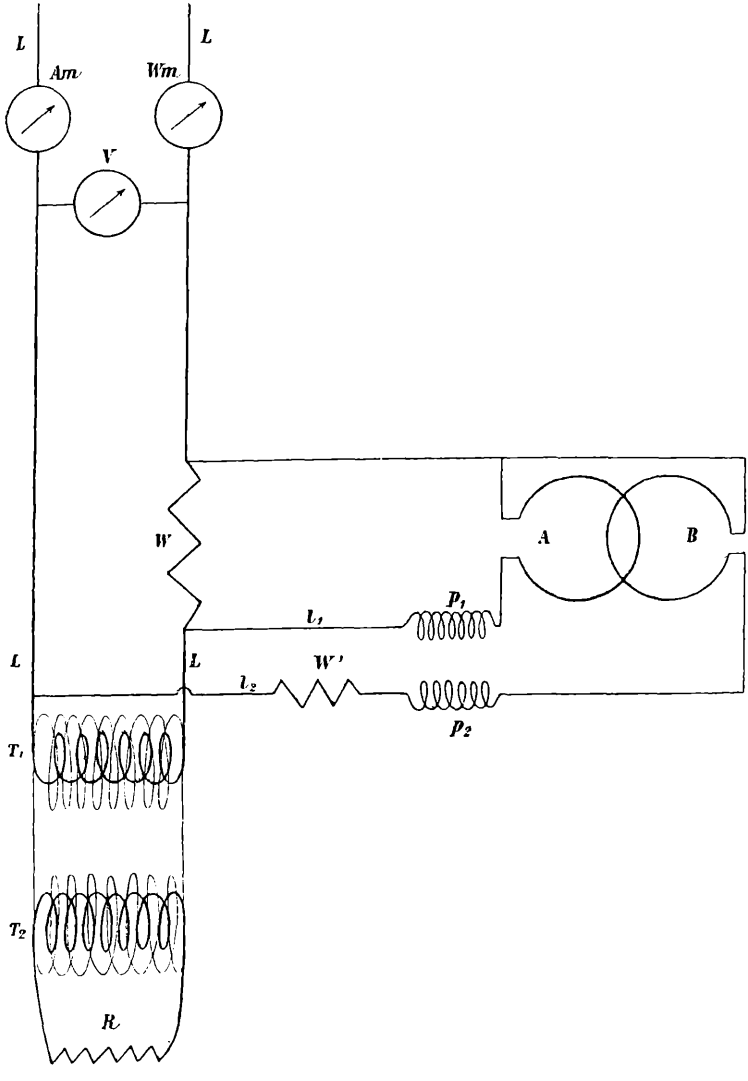

Fig. 3.

genau senkrecht gestellt wurde, stellten die Ablesungen das Product $d.\operatorname{tg} 2\psi$ dar, wobei d die Entfernung der Scala von der

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Drehungsaxe des Spiegels bedeutet. Vermittelst einer Anordnung von Quecksilbercontacten konnte der die Leitung l_2 durchfliessende Strom durch beide Spulen A und B hinter einander geschickt und so die Ablenkung für die Phasenverschiebung $\varphi = 0$ bestimmt werden. Diese Ablenkung stellte, da in dem Falle $2\psi = 45°$ war, auch die Entfernung der Scala vom Spiegel dar. Wurde dieser Strom nur durch B allein hindurchgeschickt, so erhielt man die Null-Lage der Nadel. Die Ablesung für $2\psi = 45°$ war 33·7 *cm*.

In der folgenden Tabelle sind vier Bestimmungen für die möglich gewesenen Belastungen des Transformators T_1 ausgeführt. Aus einer Voltmeter-, Ampèremeter- und Wattmeterablesung wurden $\cos\varphi$ berechnet und sind ebenfalls angegeben. Die Constante des Wattmeters (Ganz és Társa) war 5·694 für 1° Torsionswinkel bei 500 Ω Vorschaltwiderstand. Diese Controlmessungen sind allerdings nicht sehr genau, da das mir zur Verfügung stehende Ampère- und Voltmeter keine grosse Genauigkeit zuliessen.

Ablesung am Phasenmesser	cos φ beob.		Ampère	Volt	Wattmeter-Ables.	Watt	cos φ ber.
18·1 *cm*	0·5371	57°30'	6·7	101	60°	341·64	0·5048
29·4	0·872	29 20	12·5	98	194	1104·64	0·9017
32·0	0·949	18 20	13·3	96·3	207	1178·66	0·9203
33·70	1·000	0 0	17·4	89·5	285	1622·79	1·0420

Wenn auch, wie aus dem Bisherigen ersichtlich ist, einstweilen der Phasenmesser nur in provisorischer Ausführung vorliegt, so scheint mir doch, dass sich diese Anordnung leicht in einen compendiösen Apparat vereinigen lassen wird. Allerdings wird es nöthig sein, noch ein besonderes Galvanoskop für die Wheatstone'sche Brücke aufzustellen. Dagegen wird es sich vielfach empfehlen, die Spiegelablesung am Phasenmesser durch eine Zeigerablesung zu ersetzen.

Ich behalte mir vor, solche Verbesserungen auszuführen und werde in allernächster Zeit darüber Bericht erstatten.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1897

Band/Volume: 106_2a

Autor(en)/Author(s): Tuma Josef

Artikel/Article: Ein Phasenmessinstrument für Wechselströme. 442-452