ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Vortrag.

Untersuchungen über den Zusammenhang in den Änderungen der Dichten und Brechungsexponenten in Gemengen von Flüssigkeiten und Verbindungen von Gasen.

Von **Alois Handl** und **Adolf Weiss**,
Eleven des k. k. physicalischen Institutes.

(Vorgelegt von Prof. Dr. Grailich in der Sitzung vom 26. März 1858

(Mit 1 Tafel.)

I.

Seitdem Newton durch die Erklärung, welche er von der Brechung des Lichtes gab (*corpora lumen refringere, agendo in radios ejus in lineis ad superficies suas perpendicularibus*) [1]), die Annahme in die Wissenschaft eingeführt hatte, dass eine wechselseitige Anziehung oder Abstossung zwischen den Körper- und den Lichttheilchen bestehe, bemühte man sich vielfach, einen Zusammenhang zwischen den Dichtigkeiten und den brechenden Kräften der Körper aufzufinden, weil sich dieser Ansicht zufolge eine sehr einfache Relation zwischen den letztgenannten Eigenschaften erwarten liess, und weil es seit alten Zeiten bekannt war, dass ein und dasselbe Mittel im verdichteten Zustande eine stärkere Lichtbrechung besitzt als im verdünnten.

Der Ausdruck Brechungsvermögen, brechende Kraft, wurde und wird häufig nur schlechthin in ganz unbestimmtem Sinne gebraucht; der feste, der Emanationstheorie angehörige Begriff desselben ist gegeben durch

$$\frac{n^2 - 1}{d}$$

[1]) Optice, lib. I. p. I. ax. IV.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

wo n das Brechungsverhältniss nach der Formel des Snellius (also nach der Undulationstheorie das Verhältniss der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in zwei an einander grenzenden Medien), d die Dichte des Körpers darstellt.

Es ist nämlich[1])

$$\sin \theta' = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 + \frac{4 d K}{v^2}}}$$

wo θ den Einfalls-, θ' den Brechungswinkel, und v die Geschwindigkeit eines Lichtstrahles in der Luft repräsentiren. Die Grösse $4 d K$ ist die Zunahme des Quadrates der Geschwindigkeit des Lichtes, nachdem es die ganze Einwirkung des durchsichtigen Körpers erfahren hat; diese Grösse hat nicht denselben Werth bei verschiedenen Körpern, und steht durchaus nicht in einem constanten Verhältnisse zu ihren Dichtigkeiten.

Laplace bemerkt ferner, dass man hier zwei Fälle unterscheiden kann. Es ist nämlich entweder die Function der Entfernung, welche die Wirkung eines Körpers auf das Licht ausdrückt, für jeden derselben eine verschiedene; oder aber es ist diese Function bei allen Körpern dieselbe, und unterscheidet sich von einem zum andern nur durch das Product der Dichtigkeit in einen constanten Coëfficienten, welcher von der Natur des Körpers abhängig ist. Unter beiden Annahmen wird aber die Gesammtwirkung eines Körpers auf das Licht dieselbe bleiben; und da man in der Rechnung nur das Resultat dieser Gesammtwirkung braucht, so kann man die letztere Voraussetzung als die einfachere gelten lassen. Jener constante Coëfficient kann aber die relative Intensität der Einwirkung der Körper auf das Licht darstellen, und da er proportional ist der Grösse

$$\frac{4 K}{v^2},$$

so dient diese als Ausdruck des Brechungsvermögens oder der brechenden Kraft.

Nennt man

$$n = \frac{\sin \theta}{\sin \theta'},$$

[1]) Laplace. Mécanique céleste. IV. lib. X. pag. 232.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

so gibt obige Formel

$$\frac{n^2-1}{d}=\frac{4K}{r^2}$$

das Verhältniss der brechenden Kräfte verschiedener Substanzen an. Dabei ist:

$$K=\int_0^\infty \Pi_1(s').\,ds';$$

$$\Pi_1(s')=\int_{s'}^\infty \Pi(s).\,ds;$$

wo s' der Abstand eines betrachteten Lichttheilchens von der Oberfläche des Körpers, $\Pi(s)$ die Function der Anziehung zwischen Körper- und Lichttheilchen ausdrückt.

Obige Formel wird als specifisches Brechungsvermögen *(pouvoir réfringent)* von dem absoluten Brechungsvermögen *(puissance refractive)*, als dessen Ausdruck n^2-1 angesehen wird, unterschieden.

Die Bemühungen von Boyle, Hooke, de la Hire, Lowthorp u. A. ein Gesetz der Abhängigkeit zwischen den Brechungsverhältnissen und den Dichtigkeiten verschiedener Körper aufzufinden, blieben erfolglos; dagegen fand Hawksbee[1]) bei den Beobachtungen, welche er im Jahre 1708 im Auftrage der Pariser Akademie über das Brechungsvermögen der Atmosphäre anstellte, dass das (absolute) Brechungsvermögen derselben stets der Dichte proportional bleibe, welche Beobachtung von Biot und Arago, Dulong und Petit bestätiget und auf alle Gase ausgedehnt wurde.

Im Jahre 1805 stellten Biot und Arago[2]), ebenfalls im Auftrage der Pariser Akademie, eine Reihe von Untersuchungen über das Brechungsvermögen verschiedener Gase an, aus welchen sie, auf Grundlage der damals noch sehr unsicheren quantitativen Analysen, den Schluss ziehen konnten, die brechende Kraft eines zusammengesetzten Gases multiplicirt mit seinem Gewichte, sei gleich der Summe der Producte aus den brechenden Kräften in die Gewichtsmengen der Bestandtheile, welche in die Verbindung eingetreten

[1]) Mém. de l'acad. de Paris. 1719. Philosoph. Transact. 1710.
[2]) Mém. de l'Institut. 1806. Gilb. Ann. XXV. XXVI.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

sind. Diese Anschauungsweise bot sich nämlich in der Emissionstheorie als einfach und natürlich von selbst dar.

Dulong [1]) und Petit [2]), welche diese Untersuchung wiederholten, mussten aber bei Berücksichtigung der genaueren quantitativen Bestimmungen dieses Gesetz auf blosse Gasgemenge und auf solche Verbindungen beschränken, bei welchen das Volum der Verbindung gleich ist der Summe der Volumina der Bestandtheile, wo also mit der chemischen Verbindung keine Verdichtung der Substanz eintritt.

Sind N, n_1, n_2 die Brechungsexponenten, D, d_1, d_2 die Dichten, P, p_2, p_2 die Gewichte der Verbindung und jedes einzelnen ihrer Bestandtheile, so ist die Form des obigen Gesetzes ausgedrückt durch:

$$\frac{N^2-1}{D}\,P=\frac{n_1{}^2-1}{d_1}\,p_1+\frac{n_2{}^2-1}{d_2}\,p_2\,,$$

wobei

$$P=p_1+p_2.$$

Für tropfbare Flüssigkeiten scheinen mehrere Physiker dasselbe Gesetz angenommen zu haben; so Cooper [3]), welcher aus den Brechungsexponenten der flüssigen Cyanwasserstoffsäure und des flüssigen Cyans den des flüssigen Wasserstoffes auf 0·041 berechnet.

Über den Einfluss der Verdichtung der Substanz auf die Änderung der Brechungsverhältnisse haben Becquerel und Cahours [4]), Dellfs [5]) und Deville [6]) Beobachtungen an isomeren Körpern angestellt, deren Resultate sich in Folgendem zusammenfassen lassen:

1. Dass isomere Körper gleiche Brechungsexponenten besitzen, wenn sie nicht nur gleiche Dichte, sondern auch gleichen Grad von Zähflüssigkeit (Viscosität) haben.

2. Dass die Änderungen der Dichtigkeit und der Brechungsexponenten im Allgemeinen von gleicher Ordnung sind und in demselben Sinne stattfinden.

---

[1]) Ann. Ch. et Ph. 31. Pogg. VI.

[2]) Ann. Ch. et Ph. 1.

[3]) Phil. Mag. III. XIV. 186.

[4]) Pogg. LI. 427.

[5]) Pogg. LXXXI. 470.

[6]) Pogg. LI. 433.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Deville[1]) beobachtete auch die Änderungen der Brechungsexponenten bei verschiedenen Concentrationsgraden der Mischungen von Wasser mit Alkohol und Holzgeist; und die von ihm gefundenen Zahlen boten die erste Gelegenheit zur Anwendung der von Herrn Professor Grailich aufgestellten Formel dar.

Da ein Zusammenhang zwischen den Dichten und Brechungsexponenten nur durch eine Reihe von Beobachtungen ermittelt werden kann, unternahmen wir es, eine solche auszuführen, und die ersten Resultate der gemachten Untersuchungen legen wir hiemit der Öffentlichkeit vor.

Bereits im verflossenen Jahre hat Professor Grailich mit einem von uns eine Beobachtungsreihe an Lösungen von Salmiak angestellt[2]), aus welcher, und den berechneten Daten aus Deville's Messungen an Mischungen von Alkohol und Holzgeist mit Wasser, sich ein constantes Verhältniss zwischen der Contraction der Flüssigkeit (δ), und der Retardation des Lichtes im Gemenge (θ), herauszustellen schien.

Bezeichnet man nämlich mit v_1 und v_2 die Volumina zweier Flüssigkeiten von den Dichten d_1 und d_2, so ist die Dichte der Mischung:

$$D = \frac{v_1\, d_1 + v_2\, d_2}{v_1 + v_2 + \delta\, v_1\, v_2}$$

also: (1)

$$\delta = \frac{v_1\, d_1 + v_2\, d_2 - D\,(v_1 + v_2)}{D\, v_1\, v_2}$$

als Ausdruck für das Maass der Contraction oder Dilatation der Flüssigkeit bei der Mischung.

Bezeichnen ferner n_1 und n_2 die Brechungsexponenten der beiden Flüssigkeiten, so wie N den des Gemenges, so kann man setzen:

$$N = \frac{v_1\, n_1 + v_2\, n_2 + \theta\, v_1\, v_2\, n_1\, n_2}{v_1 + v_2 + \delta\, v_1\, v_2}.$$

---

[1]) Pogg. LVII. 370.

[2]) Sitzungsber. Bd. XXV. S. 515 f.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

also: (2)

$$\theta = \frac{N(r_1 + r_2 + \delta\, r_1\, r_2) - (r_1\, n_2 + r_2\, n_2)}{r_1\, r_2\, n_1\, n_2},$$

die Verzögerung oder Beschleunigung des Lichtstrahls im Flüssigkeitsgemenge. Wir nennen, wie es schon in der obgenannten Abhandlung geschehen ist, δ den Contractions-, θ den Retardations-Coëfficienten.

Es fand sich dort, dass $\theta = \frac{1}{2}\,\delta$ sei mit einer Annäherung, die vollkommen befriedigen musste, und nur beim Concentrationsgrade 0·1 der Mischung von Holzgeist mit Wasser nicht stimmen wollte, aus einem Grunde, der später vollkommen klar werden wird.

Im Verlaufe des heurigen Herbstes und Winters, haben wir die Untersuchungen über diesen Gegenstand fortgesetzt, und nahmen zuerst wieder Salz = respect. Salmiaklösung vor.

Wir beobachteten die Brechungsexponenten und Dichten von 0·1 zu 0·1 Concentration, allein obgleich wir eine sehr grosse Anzahl von Beobachtungen anstellten, führten sie zu keinen zuverlässigen Resultaten.

Der beträchtliche Einfluss der Temperatur auf die Löslichkeit des Chlorammoniums und die Kleinheit der Grösse, welche durch Rechnung aus den Beobachtungen gezogen werden muss, sind allein schon hinreichend, den Schlüssen, die man darauf gründen will, jenen Grad von Sicherheit zu rauben, der unbedingt bei Erforschungen eines so delicaten Gegenstandes nothwendig ist.

Wir richteten daher zunächst unser Augenmerk auf Säuren, welche durch ihre beträchtlichen Contractionen zu solchen Untersuchungen besonders geeignet sind.

Die Brechungsexponenten beziehen sich auf die Linien im Spectrum des salpetrigsauren Gases, worüber weiter unten das Nothwendige bemerkt werden wird. —

In den folgenden Tafeln sind unsere Beobachtungen, so wie die ihnen entsprechenden Deviationen (d) zusammengestellt, zugleich mit den Beobachtungstemperaturen, dem brechenden Winkel des Prisma's, den Dichten und Brechungsexponenten aller Concentrationsgrade der Schwefelsäure und Salpetersäure. Dazu kommen die aus den Formeln (1) und (2) berechneten Werthe der δ, θ, $\frac{\delta}{\theta}$ für jede einzelne Beobachtungsreihe und zum Schlusse die Durchschnittswerthe aus sämmtlichen Beobachtungen.

A. Schwefelsäure.

I. Concentrirte.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$
20°	1·8515	45° 15′	21° 28′	21° 30′	21° 32·5′	21° 35′	21° 38·5′	21° 41′	1·4293	1·4299	1·4307	1·4316	1·4327	1·4334
20	1·8515	45 15	21 27	21 29·5	21 32	21 34	21 36·5	21 39	1·4291	1·4298	1·4306	1·4312	1·4320	1·4328
20	1·8515	45 15	21 25	21 28	21 32	21 35	21 37	21 39	1·4285	1·4293	1·4306	1·4316	1·4322	1·4328
19	1·8515	49 31·5	24 0·5	24 3	24 5·5	24 9·5	24 12	24 14	1·4289	1·4296	1·4303	1·4314	1·4322	1·4328
19·5	1·8515	49 32	23 59	24 3	24 6	24 9	24 12	24 16	1·4285	1·4297	1·4305	1·4313	1·4321	1·4332
19·5	1·8515	49 32	23 59	24 3·5	24 6·5	24 9·5	24 12	24 14	1·4285	1·4298	1·4306	1·4315	1·4321	1·4326
19·5	1·8515	49 32	23 57	24 2	24 6	24 10	24 13	24 16	1·4279	1·4294	1·4305	1·4316	1·4324	1·4332
19·5	1·8515	49 31	23 59	24 2	24 5	24 9	24 12	24 15	1·4287	1·4295	1·4304	1·4315	1·4323	1·4331
19·5	1·8515	49 31	23 58	24 2	24 5	24 9	24 12	24 15	1·4284	1·4295	1·4304	1·4315	1·4323	1·4331
20	1·8515	49 33	24 2	24 6	24 8	24 12	24 16	24 19	1·4292	1·4303	1·4308	1·4320	1·4331	1·4339
20·5	1·851	49 33	24 3	24 8	24 10	24 13	24 17·5	24 20	1·4295	1·4308	1·4314	1·4322	1·4335	1·4340
20·5	1·851	49 33	24 3	24 8	24 10	24 13	24 17	24 21	1·4295	1·4308	1·4314	1·4322	1·4334	1·4340
19·5	1·8515	45 8	21 22	21 26	21 29	21 31	21 34	21 36	1·4288	1·4300	1·4310	1·4316	1·4325	1·4331
19·5	1·8515	45 8	21 22	21 26	21 28·5	21 32	21 34	21 36	1·4288	1·4300	1·4308	1·4319	1·4325	1·4331
								Mittel aus 14 Beobachtungen:	1·4288	1·4299	1·4307	1·4317	1·4325	1·4331

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum

II. 0·9 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel½	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$
19°	1·8205	49° 31′ 15″	24° 20′	24° 24·5′	24° 27′	24° 31′	24° 34′	24° 36′	1·4344	1·4357	1·4364	1·4375	1·4383	1·4389
19	1·8205	49 31 15	24 20·5	24 24	24 28·5	24 32	24 36	24 38·5	1·4346	1·4356	1·4368	1·4374	1·4389	1·4397
19	1·8205	49 31 15	24 19	24 22·5	24 25	24 30·5	24 33·5	24 36	1·4342	1·4349	1·4358	1·4374	1·4382	1·4389
19	1·8205	49 31 15	24 20	24 23·5	24 28	24 31	24 33·5	24 35·5	1·4344	1·4354	1·4367	1·4375	1·4382	1·4388
20	1·821	49 35	24 25	24 28	24 31	24 35	24 38	24 40·5	1·4350	1·4359	1·4367	1·4378	1·4386	1·4393
20	1·821	49 35	24 25	24 26·5	24 30·5	24 33·5	24 37	24 40	1·4350	1·4354	1·4366	1·4374	1·4383	1·4392
20	1·821	49 35	24 26	24 29	24 31	24 33·5	24 37	24 40·5	1·4353	1·4361	1·4366	1·4374	1·4383	1·4393
19·5	1·8215	49 30	24 18·5	24 24	24 27	24 30	24 34	24 37·5	1·4343	1·4358	1·4369	1·4376	1·4386	1·4396
19·5	1·821	49 30	24 20	24 24	24 27	24 30	24 34	24 37·5	1·4347	1·4358	1·4369	1·4376	1·4386	1·4396
19·5	1·8215	49 30	24 23	24 26	24 28	24 31	24 36	24 39·5	1·4356	1·4364	1·4372	1·4378	1·4392	1·4401
								Mittel aus 10 Beobachtungen:	1·4348	1·4357	1·4367	1·4375	1·4386	1·4394

	$\mathfrak{A}$.	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	−0·1610	−0·1607	−0·1589	−0·1593	−0·1582	−0·1572
$\delta/\theta =$	2·072	2·074	2·099	2·093	2·101	2·128

$\delta = -0{\cdot}33345$

III. 0·8 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$
20°	1·766	49° 32·5′	24° 23·5′	24° 26·5′	24° 28·5′	24° 32·5′	24° 36′	24° 38·5′	1·4352	1·4360	1·4366	1·4377	1·4386	1·4394
20	1·766	49 32·5	24 23	24 27	24 29·5	24 33·5	24 37·5	24 40	1·4351	1·4362	1·4369	1·4380	1·4391	1·4398
20	1·766	49 32·5	24 22·5	24 27	24 29·5	24 33	24 37	24 39·5	1·4349	1·4362	1·4369	1·4378	1·4389	1·4396
20	1·7665	49 31·5	24 22	24 25	24 28	24 30	24 34	24 37	1·4346	1·4358	1·4366	1·4372	1·4383	1·4391
20	1·7665	49 31·5	24 20·5	24 23·5	24 27	24 30·5	24 33·5	24 37·5	1·4345	1·4353	1·4364	1·4373	1·4381	1·4391
20	1·7665	49 31·5	24 22	24 25	24 26·5	24 30	24 33·5	24 36	1·4346	1·4358	1·4362	1·4372	1·4381	1·4390
19·5	1·764	45 12	21 42	21 44·5	21 47	21 50	21 54		1·4343	1·4351	1·4359	1·4369	1·4383	
19·5	1·764	45 12	21 42	21 44·5	21 48	21 50	21 54		1·4343	1·4351	1·4362	1·4369	1·4384	
19·5	1·764	45 12	21 42·5	21 45	21 48	21 51	21 54	21 58	1·4345	1·4353	1·4362	1·4372	1·4383	1·4394
19·5	1·764	45 12	21 42·5	21 45	21 47·5	21 51	21 54	21 58	1·4345	1·4353	1·4361	1·4372	1·4384	1·4393
	1·7653				Mittel aus 10 Beobachtungen:				1·43465	1·4356	1·43642	1·43734	1·43845	1·43935

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	−0·1418	−0·1419	−0·1417	−0·1418	0·1407	−0·1400
$\delta/\theta =$	2·099	2·098	2·101	2·099	2·116	2·127
$\delta =$	−0·29773					

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

IV. 0·7 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$
20°	1·6905	45° 14·5′	21° 21·5′	21° 24·5′	21° 28·5′	21° 31′	21° 35′	21° 37·5′	1·4274	1·4283	1·4296	1·4300	1·4316	1·4324
20	1·6905	45 14·5	21 23	21 26	21 29	21 31·5	21 35·5	21 38·5	1·4278	1·4288	1·4294	1·4305	1·4318	1·4327
16	1·685	44 45·5	21 6·5	21 9·5	21 12	21 14·5	21 17	21 18·5	1·4276	1·4287	1·4296	1·4304	1·4312	1·4318
16	1·685	44 45·5	21 4·5	21 8	21 10·5	21 14	21 17·5	21 19	1·4272	1·4284	1·4292	1·4303	1·4314	1·4319
16	1·685	44 45·5	21 4	21 8	21 10	21 14	21 17	21 19	1·4271	1·4284	1·4291	1·4303	1·4312	1·4319
20	1·687	45 11	21 21	21 24	21 28	21 32	21 35	.	1·4278	1·4287	1·4300	1·4313	1·4322	.
20	1·687	45 11	21 21	21 24·5	21 28	21 31	21 35	.	1·4278	1·4288	1·4300	1·4310	1·4322	.
20	1·6865	45 11	21 22	21 26	21 28	21 32	21 34	.	1·4281	1·4294	1·4300	1·4313	1·4319	.
20	1·687	45 11	21 22	21 26	21 29	21 32	21 34	.	1·4281	1·4294	1·4303	1·4313	1·4319	.
					Mittel aus 9 Beobachtungen:				1·4277	1·4288	1·4297	1·4307	1·4317	1·4321

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	−0·1228	−0·1222	−0·1220	−0·1218	−0·1212	−0·1220
$\delta/\theta =$	2·090	2·100	2·104	2·107	2·118	2·104

$\delta = -0{\cdot}25686$

$\delta = -0{\cdot}25672$

V. 0·6 Concentration

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$
19°	1·610	43° 9′ 45″	20° 52′	20° 55′	20° 58′	21° 0′	21° 3·5′	21° 6·5′	1·4188	1·4200	1·4208	1·4214	1·4225	1·4235
19	1·610	45 9 45	20 52	20 54·5	20 57·5	21 0·5	21 3	21 6	1·4188	1·4197	1·4206	1·4216	1·4224	1·4233
19	1·610	45 9 45	20 50·5	20 53·5	20 56·5	21 0	21 2·5	21 6	1·4184	1·4193	1·4203	1·4214	1·4222	1·4233
19	1·610	45 9 45	20 51	20 53·5	20 57	21 0	21 3	21 6	1·4186	1·4193	1·4205	1·4214	1·4224	1·4233
								Mittel aus 4 Beobachtungen:	1·41865	1·41960	1.42055	1·42145	1·42238	1·42335
19°	1·617	45° 6′	20° 52′	20° 56·5′	20° 59′	21° 2′	21° 5′	21° 8′	1·4196	1·4209	1·4218	1·4228	1·4237	1·4246
19	1·617	45 6	20 52	20 56·5	20 59	21 2	21 5	21 8	1·4196	1·4209	1·4218	1·4228	1·4237	1·4246
19	1·617	45 6	20 52	20 56·5	20 58	21 2	21 4	21 6	1 4196	1·4205	1·4215	1·4228	1·4234	1·4240
19	1·617	45 6	20 52	20 55	20 58	21 1	21 4	21 7	1·4196	1·4205	1·4215	1·4225	1·4234	1·4243
19	1·617	45 6	20 52	20 55	20 58	21 1	21 5	21 7	1·4196	1·4205	1·4215	1·4225	1·4234	1·4243
								Mittel aus 5 Beobachtungen:	1·4196	1·4207	1·4216	1·4227	1·4235	1·4244

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	−0·129	−0·129	−0·128	−0·128	−0·128	−0·127
$\theta =$	−0·137	−0·138	−0·136	−0·136	−0·136	−0·135
$\delta/\theta =$	1·99	1·99	2·00	2·00	2·01	2·01
$\delta/\theta =$	1·97	1·96	1·98	1·98	1·98	2·00

$\delta = -0{\cdot}25621$

$\delta = -0{\cdot}27339$

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

VI. 0·5 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$
20·5°	1·525	45° 13′	20° 22′	20° 26′	20° 29′	20° 32′	20° 35′	20° 39′	1·4084	1·4097	1·4106	1·4116	1·4125	1·4138
20·5	1·525	45 13	20 22	20 26	20 29	20 32	20 35	20 39	1·4084	1·4097	1·4106	1·4116	1·4125	1·4138
21	1·5245	45 13	20 23	20 25	20 28	20 32	20 35	20 39	1·4087	1·4093	1·4103	1·4116	1·4125	1·4138
21	1·5245	45 13	20 23	20 25	20 28	20 32	20 35	20 39	1·4087	1·4093	1·4103	1·4116	1·4125	1·4138
20	1·5255	45 13	20 23	20 27	20 29	20 33	20 36	20 39	1·4087	1·4100	1·4106	1·4118	1·4128	1·4138
20	1·5255	45 13	20 23	20 27	20 29	20 33	20 36	20 39	1·4087	1·4100	1·4106	1·4118	1·4128	1·4138
								Mittel aus 6 Beobachtungen:	1·4086	1·4097	1·4105	1·4117	1·1126	1·4138

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	−0·133	−0·130	−0·133	−0·132	−0·131	−0·131
$\delta/\theta =$	1·95	2·00	1·95	1·97	1·99	1·99

$\delta = -0{\cdot}260$

VII. 0·4 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$
21°	1·428	45° 5·5′	19° 42′	19° 43′	19° 45′	19° 49′	19° 51′	19° 55′	1·3973	1·3977	1·3983	1·3996	1·4002	1·4015
21	1·428	45 5·5	19 41	19 43·5	19 45	19 49	19 51	19 55	1·3970	1·3978	1·3983	1·3996	1·4002	1·4015
20·5	1·428	45 5·5	19 41	19 43	19 46	19 48	19 50	19 55	1·3970	1·3977	1·3986	1·3993	1·3999	1·4015
20	1·428	45 5·5	19 40	19 44	19 45	19 49	19 51	19 55	1·3967	1.3980	1·3983	1·3996	1·4002	1·4015
20	1·428	45 5·5	19 40	19 43·5	19 46	19 50	19 52	19 55	1·3967	1·3978	1·3986	1·3999	1·4005	1·4015
20	1·428	45 5·5	19 39	19 44	19 45	19 50	19 51	19 55	1·3964	1·3980	1·3983	1·3996	1·4002	1·4015
								Mittel aus 6 Beobachtungen:	1·3969	1·3978	1·3984	1·3996	1·4002	1·4015

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	—0·126	—0·126	—0·126	—0·125	—0·126	—0·125
$\delta/\theta =$	1·98	1·98	1·98	2·00	1·98	2·00

$\delta = -0{\cdot}255$

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

VIII. 0·3 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$
20°	1·321	45° 6′	18° 54′	18° 57′	19° 0′	19° 3′	19° 7′	19° 10′	1·3818	1·3828	1·3838	1·3847	1·3860	1·3870
20	1·321	45 6	18 54	18 57	19 0	19 3	19 6·5	19 10	1·3818	1·3828	1·3838	1·3847	1·3858	1·3870
20	1·321	45 6	18 54	18 57·5	19 0	19 3·5	19 6·5	19 9·5	1·3818	1·3829	1·3838	1·3849	1·3858	1·3868
20	1·321	45 6	18 54	18 58	19 0	19 3·5	19 7	19 9·5	1·3818	1·3831	1·3838	1·3849	1·3860	1·3868
								Mittel aus 4 Beobachtungen:	1·3818	1·3829	1·3838	1·3848	1·3859	1·3869

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	−0·122	−0·121	−0·121	−0·120	−0·120	−0·120
$\delta/\theta =$	1·97	1·98	1·98	2·00	2·00	2·00

$\delta = -0{\cdot}23629$

IX. 0·2 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$
16°	1·2215	45° 10′	18° 14′	18° 17′	18° 20′	18° 22′	18° 24·5′	18° 27·5′	1·3683	1·36928	1·3702	1·3709	1·3717	1·3726
16	1·2215	45 10	18 14	18 16·5	18 18·5	18 21·5	18 24·5	18 27	1·3683	1·36917	1·3697	1·3707	1·3717	1·3727
16	1·2215	45 10	18 14·5	18 17·5	18 20	18 22	18 25·5	18 28	1·3684	1·36936	1·3702	1·3709	1·3720	1·3728
16	1·2215	45 10	18 14	18 17	18 19	18 22	18 25	18 27·5	1·3683	1·36928	1·3698	1·3709	1·3720	1·3726
Mittel aus 4 Beobachtungen:									1·36832	1·36927	1·36997	1·37083	1·37185	1·37267
20°	1·218	45° 13′	18° 16′	18° 18′	18° 21′	18° 24·5′	18° 27	18° 29′	1·3685	1·3691	1·3701	1·3713	1·3720	1·3727
20	1·218	45 13	18 16	18 18	18 21	18 24	18 27	18 29	1·3685	1·3691	1·3701	1·3711	1·3720	1·3727
20	1·218	45 13	18 16	18 18·5	18 21	18 24·5	18 27	18 29	1·3685	1·3693	1·3701	1·3713	1·3720	1·3727
20	1·218	45 13	18 16	18 18·5	18 21	18 24	18 27	18 29	1·3685	1·3693	1·3701	1·3711	1·3720	1·3727
Mittel der 4 Beobachtungen bei 20°:									1·3685	1·3692	1·3701	1·3712	1·3720	1·3727

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	−0·133	−0·132	−0·132	−0·132	−0·132	−0·131
$\theta =$	−0·117	−0·116	−0·116	−0·115	−0·115	−0·114
$\delta/\theta =$	1·98	1·98	1·98	1·98	1·99	2·00
$\delta/\theta =$	2·05	2·07	2·07	2·08	2·08	2·08

$\delta = -0{\cdot}262$

$\delta = -0{\cdot}245$

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

X. 0·1 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$
15°	1·111	45° 12·5′	17° 20′	17° 22′	17° 24·5′	17° 28′	17° 31′	17° 34′	1·3503	1·3512	1·3519	1·3531	1·3541	1·3549
15	1·111	45 12·5	17 24·5	17 26	17 27·5	17 30	17 32·5	17 34·5	1·3519	1·3524	1·3529	1·3537	1·3545	1·3551
15	1·111	45 12·5	17 21·5	17 24	17 26	17 28·5	17 31·5	17 34	1·35097	1·3517	1·3524	1·3533	1·3542	1·3549
15	1·111	45 12·5	17 21	17 24·5	17 26·5	17 29·5	17 31·5	17 33·5	1·35077	1·3519	1·3526	1·3535	1·3545	1·3549
15	1·111	45 12·5	17 21	17 24·5	17 26	17 29	17 31·5	17 34	1·35077	1·3519	1·3524	1·3534	1·3545	1·3549
Mittel aus 5 Beobachtungen:									1·35094	1·35181	1·35244	1·35340	1·35435	1·35494
20°	1·108	45° 8′	17° 19′	17° 22′	17° 24′	17° 27′	17° 29′	17° 31′	1·3509	1·3518	1·3524	1·3534	1·3541	1·3548
20	1·108	45 8	17 19	17 22	17 24	17 27	17 29	17 31	„	„	„	„	„	1·3548
20	1·108	45 8	17 19	17 22	17 24	17 27	17 29	17 32	„	„	„	„	„	1·3551
20	1·108	45 8	17 19	17 22	17 24	17 27	17 29	17 32	„	„	„	„	„	1·3551
Mittel:									1·3509	1·3518	1·3524	1·3534	1·3534	1·3549

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	−0·122	−0·122	−0·123	−0·123	−0·121	−0·120
$\theta =$	−0·110	−0·108	−0·109	−0·108	−0·108	−0·104
$\delta/\theta =$	2·03	2·06	2·03	2·04	2·06	2·09
$\delta/\theta =$	2·09	2·13	2·11	2·13	2·13	2·21

$\delta = -0{\cdot}2500$

$\delta = -0{\cdot}2291$

B. Salpetersäure.

I. Concentrirte.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$d_{\mathfrak{G}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{G}}$
16°	1·400	45° 14′	20° 5′	20° 7′	20° 10′	20° 14′	20° 17·5′	20° 23′	20° 26·5′	1·4032	1·4038	1·4047	1·4061	1·4071	1·4089	1·4101
16	1·400	45 14	20 2	20 5·5	20 9·5	20 14	20 18	20 20·5	20 24	1·4022	1·4033	1·4045	1·4061	1·4067	1·4081	1·4092
16	1·400	45 14	20 5	20 8	20 11·5	20 14	20 17·5	20 21	20 26	1·4032	1·4041	1·4052	1·4061	1·4071	1·4082	1·4099
16	1·400	45 14	20 3	20 6	20 8	20 12	20 16	20 20	20 24	1·4025	1·4035	1·4041	1·4054	1·4067	1·4080	1·4092
16	1·400	45 14	20 4	20 7·5	20 10·5	20 13·5	20 18·5	20 23·5	20 26	1·4028	1·4039	1·4048	1·4059	1·4075	1·4091	1·4099
16	1·400	45 14	20 3	20 6·5	20 11	20 14	20 17·5	20 20·5	20 24	1·4025	1·4036	1·4049	1·40601	1·4071	1·4081	1·4092
16	1·400	45 14	20 3·5	20 5·5	20 9·7	20 14	20 18	20 21	20 25	1·4026	1·4033	1·4046	1·4060	1·4073	1·4082	1·4096
16	1·400	45 14	20 3	20 6	20 10	20 14	20 17	20 20	20 25	1·4025	1·4035	1·4046	1·4060	1·4070	1·4080	1·4096
Mittel aus 8 Beobachtungen:										1·40269	1·40362	1·40487	1·40595	1·40706	1·40832	1·40958
15°	1·398	45° 14′	.	20° 6′	20° 10′	20° 14′	20° 17′	20° 21′	20° 26′	.	1·4035	1·4046	1·4060	1·4070	1·4082	1·4099
15	1·398	45 14	.	20 4	20 7	20 10	20 16	20 19	20 24	.	1·4029	1·4038	1·4046	1·4076	1·4077	1·4093
15	1·398	45 14	.	20 3	20 8	20 11	20 15	20 18	20 23	.	1·4025	1·4041	1·4049	1·4064	1·4074	1·4090
14·5	1·399	45 9·5	.	20 1	20 5	20 9	20 13	20 17	20 22	.	1·4027	1·4040	1·4054	1·4065	1·4078	1·4094
14·5	1·398	45 9·5	.	20 1	20 4	20 8	20 13	20 16	20 20	.	1·4027	1·4037	1·4051	1·4065	1·4075	1·4088
Mittel aus 5 Beobachtungen:										.	1·4028	1·4040	1·4052	1·4066	1·4077	1·4092

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

II. 0·9 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$d_{\mathfrak{G}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{G}}$
16°	1·374	45° 15′	.	20° 3′	20° 6′	20° 10′	20° 15′	20° 18	20° 22′	.	1·4031	1·4038	1·4051	1·4067	1·4076	1·4089
16	1·374	45 15	.	20 3	20 5	20 10	20 13	20 16	20 21	.	1·4031	1·4035	1·4051	1·4061	1·4070	1·4086
16	1·374	45 15	.	20 1	20 4	20 8	20 12	20 15	20 20	.	1·4022	1·4032	1·4045	1·4058	1·4067	1·4083
16	1·374	45 15	.	20 1	20 4	20 8	20 12	20 15	20 20	.	1·4022	1·4032	1·4051	1·4058	1·4067	1·4083
16	1·374	45 15	.	20 1	20 2	20 8	20 14	20 16	20 22	.	1·4022	1·4026	1·4045	1·4064	1·4070	1·4089
16	1·374	45 15	.	20 1	20 3	20 8	20 13	20 16	20 21	.	1·4022	1·4029	1·4045	1·4061	1·4070	1·4086
									Mittel aus 6 Beobachtungen:	.	1·4025	1·4032	1·4048	1·4061	1·4070	1·4086

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	.	—0·036	—0·039	—0·036	—0·036	—0·036
$\delta/\theta =$	.	2·28	2·17	2·28	2·28	2·28

$\delta = -0{\cdot}128$

III. 0·8 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$d_{\mathfrak{G}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{G}}$
17°	1·344	45° 9′	.	19° 46′	19° 49′	19° 53′	19° 36′	20° 2′	20° 5′	.	1·3980	1·3990	1·4000	1·4012	1·4031	1·4041
17	1·344	45 9	.	19 46	19 49	19 53	19 36	20 1	20 5	.	1·3980	1·3990	1·4000	1·4012	1·4028	1·4041
17	1·344	45 9	.	19 47	19 51	19 54	19 38	20 3	20 5	.	1·3983	1·3996	1·4003	1·4018	1·4034	1·4041
17	1·344	45 9	.	19 47	19 49	19 53	19 38	20 2	20 6	.	1·3983	1·3990	1·4000	1·4018	1·4031	1·4044
17	1·344	45 9	.	19 45	19 49	19 52	19 37	20 3	20 5	.	1·3977	1·3990	1·3997	1·4015	1·4034	1·4041
17	1·344	45 9	.	19 45	19 48	19 53	19 37	20 1	20 5	.	1·3977	1·3987	1·4000	1·4015	1·4028	1·4041
									Mittel aus 6 Beobachtungen:	.	1·3980	1·3990	1·4000	1·4015	1·4031	1·4041

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	.	—0·058	—0·059	—0·058	—0·058	—0·054
$\delta/\theta =$	.	2·05	2·01	2·05	2·05	2·02
$\delta = -0·119$						

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum

IV. 0·7 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$d_{\mathfrak{G}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{G}}$
15°	1·314	45° 14′	.	19° 38′	19° 42′	19° 45′	19° 50′	19° 53′	19° 58′	.	1·3947	1·3959	1·3968	1·3984	1·3994	1·4009
15	1·314	45 14	.	19 37	19 41	19 45	19 50	19 53	19 56	.	1·3943	1·3956	1·3968	1·3984	1·3994	1·4003
15	1·314	45 14	.	19 37	19 40	19 44	19 49	19 52	19 56	.	1·3943	1·3953	1·3965	1·3981	1·3991	1·4003
15	1·314	45 14	.	19 38	19 40	19 44	19 49	19 52	19 58	.	1·3947	1·3953	1·3965	1·3981	1·3991	1·4009
15	1·314	45 14	.	19 35	19 38	19 42	19 48	19 51	19 54	.	1·3937	1·3947	1·3959	1·3978	1·3988	1·3997
15	1·314	45 14	.	19 36	19 39	19 44	19 48	19 51	19 54	.	1·3940	1·3950	1·3965	1·3978	1·3988	1·3997
									Mittel aus 6 Beobachtungen:	.	1·3943	1·3953	1·3965	1·3981	1·3991	1·4003

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	.	−0·0639	−0·0638	−0·0619	−0·0623	−0·0623
$\delta/\theta =$	.	2·00	2·00	2·05	2·05	2·05

$\delta = -0{\cdot}128$

V. 0·6 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$d_{\mathfrak{G}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{G}}$
18°	1·274	45° 7′	.	19° 18′	19° 23′	19° 26′	19° 28′	19° 31′	19° 36′	.	1·3894	1·3910	1·3919	1·3926	1·3935	1·3951
18	1·274	45 7	.	19 18	19 22	19 26	19 29	19 31	19 35	.	1·3894	1·3907	1·3919	1·3929	1·3935	1·3948
18	1·274	45 7	.	19 17	19 22	19 24	19 28	19 30	19 35	.	1·3891	1·3907	1·3913	1·3926	1·3932	1·3948
18	1·274	45 7	.	19 16	19 23	19 26	19 28	19 29	19 36	.	1·3888	1·3910	1·3919	1·3926	1·3929	1·3951
18	1·274	45 7	.	19 17	19 21	19 24	19 27	19 30	19 34	.	1·3891	1·3904	1·3913	1·3923	1·3932	1·3945
18	1·274	45 7	.	19 16	19 21	19 24	19 28	19 29	19 34	.	1·3888	1·3904	1·3913	1·3926	1·3929	1·3945
									Mittel aus 6 Beobachtungen:	.	1·3891	1·3907	1·3916	1·3926	1·3932	1·3948

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	.	—0·0536	—0·0500	—0·0526	—0·0530	—0·0535
$\delta_{/\theta} =$	.	2·13	2·3	2·17	2·17	2·17

$\delta = -0·115$

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

VI. 0·5 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$d_{\mathfrak{G}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{G}}$
16°	1·238	45° 12′ 45″	19° 2′	19° 5′	19° 8·3′	19° 12′	19° 14′	19° 17′	19° 19·5′	1·3831	1·3841	1·3852	1·3863	1·3870	1·3879	1·3888
16	1·238	45 12 45	19 0·5	19 3	19 5	19 8·5	19 11·5	19 14·5	19 19·5	1·3827	1·3834	1·3841	1·3852	1·3862	1·3869	1·3888
16	1·238	45 12 45	19 0·5	19 3	19 5·5	19 10	19 13	19 16	19 19	1·3827	1·3834	1·3842	1·3857	1·3867	1·3876	1·3886
16	1·238	45 12 45	19 0·5	19 3·5	19 7	19 10·5	19 13·5	19 17	19 19·5	1·3827	1·3835	1·3845	1·3858	1·3868	1·3879	1·3888
16	1·238	45 12 45	19 4·5	19 3	19 6	19 9	19 12·5	19 16	19 19·5	1·3823	1·3834	1·3843	1·3853	1·3866	1·3876	1·3888
16	1·238	45 12 45	19 1	19 3	19 5·5	19 9	19 13	19 16	19 19·5	1·3827	1·3834	1·3842	1·3853	1·3867	1·3876	1·3888
									Mittel aus 6 Beobachtungen:	1·38270	1·38353	1·38441	1·38560	1·38667	1·38758	1·38877

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	−0·0595	−0·0592	−0·0591	−0·0599	−0·0586	−0·0588
$\delta / \theta =$	2·101	2·102	2·104	2·078	2·123	2·116

$\delta = -0·1244$

VII. 0·4 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$d_{\mathfrak{G}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{G}}$
16°	1·194	45° 9′ 45″	18° 30·5′	18° 34′	18° 36·5′	18° 39′	18° 43·5′	18° 46·5′	18° 50·5′	1·3736	1·3748	1·3755	1·3764	1·3778	1·3788	1·3801
16	1·194	45 9 45	18 31·5	18 34	18 38	18 41	18 43·5	18 48·5	18 51·5	1·3740	1·3748	1·3761	1·3771	1·3778	1·3801	1·3804
16	1·194	45 9 45	18 31	18 34·5	18 37·5	18 41·5	18 45	18 47	18 50	1·3738	1·3750	1·3759	1·3773	1·3784	1·3790	1·3798
16	1·194	45 9 45	18 31	18 34·5	18 38·5	18 41·5	18 44	18 47	18 50	1·3738	1·3750	1·3763	1·3773	1·3781	1·3790	1·3798
16	1·194	45 9 45	18 31·5	18 35	18 38	18 40	18 43	18 46·5	18 49·5	1·3740	1·3752	1·3761	1·3768	1·3776	1·3790	1·3796
16	1·194	45 9 45	18 31	18 33·5	18 35·5	18 39	18 41·5	18 44·5	18 47·5	1·3738	1·3746	1·3754	1·3764	1·3773	1·3783	1·3793
16	1·194	45 9 45	18 30·5	18 34·2	18 37·7	18 40·5	18 43·2	18 46	18 49	1·3736	1·3749	1·3760	1·3770	1·3777	1·3786	1·3795
16	1·194	45 9 45	10 31	18 34·5	18 37·5	18 41	18 43·5	18 47	18 50	1·3738	1·3750	1·3759	1·3771	1·3778	1·3790	1·3798
									Mittel aus 8 Beobachtungen:	1·37379	1·37491	1·37590	1·37693	1·37780	1·37893	1·37982

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\delta =$	−0·0578	−0·0566	−0·0564	−0·0563	−0·0561	−0·0558
$\delta/\theta =$	2·051	2·097	2·103	2·108	2·113	2·125
$\delta = -0·1187$						

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

VIII. 0·3 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$d_{\mathfrak{G}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{G}}$
16·5°	1·146	45° 9′ 20″	18° 21′	18° 24′	18° 29′	18° 30·5′	18° 32·5′	18° 36′	18° 40·5′	1·3636	1·3647	1·3655	1·3665	1·3673	1·3683	1·3692
16·5	1·146	45 9 20	18 20	18 22·5	18 25	18 29·5	18 32·5	18 35·5	18 39·5	1·3633	1·3643	1·3651	1·3662	1·3673	1·3682	1·3689
16·5	1·146	45 9 20	18 19·5	18 22·5	18 25·5	18 28·5	18 30·5	18 34·5	18 37·5	1·3632	1·3643	1·3651	1·3659	1·3665	1·3674	1·3685
16·5	1·146	45 9 20	18 21	18 23·5	18 27	18 29·5	18 32	18 37	18 39·5	1·3636	1·3644	1·3652	1·3662	1·3672	1·3684	1·3688
16·5	1·146	45 9 20	18 20·5	18 23·5	18 26·5	18 29	18 33·5	18 37·5	18 39	1·3634	1·3645	1·3652	1·3663	1·3676	1·3685	1·3686
16·5	1·146	45 9 20	18 20	18 24	18 27	18 29	18 32	18 36	18 39	1·3633	1·3647	1·3653	1·3663	1·3672	1·3683	1·3686
									Mittel aus 6 Beobachtungen:	1·36339	1·36452	1·36523	1·36623	1·36719	1·36819	1·36877

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\mathfrak{y} =$	−0·0538	−0·0532	−0·0535	−0·0532	−0·0528	−0·0530
$\delta_{\mathfrak{y}} =$	2·033	2·054	2·044	2·054	2·070	2·062
$\delta =$	−0·1093					

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

IX. 0·2 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$d_{\mathfrak{G}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{G}}$
17°	1·096	45° 10′	17° 26′	17° 28·5′	17° 30·5′	17° 34′	17° 36′	17° 38·5′	17° 42′	1·3528	1·3536	1·3543	1·3554	1·3561	1·3569	1·3580
17	1·096	45 10	17 26	17 28	17 30·5	17 33·5	17 36	17 39	17 42	1·3528	1·3534	1·3543	1·3552	1·3561	1·3570	1·3582
17	1·096	45 10	17 25,5	17 28	17 31·5	17 33·5	17 35·5	17 38·5	17 41·5	1·3526	1·3534	1·3546	1·3552	1·3559	1·3559	1·3579
17	1·096	45 10	17 26	17 29	17 31·5	17 34	17 36	17 39	17 42·5	1·3528	1·3538	1·3546	1·3554	1·3561	1·3570	1·3582
17	1·096	45 10	17 24·5	17 28·5	17 30·5	17 32·5	17 34·5	17 37·5	17 40·5	1·3523	1·3535	1·3543	1·3549	1·3555	1·3568	1·3577
17	1·096	45 10	17 25·5	17 29	17 31	17 34	17 36	17 39	17 42	1·3527	1·3538	1·3544	1·3554	1·3561	1·3570	1·3582
17	1·096	45 10	17 26	17 28·5	17 31·2	17 34·5	17 36	17 38·5	17 42	1·3528	1·3536	1·3545	1·3555	1·3561	1·3569	1·3580
17	1·096	45 10	17 26	17 28·5	17 31	17 34	17 36	17 39	17 42·5	1·3528	1·3536	1·3544	1·3554	1·3561	1·3570	1·3582
									Mittel aus 8 Beobachtungen:	1·35270	1·35359	1·35442	1·35530	1·35598	1·35695	1·35805

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	— 0·04403	— 0·04367	— 0·04364	— 0·04374	— 0·04409	— 0·04382
$\delta/\theta =$	2·072	2·089	2·091	2·084	2·070	2·082

$\delta = -0·09124$

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

X. 0·1 Concentration.

Temp.	Dichte	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$d_{\mathfrak{G}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{G}}$
16°	1·049	45° 13·5′	16° 55·5′	17° 0·5′	17° 3·5′	17° 5′	17° 7·5′	17° 10·5′	17° 13′	1·3424	1·3440	1·3450	1·3455	1·3462	1·3472	1·3481
16	1·049	45 13·5	16 57	17 0	17 3	17 6·5	17 9·5	17 11	17 13·5	1·3429	1·3438	1·3448	1·3459	1·3469	1·3474	1·3482
16	1·049	45 13·5	16 57	17 1	17 3	17 4·5	17 7·5	17 9·5	17 12·5	1·3429	1·3442	1·3448	1·3453	1·3462	1·3469	1·3480
16	1·049	45 13·5	16 57	17 0	17 3	17 5	17 8·5	17 10·5	17 13·5	1·3429	1·3438	1·3448	1·3455	1·3466	1·3472	1·3482
16	1·049	45 13·5	16 59	17 2	17 3·5	17 6	17 8	17 10·5	17 13·5	1·3435	1·3445	1·3450	1·3457	1·3464	1·3472	1·3482
16	1·049	45 13·5	16 59·5	17 1·5	17 3·5	17 5	17 7	17 9	17 12·5	1·3437	1·3443	1·3450	1 3455	1·3460	1·3467	1·3480
16	1·049	45 13·5	16 56	17 0·5	17 2	17 5	17 7·5	17 10	17 10	1·3427	1·3440	1·3445	1·3455	1·3462	1·3470	1·3481
16	1·049	45 13·5	16 57·2	17 2	17 3·2	17 5·2	17 8·2	17 11·5	17 13·7	1·3430	1·3445	1·3449	1·3456	1·3465	1·3476	1·3483
									Mittel aus 8 Beobachtungen:	1·34300	1·34417	1·34490	1·34560	1·34650	1·34715	1·34874

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{F}$
$\theta =$	−0·0461	−0·0440	−0·0441	−0·0449	−0·0440	−0·0449
$\delta/\theta =$	2·066	2·166	2·160	2·121	2·169	2·121
$\delta =$ −0·09533						

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

C. Wasser.

Temp.	Brech. Winkel	$d_{\mathfrak{A}}$	$d_{\mathfrak{B}}$	$d_{\mathfrak{C}}$	$d_{\mathfrak{D}}$	$d_{\mathfrak{E}}$	$d_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$
19° C.	45° 9′	16° 22′	16° 24′	16° 26′	16° 28′	16° 30′	16° 33	1·3322	1·3328	1·3335	1·3341	1·3348	1·3360
19	45 9	16 22	16 24	16 26	16 28	16 30	16 33	1·3322	1·3328	1·3335	1·3341	1·3348	1·3357
20	45 10	.	16 24	16 24	16 29	16 31	16 35	.	1·3327	1·3337	1·3343	1·3350	1·3362
20	45 10	.	16 24	16 26	16 29	16 31	16 34	.	1·3327	1·3334	1·3343	1·3350	1·3360
20	45 10	.	16 24	16 26	16 29	16 30	16 34	.	1·3327	1·3334	1·3343	1·3347	1·3360
16—11	44 47	16 14	16 26	16 20	16 22	16 24	16 26	1·3324	1·3331	1·3334	1·3352	1·3359	1·3365
16—11	44 47	16 14	16 16	16 17	16 19	16 21	16 23	1·3324	1·3331	1·3334	1·3341	1·3348	1·3355
16—11	44 46	16 15	16 17	16 18	16 22	16 24	16 26	1·3330	1·3337	1·3341	1·3351	1·3358	1·3367
16—11	44 48	16 16	16 18	16 20	16 22	16 23	16 25	1·3331	1·3338	1·3345	1·3351	1·3354	1·3361
16—11	44 48	16 14	16 17	16 19	16 21	16 23	16 26	1·3324	1·3335	1·3341	1·3351	1·3354	1·3364
Mittel der Beobachtungen bei 20° C.:								1·3322	1·3327	1·3335	1·3342	1·3349	1·3360

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

TABELLE I.

Mittelwerthe für Schwefelsäure.

Concentration	Dichte	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$
1·0	1·8515; 20° C.	1·4288	1·4299	1·4307	1·4317	1·4323	1·4331
0·9	1·821; 19·5	1·4348	1·4357	1·4367	1·4375	1·4386	1·4394
0·8	1·765; 20	1·43465	1·4356	1·4364	1·4373	1·43845	1·43935
0·7	1·687; 20	1·4277	1·4288	1·4297	1·4307	1·4317	1·4321
0·6	1·610; 19	1·41865	1·4196	1·42055	1·42145	1·4224	1·42335
	1·617; 19	1·4196	1·4207	1·4216	1·4227	1·4233	1·4244
0·5	1·525; 20	1·4086	1·4097	1·4105	1·4117	1·4126	1·4138
0·4	1·428; 20	1·39685	1·3978	1·3984	1·3996	1·4002	1·4015
0·3	1·321; 20	1·3818	1·3829	1·3838	1·3848	1·3859	1·3869
0·2	1·221; 16	1·36835	1·3692	1·3701	1·3718	1·3719	1·3727
	1·218; 20	1·3685	1·3692	1·3701	1·3712	1·3720	1·3727
0·1	1·111; 15	1·3508	1·3519	1·3525	1·3534	1·3543	1·3549
	1·108; 20	1·3509	1·3518	1·3524	1·3534	1·3541	1·3548
0·0	1·000	1·3322	1·3327	1·3335	1·3342	1·3349	1·3360

TABELLE II.

Salpetersäure bei 16° C.

Concentration	Dichte	$N_{\mathfrak{A}}$	$N_{\mathfrak{B}}$	$N_{\mathfrak{C}}$	$N_{\mathfrak{D}}$	$N_{\mathfrak{E}}$	$N_{\mathfrak{F}}$	$N_{\mathfrak{G}}$
1·0	1·398	1·40269	1·4028	1·4040	1·4053	1·4066	1·4077	1·4092
	1·399		1·40362	1·40487	1·40595	1·40707	1·40832	1·40958
0·9	1·374	.	1·4025	1·4032	1·4048	1·4061	1·4070	1·4086
0·8	1·344	.	1·3980	1·3990	1·4002	1·4015	1·4031	1·4041
0·7	1·314	.	1·3943	1·3953	1·3965	1·3981	1·3991	1·4003
0·6	1·274	.	1·3891	1·3907	1·3916	1·3926	1·3932	1·3948
0·5	1·239	1·3827	1·3834	1·3844	1·3857	1·3873	1·3879	1·3892
	1·238		1·3835	1·3844	1·3856	1·3867	1·3876	1·3888
0·4	1·194	1·37379	1·37491	1·37590	1·37693	1·37780	1·37890	1·37982
0·3	1·146	1·36339	1·36452	1·36523	1·36623	1·36719	1·36819	1·36877
0·2	1·096	1·35270	1·35359	1·35442	1·35530	1·35598	1·35695	1·35805
0·1	1·049	1·34300	1·34417	1·34490	1·34560	1·3465	1·34715	1·34814
0·0	1·000	1·3320	1·3327	1·3335	1·3343	1·3350	1·3358	.

Man sieht übrigens aus den Tabellen noch Vieles andere Interessante, so z. B. hat bei der Schwefelsäure der Brechungs-

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

exponent nicht in der concentrirten Säure seinen grössten Werth, wie man doch erwarten sollte, sondern zwischen 1·0 und 0·9 und zwar so, dass 0·7 wieder fast genau die Brechungsquotienten der concentrirten Säure zeigt.

Die Beobachtungsmethode, deren wir uns bedienten, war folgende:

Nachdem wir dafür gesorgt hatten, uns die Substanzen, welche wir der Untersuchung unterwarfen, chemisch rein zu verschaffen, wurden mit der grössten Sorgfalt an einem genau getheilten Volumeter die den verschiedenen Concentrationsgraden entsprechenden Volumtheile destillirten Wassers und der betreffenden Säure entnommen.

Da das Volumeter in halbe Millilitres, von denen jeder etwa eine Linie lang ist, eingetheilt ist, und wir immer 160 — 180 solcher Volumtheile nahmen, so beträgt das Maximum des Fehlers, den wir dabei begehen konnten, gewiss nicht über $^1/_{300}$.

Die Dichte der fertigen Mischung wurde zuerst wohl picnometrisch, später aber immer mit einem ausgezeichneten Dichtenapparate bestimmt, der im Allgemeinen die vierte Decimale bis auf fünf Einheiten richtig gibt.

Die Brechungsexponenten selbst massen wir an einem Babinetschen Goniometer, welches Eigenthum des physicalischen Institutes ist und hier vor mehreren Jahren ausgeführt wurde. Der Limbus sammt dem Nonius gestattet das directe Ablesen einer Minute. Die nähere Beschreibung des Instrumentes hat Herr Professor Grailich in seiner Preisschrift S. 15 ff. gegeben, daher wir sie hier füglich übergehen können.

Der von Soleil in Paris ausgeführte Beleuchtungsapparat, welcher hinter der Lampe einen wohlgeschliffenen Metallspiegel und vorne vor einer Linsencombination die verticale Spalte trägt, befand sich in der constanten Entfernung von 10 Klaftern von dem Goniometer.

Vor der Spalte wurde ein Glascylinder angebracht, der mit Dämpfen von salpetriger Säure gefüllt wurde, um die Linien des Spectrums wahrnehmen zu können. Für die Bezeichnung der Linien verweisen wir ebenfalls auf die oben citirte Preisschrift des Herrn Professor Grailich[1]). So oft es anging, wurden die Linien 𝔄 bis 𝔉,

---

[1]) Von den in der erwähnten Schrift S. 19 angeführten Linien benützten wir in der Gruppe 𝔄 die Linie *d*, in 𝔅 die Linie *e*, in ℭ die Linie *g*, in 𝔇 den hellen Streifen zwischen *l* und *k*, in 𝔈 die Linie *n*, in 𝔉 die Linie *r*, in 𝔊 die Linie *u*.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

wohl auch $\mathfrak{G}$ gemessen und die Beobachtungen für jeden Concentrationsgrad von uns beiden oft wiederholt, so dass eine als die Controle der anderen dienen konnte und Fehler in den Mitteln der Brechungsexponenten, welche 0·0002 überschreiten, nicht wohl vorkommen dürften.

Aus den Angaben der Tab. I und II wurden nach den obenstehenden Formeln

$$\delta = \frac{v_1\, d_1 + v_2\, d_2 - D(v_1 + v_2)}{D\, v_1\, v_2}$$

$$\theta = \frac{N(v_1 + v_2 + \delta\, v_1\, v_2) - (v_1\, n_1 + v_2\, n_2)}{v_1\, v_2\, n_1\, n_2}$$

die Werthe der δ und θ gerechnet, sie sind in den beistehenden zwei Tabellen gegeben.

Es ist zu bemerken, dass δ sowohl als θ ihrer absoluten Grösse nach abhängig sind von der Wahl der Volumeinheit: denn während im Zähler die Volumina nur einfach stehen, haben wir im Nenner ihr Product. Dies hat natürlich keinen weitern Einfluss, sobald man nur für eine und dieselbe Reihe gleiche Volummasse festhält. Wir setzen immer $v_1 + v_2 = 1$.

TABELLE III.

Werthe der δ und θ für die verschiedenen Concentrationsgrade von Schwefelsäure.

Concentration	Temperatur	δ	$\theta_{\mathfrak{A}}$	$\theta_{\mathfrak{B}}$	$\theta_{\mathfrak{C}}$	$\theta_{\mathfrak{D}}$	$\theta_{\mathfrak{E}}$	θ_{δ}
0·9	19—20° C.	—0·3333	—0·160	—0·159	—0·159	—0·159	—0·157	—0·155
0·8		—0·2934	—0·139	—0·139	—0·139	—0·139	—0·137	—0·136
0·7		—0·2569	—0·125	—0·124	—0·124	—0·123	—0·122	—0·121
0·6		—0·2734	—0·137	—0·138	—0·136	—0 136	—0·136	—0·134
0 5		—0·2604	—0·133	—0·130	—0·133	—0·132	—0·131	—0·131
0·4		—0·2550	—0·126	—0·126	—0 126	—0·125	—0·126	—0·125
0·3		—0·2363	—0·122	—0·121	—0·121	—0·120	—0·120	—0·120
0·2		—0·2447	—0·117	—0·116	—0·116	—0·115	—0·115	—0·115
0·1		—0·2291	—0·110	—0·108	—0·109	—0·108	—0·108	—0·104

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

TABELLE IV.

Werthe der δ und θ für die verschiedenen Concentrationsgrade von Salpetersäure.

Concentration	Temp.	δ	$\theta_{\mathfrak{A}}$	$\theta_{\mathfrak{B}}$	$\theta_{\mathfrak{C}}$	$\theta_{\mathfrak{D}}$	$\theta_{\mathfrak{E}}$	$\theta_{\mathfrak{F}}$
0·9	16° C.	—0·128	.	—0·056	—0·059	—0·056	—0·056	—0·056
0·8		—0·119	.	—0·058	—0·059	—0·058	—0·058	—0·054
0·7		—0·128	.	—0·064	—0·064	—0·062	—0·062	—0·062
0·6		—0·115	.	—0·054	—0·050	—0·053	—0·053	—0·053
0·5		—0·129	—0·059	—0·062	—0·062	—0·061	—0·064	—0·061
		—0·124		—0·059	—0·059	—0·060	—0·059	—0·059
0·4		—0·119	—0·058	—0·057	—0·057	—0·056	—0·056	—0·056
0·3		—0·109	—0·054	—0·053	—0·054	—0·053	—0·053	—0·053
0·2		—0·091	—0·044	—0·044	—0·044	—0·044	—0·044	—0·044
0·1		—0·085	—0·037	—0·036	—0·036	—0·037	—0·035	—0·036

Berechnet man aus diesen zwei Tabellen die Werthe der $\frac{\delta}{\theta}$ so findet man

TABELLE V.

Mittelwerthe von $\frac{\delta}{\theta}$ für alle Concentrationsgrade der Schwefelsäure.

Concentration	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{A}}}$	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{B}}}$	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{C}}}$	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{D}}}$	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{E}}}$	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{F}}}$
0·9	2·07	2·07	2·10	2·09	2·10	2·13
0·8	2·09	2·10	2·09	2·10	2·12	2·13
0·7	2·09	2·09	2·10	2·11	2·11	2·10
0·6	1·99	1·99	2·00	2·00	2·01	2·01
0·5	1·95	2·00	1·95	1·97	1·99	1·99
0·4	1·98	1·98	1·98	2·00	1·98	2·00
0·3	1·97	1·98	1·98	2·00	2·00	2·00
0·2	2·05	2·07	2·07	2·08	2·08	2·08
0·1	2·03	2·06	2·03	2·04	2·06	2·09

für eine Temperatur von 19° bis 20° C.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

TABELLE VI.

Mittelwerthe von $\frac{\delta}{\theta}$ für alle Concentrationsgrade der Salpetersäure.

Concentration	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{A}}}$	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{B}}}$	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{C}}}$	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{D}}}$	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{E}}}$	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{F}}}$
0·9	.	2·28	2·17	2·28	2·28	2·28
0·8	.	2·05	2·01	2·05	2·05	2·02
0·7	.	2·00	2·00	2·05	2·05	2·05
0·6	.	2·13	2·30	2·17	2·17	2·17
0·5	2·10	2·10	2·10	2·08	2·12	2·12
0·4	2·05	2·10	2·10	2·11	2·11	2·12
0·3	2·03	2·05	2·04	2·05	2·07	2·06
0·2	2·07	2·09	2·09	2·08	2·07	2·08
0·1	2·07	2·17	2·16	2·12	2·17	2·12

Man sieht, dass das Verhältniss beider Grössen fast immer gleich 2 ist, indess kommen doch beträchtliche Abweichungen vor, und wir waren bemüht, zu erfahren, wie viel zu diesen Differenzen die möglichen Fehler, welche der Beobachtung zur Last fallen, beigetragen haben konnten.

Es ist bekanntlich nach unseren Formeln:

$$(1) \qquad \delta = \frac{r_1\, d_1 + r_2\, d_2 - D(r_1 + r_2)}{D r_1\, r_2}$$

$$(2) \qquad \theta = \frac{N(r_1\, d_1 + r_2\, d_2) - D(r_1\, n_1 + r_2\, n_2)}{r_1\, r_2\, n_1\, n_2\, D}$$

oder

$$\theta = \frac{N(r_1 + r_2 + \delta\, r_1\, r_2) - (r_1\, n_1 + r_2\, n_2)}{r_1\, r_2\, n_1\, n_2}$$

$$\frac{\delta}{\theta} = \frac{[r_1\, d_1 + r_2\, d_2 - (r_1 + r_2)\, D]\, n_1\, n_2}{N(r_1\, d_1 + r_2\, d_2) - D(r_1\, n_1 + r_2\, n_2)} =$$

$$= \frac{n_1\, n_2}{D}\, \frac{r_1\, d_1 + r_2\, d_2 - D(r_1 + r_2)}{N(r_1 + r_2 + \delta\, r_1\, r_2) - (r_1\, n_1 + r_2\, n_2)}$$

Sucht man nun nach den bekannten Methoden den Einfluss der Beobachtungsfehler in den einzelnen Grössen auf das Resultat, und

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

bezeichnet den Fehler in v_1 mit Δv_1, den in v_2 mit Δv_2 etc. und ganz analog die Fehler in δ, θ, $\frac{\delta}{\theta}$ mit $\Delta\delta$, $\Delta\theta$, $\Delta\frac{\delta}{\theta}$, so findet man:

$$\Delta\delta = \frac{D-d_2}{v_1^2 D}\Delta v_1 - \frac{d_1-D}{v_2^2 D}\Delta v_2 + \frac{1}{v_1 v_2 D}(v_1 \Delta d_1 + v_2 \Delta d_2) -$$

$$- \frac{v_1 d_1 + v_2 d_2}{v_1 v_2 D^2}\Delta D$$

$$\Delta\theta = \frac{n_2 D - N d_2}{v_1^2 n_1 n_2 D}\Delta v_1 - \frac{N d_1 - n_1 D}{v_2^2 n_1 n_2 D}\Delta v_2 + \frac{N}{v_1 v_2 n_1 n_2 D}[v_1 \Delta d_1 + v_2 \Delta d_2] -$$

$$- \frac{N(v_1 d_1 + v_2 d_2)}{v_1 v_2 n_1 n_2 D}\Delta D + \frac{v_1 d_1 + v_2 d_2}{v_1 v_2 n_1 n_2}\Delta N -$$

$$- \frac{N(v_1 d_1 + v_2 d_2) - v_2 n_2 D}{v_1 v_2 n_1^2 n_2 D}\Delta n_1 - \frac{N(v_1 d_1 + v_2 d_2) - v_1 n_1 D}{v_1 v_2 n_1 n_2^2 D}\Delta n_2$$

$$\Delta\frac{\delta}{\theta} = \frac{n_1 n_2 v_1 v_2 D}{[N(v_1 d_1 + v_2 d_2) - D(v_1 n_1 + v_2 n_2)]^2}\Big\{[(N-n_2) d_1 +$$

$$+ (n_1 - N) d_2 - (n_1 - n_2) D]\left[\frac{\Delta v_1}{v_1} - \frac{\Delta v_2}{v_2}\right] +$$

$$+ [(v_1 + v_2) N - (v_1 n_1 + v_2 n_2)]\left[\frac{\Delta d_1}{v_1} + \frac{\Delta d_2}{v_2} - \frac{v_1 d_1 + v_2 d_2}{v_1 v_2 D}\Delta D\right] +$$

$$+ \frac{[v_1 d_1 + v_2 d_2 - (v_1 + v_2) D][N(v_1 d_1 + v_2 d_2) - v_2 n_2 D]}{n_1 v_1 v_2 D}\Delta n_1 +$$

$$+ \frac{[v_1 d_1 + v_2 d_2 - (v_1 + v_2) D][N(v_1 d_1 + v_2 d_2) - v_1 n_1 D]}{n_2 v_1 v_2 D}\Delta n_2 -$$

$$- \frac{[(v_1 d_1 + v_2 d_2) - (v_1 + v_2) D][v_1 d_1 + v_2 d_2]}{v_1 v_2 D}\Delta N\Big\}$$

Durch Einführung der in (1) und (2) gegebenen Werthe von δ und θ werden die Formeln etwas bequemer und lauten dann:

$$\Delta\delta = \frac{D-d_2}{v_1^2 D}\Delta v_1 - \frac{d_1-D}{v_2^2 D}\Delta v_2 + \frac{1}{v_1 v_2 D}[v_1 \Delta d_1 + v_2 \Delta d_2 -$$

$$- (v_1 + v_2 + \delta v_1 v_2)\Delta D]$$

$$\Delta\theta = \frac{n_2 D - N d_2}{v_1^2 n_1 n_2 D}\Delta v_1 + \frac{n_1 D - N d_1}{v_2^2 n_1 n_2 D}\Delta v_2 + \frac{N}{v_1 v_2 n_1 n_2} D[v_1 \Delta d_1 + v_2 \Delta d_2 -$$

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

$$-\frac{N(v_1+v_2+\delta v_1 v_2)-v_2 n_2}{v_1 v_2 n_1^2 n_2}\Delta n_1 -$$

$$-\frac{N(v_1+v_2+\delta v_1 v_2)-v_1 n_1}{v_1 v_2 n_1 n_2^2}\Delta n_2 + \frac{v_1+v_2+\delta v_1 v_2}{v_1 v_2 n_1 n_2}\Delta N$$

$$\Delta\frac{\delta}{\theta} = \frac{(N-n_2)\,d_1-(n_1-n_2)\,D+(n_1-N)\,d_2}{n_1 n_2 D\,(v_1 v_2 \theta)^2}\left[v_2\,\Delta v_1 - v_1\,\Delta v_2\right] +$$

$$+\frac{(v_1+v_2)N-(v_1 n_1+v_2 n_2)}{v_1 v_2 D\,(v_1 v_2 \theta)^2}\left[v_1\,\Delta d_1+v_2\,\Delta d_2-(v_1+v_2+\delta v_1 v_2)\,\Delta D\right]+$$

$$+\frac{\delta\left[(v_1+v_2+\delta v_1 v_2)N-v_2 n_2\right]}{v_1 v_2 n_1^2 n_2 \theta^2}\Delta n_2 + \frac{\delta\left[(v_1+v_2+\delta v_1 v_2)N-v_1 n_1\right]}{v_1 v_2 n_1 n_2^2 \theta^2}\Delta n_2 -$$

$$-\frac{\delta\,(v_1+v_2+\delta v_1 v_2)}{n_1 n_2 v_1 v_2 \theta^2}\Delta N$$

Diese Formeln sind ganz allgemein entwickelt, bei unserer Beobachtungsmethode vereinfachen sich dieselben sehr, denn wir haben $v_1 + v_2 = 1$ und bezogen ferner alles auf die relative Dichte des Wassers $d_2 = 1$.

Dadurch verwandeln sich obige Formeln in folgende:

$$\Delta\delta = \frac{D-1}{v_1^2 D}\Delta v_1 - \frac{d_1-D}{v_2^2 D}\Delta v_2 + \frac{1}{v_1 v_2 D}\left[v_1\,\Delta d_1 + v_2\,\Delta d_2 -\right.$$

$$\left.-(1+\delta v_1 v_2)\,\Delta D\right]$$

$$\Delta\theta = \frac{n_2 D-N}{v_1^2 n_1 n_2 D}\Delta v_1 + \frac{n_1 D-N n_1}{v_2^2 n_1 n_2 D}\Delta v_2 + \frac{v_1 v_2 n_1 n_2 D}{N}\left[v_1\,\Delta d_1 + v_2\,\Delta d_2 -\right.$$

$$\left.-(1+\delta v_1 v_2)\,\Delta D\right] - \frac{(1+\delta v_1 v_2)\,N-v_2 n_2}{v_1 v_2 n_1^2 n_2}\Delta n_1 -$$

$$-\frac{(1+\delta v_1 v_2)\,N-v_1 n_1}{v_1 v_2 n_1 n_2^2}\Delta n_2 + \frac{1+\delta v_1 v_2}{v_1 v_2 n_1 n_2}\Delta N$$

$$\Delta\frac{\delta}{\theta} = \frac{(N-n_2)d-(n_1-n_2)\,D+n_1-N}{n_1 n_2 D\,(v_1 v_2 \theta)^2}\left[v_2\,\Delta v_1 - v_1\,\Delta v_2\right] +$$

$$+\frac{N-(v_1 n_1+v_2 n_2)}{n_1 n_2 D\,(v_1 v_2 \theta)^2}\left[v_1\,\Delta d_1 + v_2\,\Delta d_2 - (1+\delta v_1 v_2)\,\Delta D +\right.$$

$$+\frac{\delta\left[(1+\delta v_1 v_2)N-v_2 n_2\right]}{v_1 v_2 n_1^2 n_2 \theta^2}\Delta n_1 + \frac{\delta\left[(1+\delta v_1 v_2)N-v_1 n_1\right]}{n_1 n_2^2 v_1 v_2 \theta^2}\Delta n_2 -$$

$$-\frac{\delta\,(1+\delta v_1 v_2)}{n_1 n_2 v_1 v_2 \theta^2}\Delta N$$

Berechnet man die Coëfficienten dieser Differenz-Gleichungen mit Hilfe der durch unsere Beobachtungsreihen gegebenen Werthe, so findet man folgende Daten:

I. Schwefelsäure.

Tabelle A.

Die Fehler in δ:

Concentration	$\Delta\delta =$
0·9	$0{\cdot}56\ \Delta v_1 - 1{\cdot}67\ \Delta v_2 + 5{\cdot}49\ \Delta d_1 + 0{\cdot}61\ \Delta d_2 - 5{\cdot}92\ \Delta D$
0·8	$0{\cdot}68\ \Delta v_1 - 1{\cdot}24\ \Delta v_2 + 2{\cdot}83\ \Delta d_1 + 0{\cdot}71\ \Delta d_2 - 3{\cdot}38\ \Delta D$
0·7	$0{\cdot}83\ \Delta v_1 - 1{\cdot}08\ \Delta v_2 + 1{\cdot}97\ \Delta d_1 + 0{\cdot}85\ \Delta d_2 - 2{\cdot}67\ \Delta D$
0·6	$1{\cdot}06\ \Delta v_1 - 0{\cdot}91\ \Delta v_2 + 1{\cdot}55\ \Delta d_1 + 1{\cdot}03\ \Delta d_2 - 2{\cdot}41\ \Delta D$
0·5	$1{\cdot}38\ \Delta v_1 - 0{\cdot}86\ \Delta v_2 + 1{\cdot}31\ \Delta d_1 + 1{\cdot}31\ \Delta d_2 - 2{\cdot}45\ \Delta D$
0·4	$1{\cdot}87\ \Delta v_1 - 0{\cdot}82\ \Delta v_2 + 1{\cdot}17\ \Delta d_1 + 1{\cdot}75\ \Delta d_2 - 2{\cdot}74\ \Delta D$
0·3	$2{\cdot}70\ \Delta v_1 - 0{\cdot}82\ \Delta v_2 + 1{\cdot}08\ \Delta d_1 + 2{\cdot}52\ \Delta d_2 - 3{\cdot}43\ \Delta D$
0·2	$4{\cdot}47\ \Delta v_1 - 0{\cdot}81\ \Delta v_2 + 1{\cdot}03\ \Delta d_1 + 4{\cdot}10\ \Delta d_2 - 4{\cdot}93\ \Delta D$
0·1	$9{\cdot}75\ \Delta v_1 - 0{\cdot}83\ \Delta v_2 + 1{\cdot}00\ \Delta d_1 + 9{\cdot}00\ \Delta d_3 - 9{\cdot}82\ \Delta D$

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle B.

Fehler in θ für die Linie $\mathfrak{A}$ des Spectrums:

Concentration	$\Delta\,\theta_{\mathfrak{A}} =$
0·9	$0{\cdot}35\ \Delta v_1 - 1{\cdot}58\ \Delta v_2 + 4{\cdot}14\ \Delta d_1 + 0{\cdot}46\ \Delta d_2 - 4{\cdot}46\ \Delta D - 5{\cdot}14\ \Delta n_1 - 0{\cdot}46\ \Delta n_2 + 5{\cdot}66\ \Delta N$
0·8	$0{\cdot}43\ \Delta v_1 - 1{\cdot}01\ \Delta v_2 + 2{\cdot}13\ \Delta d_1 + 0{\cdot}53\ \Delta d_2 - 2{\cdot}55\ \Delta D - 2{\cdot}53\ \Delta n_1 - 0{\cdot}55\ \Delta n_2 + 3{\cdot}13\ \Delta N$
0·7	$0{\cdot}52\ \Delta v_1 - 0{\cdot}81\ \Delta v_2 + 1{\cdot}48\ \Delta d_1 + 0{\cdot}64\ \Delta d_2 - 2{\cdot}00\ \Delta D - 1{\cdot}67\ \Delta n_1 - 0{\cdot}66\ \Delta n_2 + 2{\cdot}37\ \Delta N$
0·6	$0{\cdot}66\ \Delta v_1 - 0{\cdot}65\ \Delta v_2 + 1{\cdot}15\ \Delta d_1 + 0{\cdot}77\ \Delta d_2 - 1{\cdot}80\ \Delta D - 1{\cdot}22\ \Delta n_1 - 0{\cdot}77\ \Delta n_2 + 2{\cdot}05\ \Delta N$
0·5	$0{\cdot}86\ \Delta v_1 - 0{\cdot}59\ \Delta v_2 + 0{\cdot}97\ \Delta d_1 + 0{\cdot}97\ \Delta d_2 - 1{\cdot}82\ \Delta D - 0{\cdot}96\ \Delta n_1 - 0{\cdot}95\ \Delta n_2 + 1{\cdot}96\ \Delta N$
0·4	$1{\cdot}16\ \Delta v_1 - 0{\cdot}56\ \Delta v_2 + 0{\cdot}86\ \Delta d_1 + 1{\cdot}28\ \Delta d_2 - 2{\cdot}01\ \Delta D - 0{\cdot}78\ \Delta n_1 - 1{\cdot}21\ \Delta n_2 + 2{\cdot}06\ \Delta N$
0·3	$1{\cdot}67\ \Delta v_1 - 0{\cdot}54\ \Delta v_2 + 0{\cdot}79\ \Delta d_1 + 1{\cdot}83\ \Delta d_2 - 2{\cdot}49\ \Delta D - 0{\cdot}67\ \Delta n_1 - 1{\cdot}66\ \Delta n_2 + 2{\cdot}38\ \Delta N$
0·2	$2{\cdot}74\ \Delta v_1 - 0{\cdot}53\ \Delta v_2 + 0{\cdot}74\ \Delta d_1 + 2{\cdot}95\ \Delta d_2 - 3{\cdot}55\ \Delta D - 0{\cdot}57\ \Delta n_1 - 2{\cdot}54\ \Delta n_2 + 3{\cdot}16\ \Delta N$
0·1	$5{\cdot}92\ \Delta v_1 - 0{\cdot}54\ \Delta v_2 + 0{\cdot}71\ \Delta d_1 + 6{\cdot}42\ \Delta d_2 - 6{\cdot}97\ \Delta D - 0{\cdot}51\ \Delta n_1 - 5{\cdot}17\ \Delta n_2 + 5{\cdot}72\ \Delta N$

Tabelle C.

Fehler in θ für die Linie $\mathfrak{F}$ des Spectrums:

Concentration	$\Delta\,\theta_\delta =$
0·9	$0{\cdot}35\ \Delta v_1 - 1{\cdot}60\ \Delta v_2 + 4{\cdot}13\ \Delta d_1 + 0{\cdot}46\ \Delta d_2 - 4{\cdot}45\ \Delta D - 5{\cdot}11\ \Delta n_1 - 0{\cdot}46\ \Delta n_2 + 5{\cdot}63\ \Delta N$
0·8	$0{\cdot}42\ \Delta v_1 - 1{\cdot}01\ \Delta v_2 + 2{\cdot}13\ \Delta d_1 + 0{\cdot}53\ \Delta d_2 - 2{\cdot}54\ \Delta D - 2{\cdot}52\ \Delta n_1 - 0{\cdot}55\ \Delta n_2 + 3{\cdot}11\ \Delta N$
0·7	$0{\cdot}52\ \Delta v_1 - 0{\cdot}81\ \Delta v_2 + 1{\cdot}48\ \Delta d_1 + 0{\cdot}63\ \Delta d_2 - 2{\cdot}00\ \Delta D - 1{\cdot}66\ \Delta n_1 - 0{\cdot}66\ \Delta n_2 + 2{\cdot}35\ \Delta N$
0·6	$0{\cdot}66\ \Delta v_1 - 0{\cdot}65\ \Delta v_2 + 1{\cdot}15\ \Delta d_1 + 0{\cdot}77\ \Delta d_2 - 1{\cdot}79\ \Delta D - 1{\cdot}21\ \Delta n_1 - 0{\cdot}77\ \Delta n_2 + 2{\cdot}03\ \Delta N$
0·5	$0{\cdot}85\ \Delta v_1 - 0{\cdot}59\ \Delta v_2 + 0{\cdot}97\ \Delta d_1 + 0{\cdot}97\ \Delta d_2 - 1{\cdot}81\ \Delta D - 0{\cdot}95\ \Delta n_1 - 0{\cdot}95\ \Delta n_2 + 1{\cdot}95\ \Delta N$
0·4	$1{\cdot}16\ \Delta v_1 - 0{\cdot}56\ \Delta v_2 + 0{\cdot}86\ \Delta d_1 + 1{\cdot}28\ \Delta d_2 - 2{\cdot}01\ \Delta D - 0{\cdot}78\ \Delta n_1 - 1{\cdot}21\ \Delta n_2 + 2{\cdot}04\ \Delta N$
0·3	$1{\cdot}66\ \Delta v_1 - 0{\cdot}54\ \Delta v_2 + 0{\cdot}78\ \Delta d_1 + 1{\cdot}83\ \Delta d_2 - 2{\cdot}48\ \Delta D - 0{\cdot}67\ \Delta n_1 - 1{\cdot}65\ \Delta n_2 + 2{\cdot}36\ \Delta N$
0·2	$2{\cdot}73\ \Delta v_1 - 0{\cdot}53\ \Delta v_2 + 0{\cdot}74\ \Delta d_1 + 2{\cdot}94\ \Delta d_2 - 3{\cdot}54\ \Delta D - 0{\cdot}57\ \Delta n_1 - 2{\cdot}52\ \Delta n_2 + 3{\cdot}14\ \Delta N$
0·1	$5{\cdot}90\ \Delta v_1 - 0{\cdot}54\ \Delta v_2 + 0{\cdot}71\ \Delta d_1 + 6{\cdot}39\ \Delta d_2 - 6{\cdot}95\ \Delta D - 0{\cdot}51\ \Delta n_1 - 5{\cdot}14\ \Delta n_2 + 5{\cdot}68\ \Delta N$

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle D.

Fehler in $\frac{\delta}{\theta}$ für die Linie $\mathfrak{A}$:

Concentration	$\Delta \frac{\delta}{\theta} =$
0·9	$19{\cdot}78\,\Delta d_1 + 2{\cdot}19\,\Delta d_2 - 21{\cdot}23\,\Delta D + 73{\cdot}88\,\Delta N - 67{\cdot}09\,\Delta n_1 - 6{\cdot}04\,\Delta n_2 + 1{\cdot}07\,\Delta v_1 - 9{\cdot}66\,\Delta v_2$
0·8	$12{\cdot}02\,\Delta d_1 + 3{\cdot}00\,\Delta d_2 - 14{\cdot}32\,\Delta D + 47{\cdot}43\,\Delta N - 38{\cdot}31\,\Delta n_1 - 8{\cdot}34\,\Delta n_2 + 1{\cdot}59\,\Delta v_1 - 6{\cdot}34\,\Delta v_2$
0·7	$9{\cdot}29\,\Delta d_1 + 3{\cdot}96\,\Delta d_2 - 12{\cdot}55\,\Delta D + 40{\cdot}65\,\Delta N - 28{\cdot}61\,\Delta n_1 - 11{\cdot}28\,\Delta n_2 + 1{\cdot}68\,\Delta v_1 - 6{\cdot}25\,\Delta v_2$
0·6	$5{\cdot}15\,\Delta d_1 + 3{\cdot}43\,\Delta d_2 - 8{\cdot}01\,\Delta D + 28{\cdot}82\,\Delta N - 17{\cdot}13\,\Delta n_1 - 12{\cdot}81\,\Delta n_2 + 1{\cdot}73\,\Delta v_1 - 2{\cdot}60\,\Delta v_2$
0·5	$4{\cdot}37\,\Delta d_1 + 4{\cdot}37\,\Delta d_2 - 8{\cdot}16\,\Delta D + 28{\cdot}73\,\Delta N - 14{\cdot}00\,\Delta n_1 - 13{\cdot}84\,\Delta n_2 + 2{\cdot}23\,\Delta v_1 - 2{\cdot}23\,\Delta v_2$
0·4	$3{\cdot}86\,\Delta d_1 + 5{\cdot}78\,\Delta d_2 - 9{\cdot}05\,\Delta D + 30{\cdot}29\,\Delta N - 11{\cdot}84\,\Delta n_1 - 18{\cdot}25\,\Delta n_2 + 3{\cdot}06\,\Delta v_1 - 2{\cdot}04\,\Delta v_2$
0·3	$3{\cdot}94\,\Delta d_1 + 9{\cdot}19\,\Delta d_2 - 12{\cdot}48\,\Delta D + 39{\cdot}33\,\Delta N - 11{\cdot}03\,\Delta n_1 - 27{\cdot}35\,\Delta n_2 + 4{\cdot}99\,\Delta v_1 - 2{\cdot}14\,\Delta v_2$
0·2	$4{\cdot}02\,\Delta d_1 + 16{\cdot}09\,\Delta d_2 - 19{\cdot}32\,\Delta D + 53{\cdot}90\,\Delta N - 9{\cdot}79\,\Delta n_1 - 43{\cdot}22\,\Delta n_2 + 9{\cdot}41\,\Delta v_1 - 2{\cdot}35\,\Delta v_2$
0·1	$4{\cdot}56\,\Delta d_1 + 41{\cdot}02\,\Delta d_2 - 44{\cdot}64\,\Delta D + 110{\cdot}85\,\Delta N - 9{\cdot}82\,\Delta n_1 - 99{\cdot}48\,\Delta n_2 + 15{\cdot}16\,\Delta v_1 - 2{\cdot}68\,\Delta v_2$

Tabelle E.

Fehler in $\frac{\delta}{\theta}$ für die Linie $\mathfrak{F}$:

Concentration	$\Delta \frac{\delta}{\theta} =$
0·9	$20{\cdot}06\ \Delta d_1 + 2{\cdot}34\ \Delta d_2 - 22{\cdot}69\ \Delta D + 76{\cdot}53\ \Delta N - 69{\cdot}52\ \Delta n_1 - 6{\cdot}30\ \Delta n_2 + 1{\cdot}23\ \Delta v_1 - 11{\cdot}05\ \Delta v_2$
0·8	$12{\cdot}11\ \Delta d_1 + 3{\cdot}03\ \Delta d_2 - 15{\cdot}14\ \Delta D + 48{\cdot}78\ \Delta N - 39{\cdot}45\ \Delta n_1 - 8{\cdot}63\ \Delta n_2 + 1{\cdot}73\ \Delta v_1 - 6{\cdot}82\ \Delta v_2$
0·7	$10{\cdot}25\ \Delta d_1 + 3{\cdot}39\ \Delta d_2 - 13{\cdot}85\ \Delta D + 42{\cdot}72\ \Delta N - 30{\cdot}10\ \Delta n_1 - 11{\cdot}93\ \Delta n_2 + 2{\cdot}41\ \Delta v_1 - 5{\cdot}63\ \Delta v_2$
0·6	$5{\cdot}33\ \Delta d_1 + 3{\cdot}55\ \Delta d_2 - 8{\cdot}28\ \Delta D + 29{\cdot}24\ \Delta N - 17{\cdot}35\ \Delta n_1 - 13{\cdot}01\ \Delta n_2 + 1{\cdot}81\ \Delta v_1 - 2{\cdot}72\ \Delta v_2$
0·5	$4{\cdot}69\ \Delta d_1 + 4{\cdot}69\ \Delta d_2 - 8{\cdot}76\ \Delta D + 29{\cdot}67\ \Delta N - 14{\cdot}48\ \Delta n_1 - 14{\cdot}36\ \Delta n_2 + 2{\cdot}44\ \Delta v_1 - 2{\cdot}44\ \Delta v_2$
0·4	$4{\cdot}13\ \Delta d_1 + 6{\cdot}19\ \Delta d_2 - 9{\cdot}69\ \Delta D + 31{\cdot}60\ \Delta N - 12{\cdot}08\ \Delta n_1 - 18{\cdot}71\ \Delta n_2 + 3{\cdot}21\ \Delta v_1 - 2{\cdot}14\ \Delta v_2$
0·3	$4{\cdot}03\ \Delta d_1 + 10{\cdot}10\ \Delta d_2 - 13{\cdot}71\ \Delta D + 41{\cdot}04\ \Delta N - 11{\cdot}55\ \Delta n_1 - 28{\cdot}71\ \Delta n_2 + 5{\cdot}67\ \Delta v_1 - 2{\cdot}43\ \Delta v_2$
0·2	$4{\cdot}15\ \Delta d_1 + 16{\cdot}58\ \Delta d_2 - 19{\cdot}92\ \Delta D + 54{\cdot}95\ \Delta N - 9{\cdot}99\ \Delta n_1 - 44{\cdot}20\ \Delta n_2 + 9{\cdot}72\ \Delta v_1 - 2{\cdot}43\ \Delta v_2$
0·1	$4{\cdot}72\ \Delta d_1 + 42{\cdot}44\ \Delta d_2 - 46{\cdot}17\ \Delta D + 112{\cdot}23\ \Delta N - 9{\cdot}97\ \Delta n_1 - 101{\cdot}52\ \Delta n_2 + 16{\cdot}18\ \Delta v_1 - 2{\cdot}90\ \Delta v_2$

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Wir haben oben die stärksten Fehler angegeben, welche wir bei unseren Beobachtungen begehen konnten, sie waren

für v_1 und v_1 $1/300$
„ n_1 „ n_2 0·0001
„ N . . . 0·0002 } wegen der grösseren Zahl der Beobachtungen für concentrirte Säure.
„ d_1 . . . 0·0001
„ d_2 und D 0·001

Rechnet man mit diesen unter der Voraussetzung, dass sich alle Fehler addiren, die resultirenden Fehler, so findet man die Maxima der Fehler, welche möglicherweise eintreten können; sie sind:

Tabelle F.

Möglicher Maximalfehler in:

Concentration	$\delta = \Delta\delta$ ±	$\theta_{\mathfrak{A}} = \Delta\theta_{\mathfrak{A}}$ ±	$\theta_f = \Delta\mathfrak{F}$ ±	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{A}}} = \Delta\frac{d}{\theta_{\mathfrak{A}}}$ ±	$\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{F}}} = \Delta\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{F}}}$ ±
0·9	0·0145	0·0134	0·0135	0·0832	0·0900
0·8	0·0108	0·0090	0·0090	0·0591	0·0627
0·7	0·0101	0·0079	0·0079	0·0593	0·0588
0·6	0·0102	0·0076	0·0077	0·0349	0·0360
0·5	0·0114	0·0083	0·0083	0·0363	0·0390
0·4	0·0136	0·0097	0·0097	0·0412	0·0435
0·3	0·0178	0·0124	0·0124	0·0585	0·0634
0·2	0·0267	0·0184	0·0184	0·0910	0·0938
0·1	0·0542	0·0366	0·0366	0·1753	0·1842

Aus dieser Tafel sieht man, dass die Differenz der Maximalfehler in $\theta_{\mathfrak{A}}$ und $\theta_{\mathfrak{F}}$ sowie in $\frac{d}{\theta_{\mathfrak{A}}}$ und $\frac{\delta}{\theta_{\mathfrak{F}}}$ eine ganz unbeträchtliche ist. Es wurden daher bei der Salpetersäure die Fehler nur für die mittlere Linie D gerechnet, was ohne weiteres geschehen konnte, da gar kein merklicher Fehler dabei begangen wird.

II. Salpetersäure.

Tabelle A.

Fehler in δ:

Concentration	$\Delta\delta =$
0·9	$0{\cdot}34\ \Delta v_1 - 1{\cdot}82\ \Delta v_2 + 7{\cdot}28\ \Delta d_1 + 0{\cdot}81\ \Delta d_2 - 7{\cdot}87\ \Delta D$
0·8	$0{\cdot}40\ \Delta v_1 - 1{\cdot}02\ \Delta v_2 + 3{\cdot}72\ \Delta d_1 + 0{\cdot}93\ \Delta d_2 - 4{\cdot}41\ \Delta D$
0·7	$0{\cdot}49\ \Delta v_1 - 0{\cdot}72\ \Delta v_2 + 2{\cdot}53\ \Delta d_1 + 1{\cdot}09\ \Delta d_2 - 3{\cdot}36\ \Delta D$
0·6	$0{\cdot}60\ \Delta v_1 + 0{\cdot}61\ \Delta v_2 + 1{\cdot}96\ \Delta d_1 + 1{\cdot}31\ \Delta d_2 - 2{\cdot}99\ \Delta D$
0·5	$0{\cdot}77\ \Delta v_1 + 0{\cdot}52\ \Delta v_2 + 1{\cdot}62\ \Delta d_1 + 1{\cdot}62\ \Delta d_2 - 2{\cdot}92\ \Delta D$
0·4	$1{\cdot}01\ \Delta v_1 + 0{\cdot}48\ \Delta v_2 + 1{\cdot}40\ \Delta d_1 + 2{\cdot}09\ \Delta d_2 - 3{\cdot}15\ \Delta D$
0·3	$1{\cdot}42\ \Delta v_1 - 0{\cdot}45\ \Delta v_2 + 1{\cdot}25\ \Delta d_1 + 2{\cdot}91\ \Delta d_2 - 3{\cdot}78\ \Delta D$
0·2	$2{\cdot}19\ \Delta v_1 - 0{\cdot}43\ \Delta v_2 + 1{\cdot}14\ \Delta d_1 + 4{\cdot}56\ \Delta d_2 - 5{\cdot}30\ \Delta D$
0·1	$4{\cdot}58\ \Delta v_1 - 0{\cdot}41\ \Delta v_2 + 1{\cdot}06\ \Delta d_1 + 9{\cdot}54\ \Delta d_2 - 10{\cdot}21\ \Delta D$

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle B.

Fehler in $\theta_{\mathfrak{D}}$:

Concentration	$\Delta\,\theta_{\mathfrak{D}} =$
0·9	$0{\cdot}20\ \Delta v_1 - 1{\cdot}30\ \Delta v_2 + 5{\cdot}45\ \Delta d_1 + 0{\cdot}61\ \Delta d_2 - 5{\cdot}99\ \Delta D - 5{\cdot}29\ \Delta n_1 - 0{\cdot}55\ \Delta n_2 + 5{\cdot}86\ \Delta N$
0·8	$0{\cdot}24\ \Delta v_1 - 0{\cdot}69\ \Delta v_2 + 2{\cdot}78\ \Delta d_1 + 0{\cdot}69\ \Delta d_2 - 3{\cdot}41\ \Delta D - 2{\cdot}62\ \Delta n_1 - 0{\cdot}62\ \Delta n_2 + 3{\cdot}27\ \Delta N$
0·7	$0{\cdot}30\ \Delta v_1 - 0{\cdot}48\ \Delta v_2 + 1{\cdot}89\ \Delta d_1 + 0{\cdot}81\ \Delta d_2 - 2{\cdot}63\ \Delta D - 1{\cdot}73\ \Delta n_1 - 0{\cdot}71\ \Delta n_2 + 2{\cdot}47\ \Delta N$
0·6	$0{\cdot}36\ \Delta v_1 - 0{\cdot}41\ \Delta v_2 + 1{\cdot}46\ \Delta d_1 + 0{\cdot}97\ \Delta d_2 - 2{\cdot}36\ \Delta D - 1{\cdot}30\ \Delta n_1 - 0{\cdot}85\ \Delta n_2 + 2{\cdot}16\ \Delta N$
0·5	$0{\cdot}46\ \Delta v_1 - 0{\cdot}34\ \Delta v_2 + 1{\cdot}16\ \Delta d_1 + 1{\cdot}19\ \Delta d_2 - 2{\cdot}31\ \Delta D - 1{\cdot}02\ \Delta n_1 - 1{\cdot}02\ \Delta n_2 + 2{\cdot}06\ \Delta N$
0·4	$0{\cdot}60\ \Delta v_1 - 0{\cdot}31\ \Delta v_2 + 1{\cdot}02\ \Delta d_1 + 1{\cdot}54\ \Delta d_2 - 2{\cdot}49\ \Delta D - 0{\cdot}83\ \Delta n_1 - 1{\cdot}29\ \Delta n_2 + 2{\cdot}16\ \Delta N$
0·3	$0{\cdot}84\ \Delta v_1 - 0{\cdot}29\ \Delta v_2 + 0{\cdot}91\ \Delta d_1 + 2{\cdot}12\ \Delta d_2 - 2{\cdot}96\ \Delta D - 0{\cdot}72\ \Delta n_1 - 1{\cdot}74\ \Delta n_2 + 2{\cdot}48\ \Delta N$
0·2	$1{\cdot}30\ \Delta v_1 - 0{\cdot}27\ \Delta v_2 + 0{\cdot}82\ \Delta d_1 + 3{\cdot}30\ \Delta d_2 - 4{\cdot}06\ \Delta D - 0\ 63\ \Delta n_1 - 2{\cdot}63\ \Delta n_2 + 3{\cdot}28\ \Delta N$
0·1	$2{\cdot}69\ \Delta v_1 - 0{\cdot}26\ \Delta v_2 + 0{\cdot}76\ \Delta d_1 + 6{\cdot}84\ \Delta d_2 - 7{\cdot}55\ \Delta D - 0{\cdot}57\ \Delta n_1 - 5{\cdot}30\ \Delta n_2 + 5{\cdot}88\ \Delta N$

Tabelle C.

Fehler in $\frac{\delta}{\theta_D}$:

Concentration	$\Delta \frac{\delta}{\theta_D} =$
0·9	$2{\cdot}28\,\Delta v_1 - 20{\cdot}50\,\Delta v_2 + 89{\cdot}33\,\Delta d_1 + 9{\cdot}93\,\Delta d_2 - 98{\cdot}18\,\Delta D + 216{\cdot}73\,\Delta n_1 + 22{\cdot}59\,\Delta n_2 - 239{\cdot}94\,\Delta N$
0·8	$1{\cdot}49\,\Delta v_1 - 5.95\,\Delta v_2 + 31{\cdot}60\,\Delta d_1 + 7{\cdot}90\,\Delta d_2 - 38{\cdot}77\,\Delta D + 90{\cdot}78\,\Delta n_1 + 21{\cdot}56\,\Delta n_2 - 113{\cdot}12\,\Delta N$
0·7	$1{\cdot}67\,\Delta v_1 - 3{\cdot}91\,\Delta v_2 + 19{\cdot}68\,\Delta d_1 + 8{\cdot}43\,\Delta d_2 - 27{\cdot}31\,\Delta D + 55{\cdot}03\,\Delta n_1 + 22{\cdot}70\,\Delta n_2 - 78{\cdot}52\,\Delta N$
0·6	$3{\cdot}43\,\Delta v_1 - 5{\cdot}14\,\Delta v_2 + 22{\cdot}97\,\Delta d_1 + 15{\cdot}32\,\Delta d_2 - 37{\cdot}25\,\Delta D + 54{\cdot}05\,\Delta n_1 + 35{\cdot}43\,\Delta n_2 - 90{\cdot}14\,\Delta N$
0·5	$3{\cdot}14\,\Delta v_1 - 3{\cdot}14\,\Delta v_1 + 14{\cdot}28\,\Delta d_1 + 14{\cdot}28\,\Delta d_2 - 27{\cdot}66\,\Delta D + 34{\cdot}84\,\Delta n_1 + 34{\cdot}85\,\Delta n_2 - 70{\cdot}49\,\Delta N$
0·4	$4{\cdot}28\,\Delta v_1 - 2{\cdot}86\,\Delta v_1 + 13{\cdot}32\,\Delta d_1 + 19{\cdot}98\,\Delta d_2 - 32{\cdot}34\,\Delta D + 30{\cdot}64\,\Delta n_1 + 47{\cdot}50\,\Delta n_2 - 79{\cdot}44\,\Delta N$
0·3	$5{\cdot}21\,\Delta v_1 - 2{\cdot}57\,\Delta v_1 + 11{\cdot}65\,\Delta d_1 + 27{\cdot}17\,\Delta d_2 - 37{\cdot}93\,\Delta D + 27{\cdot}98\,\Delta n_1 + 67{\cdot}16\,\Delta n_2 - 95{\cdot}89\,\Delta N$
0·2	$11{\cdot}68\,\Delta v_1 - 2{\cdot}92\,\Delta v_1 + 13{\cdot}24\,\Delta d_1 + 52{\cdot}96\,\Delta d_2 - 65{\cdot}22\,\Delta D + 23{\cdot}87\,\Delta n_1 + 124{\cdot}55\,\Delta n_2 - 155{\cdot}36\,\Delta N$
0·1	$36{\cdot}04\,\Delta v_1 - 4{\cdot}00\,\Delta v_1 + 18{\cdot}79\,\Delta d_1 + 169{\cdot}18\,\Delta d_2 - 186{\cdot}43\,\Delta D + 35{\cdot}80\,\Delta n_1 + 339{\cdot}66\,\Delta n_2 - 376{\cdot}45\,\Delta N$

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Tabelle D.

Maxima der möglichen Fehler in:

Concentration	δ	θ	$\frac{\gamma}{\theta}$
0·9	±0·0166	±0·0189	±0·2649
0·8	0·0104	0·0085	0·1084
0·7	0·0087	0·0070	0·0698
0·6	0·0085	0·0067	0·0554
0·5	0·0090	0·0069	0·0954
0·4	0·0103	0·0078	0·1012
0·3	0·0130	0·0097	0·1242
0·2	0·0187	0·0136	0·2142
0·1	0·0365	0·0261	0·6038

Man sieht aus diesen Tafeln ganz deutlich, dass die Schwankungen um die constante Zahl 2 sich mit grosser Wahrscheinlichkeit aus den Beobachtungsfehlern erklären lassen und es frägt sich, welcher Art die Relation zwischen δ und θ sein könne.

Wenn man die numerischen Zahlenwerthe der für $\frac{\delta}{\theta}$ gefundenen möglichen Maximalfehler mit unseren oben angegebenen Werthen von $\frac{\delta}{\theta}$ vergleicht, so findet man, dass nach Abzug eben dieser Fehler nur eine ganz kleine positive oder negative Grösse mangelt, um die constante Zahl zwei hervorzurufen.

Dieses constante Verhältniss zweier Grössen, die so ganz unabhängig von einander sind, wie δ und θ, und der Umstand, dass diese Constanz für alle Temperaturen, für alle Concentrationsgrade und für so verschiedene Substanzen wie Alkohol, Holzgeist, Säuren, Gase (siehe weiter unten) etc. in so entschiedenem Masse auftritt; dürfte wohl beweisen, dass in der That zwischen diesen beiden Grössen ein rationales und constantes Verhältniss für alle Körper bestehen dürfte.

Da ferner sowohl die δ als die θ unter der Form einer unendlichen Reihe $a_0 + a_1 v_1 + a_2 v_2 + \ldots$ betrachtet werden können, so ist es wohl erklärlich, dass wir auch für $\frac{\delta}{\theta}$ eine solche Form

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

annehmen, deren erstes Glied, z. B. für Säuren = 2, für Gase = 1, bereits durch unsere Beobachtungen festgestellt wurde. Dass durch diese Reihenform kleine Variationen um diese constante Zahl sehr wohl begreiflich werden, fällt in die Augen.

Die höheren Glieder dieser Reihe sind für feste und flüssige Körper ohne Frage sehr klein, ob dies auch für gasförmige Körper gilt, ist noch fraglich, indess scheinen mehrere gewichtige Umstände dafür zu sprechen, dass dort auch die Glieder höherer Ordnungen einen grösseren Einfluss äussern.

Noch ist einer Thatsache zu gedenken, welche aus unseren Beobachtungen sich ergibt. Es nehmen nämlich die Werthe der θ im Spectrum von Roth gegen Violet beständig zu, allein es war uns bis jetzt noch nicht möglich zu bestimmen, nach welchem Gesetze diese Zunahme vor sich geht und welche Factoren einen besonderen Einfluss darauf haben.

Wir begnügen uns daher die Sache blos angedeutet zu haben und behalten das Weitere späteren Untersuchungen mit Apparaten vor, die eine schärfere Bestimmung zulassen.

Da ferner $\theta = \frac{\tau}{c}$ wie τ eine Constante, oder wenn man will eine Reihe von den Formen $\tau_1 + v_1 \tau_2 + v_2 \tau_3 + v_1 v_2 \tau_4 + \ldots$ und c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in der Luft, so ist $\frac{\theta}{\theta^1} = \frac{c^1}{c}$ bei verschiedenen Strahlen, und wenn c und c^1 die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in der Luft bezeichnen, so wäre hiermit, im Verhältnisse der θ verschiedener Farben zu einander, mit Hilfe genauer Beobachtungen, die Dispersion der Atmosphäre zu bestimmen.

II.

Einer von uns versuchte auch die Anwendung der dem ersten Theile dieser Abhandlung zu Grunde liegenden Formeln auf die Gase, und zwar von der Betrachtung des von Biot und Arago aufgestellten, in der Einleitung erwähnten Gesetzes ausgehend.

Die von den genannten Forschern gefundene Formel lautet:

$$\frac{N^2 - 1}{D} = \frac{\frac{n^2_1 - 1}{d_1} p_1 + \frac{n^2_2 - 1}{d_2} p_2}{p_1 + p_2};$$

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

setzt man:

$$p_1 + p_2 = P = VD$$
$$p_1 = v_1 d_1$$
$$p_2 = v_3 d_2$$

wo V, v_1, v_2, die den Gewichten P, p_1, p_2 entsprechenden Volumina sind, so geht sie über in die folgende:

$$(N^2 - 1) V = (n_1^2 - 1) v_1 + (n_2^2 - 1) v_2;$$

diese Gleichung gilt aber, den Untersuchungen Petit's und Dulong's zufolge, nur wenn

$$V = v_1 + v_2$$

ist, so dass man sie eigentlich zu schreiben hat:

$$(N^2 - 1)(v_1 + v_2) = (n_1^2 - 1) v_1 + (n_2^2 - 1) v_2 \quad . \; . \; . \; (I)$$

Nun sind die Werthe der Brechungsexponenten bei den Gasen sämmtlich Grössen von der Form $1 + \alpha$, wo α eine erst in der vierten Decimalstelle bedeutsame Zahl ist, und man kann ohne Schaden für die Genauigkeit [1]):

$$N^2 - 1 = 2\alpha = 2(N - 1)$$

setzen, wodurch die Gleichung (I) übergeht in die folgende:

$$(N - 1)(v_1 + v_2) = (n_1 - 1) v_1 + (n_2 - 1) v_2$$

oder:

$$N(v_1 + v_2) = n_1 v_1 + n_2 v_2,$$

$$N = \frac{n_1 v_1 + n_2 v_2}{v_1 + v_2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (II)$$

welche mit der von Professor Grailich aufgestellten:

$$N = \frac{n_1 v_1 + n_2 v_2 + \theta n_1 v_1 n_2 v_2}{v_1 + v_2 + \delta v_1 v_2} \quad . \; . \; . \; . \; (III)$$

sogleich zusammenfällt, wenn man

$$\theta = \delta = o$$

setzt, wobei übrigens zu bemerken ist, dass

$$\delta = o$$

---

[1]) S. Beer, Einl. in die höhere Opt., pag. 35.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

unmittelbar aus der Annahme hervorgeht, es finde bei der Verbindung keine Contraction Statt.

Bei den nachfolgenden Berechnungen wurden für die Werthe von V, v_1, v_2, überall die kleinsten ganzen Zahlen gesetzt, welche die bei den eudiometrischen Analysen gefundenen Volumenverhältnisse der Verbindungen ausdrücken. Die Werthe der Dichten und Brechungsexponenten wurden aus den Beobachtungen Dulong's genommen, welche sämmtlich auf gleiche Temperatur und gleichen Barometerstand reducirt, und nach derselben Methode beobachtet sind. Es sind die im Anhange zu Beer's Einleitung in die höhere Optik, Tabelle 2 angeführten Zahlen.

Die Gase, welche den eudiometrischen Analysen zufolge die Bedingung $V = v_1 + v_2$ erfüllen, deren Bestandtheile also ohne alle Verdichtung mit einander verbunden sind, und über welche uns Beobachtungen von Dulong vorliegen, sind: Stickoxydgas, Chlorwasserstoffgas, Cyanwasserstoffgas.

Berechnet man für diese nach Gleichung (II) die Brechungsexponenten aus den beobachteten Brechungsexponenten der Bestandtheile, so erhält man:

für:	berechnet:	beobachtet:	Differenz:
NO_2:	1·000286	1·000303	—0·000017
ClH:	1·000455	1·000449	—0·000006
CyH:	1·000486	1·000451	—0·000035

(Das Cyan wurde bei diesen Berechnungen wie ein einfaches Gas behandelt.)

Berechnet man nach Gleichung (III) unter der Voraussetzung $\delta = o$ aus den beobachteten Werthen für N, n_1, n_2 die Werthe der Retardations-Coëfficienten θ, so erhält man:

für	$\theta =$
NO_2:	+0·000034
ClH:	—0·000012
CyH:	—0·000070

Berechnet man dagegen die Contractionen aus den beobachteten Dichten nach der Gleichung:

$$D = \frac{r_1 d_1 + r_2 d_2}{r_1 + r_2 + \delta r_1 r_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (IV)$$

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

und hierauf die Retardations-Coëfficienten nach Gleichung (III), so erhält man:

für	$\delta =$	$\theta =$
NO_2:	+0·00060	+0·00063
ClH:	+0·02432	+0·02429
CyH:	—0·00159	—0·00165

Berechnet man die Dichten der untersuchten Gase aus den beobachteten Dichten ihrer Bestandtheile unter der Voraussetzung $\delta = o$ und vergleicht sie mit den beobachteten Werthen, so findet man:

für:	berechnet:	beobachtet:	Differenz:
NO_2:	1·039	1·039	0·000
ClH:	1·269	1·254	—0·015
CyH:	0·943	0·944	+0·001

Vergleicht man aber die von Dulong beobachteten Dichten mit den der Theorie der rationalen Äquivalent-Volumina entsprechenden [1]), welche wir heut zu Tage als die wahren betrachten müssen, so findet man:

für:	Dichte, von Dulong gefunden:	der Theorie entsprechend:	Differenz:
N:	0·976	0·969	+0·007
O:	1·1026	1·108	—0·0054
H:	0·0685	0·0993	—0·0008
Cl:	2·47	2·458	+0·012
Cy:	1·818	1·801	+0·017
NO_2:	1·039	1·039	0
ClH:	1·254	1·264	—0·010
CyH:	0·944	0·935	+0·009

Die Betrachtung der vorstehenden Zahlenreihen erlaubt uns, den Grad der Genauigkeit zu schätzen, mit welcher die Beobachtungen die Werthe der Coëfficienten δ und θ zu geben im Stande sind. Es zeigt sich, dass die Brechungsexponenten eben solche Schwankungen und Abweichungen vom Biot- und Arago'schen Gesetze zeigen, wie die Dichten vom Gesetze der rationalen specifischen Volumina, nur dass bei ersteren die Einwirkung verändernder

---

[1]) Buff, Zamminer und Kopp, Lehrbuch der phys. und theoret. Chemie. 730.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Umstände viel störender auftreten muss, da die charakteristischen Zahlen selbst schon viel kleinere Grössen sind.

Um nun bei der weiteren Anwendung unserer Grundformeln die gasförmigen Verbindungen des Kohlenstoffes mit der Berechnung unterwerfen zu können, war es nöthig, eine Angabe für die Dichte und den Brechungsexponenten des hypothetischen Kohlenstoffgases zu besitzen. Es gibt bekanntlich Gründe genug zur Rechtfertigung der Anschauungsweise, dass im Kohlenoxydgas ein Volum Kohlenstoffgas mit einem Volum Sauerstoff zu zwei Volumen Kohlenoxydgas verbunden sind [1]), und es wurden nun aus den beobachteten Werthen der Dichte und des Brechungsexponenten des Kohlenoxydgases und des Sauerstoffes, mittels der Voraussetzung $\delta = \theta = o$, Dichte und Brechungsexponent des Kohlengases berechnet, und:

$$d = 0 \cdot 8414, \quad n = 1 \cdot 000408$$

gefunden. (Die Volumtheorie schreibt dem hypothetischen Kohlengas eine Dichte = 0·831 zu.)

Diese Zahlen sind den folgenden Berechnungen gerade in derselben Weise zu Grunde gelegt worden, als wären sie durch directe Beobachtungen erhalten.

Von den Gasen, welche Dulong untersuchte, wurden nun folgende herausgehoben: Stickoxydul, Kohlensäure, Ammoniak, Sumpfgas, ölbildendes Gas, Cyan; weil die Übrigen Elemente enthalten, deren Brechungsexponenten nicht bestimmt sind.

Berechnet man für diese aus den beobachteten Dichten und Brechungsexponenten die zugehörigen Contractions- und Retardations-Coëfficienten, so erhält man:

für	$\delta =$	$\theta =$
NO:	—0·49980	—0·49945
CO_2:	—0·50046	—0·50014
NH_3:	—0.66695	—0·66664
C_2H_4:	—0·75116	—0·75089
C_4H_4:	—1·00081	—0·99975
C_2N:	—1·00033	—0·99950

[1]) Buff, Zamminer und Kopp, Lehrbuch der physical. und theor. Chemie, pag. 739.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Die aus dem Gesetze der rationalen Volumverhältnisse abgeleiteten Contractionen und die daraus berechneten Retardationen sind dagegen folgende:

für	$[\delta]$	$[\theta]$
NO:	$-0\cdot5$	$-0\cdot49965$
CO_2:	$-0\cdot5$	$-0\cdot49968$
NH_3:	$-0\cdot66..$	$-0\cdot66636$
C_2H_4:	$-0\cdot75$	$-0\cdot74960$
C_4H_4:	-1	$-0\cdot99945$
C_2N:	-1	$-0\cdot99820$

Bei der Betrachtung dieser Zahlen fällt sogleich die grosse Übereinstimmung der Contractions- und Retardations-Coëfficienten ins Auge, und es ist klar, dass das Gesetz der Proportionalität der ersten Glieder derjenigen Reihen, welche δ und θ als Functionen der Mischungsverhältnisse ausdrücken, welches im Vorhergehenden für mehrere Flüssigkeiten nachgewiesen wurde, auch für die Gase volle Giltigkeit hat; und dass das vorherrschende constante Glied im Exponenten des Verhältnisses $\delta:\theta$, welches bei den Mischungen von Wasser mit Alkohol, Holzgeist, Schwefelsäure und Salpetersäure $=2$ ist, für sämmtliche Gase den Werth $=1$ hat.

Es wird sich aber sogleich zeigen, dass bei den Gasen die späteren Glieder jener Reihen nicht ganz vernachlässiget werden dürfen; denn die Übereinstimmung von δ und θ findet überall nur in den ersten drei Decimalstellen Statt, und da die Änderungen des Retardations-Coëfficienten mit denen des Brechungsexponenten durch die einfache Gleichung:

$$\Delta N = \frac{v_1\, v_2}{V}\, n_1\, n_2\, \Delta\theta$$

verbunden sind, worin n_1 n_2 nahe gleich eins, $\frac{v_1\, v_2}{V}$ aber bei den verschiedenen Gasen immer eine einfache Zahl ist, nämlich:

bei:	$\frac{v_1\, v_2}{V}$
NO:	1
CO_2:	1
NH_3:	$^3/_2$
C_2H_4:	2
C_4H_4:	2
C_2N:	1

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

so ist jede Decimalstelle im Werthe von θ von der gleichvielten Stelle im Werthe des Brechungsexponenten abhängig, und umgekehrt, und es werden auch nur die ersten 3 Decimalstellen der beobachteten Brechungsexponenten mit denjenigen übereinstimmen, welche unter der Voraussetzung, dass θ strenge gleich δ sei, berechnet werden.

In der That ergeben sich bei einer solchen Berechnung folgende Werthe der Brechungsexponenten:

für:	berechnet:	beobachtet:	Differenz:
NO:	1·000150	1·000503	0·000353
CO_2:	1·000136	1·000449	0·000313
NH_3:	0·999919	1·000385	0·000466
C_2H_4:	0·999661	1·000443	0·000782
C_4H_4:	0·999592	1·000678	0·001086
C_2N:	1·000000	1·000834	0·000834

Unter diesen Zahlen zeigen freilich die von dem hypothetischen Brechungsexponenten des Kohlengases abhängigen die grösseren Differenzen, jedoch können diese nicht von einem Fehler in der Bestimmung jenes Exponenten allein herrühren, weil auch die durch blosse Beobachtungen bestimmten Zahlen bei Stickoxydul und Ammoniak so bedeutende Abweichungen zeigen.

Da die Werthe $[\theta]$ sämmtlich kleiner sind als die Werthe $[\delta]$ ($[\delta]$ und $[\theta]$ sind der früher eingeführten Bezeichnungsweise zufolge die wahren Werthe der Contractionen und die aus diesen gerechneten Retardationen), so liegt die Vermuthung nahe, dass vielleicht Contraction und Retardation in irgend einem constanten, gebrochenen oder irrationalen Verhältnisse zu einander stehen. Dass aber dem nicht so ist, zeigt die folgende Berechnung dieser Verhältnisse:

Es ist bei

NO:	$[\delta] : [\theta] =$	1·000700
CO_2:	„	1·000640
NH_3:	„	1·000450
C_2H_4:	„	1·000534
C_4H_4:	„	1·000550
C_2N:	„	1·001803

Etwas näheres über die späteren Glieder der Reihe für θ lässt sich aus den vorliegenden Beobachtungen, vermöge ihrer Unzuver-

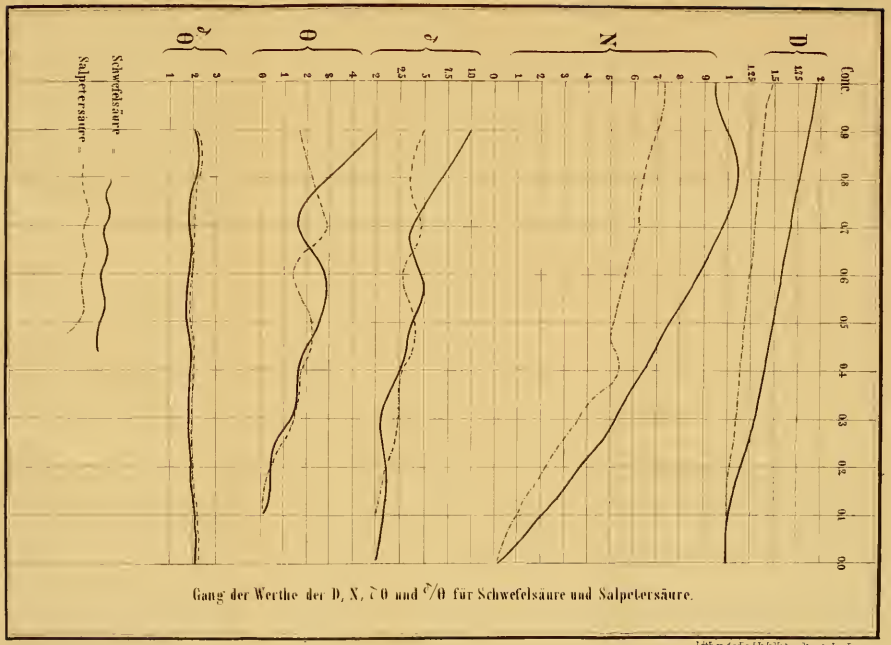
ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

lässigkeit, nicht wohl erfahren. Eine einfache Beschreibung der Beobachtungsmethode Dulong's reicht hin, die vielfachen Fehlerquellen, welche dieselbe einschliesst, zu enthüllen, und vor einem allzu grossen Vertrauen in seine Resultate zu warnen. Ein hohles Glasprisma war sammt einem Fernrohr unveränderlich aufgestellt, und mit einem Apparate in Verbindung gesetzt, mittelst dessen das Prisma mit einem beliebigen Gase gefüllt, und dieses einem beliebigen Drucke unterworfen werden konnte. Sämmtliche Gase wurden nun so lange zusammengedrückt oder ausgedehnt, bis das Bild eines Blitzableiters auf einem fernen Gebäude im Fernrohr mit dem Fadenkreuze zur Deckung kam. So waren sämmtliche Gase auf denselben Brechungsexponenten gebracht; und Dulong schloss aus der Expansivkraft und Temperatur eines jeden auf die Dichte, bei welcher ihm jener constante Brechungsexponent zukam; die Voraussetzung, dass die Brechkraft eines Gases fortwährend proportional sei seiner Dichte, erlaubte ihm, den Brechungsexponenten bei 0^0 Temperatur und $0{\cdot}76^m$ Barometerstand zu berechnen, wozu es nur noch einer einzigen Messung jenes constanten Brechungsexponenten bedurfte, mit welchem alle übrigen verglichen wurden. Es ist klar, dass in dieser Beobachtungsweise eine grosse Zahl theils constanter, theils veränderlicher Fehlerquellen liegt; ferner lässt sich aus den Dichtenbestimmungen Dulong's schliessen, dass die von ihm untersuchten Gase nicht ganz rein gewesen seien; denn die Abweichungen der von Dulong beobachteten Dichten von den gegenwärtig für wahr gehaltenen sind gar beträchtlich, wie theils die früher mitgetheilte, theils die folgende Vergleichung zeigt:

bei:	Dulong fand:	wahrer Werth:	Differenz:
NO:	1·527	1·524	0·003
CO_2:	1·524	1·524	0
NH_3:	0·591	0·589	0·002
C_2H_4:	0·559	0·554	0·005
C_4H_4:	0·980	0·971	0·009

Angesichts dieser Zahlen muss es also erneuerten genauen Messungen vorbehalten bleiben, über die Functionsform des Retardations-Coëfficienten etwas näheres zu bestimmen; wir haben uns vorgenommen, solche auszuführen, sobald es die Umstände erlauben werden.

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum



Gang der Werthe der D, X, δ θ und δ/θ für Schwefelsäure und Salpetersäure.

Lith u. ged. v. d. K. K. Hof- u. Staatsdruckerei

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Bedenkt man, dass jedesmal drei von jenen ziemlich unsicheren Brechungsexponenten in die Berechnung der Retardationen und in die Vergleichung der Beobachtungen mit den Folgerungen aus der Voraussetzung $\delta = 0$ eingehen, so erscheint es nicht unwahrscheinlich, wenigstens nicht unmöglich, dass neue sorgfältige Messungen den Retardations-Coëfficienten dem Contractions-Coëfficienten gleich machen werden; und man wäre in diesem Falle in den Stand gesetzt, mit Hilfe von verhältnissmässig wenigen, fundamentalen Bestimmungen der Brechungsexponeten der Grundstoffe im gasförmigen Zustande, die Brechungsverhältnisse ihrer Verbindungen aus den Angaben ihrer specifischen Volumina zu berechnen; ja es lässt sich hoffen, dass bei derartigen Bestimmungen sich Beziehungen zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes und anderen Eigenschaften der Materie dem Forscher darbieten würden, welche vielleicht mit Hilfe der Theorie einen weiteren Blick in die moleculare Beschaffenheit der Körper zu werfen erlaubten.

Zum Schlusse erlauben wir uns noch, unseren innigsten Dank auszusprechen dem Herrn Regierungsrathe A. Ritter von Ettingshausen, dessen Schüler im k. k. physicalischen Institute zu sein wir das Glück hatten und der mit seiner gewohnten Liberalität und Güte unserer Arbeit jede mögliche Unterstützung angedeihen liess; sowie dem hochverehrten Herrn Professor Dr. Grailich, welcher durch fortwährende Anregung und Aufmunterung, sowie durch seine in Rath und That uns gewordene Hilfe auf den Fortschritt dieser Arbeit fördernd einzuwirken bemüht war.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1858

Band/Volume: 30

Autor(en)/Author(s): Handl Alois, Weiss Gustav Adolf

Artikel/Article: Untersuchungen über den Zusammenhang in den Änderungen der Dichten und Brechungseponenten in Gemengen von Flüssigkeiten und Verbindungen von Gasen. (Mit 1 Tafel). 389-341