

Über die elektrodynamische Wechselwirkung der Theile eines elektrischen Stromes von veränderlicher Gestalt.

Von Dr. Ludwig Boltzmann.

(Mit 1 Tafel.)

Ampère gründete sein Gesetz für die Wechselwirkung zweier Elemente eines elektrischen Stromes auf qualitative Versuche. Seitdem fand dieses Gesetz durch die schönen quantitativen Versuche Webers eine ausgedehnte Bestätigung.

Allein Weber operirte bloß mit sogenannten Solenoiden, prüfte also bloß die Wirkung fester geschlossener Ströme auf andere feste geschlossene Ströme (wenigstens solcher, welche für das Experiment als in sich geschlossen angesehen werden konnten). Es erschien mir daher nicht ohne Interesse zu sein, die Wechselwirkung der Theile eines Stromes auch in Fällen quantitativ zu bestimmen, wo nicht jeder der festen Theile für sich bereits als ein geschlossener Strom angesehen werden kann. In diesen Fällen ist der quantitativen Bestimmung namentlich die große Zähigkeit des Quecksilbers hinderlich, das man als Verbindungsmittel der beweglichen Stromtheile nicht entbehren kann. Ich untersuchte, um diesen Übelstand möglichst zu vermeiden, einen Strom von unveränderlicher Länge, aber veränderlicher Gestalt, so daß also Gleitstellen gänzlich vermieden wurden und sich die beweglichen Stücke an den Verbindungsstellen bloß im Quecksilber zu drehen brauchten. Die Reibung in demselben war auf diese Art freilich nicht ganz vermieden, aber sie erschien doch auf ein Minimum reducirt.

I. Beschreibung des Apparates.

Der Apparat, den ich zu diesem Zwecke anwandte, ist in Fig. 1 schematisch dargestellt. Die beiden Linien *GEA* und *HFD* sind Kupferdrähte, die auf einer passenden hölzernen Unterlage festge-

macht sind. Die Enden *G* und *H* derselben werden mit den Polen einer Batterie verbunden. Die Stücke *GE* und *HF* laufen parallel und befinden sich in möglichst geringer Entfernung. Die Stücke *EA* und *FD* dagegen sind so gebogen, daß sie in eine und dieselbe horizontale Linie *AD* fallen.

Dieselben sind an den Enden *A* und *D* etwas nach abwärts gebogen und tragen daselbst je ein kleines Kupferschälchen. *AB* und *CD* sind ebenfalls zwei an den Enden etwas nach abwärts gebogene Kupferdrähte. Die Enden *B* und *C* derselben tragen zwei Kupferschälchen von derselben Beschaffenheit, wie die der früher betrachteten Drähte. Die Enden *A* und *D* dagegen sind mit einer feinen Stahlspitze versehen, welche in den Schälchen *A* und *D* aufrucht.

Um die Reibung der Stahlspitze zu vermindern ist jedes der Kupferschälchen in der Mitte durchbohrt und in dasselbe ein Granathütchen, wie man dieselben bei Bussolen verwendet, eingelegt. Fig. 2 gibt einen Querschnitt des Schälchens bei *D* sammt der darin ruhenden Spitze. Die Kupferdrähte *AB* und *CD* sind an zwei hölzernen Stäben *IK* und *LM* befestigt, welche bei *K* und *M* mit passenden Gegengewichten versehen sind, so daß sie bei horizontaler Lage von *AB* und *CD* auf den Spitzen *A* und *D* balanciren. *BC* ist ebenfalls ein an seinen Enden mit Stahlspitzen versehener Kupferdraht, welcher genau in derselben Höhe in den Schälchen *B* und *C* balancirt; er trägt bei *N* etwas tiefer ein Gegengewicht.

Um die Reibung zu vermindern, sind an den Holzstäben *IK* und *LM* bei *A* und *D* Coconfäden befestigt, welche über eine Rolle laufen und an dem andern Ende so gewählte Gewichte tragen, daß auf die Spitzen *A* und *D* nur ein ganz kleiner Druck nach abwärts übrig bleibt. Die Länge der Linien *AB*, *BC*, *CD* und *DA* beträgt $338\frac{1}{2}$ Mm. die Dicke der Drähte etwa 2 Mm. Die Schälchen wurden nun soweit mit Quecksilber gefüllt, daß der Strom direct vom Schälchen in die Kupferdrähte übergehen konnte und die Stahlspitzen nicht zu durchlaufen brauchte, weil dieselben sonst durch die starken angewandten Ströme gelitten hätten. Werden nun die Drahtenden *G* und *H* mit den Polen einer Batterie in Verbindung gesetzt, so durchfließt der Strom die Kupferdrähte in der durch die Pfeile angegebenen Richtung. Man sieht, daß die vom Strome durchflossene Figur ein Rhombus ist, in welchem blos die Winkel der Seiten variabel sind. Umfließt der Strom den Rhombus von West über Nord nach Ost, so

sucht sowohl die Einwirkung des Erdmagnetismus als auch die Wirkung des Stromes den Rhombus in ein Quadrat zu verwandeln. Hat dagegen der Strom die entgegengesetzte Richtung, so kehrt sich die Einwirkung des Erdmagnetismus um, während die des Stromes auf sich selbst unverändert bleibt. In diesem Falle ist das Quadrat eine labile Gleichgewichtslage und die stabile tritt bei irgend einem andern Winkel ein. Derselbe wächst mit zunehmender Stromstärke, bis er endlich bei sehr großer Stromstärke gleich einem rechten wird, wo dann die labile Gleichgewichtslage aufhört, was durch die späteren Rechnungen begründet werden soll.

Alle diese Erscheinungen zeigen sich bei der großen Beweglichkeit des Apparates schon recht auffällig bei Anwendung von 6 Smee'schen Elementen, und dürfte sich daher der Apparat bei seiner leichten Herstellbarkeit auch als elektrodynamischer Vorlesungsapparat gut eignen, wobei vielleicht noch die Granathütchen und Äquilibration durch die Rollen weggelassen werden könnte. Zum Zwecke der Messung war natürlich eine Kraft nöthig, welche den Rhombus in eine bestimmte Lage zu bringen suchte. Es wurde zu diesem Zwecke an den Holzstab LM auch im Punkte S in der Entfernung von $98\frac{1}{2}$ Mm. von D ein Coconfaden und vertical unter demselben ein Gewicht von 10 Grammen befestigt.

Das andere Ende des Coconfadens wurde an einem horizontalen Stabe festgemacht, der um eine verticale Axe drehbar war. Die Axe wurde außerdem noch mittelst eines Senkels vertical über die tiefste Stelle des Schälchens D gestellt. Das Gewicht sucht dann immer vertical unter dem oberen Befestigungspunct des Coconfadens zu stehen und hält daher den Rhombus in einer bestimmten Lage mit einer bestimmten Kraft fest, welche Lage jedoch durch Drehung des Stabes, an dem der Coconfaden festgemacht war, beliebig variirt werden konnte.

Es ist natürlich, daß dann der Winkel des Rhombus durch die elektrodynamischen Kräfte nur unbedeutend verändert wurde. Um diese Winkelveränderungen mit Genauigkeit messen zu können, war am Holzstabe LM im Punkte D ein kleiner Spiegel angebracht, auf den mittelst eines Fernrohres visirt wurde. Der Spiegel war außerdem noch um eine verticale Axe gegen den Holzstab drehbar. Der ganze Apparat befand sich, um gegen den Luftzug möglichst geschützt zu sein, in einem allseitig verschlossenen Kasten, der nur

für den Spiegel ein mit einer planparallelen Glasplatte verschlossenes Loch hatte. Ich bemerke noch, daß der Draht AD direct mittelst einer Libelle, die übrigen Drähte aber durch Verschiebung der Gegengewichte auf den Holzstäben unter Vergleichung mit nahe anliegenden, mittelst Libelle horizontal gestellten Stäben horizontal gemacht wurden.

2. Theorie der auf den Rhombus wirkenden Kräfte.

Ich will nun zur Berechnung der an diesem Apparate zu beobachtenden Erscheinungen übergehen.

Ich will zu diesem Zwecke die Länge einer Seite des Rhombus $AB=l$ setzen (vergl. Fig. 3); ich nehme an, daß auf ein Längendifferential ds_1 der Seite AB , das sich in der Entfernung s_1 vom Punkte A befindet, in Folge der elektrodynamischen Kräfte die Gesamtkraft $R_1 ds_1$, auf ein Längendifferential ds_2 der Seite BC die Gesamtkraft $R_2 ds_2$ und auf ein Längendifferential ds_3 der Seite CD in der Entfernung s_3 von D die Gesamtkraft $R_3 ds_3$ ausgeübt werde. Außerdem wirkt noch auf den Punkt S die horizontale Componente Q des Zuges des daselbst angehängten Gewichtes in einer Richtung senkrecht auf CD . Der Winkel der beiden Geraden AB und AD soll α heißen. Vergrößern wir denselben um $\delta\alpha$, so soll das Element ds_1 die virtuelle Verschiebung δp_1 , das Element ds_2 die Verschiebung δp_2 , das Element ds_3 die Verschiebung δp_3 , endlich der Punkt S die Verschiebung δq erleiden. War der Winkel α eine Gleichgewichtslage, so muß die Gleichung bestehen:

$$\int_0^l P_1 ds_1 \delta p_1 + \int_0^l P_2 ds_2 \delta p_2 + \int_0^l P_3 ds_3 \delta p_3 + Q \delta q = 0,$$

worin mit P_1 , P_2 und P_3 die Componenten der Kräfte R_1 , R_2 und R_3 in der Richtung der virtuellen Verschiebungen δp_1 , δp_2 und δp_3 , also in einer Richtung senkrecht auf AB oder CD bezeichnet wurden. Dieselben, sowie die Kraft Q , sollen positiv gezählt werden, wenn sie die durch den Pfeil YZ Fig. 3 dargestellte Richtung, negativ, wenn sie die entgegengesetzte Richtung haben.

Setzt man in diese Gleichung die Werthe:

$$\delta p_1 = s_1 \delta\alpha, \quad \delta p_2 = l \delta\alpha, \quad \delta p_3 = s_3 \delta\alpha, \quad \delta q = m \delta\alpha$$

ein, wobei m die Länge des Stückes DS ist und dividirt durch $\delta\alpha$ weg, so ergibt sich:

$$\int_0^l P_1 s_1 ds_1 + \int_0^l P_2 ds_2 + \int_0^l P_3 s_3 ds_3 + Qm = 0 \quad 1)$$

Die Kräfte $P_1 ds_1$, $P_2 ds_2$ und $P_3 ds_3$ bestehen aus 2 Theilen; der Componente der Einwirkung des Erdmagnetismus $A_1 ds_1$, $A_2 ds_2$ und $A_3 ds_3$ in der Richtung YZ , und der Componente der Wirkung des Stromes auf das betreffende Stromelement in derselben Richtung.

Vom Erdmagnetismus wirkt auf ein horizontales Stromelement ds in horizontaler Richtung bloß die Verticalcomponente, und zwar mit der Intensität $\frac{Vi ds}{\sqrt{2}}$ gegen die Linke einer mit dem Gesichte nach abwärts im Strom schwimmenden Figur. In dieser Formel bedeutet V die Intensität der Verticalcomponente, i die Stromintensität, gemessen in elektrodynamischem Maße. Diese Wirkung fällt, wenn der Strom von der Intensität i den Rhombus in der Richtung von West über Nord nach Ost durchfließt, für die Seite AB mit der Richtung YZ zusammen. Man hat daher:

$$A_1 ds_1 = \frac{Vi}{\sqrt{2}} ds_1,$$

Für die Seite CD ist sie der Richtung YZ entgegengesetzt, daher

$$A_3 ds_3 = -\frac{Vi}{\sqrt{2}} ds_3.$$

Für die Seite BC schließt sie mit YZ den Winkel α ein; es wird also:

$$A_2 ds_2 = \frac{Vi}{\sqrt{2}} \cos \alpha ds_2.$$

Die Glieder, welche der Erdmagnetismus in die Gleichung 1) liefert, sind daher:

$$\frac{Vi}{\sqrt{2}} \int_0^l s_1 ds_1 + \frac{Vi l \cos \alpha}{\sqrt{2}} \int_0^l ds_2 - \frac{Vi}{\sqrt{2}} \int_0^l s_3 ds_3 = \frac{Vi l^2 \cos \alpha}{\sqrt{2}}. \quad 2)$$

Um die Wirkung des Stromes auf sich selbst zu rechnen, will ich den Draht AB mit I , den Draht BC mit II , den Draht CD mit III und den Draht AD mit IV bezeichnen und die Glieder gesondert

betrachten, welche die Wirkung eines jeden dieser Drähte auf jeden anderen liefert. Es seien zunächst in Fig. 4 LM und MN zwei im Punkte M zusammenstossende Drähte, welche von einem Strome in der durch die Pfeile angezeigten Richtung durchflossen werden und mit einander den Winkel β bilden. Die Abstossung der Elemente ds und ds' in den Entfernungen s und s' von M ist nach dem Ampère'schen Gesetze

$$p = \frac{i^2 ds ds'}{r^2} \left(\cos \beta + \frac{3}{2} \cos \theta \cos \theta' \right);$$

darin ist:

$$r^2 = s^2 + s'^2 - 2 ss' \cos \beta$$

$$\cos \theta = \frac{s' \cos \beta - s}{r} \cos \theta' = \frac{s \cos \beta - s'}{r};$$

es ist daher:

$$p = \frac{i^2 ds ds'}{2 r^4} \left(-s^2 \cos \beta - s'^2 \cos \beta + 3 ss' - ss' \cos^2 \beta \right).$$

Für die Wirkung des Drahtes IV auf I ist $\beta = \alpha$ zu setzen; die Componente dieser Wirkung in der Richtung YZ wird durch Multiplication mit $\frac{s \sin \alpha}{r}$ gefunden und geht in die Formel 1) mit s' multiplicirt ein. Die Wirkung des Drahtes IV auf I liefert daher in die genannte Formel:

$$B_{41} = \frac{i^2 \sin \alpha}{2} \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{ss' (-s^2 \cos \alpha - s'^2 \cos \alpha + 3 ss' - ss' \cos^2 \alpha)}{(s^2 + s'^2 - 2 ss' \cos \alpha)^{\frac{5}{2}}}.$$

Für die Wirkung des Drahtes II auf I ist $\beta = 180 - \alpha$ zu setzen, s und s' sind jetzt die Distanzen der Stromelemente vom Punkt B . Dieselbe wird daher gleich:

$$\frac{i^2 ds ds' (s^2 \cos \alpha + s'^2 \cos \alpha + 3 ss' - ss' \cos^2 \alpha)}{(s^2 + s'^2 + 2 ss' \cos \alpha)^2}.$$

Ihre Componente in der Richtung YZ wird wieder durch Multiplication mit $\frac{s \sin \alpha}{r}$ gefunden. Multiplicirt man zudem noch mit dem

Abstand des Elementes ds' von A also mit $l-s'$ und integriert, so erhält man für den Ausdruck, welchen die Wirkung des Drahtes II auf I in die Gleichung 1) liefert

$$B_{21} = \frac{i^2 \sin \alpha}{2} \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{(l-s') s (s^2 \cos \alpha + s'^2 \cos \alpha + 3ss' - ss' \cos^2 \alpha)}{(s^2 + s'^2 + 2ss' \cos \alpha)^{\frac{5}{2}}}.$$

Die Wirkung des Drahtes II auf III ist gerade so groß, wie die von IV auf I , aber sie ist entgegengesetzt gerichtet und mit $l-s'$ statt s' zu multipliciren; sie liefert daher:

$$B_{23} = \frac{i^2 \sin \alpha}{2} \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{(l-s') s (s^2 \cos \alpha + s'^2 \cos \alpha - 3ss' + ss' \cos^2 \alpha)}{(s^2 + s'^2 - 2ss' \cos \alpha)^{\frac{5}{2}}}.$$

Die Wirkung des Drahtes IV auf III ist gleich und entgegengesetzt gerichtet der Wirkung von II auf I und mit s' statt $l-s'$ zu multipliciren; liefert daher

$$B_{43} = -\frac{i^2 \sin \alpha}{2} \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{ss' (s^2 \cos \alpha + s'^2 \cos \alpha + 3ss' - ss' \cos^2 \alpha)}{(s^2 + s'^2 + 2ss' \cos \alpha)^{\frac{5}{2}}}$$

Die Componenten der auf die Bogen-Differentiale des Drahtes II wirksamer Kräfte gehen in die Formel 1) mit l multiplicirt ein. Sie sind gleich und entgegengesetzt bezeichnet mit den Componenten der Wirkung des Drahtes II auf die übrigen Drähte. Es liefert daher die Wirkung des Drahtes I auf II :

$$B_{12} = -\frac{i^2 l \sin \alpha}{2} \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{s (s^2 \cos \alpha + s'^2 \cos \alpha + 3ss' - ss' \cos^2 \alpha)}{(s^2 + s'^2 + 2ss' \cos \alpha)^{\frac{5}{2}}}$$

und die Wirkung von III auf II :

$$B_{32} = \frac{i^2 l \sin \alpha}{2} \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{s' (-s^2 \cos \alpha - s'^2 \cos \alpha + 3ss' - ss' \cos^2 \alpha)}{(s^2 + s'^2 - 2ss' \cos \alpha)^{\frac{5}{2}}}.$$

Die Summe aller dieser Ausdrücke ist:

$$\begin{aligned}
 & B_{41} + B_{21} + B_{23} + B_{43} + B_{12} + B_{32} = \\
 & = i^2 \sin \alpha \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{ss' (-s^2 \cos \alpha - s'^2 \cos \alpha + 3ss' - ss' \cos^2 \alpha)}{(s^2 + s'^2 - 2ss' \cos \alpha)^{\frac{5}{2}}} \\
 & - i^2 \sin \alpha \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{ss' (s^2 \cos \alpha + s'^2 \cos \alpha + 3ss' - ss' \cos^2 \alpha)}{(s^2 + s'^2 + 2ss' \cos \alpha)^{\frac{5}{2}}}.
 \end{aligned}$$

Es sind noch die Glieder zu bestimmen, welche die Wirkung je zweier untereinander paralleler Drähte liefert. Seien in Fig. 5 ds und ds' zwei Elemente der Drähte *I* und *III* in der Entfernung s und s' von dem Punkt *A* und *D*, so ist nach dem Ampère'schen Gesetze ihre Abstossung:

$$q = \frac{i^2 ds ds'}{r^2} \left(1 + \frac{3}{2} \cos \theta \cos \theta' \right),$$

wobei

$$\cos \theta = -\cos \theta' = -\frac{l \cos \alpha + s' - s}{r}$$

$$r^2 = l^2 + (s' - s)^2 + 2l \cos \alpha (s' - s).$$

Nach Einsetzung dieser Werthe erhält man:

$$q = \frac{i^2 ds ds'}{r^4} \left[r^2 - \frac{3}{2} (l \cos \alpha + s' - s)^2 \right].$$

Die Componenten der Wirkung des Elementes ds' auf ds in der Richtung *YZ* ergibt sich durch Multiplication dieses Ausdrucks mit $\sin \theta = \frac{l \sin \alpha}{r}$, die der Wirkung des Elementes ds auf ds' durch

Multiplication mit $-\frac{l \sin \alpha}{r}$; erstere geht mit s , letztere mit s'

multiplirt in die Gleichung 1) ein; es liefert daher die Wirkung des Drahtes *III* auf den Draht *I* in die genannte Formel:

$$B_{31} = i^2 l \sin \alpha \int_0^l s ds \int_0^l ds' \frac{r^2 - \frac{3}{2} (l \cos \alpha + s' - s)^2}{r^5}$$

und die Wirkung des Drahtes *I* auf *III* liefert:

$$B_{13} = i^2 l \sin \alpha \int_0^l ds \int_0^l s' ds' \frac{-r^2 + \frac{3}{2}(l \cos \alpha + s' - s)^2}{r^5}.$$

Die Abstossung eines Elementes *ds* des Drahtes *IV* auf ein Element *ds'* des Drahtes *II* ist durch dieselbe Formel

$$q = \frac{i^2 ds ds'}{r^2} \left[r^2 - \frac{3}{2}(l \cos \alpha + s' - s)^2 \right]$$

gegeben, in der jetzt *s* den Abstand des Elementes *ds* von *A*, *s'* den des Elementes *ds'* von *B* bedeutet. (Fig. 6.)

Von dieser Kraft ist die Componente in der Richtung *YZ*, also senkrecht auf *AB* zu nehmen. Bezeichnet θ den Winkel der Verbindungslinie der Elemente *ds* und *ds'* mit *AD*, so ist diese Componente $-q \sin(\alpha - \theta) = -\frac{q \sin \alpha (s' - s)}{r}$, wegen $\cos \theta = \frac{l \cos \alpha + s' - s}{r}$ $\sin \theta = \frac{l \sin \alpha}{r}$. Dieselbe ist noch mit *l* zu multipliciren und zu integriren und liefert daher in die Gleichung 1):

$$B_{42} = i^2 l \sin \alpha \int_0^l ds \int_0^l ds' (s' - s) \frac{\frac{3}{2}(l \cos \alpha + s' - s)^2 - r^2}{r^5}.$$

Die Summe aller Glieder, welche die Wirkung zweier paralleler Drähte in die Gleichung 1) liefert, ist daher:

$$\begin{aligned} B_{31} + B_{13} + B_{42} &= \\ &= i^2 l \sin \alpha \int_0^l ds \int_0^l ds' (s' - s) \frac{3(l \cos \alpha + s' - s)^2 - 2r^2}{r^5} = \\ &= i^2 l \sin \alpha \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{(s' - s) [(l \cos \alpha + s' - s)^2 - 2l^2 \sin^2 \alpha]}{[(l \cos \alpha + s' - s)^2 + l^2 \sin^2 \alpha]^{\frac{5}{2}}}, \end{aligned}$$

Die Integration liefert:

$$\begin{aligned} \iint ds ds' \frac{ss' (-s^2 \cos \alpha - s'^2 \cos \alpha + 3ss' - ss' \cos^2 \alpha)}{(s^2 + s'^2 - 2ss' \cos \alpha)^{\frac{5}{2}}} &= \\ &= \frac{-s^2 \cos \alpha - s'^2 \cos \alpha + ss' (1 + \cos^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha \sqrt{s^2 + s'^2 - 2ss' \cos \alpha}} \end{aligned}$$

daher, indem man das Zeichen von $\cos \alpha$ verwechselt:

$$\iint ds ds' \frac{ss' (s^2 \cos \alpha + s'^2 \cos \alpha + 3 ss' - ss' \cos^2 \alpha)}{(s^2 + s'^2 + 2 ss' \cos \alpha)^{\frac{5}{2}}} =$$

$$= \frac{s^2 \cos \alpha + s'^2 \cos \alpha + ss' (1 + \cos^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha \sqrt{s^2 + s'^2 + 2 ss' \cos \alpha}}$$

Die Einsetzung der Grenzen Null und l , sowie Multiplication mit $i^2 \sin \alpha$ liefert:

$$B_{41} + B_{21} + B_{23} + B_{43} + B_{12} + B_{32} =$$

$$= i^2 l \sin \alpha \left(\frac{4 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} - \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \right). \quad 3)$$

Ferner findet man:

$$\iint ds ds' \frac{[(l \cos \alpha + s' - s)^2 - 2 l^2 \sin^2 \alpha] (s' - s)}{[(l \cos \alpha + s' - s)^2 + l^2 \sin^2 \alpha]^{\frac{5}{2}}} =$$

$$= \log (l \cos \alpha + s' - s + \sqrt{l^2 + (s' - s)^2 + 2 l \cos \alpha (s' - s)})$$

$$- \frac{l \cos \alpha + s' - s}{\sqrt{l^2 + (s' - s)^2 + 2 l \cos \alpha (s' - s)}} \left(1 + \frac{(l \cos \alpha + s' - s) \cos \alpha}{l \sin^2 \alpha} \right).$$

Substituirt man in diesem Ausdrucke die Grenzen Null und l und multiplicirt schließlich mit $i^2 \sin \alpha$, so erhält man:

$$B_{31} + B_{13} + B_{42} = \quad 4)$$

$$= i^2 l \sin \alpha \left[\log \frac{\cos \frac{\alpha}{2} (1 + \sin \frac{\alpha}{2})}{\sin \frac{\alpha}{2} (1 + \cos \frac{\alpha}{2})} - \frac{2 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} - \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} \right]$$

Faßt man nun die unter 2) gegebenen vom Erdmagnetismus stammenden, ferner die unter 3) gegebenen von der Einwirkung der gegeneinander geneigten Drähte herrührenden, und endlich die unter 4) angeführten von der Wirkung der parallelen Drähte herstammenden Glieder zusammen, so verwandelt die Gleichung 2) in folgende:

$$\frac{Vil^2 \cos \alpha}{\sqrt{2}} + i^2 l \left[2 \cot \alpha + \sin \alpha \log \frac{\cos \frac{\alpha}{2} (1 + \sin \frac{\alpha}{2})}{\sin \frac{\alpha}{2} (1 + \cos \frac{\alpha}{2})} \right] + Qm = 0.$$

Da die Veränderungen der Gestalt des Rhombus durch den Strom nur geringe, die Länge der Coconfäden aber eine ziemlich bedeutende war, so kann das von der Schwere herrührende Moment

Qm proportional der durch den Strom hervorgerufenen Veränderung des Winkels α gesetzt werden. Nehmen wir daher an, dieser Winkel habe, bevor der Strom durchging, den Werth α_0 gehabt und sei durch die Einwirkung des Stroms um $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0$ gewachsen, so kann $Qm = -n\Delta\alpha$ gesetzt werden.

Das negative Zeichen ist zu wählen, weil durch ein Wachsen des Winkels α eine Kraft erweckt wird, welche denselben zu verkleinern strebt, also der Richtung YZ entgegenwirkt. Setzt man noch:

$$\frac{Vl^2}{\sqrt{2}n} = a, \quad \frac{2l}{n} = b,$$

was für alle Versuche constante Zahlen sind, so ergibt sich die Formel:

$$\Delta\alpha = ai \cos\alpha + bi^2 \left[\cot\alpha + \frac{\sin\alpha}{2} \log \frac{\cos\frac{\alpha}{2} (1 + \sin\frac{\alpha}{2})}{\sin\frac{\alpha}{2} (1 + \cos\frac{\alpha}{2})} \right]. \quad 5)$$

3. Vergleichung der gefundenen Formel mit der Erfahrung.

Um die gefundene Formel experimentell zu prüfen, wurden dem Winkel α_0 des Rhombus, wenn kein Strom durch denselben ging, 4 verschiedene Werthe ertheilt. Für jeden dieser Werthe wurde bei 3 für einen bei 4 verschiedenen Stromstärken die Veränderung des Winkels $\Delta\alpha$ mittelst der Spiegelablesung bestimmt, sowohl wenn der Strom von West über Nord nach Ost, als auch wenn er in der entgegengesetzten Richtung ging. Als Stromquelle dienten 1 bis 8 passend verbundene Grove'sche Elemente.

Es zeigte sich bald, daß der Strom innerhalb der Dauer eines Versuches keineswegs als constant betrachtet werden konnte. Ich schaltete deßhalb außer dem Rhombus noch ein in ziemlicher Entfernung befindliches Weber'sches Galvanometer in den Stromkreis ein, dessen Magnet jedoch nicht durch die dazugehörigen Drahtrollen, die einen zu großen Widerstand gehabt hätten, sondern durch einen dicken, vom Strom durchflossenen Messingring abgelenkt wurde.

An demselben wurde jedesmal gleichzeitig mittelst eines andern Fernrohres die Stromstärke abgelesen. Die Genauigkeit, mit der die elektrodynamischen Kräfte am Rhombus gemessen werden konnten

steht freilich weit hinter der Genauigkeit zurück, welche bloß an Coconfäden aufgehängte Magnete gewähren (wohl hauptsächlich wegen der Zähigkeit des angewendeten Quecksilbers). Namentlich war zu beachten, daß man die Schwingungen des Rhombus nicht durch passendes Öffnen und Schließen des Stromes rasch zur Ruhe bringen durfte. In diesem Falle zeigte sich die Ruhelage immer um einige Theilstriche im Sinne des früheren Ausschlages verschoben. Es blieb wahrscheinlich im Quecksilber noch eine kleine Deformation im Sinne des früheren Ausschlages zurück. Denn von einem Steckenbleiben kann um so weniger die Rede sein, da die Beweglichkeit des Rhombus so groß war, daß die wirkliche Ruhe des Spiegels gar nicht abgewartet werden konnte, sondern sein Stand aus mehreren Ausschlägen berechnet werden mußte. Wenn man dagegen die Schwingungen, statt sie zu dämpfen, jedesmal noch etwas verstärkte, so zeigte sich in den Ausschlägen sowie in der Ruhelage eine vollkommen befriedigende Constanz.

Letztere wurde zur Vorsicht nach jeder Ablenkung separat abgelesen und zum Schluß das Mittel als wahre Ruhelage angenommen.

Folgendes waren z. B. die successiven Ablesungen im Fernrohre, wenn kein Strom durch den Rhombus ging bei der ersten Beobachtungsreihe: $111\frac{1}{2}$, $110\frac{1}{2}$, 111, 113, 112, 111, $111\frac{1}{2}$, $112\frac{1}{2}$, 113, 111, 112, 112, 111, 111, $111\frac{1}{2}$.

Die Bestimmung des Winkels α_0 des Rhombus in seiner Ruhelage geschah durch Messung der Distanz zweier Punkte mittelst des Stangenzirkels, welche auf den Drähten AB und AD in einer Distanz von 300 Mm. vom Punkte A markirt waren.

Damit hiebei die Schwingungen des Rhombus nicht hinderlich wären, wurde derselbe während dieser Messung jedesmal mittelst einer in den Weg gestellten gabelartigen Vorrichtung arretirt; dabei erlitt allerdings der Winkel α_0 eine kleine Veränderung, allein aus der Zahl, welche jetzt im Fernrohre mit dem Fadenkreuze zusammenfiel und derjenigen, welche die wahre Ruhelage bildete, konnte unmittelbar auch der Winkel für die wahre Ruhelage berechnet werden. In der folgenden Tabelle sind die Ablesungen an dem mit dem Rhombus verbundenen Spiegel, so wie die jedesmaligen Stromstärken in Scalentheilen für die 4 der Beobachtung unterzogenen Winkel zusammengestellt:

| $\alpha_0 = 26^\circ 2'$ | | $\alpha_0 = 39^\circ 59'$ | | $\alpha_0 = 54^\circ 34'$ | | $\alpha_0 = 69^\circ 15'$ | |
|--------------------------|-------------|---------------------------|-------------|---------------------------|-------------|---------------------------|-------------|
| Ablenkung | Stromstärke | Ablenkung | Stromstärke | Ablenkung | Stromstärke | Ablenkung | Stromstärke |
| -42 | -134 | -51 | -124·5 | -47 $\frac{1}{2}$ | -120·2 | 105 | 199·9 |
| 199 | 134·1 | 141 | 129 | 104 | 129·4 | -34 | -202·4 |
| -42 $\frac{1}{2}$ | -133·8 | -53 | -130·5 | -48 | -132·8 | 110 $\frac{1}{2}$ | 203·4 |
| 199 | 133·7 | 144 | 130·7 | 109 | 133·4 | -33 $\frac{1}{2}$ | -204 |
| -5 $\frac{1}{2}$ | -191·5 | -49 | -177·4 | -48 | -133·7 | 150 | 259·6 |
| 325 $\frac{1}{2}$ | 194 | 220 | 178·7 | 109 | 133·7 | -27 $\frac{1}{2}$ | -258·8 |
| -4 $\frac{1}{2}$ | -194·8 | -50 | -180·2 | -51 $\frac{1}{2}$ | -191·9 | 146 | 257·3 |
| 329 | 195·4 | -48 $\frac{1}{2}$ | -180·8 | 171 $\frac{1}{2}$ | 192·7 | -29 | -257 |
| -5 | -193 | 221 $\frac{1}{2}$ | 180 | -49 | -192·7 | 234 $\frac{1}{2}$ | 368 |
| 315 | 189·5 | 220 | 177·5 | 171 | 191 | -1 $\frac{1}{2}$ | -370·3 |
| 10 | -215·9 | -16 | -255·5 | -36 | -254·5 | -2 | -372 |
| 369 | 212·9 | 350 | 252·3 | 248 | 254 | 231 | 365·7 |
| 6 | -210·4 | -19 | -251 | -36 | -252·8 | 231 | 364·9 |
| 356 $\frac{1}{2}$ | 206 | 344 | 249·5 | 247 | 250·5 | -4 | -363 |
| | | | | 384 | 355 | | |
| | | | | 10 | -356·7 | | |
| | | | | 384 | 355·8 | | |
| | | | | 10 | -352·9 | | |

Die Ablenkungen in der Columne links sind positiv gezählt, wenn sich der Winkel α_0 vergrößerte, die Stromstärke ist positiv gezählt, wenn der Strom den Rhombus von West über Nord nach Ost durchfloß. Es erscheint zunächst wünschenswerth jede Gruppe von Beobachtungen, welche nahezu bei gleicher Stromstärke gemacht wurden, auf genau gleiche Stromstärke zu reduciren. Für jede Beobachtungsreihe ist das in Gleichung 5) auftretende α nur wenig von dem jedesmaligen α_0 verschieden. Setzt man daher letzteres für das erstere, so erhält man für den Ausschlag einen Ausdruck von der Form:

$$\Delta \alpha = Ai + Bi^2,$$

wobei

$$A = a \cos \alpha_0$$

$$B = b \cot \alpha_0 + b \frac{\sin \alpha_0}{2} \log \frac{\cos \frac{\alpha_0}{2} (1 + \sin \frac{\alpha_0}{2})}{\sin \frac{\alpha_0}{2} (1 + \cos \frac{\alpha_0}{2})} \quad 6)$$

ist. Wechselt der Strom seine Richtung, so ändert das erste Glied Ai das Zeichen, Bi^2 dagegen bleibt positiv; es wird also der neue Ausschlag, wenn man bloß die Größe, nicht das Zeichen von i berücksichtigt:

$$\Delta' \alpha = -Ai + Bi^2.$$

Wenn die Stromintensität um eine kleine Größe δi ansteigt, so wächst der Ausschlag um:

$$A \delta i + 2 B i \delta i, \quad 7)$$

wobei jedoch wieder das Zeichen von i berücksichtigt werden muß. Indem man diese Größe von dem bei der Stromintensität $i + \delta i$ abgelesenen Ausschlage abzieht, erhält man den Ausschlag, der durch die Stromintensität i hervorgerufen worden wäre. Dabei ist:

$$A = \frac{\Delta \alpha - \Delta' \alpha}{2 i}, \quad B = \frac{\Delta \alpha - \Delta' \alpha}{2 i^2}.$$

Wählt man für $\Delta \alpha$ und $\Delta' \alpha$ aus jeder Gruppe von Beobachtungen, die bei nahezu gleicher Stromintensität gemacht wurden, diejenigen aus, bei denen der Strom möglichst constant blieb, so erhält man für die 3 Gruppen der ersten Beobachtungsreihe, also für $\alpha_0 = 26^\circ 2'$.

$$A = 0.899, \quad 0.850, \quad 0.852 \\ B = 0.00437, \quad 0.00426, \quad 0.00412;$$

ferner für die zweite Beobachtungsreihe, also für $\alpha_0 = 39^\circ 59'$.

$$A = 0.754, \quad 0.754, \quad 0.732 \\ B = 0.00266, \quad 0.00264, \quad 0.00260$$

für $\alpha_0 = 54^\circ 34'$

$$A = 0.586, \quad 0.572, \quad 0.559, \quad 0.527 \\ B = 0.00170, \quad 0.00165, \quad 0.00164, \quad 0.00156$$

endlich für $\alpha_0 = 69^\circ 15'$

$$A = 0.354, \quad 0.340, \quad 0.321 \\ B = 0.000929, \quad 0.000883, \quad 0.000860.$$

Diese Werthe können in die Formel 7) eingesetzt, und so die verschiedenen Ablenkungen auf gleiche Stromstärke reducirt werden. Die folgende Tabelle gibt die reducirten Ablenkungen an; die Zahlen rechts sind die Stromstärken, auf welche die beobachteten Ablenkungen reducirt wurden.

| $\alpha_0 = 26^\circ 2'$ | | $\alpha_0 = 39^\circ 59'$ | | $\alpha_0 = 54^\circ 34'$ | | $\alpha_0 = 69^\circ 15'$ | |
|--------------------------|-------------|---------------------------|-------------|---------------------------|-------------|---------------------------|-------------|
| Ablenkung | Stromstärke | Ablenkung | Stromstärke | Ablenkung | Stromstärke | Ablenkung | Stromstärke |
| -42 | 134 194 | -51.3 | 130 | -49.2 | 133 | 107.3 | 203 |
| 198.8 | | 142.4 | | 107.7 | | -34 | |
| -42.6 | | -53 | | -48 | | 110.2 | |
| 199.6 | | 143 | | 108.6 | | -33.5 | |
| -3.5 | | -48.5 | | -47.9 | | 148.7 | |
| 325.5 | 180 | 222.2 | 192 | 108.3 | 254 | -27.6 | 258 |
| -5.1 | | -50 | | -51.5 | | 146.6 | |
| 325.5 | | -48.7 | | 170.7 | | -28.9 | |
| -4.2 | | 221.5 | | -49 | | 236.4 | |
| 326.2 | | 224.2 | | 172.2 | | -1.6 | |
| 7.4 | 213 | -19.1 | 254 | -36.1 | 370 | -2.6 | |
| 369.2 | | 345.3 | | 248 | | 235.1 | |
| 8.3 | | -19.6 | | -35.7 | | 235.9 | |
| 374.7 | | 345 | | 251.9 | | -1.9 | |
| | | | | 384 | | | |
| | | 9 | 355 | | | | |
| | | 382.7 | | | | | |
| | | | | 11.2 | | | |

Ein Blick auf die Werthe der Constanten A und B zeigt, daß dieselben mit wachsender Stromstärke abnehmen. Die Ursache hievon liegt darin, daß wir in der Formel 5) α mit α_0 verwechselt haben, oder daß die elektrodynamische Kraft so berechnet wurde, als ob der Winkel des Rhombus nach der Deformation derjenige gewesen wäre, den derselbe annimmt, wenn kein Strom hindurchgeht, während er doch in der That um $\Delta \alpha$ größer war. Es muß daher deßwegen noch eine Correction an unsere Zahlen angebracht werden.

Wir können den Betrag dieser Correction berechnen, indem wir uns aus den gegenwärtigen Daten vorläufig angenährte Werthe der Constanten a und b in Formel 5) verschaffen und diese Werthe benutzen, um aus der Ablenkung für den Winkel $\alpha = \alpha_0 + \Delta \alpha$ diejenige zu berechnen, welche durch dieselbe Stromstärke hervorgerufen worden wäre, wenn der ursprüngliche Winkel des Rhombus so gewählt worden wäre, daß er sich erst durch den Strom in α_0 verwandelt hätte.

Schreiben wir statt $\cot \alpha + \frac{\sin \alpha}{2} \log \frac{\cos \frac{\alpha}{2} (1 + \sin \frac{\alpha}{2})}{\sin \frac{\alpha}{2} (1 + \cos \frac{\alpha}{2})}$ kurz

$f(\alpha)$, so erhalten wir für den Ausschlag

$$\Delta \alpha = a i \cos \alpha + b i^2 f(\alpha).$$

Diese Größe wächst, wenn der Winkel α um $\Delta\alpha$ zunimmt, um

$$\left[ai \frac{d(\cos \alpha)}{d\alpha} + bi^2 \frac{df(\alpha)}{d\alpha} \right] \Delta\alpha. \quad 8)$$

Um daher die Ablenkung zu finden, die von demselben Strome hervorgebracht worden wäre, wenn der Winkel erst nach der Deformation α_0 gewesen wäre, haben wir diese Größe von der Ablenkung, bei der der Winkel nach der Deformation $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$ war, abzuziehen.

Wenn $\Delta\alpha$ in Scalentheilen ausgedrückt ist, so bedeuten $\frac{d\cos \alpha}{d\alpha}$ und $\frac{df(\alpha)}{d\alpha}$ die Zuwächse von $\cos \alpha$ und $f(\alpha)$ für einen Ausschlag von einem Scalentheile. Nun wächst aber, wenn α um einen Grad zunimmt:

| | | |
|-------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| | für $\alpha = 26^\circ 2'$ | für $\alpha = 39^\circ 59'$ |
| $\cos \alpha$ um: | —0.00780, | —0.01133, |
| $f(\alpha)$ um: | —0.08684, | —0.04317, |
| | für $\alpha = 54^\circ 34'$ | für $\alpha = 69^\circ 15'$ |
| $\cos \alpha$ um: | —0.01431, | —0.01637 |
| $f(\alpha)$ um: | —0.02967, | —0.02433 |

Es ist noch zu berechnen, um wie viel Grade sich der Winkel α bei einer Ablenkung von einem Theilstriche veränderte. Die Distanz des Spiegels von der Scala betrug 2318 Mm.

Die Scalentheile hatten eine Distanz von $\frac{495}{500}$ Mm., es war daher die Winkelveränderung des Rhombus bei einer Ablenkung von einem Scalentheile:

$$\frac{495.180}{2.500.2318. \pi} = 0.012235 \text{ Grade.}$$

Multiplirt man mit dieser Zahl die Zuwächse von $\cos \alpha$ und $f(\alpha)$ für einen Grad, so erhält man als Zuwächse dieser Größen für eine Ablenkung von einem Scalentheile:

| | | |
|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| | für $\alpha = 26^\circ 2'$ | für $\alpha = 39^\circ 59'$ |
| $\frac{d\cos \alpha}{d\alpha}$ | = — 0.00009541, | — 0.0001386, |
| $\frac{df(\alpha)}{d\alpha}$ | = — 0.001062, | — 0.0005281, |
| | für $\alpha = 54^\circ 34'$ | für $\alpha = 69^\circ 15'$ |
| $\frac{d\cos \alpha}{d\alpha}$ | = — 0.0001751, | — 0.0002003 |

für $\alpha = 54^\circ 34'$ für $\alpha = 69^\circ 15'$
 $\frac{df(\alpha)}{d\alpha} = -0.0003640, -0.0002977.$

Aus den Formeln 6) erhellt, daß wir a erhalten, indem wir A durch $\cos \alpha_0$, b , indem wir B durch $f(\alpha_0)$ dividiren. Es ergibt sich z. B. aus der 1. Beobachtungsgruppe $a=1.0005$, $b = 0.00193$. Diese Werthe sind wahrscheinlich etwas zu klein; ich will statt ihrer zum Zwecke der Correction in die Formel 8) die Werthe $a = 1.045$, $b = 0.00206$ einsetzen; die corrigirten Ablenkungen werden dann genauere Werthe der Constanten a und b liefern, und dieselben können dann neuerdings in die Correctionsformel eingesetzt werden. Würde sich zeigen, daß wir zufällig die genauen Werthe der Constanten a und b getroffen hätten, so wären wir natürlich dieser neuen Mühe überhoben. Wir kommen daher zu dem Resultate, daß man zu jeder Ablenkung die Größe der Ablenkung in Scalentheilen multiplicirt mit folgenden Factoren zu addiren hat.

- für $\alpha = 26^\circ 2'$ mit $0.0000997 i + 0.000002181 i^2$
- für $\alpha = 39^\circ 59'$ mit $0.0001448 i + 0.000001085 i^2$
- für $\alpha = 54^\circ 34'$ mit $0.0001830 i + 0.000000748 i^2$
- für $\alpha = 69^\circ 15'$ mit $0.0002093 i + 0.000000611 i^2$

Führt man diese Correction aus, so erhält man die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Werthe:

| $\alpha_0 = 26^\circ 2'$ | | $\alpha_0 = 39^\circ 59'$ | | $\alpha_0 = 54^\circ 34'$ | | $\alpha_0 = 69^\circ 15'$ | |
|--------------------------|-------------|---------------------------|-------------|---------------------------|-------------|---------------------------|-------------|
| Ablenkung | Stromstärke | Ablenkung | Stromstärke | Ablenkung | Stromstärke | Ablenkung | Stromstärke |
| -43 | 134 | -51.3 | 130 | -48.7 | 133 | 114.4 | 203 |
| 209.2 | | 147.6 | | 111.5 | | -33.4 | |
| -43.6 | | -53 | | -47.5 | | 117.6 | |
| 210 | | 148.3 | | 112.6 | | -32.9 | |
| -3.8 | | -48.9 | | -47.4 | | 162.9 | |
| 358.4 | 194 | 235.6 | 180 | 112.3 | 192 | -27.2 | 258 |
| -5.4 | | -50.5 | | -51.1 | | 160.3 | |
| 358.7 | | -49.2 | | 181.4 | | -28.5 | |
| -4.5 | | 235 | | -48.7 | | 274.1 | |
| 358 | | 237.7 | | 182.8 | | -1.6 | |
| 6.6 | 213 | -19.6 | 250 | -36.2 | 254 | -2.6 | 370 |
| 413.6 | | 381.7 | | 271.3 | | 272.3 | |
| 7.8 | | -20.2 | | -35.8 | | 273.1 | |
| 417.4 | | 380.8 | | 275.1 | | -1.9 | |
| | | | | 444.9 | | | |
| | | 8.7 | 355 | | | | |
| | | 443.6 | | | | | |
| | | | | 10.9 | | | |

Diese Ablenkungen sind nunmehr auf denselben Winkel α_0 reducirt; man erhält daher, wenn man je zwei Ablenkungen bei entgegengesetzter Stromstärke subtrahirt und durch $2i$ dividirt, die Größe $a \cos \alpha_0$; wenn man sie addirt und durch $2i^2$ dividirt, die Größe $bf(\alpha_0)$. Nimmt man jedesmal von allen bei gleicher Stromstärke und Stromesrichtung gemachten Beobachtungen das Mittel, so ergibt sich auf diese Weise für die erste Beobachtungsreihe, also für $\alpha_0 = 26^\circ 2'$.

$$a \cos \alpha_0 = 0.9444, \quad 0.9356, \quad 0.9585$$

$$bf(\alpha_0) = 0.0046363, \quad 0.0047003, \quad 0.0046585,$$

ferner für die zweite Beobachtungsreihe, also für $\alpha_0 = 39^\circ 59'$:

$$a \cos \alpha_0 = 0.7696, \quad 0.7933, \quad 0.8020$$

$$bf(\alpha_0) = 0.0028373, \quad 0.0028796, \quad 0.0028896;$$

für $\alpha_0 = 54^\circ 34'$:

$$a \cos \alpha_0 = 0.6015, \quad 0.6042, \quad 0.6087, \quad 0.6118$$

$$bf(\alpha_0) = 0.0018147, \quad 0.0017931, \quad 0.0018383, \quad 0.0018012,$$

endlich für $\alpha_0 = 69^\circ 15'$

$$a \cos \alpha_0 = 0.36749, \quad 0.36725, \quad 0.37189$$

$$bf(\alpha_0) = 0.0010046, \quad 0.0010043, \quad 0.0009905.$$

Nun findet man aber:

$$\begin{array}{ll} \text{für } \alpha_0 = 26^\circ 2' & \text{für } \alpha_0 = 39^\circ 59' \\ \cos \alpha_0 = & 0.89539, \quad 0.766231 \\ f(\alpha_0) = & 2.26393, \quad 1.39883, \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{für } \alpha_0 = 54^\circ 34' & \text{für } \alpha_0 = 69^\circ 15' \\ \cos \alpha_0 = & 0.579755, \quad 0.354291 \\ f(\alpha_0) = & 0.87583, \quad 0.48159. \end{array}$$

Dividirt man die obigen Zahlen durch diese Werthe, so ergibt sich als Werth der Constanten a für die 1. Beobachtungsreihe:

$$1.051, \quad 1.041, \quad 1.067, \quad \text{im Mittel } 1.053,$$

für die 2. Beobachtungsreihe:

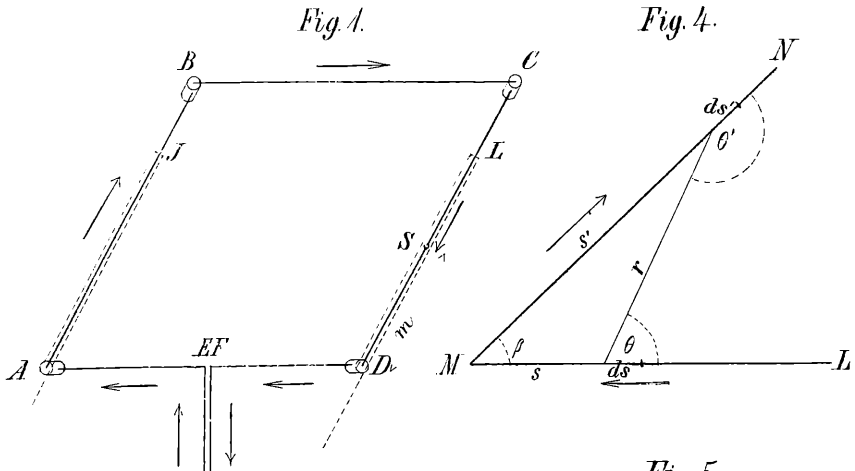
$$1.004, \quad 1.035, \quad 1.047, \quad \text{im Mittel } 1.029,$$

für die 3. Beobachtungsreihe:

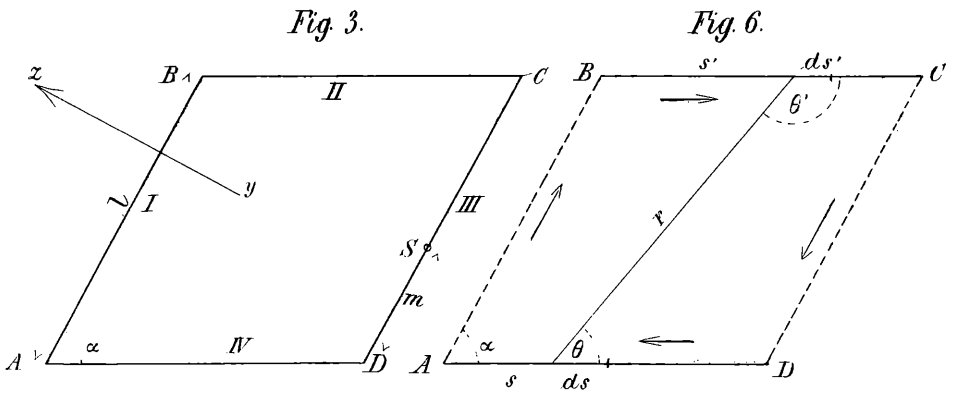
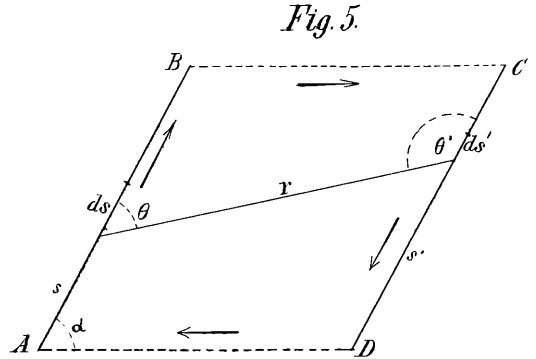
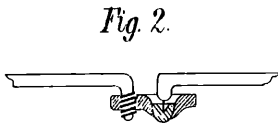
$$1.037, \quad 1.042, \quad 1.050, \quad 1.055, \quad \text{im Mittel } 1.046,$$

für die 4. Beobachtungsreihe:

$$1.037, \quad 1.038, \quad 1.049, \quad \text{im Mittel } 1.041.$$



K



Als Werth der Constanten b aber ergibt sich für die 1. Beobachtungsreihe:

0·002048, 0·002076, 0·002058, im Mittel 0·002061,

für die 2. Beobachtungsreihe:

0·002028, 0·002059, 0·002066, im Mittel 0·002051,

für die 3. Beobachtungsreihe:

0·002072, 0·002047, 0·002099, 0·002057, im Mittel
0·002069,

für die 4. Beobachtungsreihe:

0·002086, 0·002085, 0·002057, im Mittel 0·002076.

Die Abweichungen dieser verschiedenen Werthe der Constanten a und b sind nicht größer, als es nach den unvermeidlichen Fehlerquellen des Apparates zu erwarten war. Sie stimmen zugleich mit den in der Correctionsformel angewandten Constanten überein, was eine weitere Correction überflüssig macht. Die Mittelwerthe bei den einzelnen Beobachtungsreihen werden noch etwas constanter, wenn man die 1. Beobachtung der 2. Beobachtungsreihe, welche sich offenbar etwas anormal verhält, ausschließt; man erhält dann folgende Werthe der Constanten:

| a | b |
|-------|----------|
| 1·053 | 0·002061 |
| 1·041 | 0·002062 |
| 1·046 | 0·002069 |
| 1·041 | 0·002076 |

Es kann daher wenigstens innerhalb der Grenzen der Fehler, welche der gebrauchte Apparat nothwendig mit sich führt, als nachgewiesen betrachtet werden, daß auch die Totalwirkung des Stromes, welcher einen Rhombus mit veränderlichen Winkel durchfließt, auf sich selbst als zusammengesetzt betrachtet werden kann aus der Wirkung aller seiner Stromelemente auf einander, von denen je 2 nach dem Ampère'schen Gesetz aufeinander wirken.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1869

Band/Volume: [60_2](#)

Autor(en)/Author(s): Boltzmann Ludwig

Artikel/Article: [Über die elektrodynamische Wechselwirkung der Theile eines elektrischen Stromes von veränderlicher Gestalt. 69-87](#)