

Über die Bahn der Eugenia.

Von M. Löwy.

Die Wiederauffindung des Planeten Eugenia bei der zweiten Erscheinung verursachte keine grosse Schwierigkeit, denn es war für die gegebenen Verhältnisse die Übereinstimmung meiner darüber angestellten Berechnung, welche im Aprilhefte des Jahres 1858 der Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften aufgenommen wurde, mit der Natur als eine sehr günstige zu betrachten. Der Unterschied zwischen dem Orte des Planeten und der mitgetheilten Oppositions-Ephemeride betrug in Rectascension — 49' und in Declination — 1'6, eine Abweichung, welche rücksichtlich des dürftigen Beobachtungsmateriales, auf welches ich die Rechnung gründen musste, kaum kleiner zu erwarten war. Eugenia erschien in der zweiten Opposition als ein Stern ungefähr eilfter Grösse und war von den Sternwarten zu Wien, Berlin und Bilk beobachtet worden. Ich konnte dadurch noch zur weiteren Bahnverbesserung 11 Beobachtungen verwenden, ein Umstand, der mir um so erwünschter war, als ich nur über 19 Beobachtungen der ersten Erscheinung zu verfügen hatte, die ausserdem die Dauer von bloß 10 Wochen umfassen.

Ich berechnete vorerst nach der G a u s s 'schen Methode aus zwei Normalorten der ersten und einer Berliner Beobachtung der zweiten Erscheinung genauere Elemente, welche ich der Verbesserung zu Grunde legte, sie sind die folgenden:

Epoche 1858, 0. Jänner 0^h mittlere Berliner Zeit.

$$\begin{array}{l} M = 63^{\circ} 43' 16''.55 \\ \omega = 228 \quad 50 \quad 47.08 \\ \Omega = 148 \quad 4 \quad 9.58 \\ \varphi = 4 \quad 41 \quad 16.64 \\ i = 6 \quad 34 \quad 52.90 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{mittl. Äquin.} \\ 1857, 0. \text{ Jän.} \end{array}$$

$$\log. a = 0.4339009$$

$$\mu = 792''78454$$

mit den übrig bleibenden Fehlern:

Normalort	Datum			Rechnung — Beobachtung			
				$d\alpha$	$d\delta$		
1	1857,	Juli	5	+	0 ^s 21	—	0 ^s 00
2		„	14	—	5 ^s 35	—	7 ^s 33
3		„	19	—	7 ^s 37	—	4 ^s 68
4		„	26	—	14 ^s 94	—	7 ^s 57
5		August	12	—	5 ^s 35	—	10 ^s 35
6		„	25	—	8 ^s 62	—	8 ^s 95
7		September	15, 8 ^b 17 ^m 38 ^s	+	0 ^s 13	—	0 ^s 00

die aus ihnen abgeleitete Ephemeride, bei welcher die Störungen von Jupiter und Saturn berücksichtigt wurden, gibt für die zweite Erscheinung die nachstehenden Unterschiede der Äquator-Coordinten:

Datum		Beobachtungsort	Rechnung — Beobachtung	
			$d\alpha$	$d\delta$
1858,	August 11	Berlin	— 8 ^s 6	+ 3 ^s 7
	„ 17	„	— 9 ^s 5	— 0 ^s 2
	„ 19	„	— 11 ^s 6	— 3 ^s 7
	„ 22	„	— 5 ^s 0	+ 3 ^s 0
	September 13	Bilk	+ 6 ^s 8	+ 20 ^s 0
	„ 14	Wien	+ 7 ^s 1	+ 18 ^s 4
	„ 14	„	+ 10 ^s 3	+ 18 ^s 4
	„ 15	„	+ 10 ^s 7	+ 19 ^s 0
	„ 21	Berlin	+ 9 ^s 7	+ 22 ^s 7
	„ 22	„	+ 15 ^s 8	+ 18 ^s 0
	„ 30	Wien	+ 6 ^s 7	+ 26 ^s 5

Werden diese Abweichungen in zwei Gruppen gesondert, und ihre Mittelwerthe an dem entsprechenden Orte der Ephemeride angebracht, so erhält man zwei Normalorte in der zweiten Opposition. Somit gründet sich die Rechnung auf die folgenden Normalorte beider Erscheinungen:

Normalort	Datum			Länge		Breite	
				λ		β	
1	1857,	Juli	5	245 ^o 25'	12 ^s 04	9 ^o 23'	4 ^s 08
2	„	„	14	244 56	24 ^s 76	8 49	20 ^s 55
3	„	„	19	244 54	37 ^s 64	8 29	52 ^s 63
4	„	„	26	245 9	10 ^s 65	8 2	38 ^s 39

Normalort	Datum			Länge		Breite	
				α		β	
5	1857,	August	12	247° 0' 26" 30	6° 58' 57" 32		
6	"	"	25	249 28 50·20	6 14 32·01		
7	"	September	15, 8 ^h 17 ^m 38 ^s	255 4 58·68	5 11 9·49		
8	1858,	August	18	6 51 36·95	-3 57 44·23		
9	"	September	19	1 16 35·26	-5 17 47·51		

Die Normalorte der ersten Erscheinung wurden hier einer kleinen nachträglichen Correction unterworfen, da ich in der ersten Erscheinung die Störungen ihres voraussichtlich geringen Einflusses halber vernachlässigt hatte. Zur Controlirung habe ich die Vergleichung der Elemente mit den Normalorten zweimal ausgeführt, sie weichen von dem beobachteten Orte des Planeten noch um das folgende ab:

Normalort	Datum			Rechnung — Beobachtung	
				$d\lambda$	$d\beta$
1	1857,	Juli	5	+ 0·21	— 0·00
2	"	"	14	— 5·29	— 7·33
3	"	"	19	— 7·37	— 4·70
4	"	"	26	— 14·89	— 7·60
5	"	August	12	— 5·66	— 10·40
6	"	"	25	— 9·21	— 9·01
7	"	September	15, 8 ^h 17 ^m 38 ^s	— 1·03	— 0·09
8	1858,	August	18	+ 7·70	— 4·07
9	"	September	19	— 17·05	— 15·22

Der entschiedene wenn auch nicht sehr grosse Gang der Fehlerreihe erforderte eine Verbesserung der Bahnelemente, welche ich nach der Methode der kleinsten Quadrate auszuführen beschloss, um dadurch ein so genaues Resultat zu erzielen, als dies bei den wenigen Beobachtungen überhaupt möglich ist. Besonders ungünstig für die Elementenbestimmung musste noch der Umstand werden, dass die Beobachtungsdauer in der jedesmaligen Erscheinung eine nur sehr kurze war.

Ich hoffte anfangs die aus genäherten Elementen für die vorige Erscheinung gerechneten Differentialquotienten auch gegenwärtig benützen zu können; allein die darüber für einen Ort angestellte Untersuchung liess mir dies wegen zu grosser Differenz der Quotienten nach beiden Elementensystemen nicht gerathen erscheinen.

Um mit gleicheren Zahlen zu rechnen, wurde für $\frac{d\Omega}{10}$, $\frac{d\omega}{10}$ und $100 d\mu$ respective $d\Omega'$, $d\omega'$ und $d\mu'$ eingesetzt. Die Differentialgleichungen resultiren dann in dieser Weise:

L ä n g e.

$$\begin{aligned}
 9 \cdot 31637 + 0 \cdot 24450 dl_0 + 0_n 40324 d\tilde{\omega}' + 8_n 95328 d\Omega' + 8 \cdot 32521 d\tilde{\omega}' \\
 + 0_n 58086 d\mu' + 0 \cdot 09598 d\varphi = 0 \\
 0_n 72319 + 0 \cdot 21832 dl_0 + 0_n 37601 d\tilde{\omega}' + 8_n 92376 d\Omega' + 8 \cdot 26857 d\tilde{\omega}' \\
 + 0_n 55218 d\mu' + 0 \cdot 08479 d\varphi = 0 \\
 0_n 86736 + 0 \cdot 20289 dl_0 + 0_n 35959 d\tilde{\omega}' + 8_n 90146 d\Omega' + 8 \cdot 25017 d\tilde{\omega}' \\
 + 0_n 53422 d\mu' + 0 \cdot 07938 d\varphi = 0 \\
 1_n 17296 + 0 \cdot 18091 dl_0 + 0_n 33366 d\tilde{\omega}' + 8_n 87910 d\Omega' + 8 \cdot 24088 d\tilde{\omega}' \\
 + 0_n 50710 d\mu' + 0 \cdot 07349 d\varphi = 0 \\
 0_n 75264 + 0 \cdot 12825 dl_0 + 0_n 27494 d\tilde{\omega}' + 8_n 79727 d\Omega' + 8 \cdot 27913 d\tilde{\omega}' \\
 + 0_n 43444 d\mu' + 0 \cdot 06671 d\varphi = 0 \\
 0_n 96403 + 0 \cdot 09093 dl_0 + 0_n 22781 d\tilde{\omega}' + 8_n 72673 d\Omega' + 8 \cdot 33502 d\tilde{\omega}' \\
 + 0_n 37438 d\mu' + 0 \cdot 06810 d\varphi = 0 \\
 0_n 01106 + 0 \cdot 03759 dl_0 + 0_n 15048 d\tilde{\omega}' + 8_n 57054 d\Omega' + 8 \cdot 42417 d\tilde{\omega}' \\
 + 0_n 26909 d\mu' + 0 \cdot 07866 d\varphi = 0 \\
 0 \cdot 88545 + 0 \cdot 09343 dl_0 + 0 \cdot 12532 d\tilde{\omega}' + 8 \cdot 77960 d\Omega' + 8_n 73099 d\tilde{\omega}' \\
 + 0 \cdot 53729 d\mu' + 0 \cdot 30910 d\varphi = 0 \\
 1_n 23190 + 0 \cdot 13829 dl_0 + 0 \cdot 18994 d\tilde{\omega}' + 9 \cdot 12456 d\Omega' + 8_n 88956 d\tilde{\omega}' \\
 + 0 \cdot 56755 d\mu' + 0 \cdot 33221 d\varphi = 0
 \end{aligned}$$

B r e i t e.

$$\begin{aligned}
 - \infty + 7_n 83710 dl_0 + 8 \cdot 60688 d\tilde{\omega}' + 9 \cdot 81040 d\Omega' + 0 \cdot 15252 d\tilde{\omega}' \\
 + 9 \cdot 17644 d\mu' + 8 \cdot 84644 d\varphi = 0 \\
 0_n 86510 + 7_n 72206 dl_0 + 8 \cdot 51598 d\tilde{\omega}' + 9 \cdot 83275 d\Omega' + 0 \cdot 12602 d\tilde{\omega}' \\
 + 9 \cdot 06438 d\mu' + 8 \cdot 72416 d\varphi = 0 \\
 0_n 67210 + 7_n 78559 dl_0 + 8 \cdot 48695 d\tilde{\omega}' + 9 \cdot 84195 d\Omega' + 0 \cdot 10999 d\tilde{\omega}' \\
 + 9 \cdot 00421 d\mu' + 8 \cdot 63086 d\varphi = 0 \\
 0_n 88081 + 7_n 94674 dl_0 + 8 \cdot 47330 d\tilde{\omega}' + 9 \cdot 85255 d\Omega' + 0 \cdot 08639 d\tilde{\omega}' \\
 + 8 \cdot 92569 d\mu' + 8 \cdot 44396 d\varphi = 0 \\
 1_n 01703 + 8_n 29675 dl_0 + 8 \cdot 52166 d\tilde{\omega}' + 9 \cdot 86841 d\Omega' + 0 \cdot 02331 d\tilde{\omega}' \\
 + 8 \cdot 77149 d\mu' + 7_n 90140 d\varphi = 0 \\
 0_n 95472 + 8_n 46926 dl_0 + 8 \cdot 57921 d\tilde{\omega}' + 9 \cdot 87440 d\Omega' + 9 \cdot 97684 d\tilde{\omega}' \\
 + 8 \cdot 68490 d\mu' + 8_n 50222 d\varphi = 0 \\
 8_n 95424 + 8_n 64250 dl_0 + 8 \cdot 64933 d\tilde{\omega}' + 9 \cdot 87808 d\Omega' + 9 \cdot 89656 d\tilde{\omega}' \\
 + 8 \cdot 58194 d\mu' + 8_n 81144 d\varphi = 0 \\
 0_n 60959 + 9_n 04924 dl_0 + 9_n 06870 d\tilde{\omega}' + 0 \cdot 16746 d\Omega' + 9_n 77822 d\tilde{\omega}' \\
 + 9_n 48126 d\mu' + 9_n 26975 d\varphi = 0 \\
 1_n 18241 + 9_n 11330 dl_0 + 9_n 21445 d\tilde{\omega}' + 0 \cdot 17770 d\Omega' + 9_n 90397 d\tilde{\omega}' \\
 + 9_n 61667 d\mu' + 9_n 27816 d\varphi = 0
 \end{aligned}$$

Die hier stehenden Zahlen sind die Logarithmen der Differentialquotienten und der entsprechenden n , dI_0 bedeutet hier das Differentiale der mittleren Länge. Zu ihrer Prüfung sind die ursprünglichen Elemente um diese Werthe verändert worden:

$M = 65^{\circ} 43' 16''.55$	} mittl. Äquin. 1857, 0. Jän.	vermehrt um	$30''$
$\bar{\omega} = 228 50 47.08$		„	60
$\Omega = 148 4 9.58$		„	180
$\varphi = 4 41 16.64$		„	30
$i = 6 34 32.90$		„	60
$\mu = 792^{\circ} 78454$		„	0.01

Aus directer Rechnung nach beiden Elementensystemen ergaben sich diese Unterschiede des geocentrischen Ortes:

Normalort	Datum			$d\lambda$	$d\beta$
1	1857,	Juli	5	$70^{\circ} 70$	$99^{\circ} 17$
2	„	„	14	67.77	94.18
3	„	„	19	66.24	91.13
4	„	„	26	64.07	86.84
5	„	August	12	61.29	76.32
6	„	„	25	60.06	68.71
7	„	September	15, 8 ^h 17 ^m 38 ^s	59.28	57.91
8	1858,	August	18	107.60	$- 19.27$
9	„	September	19	116.80	$- 31.30$

Führt man die Änderungen der Elemente in die Gleichungen ein, so werden aus ihnen die Differentialänderungen der geocentrischen Orte in folgender Weise resultiren:

Normalort	Datum			$d\lambda$	$d\beta$
1	1857,	Juli	5	$70^{\circ} 75$	$99^{\circ} 17$
2	„	„	14	67.84	94.18
3	„	„	19	66.34	91.13
4	„	„	26	64.50	86.84
5	„	August	12	61.29	76.32
6	„	„	25	59.94	68.71
7	„	September	15, 8 ^h 17 ^m 38 ^s	59.26	57.91
8	1858,	August	18	107.63	$- 19.37$
9	„	September	19	116.45	$- 31.90$

Somit wird in beiden Fehlerreihen eine Übereinstimmung ersichtlich, welche mit hinlänglicher Schärfe das System der aufgestellten Differentialgleichungen controlirt.

Die Ableitung der eigentlichen Bestimmungsgleichungen, aus deren unmittelbarer Auflösung die Verbesserungswerthe der Elemente erhalten werden, konnte sofort unternommen werden. Die Methode der kleinsten Quadrate bestimmt sie in folgender Weise:

$$\begin{aligned}
 18 \cdot 6374 \quad dl_0 - 17 \cdot 6514 \quad d\bar{\omega} - 0 \cdot 92090 d\Omega' + 0 \cdot 082691 di - 22 \cdot 0844 \quad d\mu' \\
 \qquad \qquad \qquad + 17 \cdot 7564 \quad d\varphi + 73 \cdot 6739 \quad &= 0 \\
 -17 \cdot 6514 \quad dl_0 + 34 \cdot 6143 \quad d\bar{\omega}' + 1 \cdot 07770 d\Omega' + 0 \cdot 00722 \quad di + 55 \cdot 1037 \quad d\mu' \\
 \qquad \qquad \qquad - 11 \cdot 1245 \quad d\varphi - 74 \cdot 3272 \quad &= 0 \\
 - 0 \cdot 92090 \quad dl_0 + 1 \cdot 0777 \quad d\bar{\omega}' + 8 \cdot 0326 \quad d\Omega' + 3 \cdot 5673 \quad di + 1 \cdot 5658 \quad d\mu' \\
 \qquad \qquad \qquad - 0 \cdot 67950 \quad d\varphi + 55 \cdot 8321 \quad &= 0 \\
 + 0 \cdot 082691 dl_0 + 0 \cdot 00722 d\bar{\omega}' + 3 \cdot 5673 \quad d\Omega' + 10 \cdot 6114 \quad di + 0 \cdot 36538 d\mu' \\
 \qquad \qquad \qquad + 0 \cdot 32760 \quad d\varphi + 30 \cdot 0276 \quad &= 0 \\
 -22 \cdot 0844 \quad dl_0 + 55 \cdot 1037 \quad d\bar{\omega}' + 1 \cdot 5658 \quad d\Omega' + 0 \cdot 36538 \quad di + 91 \cdot 5672 \quad d\mu' \\
 \qquad \qquad \qquad - 10 \cdot 0557 \quad d\varphi - 98 \cdot 1953 \quad &= 0 \\
 + 17 \cdot 7564 \quad dl_0 - 11 \cdot 1245 \quad d\bar{\omega}' - 0 \cdot 67950 d\Omega' + 0 \cdot 32760 \quad di - 10 \cdot 0557 \quad d\mu' \\
 \qquad \qquad \qquad + 18 \cdot 8974 \quad d\varphi + 69 \cdot 0293 \quad &= 0
 \end{aligned}$$

woraus sich folgende Werthe der Unbekannten ergeben:

$$\begin{aligned}
 dl_0 &= & - 17 \cdot 10 \\
 d\bar{\omega} = 10 \quad d\bar{\omega}' &= & 44 \cdot 32 \cdot 12 \\
 d\Omega = 10 \quad \Omega' &= & 1 \quad 0 \cdot 62 \\
 dt &= & 3 \cdot 20 \\
 d\mu = \frac{d\mu'}{100} &= & - 1 \cdot 5576 \\
 d\varphi &= & 1 \quad 34 \cdot 31 \\
 dM &= & - 44 \quad 49 \cdot 22
 \end{aligned}$$

Werden die ursprünglichen Elemente um diese Werthe vermehrt, so erhält man das wahrscheinlichste Elementensystem:

$$\begin{aligned}
 \text{Epoche 0. Jän. 1858, mittl. Berl. Zeit.} \\
 M = 64^\circ 58' 27 \cdot 33 \\
 \bar{\omega} = 229 \quad 35 \quad 19 \cdot 20 \quad \left. \begin{array}{l} \text{mittl. Aquin.} \\ \text{1857, 0. Jän.} \end{array} \right\} \\
 \Omega = 148 \quad 5 \quad 10 \cdot 20 \\
 t = 6 \quad 34 \quad 56 \cdot 10 \\
 \mu = \quad \quad 13 \quad 11 \cdot 2269 \\
 \varphi = 4 \quad 42 \quad 50 \cdot 95 \\
 \log. a = 0 \cdot 4344704
 \end{aligned}$$

welches bei directer Vergleichung noch diese Fehler der Normalorte übrig lässt:

Normalort	Datum			$d\lambda$	$d\beta$
1	1857,	Juli	5	+ 0 ^s 89	+ 2 ^s 66
2	"	"	14	- 4·13	- 3·06
3	"	"	19	- 4·76	+ 0·19
4	"	"	26	- 12·50	- 1·80
5	"	August	12	- 2·93	- 3·19
6	"	"	25	- 6·83	- 1·30
7	"	September	15, 8 ^b 17 ^m 38 ^s	+ 1·19	+ 7·85
8	1858,	August	18	- 2·18	+ 3·48
9	"	September	19	- 12·74	- 1·99

Die Differentialgleichungen geben die folgenden Werthe der übrig bleibenden Fehler:

Normalort	Datum			$d\lambda$	$d\beta$
1	1857,	Juli	5	+ 4 ^s 44	+ 2 ^s 63
2	"	"	14	+ 0·95	- 3·15
3	"	"	19	- 0·47	+ 0·23
4	"	"	26	- 7·63	- 1·79
5	"	August	12	+ 1·28	- 3·26
6	"	"	25	- 2·88	- 1·34
7	"	September	15, 8 ^b 17 ^m 38 ^s	+ 4·78	+ 7·95
8	1858,	August	18	- 1·30	+ 3·16
9	"	September	19	+ 1·00	- 3·66

Die ungewöhnliche Differenz beider Fehlerreihen konnte, da die Rechnung in allen Theilen vollkommen geprüft war, nur durch den Einfluss der zweiten Differentialquotienten verursacht werden. Die Discordanz muss somit verschwinden, sobald sich die resultirenden Werthe der Unbekannten aus den Bestimmungsgleichungen kleiner ergeben. Ich versuchte deshalb, um die entsprechende Übereinstimmung beider Fehlersysteme zu erreichen, nach demselben Verfahren mit Zugrundelegung des immer zuletzt gewonnenen Elementensystemes wiederholte Verbesserungen. Obschon ich nach einigen Versuchen eine günstigere Übereinstimmung erzielte, so fand ich mich doch bewogen, da sich eine grosse Unsicherheit in der gleichzeitigen Bestimmung aller 6 Werthe der Unbekannten offenbarte, schliesslich $d\mu = 0$ zu setzen. Betrachtet man die aufgestellten Differentialgleichungen aufmerksam, so wird in der That ersichtlich, dass aus entsprechender Combination der Differentialausdrücke für

$\frac{d\lambda}{d\varphi}$ und $\frac{d\lambda}{d\mu}$ eine der Differentialgleichungen für $\frac{d\lambda}{d\tilde{\omega}}$ nahezu identische entsteht.

Die neuen Eliminationsgleichungen unterscheiden sich nur von den zuerst aufgestellten in dem von den Unbekannten unabhängigen Gliede. Sie ergeben diese Verbesserungswerthe der Elemente:

$$\begin{aligned} d\lambda &= & & + 3^{\circ}00 \\ d\tilde{\omega} = 10 d\tilde{\omega}' &= & + 0^{\circ}52 \\ d\Omega = 10 d\Omega' &= & - 0^{\circ}53 \\ d\iota &= & + 0^{\circ}06 \\ d\mu = \frac{d\mu'}{100} &= & + 0^{\circ}00 \\ d\varphi &= & - 1^{\circ}75 \\ dM &= & + 2^{\circ}48 \end{aligned}$$

Das Elementensystem, welches die genaue Übereinstimmung beider Fehlerreihen herstellt und somit die Beobachtungen am genauesten darstellt, erscheint sofort in folgender Weise:

Epoche 1858, 0. Jänner mittl. Berl. Zeit.

$$\begin{aligned} M &= 64^{\circ} 32' 37^{\circ}43 \\ \tilde{\omega} &= 230 \quad 1 \quad 10^{\circ}25 \\ \Omega &= 148 \quad 5 \quad 2^{\circ}54 \\ \iota &= 6 \quad 34 \quad 57^{\circ}92 \\ \mu &= \quad \quad 13 \quad 10^{\circ}33453 \\ \varphi &= 4 \quad 43 \quad 41^{\circ}22 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{mittl. Äquin.} \\ 1857, 0. \text{Jän.} \end{array}$$

$$\log. a = 0.4347971$$

$$e = 0.0824275$$

Osculirung 1. Juli 1857.

Die unvermeidlichen Fehler, welche sich aus directer Vergleichung mit den Normalorten ergeben, resultiren in folgender Grösse:

Normalort	Datum		$d\lambda$	$d\beta$
1	1857,	Juli 5	+ 3 ^o 61	+ 0 ^o 98
2	"	" 14	+ 1 ^o 30	- 3 ^o 90
3	"	" 19	+ 0 ^o 22	- 0 ^o 11
4	"	" 26	- 6 ^o 90	- 1 ^o 65
5	"	August 12	+ 1 ^o 61	- 2 ^o 36
6	"	" 25	- 3 ^o 14	- 0 ^o 09
7	"	September 15, 8 ^h 17 ^m 38 ^s	+ 3 ^o 83	+ 9 ^o 03
8	1858,	August 18	- 0 ^o 48	+ 0 ^o 82
9	"	September 19	- 2 ^o 05	- 2 ^o 09

und zeigen eine strenge Übereinstimmung mit den Fehlern der Differentialgleichungen:

Normalort	Datum			$d\lambda$	$d\beta$
1	1857,	Juli	5	+ 3 ⁵ 69	- 0 ⁷ 98
2	"	"	14	+ 1 ² 21	- 3 ⁸ 89
3	"	"	19	+ 0 ¹ 14	- 0 ¹ 10
4	"	"	26	- 6 ⁹ 99	- 1 ⁶ 64
5	"	August	12	+ 1 ⁵ 59	- 2 ⁴ 42
6	"	September	15	- 3 ¹ 11	- 0 ⁰ 09
7	"	"	15, 8 ^h 17 ^m 38 ^s	+ 3 ⁸ 83	+ 9 ⁰ 03
8	1858,	August	18	- 0 ⁴ 41	+ 0 ⁸ 89
9	"	September	19	- 1 ⁸ 85	- 2 ¹ 11

Die Grösse der unvermeidlichen Fehler und ihre Vertheilung kann, wenn man erwägt, dass sich die Normalorte bloß auf wenige mitunter nur einzelne Beobachtungen gründen, als eine sehr günstige gelten. Die Summe der Fehlerquadrate vor der Verbesserung war 1342.93, sie beträgt jetzt bloß zu Folge der Gleichungen 216.

Um die Abhängigkeit der Elemente und der übrig bleibenden Fehler von $d\mu$ zu wissen, vorzüglich aber um den Einfluss zu erfahren, welchen dies schwer zu bestimmende Element auf den geocentrischen Ort in der nächsten Erscheinung ausübt, wurden die Correctionswerthe der Elemente als Functionen von $d\mu$ dargestellt:

$$\begin{aligned}
 d\omega &= 10 \, d\omega' = 1.23620 \, d\mu + 0.47716 \\
 d\Omega &= 10 \, d\Omega' = 3.23258 \, d\mu + 9.71626 \\
 d\iota &= 0.91398 \, d\mu + 8.72500 \\
 d\epsilon &= 0.24971 \, d\mu + 8.78235 \\
 d\varphi &= 1.80265 \, d\mu + 0.24221
 \end{aligned}$$

Substituirt man diese Ausdrücke in den Differentialgleichungen, so werden die Fehler der Normalorte in folgender Weise als Function von $d\mu$ resultiren:

Normalort	Datum			$d\lambda$		$d\beta$	
1	1857,	Juli	5	+ 3 ⁵ 69	+ 1 ⁶ $d\mu$	- 0 ⁷ 98	+ 1 ⁵ $d\mu$
2	"	"	14	+ 0 ⁹ 2	+ 0 ⁸ $d\mu$	- 3 ⁸ 89	+ 0 ⁷ $d\mu$
3	"	"	19	+ 0 ¹ 14	+ 0 ² $d\mu$	- 0 ¹ 10	+ 0 ³ $d\mu$
4	"	"	26	- 6 ⁹ 99	- 0 ⁵ $d\mu$	- 1 ⁶ 64	- 0 ¹ $d\mu$
5	"	August	12	+ 1 ⁵ 59	- 1 ¹ $d\mu$	- 2 ⁴ 42	- 0 ⁹ $d\mu$
6	"	"	15	- 3 ¹ 11	- 1 ² $d\mu$	- 0 ⁰ 09	- 1 ² $d\mu$
7	"	September	15, 8 ^h 17 ^m 38 ^s	+ 3 ⁸ 81	- 1 ⁵ $d\mu$	+ 9 ⁰ 03	- 1 ² $d\mu$
8	1858,	August	18	- 0 ⁴ 41	+ 8 ⁷ $d\mu$	+ 0 ⁸ 89	+ 1 ⁹ $d\mu$
9	"	September	19	- 1 ⁸ 85	- 7 ⁹ $d\mu$	- 2 ¹ 11	- 0 ⁹ $d\mu$

Wird für $d\mu$ der willkürliche Werth von 1° eingesetzt, so zeigt die unmittelbare Betrachtung des Fehlertableau, dass dieser grosse Werth die übrig bleibenden Fehler der Normalorte nur um einige Secunden verändert; die diesem Incremente entsprechenden Elemente rufen in der nächsten Erscheinung nach directer Rechnung eine Änderung des geocentrischen Ortes hervor von $d\alpha = + 34^\circ$, $d\delta = + 36^\circ$.

Obschon daher eine grössere Abweichung in Rectascension nicht unmöglich wäre, so wird doch durch die ganz geringen Fehler der Declination die leichte Auffindung des Planeten möglich werden.

Bei allen hier vorkommenden Ephemeriden habe ich die Störungen des Planeten, durch Jupiter und Saturn hervorgerufen, berücksichtigt. Ihr Betrag war nach der Encke'schen Methode berechnet worden und wird in der folgenden Übersicht bezüglich der rechtwinkligen Äquator-Coordinaten in Einheiten der siebenten Decimalstelle mitgetheilt.

Störungen der Eugenia durch Jupiter und Saturn hervorgerufen.

⁰_h mittlere Berliner Zeit.

Osculirung 1. Juli 1837.

Datum		ξ	η	ζ
1837, Juni	16	6	2	1
„ Juli	16	6	2	1
„ August	15	56	16	8
„ September	14	154	45	22
„ October	14	298	88	44
„ November	13	484	144	71
„ December	13	712	209	104
1838, Jänner	12	980	278	139
„ Februar	11	1289	344	174
„ März	13	1646	398	204
„ April	12	2037	432	226
„ Mai	12	2338	439	236
„ Juni	11	3104	413	229
„ Juli	11	3777	354	203
„ August	10	4381	263	135
„ September	9	5342	150	87

Datum		ξ	η	ζ
1838,	October	9 - 6686	- 27	+ 1
"	November	8 - 8040	+ 85	+ 106
"	December	8 - 9626	+ 139	+ 221
1839,	Jänner	7 - 11464	+ 164	+ 339
"	Februar	6 - 13370	+ 62	+ 451
"	März	8 - 13951	- 191	+ 545
"	April	7 - 18606	- 638	+ 607
"	Mai	7 - 21325	- 1328	+ 625
"	Juni	6 - 24686	- 2306	+ 583
"	Juli	6 - 28056	- 3618	+ 467
"	August	5 - 31389	- 5302	+ 265
"	September	4 - 35226	- 7387	- 35
"	October	4 - 38896	- 9890	- 442
"	November	3 - 42516	- 12811	- 956
"	December	3 - 45993	- 16130	- 1577
1860,	Jänner	2 - 49227	- 19801	- 2293
"	Februar	1 - 52117	- 23749	- 3087
"	März	2 - 54362	- 27869	- 3930
"	April	1 - 56474	- 32021	- 4786
"	Mai	1 - 57783	- 36035	- 5608
"	Mai	31 - 58449	- 39716	- 6342
"	Juni	30 - 58477	- 42850	- 6926
"	Juli	30 - 57925	- 45219	- 7299
"	August	29 - 56920	- 46615	- 7395
"	September	28 - 55661	- 46862	- 7165
"	October	28 - 54425	- 45835	- 6544
"	November	27 - 53500	- 43495	- 5491
"	December	27 - 53336	- 39908	- 3977

Die genaue Ephemeride für die nahe Opposition beruht auf dem zuletzt gewonnenen Elementensysteme. Die mittlere Oppositionshelligkeit dieser Erscheinung wird nur um einige Hundertel geringer werden als die der vorigen. Eugenia erschien damals nach drei unabhängigen Schätzungen als ein Stern ungefähr eilfter Grösse, somit wird sie für grössere Instrumente eine gute Beobachtung gewähren.

Für 0^h mittlere Berliner Zeit.

Datum	Scheinbare		log. r	log. \downarrow
	Rectascension	Declination		
1859, December 2	6 ^h 0 ^m 30.22	14° 38' 13.2	0.46294	0.29327
" 3	5 59 41.29	37 46.8		
" 4	58 51.42	37 24.0		
" 5	58 0.68	37 4.9		
" 6	57 9.09	36 49.5	0.46266	0.28914
" 7	56 16.74	36 37.7		
" 8	55 23.66	36 29.8		
" 9	54 29.91	36 25.6		
" 10	53 35.33	36 25.3	0.46237	0.28598
" 11	52 40.61	36 28.8		
" 12	51 45.17	36 36.1		
" 13	50 49.28	36 47.4		
" 14	49 52.98	37 2.5	0.46207	0.28384
" 15	48 56.36	37 21.5		
" 16	47 59.47	37 44.5		
" 17	47 2.39	38 11.5		
" 18	46 5.15	38 42.4	0.46177	0.28276
" 19	45 7.84	39 17.3		
" 20	44 10.51	39 56.2		
" 21	43 13.23	40 39.1		
" 22	42 16.07	41 25.9	0.46146	0.28277
" 23	41 19.07	42 16.7		
" 24	40 22.34	43 11.4		
" 25	39 25.93	44 10.1		
" 26	38 29.92	45 12.8	0.46115	0.28384
" 27	37 34.31	46 19.4		
" 28	36 39.23	47 29.9		
" 29	35 44.73	48 44.3		
" 30	34 50.89	50 2.5	0.46083	0.28598
" 31	33 57.68	51 24.5		
1860, Jänner 1	33 5.26	52 50.3		
" 2	32 13.61	54 19.8		

Datum			Scheinbare		log. r	log. Δ
			Rectascension	Declination		
1860, Jänner	3	5 ^h 31 ^m 22 ^s ·84	14 [°] 55' 53"·1	0·46050	0·28913	
"	4	30 32·93	57 30·0			
"	5	29 44·00	59 10·6			
"	6	28 56·06	15 0 54·8			
"	7	28 9·19	2 42·5	0·46017	0·29322	
"	8	27 23·35	4 33·7			
"	9	26 38·66	6 28·4			
"	10	25 55·14	8 26·6			
"	11	25 12·85	10 28·2	0·45983	0·29819	
"	12	24 31·75	12 33·1			
"	13	23 51·94	14 41·4			
"	14	23 13·44	16 52·9			
"	15	22 36·29	19 7·7	0·45949	0·30395	
"	16	22 0·47	21 25·6			
"	17	21 26·04	23 46·7			
"	18	20 53·13	26 10·8			
"	19	20 21·64	28 38·0	0·45915	0·31043	
"	20	19 51·58	31 8·1			
"	21	19 23·05	33 41·1			
"	22	18 56·06	36 16·8			
"	23	18 30·62	38 55·6	0·45879	0·31753	
"	24	18 6·70	41 36·8			
"	25	17 44·47	44 20·7			
"	26	17 23·63	47 7·1			
"	27	17 4·48	49 56·0	0·45843	0·32516	
"	28	16 46·93	52 47·3			
"	29	16 30·99	55 40·6			
"	30	16 16·65	15 58 36·3			
"	31	16 3·95	16 1 34·2	0·45807	0·33323	
Februar	1	15 52·84	4 33·5			
"	2	15 43·36	7 35·1			
"	3	15 35·50	10 39·0			
"	4	15 29·27	13 45·2	0·45770	0·34164	

Die Jahresephemeride habe ich mit Zugrundelegung des Elementensystemes, welches ich bei der ersten Verbesserung nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelt hatte, abgeleitet. Bei der Berechnung der Helligkeit des Planeten ist seine Phase berücksichtigt worden:

0^h mittlere Berliner Zeit.

Datum		Scheinbare		Log. Entfernung		Helligkeit
		Rectascension	Declination	♃ von ♄	♃ von ☾	
1860,	Jänner 1	5 ^h 33 ^m 51 ^s	14° 33' 3	0.4600	0.2864	0.705
	„ 11	23 36	15 11.2	0.4592	0.2971	0.666
	„ 21	20 5	15 34.5	0.4583	0.3127	0.626
	„ 31	16 43	16 2.4	0.4574	0.3320	0.571
	Februar 10	16 2	16 33.8	0.4565	0.3535	0.520
	„ 20	17 58	17 7.1	0.4555	0.3761	0.470
	März 1	22 21	17 41.0	0.4545	0.3987	0.425
	„ 11	28 54	18 14.1	0.4535	0.4207	0.386
	„ 21	37 22	18 44.9	0.4524	0.4418	0.352
	„ 31	47 30	19 12.5	0.4513	0.4614	0.323
	April 10	5 59 2	19 35.4	0.4502	0.4796	0.299
	„ 20	6 11 46	19 53.0	0.4490	0.4961	0.279
	„ 30	23 30	20 4.3	0.4478	0.5111	0.262
	Mai 10	40 4	20 9.0	0.4466	0.5243	0.248
	„ 20	55 18	20 6.5	0.4454	0.5359	0.237
	„ 30	7 11 5	19 56.3	0.4442	0.5459	0.228
	Juni 9	27 16	19 38.5	0.4429	0.5542	0.221
	„ 19	43 47	19 13.1	0.4416	0.5611	0.216
	„ 29	8 0 30	18 39.9	0.4403	0.5663	0.212
	Juli 9	17 21	17 59.5	0.4390	0.5701	0.210
	„ 19	34 15	17 12.0	0.4376	0.5724	0.209
	„ 29	51 11	16 18.0	0.4363	0.5732	0.211
	August 8	9 8 3	15 17.9	0.4349	0.5724	0.213
	„ 18	24 49	14 12.2	0.4335	0.5702	0.216
	„ 28	41 26	13 1.9	0.4322	0.5665	0.221
	September 7	57 53	11 47.6	0.4308	0.5612	0.227
	„ 17	10 14 8	10 30.0	0.4294	0.5544	0.236
	„ 27	30 8	9 10.3	0.4280	0.5460	0.247

Datum	Scheinbare		Log. Entfernung		Helligkeit
	Rectascension	Declination	43 von \odot	43 von \oplus	
October 7	10 ^h 43 ^m 52 ^s	7° 49' 3	0·4266	0·5360	0·260
„ 17	11 1 17	6 28·1	0·4253	0·5244	0·275
„ 27	16 19	5 8·0	0·4239	0·5110	0·293
November 6	30 55	3 49·9	0·4225	0·4959	0·316
„ 16	45 2	2 35·4	0·4212	0·4790	0·343
„ 26	58 32	1 26·7	0·4198	0·4603	0·377
December 6	12 11 18	0 22·7	0·4185	0·4398	0·414
„ 16	23 12	— 0 32·9	0·4174	0·4175	0·461
„ 26	34 1	— 1 18·4	0·4158	0·3935	0·518
„ 36	43 31	— 1 52·3	0·4146	0·3682	0·586

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1860

Band/Volume: [38](#)

Autor(en)/Author(s): Löwy Moritz (Maurice)

Artikel/Article: [Über die Bahn der Eugenia. 1025-1039](#)