ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

SITZUNG VOM 16. APRIL 1857.

Vorträge.

Fortsetzung des Berichtes über optische Untersuchungen.

Von dem w. M. **Prof. Jos. Petzval.**

(Dritte Fortsetzung.)

Ich komme jetzt in der Exposition des Inhaltes meines optischen Werkes zu einem Abschnitte, der etwas Besonderes, in dieser Form wenigstens noch nicht Dagewesenes hat, zur Ausgleichungstheorie nämlich, und bin genöthigt, um, wenn auch nur oberflächlich verstanden zu werden, einzugehen in einige Details, ohne welchen weder der Inhalt, noch die Wichtigkeit dieses Abschnittes klar gemacht werden kann.

Wenn der optische Künstler die Berechnung einer neuen Linsen- oder Linsen- und Spiegel-Combination vornimmt, beabsichtigt er stets ein Gebilde zu irgend einem bestimmten Zwecke zu erzeugen. Er reiht es nicht blos in eine der Hauptclassen: Camera obscura, Fernrohr, Mikroskop ein, sondern bestimmt sogar des Näheren, ob Camera obscura zu photographischen Zwecken, oder nicht, ob geeignet zum Aufnehmen von Landschaften, oder zum Porträtiren. Ist es ein Fernrohr, dann wird seine Bestimmung: Refractor, Kometensucher u. s. w. näher angegeben. Ist es ein Mikroskop, dann wird der specielle Zweck kund gethan. Der Künstler legt also seiner werdenden neuen Schöpfung schon ursprünglich bestimmte Eigenschaften bei, meist solche, deren analytischer Ausdruck schon in den Gliedern der ersten Ordnung vorkömmt, wie Lichtstärke, Gesichtsfeld, Vergrösserungszahl u. s. w.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Die mehr oder minder hoch gestellten Anforderungen in Beziehung auf den Inbegriff dieser Eigenschaften bestimmen ihm die Ordnungszahl des Bildes und mit ihr die Anzahl der optischen Elemente: Linsen, Spiegel, Abstände u. s. w. Nun verschafft er sich die nöthigen Krümmungshalbmesser, Entfernungen der Linsen von einander u. s. w., einige vielleicht durch freie Wahl, die meisten durch Rechnung, nimmt hiebei wohl auch Rücksicht auf mancherlei andere, dem reinen optischen Zwecke nicht so nahe stehende Umstände, wie Anschaffungskosten, Mehrseitigkeit der Verwendung u. s. w. Er beginnt die Rechnung, die Coëfficienten derjenigen Abweichungsglieder der Nulle gleich setzend, von denen das Linsensystem frei zu machen in seinem Wunsche liegt. Nehmen wir an, sie ist beendet und ihre Resultate liegen als reine Zahlenwerthe vor. Das darnach ausgeführte Instrument wird ein von so vielen optischen Gebrechen, wenn man die Abweichungen so nennen darf, freies sein, als Coëfficienten der Abweichungsglieder der Nulle gleich gesetzt worden sind. Nachdem man aber deren eine unendliche Menge nicht haben kann, weil dies einen Aufwand von unendlich vielen optischen Mitteln, wie Linsenkrümmungen nach sich ziehen würde, so bleiben jedesmal gewisse, freilich einer höheren Ordnung angehörige Abweichungsglieder übrig, deren jedes eine Unvollkommenheit darstellt, an der die optische Combination noch leidet.

Dieser übrig bleibenden Glieder sind zwar unendlich viele, aber nicht allen kommt einerlei Einfluss zu auf die Beschaffenheit des Bildes. Da nämlich die Reihen, deren Bestandtheile eben diese verschiedenen Glieder der Abweichung sind, convergiren; so ist es immer die auf die aufgehobenen nächste Gruppe, die den wesentlichsten Einfluss nimmt auf die mangelhafte Beschaffenheit des Bildes, die somit den Massstab gibt für den Grad der Vollkommenheit des so gebauten optischen Instrumentes und von der die zulässige Öffnung, Vergrösserungszahl u. s. w. wesentlich abhängig sind.

Wenn man nun frägt, ob das mit so gewonnenen Dimensionen und mit diesem Aufwande von optischen Mitteln erzeugte Instrument das vollkommenste mögliche derjenigen sei, die sich mit diesem Aufwande ausführen lassen; so ist dies eine Frage, welche mit Nein beantwortet werden muss. Man bekommt nämlich jedesmal ein besseres Bild, wenn man die in der Rechnung der Nulle gleichgesetzten Coëfficienten derjenigen Abweichungsglieder, die man abschaffen

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

will, nicht strenge gleich Null, sondern von der Nulle verschieden, klein, aber theils positiv und theils negativ und so wählt, dass nun alle Glieder der Abweichungen gleiche Ordnungszahlen mit der vorherrschenden Gruppe der nothwendig übrig bleibenden tragen und dass sie sich für gewisse Strahlen aufheben und für die anderen im Werthe gegenseitig ermässigen.

Eine sorgfältige Untersuchung lehrt, dass eine solche Ausgleichung den numerischen Betrag der übrig bleibenden Glieder auf einen ziemlich geringen Bruchtheil desjenigen Werthes herabsetzen könne, den sie ohne einer solchen Ausgleichung behielten. Die Krümmungen der Linsencombination, welche das durch Ausgleichung veredelte Bild gibt, sind weder mehr an der Zahl, noch von denen der anderen aus der ursprünglichen Rechnung hervorgegangenen namhaft unterschieden, weil die der letzteren die Eigenschaft besitzen, eine gewisse Anzahl von Gleichungspolynomen in aller Strenge auf Null zu bringen, während die der ersteren eben denselben Polynomen sehr kleine, wenig von der Nulle verschiedene, theils positive, theils negative Werthe ertheilen. Der Übergang von den Krümmungshalbmessern der ersteren zu jenen der anderen geschieht daher durch sehr kleine an ihrem in den Gleichungen erscheinenden reciproken Werthe angebrachte Correctionen, die keine unmittelbar in die Augen fallende Veränderung am Instrumente selbst mit sich bringen, keinen grösseren Aufwand bei der Erzeugung zur Folge haben und doch das Bild sehr wesentlich veredeln. Was man daher durch eine zweckmässige Ausgleichung der Abweichungen erhält, ist ohne materiellen Mehraufwand gewonnen, und verdient gewiss im vollen Masse den geistigen Mehraufwand, den die Berechnung der Correctionen zu den Krümmungshalbmessern mit sich führt, der sich der optische Ingenieur zu unterziehen hat, wenn man bedenkt, dass z. B. unter gewissen Umständen der Betrag der übrig bleibenden Abweichungen dadurch auf $1/64$ seines Werthes herabgebracht, somit das Instrument durch eine solche Ausgleichung gelegentlich erst praktisch brauchbar gemacht wird.

Ist die Erspriesslichkeit einer derartigen Ausgleichung einmal festgestellt, so ist es auch natürlich, dass man sich um eine Theorie derselben und um eine Methode, sie möglichst bequem und übersichtlich zu bewerkstelligen, umsieht; um aber nicht in den Fall zu kommen, bereits Erfundenes noch einmal zu erfinden, auch untersucht,

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

ob die Wissenschaft nicht bereits eine fertige Ausgleichungstheorie dieser Art besitze.

Das Augenmerk des Forschers fällt hier alsogleich auf die wohlbekannte Methode der kleinsten Quadratsummen und es bietet sich ihm die Frage dar, ob man nicht auch auf dem Felde der Dioptrik von dieser Methode einen nützlichen Gebrauch zu machen vermöge. Man hat dies bereits auch versucht. Namentlich hat Schleiermacher in seinem Werke, analytische Optik betitelt, die Methode der kleinsten Quadratsummen, und zwar nicht erst am Ende der durchgeführten Rechnungen zur Bestimmung sehr kleiner Correctionen, sondern schon von vornherein in Anwendung gebracht, meines Bedünkens mit einem Erfolge, wie ihn Jemand auf dem Gebiete der Mechanik des Himmels erzielen könnte, wenn er seculäre und periodische Störungen, anstatt sie zu bestimmen und zu studiren, durch die Methode der kleinsten Quadratsummen gegenseitig ausgleichen wollte.

Auch ich habe, und zwar bei der Berechnung eines Kometensuchers einen derartigen Versuch gemacht, der aber misslungen ist, weil es sich nachträglich ergab, dass trotz der hochgefeierten Methode der kleinsten Quadratsummen doch jeder Stern am Rande des Gesichtsfeldes mit einem kleinen Appendix erschien, als falscher Komet, was wohl keine empfehlende Eigenschaft eines Kometensuchers sein dürfte, was aber zur reiflichen Überlegung des Gegenstandes die natürlichste Veranlassung gab und zu einer neuen Ausgleichungstheorie führte, wesentlich verschieden von jener der kleinsten Quadratsummen und auf dem Gebiete der Optik mit mathematisch nachweisbarer Nothwendigkeit begründet.

Es entstand zuvörderst die Frage: Hat denn die Methode der kleinsten Quadratsummen irgend ein nachweisbares Recht, auf dem Felde der Optik zu erscheinen, d. h. lässt sie sich hier eben so streng wissenschaftlich, vermöge derselben Beweisführung begründen, wie auf dem Gebiete der messenden Beobachtungen? Diese Frage erledigt sich durch folgende Betrachtungen. Die Methode der kleinsten Quadratsummen geht von der Voraussetzung aus, dass gleich grosse positive und negative Beobachtungsfehler gleich wahrscheinlich seien, dass sie sich demnach gegenseitig sowohl ganz, wie auch theilweise aufzuheben im Stande seien und so ein ganz fehlerfreies Messungs- oder Rechnungsresultat, wiewohl aus fehlerhaften Beobachtungen gezogen,

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

unter die Möglichkeiten gehöre. Sie verlangt ferner, dass alle einzelnen Beobachtungen angestellt seien von gleich guten Beobachtern und mit gleich guten Instrumenten, oder wenn nicht, dass mindestens das Verhältniss der Geschicklichkeiten der Beobachter und der Genauigkeit der Instrumente ein bekanntes sei. Hauptbedingung ist, dass sich die auszugleichenden Dinge gegenseitig aufzuheben vermögen, daher es auch noch Niemanden eingefallen ist, die Beobachtungsfehler zweier an ganz verschiedenen Orten vorgenommenen Messungen unter einander ausgleichen zu wollen. Nun frägt sich's: Sind denn die Abweichungen der Strahlen Beobachtungsfehler oder mindestens solchen ähnliche Ereignisse, denen eine Wahrscheinlichkeit zukommt? Antwort: Nein. Die Abweichungen, die bei einem optischen Instrumente vorkommen, sind vollkommen bestimmte Grössen, denen allen die Wahrscheinlichkeit Eins zukommt.

Sie sind ferner nicht von einerlei Art, und somit auch nicht von einerlei Gewicht. Die einen beeinträchtigen die Schärfe des Bildes, die anderen nur dessen Naturtreue, während wieder andere hauptsächlich auf die Krümmung Einfluss nehmen. Es gibt sogar manche, welche mehrere dieser Unvollkommenheiten zugleich befördern und alle diese sehr hervortretenden Verschiedenheiten bieten Abweichungen, die zu einerlei Classe gehören, zur Classe nämlich der sogenannten sphärischen. Ihnen ein relatives Gewicht beizulegen, erscheint zumeist als ein ganz willkürliches Verfahren. Die chromatischen Abweichungssorten sind wieder von ganz anderer Art und Natur. Die aus der Beugung des Lichtes hervorgehenden aber wesentlich von den chromatischen und sphärischen unterschieden. Alle diese Sorten können sich gegenseitig im Allgemeinen nie ganz aufheben und auch nur bedingungsweise ermässigen. Die sphärische Abweichung kann nie aufgehoben werden von der chromatischen; die aus der Beugung entsprungene nie aufgehoben, oder auch nur ermässigt werden weder durch die sphärische, noch durch die chromatische. Was soll nun also eine Ausgleichung zwischen so verschiedenen Dingen? Sie lassen ganz und gar keinen Vergleich zu mit Beobachtungsfehlern. Sie besitzen wohl freilich nach der Gattung ein verschiedenes Gewicht: So kann z. B. eine Abweichung, welche nur die perspectivische Richtigkeit des Bildes beeinträchtigt, und dadurch ersichtlich wird, dass gerade Linien des Objectes in der Abbildung krumm gezogen erscheinen, ohne Schaden wohl in den meisten Fällen fünfzig Mal

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

grösser gelassen werden, als eine Abweichung, die der Schärfe des Bildes Eintrag thut; allein es lässt sich das relative Gewicht solcher verschiedener Abweichungssorten entweder gar nicht ohne Willkürlichkeit bestimmen, oder, wo dies angeht, ist eine solche Bestimmung nutzlos, weil die betreffenden Abweichungssorten sich nie aufheben, sondern stets aggregiren und gegenseitig überdecken. Die Dioptrik ist daher ein der Methode der kleinsten Quadratsummen vollständig fremdes Gebiet und es lässt sich a priori wenigstens kraft derjenigen Gründe, die ihr auf dem Felde der messenden Beobachtung Eingang verschafft haben, über ihre Anwendbarkeit oder Nichtanwendbarkeit durchaus gar nichts entscheiden, und soll sie sich auch hier als tauglich erweisen, so müsste dies der Fall sein aus anderen Gründen, die man erst aufzufinden hätte.

Was soll nun aber über die Tauglichkeit einer Ausgleichungsmethode entscheiden? Offenbar nur der Erfolg. Der Erfolg ist es z. B. der gezeigt hat, dass beim Kometensucher wenigstens jede Ausgleichungsmethode vor der der kleinsten Quadratsumme den Vorzug hat, die das Bild eines leuchtenden Punktes rund lässt, wenn auch dabei die Summe der Quadrate der übrig bleibenden Abweichungen merklich grösser ausfallen sollte. Ich musste daher, um rationell zu Werke zu gehen, untersuchen, wie sieht das Bild aus ohne alle Ausgleichung? Auf welche Art und in welcher Grösse stellen sich seine Unvollkommenheiten dar? Wie sieht es dagegen aus, nach gehörig veranstalteter Ausgleichung von irgend einer Art, z. B. der durch die Methode der kleinsten Quadratsummen. Was ist daher der Gewinn bei derselben und, um die Untersuchung vollständig zu machen, gibt es nicht noch andere Ausgleichungsmethoden, die entweder dasselbe, oder sogar Vorzüglicheres leisten, entweder allgemein oder auch nur in speciellen Fällen? Kann man denn nicht, da sich für die kleinsten Quadratsummen kein exclusives Recht hier nachweisen lässt, etwa die Summe der vierten, sechsten Potenzen mit Vortheil zu einem Minimum machen oder wohl gar die der $2m^{\text{ten}}$ Potenzen, unter m eine ins Unendliche wachsende Zahl verstanden? Hierbei war es gerathen, das historische Recht der Methode der kleinsten Quadratsummen zu achten und sie als diejenige hinzustellen, mit der alle anderen verglichen werden.

Diese Untersuchungen mit der nöthigen mathematischen Strenge durchzuführen, war nicht ganz leicht; schwieriger wenigstens, als

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

auf dem Gebiete der messenden Beobachtungen, wo die Existenz der gesuchten kleinen Correctionen auf dem bekannten von Gauss betretenen Wege erwiesen werden kann. In der Dioptrik nämlich lässt sich zeigen, dass solche kleine Correctionen nicht immer vorhanden sind und namentlich dann unmöglich werden, wenn man den Zweck derselben mit oder ohne dass man sich dessen bewusst ist, so stellt, dass er irgend einem der optischen Grundgesetze widerstreitet, z. B. wenn man mittelst kleiner Correctionen die Krümmung des Bildes aufheben will bei einer Linsencombination, in welcher entweder die Sammel- oder die Zerstreuungslinsen ein entschiedenes Übergewicht haben. Da es aber sehr leicht ist, bei der analytischen Formulirung der gestellten Anforderungen etwas zu verlangen, was einer grossen Wahrheit widerstreitet, ohne dass man dies auch nur gewahr wird; so geht mit Klarheit die folgende Grundregel hervor, nach welcher man sich bei der Wahl der ins Werk gesetzten Ausgleichung zu richten hat, nämlich jede starre, wenn auch in einzelnen Fällen noch so erspriessliche Regel, die alle, wesentlich von einander verschiedenen Abweichungssorten rücksichtslos zusammenwirft, weder die allgemeinen optischen Gesetze, noch die specielle Beschaffenheit der vorliegenden Linsencombination achtend, erst am Ende einer längeren Rechnung weiss, was sie gethan hat, ist hier ganz gewiss von Übel, schon desshalb, weil der Werth der Methode von dem Erfolge abhängig ist, den man seiner Art nach beabsichtigen muss und schon bei der ursprünglichen Anlage des Instrumentes beabsichtigt hat. Um sich an den optischen Grundgesetzen nicht zu versündigen, muss man klar sehen und zwar immerfort, in allen Stadien der Rechnung. Man muss auch hier dem Grundsatze treu bleiben, der die Aufstellung der Optik als Wissenschaft ermöglicht hat, Ungleichartiges sowohl der Sorte, als auch der Grössenordnung nach immer gesondert zu erhalten.

Noch klarer jedoch tritt diese Wahrheit hervor, wenn man bedenkt, dass eine jede auf die obangedeutete Weise berechnete Linsencombination bereits ein Individuum vorstelle, wenn auch nicht mit vollständig entwickelten Eigenschaften, denn man kennt einstweilen die zulässige Öffnung und Vergrösserungszahl nicht, so doch wenigstens mit vollständig ausgesprochenen Anlagen oder Neigungen. Die Hauptgruppe der übrig bleibenden Abweichungen ist es nämlich, durch welche diese Anlagen bestimmt werden. Ein jedes Glied dieser

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Gruppe hat hiebei seine eigene Bedeutung. Sie verlangen z. B. gebieterisch, dass das Linsensystem Diaphragmen bekomme und zwar an bestimmten Stellen, die bald Blendepunkte bezeichnen, bald nicht. Sie geben bald eine Neigung kund zu einem grossen Gesichtsfelde mit mässiger Lichtstärke, bald zu grosser Lichtstärke mit mässigem Gesichtsfelde, und tritt man diesen, so zu sagen, natürlichen Anlagen, gleichviel ob mit, oder ohne Bewusstsein, vermöge einer starren, blindlings angewendeten Regel entgegen, so misslingt, wenn man so reden darf, mit der letzten Ausgleichung die Erziehung des gut gearteten optischen Gebildes und es vermindert sich der Inbegriff seiner guten Eigenschaften, anstatt eine Steigerung zu erfahren.

Dies Alles führt uns aber noch zu der ferneren Folgerung, dass man vor allem anderen und bevor man irgend wie auszugleichen anfängt, erst früher noch die übrig bleibenden Glieder der Abweichung kennen muss. Es ist hier nicht der analytische Ausdruck derselben gemeint, denn dies versteht sich von selbst; man muss vielmehr die geometrische Construction dieses Ausdruckes in der Art vor Augen liegen haben, dass man die Gesammtabweichung für einen jeden beliebigen Strahl angeben kann, was an und für sich schon eine ziemlich schwierige Aufgabe ist, zu deren Lösung man aber selbst dann noch zu schreiten genöthigt wäre, wenn man das Linsensystem durch gar keine Ausgleichung zu veredeln beabsichtigte, eben weil die übrig bleibenden Abweichungsglieder in jedem Falle es sind, die die Leistungsfähigkeit des Instrumentes bei bestimmter Öffnung oder bei gegebener Leistungsfähigkeit und Öffnung die sonstigen Dimensionen bestimmen.

Hiernach hätte also der optische Künstler, nachdem er sich durch Rechnung die Krümmungen seiner Linsen oder Spiegel nach den hiefür geltenden Formeln verschafft hat, noch dreierlei zu thun, nämlich erstens die Hauptgruppe der noch übrig bleibenden Abweichungsglieder, oder richtiger, das Ergänzungsglied der Reihe in ein klares geometrisches Bild zu bringen, um daraus die natürlichen Anlagen der neuen Linsencombination zu erschliessen; zweitens: die sehr kleinen Werthe der Abweichungs-Coëfficienten anzugeben, die an die Stelle der Nullwerthe der ersten Rechnung zu treten haben, damit das Bild ein möglichst abweichungsfreies werde und drittens die Correctionen zu den Krümmungshalbmessern zu bestimmen, die den Abweichungs-Coëfficienten jene kleinen von Null verschiedenen Werthe ertheilen.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Durch diese etwas umständliche Auseinandersetzung glaube ich nun das Wesen einer optischen Ausgleichungstheorie und die Forderungen, die man an sie zu stellen hat, genügend klar gemacht zu haben. Die Methode, der ich mich durchschnittlich bediene, ist, wie schon gesagt, nicht jene der kleinsten Quadratsummen, sondern eine andere, die ich die Methode der numerisch gleichen Maxima und Minima nenne, und die ihrem Wesen nach mit derjenigen zusammenfällt, welche verlangt, dass die Summe der $2m^{\text{ten}}$ Potenzen der übrig bleibenden Abweichungen ein Kleinstes sei, unter m eine ins Unendliche wachsende Zahl verstanden. Dass für den speciellen Fall des Kometensuchers diese Methode den Vorzug verdiene, weil sie ihrer Natur nach das Bild eines leuchtenden Punktes rund lässt, wenn überhaupt ein rundes Bild möglich ist, dies braucht einem Mathematiker nicht klar gemacht zu werden. Ob aber für andere optische Instrumente, Fernröhre, die nicht bestimmt sind, am Himmel gebraucht zu werden, Camera obscura Objective u. s. w. die Methode der kleinsten Quadratsummen nicht dennoch Anwendbarkeit habe und sogar Vorzug vor der meinigen verdiene, dies müsste untersucht und klar dargethan werden, und zwar durch den Erfolg der Methode in dem einfachsten und ungünstigsten aller Fälle, demjenigen nämlich, wo jede denkbare Ausgleichung das Bild eines leuchtenden Punktes rund lassen muss, nämlich in der Axe des Instrumentes.

Auf den ersten Anblick dürfte es scheinen, als ob sich auf theoretischem Wege der Vorzug einer solchen Ausgleichungsmethode vor einer andern gar nicht einmal feststellen liesse, als ob Alles ankäme auf das Urtheil des Auges, von dem man nicht weiss, nach welchen Gesetzen es richtet und namentlich nicht weiss, ob es die Maxima der übrig bleibenden Abweichungen sind, oder die Summen der Quadrate sämmtlicher Abweichungen, nach denen es sein Urtheil feststellt. Dem gemäss sollte man denken, dass es nöthig wäre, um diesen Punkt zu erledigen, eine und dieselbe Linsencombination auszugleichen, auf zwei verschiedene Arten: einmal nämlich durch die alt ehrwürdige Methode der kleinsten Quadratsummen und dann auch durch die neu erdachte der numerisch gleichen Maxima und Minima. Glücklicherweise ist dies im gegenwärtigen Falle nicht nöthig und es wird Niemanden zwischen diesen beiden Methoden die Wahl wehe thun, wenn ich dargethan haben werde, wie das unmässig vergrössert gedachte Bild eines leuchtenden Punktes aussieht in den

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

drei Fällen: nämlich 1. ohne alle Ausgleichung, 2. bei der Methode der kleinsten Quadratsummen und 3. bei jener der gleichen Maxima.

Ich nehme beispielsweise an, das Bild der in Rede stehenden Linsencombination sei der 7. Ordnung angehörig; so wird ein leuchtender Punkt in allen drei Fällen, selbst wenn er im homogenen Lichte strahlt und wenn man auf die Beugungserscheinung gar keine Rücksicht nimmt, nicht erscheinen als lichter Punkt, sondern als ein runder Fleck mit einem gewissen Durchmesser.

Ohne alle Ausgleichung fällt in diesem kreisförmigen lichten Flecke, dessen Durchmesser ich beispielsweise mit der Einheit bezeichnen will, die grösste Lichtstärke in die Mitte und nimmt von da an rasch gegen den Rand zu ab. Bei starker Vergrösserung würde man also einen Nebelstern wahrzunehmen glauben.

Setzt man jetzt die Methode der kleinsten Quadratsummen in Anwendung und corrigirt darnach die Krümmungshalbmesser der Linsen, so zieht sich der Durchmesser des lichten Fleckes, der das Bild des leuchtenden Punktes darstellt, sehr namhaft, von der Einheit nämlich auf $1/35$ zusammen. Ein Maximum der Lichtstärke findet Statt in der Mitte, dann folgen drei concentrische lichte Ringe und über dem letzten derselben eine schmale Nebeleinfassung, so dass also das Bild kein scharf begrenztes ist.

Gleicht man endlich mittelst der Methode der gleichen Maxima aus, so bekömmt man wieder als Bild einen kreisförmigen Fleck, in dessen Mittelpunkt ein Maximum der Lichtstärke fällt, dann eine Abnahme bis zu einem gewissen Punkte und über diesen Punkt hinaus eine Steigerung gegen den Rand zu, die sich am äussersten Rande selbst wieder zu einem Maximum gestaltet. Das Bild ist also ein scharf begrenztes, sein Durchmesser aber ist gleich $1/64$.

Es ergeben sich also Durchmesser der Abweichungskreise in den drei verschiedenen Fällen von gar keiner Ausgleichung, der der Methode der kleinsten Quadratsummen und der der neuen Methode der gleichen Maxima als im Verhältnisse der Zahlen: 1, $1/35$, $1/64$ zu einander stehend, und nur das letzte, zugleich kleinste Bild ist ein scharf begrenztes.

Ich glaube nicht, dass sich nach diesen Auseinandersetzungen Jemand finden wird, der auf diese theoretischen Andeutungen noch praktische Proben verlangt und der nicht unbedingt der letzten dieser Methoden den Vorzug gibt.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Es ist nun freilich wahr, dass die durch Ausgleichung erzielte Veredlung des Bildes nicht in aller Strenge das Verhältniss der eben genannten Zahlen einhält und dies zwar aus mehreren Ursachen, denn es kommt einerseits nicht blos an auf die Grösse des Abweichungskreises, sondern auch auf die Vertheilung des Lichtes in demselben; andererseits aber legen sich über die sphärische Abweichung noch die chromatische und die aus der Beugung des Lichtes entspringende; überdecken sie nicht nur, sondern ragen auch darüber noch hinaus. Dies macht, dass das Bild durch die Methode der kleinsten Quadratsummen nicht 35 Mal so gut wird, d. h. 35 Mal so starke Vergrösserung verträgt, sondern im allergünstigsten Falle höchstens 21 Mal so gut, wie sich nachweisen lässt. Allein auch dies ist schon ein ungeheuerer Vortheil, der die Wichtigkeit einer solchen Ausgleichung beweist und um so mehr in die Augen fällt, wenn man sich erinnert, dass solch' eine namhafte Veredlung erzielt werde ohne einen materiellen Mehraufwand und ohne die Gestalt des Instrumentes auf eine dem Auge sichtbare Weise zu verändern.

Eine Ausgleichung ist also wesentlich und jede rationelle solche besser, als gar keine. Man bekömmt immer ein weit vollkommeneres Instrument, ob man jetzt die Summe der Quadrate, der vierten, der sechsten, oder endlich den $2m^{ten}$ Potenzen zu einem Minimum macht. Die Methode jedoch der gleichen Maxima ist die allen anderen an Güte des erzielten Erzeugnisses überlegene und steht in dieser Beziehung zu jener der kleinsten Quadratsummen, wie 64 zu 35. Dies würde beiläufig heissen: das Bild einer nach der ersteren ausgeglichenen Linsencombination verträgt beiläufig zweimal so starke Vergrösserung, als nach der letzteren. Hielte man aber eine solche Vergrösserung für unnütz, und dem Zweke, zu dem das Bild bestimmt ist, nicht gemäss; so kann man bei gleichem Abweichungsdurchmesser die Öffnung entsprechend vergrössern und wird dadurch zwei verschiedene Vortheile erzielen, nämlich grössere Lichtstärke und zweitens ein vermindertes Beugungsspectrum.

Ich kann nicht umhin, hier auf die Wichtigkeit des Elementes: „grosse Öffnung" aufmerksam zu machen, wiewohl es mir schwer gelingen würde, durch eine populäre Auseinandersetzung den vollen Werth desselben darzuthun. Die alte Optik, als Kunst, welche die Wissenschaft, die sie nicht besass, entbehren wollte, hat bei Fernröhren dem Grundsatze gehuldigt: Mach' das Rohr so lang, wie

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

möglich. Die Wissenschaft hingegen treibt uns durch ihre Angaben unter der Anforderung des Maximums der möglichen Leistungen gebieterisch zu dem entgegengesetzten Grundsatze: Mach' die Öffnung jedenfalls so gross, wie möglich, was die Mikroskopisten nicht zu erwägen scheinen, die nur sehr kurze und handsame Mikroskope wünschen. Selbst dem grössten Optiker der Welt, dem allmächtigen Schöpfer des Himmels und der Erde nämlich ist es nicht möglich gewesen, ganz kleinen Thieren, wie Insecten, brauchbare Augen gewöhnlicher Art, wie bei grösseren Thieren in den Kopf zu fügen, wegen der geringen, mit der Wellenlänge der Lichtschwingungen comparablen Öffnungen, und er war genöthigt, wenn man so reden darf, ihre Constructionsweise gänzlich zu verändern; und was diesem grossen Optiker nicht möglich ist, werden wir armselige Menschenkinder um so weniger zu Stande bringen, wir sind also durch die Wissenschaft auf grosse Öffnungen angewiesen, wenn wir mehr in der Kunst leisten wollen, als bisher, und müssen daher geizen mit jedem, wenn auch noch so geringem Gewinn der sich in diesem Artikel machen lässt.

Es haben sich einige Astronomen, die über sehr grosse Fernröhre verfügten, bemüht, die Gesichtswinkel anzugeben, unter welchen gewisse grössere Fixsterne, wie z. B. der Sirius erscheinen. Ich halte solche Messungen bei der völligen Unkenntniss des Instrumentes und der demselben noch anhängenden chromatischen und sphärischen Abweichungen für illusorisch, und bin der Meinung, dass sie nichts gemessen haben, als den Durchmesser der gesammten dreifachen Abweichung: der sphärischen, chromatischen und von der Beugung herrührenden. Ich glaube aber auch anderseits, dass solche Messungen, angestellt mit sehr grossen Fernröhren, besonders Spiegelteleskopen nicht unmöglich seien, jedoch unter folgenden Bedingungen: Erstens man müsste die Ausgleichung gemacht haben, speciell mit der Methode der kleinsten Maxima, um ein, wenn gleich ausgedehntes, so doch scharfes Bild eines leuchtenden Punktes zu erzielen. Ohne dieser scharfen Begrenzung lässt sich nämlich eine scharfe Messung gar nicht denken. Zweitens man müsste den Durchmesser des Kreises der übrig bleibenden sphärischen Abweichung sehr genau kennen, und müsste drittens mit sehr vollkommenen Ocularen und unter übrigens günstigen Umständen arbeiten.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Diese Betrachtungen sind abermals geeignet, den Werth einer rationellen Ausgleichungslehre darzuthun, indem sie zeigen, wie nur durch eine solche die Wissenschaft den höchsten Grad erreichbarer Sicherheit und Feinheit in ihren praktischen Leistungen zu erreichen im Stande ist. Freilich nöthigen sie auch die optische Praxis zur Erfindung und zum Gebrauche von Instrumenten von einer bisher noch nicht gekannten Delicatesse und die dazu bestimmt sind, von der vollständig richtigen Ausführung, wie sie die Theorie erheischt, Zeugniss zu geben und allfällige Abweichungen von diesem Zustande der Vollkommenheit namhaft zu machen. Diese Instrumente werden dem Künstler und dem Kenner zugleich wichtige Dienste leisten, denn es ist gewiss eine sehr unerspriessliche Kennerschaft, wenn man nur sagen kann: das ist schlecht und das ist gut. Ein echter Kenner soll mehr wissen, er soll auch wissen. wie schlecht und wie gut und durch welche Mittel sich das Schlechte verbessern lässt.

Diese und ähnliche Betrachtungen haben mich bewogen, ein sehr sorgfältiges Augenmerk der Ausgleichungslehre zuzuwenden und ich habe keine Mühe gescheut, um sie zu einem übersichtlichen, schön gerundeten Ganzen zu gestalten. Ich habe hiebei nur die Methode der numerisch gleichen Maxima und Minima in Anwendung gebracht, nicht blos darum, weil sie die allerkleinsten Abweichungen übrig lässt, sondern hauptsächlich aus einer anderen Ursache, die nicht genug hervorgehoben werden kann. Sie ist nämlich, wenn gleich in theoretischer Beziehung und mit Rückblick auf die Rechnungen, zu denen man bei Begründung der Theorie genöthigt wird, die schwierigste, doch in Bezug auf ihre praktische Anwendung die einfachste und klarste von allen. Es ist mir gelungen, ein Verfahren zu erdenken, bei dem man abwechselnd zeichnet und rechnet und sich dadurch ein Gesammtbild verschafft aller möglichen Abweichungen der in das optische Instrument irgend wie einfallenden Strahlen, sowohl vor, als nach der geschehenen Ausgleichung.

Es ist unerlässlich, sich dieses geometrische Bild zu verschaffen, denn Jemanden den analytischen Ausdruck desselben vorlegen, bestehend aus einem halben Hundert von Gliedern sämmtlich von 9 Dimensionen und ihn dann auffordern, er möchte sich die übrig bleibende Abweichung desjenigen Strahles, der ihn besonders interessirt, durch wirkliche Substitution numerischer Werthe herausfinden, dies wäre nur eine reine Neckerei; denn nicht einen einzigen Strahl will man

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

sehen, sondern alle auf einmal, wenigstens alle diejenigen, die von einem einzigen Punkte herkommen und einen Strahlencylinder oder Strahlenkegel bildend, endlich zur Abbildung dieses einen Punktes benützt werden.

Ich will es versuchen, hier eine Beschreibung zu geben der von mir erdachten Methode, die Abweichungen aller in ein optisches Instrument einfallenden Strahlen in übersichtlicher Weise graphisch darzustellen.

Man denke sich zu diesem Zwecke, um etwas Bestimmtes vor Augen zu haben, ein Fernrohr, oder eine Camera obscura, mit einem Worte ein optisches Instrument, welches zur Abbildung eines sehr entfernten Gegenstandes dient. Ein gewisser Punkt des Gegenstandes, gleichviel ob inner- oder ausserhalb der Axe des Instrumentes gelegen, sendet auf das ganze Objectiv oder auf dessen wirksamen Theil, wenn etwa nicht das Ganze wirksam sein sollte, einen sehr spitzen Strahlenkegel, den man für einen Cylinder zu nehmen gewohnt ist. Die Abweichungen nun der zu diesem Strahlencylinder gehörigen Strahlen macht man nun auf folgende Weise in einem geometrischen Gesammtbilde ersichtlich: Man verzeichnet sich den wirksamen Theil des Objectives als kreisrunden, oder wenigstens nahe zu kreisrunden ebenen Fleck. Im Einfallspunkte eines jeden zu dieser Einfallsrichtung gehörigen Strahles denkt man sich die demselben entsprechende Abweichung als Ordinate errichtet und die Endpunkte aller so erhaltenen Ordinaten durch eine continuirliche krumme Fläche verbunden, so ergibt sich eine gewisse Abwechslung von Berg und Thal. Bei dem wohlausgeglichenen Instrumente ein System von Ringgebirgen, welches durch das in der praktischen Geometrie wohlbekannte Schichtenlegen und Schraffiren seine plastische Gestalt gewinnt und durch die weiss gelassenen Höhenzüge und Kuppen die Maxima und Minima der Abweichungen in der übersichtlichsten Weise vor das Auge bringt. Diese geometrische Construction führt man zuvörderst für die homogenen Strahlen von mittlerer Brechbarkeit durch und hiemit auch natürlicherweise für alle diejenigen, die sich kraft des erzielten Achromatismus mit ihnen nahe genug vereinigen. Die etwa vorhandene chromatische Abweichung der übrigen, etwa der äussersten violetten oder rothen fällt nur dann bildstörend ins Auge, wenn sie über die bereits verzeichnete sphärische der übrigen hinausragt und dargestellt ist durch eine höhere Ordinate. Ich bezeichne sie dann

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

wie eine Gletscherüberdeckung der Gebirgshöhen durch die Farbe des so abweichenden Lichtes, z. B. violet und roth, wenn die chromatische Abweichung dem primären, grün, oder weingelb, wenn sie dem secundären Spectrum angehörig ist.

Diese so durchgeführte geometrische Construction führe ich nun durch zuvörderst für den zur Axe parallelen Strahlencylinder, dann aber auch noch für eine entsprechende Anzahl anderer, die auf die Axe unter bestimmten Winkeln geneigt sind, und vereinige alle so erhaltenen Bilder, die ich als Querschnitte ansehe, in ein einziges Solidum, von welchem dann noch ein oder zwei Längenschnitte gegeben werden, mittelst deren man die Anzahl der Querschnitte nach Belieben vervielfältigen kann.

Bei Mikroskopen und damit verwandten Instrumenten, die zur Abbildung naher Gegenstände dienen, verfahre ich ebenso, nur mit dem Unterschiede, dass anstatt der Strahlencylinder die von den Punkten des Objectes ausgehenden Strahlenkegel gewonnen werden.

Auf diese Weise nun gewinnt der Plan eines optischen Instrumentes wohl ein etwas fremdartiges Aussehen, beinahe, wie eine Mondkarte, aber der Zweck, übersichtliche Darstellung nämlich, der demselben verbleibenden Abweichungen aller Art ist in einer Weise erreicht, die schwerlich je durch irgend andere Mittel an Zweckmässigkeit überboten werden kann. Die Ausfertigung dieser Zeichnungen ist nun zwar mit ziemlich ausgedehnten Rechnungen, namentlich Auflösung höherer Zahlengleichungen verknüpft, welche dazu die Dimensionen liefern. Alles geht aber so übersichtlich von Statten, dass es dem optischen Ingenieur, der fortwährend klar sieht, nirgends möglich wird, eine ungereimte Forderung zu stellen, die ihn in einen Widerspruch mit den grossen optischen Grundregeln verwickeln könnte.

Da das Ausgleichungsgeschäft, von welchem ich so eben einen oberflächlichen Abriss gegeben habe, den Entwurf und die Berechnung einer jeden Linsencombination vervollständigt und abschliesst, so kann die Theorie der optischen Instrumente im Detail der verschiedenen Fernröhre, Dunkelkammern, Mikroskope u. s. w. mit den angehängten Tabellen der Krümmungshalbmesser, Entfernungen, Correctionen nur nach der Ausgleichungstheorie vorgenommen werden. Der Plan meines optischen Werkes, dessen Druck die kaiserliche Akademie übernommen hat, und welches ich unmittelbar nach der Beendigung des zweiten Bandes meines Werkes über die Integration

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

der Differentialgleichungen zu veröffentlichen wünsche, ist daher der folgende:

Erster Abschnitt: Verfolgung eines Strahles durch ein System von brechenden oder reflectirenden Flächen, beliebig viel an der Zahl, in erster Annäherung, damit zusammenhängende Eigenschaften und Definition der Hauptsorten von optischen Instrumenten, Theorie des Achromatismus, der Oculare, der Diaphragmirung und des falschen Lichtes. Alles in Bezug auf die erste Approximation.

Zweiter Abschnitt: Beleuchtungslehre und zwar technische in so weit sie mir zu Gebote stand, und mathematische. Das Leuchten in die Ferne und in die Nähe. Diese zwei Abschnitte werden einen ersten Band geben.

Dritter Abschnitt, der zugleich einen zweiten Band bildet: das Störungsproblem, aber noch ganz ohne Rücksicht auf die specielle Beschaffenheit des optischen Instrumentes, z. B. ob Fernrohr oder Mikroskop und ganz allgemein gehalten für ein beliebiges System von Linsen und Spiegeln, jedoch mit besonderer Rücksicht auf sphärische Krümmung.

Vierter Abschnitt: Ausgleichungslehre, strenge Begründung der neuen Methode der numerisch gleichen Maxima und Minima im Gebiete der Optik und praktische Verwendung derselben. Endlich:

Fünfter Abschnitt: Specielle Theorie der optischen Instrumente mit Bildern verschiedener Ordnungen und Tabellen.

Diese zwei letzten Abschnitte bilden den dritten Band.

Ich schliesse meinen heutigen Vortrag mit einigen Worten der Entschuldigung wegen der totalen Expropriation der Methode der kleinsten Quadratsummen und deren gänzlichen Verweisung aus dem Gebiete der Optik. Es geschah dies von meiner Seite mit vielem Widerstreben und ich konnte mich erst dann dazu entschliessen, als mir die gründlichste mathematische Nothwendigkeit der anderen vor Augen lag, die ich an ihre Stelle setzte, der Methode nämlich der gleichen Maxima. Es bleibt hinwieder diese letztere von dem Gebiete der messenden Beobachtung ausgeschlossen und derjenige, der vielleicht in der Folge aus einer missverstandenen Pietät zur Ausgleichung von Beobachtungsfehlern davon Gebrauch machen wollte, würde den fehlerhaften Beobachtungen das entschiedene Übergewicht über die guten geben und anstatt zu möglichst guten vielmehr zu ziemlich unrichtigen Resultaten gelangen.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Dies scheint die so oft vergessene Lehre zu predigen, dass man in der Wissenschaft alles nicht klar und unwidersprechlich Erwiesene anzuzweifeln nicht blos das Recht, sondern auch die Verpflichtung habe.

Paläontologische Notizen.

Von dem c. M. **Franz Ritter v. Hauer.**

Nr. 1—4.

(Mit 2 lith. Tafeln.)

(Vorgelegt in der Sitzung vom 12. Februar 1857.)

Nr. 1. Cephalopoden aus der unteren Trias vom Val Inferna bei Zoldo im Venetianischen.

Schon vor längerer Zeit erhielt ich, durch die Vermittlung des verewigten k. k. Hofrathes Clemens Freiherrn von Hügel, von Herrn Prof. Dr. Francesco Carrara in Spalato zwei Exemplare einer höchst eigenthümlichen ganz neuen Ammonitenart in einem roth gefärbten Kalksteine, angeblich aus Dalmatien, doch ohne nähere Bezeichnung des Fundortes. Der petrographische Charakter des Gesteines schien auf die so weit verbreiteten rothen Ammonitenkalke der Süd-Alpen überhaupt, die theils dem Lias, theils dem Jura angehören, hinzuweisen, doch blieb es ganz zweifelhaft, welcher dieser beiden Formationen man dasselbe zuzählen sollte, und so hielt ich die Publication der neuen Art zurück, in der Erwartung, weitere Aufklärungen über die Fundstelle und namentlich auch zahlreichere Fossilien von derselben zu erhalten.

Diese Erwartung blieb zwar bis jetzt unerfüllt, dagegen erkannte ich dieselbe Species in zahlreichen Exemplaren in einer Suite von Fossilien, die mir Herr Bergrath Fr. Foetterle zur Untersuchung übergab; sie waren im verflossenen Sommer bei Cibiani im Val Inferna, unweit Zoldo, von Herrn Paul Hartnig aufgesammelt worden. Das Gestein ist auch hier ein dunkelrother, unreiner mergeliger, theilweise auch schiefriger Kalkstein; derselbe gehört nach den Beobachtungen von Foetterle dem ausgedehnten Zuge von Werfener Schiefern an, der die venetianischen Kalkalpen vom Val di Socchieve im NO. bis Primiero in Tirol in einer diagonalen Richtung durchschneidet und

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1857

Band/Volume: 24

Autor(en)/Author(s): Petzval Joseph Maximilian

Artikel/Article: Fortsetzung des Berichtes über optische Untersuchungen. (Dritte Fortsetzung). 129-145