

Luftdruckwellen und Korrelationen über dem Nordatlantischen Ozean

Von

Anton Schedler, Innsbruck

(Mit 3 Textfiguren und 6 Karten)

(Vorgelegt in der Sitzung am 10. Juni 1926)

Einleitung.

Im Februarheft 1926 der Meteorologischen Zeitschrift hat A. Defant für den Jänner 1884 die Druckverteilung der ganzen Nordhemisphäre analysiert und dadurch besonders das Vorhandensein einer fortschreitenden Welle mit 4 Maxima und 4 Minima rund um die Erde festgestellt. Die Fortsetzung dieser Untersuchung für einen längeren Zeitraum nach ähnlichen Methoden wäre jedoch für eine Hemisphäre äußerst mühsam. Da das Beobachtungsmaterial, das Defant benutzt hat, ein älteres (1884) und das Stationsnetz ziemlich weitmaschig ist, überdies die Karten nur in kleinem Maßstabe gezeichnet sind, empfiehlt es sich, neuzeitigeres Material heranzuziehen. Ausführliche synoptische Wetterkarten liegen vor für den nordatlantischen Ozean und die anliegenden Teile der Kontinente, herausgegeben von dem Dänischen meteorologischen Institut und der Deutschen Seewarte. Aus diesen täglichen Wetterkarten für den Winter 1906/07 (Dezember 1906 bis Februar 1907) wurden für alle 5 Grad-Schnittpunkte von 80° W bis 40° O Länge und von 20° N bis 75° N Breite (mit Ausnahme östlich von 10° W Länge für den 20. und 25. Breitenkreis) die täglichen Luftdruckdifferenzen gebildet und für diese 90 Tage Isallobarenkarten gezeichnet. Durch die Bildung von Druckdifferenzen von einem Tag zum andern werden wie bekannt die Druckwellen mit großer Periode fast eliminiert und es treten nur die Wellen mit kleiner und kleinster Periode hervor.

Schaut man diese Isallobarenkarten durch, so ergibt sich im allgemeinen ein regelmäßiges Wandern der Steig- und Fallgebiete des Druckes von W nach O, das nur zeitweilig von einer unausgeprägten Verteilung der täglichen Druckunterschiede unterbrochen ist. Im Durchschnitt folgen auf 10 Tage regelmäßigen Fortschreitens von "ausgeprägten Steig- und Fallgebieten 3 Tage, bei denen die Gebiete positiver und negativer Druckdifferenzen sehr unregelmäßig verteilt sind. Immer wieder zeigt es sich, daß eine solche Störung in der regelmäßigen Anordnung verschwindet, wenn bei Neuschottland (45° N, 65° W) ein kräftiges, gut entwickeltes Steig- oder Fallgebiet aus dem nordamerikanischen Kontinent austritt. Es scheinen also Druckwellen vorhanden zu sein, deren nähere Untersuchung die vorliegende Arbeit bezweckt.

Um zur Analyse dieser Druckwellen gelangen zu können, müssen entweder mittlere Isallobarenkarten gebildet werden, wobei immer nur solche Karten gewählt werden, bei denen sich ein Maximum der Druckdifferenz an ein und derselben Stelle vorfindet, wie es auch Defant gemacht, oder man kann durch Berechnung von Korrelationsfaktoren der Werte eines bestimmten Punktes mit denen der übrigen Punkte (gleichzeitig) ein Bild über die Verteilung positiver und negativer Korrelation erhalten. Während Defant zu diesem Zwecke meridionale Summen der täglichen Druckänderungen verwendet, wurden hier zuerst für den Dezember 1906 die Korrelationsfaktoren der Druckänderungen von 65° N, 20° W (Island) mit den gleichzeitigen der 10 Grad-Schnittpunkte gebildet; diese Art des Korrelationsfaktors sei hier kurz als »räumliche« Korrelation bezeichnet. Es zeigt sich, daß von Island aus gegen O und W Gebiete negativer und positiver Korrelation ziemlich regelmäßig verteilt sind.

Diese Gebiete werden ungefähr mit den mittleren Fall- und Steiggebieten, die man erhält, wenn man alle Karten, bei denen das Zentrum dieser Gebilde über Island liegt, mittelt, zusammenfallen müssen.

Bevor in die Besprechung dieser räumlichen Korrelation eingegangen wird, mögen einige theoretische Erwägungen über fortschreitende und stehende Wellen und ihre Korrelation vorangehen.

1. Korrelation bei fortschreitenden und stehenden Wellen.

Der Luftdruckgang an einem bestimmten Punkt sei zusammengesetzt aus fortschreitenden harmonischen Wellen. Es soll zunächst gezeigt werden, wie durch Bildung von Druckänderungen von einem Tag zum nächsten in diesen Isallobarenwerten die Wellen mit kleiner Periode dadurch, daß die Amplituden der langen Wellen (mit langer Periode) stark verkleinert werden, besonders hervortreten. Es sei an einem festem Ort

$$p = p_0 + a_1 \cos(\alpha_1 t + \varepsilon_1) + a_2 \cos(\alpha_2 t + \varepsilon_2) + \dots = \\ = p_0 + \sum_1^n a_i \cos(\alpha_i t + \varepsilon_i)$$

der Druck für den ersten und

$$p' = p_0 + \sum_1^n a_i \cos[\alpha_i(t+1) + \varepsilon_i]$$

der für den zweiten Tag, wo $\alpha_i = \frac{2\pi}{T_i}$ ist. Die Druckänderung von einem Tag zum nächsten ist dann

$$p' - p = \sum a_i \cos[\alpha_i(t+1) + \varepsilon_i] - \sum a_i \cos(\alpha_i t + \varepsilon_i)$$

oder

$$\Delta p = -2 \sum a_i \sin \frac{\alpha_i}{2} \sin \left[\frac{1}{2} \alpha_i (2t + 1) + \varepsilon_i \right].$$

Die täglichen Druckänderungen setzen sich also aus Sinus-Wellen zusammen, doch ist die Amplitude der einzelnen Wellen jetzt $a_i \sin \frac{1}{2} \frac{2\pi}{T_i} = N_i$, daher abhängig von der Periode der druck-erzeugenden Wellen. Je kleiner die Periode, desto größer die Amplitude N_i . Durch Bildung von täglichen Druckdifferenzen werden also besonders die Wellen mit kleiner Periode gegenüber denen mit langer hervorgehoben.

Im folgenden soll nun weiter gezeigt werden, daß bei Bildung von Korrelationsfaktoren von täglichen Druckänderungen an einem festen Ort mit solchen an anderen Punkten, falls der Luftdruckgang aus harmonischen Wellen zusammengesetzt ist, die Verteilung dieser (räumlichen) Korrelation von der Periode der druckerzeugenden Wellen wesentlich anhängt.

Der Luftdruckgang sei darstellbar durch eine fortschreitende Welle; dann ist für einen festen Punkt $p = p_0 + a \cos \alpha t$, wo $\alpha = \frac{2\pi}{T}$ ist, und für einen Punkt auf demselben Breitenkreis in der Entfernung λ

$$p_\lambda = p_0 + a \cos (\alpha t + \lambda).$$

Die Druckänderung von einem Tag zum nächsten ist dann am festen Punkt

$$\Delta p = x = a [\cos \alpha (t + 1) - \cos \alpha t]$$

und am beweglichen Punkt λ

$$\Delta p_\lambda = y = a \{\cos [\alpha (t + 1) + \lambda] - \cos [\alpha t + \lambda]\}$$

und da

$$r = \frac{\int_0^{nT} xy dt}{\sqrt{\int x^2 dt \cdot \int y^2 dt}}$$

ist, ergibt sich für den Korrelationsfaktor der täglichen Druckänderungen an einem festen Ort mit denen im Punkte λ

$$r_{0,\lambda} = \cos \lambda.$$

Die Verteilung des Korrelationsfaktors ist also durch eine einfache Cosinuswelle gegeben und nur von der Lage des beweglichen Punktes abhängig.

Ist der Luftdruck durch zwei fortschreitende Wellen gegeben, so ist analog dem vorgehenden

$$x = a_1 \{\cos \alpha_1 (t + 1) - \cos \alpha_1 t\} + a_2 \{\cos [\alpha_2 (t + 1) + \varepsilon] - \cos [\alpha_2 t + \varepsilon]\}$$

und für den beweglichen Punkt

$$y = a_1 \{ \cos [\alpha_1 (t+1) + \lambda_1] - \cos [\alpha_1 t + \lambda_1] \} + a_2 \{ \cos [\alpha_2 (t+1) + \varepsilon + \lambda_2] - \cos [\alpha_2 t + \varepsilon + \lambda_2] \}$$

und daher wird

$$r = \frac{a_1^2 (1 - \cos \alpha_1) \cos \lambda_1 + a_2^2 (1 - \cos \alpha_2) \cos \lambda_2}{a_1^2 (1 - \cos \alpha_1) + a_2^2 (1 - \cos \alpha_2)}.$$

Allgemein läßt sich nun der Luftdruckgang an einem festen Ort darstellen als eine Summe von fortschreitenden Wellen

$$p = p_0 + a_1 \cos (\alpha_1 t + \varepsilon_1) + a_2 \cos (\alpha_2 t + \varepsilon_2) + \dots = \\ = p_0 + \sum_1^n a_i \cos (\alpha_i t + \varepsilon_i).$$

Nimmt man nun an, daß sich die Perioden T_i verhalten wie

$$T_1 : T_2 : T_3 : \dots T_i = 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} \dots : \frac{1}{i} \text{ und wählt man } T_1 = 24^d, \text{ so wird}$$

$$\alpha_1 = \frac{2\pi}{24} = \alpha, \alpha_2 = \frac{2\pi}{12} \text{ usw., allgemein } \alpha_i = i \frac{2\pi}{24} = i \alpha; \text{ es wird}$$

$$p = p_0 + \sum_1^n a_i \cos (i \alpha t + \varepsilon_i)$$

und für den beweglichen Punkt

$$p_\lambda = p_0 + \sum_1^n a_i \cos [i (\alpha t + \lambda) + \varepsilon_i]$$

und daraus wie früher die tägliche Druckänderung

$$x = \sum_1^n a_i \cos [i \alpha (t+1) + \varepsilon_i] - \sum_1^n a_i \cos [i \alpha t + \varepsilon_i]$$

und

$$y = \sum_1^n a_i \cos \{i [\alpha (t+1) + \lambda] + \varepsilon_i\} - \sum_1^n a_i \cos [i (\alpha t + \lambda) + \varepsilon_i].$$

Für diesen allgemeinen Fall wird nun

$$r_\lambda = \frac{\sum a_i^2 (1 - \cos i \alpha) \cos i \lambda}{\sum a_i^2 (1 - \cos i \alpha)}.$$

Die Verteilung des Korrelationsfaktors für diesen allgemeinen Fall ist gegeben durch eine zusammengesetzte Welle, die Amplituden sind proportional dem Quadrat der Amplituden der erzeugenden Druckwellen; außerdem kommt noch der Faktor $(1 - \cos i \alpha)$ hinzu;

bei Benützung der Isallobaren und bei Verwendung von direkten Luftdruckwerten. Bei Benützung von täglichen Druckdifferenzen treten die Wellen mit kleiner Periode viel kräftiger hervor als bei Verwendung der Luftdruckwerte.

Um einen Fall zu behandeln, der mehr tatsächlichen Verhältnissen nahek kommt, wurde der Luftdruckgang als Superposition von 4 Wellen angenommen, und zwar mit Amplituden und Perioden, wie sie L. Weickmann¹ aus der Analyse der Druckkurve von Hamburg vom 2. August 1923 bis 4. Februar 1924 gefunden hat, und zwar $a_1 = 7.6$, $a_2 = 3.7$, $a_3 = 2.8$ und $a = 1.8 \text{ mm}$; die Perioden dieser Wellen sind $T_1 = 24$, $T_2 = 12$, $T_3 = 8$ und $T_4 = 6$ Tage. Die Verteilung von r_1 hierfür, berechnet aus direkten Luftdruckwerten, beziehungsweise aus den täglichen Druckänderungen gibt Fig. 2. Bei der räumlichen Korrelation für den Luftdruck ist fast nur die Welle von 24 Tagen vorhanden, da sie die größte

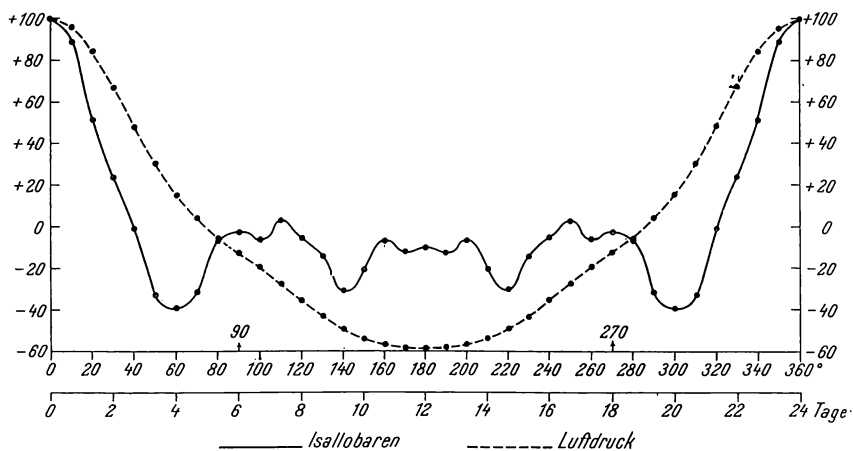


Fig.

Amplitude, die noch dazu mit ihrem Quadrat in Rechnung kommt, besitzt. Die Wellen mit kleinerer Periode verschwinden fast ganz. Bei der Verteilung von r_1 , berechnet aus zeitlichen Druckdifferenzen, kommen wegen des Faktors $(1 - \cos i\alpha)$ auch die kleineren Wellen zur Geltung, insbesondere die Welle mit der Periode von 6 Tagen.

Es ist also nicht richtig, wenn aus dem Gang der räumlichen Korrelation von täglichen Druckänderungen, bei dem besonders kurzperiodische Wellen vorherrschen, geschlossen wird, daß dieselben Wellen mit gleicher Amplitude auch im Luftdruckgang enthalten sind.

Es ist von vornherein einzusehen, daß bei einem Luftdruckgang, der aus fortschreitenden harmonischen Wellen zusammen-

¹ L. Weickmann, Wellen im Luftmeer. Abh. d. bair. Akad. d. Wiss., 39. Bd., Nr. II, Leipzig 1924.

gesetzt ist, der Korrelationsfaktor zwischen der täglichen Druckdifferenz an einem Punkt mit den täglichen Druckänderungen späterer Tage an demselben Ort — er sei hier »zeitliche« Korrelation genannt — einen ähnlichen Verlauf aufweisen wird wie die räumliche Korrelation. Es ist dies nur eine Anwendung des Nebeneinander auf das Nacheinander.

Nimmt man den Luftdruck an einem Ort als einfache fortschreitende Welle an, so ist bei Verwendung von täglichen Druckänderungen für den festen Wert (Zeitpunkt)

$$x = a [\cos \alpha (t+1) - \cos \alpha t]$$

und für die tägliche Druckänderung nach n -Tagen am gleichen Punkt

$$y = a [\cos \alpha (t+n+1) - \cos \alpha (t+n)].$$

Daraus folgt

$$r = \cos n\alpha;$$

die zeitliche Korrelation ist wieder eine einfache Cosinus-Welle.

Bei Zusammensetzung der Druckwelle aus einer Reihe von fortschreitenden Wellen erhält man für

$$r_t = \frac{\sum a_i^2 (1 - \cos i\alpha) \cos i t \alpha}{\sum a_i^2 (1 - \cos i\alpha)};$$

wählt man $\lambda = t \cdot \alpha = t \cdot 15^\circ$ (weil $T = 24$, $\frac{2\pi}{T} = 15^\circ$ ist) so ergibt

sich, daß $r_t = r_\lambda$ wird, oder die Verteilung bei räumlicher und zeitlicher Korrelation ist dieselbe. Die Fig. 1 und 2 gelten daher auch für r_t , wenn für $15^\circ = 1$ Tag gesetzt wird. Nach 24 Tagen, wo alle Wellen wieder dieselbe Phase haben, ist natürlich $r_{24} = 1$.

Es ist nicht uninteressant, diese theoretischen Überlegungen auch auf stehende Wellen anzuwenden, obwohl es sich bei den Luftdruckwellen um fortschreitende Wellen, wie besonders Defant und Weickmann nachgewiesen haben, handelt.

Der Druck sei für den festen Punkt gegeben durch $p = p_0 + \cos \alpha t$ und für den beweglichen Punkt λ $p_\lambda = p_0 + a \cos \lambda \cos \alpha t$; dann sind nach dem früheren die täglichen Druckänderungen:

$$x = a [\cos \alpha (t+1) - \cos \alpha t]$$

für den festen und

$$y = a \cos \lambda [\cos \alpha (t+1) - \cos \alpha t]$$

für den beweglichen Punkt. Der Korrelationsfaktor wird unter diesen Verhältnissen gleich ± 1 ; er hat entweder den Wert $+1$ oder -1 , je nachdem der Punkt λ im gleichen Wellenast oder im entgegengesetzten wie der feste Punkt liegt.

Nimmt man den Luftdruckgang als eine Superposition von stehenden Wellen an und wählt den festen Punkt so, daß in ihm die Extreme sämtlicher Wellen, also Wellenbäuche, auftreten, so erhält man für r_λ einen ähnlichen Verlauf wie bei der Korrelation

von fortschreitenden Wellen; für die räumliche Korrelation von stehenden Wellen wird unter obiger Voraussetzung

$$r_{\lambda} = \frac{\sum a_i^2 (1 - \cos i\alpha) \cos i\lambda}{\sqrt{\sum a_i^2 (1 - \cos i\alpha) \cdot \sum a_i^2 \cos^2 i\lambda (1 - \cos i\alpha)}}$$

Dieser spezielle Fall wird aber nur ausnahmsweise eintreten, daß nämlich die Extreme im festen Punkt zusammenfallen, vielmehr werden die einzelnen stehenden Wellen, aus denen sich der Luftdruckgang zusammensetzt, Phasenverschiebungen gegeneinander aufweisen. Der allgemeine Gang des Luftdruckes ist in diesem Falle gegeben durch

$$p = p_0 + a_1 \cos \delta_1 \cos \alpha t + a_2 \cos \delta_2 \cos 2\alpha t + \dots \\ = p_0 + \sum a_i \cos \delta_i \cos i\alpha t,$$

wo wieder wie bei fortschreitenden Wellen $\alpha = \frac{2\pi}{T}$ ist und die

Perioden sich verhalten wie $1' : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ usw. Dementsprechend ergibt sich aus den täglichen Druckänderungen x und y für den festen und den beweglichen Punkt für

$$r_{\lambda} = \frac{\sum a_i^2 (1 - \cos i\alpha) \cos \delta_i \cos (\delta_i + i\lambda)}{\sqrt{\sum a_i^2 (1 - \cos i\alpha) \cos^2 \delta_i \times \sum a_i^2 (1 - \cos i\alpha) \cos^2 (\delta_i + i\lambda)}};$$

für $\delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_i = 0$ erhält man das frühere r_{λ} . Je nach Wahl der δ_i (des festen Punktes) wird der Verlauf von r_{λ} immer ein anderer, während er bei fortschreitenden Wellen relativ zum Ausgangspunkt immer derselbe bleibt. Erhält man also bei der Wahl von verschiedenen Ausgangspunkten (festen Punkten) immer in bezug auf diese dieselbe Verteilung der räumlichen Korrelation, so ist es sicher, daß der Luftdruckgang aus fortschreitenden Wellen zusammengesetzt ist.

Die Erwägungen gelten natürlich nur dann streng, wenn wir es wirklich mit reinen harmonischen Wellen zu tun haben. Verändert sich dagegen die Periode oder Amplitude einer bestimmten Teilwelle auch nur um kleine Beträge, so gelten obige Resultate nur mehr angenähert.

2. Druckwellen über dem nordatlantischen Ozean.

Wie in der Einleitung erwähnt, wurden zuerst für 65° N 20° W , also für Island als Ausgangspunkt die räumlichen Korrelationsfaktoren gebildet. Bei Bildung des Korrelationsfaktors sind zuerst die Mittel der Werte jeder Reihe und dann die Abweichungen davon zu bilden. Da nun einerseits die Mittelbildung eine unangenehme Rechenarbeit bedeutet, anderseits die Abweichungen vom Mittel immer ungenau sind, wurde versucht, einen Ausdruck für

den Korrelationsfaktor zu finden, bei dem die direkten Reihenwerte, also nicht ihre Abweichungen vom Mittel verwertet werden konnten..
Es seien

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

die Werte der ersten Reihe und

$$y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$$

die Werte der zweiten Reihe, die korreliert werden sollen.
Ferner seien

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{und} \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

die Mittelwerte beider Reihen; dann sind $\xi_i = x_i - \bar{x}$ und $\eta_i = y_i - \bar{y}$ die Abweichungen vom Mittelwert und daher

$$r = \frac{\sum \xi \cdot \eta}{\sqrt{\sum \xi^2 \sum \eta^2}};$$

setzt man für ξ und η die Werte ein, so erhält man für r folgenden Ausdruck

$$r = \frac{\Sigma xy - \frac{1}{n} \Sigma x \cdot \Sigma y'}{\sqrt{[\Sigma x^2 - \frac{1}{n} (\Sigma x)^2] [\Sigma y^2 - \frac{1}{n} (\Sigma y)^2]}}$$

wo die x und y jetzt die Werte der Originalreihen sind.¹ Gegenüber der Berechnung des Korrelationsfaktors aus den Abweichungen sind außer der Bestimmung von Σxy , Σx^2 und Σy^2 , die sonst auch notwendig ist, nur die Summen der beiden Reihen zu bilden. Die Berechnung von r wird wesentlich einfacher und genauer. Nun ist für tägliche Druckschwankungen, wenn $p_1, p_2, \dots, p_n$ die Luftdrucke des 1., 2. ... und n -ten Tages sind,

$$x_1 = p_2 - p_1$$

$$x_2 = p_3 - p_2$$

$$x_3 = p_4 - p_3$$

$$\frac{x_n = p_n - p_{n-1}}{\Sigma x = p_n - p_1,}$$

daher die Summe der Druckschwankungen über eine Reihe von Tagen gleich der Differenz der Luftdrucke des letzten und ersten Tages. Dasselbe gilt auch für Σy . Dadurch wird die Berechnung des Korrelationsfaktors von täglichen Druckdifferenzen noch mehr vereinfacht.

¹ Nach Drucklegung habe ich ersehen, daß diese Vereinfachung bereits bekannt war. Siehe Met. Zeitschr. 1924, p. 158.

Auf diese Art wurde für Dezember 1906, dann für Jänner und Februar 1907 die räumliche Korrelation mit Island (65° N, 20° W) als Ausgangspunkt berechnet und schließlich für den Winter 1906/07 die Korrelationsfaktoren bestimmt. Die Karten 1 und 2 geben die Isokorrelaten für Dezember 1906 und für den Winter wieder. Die Karten für Jänner und Februar sind der für Dezember sehr ähnlich. Zu den Karten ist folgendes zu bemerken: Die Korrelationsfaktoren wurden für alle 10° -Schnittpunkte berechnet. Um die Karten nicht zu überladen, wurden nur die Werte in den Zentren der räumlichen Korrelation eingetragen. Die Zahlen geben den jeweiligen, mit 100 multiplizierten Korrelationsfaktor. Die Linien gleicher Korrelation sind von 0·20 zu 0·20 (20 zu 20) gezeichnet; ausgezogene Isokorrelaten umschließen Gebiete positiven Korrelationsfaktors, gestrichelte solche mit negativer Korrelation.

Um Island herum liegt ein Gebiet großer positiver Korrelation, östlich davon, West-, Mittel- und Nordeuropa umfassend, ein Gebiet starker negativer Korrelation (Zentrum ungefähr Skagerak, 55° N, 10° O mit $r = -0\cdot60$); westlich von Island wieder negative Werte, Zentrum zwischen Neufundland und Grönland, $r = -0\cdot55$. Steigt (fällt) also über Island der Luftdruck, dann fällt (steigt) er in den allermeisten Fällen in diesen beiden Gebieten. Geht man noch weiter west-, beziehungsweise ostwärts, so folgen wieder geschlossene Gebilde mit positiver Korrelation, von denen das im Südwesten noch gut ausgebildet ist mit dem Zentrum in 40° N, 65° W mit $r = +0\cdot35$. Größere Unterschiede weisen die drei Monatskarten nur im Südosten von Europa auf.

Je weiter ein Punkt oder ein Gebiet vom Ausgangspunkt entfernt ist, desto kleiner werden die Werte der räumlichen Korrelation, die Unterschiede zwischen den 3 Monatskarten verstärken sich mit zunehmender Entfernung vom Ausgangspunkt.

Die Karte der Isokorrelaten (Karte 2) für den Winter 1906/07 gibt ein mittleres Bild; die Gebiete, wo größere Unterschiede in den drei Monaten auftreten, zeigen natürlich nur kleine Korrelationsfaktoren. Im übrigen sei auf die Karte selbst verwiesen.

Durch diese Methode der räumlichen Korrelation erhält man eine mittlere Verteilung der Steig- und Fallgebiete, die man auch erhalten würde, wenn man alle die Fälle mittelt, bei denen über Island das Zentrum eines Steig- oder Fallgebietes liegt. Doch ist die räumliche Korrelation sicher genauer, da alle Fälle berücksichtigt werden können.

Aus den beiden Karten 1 und 2 ist deutlich zu erkennen, daß die Zentren der Gebiete mit positiver oder negativer Korrelation auf einem Bogen, der von der Ostküste der Vereinigten Staaten Nordamerikas über Island nach Südosteuropa reicht, liegen. Es lag nahe anzunehmen, daß besonders die Gebiete mit großer interdiurner Veränderlichkeit des Luftdruckes auch Gebiete größerer Korrelation sein werden. Daher wurde für den Winter 1906/07 die mittlere interdiurne Veränderlichkeit berechnet und es zeigt sich

tatsächlich, daß die oben erwähnten Gebiete zusammenfallen. Von einer Wiedergabe der Karte gleicher interdiurner Veränderlichkeit wurde abgesehen.¹

Um nun zu entscheiden, ob die Verteilung der räumlichen Korrelation tatsächlich auf eine Druckverteilung, die aus fortschreitenden Wellen sich zusammensetzt, zurückzuführen ist, wurden außer Island (65° N, 20° W) noch vier weitere Ausgangspunkte gewählt, und zwar 45° N 65° W, 60° N 40° W, 60° N 0° W-O, und 55° N 15° O und für diese Ausgangspunkte für den Dezember 1906 die Isokorrelaten gezeichnet. Die Karten 3 bis 6 geben die Verteilung der räumlichen Korrelation für diese vier Punkte. In Bezug auf den Ausgangspunkt zeigen die Karten 1 und 3 bis 6 alle dasselbe Bild. Im Ausgangspunkt selbst ist $r = +1$, in seiner Umgebung herrscht große positive Korrelation. Nach West und Ost wechseln Gebiete positiven Korrelationsfaktors mit solcher negativer Korrelation ziemlich regelmäßig ab. Besonders groß sind die Werte für 60° N, 0° W—O als Ausgangspunkt, was aus Karte 5 zu ersehen ist.

Die im allgemeinen mehr oder weniger gleichbleibende Verteilung der räumlichen Korrelation relativ zum Ausgangspunkt läßt nach der oben durchgeführten Korrelationstheorie von Wellen nur den Schluß zu, daß tatsächlich der Gang des Luftdruckes aus fortschreitenden Wellen zusammengesetzt ist. Wären es stehende Wellen, so müßte sich für verschiedene Ausgangspunkte immer eine — relativ zu diesen — andere Verteilung der räumlichen Korrelation ergeben, da ja die Phasen δ_i für jeden Punkt andere sind und die Verteilung des Korrelationsfaktors wesentlich von diesen Phasen abhängt.

Auch auf diesem Wege läßt sich also nachweisen, daß der Luftdruckgang im Wesen als eine Zusammensetzung von fortschreitenden Wellen angesehen werden kann.

Ist an einem bestimmten Punkte der Luftdruck aus einer Reihe von fortschreitenden Wellen zusammengesetzt, so müssen ähnliche Überlegungen auch für die zeitliche Korrelation an diesem Punkt gelten. Sind Δp_1 die Druckänderungen vom ersten auf den zweiten Tag, Δp_2 die vom zweiten auf den dritten, allgemein Δp_i die Druckschwankung vom i -ten auf den $(i+1)$ -ten Tag, so ist die zeitliche Korrelation gegeben durch den Korrelationsfaktor der Δp_1 mit den Δp_i an demselben Punkt. Für Island wurden nun diese zeitlichen Korrelationsfaktoren berechnet; Fig. 3 gibt den Verlauf derselben mit zunehmender Zeitdifferenz. Wenn auch die Einzelwerte klein sind, so daß sie sicher nicht prognostisch verwertet werden dürfen, so ist doch der Gang der zeitlichen Korrelation so auffallend regelmäßig, daß er sicher beachtenswert ist. Es treten nach 3, 6, 9 und 12 Tagen Maxima in diesem Gange auf, d. h.

¹ Siehe auch Met. Zeitschr. 1911, p. 497, H. Bahr, Die interdiurne Veränderung des Luftdruckes.

steigt (fällt) über Island der Luftdruck, so steigt (fällt) er im allgemeinen nach je drei Tagen wieder. Vor allem ist zu erkennen, daß eine Welle von drei Tagen, also mit kurzer Periode, besonders hervortritt, eine Tatsache, die auch mit der Theorie übereinstimmt, während Wellen mit langer Periode im Verlauf der zeitlichen Korrelation kaum zu erkennen sind.

Der Verlauf der zeitlichen Korrelation r_t läßt sich nun auch als eine Summe von Cosinus-Reihen darstellen, wenn für diese die Perioden bekannt sind oder irgendwie angenommen werden können, und zwar in der Form

$$r_t = \Sigma M_i \cos \alpha_i t, \text{ wo } \alpha_i = \frac{2\pi}{T_i}$$

bedeutet. Die Perioden wurden wie folgt gewählt:

T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
24	12	8	6	4.8	4	3.4	3	2.7	2.4

Tage, so daß sich $T_1 : T_2 : T_3 \quad T_i = 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{i}$ verhält.

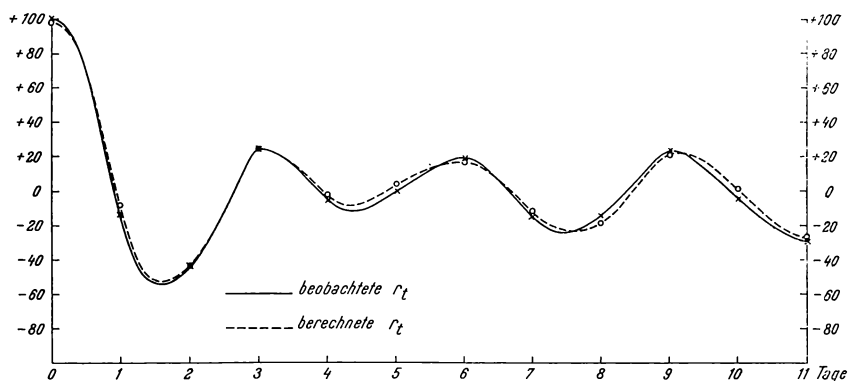


Fig. 3.

Andererseits ist aber nach der Korrelationstheorie für Wellen

$$r_t = \frac{\Sigma a_i^2 (1 - \cos \alpha_i) \cos \alpha_i t}{\Sigma a_i^2 (1 - \cos \alpha_i)} = \frac{\Sigma A_i^2 \cos \alpha_i t}{\Sigma A_i^2},$$

wenn

$$a_i^2 (1 - \cos \alpha_i) = A_i^2$$

gesetzt wird. Daher muß

$$M_1 = \frac{1}{\Sigma A_i^2} \cdot A_1^2, \quad M_2 = \frac{1}{\Sigma A_i^2} \cdot A_2^2, \quad \dots \quad M_n = \frac{1}{\Sigma A_i^2} \cdot A_n^2$$

werden und daraus

$$M_1 : M_2 = A_1^2 : A_2^2 \text{ oder } M_k : M_l = A_k^2 : A_l^2 = a_k^2 (1 - \cos \alpha_k) : a_l^2 (1 - \cos \alpha_l)$$

und

$$a_k = a_l \sqrt{\frac{M_k (1 - \cos \alpha_l)}{M_l (1 - \cos \alpha_k)}},$$

die a_i sind aber die Amplituden der fortschreitenden Wellen, aus denen sich der Luftdruckgang zusammensetzt.

Wenn die Koeffizienten M bekannt sind, ist es daher möglich das Verhältnis der a_i zueinander zu berechnen. Der Verlauf der zeitlichen Korrelation gibt also auch die Möglichkeit, eine Analyse des Luftdruckes an diesem Punkte durchzuführen.

Die Koeffizienten M_i können nun nach der Methode der kleinsten Quadrate aus folgenden Gleichungen berechnet werden:

$$\begin{aligned} r_0 &= M_1 + M_2 + M_3 + & + M_{10} \\ r_1 &= M_1 \cos \alpha_1 + M_2 \cos \alpha_2 + M_3 \cos \alpha_3 + & + M_{10} \cos \alpha_{10} \\ r_2 &= M_1 \cos 2 \alpha_1 + M_2 \cos 2 \alpha_2 + M_3 \cos 2 \alpha_3 + & + M_{10} \cos 2 \alpha_{10} \end{aligned}$$

$$r_{11} = M_1 \cos 11 \alpha_1 + M_2 \cos 11 \alpha_2 + M_3 \cos 11 \alpha_3 + \quad + M_{10} \cos 11 \alpha_{10}.$$

Die $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{10}$ sind nach obiger Wahl der Perioden bekannt; daher stehen im ganzen 12 Gleichungen mit 10 Unbekannten zur Verfügung. Es ergibt sich für

$$M_i = \frac{1}{6} R_i + \frac{1}{66} \left\{ 5 \Sigma R_{2n} - 6 \Sigma R_{2n-1} \right\}$$

für gerade i und

$$M_i = \frac{1}{6} R_i + \frac{1}{66} \left\{ 5 \Sigma R_{2n-1} - 6 \Sigma R_{2n} \right\}$$

für ungerade i . Die ΣR ist dabei für n von 1 bis 5 zu bilden und

$$R_i = r_0 + r_1 \cos \alpha_i + r_2 \cos 2 \alpha_i + r_3 \cos 3 \alpha_i + \quad + r_{11} \cos 11 \alpha_i.$$

In folgender Tabelle sind nun die so gefundenen Werte der M enthalten

M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
+ 0.0793	- 0.0272	+ 0.0848	+ 0.0330	+ 0.1985
M_6	M_7	M_8	M_9	M_{10}
+ 0.0890	+ 0.1382	+ 0.2500	+ 0.0838	+ 0.0508

Zur Kontrolle wurden nun die r_i aus den M_i mit Hilfe der 12 Grundgleichungen berechnet und wie aus Fig. 3 (gestrichelte Kurve) zu ersehen ist, stimmen sie sehr gut mit den ursprünglichen Werten überein.

Nimmt man nun an, daß $a_4 = 1 \text{ mm}$ ist, so ergeben sich als Amplituden der erzeugenden Druckwellen folgende Relativwerte:

a_1				a_9					
1.0	1.8	1	1.0	2.0	1.2	1.3	1.6	0.9	0.6
4.	2.1	1.6	1.0	—	—	—	—	—	—

Die zweite Reihe gibt die entsprechenden Werte nach Weickmann, die er aus der Analyse des Luftdruckganges von Hamburg für die Zeit vom 2. August 1923 bis 4. Februar 1924, bezogen auf die Amplitude der sechstägigen Welle gefunden hat.

Der Größenordnung nach stimmen die hier gefundenen Werte für die Amplituden der einzelnen Wellen gut mit denen aus der harmonischen Analyse des Luftdruckes von Weickmann gefundenen überein, obwohl es sich um zwei zeitlich und örtlich völlig verschiedene Beobachtungsreihen handelt. Dieselbe Berechnung läßt sich auch mit den direkten Luftdruckwerten durchführen, wobei

jetzt $a_k = a_i \sqrt{\frac{M_k}{M_i}}$ wird.

Aus dem Verlauf der zeitlichen Korrelation eines Monats für tägliche Druckänderung an einem Ort oder direkt für den Luftdruck lassen sich also in einfacher und rascher Form Relativwerte der Amplituden der druckerzeugenden Wellen berechnen, wobei aber nur Wellen mit Perioden wie oben angegeben berücksichtigt werden können; doch ist man auch bei der harmonischen Analyse des Luftdruckganges auf die freie Wahl der Perioden angewiesen. Für eine rasche Orientierung der Größenverhältnisse der Amplituden der druckerzeugenden Wellen ist die Methode sicher sehr geeignet.

3. Korrelation von täglichen Druckänderungen an einem Ort mit solchen nicht gleichzeitigen an einem anderen Punkte.

Wie eingangs erwähnt, verlaufen die Steig- und Fallgebiete des Luftdruckes nach kurzer Störung immer dann wieder regelmäßig von West nach Ost, wenn über Neuschottland ein kräftiges Steig- oder Fallgebiet auftritt. Es ist daher zu erwarten, daß 2 bis 3 Tage später über Island (65° N, 20° W) wieder gut ausgebildete Isallobarenzentren auftreten werden. Bildet man in diesem Sinne die Korrelation von Δp (45° N, 65° W) mit den Druckänderungen in 65° N, 20° W für denselben (ersten) Tag, ebenso für den zweiten, dritten usw., so ergibt sich folgender Gang des Korrelationsfaktors

1. Tag	Tag	3. Tag	4. Tag
$r = +0.48$	-0.30	-0.44	$+0.24$ für Dezember 1906.

Es zeigt sich in der Tat, daß zwei Tage später der Wert von Δp über Island noch in guter Beziehung mit dem von Neuschottland steht; steigt (fällt) über Neuschottland der Luftdruck, so fällt (steigt) er zwei Tage später über Island. Geht man die Isallobarenkarten für den Winter 1906/07 durch, so zeigt sich immer,

daß, wenn das Zentrum eines kräftigen Steig(Fall-)gebietes über Neuschottland auftritt, zwei Tage später das Zentrum eines starken Fall(Steig)gebietes über Island liegt.

Zusammenfassung.

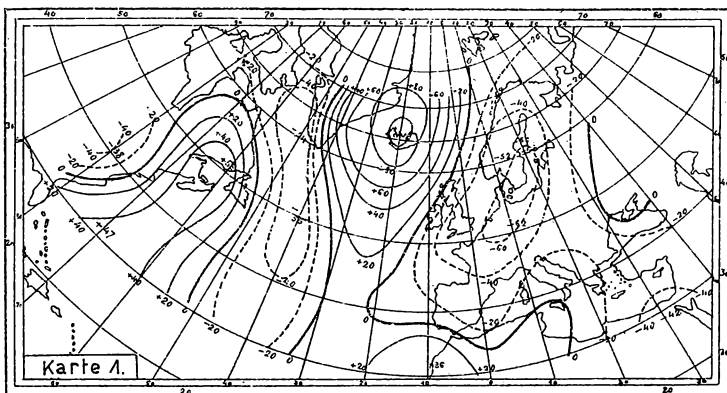
In vorliegender Arbeit ist gezeigt worden, daß die Korrelation von täglichen Druckschwankungen an einem Ort (Ausgangspunkt) mit solchen gleichzeitigen an anderen Punkten oft große Werte erreicht und daß die Gebiete positiver und negativer Korrelation regelmäßig verteilt sind. Aus theoretischen Überlegungen ergibt sich ferner, daß diese Verteilung, da sie für verschiedene Ausgangspunkte relativ zu diesen dieselbe bleibt, nur dann möglich ist, wenn die Druckwellen fortschreitende sind.

Berechnet man für einen bestimmten Punkt die Korrelation der täglichen Druckschwankungen mit denen späterer Tage für denselben Punkt, so erhält man den Verlauf der zeitlichen Korrelation. In Übereinstimmung mit der Theorie wurde dabei gefunden, daß besonders die Druckwellen mit kleiner Periode hervortreten. Dieser Verlauf des zeitlichen Korrelationsfaktors wurde benützt, um den Gang des Luftdruckes zu analysieren. Es gelingt, die Verhältnisse der Amplituden zu bestimmen und ihre Werte stimmen gut mit denen von Weickmann überein, obwohl die Beobachtungsreihen zeitlich und örtlich verschieden sind.

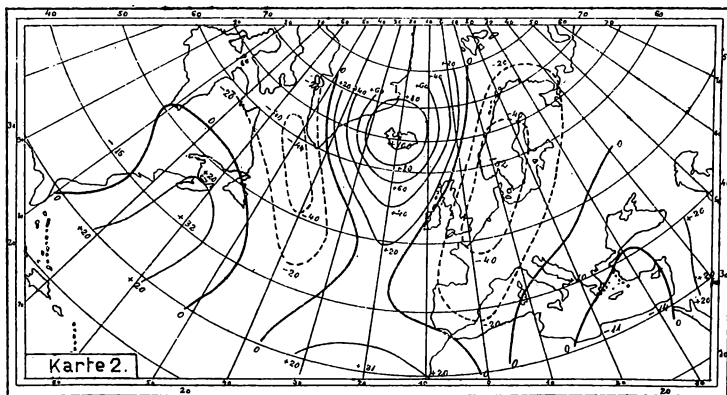
Bei Deutung des Korrelationsfaktors von täglichen Druckänderungen und besonders bei der Auslegung des Verlaufes dieser Korrelation, der als Wirkung von Druckwellen angesehen werden kann, muß die theoretische Wellenkorrelation genau beachtet werden, sonst können daraus unrichtige Schlüsse gezogen werden.

Innsbruck, Institut für kosmische Physik, Mai 1926.

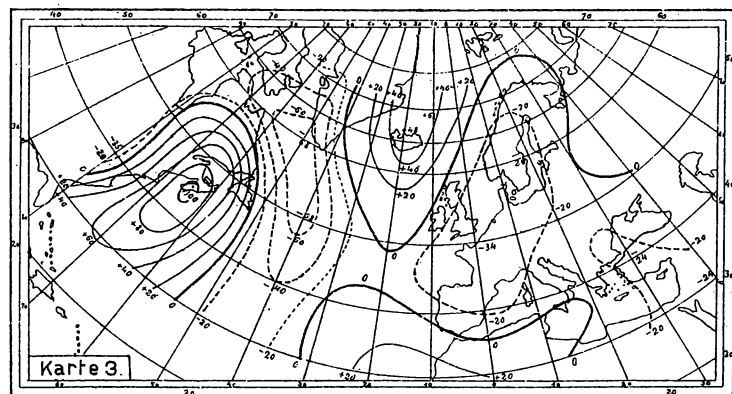
A. Schedler; Druckwellen über dem Nordatlantik.



Linien gleicher Korrelation, Dezember 1906. Ausgangspunkt 65°N 20°W.

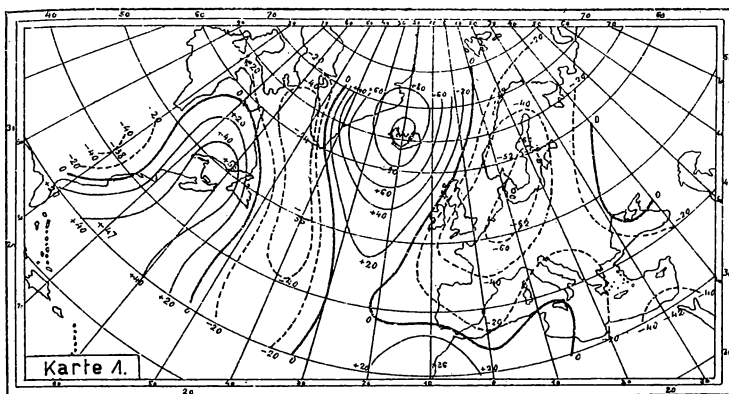


Linien gleicher Korrelation Winter 1906/07. Ausgangspunkt 65°N 20°W.

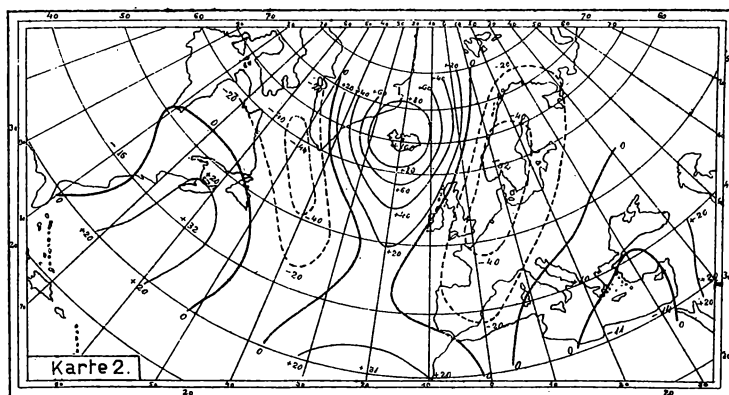


Linien gleicher Korrelation, Dezember 1906. Ausgangspunkt 45°N, 65°W.

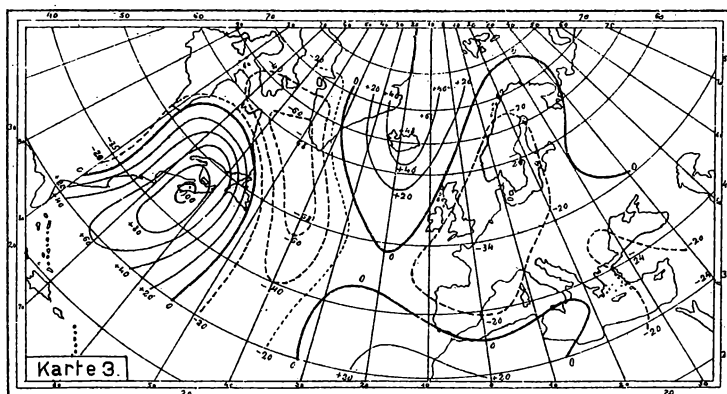
A. Schedler; Druckwellen über dem Nordatlantik.



Linien gleicher Korrelation, Dezember 1906. Ausgangspunkt 65°N 20°W.

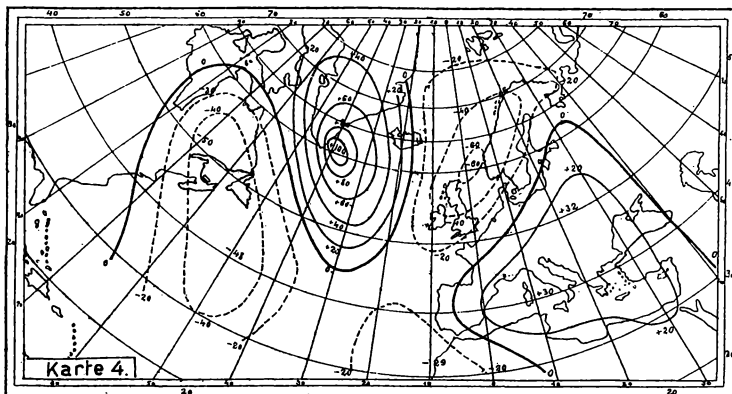


Linien gleicher Korrelation Winter 1906/07. Ausgangspunkt 65°N 20°W.

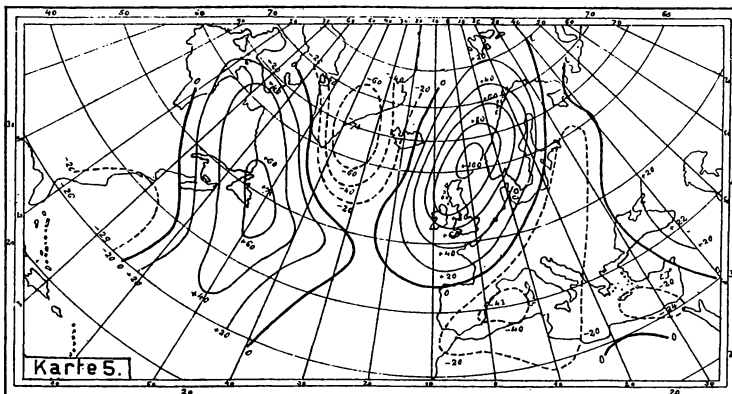


Linien gleicher Korrelation, Dezember 1906. Ausgangspunkt 45°N, 65°W.

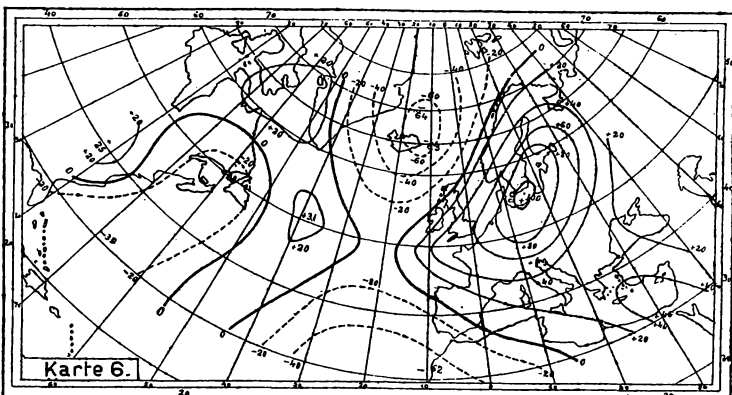
A. Schedler; Druckwellen über dem Nordatlantik.



Linien gleicher Korrelation, Dezember 1906. Ausgangspunkt 60°N, 40°W



Linien gleicher Korrelation, Dezember 1906. Ausgangspunkt 60°N, 0°W-E.



Linien gleicher Korrelation, Dezember 1906. Ausgangspunkt 55°N, 15°E.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1926

Band/Volume: [135 2a](#)

Autor(en)/Author(s): Schedler Anton

Artikel/Article: [Luftdruckwellen und Korrelationen über dem Nordatlantischen Ozean. 379-393](#)