Gedruckt mit Unterstützung aus dem Jerome und Margaret Stonborough-Fonds

Über den Einfluß der Erdanziehung auf die Meteorhäufigkeit

Von

Josef Hepperger

w. M. d. Akad. d. Wiss.

(Vorgelegt in der Sitzung am 29. April 1926)

Die in meiner Abhandlung über die heliozentrische Geschwindigkeit der Sternschnuppen[1] gegebene Darstellung der Meteorhäufigkeit in ihrer Abhängigkeit von der Zenitdistanz des Apex der Erdbewegung beruht auf der Annahme, daß die Anzahl der von jedem scheinbaren Radianten der Empfangsfläche in der Zeiteinheit zugesendeten Meteore dem Produkte aus der relativen Geschwindigkeit der Meteore und der Projektion des vom Radianten aus sichtbaren Teiles der Empfangsfläche auf eine zur Richtung nach dem Radianten senkrecht gelegte Ebene proportional sei. Die in dieser Annahme enthaltene Voraussetzung einer geradlinigen Bewegung der Meteore bis zu ihrem Durchtritte durch die Empfangsfläche trifft im Bereiche des Gravitationsfeldes der Erde nicht zu und es entsteht daher die Frage, in welchem Grade die Meteorhäufigkeit durch die Erdanziehung beeinflußt wird.

Um diese Aufgabe einer Lösung zuzuführen, wird man zunächst annehmen können, daß die geozentrischen Bahnen der zu denselben Radianten gehörigen Meteore Bögen von Hyperbeln sind, deren Ebenen sich in der vom Erdzentrum zum scheinbaren Radiationspunkte führenden Geraden schneiden. Zur vollständigen Bestimmung der Bahnebene jedes einzelnen Meteors dient dessen Einfallspunkt.

Seien unter Verwendung der Bezeichnungen in der eingangs erwähnten und im folgenden als Abhandlung I benannten Abhandlung O das Erdzentrum, OS die Richtung nach dem scheinbaren Radiationspunkt (ohne Berücksichtigung der Zenitattraktion), q der Abstand der Radianten S vom Apex A und in km, beziehungsweise km/sek. ausgedrückt, r der Radius der Empfangsfläche, r_0 der Erdradius, g_0 die Schwerkraft an der Erdoberfläche, V, v die heliozentrische Geschwindigkeit der Erde, beziehungsweise des Meteors, u, w die relative Geschwindigkeit des Meteors in seiner geradlinigen Bewegung, beziehungsweise in seinem Einfallspunkte, a' die Halbachse der beschriebenen Hyperbel, $\omega = \frac{V}{v}$ so ist

[1] Diese Sitzungsberichte Abt. IIa, 132. Bd. 1923.

$$\frac{u}{v} = \cos q + \sqrt{\frac{1}{\omega^2} - \sin^2 q}$$

$$w = r_0 \sqrt{g_0} \sqrt{\frac{2}{r} + \frac{1}{a'}}$$

$$u = r_0 \sqrt{g_0} \sqrt{\frac{1}{a'}}$$

$$\frac{w}{u} = \sqrt{1 + \frac{2a'}{r}}$$

a' hat für alle von S ausgehenden Meteore denselben Wert.

Ein im Punkte M der Empfangsfläche anlangendes Meteor soll außerhalb der Attraktionssphäre der Erde den Abstand R' von der Geraden OS gehabt haben. Ist i der Winkel zwischen den Geraden OM und OS, so ist $r \sin i$ der Abstand des Punktes M von OS.

Drückt man a', R' durch die Substitutionen $\frac{a'}{r} = a, \frac{R'}{r} = R$ in Einheiten des Radius der Empfangsfläche aus und bedeuten v die wahre Anomalie in der Hyperbel, ψ den Assymptotenwinkel, so dienen zur Bestimmung von R die Relationen:

$$R = a \operatorname{tg} \psi; \; i + \psi - v = 180°$$

$$\frac{R \sin \psi}{\cos \psi + \cos v} = 1;$$

daraus folgt durch Elimination von ψ und v

$$R^2 - R \sin i = a(1 - \cos i)$$

und nach Einführung eines durch die Gleichung $\operatorname{cotg}^2 \gamma = \frac{1 + \cos i}{4a}$ bestimmten Winkels γ

$$\frac{R}{\sin i} = \frac{1 + \sec \gamma}{2}$$

Bei Vernachlässigung der Erdanziehung wären $a = 0$, $\gamma = 0$ und $R = \sin i$; die Grenzwerte von R und i würden 1 und $\frac{1}{2}\pi$ sein. Bei Berücksichtigung der Erdanziehung werden R und i am größten, wenn M im Scheitelpunkte der Hyperbel liegt. Diese, $v = o$ entsprechenden Grenzwerte R_1, i_1 sind:

$$R_1 = \sqrt{1+2a} = \frac{w}{u}$$

$$\operatorname{tg} i_1 = -\frac{R_1}{a}\,;\ \cos i_1 = -\frac{a}{1+a}\,;\ \operatorname{tg}\frac{1}{2}\,i_1 = R_1\,.$$

Als Maß für die Zahl der Meteore, die die Empfangsfläche von einem Radianten S erhält, kann bei Voraussetzung konstanter Dichte des Stromes außerhalb der Attraktionssphäre der Erde der Inhalt einer in diesem Bereiche gelegenen und auf der Richtung zum Radianten senkrecht stehenden ebenen Fläche F gelten, deren Umgrenzung so beschaffen ist, daß alle die Fläche durchschneidenden Meteore, aber auch nur diese, zur Empfangsfläche gelangen. Da eine durch OS und M gehende Ebene die Bahn des in M eintreffenden Meteors enthält, liegt der M entsprechende Punkt der Fläche F in derselben Ebene, und zwar in einem Abstande R von der Geraden OS, während M hievon den Abstand $\sin i$ besitzt. Gleichen i entsprechen gleiche R und es läßt sich die Berechnung von F in analoger Weise durchführen, wie die von P für geradlinige Bahnen in Abh. I.

Seien wieder $\mathfrak{Z}$ das Zenit des Beobachters, der sich vertikal unter dem Scheitelpunkte der als Kugelkalotte angenommenen Empfangsfläche befinden soll, D das einem Randpunkte der Kalotte K entsprechende Zenit, dessen sphärischer Abstand von S gleich i ist und y der Winkel zwischen den Ebenen DOS und $\mathfrak{Z}OS$, so wird wegen der angenommenen Symmetrie der Erscheinungen zu beiden Seiten der Ebene $\mathfrak{Z}OS$

$$dF = 2yR\,dR = d(yR^2) - R^2\,dy.$$

In dem sphärischen Dreieck $\mathfrak{Z}DS$ seien x der Winkel bei $\mathfrak{Z}$, y der bei S und ζ, i, $90°-h$ die Seiten $\mathfrak{Z}D$, DS, $S\mathfrak{Z}$. Die Beziehungen zwischen diesen Größen sind:

$$\begin{aligned}
\cos\zeta &= \cos i\,\sin h + \sin i\,\cos h\,\cos y\\
\sin\zeta\,\sin x &= \sin i\,\sin y\\
\sin\zeta\,\cos x &= \cos i\,\cos h - \sin i\,\sin h\,\cos y.
\end{aligned}$$

Hieraus erhält man durch Differentiation, wobei ζ, h als Konstante zu betrachten sind

$$-\sin^2 i\,dy = (\sin^2\zeta\,\sin h - \sin\zeta\,\cos\zeta\,\cos h\,\cos x)\,dx$$

und mit Rücksicht auf die Relation $\dfrac{R}{\sin i} = \dfrac{1+\sec\gamma}{2}$

$$dF = d(yR^2) + \frac{1}{4}(1+\sec\gamma)^2\,[\sin^2\zeta\sin h - \sin\zeta\cos\zeta\cos h\cos x]\,dx.$$

Für $i_1 \geqq 90° - h + \zeta$ empfängt die ganze Kalotte Meteore vom Radianten und es wird y für den dem Radianten nächsten und den von ihm am weitesten entfernten Randpunkt gleich Null, solange $90° - h > \zeta$ ist. Da die Grenzen von x Null und π sind, wird

$$F = \frac{1}{4}\int_0^{\pi}(1+\sec\gamma)^2 (\sin^2\zeta \sin h - \sin\zeta \cos\zeta \cos h \cos x)\, dx.$$

Diese Gleichung gilt auch, wenn $90° - h \gtreqless \zeta$ ist und y daher von $\frac{1}{2}\pi$, beziehungsweise π bis auf Null abnimmt, während x von Null bis π wächst.

Für $90° - h + \zeta > i_1 > 90° - h - \zeta$ wird die Kalotte nur zum Teil von Meteoren getroffen und es erreichen x, y Grenzwerte, die mit ϑ, η bezeichnet werden mögen.

$$\cos\vartheta = \frac{\cos i_1 - \cos\zeta \sin h}{\sin\zeta \cos h};$$

$$\sin\eta = \frac{\sin\zeta \sin\vartheta}{\sin i_1}; \quad \operatorname{tg} i_1 = -\frac{1}{a}\sqrt{1+2a}$$

In diesem Falle dient zur Bestimmung von F die Gleichung

$$F = \eta(1+2a) + \frac{1}{4}\int_0^{\vartheta}(1+\sec\gamma)^2(\sin^2\zeta \sin h - \sin\zeta \cos\zeta \cos h \cos x)\, dx.$$

Ist $i_1 \leqq 90° - h - \zeta$, so bleibt der Radiant ausgeschaltet.

$(1+\sec\gamma)^2$ läßt sich in eine nach Potenzen von $\cos x$ fortschreitende Reihe entwickeln.

Aus $\operatorname{cotg}^2\gamma = \frac{1+\cos i}{4a}$ und $\cos i = \cos\zeta \sin h + \sin\zeta \cos h \cos x$

folgt nämlich bei Verwendung der Bezeichnungen

$$\alpha = \frac{1+\cos\zeta \sin h}{4a}; \quad \beta = \frac{\sin\zeta \cos h}{1+\cos\zeta \sin h}$$

$$\sec^2\gamma = 1 + \frac{1}{\alpha(1+\beta\cos x)}.$$

Da $\sin\zeta$ und daher auch β, soferne es sich nur um die von einem Orte aus sichtbaren Meteore handelt, kleine Größen sind, braucht die Reihenentwicklung nicht über die dritte Potenz hinauszugehen. Man erhält, wenn γ_0 der Gleichung $\operatorname{cotg}^2\gamma_0 = \alpha$ entnommen wird:

$$(1+\sec\gamma)^2 = (1+\sec\gamma_0)^2 - \lambda\cos x + \mu\cos^2 x - \nu\cos^3 x.$$

Die Koeffizienten dieser Formel sind:

$$\lambda = \frac{\beta}{\alpha}(1+\cos\gamma_0);\ \mu = \frac{\beta^2}{\alpha}(1+\delta);\ \nu = \frac{\beta^3}{\alpha}\left[1+\cos\gamma_0 - \frac{\delta}{2(\alpha+1)}\right]$$

$$\delta = \cos\gamma_0\left[1 - \frac{1}{4(\alpha+1)}\right].$$

Die Logarithmen von $(1+\sec\gamma_0)^2$ und die der Faktoren von $\frac{\beta}{\alpha}$, $\frac{\beta^2}{\alpha}$ $\frac{\beta^3}{\alpha}$ lassen sich wegen ihres mäßigen Ganges bequem in eine Tafel bringen, deren Argument $\log\alpha$ ist.

Die Integration ergibt:

$$F = \eta(1+2a) - \frac{1}{4}\sin\zeta\cos\zeta\cos h\,[C_1\sin\vartheta + C_2\sin 2\vartheta + C_3\sin 3\vartheta + \\ + C_4\sin 4\vartheta - C_0\vartheta].$$

Die Größen C bedeuten, wenn $\operatorname{tg}\zeta\operatorname{tg}h$ mit b bezeichnet wird:

$$C_0 = b(1+\sec\gamma_0)^2 + \frac{1}{2}(\lambda + b\mu) + \frac{3}{8}\nu$$

$$C_1 = (1+\sec\gamma_0)^2 + b\lambda + \frac{3}{4}(\mu + b\nu)$$

$$C_2 = -\frac{1}{4}(\lambda + b\mu + \nu)$$

$$C_3 = \frac{1}{12}(\mu + b\nu)$$

$$C_4 = -\frac{1}{32}\nu$$

Für $a = o$ geht F in P über. Sind die Grenzen des Integrals o und π, so ist

$$F = \frac{1}{4}C_0\pi\sin\zeta\cos\zeta\cos h.$$

F ist eine Funktion der Größen q, h, ζ, r, ω, V Wie in Abhandlung I soll auch hier angenommen werden, daß ζ, r, ω Konstanten seien, deren Werte durch Wahl festzusetzen sind und daß V der mittleren Bahngeschwindigkeit der Erde gleichgesetzt werden könne. Die Variablen, von denen F abhängt, sind dann nur q und h. Da a und i_1 bloß von q abhängen, empfiehlt es sich, diese Variable beizubehalten und zur Beziehung der Lage des Radianten S auf die des Apex A an Stelle von h den bei A gelegenen Winkel im sphärischen Dreieck $\mathfrak{Z}AS$ als Variable einzuführen. Bedeuten s

diesen Winkel und z die Zenitdistanz des Apex, so wird h bestimmt durch:

$$\sin h = \cos z \cos q + \sin z \sin q \cos s.$$

Für ein gegebenes z ist daher F nur von q und s abhängig und es läßt sich aus den Beziehungen zwischen h, q, s für jedes q mit Hilfe von i_1 erkennen, ob überhaupt ein wirksamer Radiant existiert und, falls dies zutrifft, ob die Wirksamkeit der Radianten bestehen bleibt, wenn s von o bis π geht oder ob sie schon früher aufhört, in welchem Falle der Grenzwert s_1 bestimmt werden kann. Über π hinaus braucht man s nicht wachsen zu lassen, da die Ebene des durch den Apex gehenden Vertikals eine Symmetrieebene für das Sternschnuppenphänomen bilden soll.

Wäre die Dichte der über die Sphäre verteilten scheinbaren Radianten überall gleich und hätten alle Meteorströme gleiche Dichte und gleiche relative Geschwindigkeit, so würde $\sin q dq \int F ds$ ein einheitliches Maß für die Zahl der Meteore bilden, welche die innerhalb der Grenzen q und $q+dq$ vom Apex abliegenden Radianten der Kalotte zusenden. Weil die Voraussetzung gleicher Dichte und Ergiebigkeit aber nur für die wahren Radianten gelten soll, bedarf es nach den Auseinandersetzungen in Abhandlung I zur Reduktion auf ein einheitliches Maß noch der Beigabe des Faktors $\frac{n}{m}\frac{u}{v}$ in dem $\frac{n}{m}$ das durch die Gleichungen

$$\frac{n}{m} = \frac{\left(\frac{u}{v}\right)^2}{\sqrt{1-\omega^2 \sin^2 q}}; \quad \frac{u}{v} = \omega \cos q + \sqrt{1-\omega^2 \sin^2 q}$$

bestimmte Verhältnis der Dichte der scheinbaren Radianten zu der der wahren ausdrückt. Die Gesamtzahl der von der Kalotte in der Zeiteinheit empfangenen Meteore ist unter den gemachten Annahmen proportional dem Werte des Integrals:

$$I = \int \frac{n}{m}\frac{u}{v} \sin q \, dq \int F ds.^1$$

Je größer ω ist, desto stärker macht sich der Einfluß der Erdanziehung auf die Meteorhäufigkeit geltend. Da 0·7 ungefähr

---

[1] Zur Vergleichung der mit verschiedenen Werten vo berechneten I wäre I zu ersetzen durch $\frac{I}{v}$.

als die obere Grenze der in Betracht zu ziehenden Werte von ω angesehen werden kann, habe ich mit diesem Werte die Berechnung von I für $z = o$, $\frac{1}{2}\pi$ und π ausgeführt, um zu ersehen, inwieweit die Schwerkraft der Erde die Intensität des Sternschnuppenphänomens zu beeinflussen vermag.

Tabelle I gibt mit dem Argumente q die zur Bestimmung von F benutzten Werte von $\log a$, $\log R_1$ und $i_1 - 90°$ für $\omega = 0 \cdot 7$ unter Zugrundelegung der Konstanten: $V = 29 \cdot 766$, $r - r_0 = 100$, $r_0 = 6370$, $g_0 = 0 \cdot 009806$.

Tabelle I.

q	$\log a$	$\log R_1$	$i_1 - 90°$	$\frac{n\,u}{m\,v} \sin q$
0°	8·07072	0·00505	0° 39' 59	0
10	07999	00516	40 50	0·832
20	10794	00550	43 31	1
30	15491	00612	48	1·961
40	22138	00711	0 56 18	·102
50	30774	00865	1 8 26	1·967
60	41378	01098	1 26 53	1·636
70	53805	01450	1 54 44	1·220
80	67691	01972	36 11	0·823
90	82405	02719	3 35 39	0·510
100	8·97118	03725	4 54 32	0·298
110	9·11005	04978	6 33 13	0·169
120	23432	06405	8 8	0·096
130	34036	07887	10 20 53	0·056
140	42672	09295	12 10 12	0·033
150	49319	10511	13 44 0	0·019
160	54016	11442	14 26	0·011
170	56810	12025	15 39	0·005
180	9·57738	0·12224	15 4	0

Für $z = o$ und $z = \pi$ ist $\int F\,d\,s = \pi F$. Solange q, beziehungsweise $180° - q$ den Wert $i_1 - \zeta$ nicht überschreitet, ist $\vartheta = \pi$. Jenseits dieser Grenze nimmt ϑ ab und sinkt auf Null herab, wenn

q, beziehungsweise $180°—q$ den Wert $i_1+\zeta$ erreicht. In dem Falle $z=\frac{1}{2}\pi$ sind o und $180°$ die Grenzen von q und es wird $\vartheta=\pi$ für jedes s sowohl wenn $i_1—90° \geqq q+\zeta$ als auch wenn $i_1—90° \geqq 180°-q+\zeta$ ist. Erstere Bedingung ist nur für sehr kleine ζ erfüllbar, da selbst bei $q=o$ ζ knapp $40'$ betragen darf. Sonst ist der Grenzwert von s, für den $\vartheta=\pi$ ist, eine Wurzel der Gleichung $\sin q \cos s = \cos(i_1—\zeta)$. Wird $\zeta+i_1—90° > 180°—q$, erhält die Kalotte auch für $s=\pi$ noch Meteore. Im allgemeinen existiert ein Grenzwert s_1, der $F=o$ macht und der Gleichung genügt $\sin q \cos s_1 = \cos(i_1+\zeta)$.

Durch die Krümmung der Meteorbahnen werden F und $\int F\,ds$ größer als die diesen Größen bei Annahme geradlinigen Bahnen entsprechenden Werte von P, beziehungsweise $\int P\,ds$. Die Tabellen II, III, IV gewähren einen Überblick über den Gang der zur Berechnung der Meteorhäufigkeit verwendeten Werte von $\int F\,ds$ bei wachsenden, beziehungsweise abnehmenden q für $\sin\zeta = 0\cdot12$, $0\cdot10$, $0\cdot02$. Die mit Δ überschriebenen Spalten geben die Differenz $\int F\,ds—\int P\,ds$ für $\sin\zeta=0\cdot12$ in Einheiten der fünften Dezimalstelle. Für die übrigen $\sin\zeta$ sind die Differenzen nicht angegeben, weil $\frac{\Delta}{\sin^2\zeta}$ fast durchgehend von ζ nahezu unabhängig bleibt.

Tabelle II.

$z=0$				
$\sin\zeta$	$0\cdot12$		$0\cdot10$	$0\cdot02$
q	$\int F\,ds$	Δ	$\int F\,ds$	$\int F\,ds$
0°	0·14380	168	0·09986	0·003994
10	14167	171	9838	3935
20	13537	182	9400	3760
30	12511	203	8688	3475
40	11123	236	7724	3089
50	9423	288	6543	2617
60	7472	366	5188	2075
70	5344	483	3711	1484
80	3125	657	2169	867
90	960	597	643	248
100	0·00013	13	0·00000	0·000000

Tabelle III.

$z = 90°$				
sin ζ	0·12		0·10	0·02
q	$\int F\,d\,s$	Δ	$\int F\,d\,s$	$\int F\,d\,s$
0°	0·00452	88	0·00272	0·000050
10	920	86	628	243
20	1668	92	1150	456
30	2380	102	1650	657
40	3040	119	2108	841
50	3622	145	2511	1003
60	4112	184	2850	1139
70	4505	245	3124	1249
80	4801	337	3329	1331
90	5006	473	3472	1388
100	5124	660	3560	1422
110	5167	907	3591	1434
120	5129	1201	3564	1425
130	5014	1527	3480	1392
140	4831	1910	3340	1335
150	4533	2255	3142	1253
160	4250	2674	2938	1171
170	4290	3456	2976	1188
180	0·04382	4018	0·03047	0·001217

Tabelle IV.

$z = 180°$				
sin ζ	0·12		0·10	0·02
q	$\int F\,d\,s$	Δ	$\int F\,d\,s$	$\int F\,d\,s$
180°	0·19225	5013	0·13347	0·005335
170	18905	4909	13124	5247
160	17962	4607	12471	4986
150	16449	4141	11420	4565
140	14449	3562	10031	4012
130	12062	2927	8374	3349
120	9405	2299	6530	2608
110	6592	1731	4577	1832
100	3728	1260	2588	1034
90	960	597	643	248
85	0·00167	151	0·00079	0·000000

Δ wächst im allgemeinen mit q und erreicht hier die größten Werte von $\int F\,ds$, im Vergleiche zu diesen Beträge, die um so größer sind, je größer z ist und in Prozenten ausgedrückt durch 1, 18, 26 dargestellt werden.

Wenn auch die Erdanziehung die Fläche, von der die zu einem Radianten gehörigen Meteore der Kalotte zuströmen, beträchtlich zu vergrößern vermag, so nimmt sie doch nur geringen Einfluß auf die durch Beobachtung feststellbare Meteorhäufigkeit, da, wie ein Blick auf Tabelle I zeigt, der Faktor $\frac{n\,u}{m\,v}$ sin q, mit dem $\int F\,ds$ zu multiplizieren ist, von $q = 40°$ an rasch abnimmt und die Flächenvergrößerung nicht zur Geltung gelangen läßt.

Tabelle V gibt die Werte von I und mit der Bezeichnung I^0 jene, die bei Vernachlässigung der Erdanziehung erhalten wurden, und für sin $\zeta = 0 \cdot 12$, $0 \cdot 10$ gleich sind der abgerundeten Summe der in Abhandlung I, Tabelle V, Zone 1 bis 11, beziehungsweise 1 bis 9 stehenden Zahlen; sin $\zeta = 0 \cdot 02$ definiert die Zone 1. I, I^0 sind für jedes sehr nahe proportional der Größe sin^2 ζ.

Tabelle V

	0·12		0·10		0·02	
	I	I^0	I	I^0	I	I^0
0°	0·2123	0·2055	0·1474	0·1427	0·00590	0·00570
90	0·0763	0·0714	0·0530	0·0495	0·00211	0·00197
180	0·0094	0·0065	0·0063	0·0045	0·00026	0·00018

Führt man an Stelle der Meteormenge I ihr Verhältnis N zu der für $z = o$ angegebenen ein, so geht Tabelle V in Tabelle VI über.

Tabelle VI.

sin ζ	0·12		0·10		0·02	
	N	N^0	N	N^0	N	N^0
0°	1·000	1·000	1·000	1·000	1·000	1·000
90	0·359	0·347	0·360	0·347	0·358	0·346
180	0·044	0·032	0·043	0·032	0·044	0·032

Aus den Angaben der Tabelle VI erhellt, daß N und N^0 von ζ innerhalb der in Betracht gezogenen Grenzen fast vollkommen unabhängig sind, und daß nicht nur die Menge I, sondern auch die relative Häufigkeit N der Meteore durch die Erdanziehung vergrößert wird. Eine gleichartige Wirkung hat die Verkleinerung von ω. Der Wert von ω, der sich bei Bestimmung dieser Größe aus der beobachteten Meteorhäufigkeit unter Vernachlässigung der Erdanziehung ergibt, muß demnach kleiner sein als jener, der bei Berücksichtigung der Erdanziehung erhalten wird. Um im vorliegenden Falle ($\omega = 0 \cdot 7$) den Unterschied dieser Werte abschätzen zu können, bedarf man der Kenntnis der Größen N^0 für benachbarte Werte von ω. Die Tabellen VII[1] geben außer N^0 auch I^0 für mehrere ω mit dem Intervall $0 \cdot 1$. Tabelle VII *a* bezieht sich auf die durch $\sin \zeta = 0 \cdot 10$ und $\sin \zeta = 0 \cdot 12$ begrenzte Zone 11, Tabelle VII *b* auf Zone 1.

Tabelle VII *a* für Zone 11.

ω	0·7	0·7	0·6	0·5	0·4
z	I	I^0	I^0	I^0	I^0
0°	649	628	650	686	747
90	233	219	255	307	383
180	31	20	41	77	138
	N	N^0	N^0	N^0	N^0
0°	1·000	1·000	1·000	1·000	1·000
90	0·359	0·349	0·392	0·447	0·513
180	0·048	0·032	0·063	0·112	0·185

Tabelle VII *b* für Zone 1.

ω	0·7	0·7	0·6	0·5	0·4
z	I	I^0	I^0	I^0	I^0
0°	59·0	57·0	58·9	62·2	67·7
90	21·1	19·7	23·0	27·7	34·6
180	2·6	1·8	3·6	6·9	12·4
	N	N^0	N^0	N^0	N^0
0°	1·000	1·000	1·000	1·000	1·000
90	0·358	0·346	0·391	0·446	0·512
180	0·044	0·032	0·061	0·110	0·183

[1] Sämtliche I^0 sind im Sinne der zweiten Fußnote auf das durch $\omega = 0 \cdot 7$ bestimmte v bezogen.

I und I^0 sind der Fläche der Zonen sehr nahe proportional. N an N^0 werden von dem Wechsel der Lage und Größe der Zone kaum beeinflußt. Für $z = o$ beträgt die zur Angleichung von I^0 an I nötige Verkleinerung von ω fast genau 0·1, für $z = 90°$ und $z = 180°$ aber kaum die Hälfte dieses Betrages. N^0 geht in N über, wenn ω für $z = 90°$ und $z = 180°$ nahe gleich 0 67, beziehungsweise 0·65 gesetzt wird.

Da eine Abnahme von ω den Einfluß der Erdanziehung auf die Meteorhäufigkeit abschwächt, ist anzunehmen, daß die Berücksichtigung der Erdanziehung bei der Bestimmung von ω aus den Beobachtungen Coulvier-Graviers und Hoffmeisters nur eine Vergrößerung des in Abhandlung I gegebenen Wertes 0·4 um weniger als 0·05 zur Folge hätte. Die mittlere heliozentrische Geschwindigkeit der Sternschnuppen bliebe daher noch immer etwas größer als die der hellen Meteore (2·0).

Dessentwegen brauchte ein fundamentaler Unterschied zwischen Sternschnuppen und hellen Meteoren nicht zu bestehen, da die berechneten Geschwindigkeiten nicht ohne weiteres miteinander zu vergleichen sind. Bei der Bestimmung der Sternschnuppengeschwindigkeit spielt nämlich die Hemmung der Bewegung durch den Luftwiderstand keine Rolle, wohl aber bei der der Meteorgeschwindigkeit; und es könnte sein, daß bei richtiger Veranschlagung des Geschwindigkeitsverlustes eine wesentliche Verschiedenheit der Resultate nicht mehr zu finden wäre.

Aber auch in diesem Falle könnte die Annahme der gleichen kosmischen Stellung von Sternschnuppen und Meteoren nur bei Voraussetzung der Richtigkeit der für die Sternschnuppen gefundenen Geschwindigkeit als wohlbegründet angesehen werden, da die anderen zugunsten derselben vorgebrachten Argumente zu geringes Gewicht haben.

Nun lassen sich aber Zweifel an der Zulässigkeit dieser Voraussetzung kaum unterdrücken. Dafür spricht allerdings die nahe Übereinstimmung der Geschwindigkeiten, die aus den zwei Beobachtungsreihen Coulvier-Graviers und den drei Gruppen von Beobachtungen Hoffmeisters erhalten wurden, und zwar trotz beträchtlicher Verschiedenheit der korrespondierenden Meteorzahlen.

Dagegen scheint die Annahme einer so großen Geschwindigkeit schwer vereinbar mit den engen verwandtschaftlichen Beziehungen, die zwischen Sternschnuppen und Kometen nicht selten zu bestehen scheinen, da sie für mehrere Schwärme als erwiesen gelten können. Unter den berechneten Kometenbahnen kommen zwar auch hyperbolische vor, doch haben sie nach neueren Untersuchungen den hyperbolischen Charakter den Störungen durch die Planeten zu verdanken. Die mittlere heliozentrische Geschwindigkeit von Sternschnuppen, die mit Kometen im Zusammenhange standen, wird daher nahe gleich 1·4 sein. Wenn im Sternschnuppenphänomen interplanetarische und interstellare Meteorströme zur

Geltung kommen, muß die mittlere Geschwindigkeit der interstellaren Strömen angehörigen Sternschnuppen größer sein, als die der Gesamtheit, und zwar um so größer, je stärker Sternschnuppen mit angenähert parabolischer Geschwindigkeit am Gesamtphänomen beteiligt sind.

Ist diese Beteiligung ansehnlich, so würde neben einer beachtenswerten Gruppe von Sternschnuppen mit kleiner, nahe gleicher Geschwindigkeit (1·4) eine andere auftreten, deren durchschnittliche Geschwindigkeit beträchtlich größer ist als 2·4. Bei solcher Verteilung und Verschiedenheit der Geschwindigkeiten wäre der auf der Annahme gleicher Geschwindigkeit beruhenden Bestimmung von ω kein großes Vertrauen entgegenzubringen. Bilden jedoch die parabolischen Bahnen nur eine kleine Minorität, so hängt die Zulässigkeit der Annahme gleicher Geschwindigkeit wesentlich von der Streuung der hyperbolischen Geschwindigkeiten und deren Konzentration um den Mittelwert ab. Eine geringe, mit starker Konzentration verbundene Streuung würde wahrscheinlich zu nahe demselben Mittelwert führen; dagegen wäre bei großer Streuung und schwacher Konzentration ein beträchtlich verschiedenes Resultat zu erwarten.

Helle Meteore scheinen sehr verschiedene heliozentrische Geschwindigkeiten ohne deutlich ausgeprägtes Maximum ihrer Frequenz zu besitzen und sich nicht selten in Bahnen zu bewegen, deren Exzentrizitäten nur wenig größer oder sogar noch kleiner sind als 1.

Wenn bei den Sternschnuppen ähnliche Verhältnisse obwalten, könnte die Annahme gleicher Geschwindigkeit kaum für zulässig gehalten werden. Nun haben zwar Coulvier-Gravier die Perseiden und Hoffmeister alle in den Zeiten April 19. bis 23., August 6. bis 14., Dezember 6. bis 15. erschienenen Sternschnuppen unberücksichtigt gelassen; es bleibt aber trotz der Ausschaltung der stärksten periodischen Ströme noch zweifelhaft, ob die Geschwindigkeiten der gezählten Sternschnuppen eine der Annahme ihrer Gleichheit nicht allzusehr widersprechende Verteilung besaßen.

Es frägt sich noch, inwieweit die über die Verteilung und Tätigkeit der Radianten gemachten Annahmen in der Erfahrung begründet sind. Wenn man hierüber Dennings Generalkatalog zu Rate zieht, genügt ein Blick auf die Karte der Radiantengruppen, um zu erkennen, daß die einzelnen Radianten durchaus nicht gleichmäßig über die Sphäre verteilt sind. Besonders ungleich ist die Verteilung in Rektaszension, indem die Radianten Gegenden von kleiner Rektaszension stark bevorzugen. Nach Angabe Dennings haben von den 4367 Radianten des Katalogs 1694 Rektaszensionen zwischen 0° und 90° und nur 757 solche zwischen 180° und 270°

Bezüglich der Deklination ist die Ungleichförmigkeit der Anordnung nicht so auffällig.

Wenn man ferner noch bedenkt, daß in der Tätigkeit der Radianten sowohl in Hinsicht auf die Dauer als auch auf die Intensität große Verschiedenheit herrscht, wird man den aus der täglichen Variation unter den über die Radianten gemachten Annahmen erhaltenen Mittelwert der heliozentrischen Geschwindigkeit der Sternschnuppen für beträchtlich unsicher halten müssen.

Diese Folgerung scheint auch in den Beobachtungen der Meteorhäufigkeit eine Stütze zu finden. Man ersieht nämlich aus der in Hoffmeisters »Untersuchungen zur astronomischen Theorie der Sternschnuppen«[1] gegebenen Zusammenstellung der für verschiedene Zenitdistanzen des Apex aus den Beobachtungen abgeleiteten und der mit der Annahme einer parabolischen Geschwindigkeit berechneten relativen Meteorzahlen, daß die Abweichung der mittleren Geschwindigkeit von der parabolischen für Zenitdistanzen bis 90° nicht mit Sicherheit zu erkennen ist und nur für größere Zenitdistanzen, denen viel kleinere Meteorzahlen entsprechen, klar hervortritt.

Es läßt sich übrigens bei der ungleichen Verteilung der Radianten und deren bedeutenden Verdichtung im ersten Quadranten der Rektaszension nicht erwarten, daß nur die Zenitdistanz des Apex für die Meteorhäufigkeit maßgebend sei.

Die vorstehenden Ausführungen lassen den Schluß gerechtfertigt erscheinen, daß die aus den Meteorzahlen abgeleitete mittlere heliozentrische Geschwindigkeit erheblich fehlerhaft sein kann und daher einer Kontrolle bedarf. Hiezu könnten korrespondierende Beobachtungen von Sternschnuppen verwendet werden, wenn es gelingen sollte, deren Flugzeit mit hinreichender Genauigkeit zu messen.

Die Beziehung zwischen den Meteormengen, welche unter den hier gemachten Annahmen die ganze Erde bei Berücksichtigung, beziehungsweise Ausschaltung ihrer Schwerkraft erhalten würde, wird durch eine sehr einfache Formel ausgedrückt. Zur Bestimmung dieser Mengen, die mit Y, Y^0 bezeichnet werden mögen, dienen, da F in $R_1^2\,\pi$, und P in π übergehen, die Gleichungen

$$Y = v\,\pi^2 \int_0^{\pi} \frac{n\,u}{m\,v}\; R_1^2 \sin q\; d\,q;\quad Y^0 = v\,\pi^2 \int_0^{\pi} \frac{n\,u}{m\,v} \sin q\; d\,q,$$

worin wieder nur die in einer Hemisphäre gelegenen Radianten in Betracht gezogen sind. Durch Integration erhält man

$$Y^0 = 2\,\pi^2\,v\left(1 + \frac{1}{3}\,\omega^2\right) = 2\,\pi^2\,V\left(\frac{1}{\omega} + \frac{1}{3}\,\omega\right)$$

[1] Ergänzungsheft zu den Astr. Nachr. Bd. 4, Nr.

und mit Rücksicht auf $R_1^2 = 1+2\,a$; $a = \frac{r_0^2 g_0}{r\,u^2} = \frac{r_0^2 g_0}{r\,V^2}\,\omega^2 \cdot \frac{v^2}{u^2} =$

$= C\omega^2\,\frac{v^2}{u^2}$; $\quad Y = 2\,\pi^2\,V\left[\frac{1}{\omega} + \left(\frac{1}{3} + 2\,C\right)\omega\right]$; $C = \frac{r_0^2 g_0}{r\,V^2}$.

Es ist daher

$$\frac{Y - Y^0}{Y^0} = \frac{2\,C}{\frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{3}};$$

die in dieser Abhandlung angegebenen Werte der Konstanten machen $2\,C = 0 \cdot 1388$, und es beträgt die durch die Erdanziehung bewirkte Vermehrung der Meteormenge 2 bis $6^0/_0$, wenn ω von $0 \cdot 4$ bis $0 \cdot 7$ wächst.

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1926

Band/Volume: 135_2a

Autor(en)/Author(s): Hepperger Josef von

Artikel/Article: Über den Einfluß der Erdanziehung auf die Meteorhäufigkeit. 271-285