

Mitteilungen des Institutes für Radiumforschung  
 Nr. 441

Über den Randeinfluß zylindrischer  
 Begrenzungen von radioaktiven Substanzen  
 II. Mitteilung: Der Emanationstopf

Von  
 Erich Rudolf Berger

(Mit 6 Textfiguren)

(Aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule in Wien)

(Vorgelegt in der Sitzung am 8. Mai 1941)

1. Voraussetzungen.

Wir nehmen an, daß die Emanation in einem zylindrischen Gefäß eingeschlossen sei vom Durchmesser  $2a$  und der Höhe  $H$  (Fig. 1). Der Zylinder braucht nicht gleichseitig zu sein, das Verhältnis  $\frac{2a}{H} = Z$  kann also von 1 verschieden sein; doch werden wir den Fall  $Z = 1$ , als den praktisch häufigsten, noch speziell untersuchen.

Im Topf befinde sich koaxial eine zylindrische Sonde vom Durchmesser  $2a'$  und der Länge  $H'$ ;  $a'^2$  sei klein gegenüber  $a^2$ . Im Boden des Gefäßes ist die Sonde eingesetzt mit einem isolierenden Ring oder Luftspalt vom Durchmesser  $2e$ . Ihr Ende hat vom Deckel des Topfes den Abstand  $H - H'$ .

Der Topf sei gleichmäßig mit emanationshaltigem Gas erfüllt, das durch die  $\alpha$ -Strahlung der Emanation ionisiert wird. Für die ionisierende Wirkung des einzelnen Strahles nehmen wir zunächst den Geigerschen Ansatz als richtig an. Später erweitern wir diese Annahme dahin, daß die tatsäch-

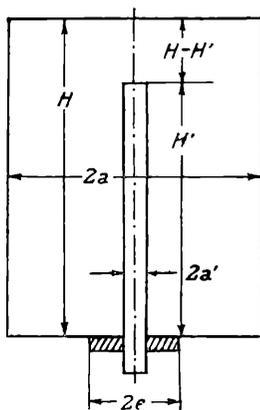


Fig. 1.

liche Ionisierungskurve aus einzelnen Geiger'schen Kurven mit verschiedenen, statistisch verteilten Reichweiten aufzubauen sei.

Von den Abbauprodukten sei angenommen, daß sie sich restlos auf der (negativ geladenen) Sonde ablagern, doch verteilen sie sich keineswegs gleichmäßig über deren Oberfläche, im Gegensatz zu der Annahme von Evans.<sup>1</sup> Wir müssen vielmehr ihre Verteilung aus dem Verlauf der Kraftlinien im Topf berechnen.

Schließlich behandelt die vorliegende Arbeit nur den großen Emanationstopf, bei dem keine Wandung einer anderen näher gegenüber steht, als die Reichweite der längsten Strahlen beträgt. Es ist also sowohl  $a$  als auch  $H$  größer als die größte vorkommende Reichweite  $R$ . Der kleine Emanationstopf, der diese Abmessungen unterschreitet, wird vielleicht in einer späteren Veröffentlichung behandelt.

Daß der Abstand der Sonde vom Deckel des Topfes,  $H-H'$ , häufig kleiner ist als  $R$ , entgegen der vorstehenden Voraussetzung, wollen wir vernachlässigen, da der Sondenquerschnitt nur einen geringen Bruchteil des Topfquerschnittes ausmacht.

## 2. Strahlungsverluste der Emanation.

Wir wollen sämtliche Verluste zusammenstellen, die an den einzelnen Randflächen auftreten. Die analytischen Ausdrücke für diese Verluste sind in der ersten Mitteilung aufgestellt und auf einfache Integrale reduziert worden.<sup>2</sup> Da  $l$ , die Weglänge bis zum Rand, hier mit  $R$  beschränkt ist, sind alle Integrale nur bis  $l = R$  zu führen, d. h. die obere Grenze für  $\lambda = l/R$  ist 1, für  $\sin \gamma = l/2a$  ist sie  $R/2a = 1/\alpha$ . Man beachte auch, daß  $\alpha$  nach unserer obigen Annahme ( $a > R$ ) immer größer ist als 1.

Beginnen wir mit dem Deckel des Topfes (Fig. 2). Die im Zylinder vom Radius  $a$  eingeschlossene Emanation erleidet an der Deckebene einen Strahlungsverlust (Strahlen  $A$  und  $C$ ), der dargestellt wird durch die Formel

$$J = \frac{\mu a^2 R \pi}{4} \int_0^1 g(\lambda) d\lambda. \quad (27)$$

Davon ist aber abzuziehen, was über den Rand strahlt (Strahlen  $C$ ):

<sup>1</sup> Siehe den Literaturnachweis am Ende dieser Mitteilung. L. c., S. 182.

<sup>2</sup> Siehe I. Mitteilung, S. 256 f.

$$\begin{aligned}
 -J = & -\frac{\mu a R^2}{16} \alpha^2 \int_{\gamma=0}^{\sin \gamma = \frac{1}{\alpha}} g(\alpha \sin \gamma) \frac{\cos \gamma d\gamma}{\sin^2 \gamma} \cdot \\
 & \cdot [\gamma (4 \sin^2 \gamma - 1) + \sin 2\gamma - \frac{1}{4} \sin 4\gamma].
 \end{aligned} \tag{33}$$

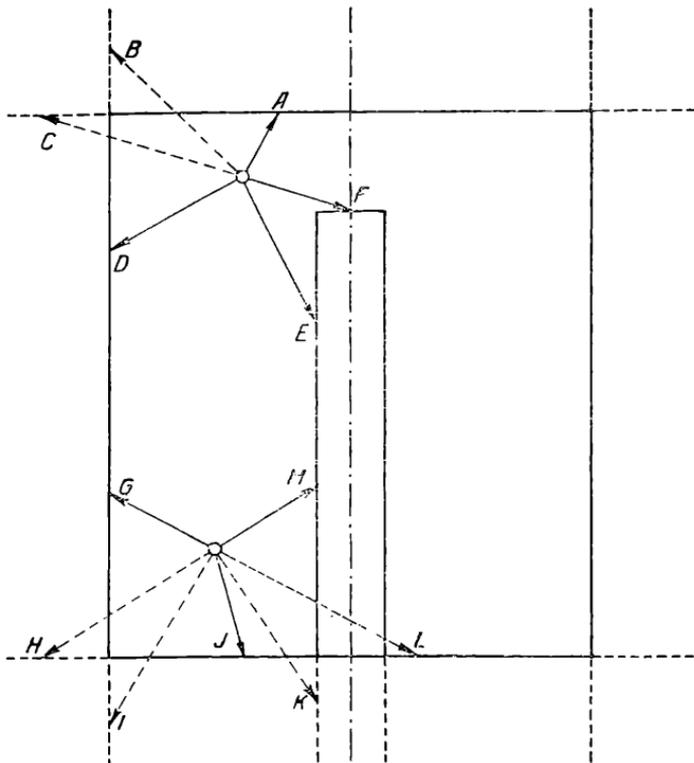


Fig. 2.

An der Zylinderfläche tritt als Verlust auf (Strahlen  $B, D, G, I$ ):

$$J = \frac{4}{3} \mu a^2 H \int_{k=0}^{k=\frac{1}{a}} g(\alpha k) dk (E + k^2 D). \tag{19b}$$

Davon wird abgezogen, was über den Rand geht (Strahlen  $B$  und  $I$ ). Da der Zylinder länger ist als  $R$ , sind die Einflüsse der

beiden Ränder unabhängig voneinander; die Korrektur „Zylinder, Rand“ ist zweimal abzuziehen, eine Längenkorrektur entfällt:

$$-2J = -\frac{\mu a R^2}{16} \alpha^2 \int_{\gamma=0}^{\sin \gamma = \frac{1}{\alpha}} g(\alpha \sin \gamma) \frac{\cos \gamma d\gamma}{\sin^2 \gamma} (4\gamma - \sin 4\gamma). \quad (23b)$$

Über dem Boden erfüllt die Emanation einen Zylinder vom Querschnitt  $(a^2 - a'^2) \pi$ . Die Verluste sind (Strahlen  $H, J, L$ ):

$$J = \frac{\mu (a^2 - a'^2) R \pi}{4} \int_0^1 g(\lambda) d\lambda. \quad (27)$$

Davon ist abzuziehen: am Außenrand (Strahlen  $H$ ) die Korrektur „Ebene, Rand von innen“

$$-J = -\frac{\mu a R^2}{16} \alpha^2 \int_{\gamma=0}^{\sin \gamma = \frac{1}{\alpha}} g(\alpha \sin \gamma) \frac{\cos \gamma d\gamma}{\sin^2 \gamma} \cdot \left[ \gamma (4 \sin^2 \gamma - 1) + \sin 2\gamma - \frac{1}{4} \sin 4\gamma \right] \quad (33)$$

und am Innenrand (Strahlen  $L$ ) die Korrektur „Ebene, Rand von außen“

$$-J = -\frac{\mu a' R^2}{3} \int_0^1 g(\lambda) \lambda d\lambda. \quad (36)$$

An der Sonde umschließt die Emanation einen Zylinder vom Radius  $a'$  und der Länge  $H'$ . Verluste (Strahlen  $E, M, K$ )

$$J = \frac{\mu a' H' R \pi}{2} \int_0^1 g(\lambda) d\lambda. \quad (20)$$

Am unteren Ende sind jene Strahlen abzuziehen, die über den Rand gehen (Strahlen  $K$ ):

$$-J = -\frac{\mu a' R^2}{3} \int_0^1 g(\lambda) \lambda d\lambda. \quad (24)$$

Am oberen Rande dagegen ist die Formel (20) „Zylinder unbegrenzt“, ohne Korrektur gültig, wie in der ersten Mitteilung

des näheren ausgeführt ist,<sup>3</sup> denn die Substanz ragt „genügend weit“ über die Zylinderfläche vor.

Aus demselben Grunde gilt für die Deckfläche der Sonde ohne Korrektur (Strahlen  $F$ )

$$J = \frac{\mu a'^2 R \pi}{4} \int_0^1 g(\lambda) d\lambda. \quad (27)$$

Alle diese Summanden wollen wir so zusammenfassen, daß wir die Näherungsformel (14) erhalten,<sup>4</sup> plus einem Korrekturglied für die Krümmungen. Zu diesem Zweck müssen wir aus den einzelnen Formeln folgende Ausdrücke herausnehmen:

aus (33):

$$-\frac{\mu R^2}{6\pi} 2 a \pi \int_0^1 g(\lambda) \lambda d\lambda = -\frac{\mu a R^2}{16} \alpha^2 \int_{\gamma=0}^{\sin \gamma = \frac{1}{\alpha}} g(\alpha \sin \gamma) \frac{\cos \gamma d\gamma}{\sin^2 \gamma} \cdot \frac{16}{3} \sin^3 \gamma.$$

aus (19b):

$$\frac{\mu R}{4} 2 a \pi H \int_0^1 g(\lambda) d\lambda = \frac{4}{3} \mu a^2 H \int_{k=0}^{k=\frac{1}{\alpha}} g(\alpha k) dk \cdot \frac{3\pi}{4}$$

aus (23b):

$$-2 \frac{\mu R^2}{6\pi} \cdot 2 a \pi \int_0^1 g(\lambda) \lambda d\lambda = -\frac{\mu a R^2}{16} \alpha^2 \cdot \int_{\gamma=0}^{\sin \gamma = \frac{1}{\alpha}} g(\alpha \sin \gamma) \frac{\cos \gamma d\gamma}{\sin^2 \gamma} \frac{32}{3} \sin^3 \gamma$$

und schließlich aus (33) nochmal denselben Ausdruck wie oben.

In dieser Form zusammengefaßt, ergibt sich für den gesamten Verlust:

$$J = \frac{\mu R}{4} [a^2 \pi + 2 a \pi H + (a^2 - a'^2) \pi + 2 a' \pi H' + a'^2 \pi] \cdot \int_0^1 g(\lambda) d\lambda -$$

<sup>3</sup> Siehe I. Mitteilung, S. 238, Formulierung A.

<sup>4</sup> Siehe I. Mitteilung, S. 241.

$$\begin{aligned}
& -\frac{\mu R^2}{2\pi} [2 a\pi + 2 \cdot 2 a\pi + 2 a\pi + 2 a'\pi + 2 a'\pi] \cdot \\
& \qquad \qquad \qquad \int_0^1 g(\lambda) \lambda d\lambda + \\
& + \frac{4}{3} \mu a^2 H \int_{k=0}^{k=\frac{1}{\alpha}} g(\alpha k) dk \left( E + k'^2 D - \frac{3\pi}{4} \right) - \\
& - \frac{\mu a R^2}{16} \alpha^2 \int_{\gamma=0}^{\sin \gamma = \frac{1}{\alpha}} g(\alpha \sin \gamma) \frac{\cos \gamma d\gamma}{\sin^2 \gamma} \cdot \\
& \left\{ \left[ \gamma (4 \sin^2 \gamma - 1) + \sin 2\gamma - \frac{1}{4} \sin 4\gamma - \frac{16}{3} \sin^3 \gamma \right] + \right. \\
& \quad + \left( 4\gamma - \sin 4\gamma - \frac{32}{3} \sin^3 \gamma \right) + \\
& \quad \left. + \left[ \gamma (4 \sin^2 \gamma - 1) + \sin 2\gamma - \frac{1}{4} \sin 4\gamma - \frac{16}{3} \sin^3 \gamma \right] \right\}. \quad (37)
\end{aligned}$$

Die erste Zeile in (37) ist der Verlust an der Fläche

$$F = 2 a^2 \pi + 2 a \pi H + 2 a' \pi H'$$

der gesamten Oberfläche von Topf und Sonde. Die zweite Zeile gibt die Wirkung einer Kante wieder von der Länge

$$E = 2 \cdot 2 a\pi + 2 a'\pi,$$

d. i. die Gesamtlänge aller einspringenden Kanten (die auspringende Oberkante der Sonde ist nicht mitzurechnen!).

Das nächste Glied in (37) ist das angekündigte Korrekturglied für die Krümmung der konkaven Flächen, das letzte Glied die Korrektur für die an konkaven Flächen einspringenden Kanten (konvexe Flächen und Kanten benötigen keine Korrektur, wie schon in der ersten Mitteilung, S. 257, besprochen).

Das vierte Glied in (37) vereinfachen wir noch auf die Form:

$$\begin{aligned}
& -\frac{\mu a R^2}{8} \alpha^2 \int_{\gamma=0}^{\sin \gamma = \frac{1}{\alpha}} g(\alpha \sin \gamma) \frac{\cos \gamma d\gamma}{\sin^2 \gamma} \cdot \\
& \cdot \left[ \gamma (4 \sin^2 \gamma + 1) + \sin 2\gamma - \frac{3}{4} \sin 4\gamma - \frac{32}{3} \sin^3 \gamma \right]. \quad (37')
\end{aligned}$$

### 3. Die Schwächungsfunktion.

Um die Integrale in (37) ausrechnen zu können, muß man für die Funktion  $g(\lambda)$ , die Schwächungsfunktion, bzw. für ihre erste Ableitung, die Ionisierungskurve, eine bestimmte Annahme machen. Ziemlich gut entspricht dem tatsächlichen Verlauf der Ionisierungskurve der Geiger'sche Ansatz. Er besagt, daß ein  $\alpha$ -Strahl auf dem Weg zwischen  $l$  und  $dl$  eine Ionisierung hervorruft von der Stärke

$$\mathfrak{I}(l) = k_0 \frac{2}{3 R^{2/3}} \cdot \frac{1}{(R-l)^{1/3}} = k_0 \frac{2}{3 R} (1-\lambda)^{-1/3}.$$

Wird dieser Strahl nach der Weglänge  $l$  abgefangen, so beträgt der Ionisierungsverlust in Prozent der Gesamtionisierung

$$f(l) = g(\lambda) = \frac{1}{k_0} \int_l^R \mathfrak{I}(l) dl = (1-\lambda)^{2/3}. \quad (38)$$

Überlagert man solche Ionisierungskurven, bei denen der Wert  $R$  verschieden ist, und die mit der Häufigkeit  $W(R)$  auftreten, so ist die resultierende Ionisierungskurve bestimmt durch die Formel

$$\mathfrak{R}(l) = \int_l^{\infty} dRW(R) \mathfrak{I}(l, R). \quad (39)$$

Jede der einzelnen Strahlenarten (getrennt nach ihrer Reichweite) erleidet einen Verlust  $J(R)$ , der Gesamtverlust beträgt dann

$$J = \int dRW(R) J(R). \quad (40)$$

Angeblich sind nun die beobachteten Ionisierungskurven tatsächlich durch eine Überlagerung nach Formel (39) darstellbar,<sup>5</sup> und zwar mit einer sehr geringen Streuung der Reichweiten; die von Null verschiedenen Werte der Funktion  $W(R)$  drängen sich also in einem sehr schmalen Bereich zusammen. In einem noch näher zu bestimmenden Punkte  $R_s$  dieses Bereiches sei  $J(R)$  als Taylor'sche Reihe entwickelt; dann ist nach (40):

<sup>5</sup> Allerdings werden wir später auf eine Angabe stoßen, die dem zu widersprechen scheint.

$$J = J(R_s) \int dRW(R) + J'(R_s) \int dRW(R) \cdot (R - R_s) + \\ + \frac{1}{2} J''(R_s) \int dRW(R) \cdot (R - R_s)^2 + \dots \quad (41)$$

Das erste Integral ist gleich 1 (Gesamtwahrscheinlichkeit). Das zweite Integral sei willkürlich gleich Null gesetzt. Damit bestimmt sich  $R_s$  als die Schwerpunkt-Abszisse der Wahrscheinlichkeitsfunktion  $W(R)$ . Ich bezeichne daher  $R_s$  als „Schwerpunkt-Reichweite“. Das dritte Integral schließlich ist das Trägheitsmoment der Funktion  $W(R)$  um die Schwerpunkt-Abszisse. Da die Fläche der Funktion gleich 1 ist, ist dieses Moment gleich dem Quadrat des Trägheitsradius  $i_R$ . Dieser Trägheitsradius ist aber jedenfalls kleiner als die halbe Breite des Bereiches von  $W(R)$ . Folglich ist das dritte Glied sehr klein und meistens zu vernachlässigen. Dasselbe gilt in erhöhtem Maße für die folgenden Glieder. Bezeichnen wir noch  $(i_R/R_s)^2 = t$ , so ergibt sich nach dem vorigen

$$J = J(R_s) + \frac{t}{2} R_s^2 \cdot J''(R_s) + \dots$$

Soweit die Formel für  $J$  den Wert  $R$  nicht direkt enthält, sondern den Parameter  $1/\alpha$ , der dem  $R$  proportional ist, ist in der gleichen Weise abzuleiten. Es ist daher allgemeiner

$$J = J(R_s, \alpha_s) + \frac{t}{2} R_s^2 \left( \frac{\partial^2 J}{\partial R^2} \right)_{R=R_s} + \frac{t}{2} \left( \frac{1}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\partial^2 J}{\partial \left( \frac{1}{\alpha} \right)^2} \right)_{\alpha=\alpha_s} + \quad (42)$$

Zusammengefaßt ist also das Ergebnis dieses Abschnittes, daß in den Integralen  $g(\lambda) = (1-\lambda)^{2/3}$  einzusetzen ist, und daß das so berechnete  $J(R, \alpha)$  nach Formel (42) zu korrigieren ist.

Zu erläutern bleibt noch die Berechnung von  $R_s$  und  $i_R$ . Bezeichnet man die Momente der Ionisierungskurve mit

$$k_n = \int_0^\infty dl \mathfrak{R}(l) l^n$$

so zeigt man leicht, daß

$$R_s = \frac{5}{3} \frac{k_1}{k_0} \quad \text{und} \quad t = \left( \frac{i_R}{R_s} \right)^2 = \frac{4}{5} \frac{k_2 k_0}{k_1^2} - 1. \quad (41a)$$

Mit den Werten  $\epsilon$ ,  $\psi$  und  $R$  von Evans<sup>6</sup> besteht der Zusammenhang

$$R_s = \frac{20}{3} \epsilon R \quad t = \frac{3\pi}{10} \frac{\psi}{\epsilon^2} - 1. \quad (41b)$$

Seine Zahlenwerte, die sich auf Henderson<sup>7</sup> stützen, ergeben für Ra-Emanation unter Normalverhältnissen

$$R_s = 3.72 \text{ cm} \quad t = -0.04.$$

Es ist auffällig, daß sich  $t$  hier negativ ergibt, während es doch nach seiner Definition als Quadrat positiv sein müßte. Diese Tatsache spräche gegen die Möglichkeit, die Ionisierungskurve durch Überlagerung von Geiger'schen Kurven aufzubauen. Es ist aber zu bedenken, daß die zugrunde liegenden Werte  $\epsilon$  und  $\psi$  vermutlich mit keiner sehr großen Genauigkeit zu bestimmen sind. Hat jeder dieser Werte nur einen mittleren Fehler von 2%, so ist der mittlere Fehler von  $t$  bereits  $\pm 0.045$ , also größer, als der gefundene Wert  $t$  selbst. Ob sich der scheinbar negative Wert nun tatsächlich durch die Ungenauigkeit der Bestimmung erklärt, kann ich nicht entscheiden; jedenfalls beweist aber der niedrige Absolutbetrag, daß die Ionisierungskurve nicht sehr stark von der Geiger'schen Form abweicht. Unsere Methode gibt also mindestens eine gute Näherung.

#### 4. Ausführung der Integration.

Jene Funktionen, die in (37) als Faktoren neben  $g(\lambda)$  stehen, werden als Potenzreihen in  $\lambda$  entwickelt. Man erhält dadurch Teilintegrale der Form

$$\int_0^1 (1-\lambda)^{2/3} \lambda^n d\lambda = \gamma_n.$$

Es sind komplette binomische Integrale, die auf die Gauß'sche  $\Gamma$ -Funktion führen. Es ist

$$\gamma_n = \frac{\Gamma(5/3) \Gamma(n+1)}{\Gamma\left(n + \frac{8}{3}\right)} = \frac{n!}{\frac{5}{3} \cdot \frac{8}{3} \cdots \left(n + \frac{5}{3}\right)} = \frac{3n}{3n+5} \cdot \gamma_{n-1} \quad (44)$$

$$\gamma_0 = \frac{3}{5} \quad \gamma_1 = \frac{9}{40} \quad \gamma_2 = \frac{27}{220} \quad \text{usw.}$$

<sup>6</sup> L. c., S. 181.

<sup>7</sup> G. H. Henderson, Phil. Mag., 42, 538 (1921).

Die erste Zeile von (37) ergibt dann

$$\frac{\mu RF}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{20} \mu RF$$

ebenso die zweite Zeile

$$\frac{\mu R^2 E}{3 \pi} \cdot \frac{9}{40} = \frac{3}{40 \pi} \mu R^2 E.$$

In der dritten Zeile entwickeln wir die Klammer als Potenzreihe. Wenn wir die Entwicklungskoeffizienten des kompletten Elliptischen Integrals erster Gattung abgekürzt schreiben

$$\left[ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2n)} \right]^2 = \beta_n,$$

so ist

$$E(k) = \frac{\pi}{2} \left( 1 - \sum_1^{\infty} \beta_n \frac{k^{2n}}{2n-1} \right)$$

$$D(k) = \frac{\pi}{2} \sum_1^{\infty} \beta_n \frac{2n+1}{2n+2} k^{2n}.$$

Daher ist

$$E + k'^2 D - \frac{3\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} \sum_1^{\infty} \frac{3(2n+1)}{(2n-1)(2n+2)} \beta_n k^{2n}.$$

Setzt man das ein, ergibt die dritte Zeile von (37)

$$\begin{aligned} & -\frac{4}{3} \mu a^2 H \frac{\pi}{2} \sum_1^{\infty} \frac{3(2n+1)}{(2n-1)(2n+2)} \beta_n \gamma_{2n} \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{2n+1} \\ & = -\mu a^2 \pi H \sum_1^{\infty} \varphi_n \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{2n+1} \\ & = -\mu a^2 \pi H \cdot \varphi\left(\frac{1}{\alpha}\right). \end{aligned} \tag{45}$$

$$\varphi_n = \frac{9}{4} \frac{(2n-3)(2n-1)(2n+1)}{(n+1)(3n+1)(6n+5)} \varphi_{n-1} \quad \varphi_1 = \frac{81}{1760}.$$

Werte der Koeffizienten  $\varphi_n$  und die Funktionswerte  $\varphi\left(\frac{1}{\alpha}\right)$  den Tabellen 1 und 2 zu entnehmen.

Das letzte Glied von (37), geschrieben in der Form (37'), läßt den Ausdruck

$$\gamma(4 \sin^2 \gamma + 1) + \sin 2\gamma - \frac{3}{4} \sin 4\gamma - \frac{32}{3} \sin^3 \gamma.$$

einzelnen Summanden werden als Hypergeometrische Reihen in  $\sin \gamma = \lambda/\alpha$  entwickelt:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\lambda}{\alpha} F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{\lambda^2}{\alpha^2}\right) \cdot \\ \cdot \sin r\gamma &= r \frac{\lambda}{\alpha} F\left(\frac{r+1}{2}, \frac{-r+1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{\lambda^2}{\alpha^2}\right). \end{aligned}$$

zeichnet man

$$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots (2n)} = \sigma_n,$$

ist

$$\gamma(4 \sin^2 \gamma + 1) + \sin 2\gamma - \frac{3}{4} \sin 4\gamma - \frac{32}{3} \sin^3 \gamma =$$

$$= -64 \sum_2^{\infty} \frac{n^2}{(2n-3)(2n-1)^2(2n+1)} \sigma_n \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^{2n+1}$$

und (37') ergibt damit

$$+ \frac{\mu a R^2}{8} 64 \sum_2^{\infty} \frac{n^2}{(2n-3)(2n-1)^2(2n+1)} \sigma_n \gamma^{2n-1} \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{2n-2}$$

$$= 2 \mu a^3 \pi \sum_2^{\infty} \kappa_n \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{2n}$$

$$= 2 \mu a^3 \pi \cdot \kappa \left(\frac{1}{\alpha}\right). \quad (46)$$

$$\kappa_n = \frac{9}{2} \frac{n(2n-5)(2n-3)(2n-1)}{(n-1)(2n+1)(3n+1)(6n-1)} \kappa_{n-1} \quad \kappa_2 = \frac{81}{1925\pi}$$

Die Werte der Koeffizienten  $\kappa_n$  und die Funktionswerte  $\chi\left(\frac{1}{\alpha}\right)$  sind wieder den Tabellen 1 und 2 zu entnehmen.

Formel (37) ist jetzt umgeformt auf

$$J = \mu \left\{ \frac{3}{20} R F - \frac{3}{40\pi} R^2 E - a^2 \pi H \cdot \varphi\left(\frac{1}{\alpha}\right) + 2 a^3 \pi \cdot \chi\left(\frac{1}{\alpha}\right) \right\}. \quad (47)$$

Wendet man darauf noch (42) an, so erhält man

$$\begin{aligned} J = \mu \left\{ \frac{3}{20} R_s F - \frac{3}{40\pi} (1+t) R_s^2 E - \right. \\ \left. - a^2 \pi H \left[ \varphi\left(\frac{1}{\alpha}\right) + \frac{t}{2} \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \varphi''\left(\frac{1}{\alpha}\right) \right] \right. \\ \left. + 2 a^3 \pi \left[ \chi\left(\frac{1}{\alpha}\right) + \frac{t}{2} \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \chi''\left(\frac{1}{\alpha}\right) \right] \right\} \quad (48) \end{aligned}$$

Das erste Glied ist der Strahlungsverlust an der (zunächst eben gedachten) Oberfläche, das zweite die Korrektur für die (gerade) Kante, das dritte korrigiert die Krümmung der Fläche, das vierte die Krümmung der Kante.

Ohne diese Verluste wäre die Ionisation

$$J_0 = \mu V = \mu (a^2 \pi H - a'^2 \pi H') = \frac{1}{S} a^2 \pi H,$$

der Prozentsatz der Verluste beträgt daher, wenn man wieder  $2 a/H = Z$  bezeichnet

$$\begin{aligned} v = \frac{J}{J_0} = \frac{3}{20} R_s \frac{F}{V} - \frac{3}{40\pi} (1+t) R_s^2 \frac{E}{V} - \\ - S \left\{ \left[ \varphi + \frac{t}{2} \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \varphi'' \right] - Z \left[ \chi + \frac{t}{2} \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \chi'' \right] \right\}. \quad (49) \end{aligned}$$

Diese Formel entspricht der Formel (9) von Evans;<sup>8</sup> sie ersetzt die bekannte Formel von Duane und Laborde<sup>9</sup> für den Initialstrom.

<sup>8</sup> L. c., S. 181.

<sup>9</sup> L. c.

Da (49) den Verlust am Initialstrom darstellt (Strom vor Entstehung der Abbauprodukte), sei es fernerhin mit  $v_i$  bezeichnet, zum Unterschied von  $v$ , dem Verlust am Gesamtstrom.

Da beim großen Emanationstopf  $S < \alpha/2$ ,  $Z < \alpha$  ist, haben die mit  $t$  behafteten Glieder in (49), d. h. die Korrekturen für die Ionisationskurve, nur sehr geringen Einfluß; im zweiten Glied bis 2<sup>o</sup>/<sub>00</sub>, in den folgenden weniger als 1<sup>o</sup>/<sub>00</sub>. Ich will daher im weiteren diese Korrektur nur noch am zweiten Glied anbringen.

### 5. Der Aktive Niederschlag.

Wie schon eingangs bemerkt, nehmen wir an, daß der gesamte Aktive Niederschlag auf der negativ geladenen Sonde sich befindet. Zu suchen ist jetzt zunächst seine Verteilung auf der Sonde. Da der Radius des Topfes größer ist als die Reichweite der längsten Strahlen, treten Verluste nur am Boden und am Deckel des Topfes auf. Gesucht ist also speziell die Verteilung des Niederschlages an den Enden der Sonde.

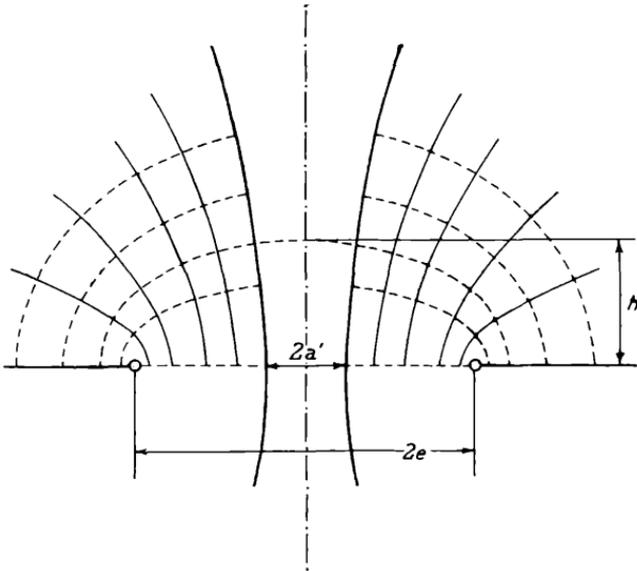


Fig. 3.

Die Abbauprodukte bewegen sich längs der elektrischen Kraftlinien zur Sonde. Da sie im ganzen Raum in gleicher Dichte entstehen, ist der Aktive Niederschlag auf jedem Flächenelement proportional dem Volumen der davon ausgehenden Kraftrohre.

Berechnen wir zunächst das Feld am unteren Ende der Sonde. Der Boden des Topfes (ohne den isolierenden Ring!) und die Oberfläche der Sonde können als zwei Flächen einer Schar von konfokalen einschaligen Rotationshyperboloiden aufgefaßt werden (Fig. 3). Da der Boden den ebenen Grenzfall bildet, ist der Radius der Öffnung,  $e$ , gleich der linearen Exzentrizität der Schar. Die zu diesen Äquipotentialflächen gehörigen Kraftlinien liegen auf Rotationsellipsoiden mit derselben Exzentrizität  $e$ . Bezeichnet  $h$  die kleine Achse eines solchen Ellipsoides, so ist das gesamte von ihm umschlossene Volumen oberhalb der Mittelebene

$$V = \frac{2\pi}{3} h (h^2 + e^2).$$

Die Schale zwischen den Ellipsoiden  $h$  und  $h+dh$  umschließt dann das Volumen

$$dV = \frac{2\pi}{3} (3h^2 + e^2) dh. \quad (50)$$

Zieht man davon noch das Volumen ab, das von der Sonde selbst ausgefüllt ist, und bezeichnet man mit  $v$  diejenige Menge eines Abbauproduktes, die mit der Emanationsmenge  $\mu$  im laufenden Gleichgewicht steht, so beträgt die Niederschlagsmenge in der Höhe zwischen  $h$  und  $h+dh$

$$dn = v dV = \frac{2\pi}{3} v \left( 3h^2 + e^2 - \frac{3}{2} a'^2 \right) dh. \quad (51)$$

Die Menge des Niederschlages sei wieder gemessen durch die von ihm ausgesandte Strahlung, bzw. die dadurch hervorgerufene Ionisierung. Die Tatsache, daß die Hälfte der insgesamt auftretenden Strahlung ins Innere der Sonde geht und daher wirkungslos bleibt, sei dabei schon berücksichtigt.

Die Schwächung, welche die ausgesandte Strahlung erleidet, berechnet sich analog (1) zu

$$J = \frac{1}{2\pi} \int f(l) d\omega dn. \quad (52)$$

Das Problem ist analog dem Problem des Halbraumes.<sup>10</sup> Der Unterschied besteht darin, daß die aktive Substanz parallel zur Ebene nicht gleichförmig verteilt, sondern auf einer Kreislinie vereinigt

<sup>10</sup> Siehe I. Mitteilung, Punkt 5, S. 236.

ist (d. i. für die Integration belanglos), ferner, daß die Dichte der Substanz von  $h$  abhängt (d. i. bei der Integration nach  $h$  zu berücksichtigen). Um von (1) auf (52) zu kommen, hat man lediglich zu ersetzen

$$\mu_{||\nu} \quad \text{und} \quad F \left| \left| \frac{2\pi}{3} \left( 3h^2 + e^2 - \frac{3}{2} a'^2 \right) \right. \right.$$

Die Integration verläuft wie in Punkt 5 der ersten Mitteilung. (l. c.), analog (10) erhalten wir

$$J = \frac{\nu}{2} \frac{2\pi}{3} \int f(l) \frac{dl}{l^2} \left( 3h^2 + e^2 - \frac{3}{2} a'^2 \right) h dh. \quad (53)$$

Das ergibt, nach  $h$  integriert

$$\begin{aligned} J &= \frac{\nu\pi}{12} \int f(l) (3l^2 + 2e^2 - 3a'^2) dl \\ &= \frac{\nu\pi}{12} \left[ \frac{27}{220} 3R^3 + \frac{3}{5} (2e^2 - 3a'^2) R \right]. \end{aligned}$$

Bezeichnet man noch  $e^2 - \frac{3}{2} a'^2 = b^2$ , und summiert man die Beträge für die einzelnen Abbauprodukte, so wird

$$J = \frac{27\pi}{880} \sum \nu R^3 + \frac{\pi}{10} b^2 \sum \nu R. \quad (54)$$

Das ist der Strahlungsverlust am unteren Ende der Sonde.

Am oberen Ende der Sonde betrachten wir die Sondenoberfläche und den Deckel des Topfes als zwei Flächen einer Schar von konfokalen zweischaligen Rotationshyperboloiden (Fig. 4). Unter der Annahme, daß der Durchmesser der Sonde klein sei gegenüber ihrem Abstand vom Deckel, können wir die Sonde durch das unendlich dünne (linienförmige) Hyperboloid annähern. Die lineare Exzentrizität der Schar beträgt dann  $H - H'$ .

Das Volumen eines (halben) Kraftlinien-Ellipsoides mit der großen Achse  $h$  beträgt

$$V = \frac{2\pi}{3} h [h^2 - (H - H')^2].$$

Das Volumen einer Schale ist

$$dV = \frac{2\pi}{3} [3h^2 - (H - H')^2] h dh,$$

daher ist analog (53)

$$J = \frac{\nu\pi}{3} \int f(l) \frac{dl}{l^2} [3h^2 - (H-H')^2] h dh.$$

Es wird wieder über  $h$  integriert, aber jetzt zwischen den Grenzen  $H-H'$  und  $l$ ; das gibt

$$J = \frac{\nu\pi}{12} \int_{H-H'}^R f(l) \frac{dl}{l^2} [3l^4 - 2l^2(H-H')^2 - (H-H')^4]. \quad (55)$$

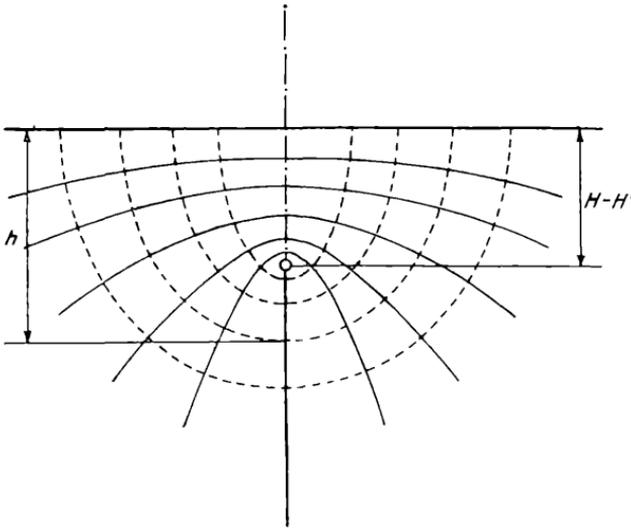


Fig. 4.

Bezeichnet man  $\frac{H-H'}{R} = \sigma$ ,  $\sqrt[3]{1-\sigma} = k$ , so führt das Integral auf die Funktion

$$s(\sigma) = \frac{1}{660} k^2 (81 + 54\sigma - 219\sigma^2 - 136\sigma^3) - \frac{1}{9} \sigma^4 \left[ 3 \ln(1-k) - \ln \sigma + 2\sqrt{3} \left( \arctg \frac{1+2k}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{6} \right) \right]. \quad (56)$$

Die Werte der Funktion  $s(\sigma)$  sind der Tabelle 3 zu entnehmen.

Aus (55) ergibt sich der Ionisationsverlust am oberen Ende der Sonde

$$J = \frac{\nu\pi}{4} R^3 s(\sigma),$$

bzw. für alle Abbauprodukte zusammengefaßt

$$J = \frac{\pi}{4} \sum \nu R^3 s(\sigma). \quad (57)$$

Der Gesamt-Stromverlust des Aktiven Niederschlages ist (54) plus (57)

$$J = \frac{\pi}{10} b^2 \cdot \sum \nu R + \left[ \frac{27\pi}{880} + \frac{\pi}{4} s(\sigma) \right] \sum \nu R^3. \quad (58)$$

Die Korrektur (42) für die Form der Ionisationskurve wird hier nicht mehr angebracht, da sie sehr klein würde.

Zusammen mit (48), dem Verlust der Emanation, gibt (58) einen Gesamt-Stromverlust

$$\begin{aligned} J = \mu \left[ \frac{3}{20} R_s F - \frac{3}{40\pi} (1+t) R_s^2 E - \right. \\ \left. - a^2 \pi H \varphi \left( \frac{1}{\alpha} \right) + 2 a^3 \pi \cdot \kappa \left( \frac{1}{\alpha} \right) \right] \\ + \sum \nu R \frac{\pi}{10} b^2 + \sum \nu R^3 \cdot \left[ \frac{27\pi}{880} + \frac{\pi}{4} s(\sigma) \right]. \quad (59) \end{aligned}$$

Der Gesamtstrom ohne Verluste wäre

$$J_0 = \left( \mu + \sum \nu \right) V. \quad (60)$$

Bezeichnet man nun

$$\frac{\mu}{\mu + \sum \nu} = g_0 \quad \frac{\sum \nu R}{\mu + \sum \nu} = g_1 \cdot R_s \quad \frac{\sum \nu R^3}{\mu + \sum \nu} = g_3 \cdot R_s^3,$$

wobei  $R_s^3$  immer die Schwerpunkt-Reichweite der Emanation bedeute, bezeichnet ferner  $\beta^2 = b^2/a^2$ , so wird der Gesamt-Stromverlust im Verhältnis zum verlustlosen Strom

$$\begin{aligned} v = g_0 \left[ \frac{3}{20} R_s \frac{F}{V} - \frac{3}{40\pi} (1+t) R_s^2 \frac{E}{V} - S \cdot \varphi \left( \frac{1}{\alpha} \right) \right] + \\ + SZ \left\{ g_0 \kappa \left( \frac{1}{\alpha} \right) + \frac{1}{10} g_1 \beta^2 \cdot \frac{1}{\alpha} + g_3 \left[ \frac{27}{220} + s(\sigma) \right] \left( \frac{1}{\alpha} \right)^3 \right\}. \quad (61) \end{aligned}$$

## 6. Numerische Berechnung der Parameter.

Es ist noch zu erläutern, wie man auf Grund der allgemein bekannten Zahlenangaben über radioaktive Substanzen (die man z. B. einem Handbuch entnimmt) die hier verwendeten Parameter berechnet.

Die Berechnung von  $R_s$  und  $t$  wurde unter Ziffer 3 erledigt. Die Angaben von Evans (l. c., S. 181, 183) liefern:

Ra-Emanation:	$R_s = 3 \cdot 72 \text{ cm}$	$t = -0 \cdot 04$
Ra A	$R_s = 4 \cdot 30$	
Ra C'	$R_s = 6 \cdot 51$	

Von den Abbauprodukten kommen bekanntlich nur Ra A und Ra C' in Betracht, da die anderen Substanzen entweder keine  $\alpha$ -Strahlen aussenden oder wegen ihrer langsamen Entstehung nicht wirksam werden.

Mißt man mit Th- oder Ac-Emanation,<sup>11</sup> so ist nur Th A, bzw. Ac A wirksam.

Die „Mengen“  $\mu$  und  $\nu$  der Emanation und der Abbauprodukte messen wir durch die von ihnen erzeugte Zahl von Ionenpaaren. Im stehenden Gleichgewicht verhalten sie sich so, wie die in den Handbüchern angegebenen Werte  $k$  (= Zahl der von einem  $\alpha$ -Teilchen erzeugten Ionenpaare). Im laufenden Gleichgewicht oder während der Niederschlagszeit sind diese Werte noch zu multiplizieren mit  $N$ , der jeweiligen Anzahl der strahlenden Teilchen. Die Formeln für  $N$  sind den Handbüchern zu entnehmen. Schließlich ist auch noch zu beachten, daß die Hälfte der Strahlen von den Abbauprodukten ins Innere der Sonde geht, also wirkungslos bleibt.

(60) ergibt also z. B.

$$g_0 = \frac{k_{Em}}{k_{Em} + \frac{1}{2} N_A k_A + \frac{1}{2} N_{C'} k_{C'}} \quad (62)$$

Mit den gebräuchlichen Zahlen, wie sie z. B. Kohlrausch<sup>12</sup> angibt, erhält man für laufendes Gleichgewicht:

	$\nu/\mu$	$g_0$	$g_1$	$g_3$
Ra-Emanation: Ra A	0·55	0·44	0·83	2·07
Ra C'	0·71			
Th-Emanation:	0·54	0·65	0·39	0·50
Ac-Emanation:	0·54	0·65	0·40	0·52

<sup>11</sup> R. Schmid, Wien. Ber. 126, 1065 (1917).

<sup>12</sup> Handbuch d. Exper. Phys., Bd. XV, S. 12—15 (1928).

In der *Ra*-Reihe wurde mit den Schwerpunkt-Reichweiten gerechnet, in den beiden anderen Reihen mit der im Handbuch angegebenen.

### 7. Der Normaltopf.

Die Formeln (49) und (61) enthalten zahlreiche Parameter. Sie sind dadurch unübersichtlich und es ist schwer festzustellen, wie weit die Ergebnisse von denen der bisher verwendeten Formeln abweichen, z. B. der Formeln von Evans und von Duane und Laborde (l. c.). Um diesen Vergleich zu ermöglichen, wollen wir für einzelne der Parameter gewisse „Normalwerte“ einsetzen, die wir durch folgende Annahmen gewinnen:

In der Praxis sind die Gefäße meistens nahezu gleichseitige Zylinder. Wir wollen daher den gleichseitigen Zylinder als Normalfall betrachten. Außerdem sind die Sonden meist sehr dünn, so daß man in erster Näherung  $\alpha' = 0$  setzen kann. Es ist dann

$$\frac{F}{V} = \frac{6}{2a} \quad \frac{E}{V} = \frac{8}{(2a)^2} \quad S = 1 \quad Z = 1.$$

Für  $t$  setzen wir seinen Wert  $-0.04$ , berücksichtigen diese Korrektur aber nur im zweiten Glied.

Damit wird der Normalverlust beim Initialstrom

$$v = 0.9 \frac{1}{\alpha} - 0.183 \left( \frac{1}{\alpha} \right)^2 - \varphi \left( \frac{1}{\alpha} \right) + \kappa \left( \frac{1}{\alpha} \right). \quad (63)$$

Formel (61) hängt weiter noch ab von  $H-H'$ , dem Abstand Sondenspitze—Deckel des Topfes, und von  $e$ , dem Radius des Bernsteinringes, mit dem die Sonde in den Boden des Topfes eingesetzt ist. Für diese beiden Größen ist es nicht gut möglich, Normalwerte anzugeben, statt dessen bestimmen wir die Grenzen, zwischen denen die Verluste überhaupt liegen können.

Zunächst sei der Fall untersucht  $H-H' = 0$  (lange Sonde) und  $e = 0$  (kleiner Bernstein). Dann ergibt (61)

$$v = 0.397 \frac{1}{\alpha} - 0.081 \left( \frac{1}{\alpha} \right)^2 + 0.508 \left( \frac{1}{\alpha} \right)^3 - 0.444 \left[ \varphi \left( \frac{1}{\alpha} \right) - \kappa \left( \frac{1}{\alpha} \right) \right]. \quad (64)$$

Mit wachsender Größe des Bernsteinringes steigen auch die Verluste, weil dann der aktive Niederschlag am unteren Ende

der Sonde stärker konzentriert wird. Es ist aber jedenfalls  $e = a$  („großer Bernstein“) die obere Schranke (praktisch wird dieser Fall überhaupt nicht vorkommen). Dann ist  $\beta^2 = 1$  und  $v$  vermehrt sich um den Betrag

$$\Delta v_1 = \frac{1}{10} g_1 \frac{1}{\alpha} = 0.083 \frac{1}{\alpha}. \quad (64a)$$

Andererseits werden die Verluste um so geringer, je weiter sich das Ende der Sonde vom Deckel des Topfes entfernt, und wenn dieser Abstand die größte vorhandene Reichweite überschreitet, tritt hier überhaupt kein Verlust mehr auf („kurze Sonde“). Der Gesamtverlust verringert sich dann um den Betrag

$$\Delta v_2 = -\frac{27}{220} g_3 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 = -0.254 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3. \quad (64b)$$

Zum Vergleich seien die Ergebnisse von Evans auf die gleiche Form gebracht. Dabei ist zu beachten, daß sein Ausdruck  $\mu/2d$  unserem Wert  $R_s/\alpha$  entspricht. Da Evans die Ionisierung durch Rückstoßatome berücksichtigt, die in meinen Formeln noch nicht enthalten ist, habe ich zum Vergleich die Zahlen von Evans um die betreffenden 1.5% verringert. Es ergibt sich damit für den Normaltopf

$$\begin{aligned} v_i &= 0.9 \frac{1}{\alpha} - 0.255 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \\ v &= 0.647 \frac{1}{\alpha} - 0.113 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \end{aligned} \quad (65)$$

Diese Formel für  $v_i$  weicht im zweiten Glied erheblich von unserem Ergebnis ab, obwohl sie der ganzen Ableitung nach mit (49) übereinstimmen müßte (bis auf die Krümmungskorrektur). Der Grund dafür ist, daß Evans in seiner Formel (9) (l. c., S. 181) den Koeffizienten 3.54 angibt, obwohl er nach den vorhergehenden Zahlenangaben 2.54 lauten müßte. Es scheint sich hier um einen Schreibfehler zu handeln; leider ist dieser falsche Koeffizient auch den weiteren Rechnungen zugrunde gelegt. Korrigiert man diesen Fehler, so ergibt sich

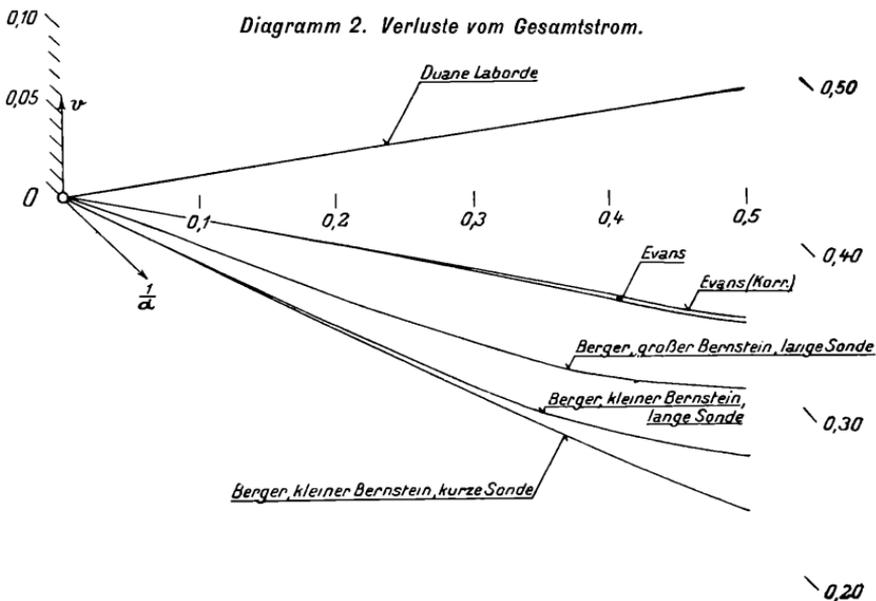
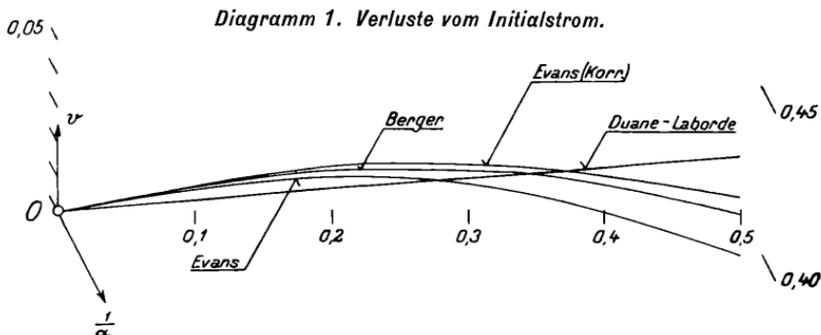
$$\begin{aligned} v_i &= 0.9 \frac{1}{\alpha} - 0.183 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \\ v &= 0.647 \frac{1}{\alpha} - 0.081 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \end{aligned} \quad (65')$$

In der zweiten Formel fehlt das kubische Glied, dafür ist das lineare Glied entsprechend größer als in (64), da Evans den aktiven Niederschlag eben linear über die Sonde verteilt.

Wendet man schließlich die Formel von Duane und Laborde (l. c.) auf den Normaltopf an, dann ist

$$\frac{0}{V} = \frac{6}{R_s} \cdot \frac{1}{\alpha}$$

zu setzen.



Es ergibt sich

$$v_i = 0.834 \frac{1}{\alpha} \quad v = 0.923 \frac{1}{\alpha}. \quad (66)$$

Der Funktionsverlauf für die verschiedenen Formeln ist in den Schaubildern 1 und 2 aufgetragen. Man bemerkt gute Übereinstimmung beim Initialstrom, wenn man bedenkt, daß der praktisch verwendete Bereich für  $1/\alpha$  zwischen 0.3 und 0.5 liegt. Bei den Verlusten vom Gesamtstrom ist folgendes festzustellen:

Die Verluste sind stark abhängig von der Größe des Bernsteins und der daraus folgenden Verteilung des Niederschlages auf der Sonde. Die Formel von Evans mit der gleichförmigen Verteilung stellt dabei die nie erreichbare obere Schranke dar. Trotzdem liegt die empirische Formel von Duane und Laborde noch weit über dieser Schranke. Woher dieser Widerspruch kommt, kann ich nicht aufklären.

### 8. Der Zylinderkondensator.

Für Absolutmessungen wurde bisher immer nur der Schutzringplattenkondensator nach Mache-Flamm verwendet, da er die einzige Anordnung war, für die man den Randeinfluß berechnen konnte. Sein experimenteller Nachteil liegt in dem langen Spalt zwischen der Platte und dem Schutzring, der nur schwer abzudichten ist.

Die hier vorliegende Arbeit gestattet nun, wie Mache erkannt hat, mit einem Schutzzyylinderkondensator zu messen. Die Länge dieses Kondensators kann beliebig groß gewählt werden, ohne daß dadurch die Dichtungslinie länger würde. Eine entsprechende Versuchsanordnung wird im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Wien vorbereitet. Ich will deshalb die darauf bezüglichen Formeln hier noch besonders ableiten.

Der Schutzzyylinder bewirkt, daß die Randfelder wegfallen, daß wir also gewissermaßen mit einem Stück eines unendlich langen Zylinders arbeiten. Es wird daher  $Z = 0$ ,  $H' = H$ . Die Voraussetzung einer dünnen Sonde  $a'^2 \ll a^2$ , kann man hier fallen lassen. Bezeichnet

$$c = \frac{a'}{a},$$

so wird

$$S = \frac{1}{1-c^2} \quad \frac{F}{V} = \frac{4}{2a} \frac{1}{1-c} \quad \frac{E}{V} = 0.$$

Der Stromverlust ergibt sich damit:

$$v_i = 0.6 \frac{1}{1-c} \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{1-c^2} \varphi\left(\frac{1}{\alpha}\right)$$

$$v = 0.264 \frac{1}{1-c} \frac{1}{\alpha} - 0.444 \frac{1}{1-c^2} \varphi\left(\frac{1}{\alpha}\right).$$
(67)

### 9. Zusammenstellung der Ergebnisse.

Bei Emanationsmessungen in einem zylindrischen Gefäß treten durch Randeinflüsse folgende Verluste auf (in Bruchteilen vom verlustfreien Strom):

Initialstrom (nur Emanation):

$$v_i = \frac{3}{20} R_s \frac{F}{V} - \frac{3}{40\pi} (1+t) R_s^2 \frac{E}{V} -$$

$$- S \left[ \varphi\left(\frac{1}{\alpha}\right) - Z \cdot \kappa\left(\frac{1}{\alpha}\right) \right].$$
(49)

Gesamtstrom (samt Abbauprodukten):

$$v = g_0 \left[ \frac{3}{20} R_s \frac{F}{V} - \frac{3}{40\pi} (1+t) R_s^2 \frac{E}{V} - S \cdot \varphi\left(\frac{1}{\alpha}\right) \right] +$$

$$+ SZ \left\{ g_0 \kappa\left(\frac{1}{\alpha}\right) + \frac{1}{10} g_1 \beta^2 \frac{1}{\alpha} + g_3 \left[ \frac{27}{220} + s(\sigma) \right] \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 \right\}.$$
(62)

Dabei bedeutet:

$F$  die gesamte Oberfläche von Topf und Sonde,  
 $E$  die Gesamtlänge aller einspringenden Kanten,  
 $a$  den Radius des Topfes,  $H$  die Höhe des Topfes,  
 $a'$  den Radius der Sonde,  $H'$  die Höhe der Sonde

$$Z = \frac{2a}{H} \qquad S = \frac{a^2 H}{a^2 H - a'^2 H'}$$

$R_s$  die Schwerpunkt-Reichweite der verwendeten Emanation (über die Definition der Schwerpunkt-Reichweite vgl. S. 138),

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_s}{2a},$$

$e$  den Radius der Öffnung, durch welche die Sonde in den Topf eingeführt ist.

$$\beta^2 = \frac{e^2 - \frac{3}{2} a'^2}{a^2} \qquad \sigma = \frac{H-H'}{R_s},$$

$t, g_0, g_1, g_3$  sind Koeffizienten, die den einzelnen radioaktiven Substanzen, bzw. ihren Familien zukommen. Die Zahlenwerte gibt Tabelle 4.

Die Funktionen  $\varphi$  und  $\kappa$  sind Tabelle 2 zu entnehmen.

Die Funktion  $s(\sigma)$  ist Tabelle 3 zu entnehmen. Zur Berechnung von  $\sigma$  ist die Reichweite des Abbauproduktes zu verwenden. Da in der Radiumfamilie zwei Abbauprodukte auftreten, müßte man zwei verschiedene  $\sigma$  berechnen und die zugehörigen  $s(\sigma)$  mitteln, wobei der Wert für  $RaA$  mit 18%, der Wert für  $RaC'$  mit 82% in das Mittel eingeht. Um diese Arbeit zu ersparen, wurde in der Tabelle auch dieses Mittel  $\bar{s}(\sigma_{Em})$  angegeben.  $\sigma_{Em}$  ist dabei mit der Reichweite der Emanation zu berechnen. Es ist also

$$\bar{s}(\sigma_{Em}) = 0.82 \cdot s(0.57 \sigma_{Em}) + 0.18 \cdot s(0.86 \sigma_{Em}). \quad (68)$$

Berücksichtigt man noch, daß die Rückstoßatome ebenfalls einen geringen Beitrag zur Ionisierung liefern, etwa  $\rho\%$  von der Wirkung der  $\alpha$ -Teilchen, so erhöht sich dadurch der verlustfreie Strom, die Verluste bleiben aber unverändert. Daher sind die oben angegebenen Werte  $v$  noch mit  $\left(1 - \frac{\rho}{100}\right)$  zu multiplizieren.

Evans gibt für  $\rho$  1.5% an (l. c., S. 183).

Abschließend weise ich nochmals darauf hin, daß der Abstand von der Sonde zur Topfwand, ebenso wie der Abstand vom Boden des Topfes zum Deckel, größer sein müssen, als die längste vorkommende Reichweite der Emanation oder eines Abbauproduktes.

Zum Schlusse dieser Arbeit möchte ich noch Herrn Prof. Dr. H. Maché für das große Interesse danken, das er dieser Arbeit schon seit ihrem Entstehen entgegengebracht hat.

### Literatur.

- W. Duane, A. Laborde, *Comptes Rendues*, 150, 1421, 1910.  
 Evans, *Phys. Rev.*, 48 (1935), S. 177.

Tabelle 1.

$n$	$\varphi_n$	
1	0·04602	—
2	0·00435	0·01339
3	0·00112	0·00114
4	0·00042	0·00027
5	0·00019	0·00009

Tabelle 2.

$\frac{1}{\alpha}$		
0	0·0000	0·0000
0·1	0·0001	0·0000
0·2	0·0004	0·0000
0·30	0·0012	0·0001
0·35	0·0020	0·0002
0·40	0·0030	0·0003
0·45	0·0043	0·0006
0·50	0·0060	0·0009

Tabelle 3.

$s(\sigma)$  nach Formel (56);  $\bar{s}(\sigma_{Em})$  nach Formel (68).

$\sigma$	$s(\sigma)$	$\Delta_1$	$\sigma_{Em}$	$\bar{s}(\sigma_{Em})$	$\Delta_1$
0	0·123		0	0·123	
0·1	0·119	4	0·2	0·116	7
0·2	0·108	11	0·4	0·100	16
0·3	0·092	16	0·6	0·077	23
0·4	0·072	20	0·8	0·053	24
0·5	0·052	20	1·0	0·032	21
0·6	0·033	19	1·2	0·017	15
0·7	0·018	15	1·4	0·006	11
0·8	0·007	11	1·6	0·001	5
0·9	0·001	6	1·8	0·000	1
1·0	0·000	1	>1·8	0	
>1	0				

Tabelle 4.

Konstanten der radioaktiven Substanzen und Familien;  
Zahlenangaben von Henderson und Kohlrausch;  
Formeln (41), (60), (62).

	$R_s$	$t$	$\nu/\mu$	$g_0$	$g_1$	$g_3$
Ra: Em	3·72 cm	-0·04	—	0·44	0·83	2·07
A	4·30	—	0·55			
C'	6·51	—	0·71			
Th:	—	—	0·54	0·65	0·39	0·50
Ac:	—	—	0·54	0·65	0·40	0·52

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1941

Band/Volume: [150\\_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Berger Erich Rudolf

Artikel/Article: [Mitteilungen des Institutes für Radiumforschung Nr. 441. Über den Randeinfluß zylindrischer Begrenzungen von radioaktiven Substanzen. II. Mitteilung: Der Emanationstopf. 131-155](#)