

Über die Wechselwirkung zwischen Wasser und Geschiebe in Flüssen

Von

Felix M. Exner

W. M. Akad. Wiss.

(Mit 17 Textfiguren und 13 photographischen Abbildungen)

(Vorgelegt in der Sitzung am 12. Juni 1925)

Inhalt. I. Theoretische Überlegungen: 1. Erosion. — Kontinuität des fließenden Wassers. — 3. Sandungen (Dünen) am Flußgrund. — 4. Ausgleich des Höhenunterschiedes des Bettes durch Reibung. — 5. Einfluß der Flußbreite auf das Flußbett. — 6. Höhe des Wasserspiegels und Fließgeschwindigkeit. —

Erosi an den Ufern. — 8. Ausbildung des Flußbettes zu einer nahezu stationären Form. — 9. Gekrümmte Flußbetten. — 10. Bildung von Wasserwirbeln an krummen Uferstrecken. — II. Versuchsergebnisse: 1. Bildung von Sandungen geradem Wasserlauf. — 2. Fortpflanzung und Neubildung der Sandungen in geradem Wasserlauf. — 3. Bildung von Sandungen hinter einer Flußkrümmung. — 4. Mäanderbildung. — 5. Longitudinale Einkerbungen im Flußbett.

Instabilitäten in Flußbetten. — Stabiles gekrümmtes Flußbett. — III. Verschiebungen der Sandbänke in der Mur.

Die Bewegung von Wasser in erodierbarem Boden ist ein interessantes Beispiel von der Wechselwirkung, welche sich zwischen zwei beweglichen Materien einstellt, wenn dieselben ungleiche Geschwindigkeiten haben.

Von Seite der Flußbautechnik ist dieses Problem schon einige Male in Angriff genommen worden, zum Teil durch Beobachtungen in natürlichen Flußläufen, zum Teil durch Versuche in Wasserbaulaboratorien.¹ In der folgenden Arbeit ist der Versuch gemacht, die Wechselwirkung von fließendem Wasser und Geschiebe mehr vom physikalischen Gesichtspunkt aus zu behandeln und zu formulieren, weil solche Wechselwirkungen zweier beweglicher Massen in verschiedenen Gebieten der Geophysik eine Rolle spielen (Flüsse, Gletscher, Dünen, Meereswellen, Luftströme).

Im allgemeinen betrachtet man die Bewegung von Flüssigkeiten an festen Grenzen. Wenn nun aber diese Grenzen — in unserem Falle sind es die Erdmassen — nicht als absolut fest

¹ Z. B. H. Engels, Zeitschrift für Bauwesen, 1905.

Fr. Schaffernak, Mitt. d. Versuchsamtes für Wasserbau. Allg. Bauzeitung, Heft 4, 1916, und Zeitschrift des Österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines, Heft 26/27, 1916.

G. K. Gilbert, Transportation of Débris in running water; U. S. Geolog. Profess. Papers 86, Washington 1914.

gelten können, so werden sie durch die Bewegung der anliegenden Flüssigkeiten verändert und verändern dadurch wieder die Bewegung der Flüssigkeiten selbst. Diese Art Wechselwirkung zwischen fließendem Wasser und dem Erdboden, welcher das Flußbett bildet, soll im folgenden betrachtet werden, und zwar einerseits auf Grund theoretischer Erwägungen, anderseits auf Grund von Laboratoriumsversuchen.

Die Versuche zeigen, auch wenn sie noch so einfach angelegt sind, stets verhältnismäßig recht verwickelte Erscheinungen, deren theoretische Behandlung nur in sehr grober Weise annähernd möglich, wirklich exakt aber unmöglich ist. Denn die Bewegung der Flüssigkeiten erfolgt im allgemeinen im Stadium der sogenannten »Turbulenz«, welche durch die theoretische Hydrodynamik bisher nicht darstellbar ist, die Bewegung sandartiger Massen ist theoretisch überhaupt noch kaum behandelt. Aus diesem Grunde gehen die Versuchsergebnisse weit über die Theorie hinaus. Trotzdem kann letztere, wenn auch nur in prinzipieller Beziehung, einzelne Gesichtspunkte liefern, die dem Verständnis der Erscheinungen dienen können.

Die Versuche wurden in einem etwa 2 m langen Sandbett gemacht; das Wasser strömte mit einer Geschwindigkeit, die stellenweise eine Erosion des Sandes bewirken konnte.

Die Versuche mit Sand liefern natürlich nur jene Erscheinungen, die an gleichmäßig geformtes und ziemlich gleich großes Material gebunden sind. Die Bedeutung unsymmetrischer Formen des Geschiebes in natürlichen Flußläufen blieb hier unberücksichtigt.

Wenn beim Beginn des Versuches die Wassergeschwindigkeit so groß genommen wird, daß Erosionen erfolgen, so tritt eine Umbildung des Flußbettes ein. Dabei entstehen allmählich Formen des Bettes, welche sich in der Folgezeit viel weniger verändern als zu Anfang. Die Wechselwirkung zwischen Wasser und beweglichem Bettmaterial führt zu einer Anpassung der beiden aneinander, die nicht direkt als stationärer Bewegungszustand bezeichnet werden kann, aber doch als eine Annäherung an einen solchen. Man hat den Eindruck, daß die Wechselwirkung allmählich zu einem Minimum der Veränderlichkeit führt; die übrigbleibenden geringen Veränderungen zeigen im allgemeinen einen periodischen oder doch rhythmischen Charakter, solange die bewegende Kraft konstant bleibt. Bedeutende Unterbrechungen dieser Perioden wie auch des Minimums der Veränderlichkeit treten aber stets auf, wenn die bewegende Kraft sich ändert, wenn also bei Flüssen die durchfließende Wassermenge zu- oder abnimmt.

Die angedeuteten beiden Regeln, das Streben nach einem Minimum der Veränderlichkeit und die Periodizität der letzteren, werden durch die Ergebnisse der Versuche und durch die Rechnungen klarer zum Ausdruck kommen. Sie scheinen eine die Vorgänge in Flüssen weit überschreitende, allgemeine Bedeutung der Natur zu haben und verdienen genaueres Studium.

I. Theoretische Überlegungen.

1. Erosion. Damit fließendes Wasser den das Flußbett bildenden Sand aus seiner Ruhelage bringt, ist ein gewisses Minimum an Geschwindigkeit nötig. Das Wasser erodiert und transportiert um so mehr Sand, je größer seine Geschwindigkeit ist. An Stellen, wo die Geschwindigkeit v des Wassers flußabwärts (in der Richtung x) zunimmt, tritt daher Abtragung des Sandes ein, wo sie in der Richtung x abnimmt, hingegen Anlagerung. Dies gilt freilich nur von der oben angeführten Grenzgeschwindigkeit an. Wenn wir von dieser geringen Geschwindigkeit zunächst absehen,

so kann mit $a \frac{\partial v}{\partial x}$ die Ablation (beziehungsweise Akkumulation) bezeichnet werden, wo a ein Proportionalitätsfaktor ist, den wir, wieder zur Vereinfachung, als konstant betrachten wollen.

Bezeichnen wir das Niveau des Sandes, welches den Bettgrund bildet, von einem beliebigen Nullniveau aufwärts gerechnet, mit η , die Zeit mit t , so ist die zeitliche Änderung des Sandniveaus gegeben durch

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -a \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (1)$$

Eine analoge Beziehung gilt, wie später näher ausgeführt wird, natürlich auch für die seitliche Erosion an den Ufern des fließenden Wassers (vgl. Abschnitt I, 7).

2. Kontinuität des fließenden Wassers. Die Wassermenge, welche in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt des Flusses strömt, ist, wenn man von Oberflächenwellen absieht, für benachbarte Querschnitte die gleiche und bei konstantem Zufluß auch zeitlich unveränderlich.

Bezeichnen wir die Höhe des Wasserspiegels über dem schon früher für die Sandhöhe η benützten Ausgangsniveau mit h , so ist die mittlere Wassertiefe $h - \eta$; die Breite des Flusses sei b , die durchschnittliche Querschnittsgeschwindigkeit sei v . Dann hat man zu setzen:

$$b (h - \eta) v = K = \text{Konst.} \quad (2)$$

3. Sandzungen (Dünen) am Flußgrund. Wenn das ursprünglich gegebene Flußbett zwar feste Ufer bei überall gleicher Breite b besitzt, hingegen der sandige Boden nicht eben ist, sondern an einer Stelle höher, an einer anderen Stelle wieder tiefer liegt, so wird dort, wo die Wassertiefe geringer ist, die Geschwindigkeit größer sein müssen, folglich auf der stromaufwärts gelegenen Sandböschung Erosion, auf der stromabwärts gelegenen, wo die Geschwindigkeit abnimmt, Akkumulation eintreten.

Wir können eine einfache Differentialgleichung für die Veränderung des Flußbettes aus den beiden Gleichungen (1) und (2) bilden; es ist $v = \frac{K}{b(h-\eta)}$, folglich $\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{aK}{b(h-\eta)^2} \frac{\partial (h-\eta)}{\partial x}$.

Wenn wir hier annäherungsweise h , den Wasserspiegel, als konstant betrachten, so wird:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = - \frac{aK}{b(h-\eta)^2} \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

Setzen wir $\frac{aK}{b} = m$, so ist die Differentialgleichung

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = - \frac{m}{(h-\eta)^2} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \dots (3)$$

zu lösen, wo m und h Konstante sind. Es ergibt sich:

$h-\eta = f\left(\frac{mt}{(h-\eta)^2} - x\right)$, wo f eine beliebige Funktion ist.

Wir wollen annehmen, die ursprüngliche Oberfläche des Sandes zum Anfang der Zeit ($t=0$) habe eine Kosinusform

$\eta = A_0 + A_1 \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$. Damit ist die unbestimmte Funktion f (1)

gegeben. Man erhält $\eta = A_0 + A_1 \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left(x - \frac{mt}{(h-\eta)^2}\right)$.

Diese Gleichung stellt ein Fortschreiten der anfänglichen Sandwellen flußabwärts dar, wobei die Geschwindigkeit $\frac{m}{(h-\eta)^2}$

ist. Das Fortschreiten ist also um so rascher, je größer η ist; das heißt die oberen Teile der Sandwelle, die Wellenberge, bewegen sich rascher als die unteren Teile, die Wellentäler, es tritt also eine Verzerrung der ursprünglichen Kosinuskurve ein.

Fig. 1 stellt die obige Gleichung für sechs aufeinanderfolgende Zeitpunkte dar, wobei $A_0 = 1$, $A_1 = 1$, $\lambda = 20$, $h = 3$ und $m =$ angenommen wurde. Die Auswertung geschah durch Berechnung der Größe x bei angenommenen Werten von η und t . Die unterste Kurve gibt die reine Kosinusfunktion zur Zeit $t = 0$. Die anderen darüberliegenden Kurven zeigen einerseits das Fortschreiten des ganzen Wellenberges von links nach rechts, andererseits die dabei eintretende Verzerrung. Der linke Teil des Wellenberges ist auf der oberen Seite des Flusses gelegen; er wird mit der Zeit immer gestreckter und flacher; der rechte Teil, auf der unteren Seite in der Flußrichtung, wird immer kürzer und steiler. Schon bei der Kurve $t = 3$ tritt an der obersten Stelle der Welle ein ungefäß-

senkrechter Abfall ein. Bei den Kurven $t = 4, 5$ ergeben sich auf der Leeseite fahnenartige Formen, die auf den Sand nicht mehr anwendbar sind, hingegen z. B. bei heftigem Wind auf den Wellenbergen des Wassers erscheinen. Der Sand hält nur den durch seine Reibung gegebenen maximalen Böschungswinkel im Betrag von 25 bis 35° aus. Sobald durch die raschere Fortbewegung der oberen Sandmassen dieser Böschungswinkel erreicht ist, müssen die vorgeschobenen Sandmassen auf der Leeseite der Sandwelle abgleiten; sie erzeugen dann hier die bekannten geradlinigen Böschungen, die wesentlich steiler sind als die Böschungen auf der Luvseite. Man findet diese Erscheinungen bei den durch fließendes Wasser erzeugten Sandzungen und Sandwellen und ebenso bei den durch Wind erzeugten Dünen.

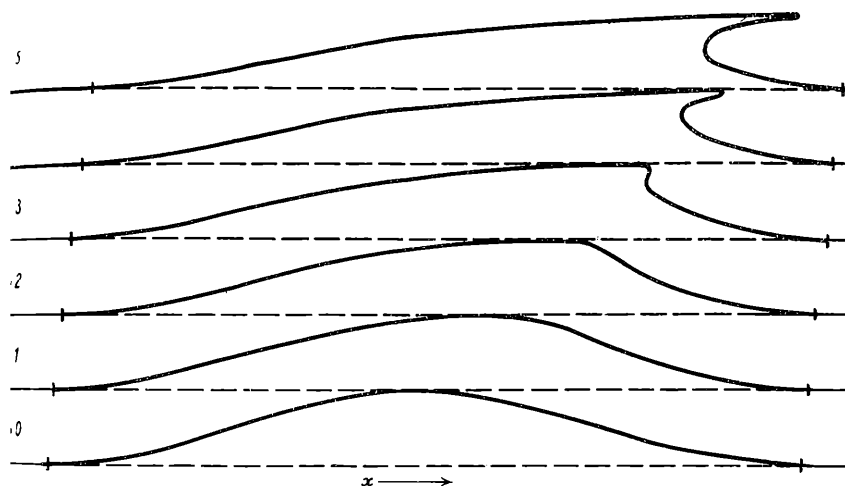


Fig. 1.

Die obige einfache Rechnung zeigt, wie die Ungleichheit der Böschung auf der Luv- und Leeseite zustande kommt: Die Erhebung des Flußbettes bewirkt eine verstärkte Fließgeschwindigkeit des Wassers, diese eine um so stärkere Erosion auf der Luvseite und eine umso stärkere Akkumulation auf der Leeseite, je höher der Sand ist. Das Herabrollen der über den maximalen Böschungswinkel hinausgetragenen Massen auf der Leeseite wird natürlich durch unsere einfache Differentialgleichung nicht dargestellt.

4. Ausgleich der Höhenunterschiede des Bettes durch Reibung. Wir haben im vorigen Abschnitt die Neigung des Wasserspiegels vernachlässigt. Es wird sich später noch zeigen, daß diese bei den Erosionen mitunter eine wichtige Rolle spielt. Hier wollen wir sie berücksichtigen, aber davon absehen, daß sie

zeitlich variiert; wir bekämen sonst die Oberflächenwellen des Wassers mit hinein, die uns hier nicht zu beschäftigen brauchen.

Die mittlere Fließgeschwindigkeit v des Wassers sei nach der hydrodynamischen Bewegungsgleichung gegeben durch:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -v \frac{\partial v}{\partial x} - kv + \gamma - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (4)$$

Der Ausdruck $-kv$ soll die Reibung bedeuten, welche das fließende Wasser am Bettgrund erfährt. γ ist die in die Richtung des Flusses fallende Komponente der Schwerkraft g und p der Druck, ρ die Dichte des Wassers.

Neben dieser Bewegungsgleichung des Wassers gilt wie früher die Erosionsgleichung (1) und die Kontinuitätsgleichung (2). Für den Druckgradienten $\frac{\partial p}{\partial x}$ in der Fließrichtung wollen wir die Neigung des Wasserspiegels als maßgebend ansehen, wenn dies auch nur eine Annäherung ist; wir setzen $\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial h}{\partial x}$ und haben somit:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -v \frac{\partial v}{\partial x} - kv + \gamma - g \frac{\partial h}{\partial x},$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -a \frac{\partial v}{\partial x},$$

$$(h - \eta) bv = K.$$

Diese Gleichungen stellen in grober Annäherung die gemeinsame Bewegung des Wassers und Sandes dar. Wir wollen die Flußbreite b wie früher konstant lassen und die Wasserspiegelhöhe h eliminieren. Dann erhalten wir zwei Gleichungen für die zwei Variablen: Fließgeschwindigkeit v und Sandhöhe η . Aus der Kontinuitätsgleichung ergibt sich: $h - \eta = \frac{K}{bv}$, $\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial \eta}{\partial x}$

— $\frac{K}{bv^2} \frac{\partial v}{\partial x}$; folglich ist

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x} \left(\frac{gK}{bv^2} - v \right) + kv - \gamma + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0.$$

Die Differentialgleichung ist, wie auch die in Abschnitt nicht linear. Wenn wir sie mit der Erosionsgleichung $\frac{\partial \eta}{\partial t} = -a \frac{\partial v}{\partial x}$ vereinigen, so lassen sich durch Elimination von v , beziehungs-

weise η Differentialgleichungen zweiter Ordnung für η , beziehungsweise v aufstellen, die der Form nach miteinander identisch, aber auch nicht linear sind. Wir wollen, um einfache Lösungen zu erhalten, für die nicht konstanten Faktoren der Differentialquotienten konstante Mittelwerte einführen, wodurch dann allerdings gerade die im Abschnitt 3 dargestellte eigentümliche Form der Luv- und Leeböschung nicht zum Ausdruck kommt. Nachdem es sich hier aber wesentlich um die Wirkung der Reibung handelt, kann diese Vereinfachung gemacht werden.

Wenn in obiger Gleichung in dem Faktor von $\frac{\partial v}{\partial x}$ für v ein Mittelwert U gesetzt wird, so hat man:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial v}{\partial t} - n \frac{\partial v}{\partial x} + k v - \gamma + g \frac{\partial \eta}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -a \frac{\partial v}{\partial x}, \text{ wo } n = \frac{g K}{b U^2} - U. \end{aligned}$$

Durch Differentiation läßt sich v eliminieren und man erhält:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - n \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t} + k \frac{\partial \eta}{\partial t} - m \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0, \text{ wo } m = a g. \quad (5)$$

Die Lösung suchen wir wie früher unter der Voraussetzung, daß zum Anfang der Flußgrund die Form einer Kosinuskurve im Vertikalschnitt hat. Es soll also für $t=0: \eta_0 = A_0 + A_1 \cos \alpha x$ sein. Das Integral ist unter diesen Umständen:

$$\eta = A_0 + A_1 e^{-\left(\frac{k}{2} - p\right) t} \cos \alpha \left[x - \frac{n}{2p} \left(\frac{k}{2} - p \right) t \right], \quad (6)$$

wobei

$$p = \sqrt{\frac{k}{2} + \sqrt{\frac{B^2}{4} + C}}, \quad B = \frac{k^2 - n^2 \alpha^2 - 4 m \alpha^2}{4}, \quad C = \frac{k^2 n^2 \alpha^2}{16}.$$

Wenn $\frac{k}{2} - p$ eine positive Zahl ist, so bewegen sich die anfänglichen Sandwellen flußabwärts, wobei ihre Amplitude mit der Zeit kleiner wird, also durch die Reibung (k) ein Ausgleich der Wellen erfolgt. Die Größe p hängt von der Wellenlänge $\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$ ab. Sind die in den Gliedern B und C auftretenden Größen, welche α enthalten, klein gegen den Reibungskoeffizienten, so nähert sich $\frac{k}{2} - p$ dem Werte Null. Werden die Glieder mit α groß gegen k ,

so wird $p = 0$. Die Größe $\frac{k}{2} - p$ liegt also bei verschiedenen Wellenlängen zwischen 0 und $\frac{k}{2}$. Lange Wellen pflanzen sich mit mit kleiner Geschwindigkeit $\left[\frac{n}{2p} \left(\frac{k}{2} - p \right) \right]$ nach abwärts fort und nehmen in der Amplitude langsam ab, kurze Wellen mit großer Geschwindigkeit und rasch abnehmender Amplitude. Wenn man eine beliebige periodische Anfangsform annimmt (mit der Fourier'schen Reihe), so werden die kleinen Sandwellen bald ausgefüllt und es bleiben nur die langen übrig, die nun langsam nach abwärts wandern. Die später zu beschreibenden Versuche bestätigen dieses Rechnungsergebnis.

Für die Geschwindigkeit v ergibt sich eine ganz analoge Gleichung; sie verändert sich im Laufe der Zeit konform den Sandveränderungen, nur mit einer Phasenverschiebung, die aus den ursprünglichen Differentialgleichungen hervorgeht.

Wird das Reibungsglied in der Differentialgleichung (5) weggelassen, so ergibt sich:

$$\eta = A_0 + A_1 \cos \alpha \left[x - \left(\sqrt{m + \frac{n^2}{4}} \right) t \right] \quad \dots$$

Die Geschwindigkeit der Abwärtsbewegung wird unabhängig von der Wellenlänge, die Amplitude bleibt unverändert. Die Geschwindigkeit $\sqrt{m + \frac{n^2}{4}}$ ist um so größer, je größer die Erosion ($m = a g$) und je größer die Durchflußmenge K (in n enthalten).

Eine zahlenmäßige Prüfung dieser Rechnungen wurde nicht durchgeführt. Doch wäre sie an der Hand von Beobachtungen der Sandwanderungen in Flüssen möglich und würde auch zur Bestimmung der Erosionskonstanten a führen können.

Die angenommene Art der Reibungswirkung gilt wohl nur für sehr flachen Flußläufen, wo die mittlere Wassergeschwindigkeit durch die Reibung am Grunde stark beeinflusst wird. In solchen Flüssen mit sehr niedrigem Wasserstand führt die Reibung zu einer Versandung des Flußbettes, die ursprünglichen Eintiefungen des Flußbettes werden ausgefüllt, ebenso wie die Erhöhungen abgeflacht werden.

Die in der Einleitung erwähnte Wechselbeziehung zwischen Wasser- und Sandbewegung, die allmählich zu einer nahezu stationären Bettform führt, beruht nicht auf dieser Reibungswirkung, sondern auf der fortschreitenden Erosion. Sie ist im Abschnitt behandelt.

5. Einfluß der Flußbreite auf das Flußbett. In den obigen Überlegungen wurde die Breite des fließenden Wassers b konstant gesetzt. Wir wollen von zeitlicher Änderung des b auch hier absehen, aber nun örtliche Verschiedenheit in der Flußbreite voraussetzen. Der Kontinuitätsgleichung entsprechend ist die Fließgeschwindigkeit ebenso von der Breite b wie von der Tiefe $h-\eta$ des Wassers abhängig. Dort, wo die Wassertiefe geringer wird, wird bei gleicher Breite die Geschwindigkeit größer und es tritt Erosion ein; ebenso erfolgt dort, wo der Fluß schmaler wird, Erosion, wo er sich verbreitert, Akkumulation. Allgemein haben wir bei Divergenz der Stromlinien Ablagerung, bei Konvergenz Erosion zu erwarten.

Sind also die Ufer fest, aber nicht parallel zu einander, so sei die Flußbreite $b = f(x)$. Zur Vereinfachung vernachlässigen wir die Neigung des Wasserspiegels und setzen $\frac{\partial h}{\partial x} = 0$. Aus der Kontinuitätsgleichung (2) folgt dann

$$\frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{K}{b^2 (h-\eta)} \frac{\partial b}{\partial x} + \frac{K}{b (h-\eta)^2} \frac{\partial \eta}{\partial x}.$$

Diese Beziehung setzen wir in die Erosionsgleichung (1) ein und erhalten

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{aK}{b^2 (h-\eta)} \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{aK}{b (h-\eta)^2} \frac{\partial \eta}{\partial x}.$$

Wenn $b = f(x)$ ist, so lautet das allgemeine Integral:

$$b (h-\eta) = \varphi \left[\int \frac{dx}{f(x)} - \frac{aKt}{b^2 (h-\eta)^2} \right].$$

Eine eigentliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit besteht nicht mehr. Doch sieht man aus dem Resultat, daß die Sandverschiebung flußabwärts in den schmalen Teilen des Flußbettes rascher vor sich geht als in den breiten Teilen.

Die Auswertung dieser Formel für eine gegebene Anfangsbedingung ist ziemlich verwickelt. Wenn man z. B. für die festen Uferformen $b = f(x) = A (c + \cos \alpha x)$ einführt und für den Anfangszustand das Bett als eben ($\eta = E$ für $t = 0$) annimmt, so läßt sich φ bestimmen und man erhält:

$$h-\eta = \frac{h-E}{c + \cos \alpha x} \left\{ c + \cos \left[2 \arctan \sqrt{\frac{c+1}{c-1}} \arctan \sqrt{\frac{c-1}{c+1}} \arctan \frac{\alpha x}{2} - \frac{\alpha \sqrt{c^2-1}}{2A} \frac{aKt}{(c + \cos \alpha x)^2 (h-\eta)^2} \right] \right\}.$$

Die Variablen η und x kommen hier in verschiedenen Funktionen vor, so daß die Gleichung weder nach η noch nach x aufgelöst werden kann. Eine Möglichkeit, sie trotzdem zahlenmäßig auszuwerten, bietet die Berechnung von t mit angenommenen Werten von η und x . Trägt man diese t -Werte graphisch auf, kann man durch sie Linien gleicher t ziehen, welche das Profil des Sandbettes für verschiedene Zeiten t geben.

Diese mühsame Auswertung der Integralgleichung wurde für $c = \frac{5}{3}$ ausgeführt. Die Flußbreite schwankt dann zwischen der

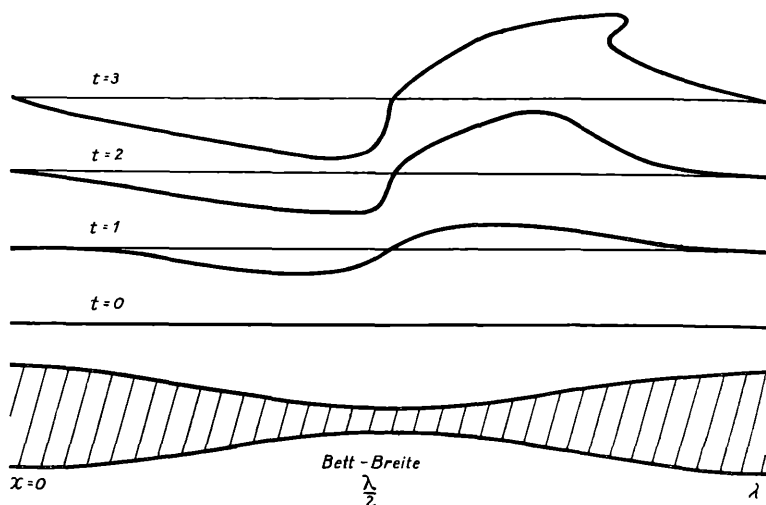


Fig. 2.

Werten $\frac{8A}{3}$ und $\frac{2A}{3}$ und ist, als zeitlich konstant, in Fig. unten dargestellt. Die Wasserhöhe wurde zu $h = 3$, die Größe E zu 1.5 angenommen. Sie stellt, für $t = 0$, das Sohlenprofil zu Anfang der Zeit als eben dar (Fig. 2).

Zu berechnen war die Größe:

$$\frac{2\alpha}{3A} a K t = \left(\frac{5}{3} + \cos \alpha x \right)^2 \left(3 - \eta \right)^2 \left\{ \arctg \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha x}{2} - \right. \\ \left. - \arctg \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\arccos \left[\frac{3-\eta}{1.5} \left(\frac{5}{3} + \cos \alpha x \right) - \frac{5}{3} \right]}{2} \right\}.$$

In Fig. 2 stellen die Kurven $t = 1, 2, 3$ die Sohlenprofile zu drei Zeiten dar, die in gleichen Intervallen auf $t = 0$ folgen. Wo sich der Fluß verengt, tritt Erosion ein, wo er sich verbreitert, Akkumulation. In dem Gebiet der Verbreiterung bildet sich eine große Sandzunge aus, wie sie sich auch bei Versuchen ganz klar ergab. Die Vertiefung im Bereich des verengerten Flußbettes ist flacher als die Erhöhung. Letztere zeigt ähnliche Form wie in Fig. 1, auf der Leeseite der Sandzunge muß der Sand herabstürzen und eine ebene Böschungsfläche bilden, die durch die Rechnung nicht gegeben ist. Der Übergang von der Vertiefung zur Erhöhung haftet immer an der Stelle, wo das Flußbett am engsten ist $\left(x = \frac{\lambda}{2}\right)$, eine Wanderung der ganzen Sandwelle erfolgt nicht, nur eine Verschiebung der Sandmassen flußabwärts.

Aus dem Integral unserer Differentialgleichung ist zu ersehen, daß schon verhältnismäßig recht einfache Erosionsvorgänge, wenn sie sich auf Tiefe und Breite des Flusses beziehen, zu mathematisch recht komplizierten Ergebnissen führen, die nicht mehr leicht zu berechnen sind. Wir werden uns daher weiterhin an möglichst einfache Vorgänge halten und jeden, von anderen getrennt, für sich untersuchen; sonst werden die Formeln allzu verwickelt.

6. Höhe des Wasserspiegels und Fließgeschwindigkeit. Es ist nur eine grobe Annäherung, wenn man den Spiegel des Flusses als eben annimmt. Eine Veränderung der Geschwindigkeit in der Fließrichtung $\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)$ ist mit einer Änderung des Wasserdruckes verbunden und diese erfordert eine Niveauänderung. Für ein Wasserteilchen, das sich an der Oberfläche bewegt, ist bekanntlich $gh + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} = \text{konst.}$ zu setzen, und, da der Druck an der Oberfläche konstant ist, ist $gh + \frac{v^2}{2} = gh_0 + \frac{v_0^2}{2}$, wo h_0 und v_0 sich auf einen beliebigen Anfangsort beziehen.

Wir wollen im folgenden voraussetzen, daß das Flußbett τ_1 eben sei. Dann ist $h v b = K = h_0 v_0 b_0$, wo b_0 die Breite am Anfangsort ist. Somit ist $h = \frac{h_0 v_0 b_0}{v b}$.

Wir haben dann

$$\frac{g h_0 v_0 b_0}{v b} + \frac{v^2}{2} = g h_0 + \frac{v_0^2}{2}, \quad (9)$$

also eine Beziehung zwischen der Geschwindigkeit und Flußbreite, die sich von der in Abschnitt 5 gegebenen unterscheidet. Dort wo

die Geschwindigkeit stromabwärts zunimmt, muß der Wasserspiegel sich unter die x -Richtung senken, wo sie abnimmt, über die x -Richtung ansteigen.

Setzen wir $\frac{b}{b_0} = \beta$, $\frac{v}{v_0} = \varepsilon$, so wird

$$\beta = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{1 + \frac{v_0^2}{2g h_0} (1 - \varepsilon^2)}. \quad (10)$$

Eine bestimmte Abnahme der Flußbreite flußabwärts bewirkt eine stärkere Zunahme der Geschwindigkeit, als aus der Querschnittsänderung zu erwarten wäre, weil der Wasserspiegel bei Zunahme der Geschwindigkeit auch noch sinkt. Dies hat unter Umständen ein tiefes Einschneiden des Gerinnes in das Flußbett zur Folge, wenn die Ufer einander näher treten; die Erosion kann an solchen Stellen ganz besondere Wirkungen hervorrufen, wie die Versuche zeigten.

Die folgende kleine Tabelle wurde unter der Annahme berechnet, daß $v_0 = 0.2 \text{ m/sec.}$, $h = 0.02 \text{ m.}$; da $g = 10 \text{ m/sec.}$, wird

$$\beta = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{1 - 0.1 (\varepsilon^2 - 1)}.$$

Man erhält für

$\beta = 1.57$	$= 0.6$	$\varepsilon' = 0.64$
1.20	0.8	0.83
1	1	1
0.87	1.2	1.15
0.79	1.4	1.27
0.74	1.6	1.35

Unter ε' ist das Verhältnis $\frac{v}{v_0}$ verstanden, das sich bei

ebenem Wasserspiegel ergeben würde ($\varepsilon' \beta = 1$). Man sieht, daß bei einer bestimmten Verkleinerung der Flußbreite, z. B. $\beta = 0.79$, die Geschwindigkeit um das 1.4fache vergrößert wird. Ohne Berücksichtigung der Spiegelnähe erhält man nur die 1.27fache Geschwindigkeit.

7 Erosion an den Ufern. Die Erosion des Ufermaterials tritt ebenso wie die des Flußgrundes von einer gewissen Geschwindigkeit des Wassers an ein. Wie im Abschnitt 3 können wir annehmen, daß bei einer Zunahme der Geschwindigkeit flußabwärts das Ufer erodiert wird, bei einer Abnahme hingegen Akkumulation auftritt. Diese findet allerdings stets nur unter dem

Wasserspiegel statt. Wir wollen von Unebenheiten des Bodens hier absehen und nur jene Geschwindigkeitsänderungen betrachten, die sich durch wechselnde Flußbreite b ergeben.

Analog der Differentialgleichung im Abschnitt 1 können wir die zeitliche Veränderung der Flußbreite setzen

$$-\frac{\partial b}{\partial t} = a' \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (11)$$

Wo die Fließgeschwindigkeit nach abwärts zunimmt, wird die Flußbreite vergrößert, wo sie nach abwärts abnimmt, verkleinert werden. In der Kontinuitätsgleichung $(h-\eta)bv = K$ wollen wir den Wasserspiegel h und die Bettiefe η konstant setzen und erhalten hieraus

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{K}{(h-\eta)} \frac{1}{b^2} \frac{\partial b}{\partial x}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich

$$\frac{\partial b}{\partial t} = -\frac{a'K}{h-\eta} \frac{1}{b^2} \frac{\partial b}{\partial x}. \text{ Ist zu Anfang der Zeit die Flußbreite}$$

eine Kosinusfunktion von x ($b_0 = A_0 + A_1 \cos \alpha x$), so wird das Integral $b = A_0 + A_1 \cos \alpha \left(x - \frac{M}{b^2} t \right)$, wo $M = \frac{a'K}{h-\eta}$.

Diese Gleichung gibt ein Fortschreiten der variablen Flußbreite mit der Zeit flußabwärts, wobei die Geschwindigkeit des Fortschreitens $\left(\frac{M}{b^2} \right)$ dort größer ist, wo die Flußbreite geringer ist.

Die Formveränderung der Flußufer, die sich dadurch ergibt, ist in Fig. 3 für den Fall dargestellt, daß $A_0 = 3$, $A_1 = 1$, $\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = 10$,

$M = 10$, und zwar für die Zeiten $t = 0, 1, 2, 3, 4$. Anfänglich ist das Flußbett von Kosinuskurven abgegrenzt. Flußabwärts von der Stelle, wo die Ufer am engsten zusammentreten, tritt eine starke Akkumulation des Sandes ein; die engste Stelle bewegt sich rasch flußabwärts, das Wasser wirft in dem breiteren Flußgebiet Material ab und es bilden sich rechts und links Sandzungen, welche nach innen die Fließstrecke begrenzen und nach außen Streifen von totem Wasser an den ursprünglichen Ufern liegen lassen.

Die äußerst einfachen Annahmen, welche dieser Rechnung zugrunde liegen, liefern ein schematisches Bild von den Veränderungen der Flußufer bei wechselnder Flußbreite, das durch einfache Laboratoriumsversuche in überraschend deutlicher Weise bestätigt wird. Man sieht auch sehr häufig in den natürlichen Flußläufen diese charakteristischen Sand- oder Geschiebezungen an jenen Stellen, wo der Strom sich erweitert. Da in den länglichen Wasserarmen hinter den Sandzungen das Wasser keine wesentliche Bewegung hat, bleiben diese Arme tief.

Die obige Darstellung behandelt nur die Erosion an den Ufern, die Darstellung im Abschnitt 3 nur die Erosion am Flußgrund. Man könnte versuchen, die beiden Vorgänge zusammenzunehmen. Die Differentialgleichungen für η und b , die sich auf

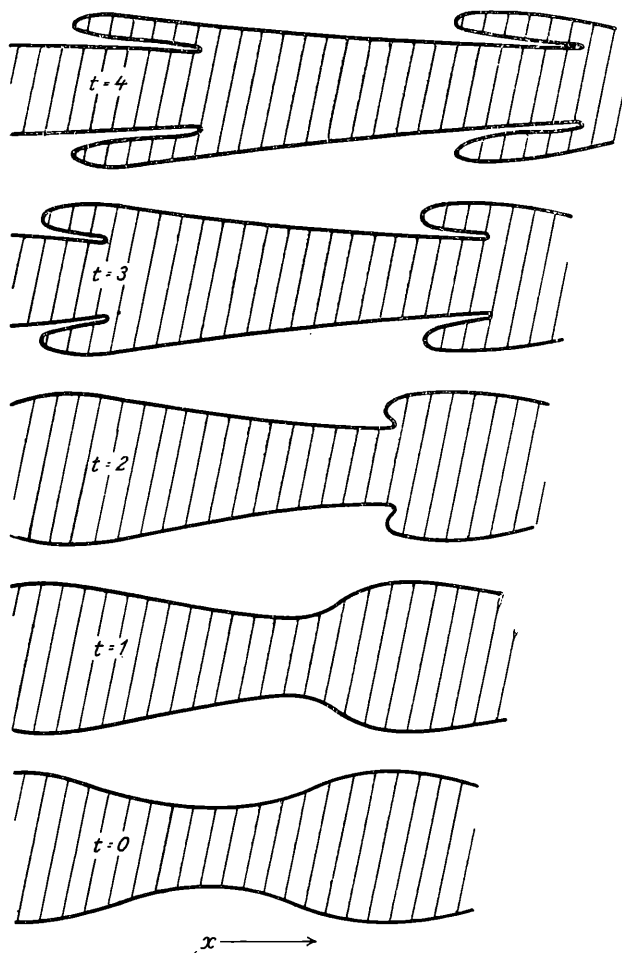


Fig. 3.

diese Weise ergeben, sind aber recht verwickelt. Da die Wirkungen der beiden Erosionsarten (Flußgrund und Ufer) für sich allein schon bekannt sind, kann von einer weiteren Behandlung abgesehen werden. Es sei nur noch bemerkt, daß stets dort, wo die Geschwindigkeit flußabwärts zunimmt, eine Erosion gleichzeitig am Boden und an den Ufern eintreten muß, so daß mit einer Vertiefung des Flußbettes auch eine Erweiterung des Strombettes vor

sich geht. Da $\frac{\partial \eta}{\partial t} = -a \frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial b}{\partial t} = a' \frac{\partial v}{\partial x}$, ist $a' \eta + a b =$
 $= \varphi(x)$. Diese Beziehung gilt freilich nur angenähert, da die Fak-
 toren a und a' gewiß nicht genau konstant sind; die Erniedrigung
 des Wasserspiegels an den Stellen, wo die Flußgeschwindigkeit
 stromabwärts zunimmt, schnürt naturgemäß die Flußbreite an
 solchen Stellen schon an und für sich ein.

8. Ausbildung des Flußbettes zu einer nahezu
 stationären Form. Die Erosion des festen Materials durch das
 fließende Wasser erweitert, ob sie nun am Flußgrund oder an den
 Ufern erfolgt, den Raum, der dem fließenden Wasser an der be-
 trachteten Stelle zur Verfügung steht. Hiedurch wird daselbst die
 Geschwindigkeit geringer und dies hat wieder eine Verminderung
 der Erosion zur Folge. Es bildet sich allmählich eine Form des
 Bettes, bei der die Erosion zu einem Minimum herabsinkt, das
 Flußbett wird angenähert stationär.

Eine mathematische Darstellung dieser Tendenz ist im An-
 schluß an die Abschnitte 3 und 7, welche die Erosionen am Fluß-
 grund und an den Ufern behandelten, in angenäherter Form
 möglich. Es ist dazu nötig, zu berücksichtigen, daß die Wasser-
 geschwindigkeit ein gewisses Minimum überschreiten muß, um
 überhaupt zu erodieren. Dieses Minimum hängt natürlich von der
 Größe und Härte des festen Materials ab.

Die zeitliche Veränderung von η und b durch Erosion und
 Akkumulation wurde oben als dem Gradienten der Geschwindigkeit
 $\frac{\partial v}{\partial x}$ proportional angenommen. Die Faktoren a und a' wurden
 dort als konstant betrachtet, hier wollen wir sie dem Unterschied
 der vorhandenen Wassergeschwindigkeit und jener Geschwindig-
 keit proportional setzen, bei der die Erosion aufhört. Sei dieses
 Minimum der Erosionsgeschwindigkeit v_0 , so ist die Differential-
 gleichung

für den Boden des Flusses

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -c (v - v_0) \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (12)$$

für die Flußbreite

$$\frac{\partial b}{\partial t} = c' (v - v_0) \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (13)$$

Erosion und Akkumulation tritt also in um so höherem Maße
 ein, je größer die Fließgeschwindigkeit v gegenüber einem Minimal-
 wert derselben ist.

Wie früher haben wir die Kontinuität der Wasserbewegung durch $(h-\eta) v b = K$ auszudrücken.

Für die Darstellung der Veränderung des Flußgrundes setzen wir der Einfachheit halber wie im Abschnitt 3 die Flußbreite konstant, für die Darstellung der Uferveränderungen der Wasserspiegel und die Flußsohle (h und η).

Die Differentialgleichungen lauten dann:

$$\text{für den Flußboden: } \frac{\partial \eta}{\partial t} = - \frac{c v_0^2 h \eta}{(h-\eta)^3} \frac{\partial \eta}{\partial x},$$

$$\text{weil } K = h v_0 b \text{ und } \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{h v_0}{(h-\eta)^2} \frac{\partial \eta}{\partial x};$$

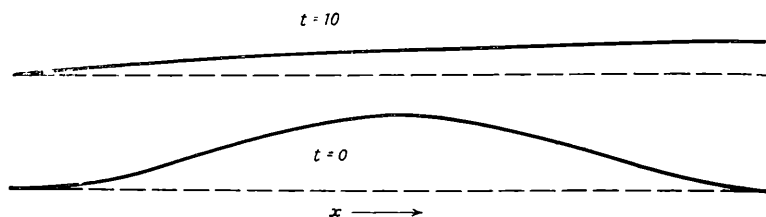


Fig. 4.

für die Flußbreite:

$$\frac{\partial b}{\partial t} = - \frac{c' v_0^2 b_0}{b^2} \left(\frac{b_0}{b} - 1 \right) \frac{\partial b}{\partial x}$$

$$\text{weil } K = h v_0 b_0 \text{ und } \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{v_0 b_0}{b^2} \frac{\partial b}{\partial x}.$$

Hier ist die Grenzgeschwindigkeit v_0 so angenommen, daß bei ihr $\eta = 0$, beziehungsweise $b = b_0$ ist. Bezeichnen wir $c v_0^2 h = m$, $c' v_0^2 b_0 = n$, so sind für den Fall von Kosinusfunktionen im Zeitbeginn die Integrale gegeben durch:

$$\eta = A_0 + A_1 \cos \alpha \left[x - \frac{m \eta t}{(h-\eta)^3} \right], \quad \dots (14)$$

$$b = B_0 + B_1 \cos \beta \left[x - \frac{n t}{b^2} \left(\frac{b_0}{b} - 1 \right) \right]. \quad \dots (15)$$

Eine anfängliche Kosinusform der Flußsohle (η) verändert sich im Laufe der Zeit derart, daß die Erhöhungen der Sohle sich

mit der Geschwindigkeit $\frac{m\eta}{(h-\eta)^3}$ stromabwärtsfortbewegen, während die tiefsten Stellen der Sohle ($\eta = 0$) ihre Lage beibehalten. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist um so größer, je größer η , aber wandert nicht die ganze Sohlenwelle, wie im Abschnitt 3.

Die Auswertung der Gleichung (14) mit denselben Werten wie im Abschnitt 3, nur mit $m = 10$, gibt die in Fig. 4 dargestellten Kurven für $t = 0$ und $t = 10$. Zwischen ihnen liegen ähnliche Formen, wie sie Fig. 1 zeigt. Nach einem längeren Zeitabschnitt hat die Erosion die ursprüngliche Sohlenerhöhung sehr stark abgetragen, während die Sohlenvertiefung auf der linken Seite liegen geblieben ist. Es tritt also durch die Annahme einer Erosion, die $(v - v_0)$ proportional ist, eine fortwährende Verringerung

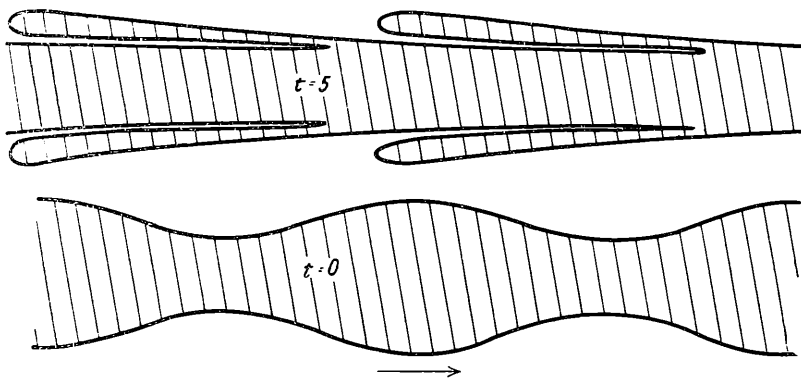


Fig. 5.

der Erosion ein, das Flußbett nimmt allmählich eine angenähert stationäre Form an.

Freilich wird, ganz so wie in den Kurven der Fig. 1, die leewärts transportierte Sandmasse zu Boden fallen und dadurch wieder eine kleine Erhöhung der folgenden Luvböschung bewirken; aber im wesentlichen ist durch unsere Funktion doch die Anpassung des Bettes an die Wasserbewegung in einer Form gegeben, bei welcher die Veränderlichkeit des Flußbettes immer geringer wird.

Ganz analoges liefert die Gleichung (15) für die Flußbreite. Ihre Auswertung mit denselben Konstanten, wie sie im Abschnitt 7 verwendet wurden, gibt für $t = 0$ und $t = 5$ die Kurven der Fig. 5, welche die Breite des Flusses darstellen. Auch hier bleiben die breitesten Stellen an ihrem Anfangsort liegen, weil für $b = b_0$ die Erosion und damit die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $\frac{n}{b^2} \left(\frac{b_0}{b} - 1 \right)$ verschwindet. Je kleiner b , desto größer wird die Geschwindigkeit.

Daher rühren die schmalen streifenförmigen Vorstöße in der Kurve $t = 5$, die sich rechts und links von der breitesten Uferstelle abwärts erstrecken. Da diese Vorstöße sehr schmal sind und auch vom Wasser überflutet werden, so gleichen sie sich in Wirklichkeit auf der Flußsohle ziemlich aus, d. h. die Flußbreite wird allmählich immer gleichmäßiger, die Erosion immer geringer, die Ufer nähern sich einer stationären Form.

Daß die durch Rechnung gefundenen Ufervorstöße vom Wasser überflutet werden müssen, ist klar; denn das Wasser kann nur unter dem Wasserspiegel Sand erodieren und akkumulieren. Solange wir eine konstante Durchflußmenge voraussetzen, können solche Vorstöße also nie neue Ufer bilden, sondern nur die Wassertiefe dort, wo sie liegen, verringern. Tatsächlich treten dann auch seitliche Wasserbewegungen auf, welche diese vorstoßenden Zungen auf der Sohle verbreitern und zugleich mehr oder weniger abtragen. Diese seitlichen Sandzungen, die unter Wasser liegen, spielen bei verschiedenen Erscheinungen eine sehr bedeutende Rolle, z. B. bei der Mäanderbildung. Wir werden uns später noch mit ihnen zu befassen haben. Sie treten auch an Gletschern auf (Seitenmoränen).

Im wesentlichen hatte die vorstehende Rechnung den Zweck, zu zeigen, wie die Wechselbeziehung zwischen der Bewegung des Wassers und des Sandes die Tendenz hat, zu einer gegenseitigen Anpassung der beiden zu führen. Erosion erweitert den Raum und verkleinert dadurch die Geschwindigkeit des Wassers, was zu einer Verminderung oder einem Aufhören der Erosion führt. Die Erosion hat also die Tendenz, sich selbst zu vernichten, es treten schließlich annähernd stationäre Strömungsverhältnisse durch Vertiefung des Wassers ein. Die Reibung (Abschnitt 4) erzeugt im Gegensatz dazu ein Versanden des Flußbettes bei Wildbächen oder überhaupt bei seichten Gerinnen.

9. Gekrümmte Flußbetten. Wir haben bisher die Mittellinie des Flußlaufes als geradlinig angenommen. In gekrümmten Flußläufen wird bekanntlich das konkave Ufer erodiert; das Wasser ist dort tiefer als auf der konvexen Seite, die Strömung stärker. Bei der Betrachtung gekrümmter Flußbetten genügt daher die Annahme einer mittleren Querschnittsgeschwindigkeit nicht mehr.

Eine mathematische Darstellung der Erosion und Akkumulation an gekrümmten Ufern ist wesentlich schwieriger als an geraden. Wenn das Flußbett im oberen Teil geradlinig verläuft und dann eine Krümmung folgt, so hat das strömende Wasser beim Eintritt in die Krümmung in allen Querschnittsteilen angenähert die gleiche Geschwindigkeit. Denn die innere Reibung und Turbulenz hat stets die Tendenz, Geschwindigkeitsunterschiede auszugleichen. Bei der Strömung in der Krümmung würde aber bei Erhaltung der Geschwindigkeiten das außen fließende Wasser gegenüber dem innen fließenden im Querschnitt zurückbleiben. Reibung und

Turbulenz haben das Bestreben, das Wasser zu einer mehr oder weniger festen Masse zu machen, also zu bewirken, daß die Wassermasse eines Querschnittes sich wie ein fester Körper mit halbwegs konstanter Winkelgeschwindigkeit in der Krümmung dreht. Hierüber folgt später noch eine eingehendere Darstellung. Eine um eine Achse rotierende Scheibe mit der Winkelgeschwindigkeit ω hat außen, beim Radius R , die lineare Geschwindigkeit $v_1 = R\omega$, innen, beim kleineren Radius r , die kleinere Geschwindigkeit $v_2 = r\omega$. In ähnlicher Weise gestaltet sich die Geschwindigkeitsverteilung des Wassers beim Strömen durch ein gekrümmtes Flußbett. Eine genaue Berechnung ist hier nicht möglich, wir wollen nur zur Orientierung einen Überblick zu geben versuchen.

Es sei z. B. das Flußbett im Oberlauf geradlinig, dann folge eine Krümmung und auf sie wieder eine gerade Strecke, die gegen die erste z. B. um 90° gedreht ist (Fig. 6). Die Uferlinien der gekrümmten Strecke seien konzentrische Kreisbogen, die geraden Ufer schließen an die Bögen als Tangenten an. In der geraden Strecke, aus welcher das Wasser in die Krümmung tritt, sei die mittlere Geschwindigkeit des Wassers v_0 . Wir wollen annehmen, daß die Flußbreite b_0 in der geraden und in der gekrümmten Strecke gleich sei. Es ist dann $b_0 = R - r$, wenn R der Krümmungsradius des äußeren, r der des inneren Ufers ist. Die Durchflußmenge muß überall die gleiche sein; ist die Wasserhöhe in der geraden Strecke h_0 , in der gekrümmten h , die Geschwindigkeit in

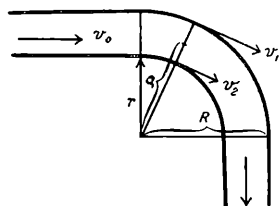


Fig. 6.

der letzteren v , so ist $v_0 b_0 h_0 = \int_{\rho=r}^R v h d\rho$, wo ρ der Radiusvektor

ist. Wäre nun die Wassertiefe auf der gekrümmten Strecke dieselbe wie auf der geraden (konstant h_0), so müßte, wenn die Bewegung des Wassers sich durch die Turbulenz zu einer Wirbelbewegung mit konstanter Rotationsgeschwindigkeit ω umgestaltet, die Geschwindigkeit außen (v_1) größer, die innen (v_2) kleiner werden als v_0 war, damit die Kontinuitätsbedingung erfüllt wird.

In diesem Fall, der dem Anfangszustand eines künstlich angelegten Flußgerinnes mit ebener Bettsöhle und konstanter Breite entspricht, wäre also: $v_1 = \omega R$, $v_2 = \omega r$, $v = \omega \rho$, $v_0 b_0 h_0 =$

$$= h_0 \int_r^R \omega \rho d\rho = h_0 \omega \frac{R^2 - r^2}{2}. \quad \text{Hieraus folgt durch Elimination}$$

von ω :

$$v_1 = v_0 \left(1 + \frac{R-r}{R+r} \right), \quad v_2 = v_0 \left(1 - \frac{R-r}{R+r} \right).$$

Die angenommene Umwandlung der gleichmäßigen Fortbewegung in die eines rotierenden Körpers infolge der inneren Reibung und Turbulenz führt also dazu, daß die Geschwindigkeit am konvexen Ufer geringer ist als v_0 , am konkaven aber größer.

Betrachten wir nun die Strömung beim Übergang aus der geraden in die gekrümmte Flußstrecke, so tritt auf der konkaven Seite eine Zunahme der Geschwindigkeit, auf der konvexen eine Abnahme ein, somit auf der konkaven Seite Erosion, auf der konvexen Akkumulation, wie dies ja auch stets zu beobachten ist. Wir wollen beispielshalber die Erosion am Ufer ausschließen (festes Ufer) und sie nur an der Sohle annehmen. Dann wird das Flußbett in der Krümmung außen vertieft und innen erhöht. Es wird, wenn aus dem oberen Teil des Flußlaufes keine Sandmassen in die Krümmung herabtransportiert werden, sich schließlich ein stationärer Querschnitt ausbilden, der dadurch bedingt ist, daß die Geschwindigkeit am Grunde überall unter jenen Wert herabsinkt, bei dem noch Erosion erfolgen kann. Die Kontinuität des Fließens

erfordert, daß $v_0 h_0 b_0 = \int_{\rho=r}^R v h d\rho$. Wie früher soll $v = \omega \rho$ sein

Machen wir die, allerdings nur sehr rohe Annahme, daß die Tiefe des Wassers im stationären Zustand von der konvexen Uferseite nach der konkaven hin linear zunimmt, so ist zu setzen $h = A + B\rho$. Sei für $\rho = r$ $h = 0$, so folgt $h = B(\rho - r)$. Damit die Erosion aufhört, muß am konkaven Ufer $v_1 = R\omega = v_0$ werden, wenn v_0 die Grenzgeschwindigkeit der Erosion ist. Es folgt also

$$\omega = \frac{v_0}{R} \text{ und } v_0 h_0 b_0 = \int_r^R \rho \frac{v_0}{R} B(\rho - r) d\rho. \text{ Die Flußbreite ist}$$

überall dieselbe, also $b_0 = R - r$. Somit ist $v_0 h_0 (R - r) =$

$$= \frac{v_0 B}{R} \left[\frac{R^3 - r^3}{3} - r \frac{R^2 - r^2}{2} \right]. \text{ Hieraus folgt: } B = \frac{b R h_0}{2 R^2 - R r - r^2}$$

Die Tiefe des Wassers am konkaven Ufer ist $h_1 = B(R - r) = \frac{6 R h_0}{2 R + r}$

Sei z. B. $R = 10$, $r = 5$, $h_0 = 2$, so folgt $h_1 = 4.8$. Die Wassertiefe vergrößert sich also vom konvexen zum konkaven Ufer von 0 auf 4.8 in linearer Weise. Unter diesen Umständen ist das Durchströmen des Wassers durch die Krümmung auch am konkaven Ufer ohne Erosion möglich.

In Wirklichkeit bildet sich freilich kein dreieckiger Querschnitt des Wassers in der Krümmung aus, sondern der Boden wird durch eine Kurve gegeben. Das rührt daher, daß am äußeren Ufer Erosion eintritt, die ein Abstürzen von Massen zur Folge hat. Auch entspricht die Verteilung der Geschwindigkeit gewiß nicht genau $v = \omega \rho$, wie angenommen wurde. Tatsächlich zeigen die Versuche ein klares Stationärwerden des gekrümmten Flußbettes, indem durch Erosion der Querschnitt so lange erweitert wird, bis die Geschwindigkeit unter die Erosionsgrenze herabsinkt.

Die Bildung der Wirbelbewegung beim Eintritt des Wassers in die Krümmung des Flußbettes ist von Wichtigkeit. Ohne sie könnte die große Geschwindigkeit am konkaven Ufer nicht zustande kommen. Als Ursache dieser Wirbelbewegung muß wohl in erster Linie die innere Reibung angenommen werden, obwohl eine theoretische Ableitung hiefür noch nicht gegeben ist. Viele Beobachtungen zeigen, wie rasch die innere Reibung Wirbelbewegungen erzeugt und größere Wassermassen wie zu einem festen Körper umgestaltet.

10. Bildung von Wasserwirbeln an krummen Uferstrecken. Die stationäre Strömung einer Flüssigkeit in geraden Linien bei innerer Reibung ist leicht zu berechnen. Bezeichnen wir die Fließrichtung mit x , die Richtung quer zu den Ufern mit y , ferner mit u die Geschwindigkeit nach x , mit v die nach y , mit η den Koeffizienten der inneren Reibung, mit γ die in die Fließrichtung fallende Komponente der Schwerkraft, so ist bei stationärem

$$\text{Zustand: } u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = \gamma - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}.$$

Nehmen wir an, es seien alle Variablen unabhängig von x , es seien also die Verhältnisse in jedem Querschnitt des Flusses die gleichen, ferner die Geschwindigkeit quer zum Flusse Null, so

$$\text{wird } -\frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \gamma \text{ und folglich } u = U - \frac{\gamma \rho}{2 \eta} y^2, \text{ wobei}$$

$u = U$ für $y = 0$ und Symmetrie nach rechts und links angenommen ist. Die Wirbelgeschwindigkeit um die vertikale Achse

$$\text{ist } \zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\gamma \rho y}{\eta} \text{ Sie ist in der Mitte des Flusses}$$

Null und wird gegen die Ufer hin immer größer; die Strömung u nimmt von der Mitte gegen die Ufer hin ab.

Wir können uns die Rolle dieser inneren Reibung so vorstellen, als wenn eine horizontale Wasserschicht aus kleinen teilweise ineinandergreifenden Zahnrädern bestünde, wie dies Fig. 7 schematisch zeigt. AA' ist die Mitte des Flußlaufes, die Pfeile deuten die Bewegung daselbst an. Die erste Zahnradreihe (1). bewegt sich am raschesten; dabei ist die Geschwindigkeit in der

x -Richtung an der der Mitte zugekehrten Seite des Zahnrades B) größer (u_0) als an der abgekehrten Seite (in C), weil in C v u_0 die doppelte Rotationsgeschwindigkeit in Abzug kommt. Die zweite Zahnradreihe hat in D eine kleinere Geschwindigkeit als C , weil sie hier wieder um die Rotation der zweiten Reihe v mindert ist u. s. w.

An der Stelle E , wo die Zahnräder einer Reihe ineinandergreifen, heben sich die Rotationsgeschwindigkeiten in der y -Richtung auf. Es bleiben also im ganzen nur lineare Geschwindigkeiten in der x -Richtung übrig.

Sie nehmen nach y hin ab und erreichen am Ufer eine Minimumwert. Diese Verhältnisse sind durch Pfeile in Fig. 7 angedeutet.

Anders gestaltet sich die Geschwindigkeitsverteilung, wenn die Ufer nicht geradlinig sind. Von den Rotationsbewegungen der Zahnräder bleiben an jenen Stellen, wo das Ufer schief oder quer zur Flußrichtung steht, y -Komponenten der Geschwindigkeit übrig und zwar dort, wo ein Zahnrad an das Ufer angrenzt, die Geschwindigkeit also nicht durch die entgegengesetzt gerichtete de-

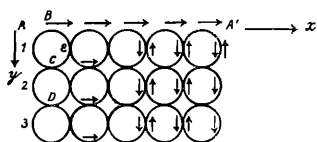


Fig. 7.

benachbarten Zahnrades aufgehoben wird. Auf diese Weise entstehen, nach Aufhebung aller innerhalb der Flüssigkeit gelegener einander entgegengerichteten Geschwindigkeiten, Wirbelbewegungen im großen statt der ursprünglichen kleinen. Fig. 8 stellt schematisch die Verteilung der Zahnräder und der Geschwindigkeiten für den Fall dar, daß das Flußufer $AB-A'B'$ sich beiderseits symmetrisch erweitert und dann wieder verengt. Die gestrichelten Stromlinien zeigen rechts von der Mitte in der Stromrichtung gesehen einen Wirbel in der Richtung des Uhrzeigers, links von der Mitte einen entgegen dem Uhrzeiger.

Eine theoretische Berechnung dieser Seitenwirbel, die man in der Natur ganz regelmäßig findet, ist noch nicht erfolgt. Im wesentlichen kann man annehmen, daß bei einer seitlichen Ausbuchtung des Ufers der Hauptstrom der Kontinuität wegen hauptsächlich in der normalen Breite durch die breitere Stelle durchfließen muß, wo durch sich der seitliche Geschwindigkeitsunterschied bis zum Ufer in der ausgebuchteten Stelle vergrößert und an den Rändern die Geschwindigkeit negativ wird, wenn die Ausbuchtung groß genug ist. Diese gegen den Strom gerichteten Seitenbewegungen bilden sich ungemein rasch aus. Bei geeigneter Uferform kann die seitliche

Gegenströmung so intensiv sein, daß sie Erosion bewirkt. Da in der Mitte des Seitenwirbels die Geschwindigkeit am kleinsten ist (an einer Stelle wird sie Null), so kann daselbst eine Sandablagerung stattfinden, während die größere Gegengeschwindigkeit am ausgebuchteten Ufer das Bett dort tiefer erhält.

Fließt das Wasser in den ausgebuchteten Querschnitt schief ein (nicht symmetrisch), dann wird der Seitenwirbel auf der konvexen Seite schmal oder verschwindet ganz (Gleitwirbel), der andere Seitenwirbel, auf der konvexen Seite, vergrößert sich und bildet das leichte Konvexufer in gekrümmten Flußläufen.

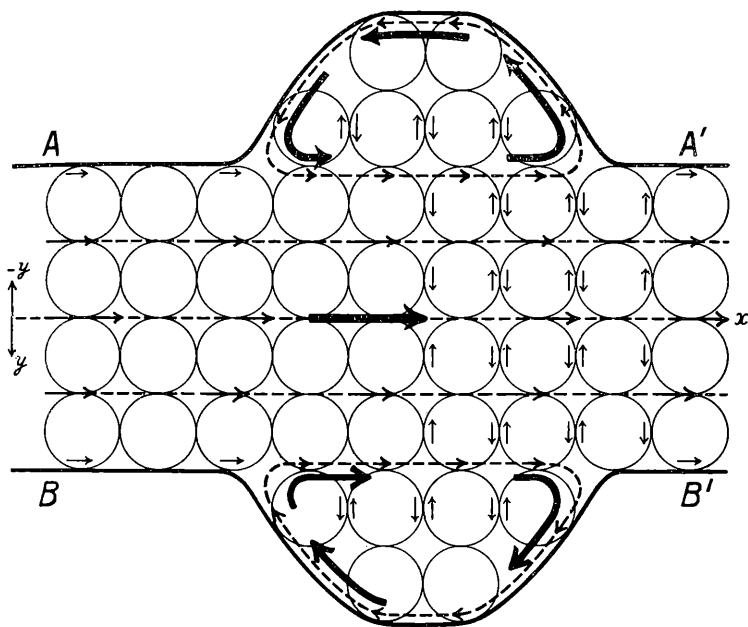


Fig. 8.

Ist ein regelmäßiger Lauf mit geraden parallelen Ufern vorhanden, so fließt das Wasser ohne große Wirbelbildungen flussabwärts, die kleinen Elementarwirbel (Zahnräder) verbrauchen große Energiemengen durch Reibung. Sobald auch nur kleine Ein- oder Ausbuchtungen des geraden Ufers gegeben sind, führt die innere Reibung zur Ausbildung größerer Wirbel, die viel stabiler sind als die kleinen abströmenden Elementarwirbel und am Orte der Ein- oder Ausbuchtung liegen bleiben. Es scheint in diesem Sinne ein gekrümmtes oder in der Breite wechselndes Flußbett viel stabiler zu sein als ein geradliniges, da im ersteren große Wirbel möglich sind, die an den Ort ihrer Entstehung gebunden bleiben. Und in dieser Tendenz zur Bildung großer Wirbel aus den kleinen Elementarwirbeln dürfte eine Ursache der Unregelmäßigkeit der

natürlichen Flußläufe liegen. Das Wasser hat infolge der inneren Reibung das Bestreben, sich in Teile zu trennen, welche in ihrer Bewegung den festen Körpern ähnlich sind. Die Reibung an der Grenze zweier solcher aneinander vorübergleitender Wasserkörper kann freilich groß sein; aber die Reibung innerhalb eines dieser Körper wird viel kleiner, als wenn die einzelnen Wasserteilchen mit der Unsumme ihrer Elementarwirbel aneinander vorübergleiten.

II. Versuchsergebnisse.

Die Versuche über die Wechselwirkung zwischen Wasser und Sand wurden in einer Blechtasse von 2 m Länge gemacht, die mit Donausand gefüllt war. Der Blechboden lag horizontal, das Gefälle stellte sich von selbst durch Sandverlagerung ein. Der Zufluß erfolgte durch ein Rohr mit breiter Öffnung, um große Anfangsgeschwindigkeit zu vermeiden, der Abfluß durch eine breite Öffnung im Niveau des Blechbodens. Die Durchflußmenge des Wassers wurde nach Bedarf verschieden gewählt.

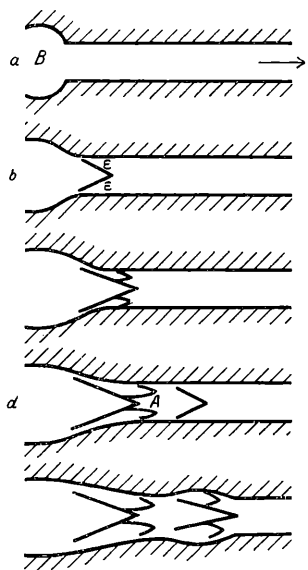


Fig. 9.

1. Bildung von Sandzungen in geradem Wasserlauf. In der Sandmasse wurde eine gerade Rinne ausgestochen, die vom Einfluß zum Ausfluß führte. Für das einfließende Wasser wurde ein kleines Bassin ausgegraben, wie es Fig. 9 a in B zeigt.

Ist die Rinne so breit und tief, daß bei der gegebenen Durchflußmenge des Wassers keine Erosion eintritt, so verändert sich zunächst nichts. Wird nur aber in das Bassin B Sand geworfen, so schwemmt ihn das einströmende

Wasser an den Eingang der Rinne und verkleinert rasch den für den Fluß zur Verfügung stehenden Querschnitt daselbst. Dadurch steigert sich hier die Geschwindigkeit und es beginnt am oberen Ende der Rinne am Boden sowohl wie an den Ufern die Erosion. Sobald das sandtragende Wasser über den angeschwemmten Sand am oberen Ende der Rinne weggeströmt ist, verkleinert sich im tieferen Bett seine Geschwindigkeit und der Sand fällt zu Boden. So entsteht sehr rasch die spitze Sandzunge (Fig. 9 b), welche symmetrisch zu den Ufern gelegen ist und talwärts einen schwachen Anstieg besitzt. Der Sand wird an dieser Böschung aufwärts geschoben, fällt am Zungenende herab und bildet dort eine wesentlich steilere geradlinige Böschung, wie sie auch die Dünen an der Leeseite des Windes besitzen. Die deutliche Spitze der Zunge rührt

daher, daß die Wassergeschwindigkeit in der Flußmitte am größten ist und daher der Sand dort am raschesten talwärts getragen wird. Diese Sandzunge wächst eine Zeit lang, wie dies im Profil in Fig. 10 schematisch dargestellt ist, indem der vom Wasser oben abgetragene Sand hinter der Böschung herabfällt. Hiedurch wird der Wasserquerschnitt immer kleiner, die Geschwindigkeit daher größer und es beginnt eine starke Erosion beiderseits der Mittellunge an den Ufern. Der erodierte Sand wird längs der Ufer talwärts geschwemmt und bleibt bald wieder liegen, da die Geschwindigkeit in den Ecken *E* (Fig. 9 *b*) seitlich der Zungenspitze geringer ist. Auf diese Weise entstehen neben der Mittellunge zwei seitliche Sandzungen (Fig. 9 *c*). Der Fluß wird oberhalb ihrer Spitzen breiter, die seitlichen Sandzungen lenken die Wasserbewegung längs des Ufers gegen die Mitte zu, unterhalb die Spitze der Mittellunge. Die seitlichen Sandzungen werden hiedurch länger als die Mittellunge,

verbleibt zwischen ihnen unterhalb der Mittellunge eine Stelle tiefen Wassers, die durch einen Wasserwirbel gegenüber dem ursprünglichen Sandniveau oft sogar noch vertieft wird. Schon an den beiden Leeseiten der spitzen Mittellunge (Fig. 9 *b*) ist oft der

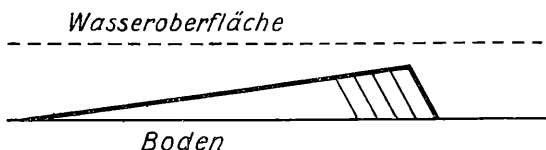


Fig. 10.

Anfang einer Wirbelbewegung zu bemerken. Das Wasser, das über die Leeböschungen hinabströmt, überstürzt sich und erzeugt horizontale Wirbel (Wasserwalzen), mit einer Bewegung talwärts an der Oberfläche, einer umgekehrten in der Tiefe. Die Achsen dieser Wirbel liegen längs der beiden Leeböschungen der spitzen Mittellunge. Das Wasser beschreibt dabei spiralförmige Bahnen flußabwärts, wodurch der Sand längs der Leeböschungen talwärts gezogen wird, so daß die Mittellunge sich nicht mehr wesentlich verlängert.

Durch die Entstehung der beiden Seitzungen aus der Ufererosion werden die beiden Wirbel allmählich quer zum Flußlauf orientiert und schließen sich in einen zusammen; an der Stelle *A* (Fig. 9 *d*) können sehr heftige Wirbelbewegungen entstehen. Der von oben herabkommende Sand bleibt deswegen in der tiefen Stelle *A* nicht oder nur teilweise liegen. Er wird aus der Mitte des Bettes talabwärts getragen und beginnt hier eine zweite Mittellunge (Fig. 9 *d*) zu bilden. Sie wächst allmählich wieder an wie die erste, drückt das Wasser gegen die Ufer, die nun wieder erodiert werden und zwei neue Seitzungen erzeugen (Fig. 9 *e*). Sehr deutlich tritt durch diesen Vorgang eine Schlangenform der Ufer, ein periodischer

Wechsel in der Flußbreite ein. Im Gebiet der Leeseiten der Mittelzungen behält der Fluß seine ursprüngliche Breite, im Gebiet ihrer Luvseiten wird er erweitert, die Ufer bleiben auch bei ganz symmetrischem Wasserfluß nicht geradlinig, sondern werden periodisch gekrümmt, wie dies in Fig. 9e angegeben ist.

Eine klare Darstellung von gut ausgebildeten Mittel- und Seitenzungen gibt Abb. 1 (Tafel). Der gerade Flußlauf liegt in nasser Sandmasse (deren unregelmäßige Oberfläche nebensächlich ist). Die Photographie zeigt das ausgebildete Flußbett ohne fließendes Wasser. Um die tiefen Stellen sichtbar zu machen, wurde dunkelgefärbtes Wasser einströmen gelassen, das nun nur mehr in den tiefen Stellen steht und in der Photographie durch die dunkeln Flecke unterhalb der Mittelzungen gegeben ist. Man sieht deutlich am oberen Ende die Mittelzunge und die beiden Seitenzungen, darunter



Fig. 11.

die tiefe Stelle von charakteristischer, stets wiederkehrender Form und talwärts von ihr eine neue Mittelzunge mit zwei Seitenzungen u. s. w. Diese Form ist in dem unteren Teil des Flußlaufes nicht ganz so regelrecht ausgebildet wie im oberen, aber doch noch erkennbar.

Solange die Sandzungen noch nicht so in die Länge gewachsen sind wie in Abb. 1, die eine Art Endzustand darstellt, kann man beobachten, daß das über die Mittelzunge fließende Wasser vor Erreichung der Spitze nach den beiden Ufern hin divergiert. Das ist leicht verständlich, weil die Spitze der Mittelzunge am höchsten liegt, entsprechend der Luvböschung, das Wasser also leichter rechts

und links von der Spitze durchströmt. Dies kann bei abnehmender Durchflußmenge Folgen haben, auf die wir noch zurückkommen.

Überhaupt ist die Strömung des Wassers äußerst kompliziert. Im allgemeinen beobachtet man leewärts von Zungen horizontale Wasserwalzen, die häufig an ihren uferseitigen Enden sich aufrichten und Wirbel mit vertikaler Achse bilden.

Solche Wirbel *A* erscheinen sehr oft leewärts der Seitenzungen, wie Fig. 11 dies schematisch darstellt, während in der Mitte die horizontale Querwalze *Q* liegt. Auch sind die oben angeführten spiralförmigen Stromlinien längs der Leeseiten der Mittelzunge angedeutet (*L*). Es sind Wirbel mit horizontaler Achse, die den Sand von der Mittelzunge auf die Seitenzungen und von diesen konvergierend nach der Vertiefung unterhalb aller Zungen bringen, von wo die *Q*-Walze ihn wieder talwärts wirft.

Abb. 2 zeigt die stufenförmige Gliederung des geraden Flußlaufes, aufgenommen von der Talseite (nicht von oben wie Abb. 1). Der Flußlauf ist hier ganz wasserfrei. Die Regelmäßigkeit der

Zungen und Vertiefungen ist hier geringer als in Abb. 1, das Bild wurde sehr bald nach Beginn einer heftigen Erosionstätigkeit bei verhältnismäßig großer Durchflußmenge aufgenommen. Diese Einzelform hat auch schon Fr. Schaffernak (l. c.) photographiert.

2. Fortpflanzung und Neubildung der Sandzungen in geradem Wasserlauf. Die Distanz der aufeinanderfolgenden Sandzungen, beziehungsweise Vertiefungen ist meist im Anfangsstadium der Erosion geringer als später. Solange vom oberen Flußlauf Sand herbeitransportiert wird, ist ein stationärer Zustand nicht erreichbar, weil die durch Erosion verursachte Querschnittsvergrößerung durch Sandablagerung wieder verhindert wird, die Erosion also nicht aufhört. Wenn sich, wie in Abb. 2, rasch Sandstufen gebildet haben, so ist doch stets die oberste im Flußlauf schon weiter ausgebildet als die unteren, die Sandzungen oben sind meist länger als die talwärts gelegenen (vgl. Abb. 1). Es tritt dann häufig der Fall ein, daß auf den gut ausgebildeten obersten Zungen durch anhaltende Sandzufuhr vom Oberlauf her neue Mittelzungen aufgelagert werden, wie dies Abb. 3 zeigt. Hier ist das Flußbett durch lange Erosion im Oberlauf sehr verbreitert, die Tiefe des Flusses ist sehr gering geworden. Die neue Mittelzunge drängt das Wasser noch mehr nach den Ufern und erzeugt dadurch neue Seitenzungen.

Die Erscheinungen fallen aber anders aus, wenn der Sandnachschub im Oberlauf nicht so groß ist. Der Flußlauf verbreitert sich dann nicht so sehr, die Versandung ist geringer und es kann unterhalb der auf die alte Mittelzunge neu aufgeworfenen Sandzunge zu einer Überstürzung des Wassers und zu einem Wirbel mit horizontaler Achse kommen, der nun eine neue Stufe oberhalb der ersten in das versandete Bett eingräbt. Diese Erscheinung ist mitunter sehr überraschend. Man möchte glauben, das Bett habe sich schon stationär gestaltet; indessen tritt auf einmal in ziemlich flachem Wasser auf der breiten Sandzunge ein Wirbel auf, der mächtig erodiert und in die bisherigen Sandwellen eine neue hineingliedert.

Die Abb. 4 und 5 zeigen einen solchen Fall. Abb. 4 ist zuerst aufgenommen. Sie enthält in dem photographierten Flußlauf vier Vertiefungen, die mit *a* bis *d* bezeichnet sind. Die Vertiefung *a*, die erste unter dem Einfluß, bleibt, wie Abb. 5 zeigt, an ihrem Orte liegen, die Vertiefungen *b*, *c* und *d* verschieben sich ein wenig flußabwärts. Der große Abstand zwischen *c* und *d* im Anfangsstadium führt dazu, daß sich im späteren Stadium (Abb. 5) dort die neue Vertiefung *e* bildet. Nach länger dauerndem Fließen des Wassers versanden einzelne dieser Vertiefungen wieder. Es entstand das Flußbild der Abb. 1, welches schon früher besprochen wurde; zwischen *a* und *c* ist die Vertiefung *b*, zwischen *c* und *d* die Vertiefung *e* verschüttet worden. Die eingeschalteten Vertiefungen können mitunter viel stärker sein als *e* in Abb. 5.

3. Bildung von Sandzungen hinter einer Flußkrümmung. Wenn man einen geradlinigen Flußlauf anlegt, wie oben, den Einfluß aber nicht symmetrisch zum Laufe macht, sondern das Wasser schief in den geraden Flußlauf eintreten läßt, dann erhält man die Erscheinungen der wechselnden Uferbänke, der schlangenförmigen Flußläufe, der Mäander. Die Wasser- und Sandbewegung ist bei solch unsymmetrischer Verteilung oft einfacher als bei geradem Lauf.

Im folgenden sei zunächst ein Versuch beschrieben, dessen Ergebnis Abb. 6 darstellt. In die geradlinige Rinne wurde am oberen Ende das Wasser unter rechtem Winkel eingelassen. Das hatte zur Folge, daß sehr rasch die Einlaufecke erodiert wurde und an der konvexen Seite sich flußabwärts eine ziemlich spitze, gebogene Seitenzunge *A* von Sand entwickelte. Zugleich strömte das Wasser gegen die konkave Ecke am oberen Ende der Rinne an und erodierte daselbst das Ufer sehr stark (*A'*). Diese Erosion erzeugte eine zweite Sandzunge (Abb. 6, *B*, rechts), die sich längs des Ufers talabwärts ausbreitete. Sie verläuft mit ihrer Spitze sehr nahe dem Ufer. Diese Zunge ist wieder am höchsten in der Nähe der unteren Spitze, sie steigt talabwärts an, wie die Seiten- und Mittelzungen im geraden Flußlauf. Das hat zur Folge, daß der Querschnitt des Flusses auf der rechten Seite des Bildes ziemlich stark gesperrt wird, so daß das Wasser oberhalb des Zungenendes von der Sandzunge abgelenkt und ans andere Ufer hinüberströmt. Hiedurch entsteht eine Erosion des linken Ufers in *B'*, wie früher des rechten in *A'*. Das Wasser fließt im wesentlichen aus dem tiefen Ort *A'* über die Zunge *B* hinweg nach dem tiefen Ort *B'*. Die Erosion in *B'* erzeugt eine neue seitliche Zunge *C* auf der linken Seite und daneben wieder eine Erosionsstelle *C'* auf der rechten. Diese wieder hat die Zunge *D* zur Folge, die sich an das Ufer rechts anschließt.

Man erkennt in der Abb. 6 einen ganz regelmäßigen, einfachen Vorgang, der das Flußbett abwechselnd rechts und links erodiert und an den gegenüberliegenden Uferstellen Sandbänke anwirft. Diese sind im wesentlichen die aus der Ufererosion entstandenen Seitenzungen, die wir auch beim geraden Flußlauf fanden. Aber die Mittelzunge und die zweite Seitenzunge fehlt hier, der Vorgang ist darum eigentlich einfacher als beim geraden Lauf. Das Wasser fließt dabei von einer Uferseite zur anderen, wobei es beim Übergang über die Mitte des Bettes stets seichte Furten, die der Mitte zugekehrten Seiten der Zungen, überschreiten muß. Die kleinen Einkerbungen an diesen Stellen, quer zu den Seitenrändern der Zungen in Abb. 6, sind erst durch das Abfließen des Wassers entstanden (zum Photographieren wurde der Zufluß abgesperrt): solange das Wasser fließt, sind die Zungen gleichmäßig, glatt und zeigen auf den Leeseiten die bekannten steilen Böschungen.

Die geschlängelten Flußläufe scheinen hienach weniger durch Reflexion des Wassers an den Ufern zu entstehen, wie ich seiner-

zeit meinte,¹ als durch die Verlegung des Bettes durch das erodierte Material. Der an einem Ufer erodierte Sand lagert sich unterhalb der Erosionsstelle an derselben Bettseite ab und drängt dadurch das Wasser auf die andere Uferseite, wo nun wieder Erosion eintritt und neuerdings die Verdrängung des Wassers durch das erodierte Material auf die erste Seite erfolgt.

4. Mäanderbildung. In Abb. 6 ist das Flußbett durch gestrichelte Linien hervorgehoben, um klarer zu erscheinen. Wenn es sich hier auch noch nicht um eigentliche Mäander handelt, so erkennt man doch deutlich die Tendenz zur Schlängelung. Wirklich klare Mäander entstehen aus solchen Flußbetten, wenn die Durchflußmenge geringer wird, als sie bei Entstehung der wechselnden Zungen war. Dieser Einfluß der Variabilität der Durchflußmenge ist für die natürlichen Flußläufe von ganz besonderer Bedeutung.

Wenn wir die früher besprochene Verteilung der Flußtiefe nach Abb. 6 betrachten und das Bett nun von einer geringeren Wassermasse durchströmen lassen, als die war, unter der es entstanden ist, so wird diese geringere Durchflußmenge nicht das Bett von einem Ufer bis zum anderen ausfüllen, sondern nur die tieferen oder tiefsten Stellen der Querschnitte aufsuchen. An den erodierten Ufern ist das Bett am tiefsten, der Fluß wird also von einem Ufer zum anderen pendeln (von A' nach B' und C' in Abb. 6). Zwischen A' und B' muß das Wasser über die Sandzunge B hinweg und wird hier die tiefste Stelle wählen, die etwa zwischen den Buchstaben B und B' , also oberhalb der Zungenspitze von B liegt, die oben schon erwähnte Furt.

Nun ist es wichtig, daß bei einer solchen Verringerung der Durchflußmenge die Geschwindigkeit des Wassers gerade in dieser Furt groß sein muß, weil der Querschnitt dort gering ist. Das hat Erosion und Vertiefung der Furt zur Folge und durch die Erosion an der tiefsten Stelle der Sandzunge wird die Breite des über die Furt fließenden Wassers allmählich noch wesentlich verringert, das Gefälle, das im tiefen Wasser zwischen A' und B klein ist, im seichten zwischen B und B' groß ist, gleicht sich durch die erwähnte Erosion mehr und mehr aus und wir erhalten allmählich ein schmales Bett im breiten ursprünglichen, das von A' über B nach B' u. s. w. führt.

Ein Beispiel dieses Vorganges gibt Abb. 7. Bei schiefem Einfluß des Wassers in ein gerades Gerinne entstanden ähnliche seitliche Erosionen mit rechts und links abwechselnden Sandbänken wie in Abb. 6. Sodann wurde die Durchflußmenge des Wassers verringert und es trat die oben beschriebene Erosion der Furten ein. Die tiefen Stellen sind durch dunkel gefärbtes stehendes Wasser kenntlich gemacht. Man sieht deutlich, wie die Rinne des verminderten Durchflusses von einem Ufer zum anderen pendelt.

¹ Wiener Sitzungsberichte, Abt. IIa, Bd. 128, S. 1453, 1919.

In Abb. 8 ist ein ähnlicher Fall dargestellt, wo aber das dunkel gefärbte Wasser im Fließen photographiert ist. Das Bild läßt den ursprünglichen geraden Flußlauf erkennen, außerdem drei Sandbänke (*A*, *B* und *C*), mäßige Erosionen in den ehemals geraden Ufern und eine deutliche Schlingelung des Wasserlaufes durch die Sandbänke bei reduzierter Durchflußmenge. Bei letzterem bleiben die angeschwemmten Sandbänke trocken, das Wasser ist an den Erosionsstellen der Ufer am tiefsten (die dunkelsten Stellen des Flusses), beim Überqueren des Laufes über die Mittellinie des Uferbettes sieht man hellere Stellen, welche seichte Sandzungen anzeigen, die von den Furten aus stromabwärts aufgeworfen wurden.

5. Longitudinale Einkerbungen im Flußbett. Bei Bewegung des Wassers über Sand in größerem Maßstab treten bekanntlich quer zur Bewegungsrichtung die sogenannten Rippelmarken auf, im wesentlichen Dünen, wie sie der Wind erzeugt. In dem schmalen Flußbett, das hier verwendet wurde, spielen die seitlichen Erosionen eine so große Rolle, daß die Mittelsandzungen, die den eigentlichen Rippelmarken entsprechen, nicht so klar hervortreten, wie in breiten Gerinnen, wo auch die Geschwindigkeit des Wassers gleichmäßiger ist. Nun finden sich bei den Versuchen, die in Wasserbaulaboratorien in größerem Maßstab gemacht wurden, neben den Querrippeln auch Längsrippeln. Diese letzteren treten auch bei den Versuchen im kleinen auf und sind für die Bettgestaltung bei geringem Wasserdurchfluß bedeutungsvoll.

Abb. 9 zeigt eine Reihe solcher longitudinaler Einkerbungen. Hier wurde das Wasser quer zur geraden Rinne einfließen gelassen und außerdem ein Einbau aus Sand *E* am Anfang des Gerinnes gemacht, so daß in dem bogenförmigen Einfluß eine starke Erosion eintrat, die eine breite und hohe Sandzunge in den oberen Teil der geraden Rinne hineinwarf. Am Ufer gegenüber trat naturgemäß eine Ausbuchtung ein, das Bett wurde dort tief. Als nun bei einer geringeren Durchflußmenge das Wasser über die Sandzunge *S* strömte, entwickelten sich longitudinale Rillen, die in der Photographie durch Beleuchtung von der Oberseite her hell erscheinen.

Dort, wo das Wasser mit sehr geringer Tiefe über die Sandzunge strömt, wird die Geschwindigkeit durch die Reibung am Boden stark beeinflusst. Wenn an der Mündung der Sandzunge in das tiefere Wasser dieselbe nur ganz geringe Unebenheiten aufweist, so wird an einer Stelle, wo die Zunge auch nur etwas tiefer liegt, die Geschwindigkeit größer, die Erosion stärker und es bildet sich rasch eine schmale Rinne. Von solchen sind in Abb. 9 mehrere zu sehen, die parallel zueinander liegen. Wir haben hier einen Vorgang vor uns, bei dem die geringsten Unregelmäßigkeiten einer Vergrößerung derselben führen. Die Reibung am Boden wirkt sofort an der Stelle weniger, wo das fließende Wasser nur etwas tiefer ist, die Geschwindigkeit wird also an dieser Stelle größer.

Die Erosion wird dort stärker, es entsteht eine schwache Furche, die sich durch die Abnahme der Bodenreibung weiter vertieft. So unscheinbar die Bildung dieser kleinen Furchen ist, so ist sie doch von Interesse, weil sie uns eine Entwicklung aus einem labilen Zustand darstellt. Solange die Wassermenge wesentlich größer ist, kommt es nicht zu solcher Rillenbildung, die Sandzungen der früheren Abbildungen bei konstantem Wasserfluß haben ganz gleichmäßige Böschungflächen.

Abb. 10 zeigt ähnliche Rillen auf einer langen Sandzunge bei etwas schieferm Einfluß des Wassers in ein gerades Gerinne. Der untere Teil des Flußlaufes hat wenig Sand am Boden, der obere durch Ufererosion mehr, das Gefälle ist also verhältnismäßig groß, die Durchflußmenge aber dabei gering. Je mehr die Einkerbung fortschreitet, desto mehr wächst die Geschwindigkeit und dabei sinkt dann auch das Niveau des Wassers, wie dies in Abschnitt I, 6, besprochen ist, wodurch die Ränder der Rinne erhalten werden und allmählich sogar über die Wasseroberfläche hervortreten können.

Allerdings kann man manchmal beobachten, daß das Wasser nicht parallel zu den Rillen strömt, sondern schief über sie hinüber. Ob es sich hier um eine Art Wellenbewegung des fließenden Wassers handelt, mit Ausbuchtungen vertikal nach abwärts, vermag ich nicht zu sagen. Es sieht mitunter so aus, als würde das Wasser, wenn es über Sand strömt, bei annähernd ebenem Wasserspiegel vertikale Schwingungen nach abwärts ausführen, wodurch manche Erscheinungen, wie die regelmäßige Folge der Dünen, erklärbar werden.¹

Vermutlich geben kleine Unebenheiten den Anlaß zur Entstehung einzelner Rillen und die Vertikalschwingung des Wassers trägt dann zu ihrer regelmäßigen Entwicklung bei. Um diese Erscheinungen näher zu prüfen, wären Versuche in größerem Maßstab, vor allem in breiteren Flußläufen nötig.

6. Instabilitäten in Flußbetten. Wenn aus einem geradlinigen Flußlauf das Wasser in ein breiteres Bett tritt, so kann sich (vgl. Abschnitt I, 5) durch Erosion im schmälern Teil und Akkumulation im breiteren eine Sandzunge beim Eingang in das breitere Bett bilden, die, wie die oben gezeigten Mittelzungen ihre Spitze symmetrisch talwärts richtet (Fig. 12 auf nächster Seite). Die Zunge *AB* steigt von dem oberen Ende gegen die Spitze hin an und hat im allgemeinen die niedrigsten Ränder an den Stellen *C, C'*. Die Ränder seitlich von *A* sind etwas höher, weil das Wasser nahe dem oberen schmalen Lauf noch nicht stark divergiert. Wird nun die Durchflußmenge geringer, so kann die Spitze *B* über das Wasserniveau hervortreten und die Strömung verzweigt

¹ Vgl. F. M. Exner, Zur Physik der Dünen. Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wiss. Abt. IIa, Bd. 129, S. 929, 1920.

sich dann von *A* nach *C* und *C'*. Unter diesen Umständen gibt es ähnliche Zufälle, wie sie im vorigen Abschnitt gezeigt wurden. War die Wasserbewegung und damit die Zunge vorher auch nur ein wenig unsymmetrisch, so wählt nun bei geringerer Durchflußmenge das Wasser wesentlich die niedrigere der beiden Ausflußstellen (Fig. 12, *C*) und beginnt hier zu erodieren. Hiedurch kommt eine unsymmetrische Strömung in dem symmetrischen Flußbett durch einen ganz geringen Anlaß zustande; die Abnahme der Wassermenge schafft einen labilen Zustand, der rasch zu einer Krümmung des Flußlaufes führt.

Viel verwickelter und schwer übersehbar werden derartige Instabilitäten in geraden Flußläufen von solcher Durchflußmenge, daß heftige Bodenerosionen auftreten, ohne jedoch zu einer totalen Versandung durch Ufererosion zu führen.

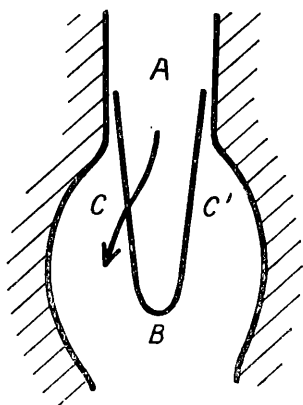


Fig. 12.

Abb. 11 gibt eine Photographie eines geraden Flußlaufes mit kurzen Sandzungen und dahinterliegenden Tiefen. Ein solches Bett bildet sich bei großer Geschwindigkeit und geringem Sandnachschub aus dem oberen Flußlauf. Die dunkeln Stellen sind die mit gefärbtem Wasser gefüllten Tiefen.

Man sieht hier acht Vertiefungen hintereinander. Hinter jeder liegt eine Sandzunge, die unregelmäßig erodiert ist. Die Rinnen, die von einer Tiefe zur nächsten führen, liegen bald links, bald rechts im Flußbett, talwärts wechseln sie ihre Lage regelmäßiger als im oberen Teil. Abb. 12 zeigt denselben Lauf etwas später; die Erosion hat die Vertiefungen und Sandzungen in recht

unregelmäßiger Weise verändert. Einige Vertiefungen haben sich vereinigt, es sind wesentlich nur mehr sechs vorhanden, zugleich sind sie talwärts gewandert. Im unteren Lauf haben die Rinnen ihren Platz auf der linken, beziehungsweise rechten Seite gewechselt.

Diese Flußbetten sehen recht zufällig aus. Bei geradem Einfluß des Wassers am oberen Ende können die geringsten Unregelmäßigkeiten dazu führen, daß das Wasser hier mehr links, dort mehr rechts fließt, der gerade Lauf ist sehr unstabil. Sobald der Einlauf von einer Seite erfolgt, wird die Flußformation nicht mehr durch ganz geringe Unregelmäßigkeiten beeinflusst, sie wird wesentlich stabiler.

Wir wollen aber noch auf eine Erscheinung hinweisen, leider durch keine Photographie belegt werden konnte. Es gibt eine prinzipielle Instabilität in gekrümmten Flußläufen, wenn die Erosion bedeutend ist. Natürliche Flußläufe in ebenem Terrain zeigen fa-

immer alte, abgestorbene Flußwindungen neben dem Bett, die teilweise wohl die gleiche Ursache haben wie der folgende Laboratoriumsversuch:

Läßt man in ein ähnliches, stark erodierbares gerades Flußbett, wie es Abb. 11 und 12 zeigt, das Wasser dauernd etwas schief zur Längsachse einfließen, dann bildet sich hinter der konkaven Uferstelle am oberen Ende eine Sandzunge, die — wenn der Einfluß nur wenig schief zur Achse liegt — sich zwar an die konkave Seite anlegt, aber doch nicht die eigentliche Form der Seitzunge besitzt, wie in Abb. 6. Sie liegt mit ihrer Spitze seitlich, füllt aber doch die ganze Breite aus, und der Hauptrand der Leeböschung, die Linie, welche das Zungenende in Fig. 13 darstellt, steht etwas geneigt zur Längsachse des Flußlaufes. Hinter dieser Böschung 1 bildet sich bei raschem Wasserlauf ein horizontaler Wirbel, der eine starke Vertiefung des Flußbettes zur Folge hat. Diese Vertiefung ist hinter 1 schematisch durch ein dunkles Band angegeben; der Wirbel liegt parallel zur Böschung, also in Fig. 13 bei 1 auf der linken Seite und nach rechts vorne geneigt.

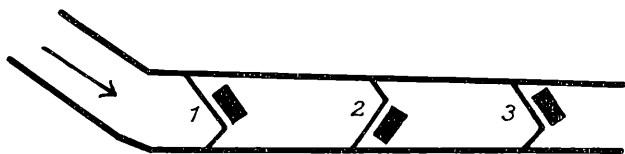


Fig. 13.

Dieser Wirbel wirft nun den herabkommenden Sand hauptsächlich auf der linken Seite talabwärts, so daß die nächste Zunge 2 sich an das linke Ufer anschließt, die Hauptböschung rechts liegt und der Wirbel 2 daher gleichfalls rechts und nach links vorne geneigt steht. Eine dritte derartige Zunge mit Wirbel entspricht wieder der Lage nach der ersten u. s. w.

Diese Verteilung ist in Abb. 7 deutlich zu sehen. Sie ist aber nicht stabil, wenn von oben immer neuer Sand herabgeschwemmt wird. Dadurch rücken nämlich zunächst alle Zungen mit ihren Vertiefungen talabwärts vor. Schließlich wird die Zunge 1 so lang und hoch, daß das Wasser auf ihr sehr große Geschwindigkeit erlangt und sich hinter dem Einfluß ein neuer Wirbel 4 bildet, welcher in die Zunge 1 eine Vertiefung eingräbt, die naturgemäß infolge des bestehenden schiefen Einflusses die gleiche Lage annimmt, wie sie in Fig. 13 hatte. Es tritt dann eine Situation ein, die schematisch in Fig. 14 dargestellt ist. Die Vertiefungen 1, 2 usw. haben ihre alte Lage (freilich abwärts verschoben), die Vertiefung 4 aber hat dieselbe Lage wie 1. Dies ist ein unhaltbarer Zustand. Der Wirbel 4 wirft den Sand auf der linken Seite des Bettes talabwärts und dreht dadurch allmählich die Sandzunge und den Wirbel 1 in die Lage, welche 2 besitzt.

Daraufhin beginnt der Wirbel 1 Sandzunge und Wirbel 2 zu drehen und so pflanzt sich im Verlaufe der Zeit die Wirkung des neu entstandenen Wirbels 4 auf alle talabwärts liegenden fort, sie werden alle gedreht. Während dieser stufenweisen Veränderung bildet sich an der Einflußstelle ein zweiter neuer Wirbel 5, der wiederum alle talabwärts liegenden Sandzungen und Vertiefungen zu drehen strebt. Auf diese Weise ergeben sich hinter einer festgelagerten schiefen Einflußstelle im geraden Flußbett fortdauernde Umbildungen, die sich weit talabwärts erstrecken. Die Veränderungen in einem solchen Flußlaufe bestehen also nicht allein in einer Wanderung der Sandzungen und Vertiefungen talabwärts, sondern noch dazu in einer periodischen Umlagerung der Sandbänke und Vertiefungen von einer Seite zur anderen. Eine an einer Uferseite angelagerte Sandbank wandert abwärts und in die Strommitte hinaus, von hier an das andere Ufer und später wieder zurück. Es handelt sich hier also um eine recht verwickelte Umbildung des Flußbettes, die bei den Laboratoriumsversuchen für eine Reihe von Sandzungen nahe dem

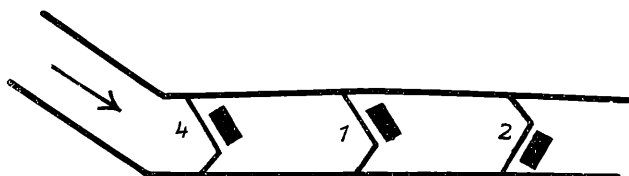


Fig. 14.

Einlauf recht gut zu sehen war. Ob sie in den natürlichen Flußläufen beobachtet wurde, ist mir nicht bekannt. Da die Teilung sehr lang gewordener Geschiebebänke durch Entstehen einer kleinen Vertiefung häufig vorkommt, ist an der dauernden Instabilität eines solchen Flußbettes nicht zu zweifeln.

Die obige Darstellung zeigt den Einfluß einer Asymmetrie einer Stelle des Flußbettes auf das talwärts liegende Bett. Natürlich wirken weniger ausgesprochene oder regelmäßige Asymmetrien wie sie die Abb. 11 enthält, auch flußabwärts und dadurch entstehen die Veränderungen, die Abb. 12 aufweist. Vielleicht wird es möglich sein, mittels des hier dargestellten Prinzips einen Teil der scheinbar so zufälligen Veränderungen in natürlichen Flußbetten zu erklären.

7. Stabiles gekrümmtes Flußbett. Nach dem oben Gesagten sind stabile Verhältnisse eher in gekrümmten Flußbetten zu erwarten als in geraden. Die Hauptbedingung dafür ist das Ausbleiben des fortlaufenden Sandtransportes durch das ganze Flußbett. Wenn der Querschnitt so groß ist, daß stellenweise die Wassergeschwindigkeit v unter die Erosionsgeschwindigkeit v_0 herabsinkt, dann kann, nach den früheren Ausführungen (Abschnitt I, §

allmählich die Erosion den Querschnitt überall so erweitern, daß allgemein v kleiner als v_0 wird. In zweiter Linie aber wird die Stabilität viel eher in gekrümmten Flußbetten erreicht, als in geradlinigen, weil in letzteren die geringsten Asymmetrien Anlaß zu Veränderungen geben können.

Sehr stabil kann z. B. eine starke Flußkrümmung von 180° sein. Abb. 13 zeigt einen solchen Fall. Das stark geschlungene Bett wurde künstlich angelegt, mit gleichem Querschnitt. In den Stellen stärkster Krümmung war die Erosion, die nun folgte, am intensivsten. Sie warf auf der konkaven Uferseite mehrere seitliche Sandbänke hintereinander auf (Abb. 13 unter a, b, c, d), die an ihrer Vorderseite recht starke Vertiefungen hatten, so daß das Bett gleichsam stufenweise auf der Konkavseite abfiel. Diese Zungen sind an den Ort, wo sie liegen, gebunden, sie rücken nicht weiter. Die Erosion hört schließlich auf und der Fluß erhält sich bei gleicher Wassermenge lange Zeit unverändert.

III. Verschiebungen der Sandbänke in der Mur.

Die Beobachtungen der Sandbänke in natürlichen Flußläufen scheinen bisher recht selten aufgezeichnet zu sein. Von Österreich konnte ich solche Beobachtungen nur aus dem Murfluß südlich von Graz in Steiermark erhalten; für deren Überlassung spreche ich der hydrographischen Landesabteilung und ihrem Vorstande Herrn Oberbaurat Reitz in Graz meinen herzlichen Dank aus.

Die Lage der Sandbänke ist dort seit 1899 mehrfach gemessen worden. Als seinerzeit Regulierungsarbeiten stattfanden, wurden die Verschiebungen hiedurch beeinflusst, was für das Studium der Geschiebebewegungen in Flußläufen natürlich störend wirkt.

Trotzdem treten sehr regelmäßig abwechselnd an den beiden Ufern die Sandbänke auf und nur ausnahmsweise findet sich eine Sandbank in der Flußmitte. Auf einer wenig gekrümmten Flußstrecke zwischen km 11.2 und 18.2 südlich Graz, finden sich in sechs Jahren durchschnittlich 17 Sandbänke. Von ihnen lagen

im Jahre	am linken Ufer	am rechten Ufer	in der Mitte	Summe
1905	8	7	2	17
1906	9	9	—	18
1908	8	8	1	17
1910	7	8	2	17
1912	9	9	1	19
1914	6	8	—	14

Ihre abwechselnde Folge an beiden Ufern ist recht regelmäßig, so lag die Mitte der Bänke im Jahre 1906 folgendermaßen:

bei <i>km</i> 11·3	l (links)	bei <i>km</i> 15·45	l
11·7	r (rechts)	16·0	r
12·1	l	16·35	l
12·6	r	16 65	r
13·1	l	17·0	l
13·6	r	17·45	r
14·0	l	17·7	l
14·25	r	18·1	r
14·8	l	18·5	l
15·25	r	19·05	r

Im Durchschnitt fallen rund drei Bänke auf einen Kilometer, ihre Entfernung ist 330 *m*.

Zum genaueren Studium der Fortbewegung der Bänke flussabwärts, überhaupt ihrer Veränderungen, brauchte man recht häufige Messungen, namentlich nach jedem Hochwasser. Diese sind leider nicht vorhanden. Doch fand ich aus einer Zeit, wo keine Regulierungen mehr stattfanden, zwei Aufnahmen der Sandbänke nur achtmonatlichem Abstand, vom März und November 1902. Fig. 15 gibt die Lage der Sandbänke zu diesen zwei Terminen für die Strecke zwischen *km* 14 und 18 wieder. Zwischen *km* 14 und 16·2 ist eine ziemlich klare und rasche Wanderung der Sandbänke an ihren Ufern erkennbar, und zwar beträgt die Verschiebung flussabwärts in diesen acht Monaten rund 100 bis 200 *m*. Bei *km* 16·5 bis 16·8 ist das Flußbett unregelmäßig geformt, breit und versandet. Hier lag anfangs am linken Ufer eine große Sandbank oberhalb dieser Stelle am rechten Ufer aber keine. Als nun eine Sandbank am linken Ufer von *km* 16 bis *km* 16·2 hinabrückte, wurde das Wasser offenbar bei *km* 16·2 stärker ans rechte Ufer gedrängt, erodierte daselbst und warf eine große Sandbank am rechten Ufer bei *km* 16·5 bis 16·8 auf. Hiedurch wurde das Wasser daselbst auf das linke Ufer gedrängt und schwemmte nicht nur die frühere Sandbank hinab, sondern erodierte auch das Ufer bei *km* 16·6 bis 16·8 noch ziemlich stark. Bei *km* 17·2 krümmt sich die Mündung etwas nach rechts. Die Sandbank bei *km* 17·1 im März in der Flußmitte wurde bis zum November mit der am konvexen Ufer lagernden vereinigt, die etwas flussabwärts wanderte, sich aber dort an der Krümmungsstelle hielt. Hiedurch entstand unterhalb der Krümmungsstelle eine viel unregelmäßigere Veränderung als im geraden Teil des Flußlaufes. Die bei *km* 17·5 anfangs in der Mitte gelegene Sandbank wurde ans linke Ufer geworfen, wir haben hier vermutlich eine Überquerung des Geschiebes vom rechten

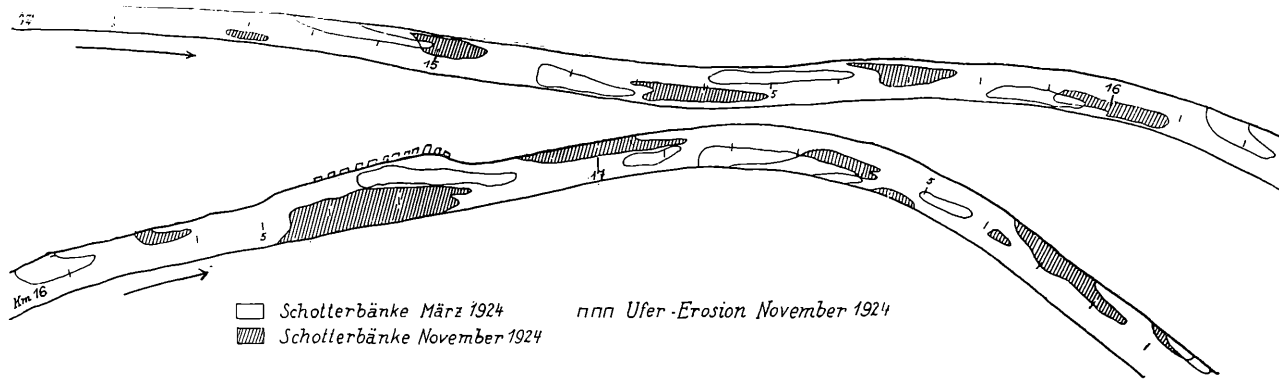


Fig. 15.

linke Ufer vor uns, wie dies in Abschnitt II, 6 (Fig. 13, 14), dargestellt wurde; doch fehlen leider Beobachtungen vor der Märzaufnahme, so daß es nicht sicher ist, ob die mittlere Sandbank bei *km* 17·5 früher am rechten Ufer gelegen war. Die Unregelmäßigkeit der Veränderung hinter der Krümmung ist bis *km* 17·9 bemerkbar, wo die kleine Sandbank am linken Ufer unten erodiert und oben vergrößert wurde, so daß nicht die normale Vorwärtsbewegung wie im geraden Lauf entstand. Auch die nächste Sandbank rechts bei *km* 18·1 blieb liegen (sie ist in Fig. 15 nicht mehr enthalten).

Nun folgt bei *km* 18·5 eine Krümmung des Flußlaufes um rund 90° nach links. An der konvexen Uferstelle blieb eine lange Sandbank in Ruhe. Ihr folgten im März vier kleinere Bänke abwechselnd rechts und links bis *km* 19·8, wo die Aufnahmen enden. Die oberen zwei verschoben sich bis zum November flußabwärts, die dritte verlor sich. Weitere Beobachtungen fehlen hier leider. Sie wären gerade hinter der starken Krümmung besonders interessant.

Die Aufnahmen der Querprofile des Flußlaufes zeigen im allgemeinen regelmäßig auf einer Uferseite Vertiefung, auf der anderen Erhöhung des Flußbettes; Fig. 16 gibt vier Beispiele solcher Profile in ziemlich

geradliniger Strecke. Die Aufnahmen aus 1899 und 1901 zeigen Sandbänke links, die aus 1903 und 1904 Sandbänke rechts. Halbwegs horizontale Querprofile sind unter den zahlreichen Aufnahmen nur sehr selten zu finden (die Aufnahmen, die mir zur Verfügung stehen, sind in sechs Jahren stets an denselben Orten gemacht). Offenbar ist der Übergang von einer Sandbank am linken zu

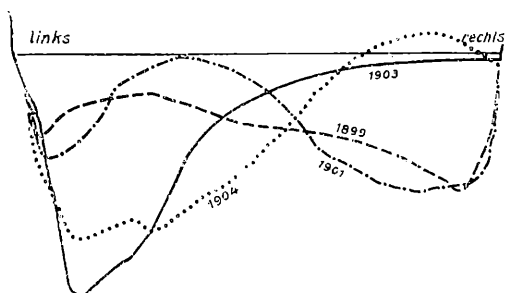


Fig. 16. Querprofil bei km 15.9, Verhältnis der Tiefe zur Breite 10 : 1.

folgenden am rechten Ufer ein sehr rascher, so daß wenig Raum auf die Zwischenstrecke fällt.

Etwas anders scheint sich die Verteilung hinter einer schwachen Flußkrümmung zu gestalten, wie dies Fig. 17 für km 17.8 zeigt. In allen sechs Jahren (die Figur stellt nur drei dar, um die Zeichnung nicht zu verwirren), ist sowohl am linken wie am rechten Ufer eine Vertiefung vorhanden, in der Mitte das Bett aber am höchsten. Die Querprofilaufnahmen liegen in

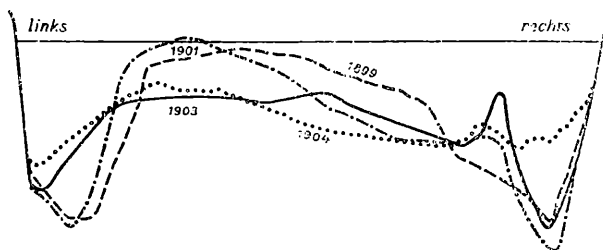


Fig. 17. Querprofil bei km 17.8, Verhältnis der Tiefe zur Breite 10 : 1.

Strom zu weit auseinander, als daß es möglich wäre, aus ihnen sicher zu schließen, ob bei km 17.8 das Geschiebe ständig in den Übergang von einer Uferseite zur anderen ist, wie dies in Abschnitt II, 6 angegeben wurde. Die Fig. 17 scheint aber dafür zu sprechen, daß hinter der Krümmung keine Verschiebung des Sandes längs des Ufers stattfindet, wie es Fig. 16 in gerader Strecke zeigt, sondern ein immer neues Auftreten von Sandbänken am konkaven Ufer unterhalb der Krümmung, wodurch ein Überspringen der folgenden Sandbank an das andere Ufer bedingt wird.

Leider ist aus dem Gebiet dieser und der folgenden Krümmung keine weitere Querprofilaufnahme vorhanden.

In der Strecke starker Krümmungen zeigen die Profile naturgemäß im allgemeinen auf der konkaven Uferseite Vertiefungen, doch kommen auch hievon Ausnahmen vor.

Für das weitere Studium dieser Fragen wären regelmäßige Aufnahmen bei und unterhalb einer starken Flußkrümmung sehr erwünscht.

Aus den Aufnahmen der Mur auf ziemlich geradliniger Strecke geht hervor, daß die bei den Laboratoriumsversuchen gefundene Dreiteilung der Sandzungen (eine Mittelzunge und zwei Seitenzungen) in diesem Flußlauf nicht vorkommt. Dies rührt offenbar daher, daß die Ufererosionen der Mur keine Rolle spielen (infolge der Uferbefestigungen), wodurch die Seitenzungen entfallen. Es bleibt dann nur die eine Zunge übrig, die der Bodenerosion ihre Entstehung verdankt. Sie liegt äußerst selten in der Mitte des Flusses, schwankt vielmehr regelmäßig von einem Ufer zum andern. Wie früher erwähnt, reichen ganz geringe Unregelmäßigkeiten schon aus, um den Stromstrich aus einer geraden in eine geschlängelte Linie zu verwandeln.

Richtung des Flusslaufes.



Abb. 6.

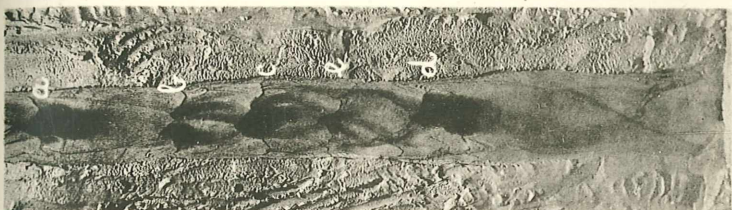


Abb. 5.



Abb. 4.

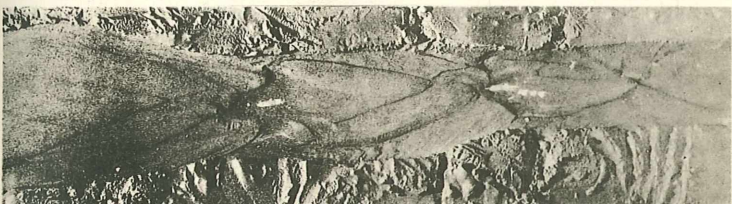


Abb. 3.



Abb. 2.



Abb. 1.



Abb. 12.



Abb. 11.

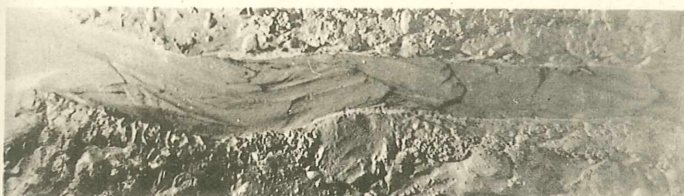


Abb. 10.



Abb. 9.

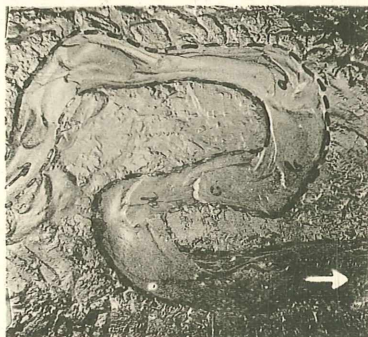


Abb. 13.

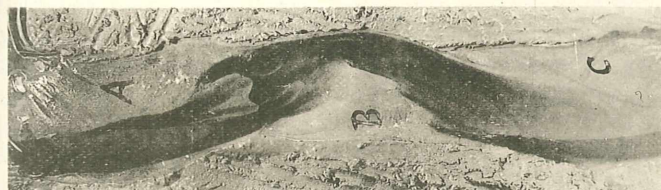


Abb. 8.

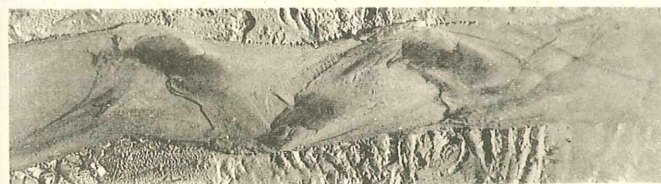


Abb. 7.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1925

Band/Volume: [134_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Exner Felix Maria von

Artikel/Article: [Über die Wechselwirkung zwischen Wasser und Geschiebe in Flüssen 165-203](#)