Die Wärmeentwicklung durch Compression.

Von Dr. G. Tschermak.

Bei der Zusammendrückung der Gewichtseinheit eines Körpers um dv wird die Arbeit Pdv geleitet, wofern P den dabei vorkommenden Widerstand bezeichnet; anderseits wird dadurch die Wärmemenge $c_1 dt$ gewonnen, unter c_1 die wahre Wärmecapacität verstanden. Demnach ist

$$c_1 dt = - APdv, \quad (1)$$

wenn A = dem Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit. Für gasförmige Körper, mögen p, v, t Druck, Volum der Gewichtseinheit und Temperatur, in $^{\circ}C$, ω, v_0 Druck und Volum im Normalzustande, endlich β den Ausdehnungscoefficienten bezeichnen.

Es ergibt sich nun aus dem Gay-Lussac-Mariotte'schen Gesetze $pv = \omega v_0 (1 + \beta t)$ und aus dem Satze $A\omega v_0 \beta = c - c_1$ worin c die gewöhnliche spezifische Wärme für den constanten Druck = ω , nach (1) die bekannte Relation:

$$\frac{t + 273}{t_1 + 273} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{k-1} \quad (2)$$

wenn $k = \frac{c}{c_1}$.

Für den flüssigen und den festen Zustand gelten, wenn m der Coefficient der Massenelasticität und α der Wärme-Ausdehnungscoefficient die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} v &= v_1 (1 - mP) \\ v_1 &= v_0 (1 + \alpha t_1) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Innerhalb enger Grenzen kann m und α constant angenommen und statt (3) ohne irgend bemerkbaren Unterschied geschrieben werden

$$(4) \quad v = v_0 (1 + \alpha t - mP)$$

Hiernach erhält man aus der Gleichung (1)

$$(5) \quad dt = \frac{Av_0 m P}{Av_0 \alpha P + c_1} dP$$

Dies ergibt wofern $c_1 = \text{const.}$ für die Erhöhung des Druckes von P auf P_1 die Temperaturerhöhung:

$$(6) \quad t_1 - t = \frac{m c_1}{A v_0 \alpha^2} \left[\text{l. nat.} \left(1 + \frac{A v_0 \alpha}{c_1} P \right) - \text{l. nat.} \left(1 + \frac{A v_0 \alpha}{c_1} P_1 \right) \right] + \frac{m}{\alpha} (P_1 - P)$$

$$(7) \quad t_1 - t = \frac{m}{\alpha} \left[\frac{A v_0 \alpha}{c_1} \cdot \frac{P_1^2 - P^2}{2} - \frac{A^2 v_0^2 \alpha^2}{c_1^2} \cdot \frac{P_1^3 - P^3}{3} + \frac{A^3 v_0^3 \alpha^3}{c_1^3} \cdot \frac{P_1^4 - P^4}{4} \dots \right]$$

Es genügt indess, von dieser Reihe, welche wegen der Kleinheit von $\frac{A v_0 \alpha}{c_1}$ sehr rasch convergirt, blos das erste Glied zu nehmen, wonach

$$(8) \quad t_1 - t = \frac{A m v_0}{2 c_1} (P_1^2 - P^2).$$

Man kömmt zu diesem Resultate auf kürzerem Wege, wenn man in (4) die Temp. = const. setzt, weil ja die Temperaturerhöhung bei mässigem Drucke nicht bedeutend ist, danach erhält man aus (1):

$$(9) \quad dt = \frac{A m v_0}{c_1} P dP$$

und gelangt ebenfalls zur Gleichung (8)

Setzt man nun $m\omega = \mu$ ferner $P_1 = \omega n$ und weil der anfängliche Druck in der Regel 1 Atm., $P = \omega$, so ergibt sich aus (8):

$$(10) \quad t_1 - t = \frac{A v_0 \mu \omega}{2 c_1} (n^2 - 1),$$

für die Temperaturerhöhung, welche durch die äussere Arbeit allein hervorgebracht wird.

Was die hierher gehörigen Versuche anlangt, besitzen wir bezüglich fester Körper keine genaueren Versuchsergebnisse, ferner haben bekanntlich Colladon und Sturm die durch Compression des Wassers erzeugte Wärme unmessbar gefunden. Regnault erhielt beiläufig dasselbe Resultat: Die Erwärmung durch 10 Atm. Druckerhöhung blieb jedenfalls unter $0\cdot02^{\circ}$ C. Die obige Formel gibt für diesen Fall, wenn nach Grassi's Versuchen $\mu = 0\cdot000048$ gesetzt wird:

$$\Delta t = 0\cdot00007^{\circ} \text{ C.}$$

In neuerer Zeit indess hat Joule Versuchsergebnisse bekannt gemacht (Proceedings of the R. S. Vol. IX. p. 496 und Phil. Mag. Vol. XVII. p. 364), die eine viel grössere Temperaturerhöhung ergeben, als aus dem obigen Satze folgt. Doch finden sich an genanntem Orte nur die Endzahlen ohne irgend ein Detail der Versuche und ist mir hierüber nichts bekannt. Joule setzt den experimentellen Zahlen solche gegenüber, welche aus der Thomson'schen Formel:

$$\Delta t = \frac{Av_0\alpha(t+273)}{c} \Delta P$$

berechnet sind. Es zeigt sich zwischen den letzteren Zahlen eine gute Übereinstimmung, dagegen gar keine mit den aus (10) berechneten Werthen. Das folgende Beispiel, welches die Compression des Wassers betrifft, wird dies verdeutlichen.

Anfängliche Temperatur	$n - 1 = \Delta P$ in Atm.	Δt nach Joule's Exp.	Δt nach Thomson's Formel	Δt nach Formel (10)	μ nach Grassi in Millionteln
$1^{\circ}2 \text{ C.}$	24·34	— $0^{\circ}0069$	— $0^{\circ}0083$	+ $0^{\circ}00036$	= 50·3
11·7	24·34	+ $0\cdot0193$	+ $0\cdot0205$	+ $0\cdot00034$	= 48
30·	24·34	$0\cdot0547$	$0\cdot0544$	$0\cdot00032$	= 45·5

Hier ist nun Folgendes zu bemerken: Erstens ist die nach (10) berechnete Temperaturänderung viel geringer als die von Joule beobachtete; zweitens erfolgt nach (10) durch Compression des Wassers unter 4° C. — im Widerspruche mit obigen experimentellen

Zahlen — keine Temperaturerniedrigung, weil Δt nicht von α sondern von μ abhängt, welch' letzteres beim Wasser mit steigender Temperatur continuirlich abnimmt und positiv ist; eben so ist nach (10) die Temperaturänderung von der Anfangstemperatur direct nicht abhängig, sondern nur insofern, als μ von der Temperatur abhängt, was Joule's Resultaten ebenfalls widerspricht. Dieses alles zeigt, dass die innere Arbeit bei der Compression sehr bedeutend sein müsse.

Die Thomson'sche Formel muss ich indess, wie aus dem Folgenden zu ersehen ist, für unrichtig halten. In die ursprüngliche Ableitung derselben (s. Phil. Mag. [4] Vol. IV. p. 171) einzugehen wäre indess viel umständlicher, als die Widerlegung der Entwicklung Zeuner's. (Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie S. 178 ff.) Übrigens weichen beide in demselben Punkte von dem von mir entwickelten Gedankengange ab.

Wenn die Gewichtseinheit eines Körpers um dt erwärmt wird, sich dabei um dv ausdehnt und dabei den Widerstand p überwindet, so ist die aufgenommene Wärmemenge:

$$dQ = c_1 dt + A p dv \quad (11)$$

Geschieht die Erwärmung bei einem constanten äusseren Druck, also auch bei gleichbleibender Expansivkraft, so wird dazu die Wärmemenge $c'dt$ verbraucht — wo c' die Wärmecapacität bei constantem Druck. — Für diesen Fall berechnet sich aus

$$dt = \left(\frac{dt}{dp}\right) dp + \left(\frac{dt}{dv}\right) dv \quad (12)$$

die Volumänderung $dv = \frac{dt}{\left(\frac{dt}{dv}\right)}$ und es ist somit

$$c'dt = c_1 dt + A p \frac{dt}{\left(\frac{dt}{dv}\right)} \quad (13)$$

Die Gleichungen (11) und (13) führen nun auf den Satz:

$$dQ = c'dt + A p dv - A p \frac{dt}{\left(\frac{dt}{dv}\right)}$$

aus welchem man nach Berücksichtigung von (12)

$$dQ = c'dt - Ap \frac{\left(\frac{dt}{dp}\right)}{\left(\frac{dv}{dv}\right)} dp \quad (14)$$

erhält. Für den Fall nun, wo weder Wärme zu- noch abgeführt wird, erhält man $dQ = 0$, also

$$dt = \frac{Ap}{c'} \frac{\left(\frac{dt}{dp}\right)}{\left(\frac{dv}{dv}\right)} dp \quad (15)$$

Um nun die Temperaturerhöhung durch Compression zu bestimmen, setzt Zeuner ohne weiters die sogenannte Carnot'sche Function $Ap \left(\frac{dt}{dp}\right) = A(t + 273)$ weil dieser aus dem Gay-Lussac-Mariotte'schen erhaltene Werth von Zeuner und Anderen als für alle Aggregatzustände geltend angenommen wird. Ferner aus der Gleichung $v = v_0(1 + at)$ den Werth von $\left(\frac{dv}{dv}\right) = \frac{1}{v_0\alpha}$ entnehmend erhält Zeuner aus (15)

$$dt = \frac{Av_0\alpha(t + 273)}{c'} dp$$

und nach der stillschweigenden Annahme $t = \text{const.}$ und $c' = \text{const.}$

$$\Delta t = \frac{Av_0\alpha(t + 273)}{c'} \Delta p$$

also die Thomson'sche Formel. Zeuner bemerkt dabei merkwürdiger Weise, dass dieselbe auch für permanente Gase gelte, obgleich er zuvor (S. 51) die richtige Formel (2) erhalten hatte. Ist doch für permanente Gase $\left(\frac{dt}{dv}\right) = \frac{p}{\omega v_0\beta}$.

Die obige unrichtige Folgerung hat offenbar ihren meisten Grund in der Annahme von $(t + 273)^\circ \text{C.}$ als absoluter Temperatur, während man dies doch nur für ideelle Gase gelten lassen könnte.

Wenn dagegen in Formel (15) die aus (4) folgenden Werthe $\left(\frac{dt}{dp}\right) = \frac{m}{\alpha}$ und $\left(\frac{dt}{dv}\right) = \frac{1}{v_0\alpha}$ substituirt, so erhält man fast gleichlautend mit (9)

$$dt = \frac{Amv_0}{c'} PdP,$$

mit dem Unterschiede, dass hier c' statt c_1 erscheint. Nach Berücksichtigung von (13) gelangt man endlich auf diesem längeren Wege ebenfalls zur Gleichung (5).

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1861

Band/Volume: [44_2](#)

Autor(en)/Author(s): Tschermak Gustav (Edler von Seysenegg)

Artikel/Article: [Die Wärmeentwicklung durch Compression. 141-146](#)