

Über Frequenzerhöhungen von Lichtquanten durch Zusammenstöße mit rasch bewegten Materieteilchen

Von

Arthur Haas

(Vorgelegt in der Sitzung am 16. Dezember 1926)

In einer in dem Anzeiger der Wiener Akademie der Wissenschaften veröffentlichten vorläufigen Mitteilung¹ habe ich darauf hingewiesen, daß der Compton-Effekt vielleicht eine Möglichkeit für eine Rückverwandlung von Sternenlicht in Materie bietet. Würde eine solche Möglichkeit als Umkehrung der in den Fixsternen angenommenen Materieauflösung² fehlen, so müßte ja das Weltall allmählich verschwinden, so daß in längstens vielleicht tausend Billionen Jahren von dem Universum nichts mehr übrig wäre als in den Tiefen des Weltenraums verlorenes Sternenlicht.

Andrerseits ist aber die Annahme einer Rekonstruktion von Materie aus Sternenlicht mit einer Schwierigkeit verbunden, die aus der Vorstellung der Lichtquanten folgt. Da bei der Erzeugung von Materie offenbar nur ein Urteilchenpaar (Elektron und Proton) erzeugt werden kann — ebenso wie vermutlich die Vernichtung von Materie in einer Verschmelzung je eines Protons mit je einem Elektron besteht —, so müßte ein Lichtquant, um die Umwandlung in Materie erfahren zu können, wenigstens eine gewisse kritische Frequenz besitzen. Diese wäre durch die Beziehung bestimmt

$$h\gamma^* = m_H c^2, \quad (1)$$

wenn m_H die Masse eines Wasserstoffatoms bedeutet. Dieser kritischen Frequenz entspricht eine Wellenlänge von 0.013 X , also von $1.3 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$.

Wollen wir uns das kosmische Geschehen reversibel denken, so müssen wir demnach nach einer Möglichkeit suchen, wie Strahlung von einer größeren Wellenlänge als 0.013 X zur Umwandlung in Materie gewissermassen »reif« gemacht werden könnte; und einen Weg zu der Auffindung einer solchen Möglichkeit scheint eben der Compton-Effekt zu liefern.

¹ A. Haas, Die kosmische Bedeutung des Compton-Effekts. Anzeiger d. Akad. d. Wiss. Wien, 1926, Nr. 15.

A. S. Eddington, The Source of Stellar E Nature, 1. Mai 1926. Supplement.

Den Ausgangspunkt der folgenden Betrachtungen möge eine von de Broglie¹ abgeleitete Formel für die Wellenlängenänderung bei dem Compton-Effekt bilden. Es seien λ und λ_0 die Wellenlängen des Lichtquants vor und nach dem Zusammenstoß; Λ sei die für das stoßende Materieteilchen charakteristische Wellenlänge, die sich durch Gleichsetzung der Energie des Lichtquants mit der Eigenenergie des stoßenden Materieteilchens ergibt [gemäß der Beziehung $\Lambda = \frac{h}{mc}$]. Ferner sei v die Geschwindigkeit des Materieteilchens vor dem Stoß. Endlich sei ϑ_0 der Winkel, den die ursprüngliche Bewegungsrichtung des Materieteilchens mit der primären Strahlrichtung einschließt, ψ der Winkel, den die ursprüngliche Bewegungsrichtung des Materieteilchens mit der Fortpflanzungsrichtung des Lichtquants nach dem Stoß bildet, und Θ der Winkel zwischen den Richtungen des Lichtquants vor und nach dem Stoß. Dann gilt nach de Broglie die Beziehung

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{\lambda_0 \frac{v}{c} (\cos \vartheta_0 - \cos \psi) + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Lambda (1 - \cos \Theta)}{1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta_0}. \quad (2)$$

Im folgenden möge zunächst der spezielle Fall betrachtet werden, daß das Lichtquant und das Materieteilchen aus entgegengesetzten Richtungen aufeinandertreffen und das Lichtquant infolge des Zusammenstoßes seine Fortpflanzungsrichtung umkehrt. In diesem Falle wird

$$\cos \vartheta_0 = -1, \cos \psi = +1, \cos \Theta = -1. \quad (3)$$

Werden diese speziellen Werte in die Gleichung 2 eingesetzt, so nimmt sie die Form an

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{2\lambda_0 \frac{v}{c} + 2\Lambda \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c}}. \quad (4)$$

Wir setzen nun zur Abkürzung

$$1 + \frac{v}{c} = \alpha. \quad (5)$$

¹ L. de Broglie, Annales de Physique, 3, 22, 1925. p. 102; siehe auch Gr. Wentzel, Die Theorien des Compton-Effekts I., Physikal. Zeitschr., 26, 1925, p. 436 ff.

Dann wird

$$\lambda = \lambda_0 \alpha + 2 \Lambda \sqrt{\alpha}. \quad (6)$$

Wird schließlich mit γ das Verhältnis zwischen der charakteristischen und der primären Wellenlänge bezeichnet, wird also

$$\gamma = \frac{\Lambda}{\lambda_0} \quad (7)$$

gesetzt, so wird

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \alpha + 2 \gamma \sqrt{\alpha}. \quad (8)$$

Eine Frequenzerhöhung (oder, was dasselbe ist, eine Verminderung der Wellenlänge) tritt also ein, wenn

$$\alpha + 2 \gamma \sqrt{\alpha} < 1 \quad (9)$$

ist. Wird für α der Wert aus der Gleichung 5 eingesetzt, so ergibt sich als notwendige und hinreichende Bedingung für den Eintritt einer Frequenzvermehrung

$$1 - \frac{v}{c} + 2 \gamma \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1 + \frac{v}{c}$$

oder nach einer einfachen Zwischenrechnung

$$\gamma < \frac{v}{\sqrt{1 - v^2}} \quad (10)$$

Für Geschwindigkeiten, die neben der Lichtgeschwindigkeit vernachlässigt werden können, ist also die Bedingung für eine Frequenzerhöhung in dem von uns betrachteten Sonderfall einfach die, daß

$$v > \gamma \quad (11)$$

ist. Betrachten wir z. B. die molekularen Geschwindigkeiten bei gewöhnlichen Temperaturen, so ist $\frac{v}{c}$ ungefähr von der Größenordnung 10^{-6} . Bei gewöhnlicher Temperatur werden also durch die entgegengesetzten Stöße von Molekeln Frequenzerhöhungen bei allen Lichtquanten bewirkt, deren Wellenlängen wenigstens ungefähr eine Million Mal so groß sind wie $0.013 X$, deren Wellenlängen also wenigstens ungefähr 10^{-7} cm betragen. Bei gewöhnlichen

Temperaturen tritt demnach durch entgegengesetzte molekulare Stöße eine Frequenzerhöhung bei sichtbarem Lichte, aber auch noch bei ultravioletten Strahlen und jedenfalls auch bei ultraroten Strahlen und bei Radiowellen ein.

Aus der Gleichung 8 geht allerdings hervor, daß diese durch molekulare Stöße bewirkten Frequenzerhöhungen bei gewöhnlichen Temperaturen ganz minimal sind. Da nämlich γ viel kleiner als α ist, so wird näherungsweise

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \alpha, \quad (12)$$

also näherungsweise der Quotient unabhängig von der Wellenlänge selbst. Nun kann aber

$$\alpha = 1 - 2 \nu \quad (13)$$

gesetzt werden. Die Änderungen der Wellenlänge betragen demnach bei gewöhnlichen Temperaturen nur ungefähr ein Millionstel der Wellenlänge selbst.

Damit das Verhältnis $\frac{\lambda}{\lambda_0}$ möglichst klein werde, damit also eine möglichst große Frequenzerhöhung eintrete, muß offenbar zunächst vor allem α merklich kleiner als Eins werden, und dies ist nur dann möglich, wenn die Geschwindigkeit zumindest einige Prozente der Lichtgeschwindigkeit beträgt. Bei gegebenem Werte von α wird wiederum die Frequenzerhöhung im Verhältnis um so beträchtlicher, je kleiner γ ist, je größer also die primäre Wellenlänge ist. In der Tat treten recht beträchtliche Frequenzvermehrungen dann ein, wenn die mechanische Geschwindigkeit von der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit ist.

Als ein erstes Beispiel möge etwa der Fall betrachtet werden, daß ν gleich 10⁰/₁₀ der Lichtgeschwindigkeit sei. Dann wird

$$\alpha = 0.82, \quad \sqrt{\alpha} = 0.90.$$

Frequenzerhöhung tritt nach Formel (10) dann ein, wenn

$$\gamma < 0.1$$

ist und für die Frequenzänderung ergibt sich in dem betrachteten Spezialfall nach Gleichung 8 die Beziehung

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = 0.82 + 1.8 \cdot \gamma. \quad (14)$$

Ist γ recht klein, was z. B. bei sichtbarem Licht sicherlich der Fall ist, so wird $\frac{\lambda}{\lambda_0}$ gleich 0.82; d. h. es tritt dann eine ungefähr 20 prozentige Frequenzerhöhung ein.

Als zweites Beispiel möge etwa der Fall betrachtet werden, daß die mechanische Geschwindigkeit halb so groß wie die Lichtgeschwindigkeit ist. Es wird dann

$$\alpha = 0.333, \quad \sqrt{\alpha} = 0.58.$$

Eine Frequenzerhöhung tritt in diesem Falle ein, wenn

$$\gamma < \frac{1}{\sqrt{3}}$$

oder

$$\gamma < 0.58$$

ist. Für die Frequenzerhöhung folgt aus Gleichung 8

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = 0.333 + 1.16 \gamma. \quad (15)$$

Für kleine Werte von γ tritt also eine Frequenzvermehrung bis fast auf das Dreifache ein.

Gehen wir zu noch höheren Geschwindigkeiten über, so gelangen wir zu einer »kritischen« Geschwindigkeit. Ist diese erreicht, so wird das Materieteilchen instande, die Frequenz eines jeden Lichtquants zu erhöhen, dessen Frequenz vor dem Stoße kleiner ist als die für das Materieteilchen charakteristische Frequenz. Bei dem Erreichen dieser kritischen Geschwindigkeit erscheint dann z. B. ein Proton befähigt, jedes entgegengesetzt auftreffende Lichtquant zur Umwandlung in ein Proton reif zu machen. Diese kritische Geschwindigkeit ist dadurch bestimmt, daß für sie

$$\frac{v}{\frac{c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} = 1$$

wird. Dies ist der Fall, wenn v gleich $\frac{c}{\sqrt{2}}$ ist, also für

$$v = 0.707 c. \quad (16)$$

Für die kritische Geschwindigkeit von 70.7% der Lichtgeschwindigkeit wird, wie eine einfache Rechnung ergibt,

$$\alpha + 2\sqrt{\alpha} = 1. \quad (17)$$

Wird die Geschwindigkeit noch größer als 70.7% von c , so tritt daher gemäß Formel (9) sogar dann, wenn γ gleich Eins oder selbst innerhalb eines gewissen Spielraums größer als Eins ist, eine Frequenzerhöhung ein; d. h. bei materiellen Geschwindigkeiten, die noch größer sind als 70.7% der Lichtgeschwindigkeit, können Frequenzen,

Temperaturen tritt demnach durch entgegengesetzte molekulare Stöße eine Frequenzerhöhung bei sichtbarem Lichte, aber auch noch bei ultravioletten Strahlen und jedenfalls auch bei ultraroten Strahlen und bei Radiowellen ein.

Aus der Gleichung 8 geht allerdings hervor, daß diese durch molekulare Stöße bewirkten Frequenzerhöhungen bei gewöhnlichen Temperaturen ganz minimal sind. Da nämlich γ viel kleiner als α ist, so wird näherungsweise

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \alpha, \quad (12)$$

also näherungsweise der Quotient unabhängig von der Wellenlänge selbst. Nun kann aber

$$\alpha = 1 - 2 \nu \quad (13)$$

gesetzt werden. Die Änderungen der Wellenlänge betragen demnach bei gewöhnlichen Temperaturen nur ungefähr ein Millionstel der Wellenlänge selbst.

Damit das Verhältnis $\frac{\lambda}{\lambda_0}$ möglichst klein werde, damit also eine möglichst große Frequenzerhöhung eintrete, muß offenbar zunächst vor allem α merklich kleiner als Eins werden, und dies ist nur dann möglich, wenn die Geschwindigkeit zumindest einige Prozente der Lichtgeschwindigkeit beträgt. Bei gegebenem Werte von α wird wiederum die Frequenzerhöhung im Verhältnis um so beträchtlicher, je kleiner γ ist, je größer also die primäre Wellenlänge ist. In der Tat treten recht beträchtliche Frequenzvermehrungen dann ein, wenn die mechanische Geschwindigkeit von der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit ist.

Als ein erstes Beispiel möge etwa der Fall betrachtet werden, daß ν gleich 10% der Lichtgeschwindigkeit sei. Dann wird

$$\alpha = 0.82, \quad \sqrt{\alpha} = 0.90.$$

Frequenzerhöhung tritt nach Formel (10) dann ein, wenn

$$\gamma < 0.1$$

ist und für die Frequenzänderung ergibt sich in dem betrachteten Spezialfall nach Gleichung 8 die Beziehung

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = 0.82 + 1.8 \cdot \gamma. \quad (14)$$

Ist γ recht klein, was z. B. bei sichtbarem Licht sicherlich der Fall ist, so wird $\frac{\lambda}{\lambda_0}$ gleich 0.82; d. h. es tritt dann eine ungefähr 20prozentige Frequenzerhöhung ein.

Als zweites Beispiel möge etwa der Fall betrachtet werden, daß die mechanische Geschwindigkeit halb so groß wie die Lichtgeschwindigkeit ist. Es wird dann

$$\alpha = 0.333, \quad \sqrt{\alpha} = 0.58.$$

Eine Frequenzerhöhung tritt in diesem Falle ein, wenn

$$\gamma < \frac{1}{\sqrt{3}}$$

oder

$$\gamma < 0.58$$

ist. Für die Frequenzerhöhung folgt aus Gleichung 8

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = 0.333 + 1.16 \gamma. \quad (15)$$

Für kleine Werte von γ tritt also eine Frequenzvermehrung bis fast auf das Dreifache ein.

Gehen wir zu noch höheren Geschwindigkeiten über, so gelangen wir zu einer »kritischen« Geschwindigkeit. Ist diese erreicht, so wird das Materieteilchen instande, die Frequenz eines jeden Lichtquants zu erhöhen, dessen Frequenz vor dem Stoße kleiner ist als die für das Materieteilchen charakteristische Frequenz. Bei dem Erreichen dieser kritischen Geschwindigkeit erscheint dann z. B. ein Proton befähigt, jedes entgegengesetzt auftreffende Lichtquant zur Umwandlung in ein Proton reif zu machen. Diese kritische Geschwindigkeit ist dadurch bestimmt, daß für sie

$$\frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1$$

wird. Dies ist der Fall, wenn v gleich $\frac{c}{\sqrt{2}}$ ist, also für

$$v = 0.707 c. \quad (16)$$

Für die kritische Geschwindigkeit von 70.7% der Lichtgeschwindigkeit wird, wie eine einfache Rechnung ergibt,

$$\alpha + 2\sqrt{\alpha} = 1. \quad (17)$$

Wird die Geschwindigkeit noch größer als 70.7% von c , so tritt daher gemäß Formel (9) sogar dann, wenn γ gleich Eins oder selbst innerhalb eines gewissen Spielraums größer als Eins ist, eine Frequenzerhöhung ein; d. h. bei materiellen Geschwindigkeiten, die noch größer sind als 70.7% der Lichtgeschwindigkeit, können Frequenzen,

die unterhalb der charakteristischen Frequenz des stößenden Materieteilchens liegen, bis über diese Frequenz gesteigert werden.

Ein Beispiel möge dies näher erläutern. Es sei etwa v gleich 90^0 der Lichtgeschwindigkeit. Es ist dann

$$\alpha = 0.053, \sqrt{\alpha} = 0.23.$$

Eine Frequenzerhöhung tritt nach Formel (9) ein, wenn ungefähr

$$\gamma < 2.07$$

ist; also auch dann tritt noch eine Frequenzerhöhung infolge des Stoßes ein, wenn die primäre Frequenz des Lichtquants bereits doppelt so groß ist wie die charakteristische Frequenz des Materieteilchens. Für die Wellenlängenänderung ergibt sich bei einer Geschwindigkeit von $90^0/0$ der Lichtgeschwindigkeit nach Gleichung 8 die Beziehung

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = 0.053 + 0.46 \gamma. \quad (18)$$

Ist z. B. $\gamma = \frac{1}{2}$, so wird

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = 0.28,$$

und daher wird (wenn wir den Wert von γ nach dem Stoß mit γ' bezeichnen)

$$\gamma' = \frac{\gamma}{0.28} = 1.8 \gamma. \quad (19)$$

Während also vor dem Zusammenstoß mit dem Proton das Lichtquant eine Frequenz hatte, die nur halb so groß war wie diejenige, die es zu der Umwandlung in ein Urteüchenpaar befähigt, hat es nach dem Stoß eine Frequenz, die 1.8 mal so groß ist wie die zu der Umwandlung erforderliche. Bei verhältnismäßig großen Wellenlängen (d. h. für λ_0 groß gegen Λ) tritt, wofern daß stoßende Proton eine Geschwindigkeit von $90^0/0$ der Lichtgeschwindigkeit hat, sogar eine Frequenzerhöhung bis auf das ungefähr 19 fache ein.

Für $v = 99^0/0$ der Lichtgeschwindigkeit wird

$$\alpha = 0.005, \sqrt{\alpha} = 0.07$$

und daher

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = 0.005 + 0.14 \gamma. \quad (20)$$

Selbst wenn γ nur $1/100$ ist, d. h. wenn das Lichtquant nur den hundertsten Teil derjenigen Frequenz besitzt, die es zur Umwandlung

in ein Urteilchenpaar befähigen würde, so würde doch ein einziger zentraler, entgegengesetzter Zusammenstoß mit einem Proton bei der Geschwindigkeit von $0.99\ c$ reichlich genügen, um das Lichtquant zur Umwandlung in Materie reif zu machen.

Auf kosmologische Spekulationen möge in diesem Zusammenhang absichtlich nicht eingegangen werden. Nur ganz kurz sei auf eine Möglichkeit hingewiesen, wie man sich den Kreislauf des kosmischen Geschehens vielleicht denken könnte. In Zusammenballungen von Materie könnte die fortschreitende Auflösung eines Teiles der Materie dazu dienen, um dem verbleibenden Teil soviel innere Bewegungsenergie zu erteilen, daß die molekularen Geschwindigkeiten stets von der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit bleiben. Ein so beschaffenes Himmelsgebilde wäre vielleicht imstande, eine Rekonstruktion von Materie aus Lichtquanten herbeizuführen.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1926

Band/Volume: [135_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Haas Arthur

Artikel/Article: [Über Frequenzerhöhungen von Lichtquanten durch Zusammenstöße mit rasch bewegten Materieteilchen. 647-653](#)