

Über die spezifische Wärme auf den Linien gleicher innerer Energie und gleichen Wärmehaltes

Von

Heinrich Maché

Wirkl. Mitglied d. Akad. d. Wiss.

(Mit 3 Textfiguren.)

(Aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule in Wien)

(Vorgelegt in der Sitzung am 11. Juli 1929)

Kennt man die spezifische Wärme eines Körpers in irgendeiner bestimmten Richtung und seine thermischen Koeffizienten, so läßt sich seine spezifische Wärme für jede beliebige Richtung berechnen. Es ist je nach der Wahl der unabhängigen Veränderlichen

$$\left. \begin{aligned} c &= c_v + T \left(\frac{\delta p}{\delta T} \right)_v \frac{\delta v}{\delta T} \\ c &= c_p - T \left(\frac{\delta v}{\delta T} \right)_p \frac{\delta p}{\delta T} \\ c &= c_v + \frac{c_p - c_v}{1 - \left(\frac{\delta v}{\delta p} \right)_T \frac{\delta p}{\delta v}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Hiebei ist für $\frac{\delta v}{\delta T}$, $\frac{\delta p}{\delta T}$, beziehungsweise $\frac{\delta p}{\delta v}$ derjenige Wert einzusetzen, der für die Richtung gilt, in der die spezifische Wärme zu berechnen ist.

Auf der Linie gleichbleibender innerer Energie wird die ganze zugeführte Wärmemenge in Arbeit verwandelt. Bezeichnen wir also mit c_u die spezifische Wärme längs einer solchen Linie, so ist $c_u dT = p dv$, woraus sich ihre Richtungstangente in der Tv -Fläche zu $\left(\frac{\delta T}{\delta v} \right)_u = \frac{p}{c_u}$ ergibt. Durch Einsetzen in die erste der drei Gleichungen erhält man

$$c_u = \frac{c_v}{1 - \frac{T}{p} \left(\frac{\delta p}{\delta T} \right)_v} \quad (2)$$

Da für eine Zustandsgleichung von der Form $\psi(p)(v-b) = RT$ sich $\omega = b$ ergibt, wird man in ω eine Art von Kovolumen erblicken können, das für den Inversionspunkt, wo $\left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p = \frac{v}{T}$ ist und die Linie konstanten Wärmeinhaltes dieselbe Richtungstangente hat wie die Isotherme, den Wert Null annimmt. Für tiefere Temperaturen hat ω in Übereinstimmung mit der von Tumlirz für ungesättigten Dampf aufgestellten Gleichung negative Werte. Die spezifische Wärme auf der Linie konstanten Wärmeinhaltes wechselt also bei der Inversionstemperatur ihr Vorzeichen und hat dort den Wert $\pm \infty$.

Man kann das Verhalten der spezifischen Wärme auf beiden Linien am besten überblicken, wenn man ein Verfahren anwendet,

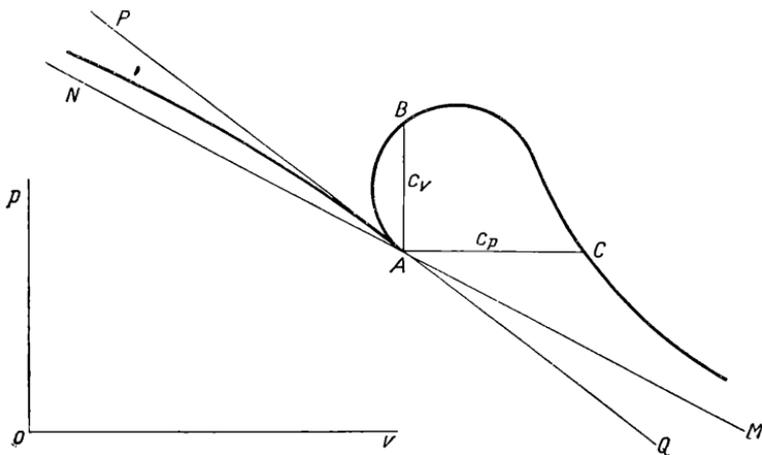


Fig. 1.

das unseres Wissens von Voigt¹ herrührt. Trägt man in der vp -Fläche von einem bestimmten Ausgangspunkt A aus die spezifische Wärme als Strecke auf der zugehörigen Richtung auf, so erfüllen die Endpunkte eine Kurve vierten Grades, die durch den Ausgangspunkt geht und dort die Adiabatenrichtung PQ vom Neigungswinkel

$$tg \alpha = \kappa \left(\frac{\delta p}{\delta v} \right)_T$$

tangiert und die Koordinatenrichtungen in den Entfernungen $AC = c_p$ und $AB = c_v$ schneidet. Tragen wir noch die Richtung der durch A gehenden Isotherme NM ein, so umschließt der Winkel NAP alle Richtungen, in denen von dem gewählten Ausgangspunkt aus die

¹ Thermodynamik, Bd. I, p. 114.

Temperatur zunimmt, während zugleich die spezifische Wärme des Körpers negative Werte hat. In diesem Winkel liegt also stets die Richtung der Linie gleichbleibender Energie. Ist $\pi = \infty$, so wird sie zur Adiabate; ist $\pi = 0$, so wird sie zur Isotherme.

Auf der Adiabate erhöht sich bei Kompression die innere Energie um den Betrag der zugeführten Arbeit. Auf der Isotherme wird mehr Wärme entzogen, als die zugeführte Arbeit ausmacht; um die Differenz beider Größen vermindert sich die innere Energie. Zwischen Adiabate und Isotherme liegt die Linie konstanter Energie, auf welcher Wärme und Arbeit sich gerade kompensieren. Daß auf ihr die spezifische Wärme negativ ist, rührt davon her, daß ein Teil der beim Zusammendrücken erzeugten Kompressionswärme abgegeben werden muß, da sonst die innere Energie ansteigen würde wie auf der Adiabate. Sie darf aber auch nicht ganz abgegeben werden, da sonst, wie auf der Isotherme, überhaupt keine Temperatursteigerung eintreten und die innere Energie sinken würde.

Auf der Linie konstanten Wärmeinhalts fällt die Richtung, in der die Temperatur wächst, nur dann in den Winkel NAP , ist also die spezifische Wärme negativ, wenn

$$\left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p > \frac{v}{T}$$

ist; im entgegengesetzten Fall ist die spezifische Wärme positiv und fällt die Richtung in den Winkel MAC . Auf der Linie konstanten Wärmeinhalts nimmt also die Temperatur, vom Inversionspunkt ausgehend, nach beiden Seiten zu; nach rechts unter Wärmezufuhr, nach links unter Wärmeentzug. Im Inversionspunkte selbst ist sie ein Minimum. Die Kurve berührt dort die betreffende Isotherme, während sie von den höher gelegenen zweimal geschnitten wird.

Betrachten wir zwei zwischen denselben Linien gleicher Energie verlaufende Kreisprozesse, von denen der eine (Prozeß 1, Fläche $ABCD$) durch Isochoren, der andere (Prozeß 2, Fläche $ABC'D'$) durch Adiabaten begrenzt wird. Aus der Bemerkung, daß bei konstant bleibender Energie die zugeführte Wärmemenge restlos in Arbeit umgesetzt wird, folgt, daß auf den Isochoren BC und DA gleiche Wärmebeträge ab- und zufließen müssen. In der Tat entsprechen diese Wärmebeträge der Energiedifferenz, die zwischen A und D ebenso groß ist wie zwischen B und C . Hingegen werden die in beiden Prozessen umrandeten Flächen, also auch die längs CD und längs $C'D'$ abgegebenen Wärmemengen, im allgemeinen verschieden groß sein. Nur für den Fall, daß die Zustandsgleichung des die Kreisprozesse beschreibenden Körpers die Form $p\varphi(v) = RT$ hat, also die Linien konstanter Energie zugleich Isothermen sind und der Wärmeaustausch auf den Isochoren zwischen gleichen Temperaturen erfolgt, werden sie einander gleich. Um das zu erkennen, denken wir uns den Prozeß 1 von A ausgehend nach rechts durchlaufen und daran anschließend den Prozeß 2 nach links.

In bekannter Weise schließt man aus dem Satz von der Unmöglichkeit einer mit nur einem Wärmebehälter arbeitenden, periodisch funktionierenden Maschine auf die Gleichheit beider Wärmemengen und der umrandeten Flächen.

Betrachten wir andererseits zwei zwischen denselben Linien gleichen Wärmeinhalts verlaufende Kreisprozesse, deren einer von Isobaren, der andere von Adiabaten begrenzt wird. Da auf der Isobare

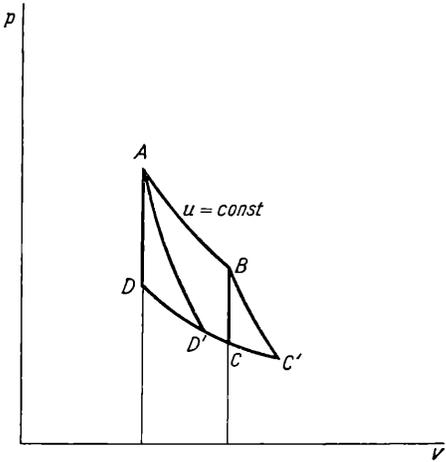


Fig. 2.

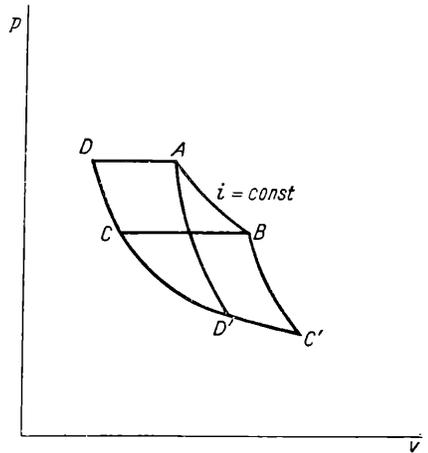


Fig. 3.

$dq = di$ ist, so sind hier die auf den beiden Isobaren ausgetauschten Wärmemengen gleich. Hingegen sind die längs CD und längs $C'D'$ abgegebenen Wärmemengen im allgemeinen ungleich. Gleich werden sie nur für den Fall einer Zustandsgleichung $\psi(p)v = RT$, wo die Linien gleichen Wärmeinhalts sich in Isothermen verwandeln. Da sind dann auch beide Flächen gleich.

Für das ideale Gas sind beide Bedingungen gleichzeitig erfüllt.



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1929

Band/Volume: [138_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Mache Heinrich

Artikel/Article: [Über die spezifische Wärme auf den Linien gleicher innerer Energie und gleichen Wärmehaltes. 631-634](#)