SITZUNG VOM 15. MÄRZ 1855.

Eingesendete Abhandlung.

Theorie der Äquatorialboussole, und ihrer Anwendung zur Bestimmung der Inclination.

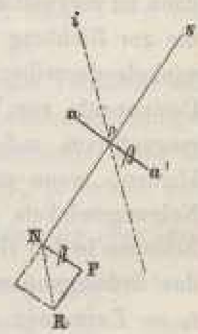
Von W. Zenger,

prov. Lehrer der Physik zu Neusohl.

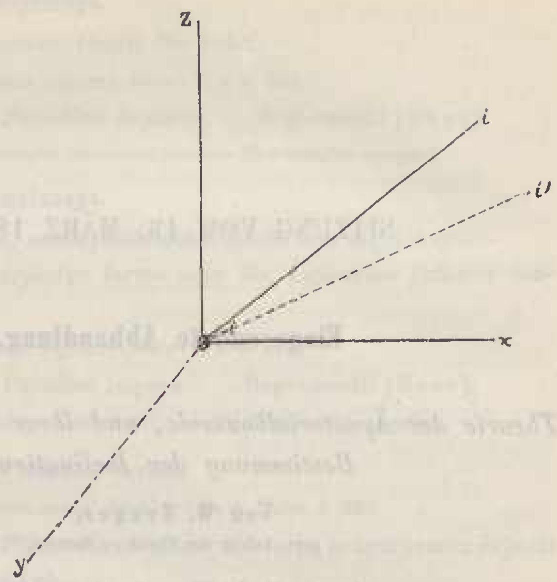
(Vorgelegt in der Sitzung vom 8. März 1855.)

1.

Die Wirkung des Erdmagnetismus auf einen Magnet, welcher um eine zu seiner Länge senkrechte Axe beweglich ist, hängt von der Lage dieser Axe gegen die Richtung der Resultirenden der magnetischen Totalaction, oder gegen die Richtung der Inclination am Erdorte ab. Man kann nämlich die Totalkraft in jeder Lage der Nadel in zwei auf einander senkrechte Componenten so zerlegen, dass die eine (NP) parallel zur Richtung der Nadelaxe $(a\,a')$, die andere (NR) darauf senkrecht ist. Erstere kann offenbar auf den Magnet nicht wirken, da sie durch den Widerstand der Axe aufgehoben wird, und es erübrigt nur die senkrechte Componente. Wir wollen die Wirkung derselben für die vier wichtigsten Lagen des Magnetes, die Lage der Inclination, der horizontalen und verticalen Componente, und endlich des magnetischen Äquators betrachten.



Es sei $o\,x$ die Richtung der magnetischen Meridianlinie, $o\,y$ die in einer Horizontalebene auf der $o\,x$ und der Zenithlinie $o\,z$ senkrechte Gerade, $o\,i$ stelle die Richtung der Inclination am Erd-



orte vor, und liegt offenbar in der Ebene xz, daher die oy auch auf oi senkrecht stehen muss. In der ersten der oben angedeuteten vier Hauptlagen des Magnetes fällt die Axe offenbar in die Lage der oy; in der zweiten hat sie die Richtung oz, und der Magnet bewegt sich in der Horizontalebene xy; in der dritten hat die Axe die Richtung der ox, und der Magnet bewegt sich in der Ebene der yz. Denkt man sich die Axe aus der Lage ox um den Winkel xoi herausgedreht, so hat dieselbe die Richtung der Inclination, und bildet so die vierte Lage des Magnetes, der sich dann im magnetischen Äquator befindet. Da in jeder dieser Lagen nur die zur Richtung der Axe senkrechte oder dem Sinus des Neigungswinkels derselben gegen die Richtung der Inclination proportionale Componente zur Wirkung kömmt, so wird man die Action des Erdmagnetismus auf den Magnet in jeder dieser Lagen leicht finden können, wenn man die Totalkraft mit dem Sinus des jeweiligen Neigungswinkels multiplieirt. Bezeichnet man mit t_1, t_2, t_3, t_4 die Actionen in den vier verschiedenen Stellungen, mit T die Totalaction des Erdmagnetismus, so wird $t_1 = T \, sin \, zoy = T \, sin \, 90^0 = T$; $t_2 = T sin \, zoi$; $t_3 = T \, sin \, iox$; da aber $iox + zoi = 90^0$, so ist $t_2 = T \, cos \, io \, x$, der Winkel $io\,x$ der Inclinationsrichtung mit der magnetischen Meridianlinie heisst aber der Inclinationswinkel (i), folglich ist $t_2 = T \, cos \, i$, $t_3 = T \, sin \, i$. Denkt man sich nun die Axe in der Ebene xz um den Winkel $\beta = i'ox$ gedreht, so ist die Neigung der Axe gegen die Richtung der Inclination $iox - i'ox = i - \beta$, und $t_4 = T \, sin \, (i - \beta)$; wird $i'ox = iox = i$, so ist $t_4 = o$ und die Nadel in den magnetischen Äquator gestellt.

2.

Lässt man auf einen Magnet, der in der vierten Lage sich befindet, einen Kreisstrom wirken, so wird nach dem Principe der Tangentenboussole, wenn S die Intensität des durchgeleiteten Stromes, α den Ablenkungswinkel bedeutet, die Beziehung $S = t_4 \, tg\, \alpha$ stattfinden. Da $t_4 = T sin(i - \beta)$ ist, so wird $S = T sin(i - \beta)\, tg\, \alpha$ sein; die Gleichung $\frac{dt_4}{d\alpha} = -\frac{2\,t_4}{sin\, 2\,\alpha}$ zeigt, dass die Boussole ihre höchste Empfindlichkeit für $t_4 = o$ und $\alpha = 45^0$ erreicht. Die erste Bedingungsgleichung wird jedoch erfüllt, wenn $t_4 = T\, sin\,(i - \beta) = o$, d. i. $i = \beta$ wird. Die Äquatorialboussole ist sonach die empfindlichste, und wird um so empfindlicher, je genauer die Einstellung in den magnetischen Äquator bewerkstelliget wird. Bei der wirklichen Verwendung einer solchen Boussole wird man jedoch nicht zu weit hierin gehen dürfen, und noch eine geringe Richtkraft der Nadel belassen. Um die Einstellung der Ringebene in die gehörige Lage zu bewerkstelligen, wird nur nöthig sein, dieselbe so lange zu verstellen, bis ein nach einander in entgegengesetzter Richtung durchgeleiteter Strom nach beiden Richtungen die Nadel gleich stark ablenkt. Die durch zwei verschiedene Ströme bewirkten Ablenkungen werden nun zu einer Vergleichung der Stromstärken vermittelst der Relationen $S = T sin(i - \beta)\, tg\, \alpha$ und $S' = T sin(i - \beta)\, tg\, \alpha'$, wenn $i - \beta$ und T unverändert bleiben.

Da jedoch sowohl der Inclinationswinkel, als die Totalkraft sich ändert, so wird es nöthig sein, den Einfluss dieser Änderungen auf das erhaltene Resultat zu untersuchen. Differenzirt man die vorstehende Gleichung in Bezug auf i, α und T, so erhält man $d\alpha = -\left(cot\,(i - \beta)\, di + \frac{dT}{T}\right) \frac{sin\, 2\,\alpha}{2}$. Diese Gleichung zeigt, dass eine Äquatorialboussole für die geringsten Änderungen in der Inclination eine bedeutende Änderung in der Ablenkung zeigen müsse, denn da $i = \beta - o$ wird, so ist $cot\,(i - \beta)$ sehr gross, und dieser Umstand kann die Anwendung der Äquatorialboussole wesentlich beschränken, wenn die Änderungen in der Inclination und der Intensität des Erdmagnetismus nicht anderweitig bekannt sind. Nehmen wir für einen Augenblick an, dass die Intensität T sich nicht geändert habe, so wird $d\alpha = -\frac{cot\,(i - \beta)\, sin\, 2\,\alpha}{2}\, di$; woraus erhellt, dass $d\alpha$

um so grösser ist, je kleiner $i-\beta$, d. h. je näher der Magnet der Lage des Äquators kömmt, und je grösser $sin\, 2\alpha$ ist, den grössten Werth erreicht $sin\, 2\alpha$ für $\alpha = 45^0$.

Um nun einen Massstab zur Beurtheilung den Änderungen in α zu gewinnen, wollen wir in der Gleichung $\frac{d\alpha}{di} = -\frac{cot\,(i-\beta)\, sin\, 2\,\alpha}{2}$, $\alpha = 45^0$ und $sin\, 2\,\alpha = 1$ annehmen: dann ist $\frac{di}{d\alpha} = -\frac{cot\,(i-\beta)}{2}$, der Differentialquotient sonach proportional der halben Cotangente des Neigungswinkels der Axe gegen die Richtung der Inclination. Berechnet man die Werthe des Differentialquotienten für verschiedene und kleine Werthe von $i-\beta$, so erhält man folgende Zusammenstellung:

$i-\beta$	$\left(\frac{d\alpha}{di}\right)$	$i-\beta$	$\left(\frac{d\alpha}{di}\right)$	$i-\beta$	$\left(\frac{d\alpha}{di}\right)$
0^0 5′	— 343.78	1^0 10′	— 24.50	2^0 20′	— 12.27
0 10	171.89	1 20	21.48	2 30	11·45
0 20	85.94	1 30	19.09	2 40	10·74
0 30	57.29	1 40	17.18	2 50	10·10
0 40	42.96	1 50	15.62	3 0	9·54
0 50	34.38	2 0	14.32	3 10	9·04
1 0	28.64	2 10	13.21		

Die vorstehende Tabelle zeigt, dass selbst bei einem Abstande von $^1/_2\,^0$ die Änderungen noch so beteutend sind, das 1′ Änderung in der Inclination die Ablenkung um einen ganzen Grad ändert. So unbequem dies für die Anwendung einer solchen Boussole zur Messung von Stromintensitäten ist, so liegt doch hierin ein Vorzug dieses Apparates bei seiner Anwendung zur Bestimmung der Inclination mittelst desselben.

Ein weiterer Fehler des Apparates entsteht durch die Überwucht eines Nadelendes, wird jedoch viel geringer als bei der verticalen Boussole, indem hier die relative Überwucht nicht ganz, sondern nur eine Componente derselben wirken kann, da die Kreisebene, in der sich der Magnet bewegt, nicht vertical steht, sondern unter dem Winkel i' geneigt gegen die verticale Ebene, so dass die relative Überwucht in zwei Componenten zerfällt, wovon die eine, welche dem Cosinus des Neigungswinkels proportional ist, allein zur Wirkung kommen kann; es ist daher $\pi'' = \pi' \cos i$, wo π' die relative Überwucht bedeutet, diese ist aber $\pi' = \pi \sin \alpha$, folglich $\pi'' = \pi \cos i \sin \alpha$; die Überwucht, welche an sich schon eine kleine Grösse bei sorgfältig gearbeiteten Apparaten ist, wird somit noch kleiner im Verhältniss des Cosinus der Inclination, so dass dieser Fehler als eine Grösse zweiter Ordnung in den allermeisten Fällen wird vernachlässigt werden können, wodurch sie für die Anwendung, abgesehen von ihrer viel grösseren Empfindlichkeit, der verticalen Boussole vorzuziehen ist.

3.

Die oben auseinandergesetzte rasche Veränderlichkeit des Ablenkungswinkels an einer Äquatorialboussole gibt ein vortreffliches Mittel zur Bestimmung der Inclinationsrichtung eines Erdortes. Der einfachste Weg hierzu wäre eine Boussole so einzurichten, dass sie sich nahezu in den magnetischen Äquator bringen lasse und dann diejenige Neigung der Nadelaxe gegen die Horizontalebene zu ermitteln durch die directe Ablesung eines getheilten Kreises oder durch eine Scalenablesung, bei welcher das Maximum der Ablenkung stattfindet.

Da jedoch dieses Maximum der Ablenkung nicht bequem und genau genug sich beobachten lassen dürfte, so wird es zweckmässiger sein, durch zwei einander unmittelbar folgende Beobachtungen die Inclination in folgender Weise zu bestimmen. Nachdem man angenähert die Inclinationsrichtung des Erdortes gefunden, oder was noch einfacher ist, nachdem man die Boussole durch Beobachtung des Maximums der Ablenkung in den magnetischen Äquator nahezu eingestellt hat, bewegt man dieselbe um einen kleinen Winkelwerth z. B. $0{\cdot}5^\circ$—1° aus dieser Lage heraus und beobachtet den Ablenkungswinkel α, nun dreht man in der entgegengesetzten Richtung und beobachtet abermals den Ablenkungswinkel α', die entsprechenden Neigungen der Axe werden $i - \beta$ und $\beta' - i$ sein, wo β und β' durch eine Kreistheilung an der Boussole oder durch eine Scalenablesung mit möglichster Schärfe gegeben sein müssen und beide Winkel von der Horizontalebene gegen das Zenith gezählt werden. Die entsprechenden Werthe der erdmagnetischen Componenten t_4 und t'_4 werden sein

$$t_4 = T \sin (i - \beta) \text{ und } t_4' = T \sin (\beta' - i),$$

woraus

$$S = T \sin(i - \beta) tg\, \alpha \text{ und } S = T \sin(\beta' - i) tg\, \alpha'$$

folgt. Da derselbe Strom gebraucht wird, so muss
$T \sin(i - \beta) tg\, \alpha = T \sin(\beta' - i)\, tg\, \alpha'$ oder $\frac{tg\, \alpha'}{tg\, \alpha} = \frac{\sin(i - \beta)}{\sin(\beta' - i)}$
sein, setzt man diesen Quotienten

$$\frac{tg\, \alpha'}{tg\, \alpha} = c, \text{ so ist } c = \frac{\sin(i - \beta)}{\sin(\beta' - i)},$$

durch Auflösung erhält man dann:

(1) $$tg\, i = \frac{c \sin \beta' + \sin \beta}{c . \cos \beta' + \cos \beta}$$

Setzt man $c \sin \beta' = \beta_0$, $c \cos \beta' = \beta_0'$, so wird

(2) $$tg\, i = \frac{\sin\left(\frac{\beta_0 + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta_0 - \beta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\beta_0' + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta_0' - \beta}{2}\right)}$$

Differenzirt man die Gleichung 1) so ergibt sich:

(3) $$\frac{d\, i}{d\alpha} = \frac{\sin(\alpha - \alpha') \cos(\alpha + \alpha') \sin^2(\beta' - i)}{2 \sin(\beta' - \beta) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha'},$$

woraus ersichtlich wird, dass ein Fehler in der Ablesung des Ablenkungswinkels den kleinsten Einfluss auf das Resultat ausübt, wenn $\alpha = \alpha'$ und $\beta' - i = 0$ wird; da hier jedoch das Quadrat des $\sin(\beta' - i)$ vorkömmt, so ist nicht nöthig den Winkel $i - \beta$ und $\beta' - i$ gar zu klein werden zu lassen, was bei dem wirklichen Beobachten Schwierigkeiten machen könnte, indem der Ausdruck $\frac{\sin^2(\beta' - i)}{\sin(\beta' - \beta)}$ auch für grössere Unterschiede der Winkelwerthe noch klein genug ausfällt. Aus den oben angeführten Gründen wird man ferner $\alpha = 45^0$ nehmen, um das Maximum der Veränderlichkeit des Ablenkungswinkels zu erreichen, das zugleich den Ausdruck $\frac{d\, i}{d\, \alpha}$ 3) auf ein Minimum reducirt, indem $\cos(\alpha + \alpha') = \cos 90^0$ werden wird. Dadurch wird $c = 1$, $tg\, \alpha = tg\, \alpha'$; daher $\beta_0 = \beta_0'$ und $tg\, i = tg\, \frac{\beta + \beta'}{2}$, wodurch eine eigene Scalen- oder Kreisablesung von der Nadel überflüssig wird, indem man mittelst eines Mikroskopes dennoch sehr genau den unverrückten Stand der Nadel in den zwei Lagen der Boussole wird beobachten können. Man wird dann mit einer einzigen Kreis- oder Scalentheilung zur genauen

Ermittelung von β und β' ausreichen. Nebstdem wird jedoch noch der Vortheil erreicht, dass bei diesem Beobachtungsverfahren der Fehler der Tangentenboussole gänzlich eliminirt wird, so dass man in der Wahl der Nadellänge bei der Construction eines solchen Apparates ganz unbeschränkt ist. Um etwaige Änderungen der Stromintensität zu entdecken, könnte wohl ein empfindlicher Multiplicator mit in den Schliessungskreis gebracht werden; jedoch wird es immer möglich sein einen Strom auf die kurze Dauer einer solchen Beobachtung unverändert zu erhalten.

Vortrag.

Über einige Fossilien aus dem Dolomite des Monte Salvatore bei Lugano.

Von dem c. M., Hrn. k. k. Bergrath **Franz Ritter v. Hauer.**

(Mit 1 Tafel.)

Seit L. v. Buch's denkwürdigen Untersuchungen der Gebirge in der Umgegend des Luganer Sees im Canton Tessin [1]) wurden dieselben und namentlich auch der Dolomit des südlich von Lugano gelegenen Monte Salvatore wiederholt der Gegenstand aufmerksamer Forschungen, unter denen hauptsächlich die eines Breislack [2]), Girard [3]), Lavizzari, Brunner [4]), Merian [5]) u. s. w. hervorzuheben sind.

Wenn aber auch als Resultat dieser Forschungen, theils durch Lagerungsverhältnisse, theils durch Analogien mit anderen Theilen

---

[1]) „Über einige geognostische Erscheinungen in der Umgegend des Luganer Sees.“ Abh. der kön. preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1827 — und v. Leonhard's Zeitschrift für Mineralogie 1827, I, S. 289—300. — „Geognostische Karte der Gegend zwischen dem Orta- und dem Luganer See“ v. Leonhard und Bronn, Jahrbuch für Mineralogie u. s. w. 1830, S 320.

[2]) Osservazioni sopra i terreni compresi tra il Lago Maggiore e quello di Lugano. Mem. d. I. R. Istituto del Regno Lomb. Veneto 1838, V, S. 31—186.

[3]) v. Leonhard und Bronn, Jahrbuch 1851, S. 334—338.

[4]) Aperçu géologique des environs du Lac de Lugano. Neue Denkschriften der allgemeinen schweizerischen Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften 1852, Bd. XII, S. 1—18.

[5]) „Über die Flötzformationen in der Umgegend von Mendrisio.“ Verhandl. d. naturf. Gesellsch. in Basel 1854, 1. Hft., S. 71.