

Kurvierte Perspektiven

Von

Erwin Keller in Graz

(Mit 17 Textfiguren)

(Vorgelegt in der Sitzung am 14. Mai 1926)

Guido Hauck¹ wies in seiner genetischen Entwicklung der Perspektive als erster darauf hin, daß sich eine weitere Entwicklungsstufe der Perspektive denken läßt, die dem Schein der Kurvatur Rechnung trägt. Er zeigte auch eine Darstellungsmethode, bei der alle horizontalen, zur Bildebene parallelen Geraden als einfache, beziehungsweise als verallgemeinerte Kosinuslinien und die Tafelnormalen als verallgemeinerte Sinuslinien dargestellt werden.

Dadurch wird dem Einwande begegnet, daß bei der gewöhnlichen »Linearperspektive« auf das Prinzip der Konformität keine Rücksicht genommen wird.

Eine Darstellung, die sich sowohl an den Sehprozeß anlehnt als auch dem Prinzip der Konformität Rechnung trägt, würde die Projektion eines Objektes auf eine Kugel aus ihrem Mittelpunkt sein, weil dann alle Strecken als Bogen größter Kreise proportional dem Sehwinkel abgebildet werden.

Um ein ebenes Bild zu erhalten, muß dieses Kugelbild ver-ebnet werden.

Hauck löst diese Frage nach dem System der quadratischen Plattkarten.

Deininger² versucht diese Darstellung der achsonometrischen Methode zugänglich zu machen. Zu diesem Zwecke müssen Kurvennetze für den Bildentwurf benützt werden, die als verstreckte sphärische Bilder der mit Quadratnetzen (Seite gleich Längeneinheit) bedeckten Koordinatenebenen erhalten werden. Dabei bleiben vertikale Geraden im Bild vertikal, was dem Prinzip der Konformität widerspricht.

Beide Nachteile lassen sich vermeiden, wenn man das Kugelbild stereographisch abbildet. Diese Methode sei stereosphärische Perspektive genannt. Das stereosphärische Bild jeder Geraden wird ein Kreis und die exakte geometrische Konstruktionsmöglichkeit für den Bildentwurf ist gesichert.

¹ G. Hauck, »Die subjektive Perspektive und die horizontalen Kurvaturen des dorischen Stils«. Stuttgart, 1879.

² J. Deininger, »Eine neue Theorie der malerischen Perspektive und deren praktische Resultate«. Wien, 1915.

Deininger's Perspektivraster und Anleitung. Gerlach & Wiedling, Wien, I, o. J.

I. Vergleich mit anderen kurvierten Perspektiven. (Fig. 1₁₋₆.)

Als Beispiel soll die Abbildung eines einfachen Objektes gewählt werden.

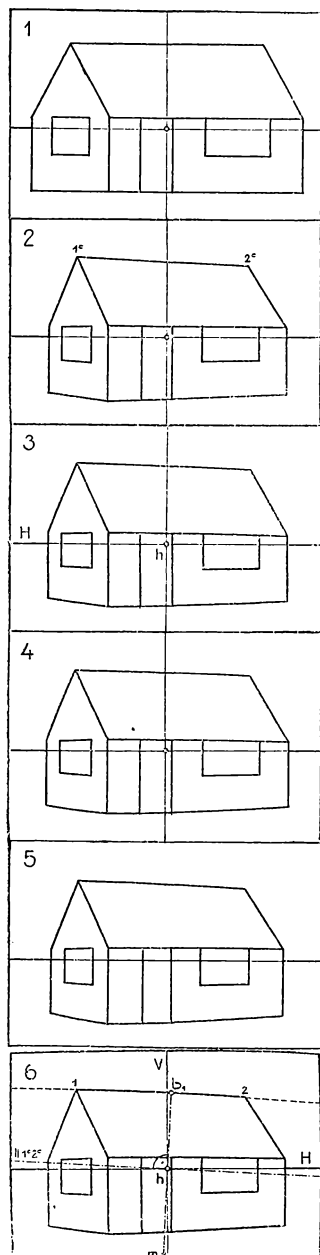


Fig. 1₁₋₆.
Verkleinerung 1/1

Fig. 1₁. Orthogonale Projektion, Aufriß. Objekt um $\beta = 30^\circ$ zur Bildebene gedreht. Das Auge des Beschauers ist unendlich fern gedacht.

Fig. 1₂. Linearperspektive. Objekt in gleicher Stellung zur Bildebene. Distanz $\delta = 25 \text{ cm}$, Blicklinienraum $\alpha < 30^\circ$. Die Illusion der Wirklichkeit ist erreichbar.

Fig. 1₃. Aufriß einer Zylinderperspektive. Radius des Zylinders $r = \delta = 25 \text{ cm}$. Konstruktion des Bildes aus dem gedrehten Aufriß Fig. 1₁ oder aus der Linearperspektive Fig. 1₂ mit Hilfe des Zylindergrundrisses. Vertikale bleiben vertikal. Alle übrigen Geraden bilden sich als Teile von Ellipsen ab. Horizontal bleibt nur der Horizont H . Der Hauptpunkt h ist der Mittelpunkt m aller Bildellipsen, deren Teilbogen infolge der schwachen Krümmung k und den vom Aufriß des Bildzylinders bekannten Lagen von $k_{\max}$ und $k_{\min}$ leicht mit Kurvenlinealen krümmungsrichtig gezeichnet werden können. Für jeden Bildbogen müssen mindestens drei Punkte gegeben sein. Durch drei Punkte ist jede Bildellipse bestimmt, da $h \equiv m$ bekannt ist. Die mechanische Konstruktion wäre nur mit Hilfe eines entsprechenden Ellipsenzirkels durchführbar, nachdem in jedem Fall zuvor die Hauptachsen der Bildellipsen zu ermitteln sind.

Fig. 1₄. Zylinderperspektive (aufgerollt). Entwicklung des Bildes aus Fig. 1₃. Die Höhen bleiben erhalten. Das Bild erfährt in der Richtung von H eine gegen Fig. 1₃ merkbare Dehnung, die dem Bildeindruck nicht zum Vorteil gereicht. Die Geraden werden durch verallgemeinerte Kosinuslinien dargestellt, die nur punktweise festgelegt werden können. Wird die Bildfläche

nach der Form des Zylindermantels wieder gebogen, so ist die Illusion der Wirklichkeit erreichbar (Panorama). Wenn es auf den ebenen Bildeindruck ankommt, so ist das Verfahren von Fig. 1₃ vorzuziehen.

Fig. 1₅. Deininger's Perspektivrasterbild. Entwurf mit Deininger's Perspektivraster $r = 30\text{ cm}$, auf $r = 25\text{ cm}$ ähnlich verkleinert. Die Bilder aller Geraden können mit Hilfe des Rasters nur näherungsweise eingetragen werden. Der Bildeindruck nähert sich der Wirklichkeit, wenn die Bildebene nach der Form des Zylinders gebogen wird, der die Bildkugel längs dem Äquator berührt.

Fig. 1₆. Aufriß einer Kugelperspektive (sphärische Perspektive, $r = 25\text{ cm}$). Konstruktion des Bildes aus der Linear-

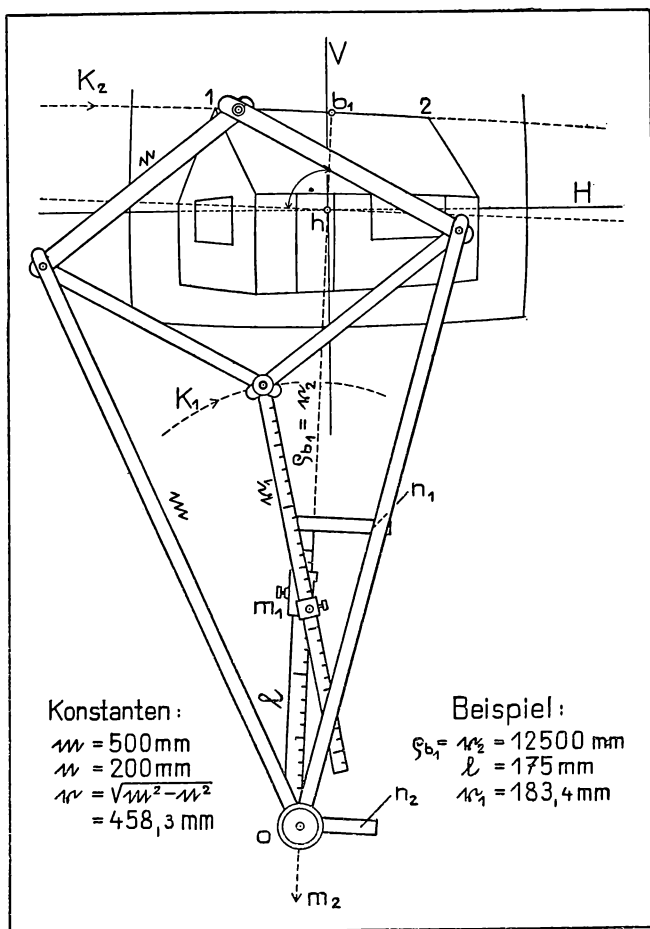


Fig. 6a.

perspektive Fig. 1₂ mit Hilfe des Kugelgrundrisses. Alle Geraden des Objektes bilden sich als Teile von Ellipsen ab. Horizontal

Sind K' und K'' Grund- und Aufriß der Bildkugel K , so werden im Grundriß z. B. aus den sphärischen Bildpunkten 1^s (1^{1s}) und 2^s (2^{1s}) einer horizontalen Strecke $\overline{1\ 2}$ ($1' (1), 2' (2)$), die um h über der Horizontebene liegt, die stereographischen Projektionen 1^{st} 2^{st} gesucht und in das Bild (Aufriß) eingetragen.

Um den Bildkreis K von $\overline{1\ 2}$ zu zeichnen weiß man, daß der Mittelpunkt m einerseits auf der Streckensymmetrale S_1 von 1^{st} 2^{st} und anderseits auf S_2 von 1^{st} 1^{ist} liegt. Dabei ist 1^{ist} ein dritter Punkt von K , und zwar die stereographische Projektion des zweiten Endpunktes 1^i vom Kugeldurchmesser $1\ o_1$. Infolge des rechten Winkels $1\ o_2\ 1^i$ sind 1^{st} und 1^{ist} nach dem Begriff der

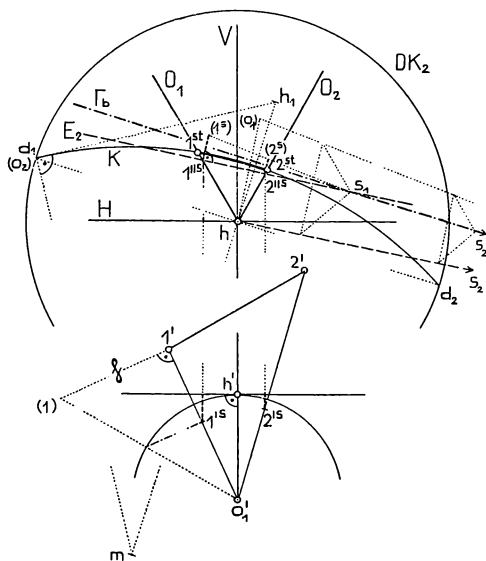


Fig. 3.

Verwandtschaft der reziproken Radien bezüglich DK_2^1 invers und 1^{ist} daher im Schnitt von $1^{st}\ h$ und $(o_2)\ 1^{ist} \mid (o_2)\ 1^{st}$ leicht konstruierbar. Ist 1^{ist} schwer erreichbar, so kann man den Fußpunkt f von S_2 im Schnitt der Symmetrale $\bar{S}_2$ von $1^{st}(o_2)$ mit $1^{st}\ h$ benutzen. Bleibt wie bei den späteren Anwendungen m trotzdem unerreichbar, so genügen Teile von S_1 und S_2 um $d_1\ d_2 \mid h\ m$ zu zeichnen.

K muß durch d_1 und d_2 gehen, weil sie die Bilder der Endpunkte jenes Durchmessers sind, den der Großkreis durch $1^s\ 2^s$ auf der Bildkugel mit der zur Bildebene parallelen Ebene durch o_1 gemeinsam hat. Nachdem man aus der getroffenen Annahme $\overline{d_1\ d_2} = 4r$ kennt, so werden auch $d_1\ d_2$ am Zeichenblatt über-

¹ Bild des zur Bildebene parallelen Hauptkreises oder Distanzkreis von o_2 .

flüssig und der Teil des Bildkreises K kann, wie später gezeigt wird, mit einem Inversorzirkel gezeichnet werden.

2. Man bestimmt aus den Aufrissen zweier sphärischer Bildpunkte einer Geraden das stereographische Bild des durch sie gehenden Hauptkreises und sucht die stereographischen Bilder der Punkte (Fig. 3).

Sind 1^s ($1'^s$ $1''^s$) und 2^s ($2'^s$ $2''^s$) die sphärischen Bilder von 1 und 2, so legt man durch 1^s 2^s im Aufriß die tafelfprojizierende Hilfsebene ϵ (E_1 E_2), bestimmt durch Umlegung den Bildspurpunkt s_1 von 1 2 und s_2 der Parallelen zu 1 2 durch o_1 . s_1 s_2 gibt die Bildspur Γ_b der gesuchten Hauptkreisebene. Damit ist d_1 d_2 $|| \Gamma_b$ gefunden. Die stereographische Fluchtspur $\Gamma_v || \Gamma_b$ geht durch h_1 , wobei $h_1 \Gamma_b = \Gamma_b h$ ist. Dann wird m von K nach den Elementen der stereographischen Projektion als Bild des Poles vom Hauptkreis oder als inverser Punkt zu h_1 bestimmt. (o_2) m $|$ (o_2) h_1 . Die stereographischen Bildpunkte liegen im Schnitt der Ordnungsstrahlen O_1 (h $1''^s$), O_2 (h $2''^s$) mit K .

Die Bestimmung von m wird, wie später gezeigt, bei Benützung eines Inversorzirkels überflüssig.

3. Durch stereographischen Auftrag der sphärischen Koordinaten von Punkten (Fig. 4).

Ist 1^s ($1'^s$ (1^s)) das sphärische Bild von 1 ($1'$ (1)), so folgt das stereographische χ^{st} aus $\chi^s = \widehat{h'a'_1}$ für h als Ursprung, im Bild un-

mittelbar aus dem Grundriß. Das η^s bildet sich als Bogen eines Kreises ab, der zu dem Kreisbüschel mit den Grundpunkten $\bar{l}_1$, $\bar{l}_2$ und H als Zentrallinie gehört, in das sich alle Vertikalen nach der Doppelprojektion abbilden müssen. Für jeden dieser Kreise ist ein dritter Punkt $\bar{a}_1^{st}$ in H aus dem Grundriß $a'_1 b'_1$ des zugehörigen Hauptkreises K_1 gegeben. Zeichnet man für K_1 den stereographischen Bildkreis K auf die durch o_1 parallel verschobene Bildebene, so erfolgt die Übertragung einer sphärischen Ordinate $(\eta^s) = \widehat{a'_1(1^s)}$ aus dem Konturkreis der Bildkugel auf K durch die Abbildung des Breitenkreises K_b durch (1^s) , wobei $(1^s) m_b \mid (1^s) h$ ist.

Das Zeichnen von K_b kann durch Wahl eines anderen Übertragkreises vermieden werden, der sich stereographisch als Gerade abbildet.¹ Die

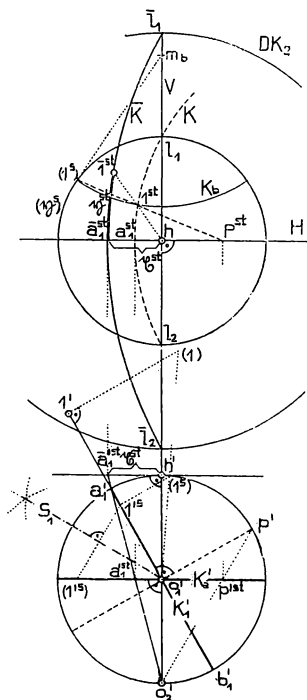


Fig. 4.

¹ F. Pacher, »Über stereographische Projektion und ihre Anwendung«. Realschul-Jahresb.,

Hauptkreise K_1 und K_2 sind zur Halbierungsebene σ ($S_1 S_2$) symmetrisch. Ein Kreis durch ein symmetrisches Punktpaar 1^{ts} (1^{ts}) und o_2 muß auch durch den zu o_2 symmetrischen Punkt p gehen. Nun ist dieser Kreis schon durch $(1^s)o_2p$ bestimmt. Da er durch das Projektionszentrum o_2 geht, ist sein Bild die Gerade $(1^s)p^{st}$ und $1^{st}a_1^{st}$ die übertragene Ordinate in der verschobenen Bildebene. In beiden Fällen führt $\overline{h1^s} = \overline{1^{st}\bar{1}^{st}}$ zur gesuchten Bildordinate $\overline{a_1^{st}\bar{1}^{st}} = \eta^{st}$.

Der Bildeindruck eines nach diesen drei Verfahren entworfenen Bildes ist von Fig. 1₆ unmerklich verschieden, da dort selbst im Aufriß der sphärischen Perspektive alle elliptischen Bogen durch ihre Krümmungskreise ersetzt werden konnten.

Koppelt man die Methoden 2. und 3. und benützt zur Festlegung der stereosphärischen Bildpunkte einerseits die Ordnungsstrahlen aus dem Aufriß der sphärischen Perspektive (Fig. 3) und anderseits die stereographisch sich als Gerade abbildenden Übertragungskreise der Bildkugel (Fig. 4), so ist jeder stereosphärische Bildpunkt durch den Schnitt zweier Geraden und eine Streckenübertragung bestimmt. Das Zeichnen von Bildkreisen für den punktweisen Entwurf entfällt.

Da die Ordnungsstrahlen $O_1 O_2$ (Fig. 3) nach einer einfachen Überlegung auch durch ein linearperspektives Bild gegeben sind, empfiehlt sich schließlich folgender Vorgang beim Bildentwurf: Man zeichnet ein linearperspektives Bild des Objektes aus dem Kugelmittelpunkt o_1 und entwickelt daraus das stereosphärische. Dazu benützt man das Ordnungsstrahlenbüschel aus h und den abgekürzten Höhenauftrag von 3. Gute Dienste leisten bei der Konstruktion der Inversorzirkel und die stereosphärischen Fluchtpunkte, was nunmehr besprochen werden soll.

III. Der Inversorzirkel.

In der reinen Kinematik oder geometrischen Bewegungslehre wird der von Peaucellier 1864 erfundene Inversor als Beispiel der genauen Geradföhrung behandelt. Werden sechs Stäbe nach Fig. 5 gelenkig verbunden und der Punkt o in der Ebene

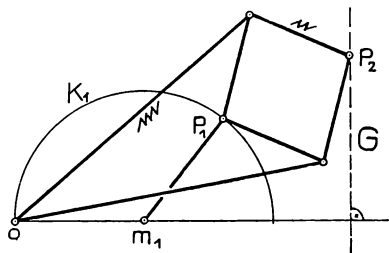


Fig. 5.

festgehalten, so beschreibt der Punkt p_2 eine Gerade G , wenn p_1 von einem siebenten Stab auf einem Kreis K_1 geführt wird, der durch o geht.

Die Geometrie wertet den Inversor von Peaucellier als Instrument, um die Verwandtschaft der reziproken Radien oder die Inversion mechanisch herzustellen. $op_1 \cdot op_2 = m^2 - n^2 = r^2$ (Konst.). Denkt man sich r als Einheit, so sind op_1 und op_2 reziprok oder invers. Die Theorie dieser Verwandtschaft beweist als einen ihrer ersten Sätze den folgenden: »Zu jedem Kreis K_1 ist ein Kreis K_2 invers; o ist ein Ähnlichkeitspunkt von K_1 und K_2 «. ¹ Der Inversor von Peaucellier kann daher auch zum Zeichnen von Kreisen mit beliebig großen Radien verwendet werden. ²

In der Tat, sind $K_1 (m_1 r_1)$ und $K_2 (m_2 r_2)$ (Fig. 6) zwei solche inverse Kreise und kennt man den Abstand $om_1 = l$, so ist nach

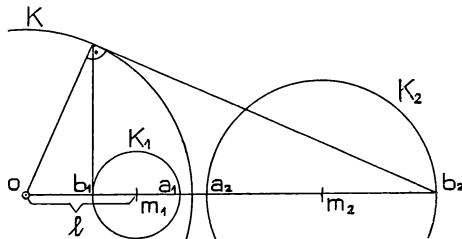


Fig. 6.

der Streckenrechnung $r_2 = \pm \frac{r^2 r_1}{l^2 - r_1^2}$, je nachdem $l \geq r_1$ ist. Dieser funktionale Zusammenhang wird für die Benützung des Inversor-zirkels mit Hilfe dreier Nomogramme ausgewertet.

Für den Bildkreis jeder Geraden kennt man die Lage der konstanten Sehne $\widehat{d_1 d_2} = 4r$. Sie geht stets durch h als Mittelpunkt von DK_2 (Fig. 2) und muß für jede Gerade parallel zu ihrem linearperspektiven Bild sein, weil letzteres mit der Bildspur Γ_b der zugehörigen Hauptkreisebene zusammenfällt. Mit Ausnützung der Eigenschaften vom Peripheriewinkel im zu zeichnenden Kreis läßt sich der Scheitel s des Bogens $\widehat{d_1 d_2}$ aus drei gegebenen Punkten $d_1 d_2$ 1 oder gleichwertigen Stücken stets konstruieren (Fig. 7). Man liest auf dem Nomogramm I $\left(r_2 = \frac{\delta^2 + p^2}{2p}, \text{ Fig. 8} \right)$ aus der Pfeilhöhe p den zugehörigen Kreisradius r_2 ab.

¹ Siehe z. B. Th. Reye, »Die Geometrie der Lage«, I. Abt., Leipzig, 1909, p. 225.

² Eine Bemerkung, die sich schon bei L. Burmester, »Lehrbuch der Kinetik«, Leipzig, 1888, I. Bd., p. 576, findet, jedoch ohne jede Angabe der Durchführungsmöglichkeit geblieben ist.

Dann gibt das Nomogramm II den Wert $p = \frac{r_2}{r_1}$ und Nomogramm III aus p für frei gewähltes l den Einstellwert von r_1 für den siebenten Stab des Inversorzirkels.

Fig. 6a zeigt das Instrument¹ in Verwendung.

Beim Gebrauch des Zirkels treten noch zwei Aufgaben auf, die kurz besprochen werden sollen:

1. Man kennt vom stereosphärischen Bild einer Kante zwei Punkte und soll den Bildkreis zeichnen (Fig. 2). Der zu 1st bezüglich hm symmetrische Punkt $\bar{1}^{st}$ ist ein dritter Kreispunkt. Der

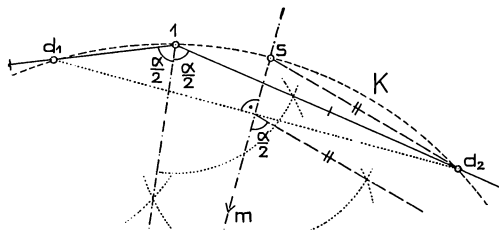


Fig. 7.

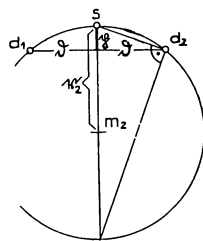


Fig. 8.

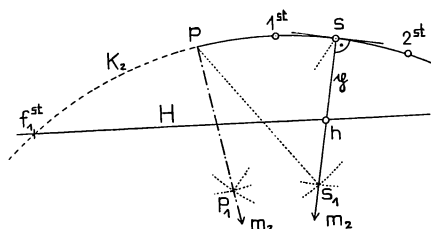


Fig. 9.

Bogenscheitel s wird nach Fig. 7 bestimmt, wobei $1^{st} \bar{1}^{st}$ die Sehne $d_1 d_2$ ersetzt. Die Pfeilhöhe $\overline{sh} = p$ bestimmt für den Inversorzkirkel mit Hilfe der Nomogramme r_2 und r_1 in angegebener Weise. Zur Zeichnung des Kreisbogens $\widehat{1^{st} 2^{st}}$ ist das auf r_1 eingestellte Instrument nur längs dem Radius mh einzuschieben, so daß der Zeichenstift auf s steht.

2. Ein mit dem Inversorzirkel gezeichneter Kreisbogen soll verlängert werden, z. B. zur Konstruktion des stereosphärischen Fluchtpunktes f_1^{st} in Fig. 14.

Man konstruiert die Normale im letzten mit dem Zirkel erreichbaren Punkt p (nach einer Bemerkung von Bellavitis,²

¹ Die Metallbestandteile wurden von Herrn Ingenieur Armin Dadieu in selbstloser Weise hergestellt. Es sei mir gestattet, Herrn Ing. Dadieu für seine mühevolle Präzisionsarbeit auch an dieser Stelle meinen herzlichen Dank zu sagen.

² G. Bellavitis, »Lezioni di Geometria descrittiva«, Padova, 1851, § 121, p. 68.

Fig. 9), indem $pp_1 = ss_1$ beliebig gewählt und mit $ps_1 = sp_1$ der Punkt p_1 festgelegt wird. Längs pp_1 als Kreisradius wird das Instrument eingeschoben, so daß der Zeichenstift auf p steht.

IV. Fluchtelemente.

Der Distanzkreis DK_2 für o_2 ist das stereographische Bild des zur Zeichenebene $\Pi = \Pi_2$ parallelen Hauptkreises der Bildkugel.

Satz 1: *Jedem Punkte p entsprechen zwei stereosphärische Bildpunkte $p_1^{st} p_2^{st}$, die zu DK_2 invers sind (Fig. 10).*

Für die Herstellung eines stereosphärischen Bildes kommt nur jener Punkt p_1^{st} des Paares in Betracht, dessen sphärisches Bild p_1^s innerhalb des Blicklinienraumes von o_1 ($\alpha_{\max} = 60^\circ$) liegt.

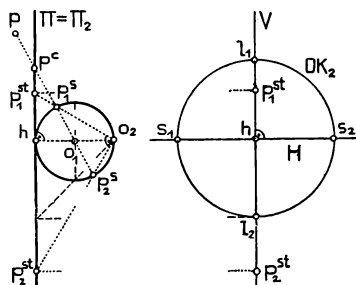


Fig. 10.

Satz 2: *Jeder Geraden entspricht im stereosphärischen Bild ein Bildkreis, der DK_2 in einem Gegenpunktpaar schneidet.*

Parallele Geraden bestimmen auf der Bildkugel Kreise, die durch ein Gegenpunktpaar (sphärische Fluchtpunkte) gehen.

Satz 3: *Der Bildkreis jeder Geraden hat zwei stereosphärische Fluchtpunkte, die als Punktpaar bezüglich DK_2 invers sind.*

Daraus folgen

Satz 4: *Die stereosphärischen Fluchtpunkte der Bildkreise aller Horizontalen sind Punktpaare einer elliptischen Involution auf H mit $s_1 s_2$ als Symmetriepaar oder $l_1 l_2$ als Laguerre'sche Vertreter.*

Satz 5: *Die stereosphärischen Bildkreise aller Vertikalen schneiden DK_2 im gleichen Durchmesser $l_1 l_2$ als Fluchtpunktpaar.*

Jede Ebene im Raum bestimmt auf der Bildkugel einen Hauptkreis als sphärischen Fluchtkreis. Daraus folgt

Satz 6: *Jeder Ebene entspricht im stereosphärischen Bild ein Fluchtkreis FK , der DK_2 in einem Gegenpunktpaar schneidet.*

Dieser Fluchtkreis ist als stereographische Projektion des sphärischen Fluchtkreises bestimmt und ist der geometrische Ort der stereosphärischen Fluchtpunktepaare aller Geraden der Ebene.

Satz 7: Die stereosphärischen Fluchtpunktepaare der Bildkreise aller Geraden einer vertikalen Ebene bilden ein Sehnenbüschel im zugehörigen Fluchtkreis FK durch l_1, l_2 mit h als Scheitel (Fig. 11).

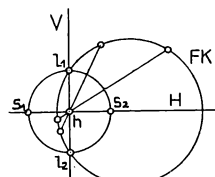


Fig. 11.

Satz 8: Die stereosphärischen Fluchtpunktepaare normaler Geraden einer zur Bildebene normalen Ebene sind harmonische Punktepaare einer Geraden.

Satz 9: Die stereosphärischen Fluchtpunktpaare normaler Geraden einer beliebigen Ebene sind harmonisch am Fluchtkreis FK .

Satz 10: *Zusammenhang der stereosphärischen Fluchtelemente einer Ebene und einer dazu normalen Geraden. Letztere liegen auf m_h und sind zu FK harmonisch. Daher sind $f_1^N f_2^N$ invers zu DK_2 und harmonisch zu FK.*

Die folgenden Beispiele sollen den zeichnerischen Vorgang bei der Lösung von Lagen- und Maßaufgaben andeuten.

Aufgabe 1 Man ermittle den stereosphärischen Fluchtkreis einer Ebene ε , die durch drei Punkte a b c gegeben ist (Fig. 12).

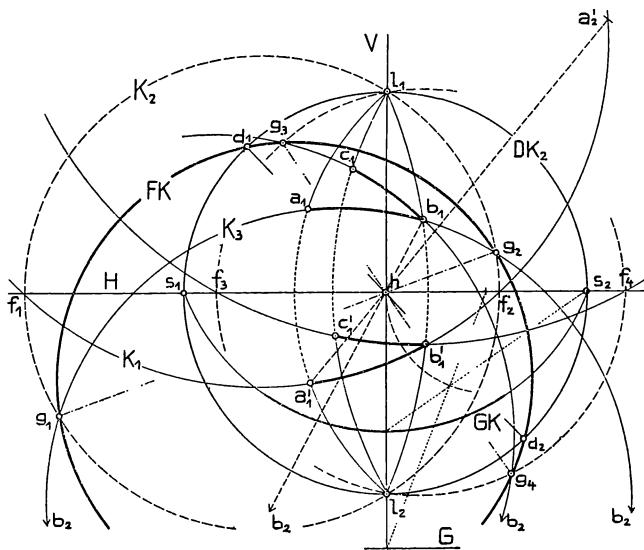


Fig. 12.

Faßt man die stereosphärische Perspektive als Zweibildersystem¹ höherer Ordnung auf, so hat man analog dem Zentral- und Zentralgrundrißverfahren die Raumpunkte a b c durch ihre stereosphärischen Bilder und durch ihre stereosphärischen Grundrisse auf eine beliebige Grundrißebene γ anzunehmen. Den vertikalen Ordnungslinien des Zentral- und Zentralgrundrißverfahrens entsprechen hier nach Satz 5 die Bildkreise der Vertikalen mit l_1 l_2 als Fluchtpunktpaar. Man zeichnet die Bildkreise der stereosphärischen Bilder und Grundrisse der Geraden ab und bc : Bildkreis von a'_1 b'_1 K_1 (a'_1 b'_1 a'_2), wobei a'_2 invers a'_1 bezüglich DK_2 nach Satz 1. Grundrißprojizierende Ebene durch ab Fluchtkreis K_2 ($f_1 f_2$ l_1 l_2). Bildkreis von a_1 b_1 : K_3 (a_1 b_1 b_2). (K_2 , K_3) gibt g_2 als Fluchtpunktpaar von a_1 b_1 . Ebenso bestimmt man g_3 g_4 für b_1 c_1 . Der gesuchte Fluchtkreis ist dann FK ($g_1 g_2 g_3 g_4$). Seine Schnittpunkte d_1 d_2 mit DK_2 werden ein Gegenpunktpaar von DK_2 (Satz 6). GK ist der Bildkreis der Grundlinie G von $\gamma \equiv \Pi_1$, der für die Lösung dieser Aufgabe ohne Belang ist.

Aufgabe 2: Gegeben eine Ebene durch den Fluchtkreis FK und einen Punkt a . Man ermittle die Normale vom Punkte p auf die Ebene und ihren Schnittpunkt s .

Man bestimmt im stereosphärischen Bild eine Ebene gleicher Stellung durch Grundriß- und Fluchtkreis und verschiebt die Ebene durch a . Dann ermittelt man die stereosphärischen Fluchtpunktpaare von Bild- und Grundrißkreis der Normalen N unter Benützung von Satz 10 und sucht den Schnittpunkt mit Hilfe einer erstprojizierenden Ebene durch N .

V. Die Umkehrungsaufgabe. Rekonstruktion.

Aus dem stereosphärischen Bild kann man bei bekannter erster Orientierung (h , H , r) zur Linearperspektive und ihren Rekonstruktionsmethoden zurück.

Soll z. B. (Fig. 13) der Zentralriß 1^c 2^c aus dem stereosphärischen Bild 1^{st} 2^{st} einer Strecke bestimmt werden, die parallel zur Bildebene ist, so sucht man 1^c aus dem sphärischen Bildpunkt (1^s) in der Umlegung um h 1^{st} . 1^c 2^c liegen auf den Ordnungsstrahlen O_1 O_2 , wobei 1^c $2^c \parallel d_1 d_2$ ist. Denn nach Abschnitt 4, Satz 3, schneidet der Bildkreis K der Geraden den Distanzkreis DK_2 (Fig. 3) in einem Durchmesser $d_1 d_2$. Die zur Geraden gehörige Hauptkreisebene der Bildkugel hat eine Bildspur $\Gamma_b \parallel d_1 d_2$, die mit dem linearperspektiven Bild der Geraden aus o_1 zusammenfällt.

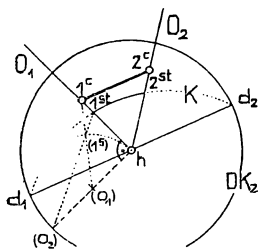


Fig. 13.

¹ Siehe Müller-Kruppa, »Vorles. über darst. Geom.«, I. Die linearen Abbildungen. Wien, 1923, p. 124 ff. und 200 ff.

Aufgabe 1: Man ermittle die wahre Länge einer horizontalen Strecke 1 2, wenn ihre Höhe über der Horizontebene gegeben ist (Fig. 14).

a) Man sucht 1^c aus 1^{st} durch Umlegung im Aufriß und daraus mit h im Grundriß $1'$. Die Richtung $o'_1 f'_1$, mit Hilfe des

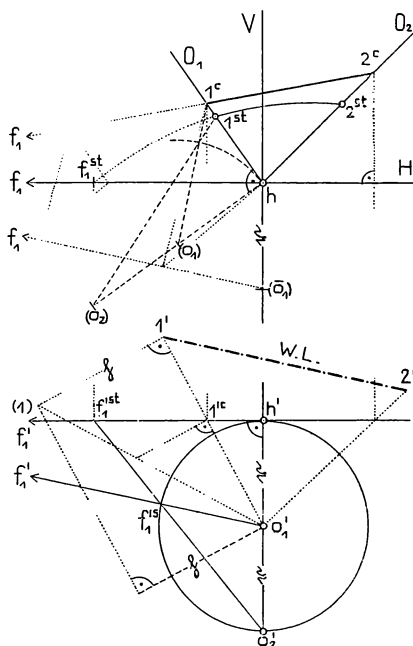


Fig. 14.

stereosphärischen Fluchtpunktes f_1^{st} bestimmt, gibt die Lage von $1' 2'$. $2'$ selbst folgt nach Fig. 14 aus 2^c , das im Schnitt von $f_1 1^c$ und O_2 oder wie 1^c gesucht wird.

b) Der Zentralriß der Strecke aus o_2 ist durch den einen Punkt 1 ($1', h$) nach den Prinzipien der stereoskopischen Abbildung¹ bestimmt. o_1 und o_2 sind die beiden Zentren. Aus $1^c 2^c$ folgt mit Benützung der Fluchtpunkte $f_1 \bar{f}_1$ (Fig. 15) $\bar{1}^c \bar{2}^c$. Ist s der Bildspurpunkt der horizontalen Geraden 1 2, so wird $E_v \equiv H$ die Fluchspur und $E_b (s || H)$ die Bildspur einer tafelfprojizierenden Ebene durch die Gerade sein. Der auf E_v liegende Meßpunkt m der Geraden gibt aus $1^c 2^c$ die gesuchte wahre Länge $1 2$.

Aufgabe 2: Das stereosphärische Bild eines Würfels ist gegeben. Man ermittle seinen Grund- und Aufriß im Maßstab 1 : 1 (Seite = 4 cm).

¹ Siehe z. B. Müller-Kruppa, a. a. O., p. 224.

Man sucht die erste Orientierung (h, H, r) des Bildes nach Abschnitt IV, Satz 4 oder 5, bestimmt aus dem stereosphärischen Grundriß den Zentralgrundriß aus o_1 und ermittelt den Grundriß durch Umklappen. Fig. 16 zeigt die Durchführung der Aufgabe.

Fragt man bei stereosphärischen Perspektiven nach den allgemeinen Bedingungen für die Durchführung einer Rekonstruktion, so zeigt sich, daß sich bei dieser Abbildungsart die Lösung

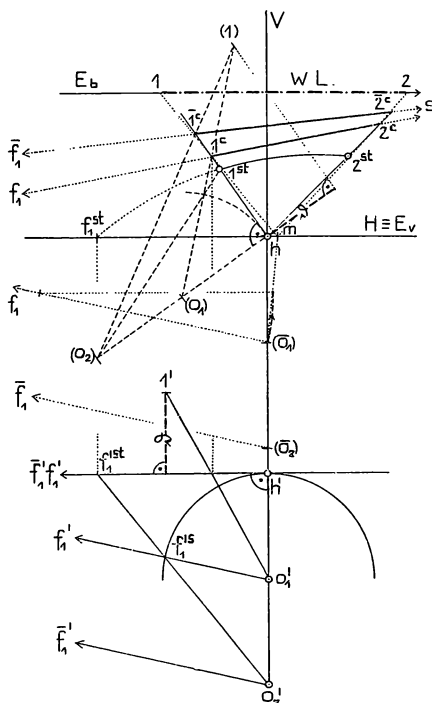


Fig. 15.

einfacher als in der Linearperspektive gestaltet und die leichte geometrische Durchführbarkeit der Rekonstruktion einen Hauptvorteil dieser kurvierten Perspektive im Vergleich zu anderen bildet.

Im linearperspektiven Bild ist der Horizont durch die Bilder zweier Paare horizontaler paralleler Geraden bestimmt.

Satz 1: *Im stereosphärischen Bild ist der Horizont durch die Bilder eines Paares horizontaler paralleler Geraden bestimmt.*

Die beiden Schnittpunkte der Bildkreise bestimmen als stereosphärisches Fluchpunktpaar schon den Horizont.

Im linearperspektiven Bild ist die erste Orientierung (h, H, δ) durch die Bilder zweier horizontaler rechter Winkel bestimmt.

Satz 2: Durch die beiden Fluchtpunktpaare zweier beliebigen, horizontalen Geraden ist die erste Orientierung (h, H, v) des stereosphärischen Bildes bestimmt (IV., Satz 4).

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften
mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1926

Band/Volume: [135_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Keller Erwin

Artikel/Article: [Kurvierte Perspektiven. 547-561](#)