Über die Bahn des Planeten 62 "Erato"

Von dem w. M. Prof. Dr. Theodor R. v. Oppolzer.

(Vorgelegt in der Sitzung am 16. Februar 1871.)

Im Berliner Jahrbuche für 1873 sind vier Planeten aufgeführt, die als verloren zu betrachten sind und deren Wiederauffindung dem Geschicke und Glücke der Entdecker gänzlich wieder anheimgegeben werden; dieselben sind: (62) Erato, (66) Maja, (91) Ägina und (99) Dike. Für Maja und Dike mag in der That die angeführte Bemerkung gelten, aber sowohl für Erato als auch Ägina wird eine sorgfältige Discussion der Beobachtungen und ein genauer Anschluss an dieselben keineswegs die Verhältnisse so ungünstig erscheinen lassen; ich meine sogar, dass dann diese Planeten nicht übermässige Schwierigkeiten bei der Nachforschung bereiten werden. Für Erato nun habe ich die Rechnungen so ausgeführt, wie mir dieselben für die Erreichung des angestrebten Zweckes angemessen schienen und lege dieselben in dieser Abhandlung nieder; für Ägina beabsichtige ich, falls mir Musse hiefür wird, eine ähnliche Discussion noch rechtzeitig zu liefern 1. Bei diesen Discussionen hat es einen besonderen Werth, wenn man in der Lage ist, den Beobachtern ein leitendes Mass zu geben, innerhalb welcher Grenzen sie die Nachforschungen auszudehnen haben, um sicher zu sein, den Planeten innerhalb dieser auffinden zu können; die Vernachlässigung dieses Umstandes mag hauptsächlich neben der bedeutenden Lichtschwäche die Ursache gewesen sein, dass Erato nicht wieder gefunden wurde; in der That sind die Grenzen der Unsicherheit verhältnissmässig eng und ein Blick auf die am Schlusse dieser

¹ Während des Druckes dieser Zeilen sind schon die Rechnungen für Ägina einigermassen vorgeschritten, nur die noch ausstehende Bestimmung einiger Vergleichssterne hat den Abschluss derselben verhindert.

Abhandlung gegebenen Ephemeriden zeigt, dass wohl kaum die Abweichung des errechneten Ortes vom thatsächlichen auf \pm 5 Zeitminuten anwachsen wird in der nächsten Opposition (1871 September). Ich erwarte demnach mit Sicherheit die Wiederauffindung dieses Planeten auf Grundlage meiner Rechnungen, da in dieser Opposition der Planet selbst für mässigere Fernröhre erreichbar sein wird; sollte sich jedoch wider Erwarten diese Hoffnung nicht bestätigen, so ist mindestens durch die vorliegende Bearbeitung das gesammte Beobachtungsmaterial zu einer Bahnbestimmung herangezogen worden, was meines Wissens bisher noch nicht geschehen ist und ist dadurch die vorliegende Bearbeitung auch im ungünstigsten Falle nicht als ganz überflüssig und werthlos zu betrachten.

Erato wurde am 14. September 1860 auf der Berliner Sternwarte durch Prof. Förster und Dr. Lesser entdeckt und gewissermassen zufällig, indem dieser Planet während der Nachforschung nach dem damals von Chacornac in Paris eben entdeckten Planeten (59) "Elpis" aufgefunden wurde und anfänglich mit demselben irrthümlicher Weise identificirt wurde. Förster berichtet über diese Entdeckung und über seinen Antheil an derselben in Nr. 1279 und 1281 der Astronom. Nachrichten wie folgt:

"Bei der Aufsuchung des Chacornac'schen Planeten wurde auf der hiesigen Sternwarte am 14. September ein Stern 11. Grösse gefunden, der in der Nähe des in Paris beobachteten Planeten stand und sich bewegte. In Folge dessen wurde dieser Stern für den Planeten gehalten und bis 10. Oct. achtmal beobachtet. Obgleich die Bewegung, die aus den ersten Beobachtungen folgte, mit dem Pariser Orte nicht stimmte, wurde doch nicht weiter darauf geachtet, weil die telegraphische Depesche, durch die wir jenen Ort erhielten, nicht verlässlich genug schien".

"Die Differenz in der Helligkeit, die 1·5 Grössenklassen in Vergleichung mit der Pariser Angabe betrug, ward ebenfalls nicht für entscheidend gehalten, um die Identität in Zweifel zu stellen, indem bekanntlich in den Schätzungen noch grosse Verschiedenheiten obwalten".

"Ein Brief von Herrn Dr. Luther machte indessen darauf aufmerksam, dass die Beobachtungen von Bilk und Wien in demselben Sinne wie die Ephemeride von Herrn Airy von unseren Resultaten abweichen. In der That ist diese Abweichung so beträchtlich, dass der von jenen Herrn in Greenwich und in Paris beobachtete Planet mit dem in Berlin beobachteten nicht mehr als identisch angesehen werden kann, sondern unzweifelhaft ein neuer Planet ist, welcher die Zahl 62 tragen muss".

An dem zweiten oben citirten Orte schreibt Förster weiter: "Von dem neuen Planeten, dessen unmittelbare Auffindung am 14. und 19. Sept. zwar durch mich geschah, an dem jedoch Herrn Lesser vielleicht der wichtigste Antheil für seine sorgfältigen ersten Beobachtungen gebührte, haben auch hier Elementen-Berechnungen stattgefunden. ".

Prof. Encke gab diesem Planeten den Namen Erato.

Der Planet wurde fast ausschliesslich in Berlin beobachtet und bis zum 8. Februar 1861 verfolgt; auf Grundlage dieser Beobachtungen nun hat Herr Stud. A. Schmidt Elemente und Ephemeriden für die nächste Opposition berechnet, nach denen auch in der That der Planet am 6. December 1861 in Berlin aufgefunden wurde; die Beobachtungen in dieser Opposition reichen nur bis zum 22. Jänner 1862; von da ab ist mir keine Beobachtung des Planeten bekannt geworden, wiewohl mir aus einer mündlichen Mittheilung von Prof. Förster bekannt ist, dass man in Berlin den Planeten in der dritten Opposition einmal glaubt beobachtet zu haben. Eine Anfrage in dieser Beziehung nach Berlin blieb unbeantwortet 1. Die nächste Ursache des Verlustes des Planeten war von da ab die fehlerhafte Vorausberechnung. Schubert hatte in Nr. 1698 der Astronom. Nachrichten seine Untersuchungen über diesen Planeten veröffentlicht, doch ist der Planet auf Grundlage der von ihm berechneten Ephemeriden nicht aufgefunden worden, indem Ungunst der Witterung die Nachforschungen wesentlich behinderte.

Vor Allem schien es nöthig, das ziemlich reiche Beobachtungsmaterial in einige Normalorte zusammenzufassen und ich theile, um die Übersicht zu erleichtern, die Discussion der Beobachtungen nach den beiden Oppositionen ab.

¹ Der dieser Abhandlung angefügte Anhang erledigt diese Anfrage.

I. Opposition.

Mit genäherten Elementen leitete ich mir die folgende Ephemeride ab, die für 12^h mittlere Berliner Zeit den geocentrischen Ort des Planeten gibt, bezogen auf das wahre Äquinoctium; die Aberrationsconstante ist nach W. Struve angenommen worden.

		_		
12 ^h Berliner Zeit	α (62)	ð 62	$\log \Delta$	Abrrzt.
1860 September 13.	$0^{\rm h}38^{\rm m}42^{\rm s}56$	+1° 0'50"0	0.2248	$13^{\mathrm{m}}55^{\mathrm{s}}$
14.	0.38 5.62	+0 55 54.5	0.2237	13 53
15.	$0\ 37\ 27.83$	$+0 50 55 \cdot 1$	0.2226	13 51
16.	$0\ 36\ 49\cdot 24$	$+0 45 52 \cdot 1$	0.2216	13 49
17.	0.36 9.91	+0 40 46.0	0.2206	$13 \ 47$
18.	$0\ 35\ 29.88$	$+0 35 37 \cdot 1$	0.2197	13 46
19.	$0\ 34\ 49 \cdot 21$	+0 30 25.7	0.2189	13 44
20.	0.34 7.96	$+0\ 25\ 12\cdot3$	0.2181	13 43
21.	$0\ 33\ 26\cdot 16$	+0 19 57.3	0.2174	13 41
22.	$0\ 32\ 43.88$	+0 14 40.9	$0 \cdot 2168$	13 4 0
23.	$0\ 32\ 1\cdot 17$	+0 923.7	0.2163	13 39
24.	$0\ 31\ 18\cdot 10$	+0 4 6.0	$0 \cdot 2158$	13 38
25.	$0\ 30\ 34\cdot71$	-0 1 11.7	0.2154	13 37
26.	$0\ 29\ 51.05$	$-0 629 \cdot 2$	0.2151	13 37
27	$0\ 29 7 \cdot 18$	-0 11 46·1	0.2148	13 36
$28.\ldots$	$0.28, 23 \cdot 17$	— 0 17 1·9	$0 \cdot 2146$	13 36
29.	$0\ 27\ 39 \cdot 07$	-0 22 16.3	$0 \cdot 2145$	13 36
" 30.	$0\ 26\ 54 \cdot 94$	-0 27 28.9	$0 \cdot 2145$	13 36
October 1.	$0\ 26\ 10.83$	-0 32 39.3	$0 \cdot 2145$	13 36
2.	$0\ 25\ 26.80$	$-0 37 47 \cdot 1$	0.2146	13 36
3.	$0\ 24\ 42\cdot 90$	$-0 42 52 \cdot 0$	0.2147	$13 \ 36$
4.	$0\ 23\ 59 \cdot 19$	-04753.6	0.2150	13 37
5.	$0\ 23\ 15\cdot73$	-0 52 51.4	0.2153	13 37
6.	$0\ 22\ 32 \cdot 57$	$-05745 \cdot 1$	0.2157	13 38
7.	$0\ 21\ 49\cdot77$	-1 234.4	$0 \cdot 2162$	13 39
8.	$0\ 21 7 \cdot 39$	-1 7 18.8	$0 \cdot 2167$	13 4 0
9.	$0\ 20\ 25 \cdot 49$	-1 11 58.0	0.2173	13 41
10.	$0\ 19\ 44\cdot 12$	-1 16 31.6	0.2180	$13 \ 42$
11.	0 19 3.33	$-1 20 59 \cdot 2$	0.2187	13 44
12.	$0\ 18\ 23 \cdot 19$	-1 25 20.6	0.2195	13 45
13.	$0\ 17\ 43\cdot 74$	$-1 29 35 \cdot 4$	0.2204	13 47
14.	$0\ 17\ 5\cdot 04$	$-1 33 43 \cdot 2$	0.2213	13 49
15.	$0\ 16\ 27 \cdot 15$	-1 37 43.8	0.2223	$13 \ 51$
16.	$0\ 15\ 50 \cdot 11$	-1 41 36.8	0.2234	13 53
17.	0 15 13.98	$-1 45 22 \cdot 0$	$0 \cdot 2245$	13 55
18	$0\ 14\ 38.79$	-1 48 59·1	0.2257	13 57

	ober die 1	sann des Plane	eten (62) "Erat	0".	
12 ^h Berliner	Zeit	α (62)	ð (62)	$\log \Delta$	Abrrzt.
1860 October	19.	0h14m 4.59	-1°52'27'9	0.2269	13 ^m 59 s
	20.	0 13 31 43	$-15548 \cdot 1$	0.2282	14 2
	21.	$0\ 12\ 59\cdot33$	-15859.6	0.2296	14 5
	22	$0\ 12\ 28 \cdot 34$	$-2 \ 2 \ 2 \cdot 1$	0.2310	14 7
	23.	$0\ 11\ 58\cdot 49$	-2 4 55·5	$0 \cdot 2325$	14 10
	24.	$0\ 11\ 29.83$	— 2 7 39·5	$0 \cdot 2340$	14 13
	25.	0 11 2.37	$-2\ 10\ 14\cdot1$	0.2356	14 16
	26.	$0\ 10\ 36\cdot 14$	$-2 12 39 \cdot 2$	0.2372	14 20
	27.	0 10 11 17	-2 14 54.6	0.2389	14 23
	28.	0 9 47 • 48	—2 17 0·1	0.2406	14 26
	29.	$0 925 \cdot 10$	$-2\ 18\ 55.8$	$0 \cdot 2424$	14 30
	30.	0 9 4.04	$-2\ 20\ 41.5$	0.2442	14 34
n	31	0 8 44.33	$-2 22 17 \cdot 1$	0.2460	14 37
November	1.	0 8 25.98	-2 23 42.7	0.2479	14 41
	2.	$0 \ 8 \ 9.01$	$-2\ 24\ 58\cdot 1$	0.2498	14 4 5
	3.	$0 753 \cdot 43$	$-2\ 26\ 3\cdot 2$	0.2518	14 49
	4.	$0 7 39 \cdot 27$	$-2\ 26\ 58\cdot 1$	0.2538	14 53
	$5.\dots$	0 7 26.54	-2 27 42.6	0.2558	14 57
	6.	$0 7 15 \cdot 25$	$-2\ 28\ 16.8$	$0 \cdot 2579$	15 2
	7.	$0 7 5 \cdot 40$	$-2\ 28\ 40.6$	0.2600	15 6
	8.	$0 \ 6 \ 57 \cdot 01$	$-2\ 28\ 54\cdot0$	$0 \cdot 2622$	15 11
	9.	$0 \ 6 \ 50.08$	$-2\ 28\ 57\cdot0$	0.2644	15 15
	10.	0 644.61	$-2\ 28\ 49.5$	0.2666	15 20
	11	0 640.62	$-2\ 28\ 31.6$	0.2688	15 24
	12.	$0 \ 6 \ 38 \cdot 13$	$-2\ 28\ 3\cdot 4$	0.2710	15 29
	13.	$0 \ 6 \ 37 \cdot 13$	-2 27 24.8	$0 \cdot 2733$	15 34
	14.	$0 \ 6 \ 37 \cdot 62$	$-2\ 26\ 35\cdot 9$	0.2756	15 39
	15.	$0 \ 6 \ 39.59$	$-2\ 25\ 36.7$	$0 \cdot 2779$	15 44
	$16.\ldots$	$0 \ 6 \ 43.05$	$-2\ 24\ 27\cdot 3$	0.5802	15 49
	17.	$0 \ 6 \ 47.98$	$-2\ 23\ 7.8$	0.2825	15 54
	18.	$0 \ 6 \ 54 \cdot 39$	-2 21 38.2	0.2849	15 59
	19.	$0 \ 7 \ 2 \cdot 27$	-2 19 58.6	0.2873	16 5
	20.	0 7 11.61	$-2 18 9 \cdot 2$	0.2897	16 10
	21.	$0 7 22 \cdot 41$	-2 16 10.0	0.2921	16 15
	22.	0 7 34.65	$-2 14 1 \cdot 2$	0.2945	$16 \ 21$
	23.	0 7 48.33	<u>-2 11 42·8</u>	0.2969	16 26
	24.	0 8 3.43	-2 9 14.9	0.2994	16 32
	25.	0 8 19.93	$-2 6 37 \cdot 7$	0.3018	16 37
	26.	0 8 37 82	$-2 3 51 \cdot 3$	0.3043	16 43
	27.	0 8 57 09	-2 0 55.8	0.3068	16 49
	28.	0 9 17.73	$-1 57 51 \cdot 3$	0.3093	16 55
	29.	0 9 39.73	-1 54 37.9	0.3117	17 0
, ,	30.	$0\ 10\ 3.08$	-1 51 15.7	0.3142	17 6
December	1.	$0\ 10\ 27 \cdot 76$	-1 47 44.9	0.3167	17 12

```
(62)
   12h Berliner Zeit
                                 a (62)
                                                               log A
                                                                        Abrrzt.
                                              -1°44 5'6
1860 December
                             0h10m53 476
                                                              0.3192
                                                                         17<sup>m</sup>18°
                   3.
                             0 11 21.06
                                             -1 40 17·7
                                                              0.3217
                                                                         17 24
                   4.
                             0.1149.65
                                             -1 36 21.5
                                                              0.3242
                                                                         17 30
                             0 12 19 51
                                             -1 32 17 \cdot 0
                                                              0.3267
                   5.
                                                                         17 36
                    6.
                             0\ 12\ 50.63
                                             -128
                                                       4 \cdot 4
                                                              0.3292
                                                                         17 42
1861
        Januar
                    8.
                                             +154
                                                              0.4076
                             0 40 11 14
                                                       4 \cdot 9
                                                                         21 13
                                                   1 43.6
                    9.
                             0 41 16 47
                                             +2
                                                              0.4098
                                                                         21 19
                                             +2
                  10.
                             04229 \cdot 55
                                                   926.4
                                                              0.4120
                                                                         21 26
                             0 43 29 38
                                             +2 17 13 \cdot 2
                  11.
                                                              0.4142
                                                                         21 \ 32
                  12.
                             0.44 \ 36.95
                                             +2 25
                                                       3.8
                                                              0.4163
                                                                         21 38
                                             +2 32 58 \cdot 2
                  13.
                             0.45 \ 45.25
                                                              0.4184
                                                                         21 45
                  14.
                             0.46 54 \cdot 27
                                             +2 40 56.3
                                                              0.4205
                                                                         21 51
                  15.
                             0 48
                                    4.02
                                             +24857.9
                                                              0.4226
                                                                         21 57
                  16.
                             0 49 14 47
                                             +257
                                                       3.0
                                                              0.4247
                                                                         22
                                                                              4
                  17.
                             0.50 25.59
                                             +3
                                                   5 \ 11.4
                                                              0.4268
                                                                         22 10
                                             +3 13 23 0
                  18. . . . .
                             0 51 37 37
                                                              0.4288
                                                                         22 16
                   19. . . . .
                                             +3 21 37.7
                             0.5249.82
                                                              0.4309
                                                                         22 23
                   20.
                             0 54
                                    2.91
                                             +3 29 55.5
                                                              0.4329
                                                                         22 29
                  21.
                                             +3 38 16.1
                             0.55 \ 16.64
                                                              0.4349
                                                                         22 \ 35
                  22.
                             0.56 31.00
                                             +3 46 39.5
                                                              0.4369
                                                                         22 42
                  23.
                             0 57 45.98
                                             +355
                                                       5 \cdot 6
                                                              0.4389
                                                                         22 \ 48
                  24....
                             0 59
                                    1.56
                                             +4
                                                   3 34 \cdot 4
                                                              0.4408
                                                                         22 54
                  25. . . . .
                                             +4 12
                             1
                                 0 \ 17.73
                                                       5 \cdot 6
                                                              0.4428
                                                                         23
                                                                              0
                   26.
                                 1 34 49
                                             +4 20 39 \cdot 2
                                                              0.4447
                                                                         23
                                                                              6
                              1
                   27. . . . .
                              1
                                 251.82
                                             +4 29 15.1
                                                              0.4466
                                                                         23 12
                   28. . . . .
                              1
                                 4
                                    9.73
                                             +4 37 53 \cdot 3
                                                              0.4485
                                                                         23 18
                   29.
                              1
                                 5 28.20
                                             +4 46 33 · 6
                                                              0.4504
                                                                         23 24
                                 647.24
                                             +45516.0
                                                                         23 30
                   30. . . . .
                              1
                                                              0.4522
                   31.
                              1
                                 8
                                    6.82
                                             +5
                                                   4
                                                       0.4
                                                              0.4541
                                                                         23 36
       Februar
                                             +5 12 46.7
                                                                         23 42
                    1. . . . .
                              1
                                 9\ 26.95
                                                              0.4559
                    2.
                              1 10 47 61
                                             +52134.8
                                                              0.4577
                                                                         23 48
                    3.
                                                                         23 54
                                     8.80
                                             +5 30 24.6
                                                              0.4595
                              112
                    4.
                              1 13 30.52
                                             +5 39 16.1
                                                              0.4613
                                                                         24
                                                                              0
                                                                              6
                    5. . . . .
                              1 14 52.75
                                                       9 \cdot 2
                                                              0.4631
                                                                         ^{24}
                                             +548
                    6.
                                             +557
                                                       3.8
                                                              0.4649
                                                                         24 12
                              1\ 16\ 15\cdot 49
                                                   5 59.7
                                                                         24 18
                              1\ 17\ 38.74
                                             +6
                                                              0.4666
                              1 19
                                     2.49
                                             +6 14 56.9
                                                              0.4683
                                                                         24 23
                    9. . . . .
                              1 20 26.73
                                             +6 23 55.4
                                                              0.4700
                                                                         24 29
```

Ehe ich die Vergleichung der Beobachtungen mit dieser Ephemeride vorgenommen habe, schien es mir wünschenswerth, die Positionen der zu Grunde gelegten Vergleichssterne möglichst zu verbürgen, und habe deshalb dieselben aus den mir zu Gebote stehenden neueren Stern-Katalogen entlehnt. Hiebei stellte es sich heraus, dass die Declinationen der Vergleichssterne, wie dieselben durch die Berliner Meridianbeobachtungen festgelegt wurden, eine entschieden nördliche Abweichung gegen die anderweitigen Bestimmungen zeigten, es war nämlich gefunden worden:

Bonn-Berlin = $-1^{\circ}1$ Göttingen-Berlin = $-2^{\circ}5$ Kopenhagen-Berlin = $-2^{\circ}2$

Ich habe demnach angenommen mit Rücksicht auf die Berliner Beobachtungen selbst und den verschiedenen Gewichten der obigen Zahlen $d\delta = -1^{\circ}2$, welche Correction ich an alle Berliner Declinationen der Vergleichsterne anzubringen nicht angestanden habe; die Berliner Declinationen der Vergleichssterne in der folgenden Opposition jedoch haben aber diese Correction nicht erfahren, da die bestimmten Sterne sowohl in anderen Rectascensionen als Declinationen stehen. In der Rectascension zeigte sich keine derartige, bestimmt hervortretende Differenz, weshalb ich dieselben ungeändert belassen habe. Mit Rücksicht auf das eben erwähnte habe ich über die Coordinaten der Vergleichssterne die folgenden Annahmen gemacht.

```
Mittl. Äquinoct. 1860.0
                      ô
          α
    0<sup>h</sup> 9<sup>m</sup>26<sup>s</sup>32 —2°18' 0"5 Berliner Merid. Beob.
   b 0 9 54·33 —1 50 47·4 Göttingen "
                                                  (Copeland-Börgen)
   c 0 9 55.48 -2 25 52.2 Leidener Mikrometervergleichung 1.
   d 0 13 39.95 —1 38 54.7 Göttinger Merid. Beob.
     0 13 40:04 —1 38 54:8 Berliner
ang. 0.13 39.99 -1.38 54.7
   e 0 16 30⋅33 —1 19 0⋅9 Berliner
     0 16 30·40 —1 19 4·0 Göttinger
     0 16 30·50 —1 19 3·2 Schjellerup 125
ang. 0 16 30·41 -1 19 2·6
     0\ 17\ 8.82\ -2\ 1\ 4.7 Berliner Merid. Beob.
  φ 0 19 42·74 —2 30 14·1 Bessel's Zonen
  q 0 22 40 63 -1 5 46 1 Göttinger Merid. Beob.
     0\ 22\ 40.73\ -1
                       5 45.1 Berliner
     0\ 22\ 40.74\ -1
                       5 45 0 Schjellerup 160
ang. 0 22 40·70 -1 5 45·4
```

¹ Der zu Grunde gelegte Vergleichsstern beruht auf zwei Berliner Meridian-Beobachtungen von Romberg, sein Ort für 1865·0 ist 0°10°54°03 — 2°36'48°0. (Astr. Nachr. 1637.)

```
Mittl. Äquinoct. 1860.0
   *
            α
                           δ
       0<sup>h</sup>31<sup>m</sup>37<sup>s</sup>97 +0°10'42'2 Berliner Merid. Beob.
      0\ 33\ 13\cdot 01\ +0\ 21\ 54\cdot 1
   k \quad 0 \quad 35 \quad 46 \cdot 64 \quad +0 \quad 31 \quad 39 \cdot 0
   l = 0.37 54 \cdot 34 + 1 = 2.26 \cdot 3 Berliner Merid. Beob.
       0\ 37\ 54 \cdot 35\ +1\ 2\ 25 \cdot 7\ Bonner
     0\ 37\ 54 \cdot 34\ +1\ 2\ 26 \cdot 0
ang.
        Mittl. Äquinoct. 1861.0
       0^h 40^m 37^s 46 + 2^o 8'37'' 2 Berliner Merid. Beob.
       0\ 41\ 4.69\ +1\ 58\ 11.3
       1\ 12\ 31 \cdot 37 + 5\ 25\ 49 \cdot 6\ Bonner
       1 12 31·40 +5 25 47·0 Berliner
ang. 1 12 31 38 +5 25 48 3
     1\ 16\ 9\cdot 22\ +6\ 0\ 48\cdot 7
       1 16 9.24 +6 0 47.9 Schjellerup 431
       1 16 9.27 +6 0 48.8 Bonner Merid. Beob.
ang. 1 16 9.24 +6 048.5
     1 20 5.72 +6 14 25.7 Berliner Merid. Beob.
       1 20 5.86 +6 14 24.1 Bonner
ang. 1 20 5.79 +6 14 24.9
```

Unter diesen Annahmen habe ich die Beobachtungen entsprechend corrigirt; zu der folgenden Zusammenstellung derselben habe ich nur zu bemerken, dass dieselben so angesetzt sind, wie ich sie zur Rechnung verwendet habe, hiebei habe ich ausserdem die Berliner Beobachtung vom 13. November verbessern müssen, weil die Reduction des Vergleichssternes vom mittleren auf scheinbaren Ort in Declination mit falschen Zeichen angebracht war; die Leidener Beobachtung vom 15. November ist wegen stärkerer Abweichung in Rectascension ganz fortgelassen worden; die Parallaxe ist mit der Newcomb'schen Constante 8"848 berechnet, die mit * bezeichnete Columne enthält den Hinweis auf den benützten Vergleichsstern; die ausgezogenen Horizontalstriche deuten die Vertheilung der Beobachtungen in die Normalorte an.

											$\overline{}$							
I)a t un	1	\mathbf{Ort}	0	rtsz	eit		٥	4		Para	all.		ô		Par	all. 🕏	¢
1860	Sept	23.	\mathbf{Berlin}	10	17	™32°	0	h 32'	m 4	• 66	— 0	11	+0	• 9	'44°	7+	4°2 I	'n
	,11	24.	_,,	12	38	11											$4 \cdot 2 /$	
	Oct.	6.		13	19	25	0	22	30	•32	+0	11	<u>_0</u>	58	0.	5+4	$\overline{4\cdot 3}$	7
		8.		11	40	36	0	21	8	•05	+0:	03	— 1	7	$14 \cdot$	9 +4	4·3 g	7
		10.	"	11	9	55	0	19	45	•58	+0	01	—1	16	$26 \cdot$	3 +4	4·3 e	9
		15.	Wien	11	4	10	0	16	28	·70	+0	03	—1	37	$29 \cdot$	1 + 4	4·1 q	,
		23.	Berlin	11	4 6	4	0	11	58	· 15	+0	09	— 2	4	$58 \cdot$	9 +4	1.2 /	f
	n	25.	n	9	34	39	0	11	5	·21	— 0	02	— 2	10	$_{4}\cdot$	5+4	4·2 d	ı
	Nov.	5.	Leiden	9	55	37	0	7	26	•91	+0.	04	-2	27	48	$\frac{1}{2+4}$	1·0 d	<u>-</u>
		12.	"	9	4 0	27	0	6	37	•56	+0:	05	-2	28	14.	0 +5	3.8	c
	*1	13.	Berlin	8	1 2	28	0	6	36	·83	-0 ·	02	— 2	27	35	8 + 8	3.8	c
	Dec.	2.		9	36	26	0	10	50	· 4 8	+0.	09	1	44	36 ·	0+8	3·4 l	5
	"	3.	n	9	16	31	0	11	17	•29	+0	08	1	40	50:	4+3	3.4 0	l
1861	Jan.	9.	Berlin	7	33	17	0	41	2	81	+0.	07	+1	59	58 ∵	1 + 2	$2 \cdot 7 n$	ī
	"	10.	"	8	8	39	0	42	10	04	+0.	09	+2	7	55·	1 +2	$2 \cdot 6 n$	ı
	Feb.	4.		7	58	47	1	13	14	•66	+0.	10	+5	37	28	1+2	$2 \cdot 3$ ϵ	,
		6.		8	41	33	1	16	2^{\cdot}	40	+0.	12	+5	55	31	1 +2	2·3 p)
		8.		7	25	33	1	18	44	17	+0.	10	+6	13	0.0	0 +2	2.2	1

Die Vergleichung mit der obigen Ephemeride gestaltet sich nun wie folgt (Beob.—Rechnung).

		$d\alpha$	$d\delta$	Gewicht
1860 Sept.	14. Berlin	+0.02	— 0°2	1
	19.	+0.10	- 0.9	1
	20.	-0.54	+ 0.4	1
	23.	-0.08	-0.4	1/2
	24.	-0.03	+ 2.3	1/2
Oct.	6.	_0.18	+ 2.2	1/2
	8.	-0.28	+1.7	$^{1}/_{2}$
	10. "	-0.35	— 2·4	1
	15. Wien	-0.54	$+5\cdot4$	1/2
	23. Berlin	-0.85	— 2·5	1
	25.	-0.15	-2.8	1
Nov.	5. Leiden	-0.45	-4.4	1/3
	12. "	-0.54	-4.0	1/3
	13. Berlin	-0.38	+ 0.1	1/3
Dec.	2.	-0.21	— 2·0	1
	3.	- 0·18	- 0·2	1
1861 Jan.	9.	-0.47	-10.8	1
	10.	-0.77	— 7·2	1

		da	$d\delta$	Gewicht
1861 Feb.	4. Berlin	-0.67	 7·7	1
	6.	-0.15	— 7⋅7	1
	8.	-0.79	- 3.0	1

Die Gewichtsvertheilung gründet sich auf die allerdings nicht ganz richtige Annahme, dass die absoluten Fehler in den Vergleichssternpositionen gross sind gegen die Fehler in der Mikrometermessung , deshalb erhalten Beobachtungen, die auf demselben Vergleichsstern beruhen, zusammen nur die Gewichtseinheit. Die Wiener Beobachtung vom 15. October erhält ebenfalls nur das Gewicht $^{1}/_{2}$, da die Vergleichssternposition nur aus Bessel's Zonen resultirt, also keine den neueren Beobachtungen adäquate Genauigkeit besitzt. Die aus dieser Vergleichung folgenden Normalorte bezogen auf das zugehörige wahre Äquinoctium, nebst ihren Gewichten sind demnach:

Da	atum		α	ô	Gew.
1860	Sept.	$19 \cdot 5$	$0^{\rm h}34^{\rm m}49^{\rm s}09$	+0°30'25"8	$4 \cdot 0$
	Oct.	$16 \cdot 5$	$0\ 15\ 49\cdot71$	-1 41 37.5	$4 \cdot 5$
	Nov.	10.5	$0 6 44 \cdot 15$	$-2\ 28\ 52\cdot 3$	1.0
	Dec.	$2 \cdot 5$	$0\ 10\ 53.57$	-1446.7	$2 \cdot 0$
1861	Jan.	$9 \cdot 5$	$0 \ 41 \ 15.85$	+2 134.6	$2 \cdot 0$
	Febr.	$6 \cdot 5$	$1\ 16\ 14.95$	$+5 56 57 \cdot 7$	$3 \cdot 0$

II. Opposition.

Ich berechnete zur Vergleichung mit den Beobachtungen die folgende Ephemeride.

•				
12 ^h Berliner Zeit	α (62)	δ $\widehat{(62)}$	$\log \Delta$	Aberrzt.
1861 December 2.	8h29m22 *24	+18°10' 2'8	0.3476	$18^{\mathrm{m}}28^{\mathrm{s}}$
3.	$8\ 29\ 16\cdot 48$	$+18\ 10\ 44.2$	0.3457	18 24
4.	$8\ 29 9 \cdot 16$	+18 11 31.6	0.3439	18 19
5.	$8\ 29 0.30$	+18 12 24.8	$0 \cdot 3420$	18 14
6.	$8\ 28\ 49.89$	$+18 13 23 \cdot 9$	0.3402	18 10
7.	$8\ 28\ 37\cdot 95$	$+18 \ 14 \ 28.9$	0.3384	18 5
8.	$8\ 28\ 24\cdot 49$	$+18\ 15\ 39.6$	0.3367	18 1
9.	8 28 9.50	$+18 16 56 \cdot 1$	0.3349	17 56
10.	$8\ 27\ 53\cdot01$	$+18 18 18 \cdot 2$	0.3332	17 52
11.	$8\ 27\ 35\cdot 02$	$+18 19 46 \cdot 1$	0.3315	17 48
12.	$8\ 27\ 15\cdot 53$	$+18\ 21\ 19.5$	0.3298	17 44
13.	$8\ 26\ 54.56$	+18 22 58.3	0.3282	17 4 0

12h	Berliner Z	eit	α (62)	$\delta \stackrel{\smile}{(62)}$	log Δ	Aberrzt.
1861	December	14	8h26m32*12	+18°24'42'6	0.3266	17 ^m 36 ^s
		15.	$8\ 26 8 \cdot 23$	$+18\ 26\ 32\cdot 2$	0.3251	17 32
		16.	8 25 42 90	$+18\ 28\ 27\cdot 1$	0.3236	17 29
		17	$8\ 25\ 16 \cdot 15$	$+18 30 27 \cdot 1$	0.3221	17 25
		18.	$8\ 24\ 47\cdot 99$	$+18 32 32 \cdot 1$	0.3207	17 22
		19	8 24 18 45	$+18 34 42 \cdot 1$	0.3193	17 19
		20.	$8\ 23\ 47.56$	+18 36 56.9	0.3180	17 1 6
		21.	$8\ 23\ 15\cdot 33$	+18 39 16.3	0.3167	17 12
		22.	$8\ 22\ 41.78$	+18 41 40.3	0.3154	17 9
		23.	8 22 6.95	+18448.8	0.3142	17 6
		24.	8 21 30.86	$+18\ 46\ 41.5$	0.3130	17 4
		25.	$8\ 20\ 53.54$	$+18\ 49\ 18\cdot 3$	0.3119	17 1
		26	$8\ 20\ 15\cdot 02$	+18 51 59.1	0.3108	16 58
		27	8 19 35 33	+185443.7	0.3098	16 56
		28.	$8\ 18\ 54.52$	+185731.9	0.3088	16 54
		29.	$8\ 18\ 12\cdot 62$	$+19 0 23 \cdot 4$	0.3079	16 52
		30.	8 17 29 69	+19 3 18.1	0.3071	16 50
	n	31.	$8\ 16\ 45 \cdot 77$	+19 615.8	0.3063	16 48
1862	Januar	1.	8 16 0.90	$+19 9 16 \cdot 2$	0.3057	16 47
		2.	$8\ 15\ 15 \cdot 13$	+19 12 19 2	0.3050	1 6 4 5
		3.	8 14 28.51	$+19\ 15\ 24.7$	0.3043	16 43
1862	Januar	17.	8 2 37.62	+20 0 40.7	0.3022	16 3 8
		18.	8 1 44.93	+20 3 54.6	0.3025	16 39
		19.	$8 \ 0 \ 52 \cdot 31$	+20 7 7.5	0.3029	16 4 0
		20.	7 59 59.80	$+20\ 10\ 19.0$	0.3033	16 41
		21.	7 59 7 • 46	$+20\ 13\ 29.0$	0.3038	16 42
		22.	7 58 15·36	$+20\ 16\ 37\cdot 4$	0.3044	16 43
		23.	7 57 23.56	$+20\ 19\ 44\cdot 2$	0.3050	16 45

Die angenommenen Positionen der Vergleichssterne sind:

Mittl. Äquinoct. 1862·0

```
a 7<sup>b</sup>59<sup>m</sup>25<sup>2</sup>29 +20°12'49"2 Berliner Merid. Beob.
b 8 0 37·97 +20 10 6·9 Bessel's Zonen
c 8 12 53·09 +19 10 16·6 Berliner Merid. Beob.
```

Mittl. Äquinoct. 1861 · 0

Für die Beobachtungen sind die folgenden Annahmen gemacht worden:

Datum	Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall. *
						$16^{\circ}9 + 2^{\circ}3 f$
Dec.	23. Berlin	11 18 54	8 22 8	0.73 - 0.13	+18 43	$53 \cdot 1 + 2 \cdot 6 e$
"	30.	$11\ 25$ 3	8 17 31	.720.10	+19 3	6.0 + 2.5 d
1862 Jan.	1.	13 1 14	8 15 59	.53 -0.02	+19 9	14.9 + 2.4 c
'n	2. "	$11\ 34\ 25$	8 15 16	.73 -0.09	+19 12	$5 \cdot 1 + 2 \cdot 5 c$
	18. Leider	n 11 34 33	8 1 45	.15 -0.03	$+20 \ \ 3$	48.7 + 2.3 b
	22. Berlin	13 50 9	7 58 11	1.59 + 0.10	+20 16	40.2 + 2.5 a

Die Ephemeridencorrectionen, die nach diesen Beobachtungen resultiren, nebst ihren Gewichten, finden sich, indem die oben auseinandergesetzten Principien als massgebend angesehen werden.

und die Normalorte, bezogen auf das zugehörige wahre Äquinoctium:

Überträgt man nun alle Normalorte auf das mittlere Äquinoctium 1860·0 und berechnet sich die zu diesen Orten gehörigen rechtwinkligen Sonnencoordinaten nach den Sonnentafeln von Hansen und Olufsen für dasselbe Äquinoctium, so erhält man als Grundlage für die weiteren Untersuchungen die folgenden Werthe.

Febr. 6·5 19 2 37·0 + 5 56 29·2 3·0 +0·7355932 -0·6032087 -0·2617498 1861 Dec. 6·5 127 10 39·7 +18 13 42·0 1·0 -0·2571733 -0·8721172 -0·3784319 -0·37 124 31 11·3 +19 0 44·6 3·0 +0·1415627 -0·8926240 -0·3873336 1862 Jan. 21·5 119 44 41·4 +20 13 47·3 1·5 +0·5173231 -0·7682240 -0·3333558

Datum

1861 Jan.

Der nächste Schritt in meiner Untersuchung musste dahin gerichtet sein, für diese Orte den störenden Einfluss zu ermitteln, der durch die Einwirkung der grösseren Planeten entsteht; es wäre offenbar genügend gewesen, hierbei Jupiter allein zu berücksichtigen, ich habe aber trotzdem auch Saturn mitgenommen, um einerseits alles merkbare in Rechnung gezogen zu haben und andererseits werden bei einer späteren Rechnung, nachdem Erato aufgefunden sein wird, sich die letzteren Störungswerthe gewiss so nahe richtig erweisen, dass man dieselben wird unverändert beibehalten können und nur eine Neurechnung für die Jupiterstörungen nothwendig werden wird. Die Störungswerthe selbst habe ich durchaus nur mit vierstelligen Tafeln ausgeführt, und zwar vorerst zur Verbindung der beiden Oppositionen mit den oben erwähnten Schubert'schen Elementen und dem Zwecke entsprechend dieselben für Jupiter und Saturn getrennt abgeleitet.

Für Jupiter wurden die Masse $\frac{1}{1049}$, für Saturn $\frac{1}{3502}$ angenommen.

Die weiteren Störungsrechnungen wurden mit den unten angeführten Elementen ($\Delta\mu=0$) weiter fortgeführt, um aber Alles übersichtlich bei einander zu haben, habe ich die gesammten Differentialquotienten gleich hier aufgenommen, wiewohl der grössere Theil erst nach Abschluss dieser Untersuchung berechnet werden konnte. Als Osculationsepoche habe ich gewählt 1860 Sept. 30·0 mittl. Berliner Zeit und das mittlere Äquinoctium, auf welches sich die Störungen vor 1865·0 beziehen, ist das von 1860·0, nach diesem Zeitmoment gilt das mittlere Äquinoctium 1870·0 das angenommene Zeitintervall ist 40 Tage.

Jupiter.

	40 di: dt	$40 d\Omega : dt$	$40 \ d\varphi : dt$	$40 d\pi : dt$	1600 dμ. : dt	40 dL: dt
1860 Aug. 1. Sept. 10. Oct. 20.	+0°04 +0.02 +0.01	+ 0°9 + 0°9 + 0°8	- 7"56 - 7.86 - 7.98		+ 1°755 + 1·811 + 1·821	- 3°64 - 2·37 - 1·04
Nov. 29. 1861 Jan. 8. Febr. 17.	+0·01 0·00 0·00	$\begin{array}{c c} + & 0.7 \\ + & 0.5 \\ + & 0.4 \end{array}$	$ \begin{array}{rrr} & 7.86 \\ & 7.49 \\ & 6.83 \end{array} $	$\begin{vmatrix} \vdots & 9 \cdot 7 \\ + & 7 \cdot 0 \end{vmatrix}$	$\begin{array}{r} + 1.775 \\ + 1.665 \end{array}$	$\begin{vmatrix} + & 0.31 \\ + & 1.69 \\ + & 3.05 \end{vmatrix}$
März 29. Mai 8. Juni 17.	$0.00 \\ 0.00 \\ 0.00$	$\begin{array}{cccc} + & 0.2 \\ + & 0.1 \\ & 0.0 \end{array}$	$ \begin{array}{rrr} & 5 \cdot 93 \\ & 4 \cdot 87 \\ & 3 \cdot 73 \end{array} $	$\begin{vmatrix} + & 5 \cdot 1 \\ + & 7 \cdot 1 \\ + & 11 \cdot 7 \end{vmatrix}$	$\begin{array}{c c} + 1.232 \\ + 0.907 \\ + 0.515 \end{array}$	$egin{bmatrix} + & 4 \cdot 37 \\ + & 5 \cdot 60 \\ + & 6 \cdot 71 \end{bmatrix}$
Juli 27. Sept. 5. Oct. 15. Nov. 24.	0.00 0.00 0.00	$\begin{vmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ + 0.1 \end{vmatrix}$	$ \begin{array}{rrr} & 2.62 \\ & 1.65 \\ & 0.97 \\ & 0.65 \end{array} $	+ 43.1	$ \begin{vmatrix} + & 0.056 \\ - & 0.462 \\ - & 1.030 \\ - & 1.647 \end{vmatrix} $	+ 7.63 + 8.34 + 8.74
1862 Jan. 3. Febr. 12. März 24.	$ \begin{array}{c c} -0.02 \\ -0.03 \\ -0.06 \\ -0.10 \end{array} $	$\begin{vmatrix} + & 0.1 \\ + & 0.2 \\ + & 0.1 \\ - & 0.2 \end{vmatrix}$	$ \begin{array}{rrr} & 0.65 \\ & 0.77 \\ & 1.41 \\ & 2.64 \end{array} $	$\begin{vmatrix} + & 59 \cdot 1 \\ +1' \cdot 17 \cdot 7 \\ +1 & 38 \cdot 6 \\ +2 & 0 \cdot 9 \end{vmatrix}$	$ \begin{array}{c c} -1.647 \\ -2.317 \\ -3.029 \\ -3.779 \end{array} $	$egin{pmatrix} + & 8 \cdot 80 \\ + & 8 \cdot 39 \\ + & 7 \cdot 46 \\ + & 5 \cdot 90 \\ \end{pmatrix}$
Mai 3. Juni 12. Juli 22.	$ \begin{array}{c c} -0.15 \\ -0.21 \\ -0.30 \end{array} $	$ \begin{array}{cccc} & 0.8 \\ & 1.8 \\ & 3.5 \end{array} $	$ \begin{array}{rrr} & 4.50 \\ & 6.98 \\ & 10.11 \end{array} $	$\begin{vmatrix} +2 & 24 \cdot 6 \\ +2 & 49 \cdot 4 \\ +3 & 14 \cdot 6 \end{vmatrix}$	$ \begin{array}{r rrrr} & 4.566 \\ & 5.399 \\ & 6.238 \end{array} $	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
Aug. 31. Oct. 10. Nov. 19.	$ \begin{array}{c c} -0.40 \\ -0.51 \\ -0.63 \end{array} $	$ \begin{array}{rrr} & 6 \cdot 1 \\ & 9 \cdot 8 \\ & 15 \cdot 2 \end{array} $	-22.73	$\begin{array}{rrr} +4 & 4.7 \\ +4 & 28.3 \end{array}$	-8.757	$\begin{array}{ccc} & 9.50 \\ & 16.53 \\ & 25.26 \end{array}$
Dec. 29. 1863 Febr. 7. März 19. April 28.	$ \begin{array}{r} -0.76 \\ -0.88 \\ -0.98 \\ -1.03 \end{array} $	$ \begin{array}{rrrr} & 22 \cdot 2 \\ & 31 \cdot 4 \\ & 42 \cdot 9 \\ & 56 \cdot 4 \end{array} $	— 36·23		$ \begin{array}{r r} $	
Juni 7. Juli 17. Aug. 26.	$ \begin{array}{c c} -1.01 \\ -0.91 \\ -0.69 \end{array} $	$ \begin{array}{c c} -36.4 \\ -1.11.9 \\ -1.28.6 \\ -1.45.0 \end{array} $	-39.16 -37.99	$\begin{bmatrix} +6 & 1.9 \\ +6 & 11.2 \end{bmatrix}$	$ \begin{array}{c c} -10 & 342 \\ -9 & 961 \\ -8 & 971 \\ -7 & 374 \end{array} $	$\begin{bmatrix} -1 & 36 \cdot 61 \\ -1 & 54 \cdot 29 \end{bmatrix}$
Oct. 5. Nov. 14. Dec. 24.	$ \begin{array}{r} -0.37 \\ +0.04 \\ +0.54 \end{array} $	$ \begin{array}{r rrr} -1 & 59 \cdot 3 \\ -2 & 9 \cdot 4 \\ -2 & 14 \cdot 1 \end{array} $	$ \begin{array}{r} -27.51 \\ -18.64 \\ -7.82 \end{array} $	$ \begin{vmatrix} +6 & 25 \cdot 2 \\ +6 & 32 \cdot 0 \\ +6 & 40 \cdot 6 \end{vmatrix} $	$ \begin{array}{r} -5.173 \\ -2.491 \\ +0.416 \end{array} $	$ \begin{array}{r rrrr} -2 & 24 \cdot 07 \\ -2 & 32 \cdot 69 \\ -2 & 35 \cdot 49 \end{array} $
1864 Febr. 2. März 13. April 22.	+1.00 $+1.40$ $+1.69$	$ \begin{array}{c cccc} -2 & 12 \cdot 4 \\ -2 & 4 \cdot 4 \\ -1 & 51 \cdot 8 \end{array} $	+ 17.87	$\begin{vmatrix} +6 & 48 \cdot 2 \\ +6 & 53 \cdot 9 \\ +6 & 57 \cdot 2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} + & 3 \cdot 369 \\ + & 6 \cdot 037 \\ + & 8 \cdot 215 \end{vmatrix}$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
Juni 1. Juli 11. Aug. 20. Sept. 29.	$\begin{vmatrix} +1.87 \\ +1.92 \\ +1.87 \\ +1.74 \end{vmatrix}$	$ \begin{array}{c cccc} -1 & 36 \cdot 0 \\ -1 & 19 \cdot 0 \\ -1 & 2 \cdot 6 \\ - & 47 \cdot 8 \end{array} $	$egin{array}{l} + & 21.86 \\ + & 23.92 \\ + & 23.09 \\ + & 20.70 \\ \hline \end{array}$	$ \begin{array}{r} +6 \ 55 \cdot 2 \\ +6 \ 44 \cdot 5 \\ +6 \ 30 \cdot 8 \\ +6 \ 11 \cdot 4 \end{array} $	+11.044	$ \begin{array}{rrrr} -1 & 50 \cdot 69 \\ -1 & 32 \cdot 46 \\ -1 & 14 \cdot 56 \\ - & 58 \cdot 05 \end{array} $
Nov. 8. Dec. 18. 1865 Jan. 27.	$\begin{array}{c c} +1.56 \\ +1.36 \\ +1.14 \\ \end{array}$	$\begin{array}{rrr} - & 35 \cdot 0 \\ - & 24 \cdot 5 \\ - & 16 \cdot 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 20.70 \\ + 17.31 \\ + 13.51 \\ + 9.91 \end{array}$	+5 47.3 +5 19.3	$\begin{vmatrix} +10.545 \\ +10.504 \\ +9.817 \\ +8.978 \end{vmatrix}$	$ \begin{array}{cccc} & 43 \cdot 45 \\ & 30 \cdot 98 \\ & 20 \cdot 64 \end{array} $
März 8. April 17. Mai 27. Juli 6.	+0.94 $+0.75$ $+0.58$ $+0.43$	$ \begin{array}{cccc} & 10 \cdot 0 \\ & 5 \cdot 4 \\ & 2 \cdot 3 \\ & 0 \cdot 3 \end{array} $	$ \begin{array}{r} + & 6.55 \\ + & 3.51 \\ + & 1.08 \end{array} $	$\begin{vmatrix} +4 & 16 \cdot 1 \\ +3 & 44 \cdot 0 \\ +3 & 12 \cdot 2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} + & 8.057 \\ + & 7.094 \\ + & 6.129 \\ + & 5.185 \end{vmatrix}$	- 0.55
Jun 0.	±0.49		- 0.69	+2 40·(+ 9.103	+ 9 20

Jupiter.

1			40di:dt	$40d\Omega:dt$	$40d\varphi:dt$	$40d\pi:dt$	1600dμ. dt	40dL:dt
1865	Aug. Sept.	15. 24.	+0°31 +0°21	+ 0'8 + 1.4	- 1"78 - 2:23	$-2'12''1 \\ +1 46.5$	+ 4*264 + 3:395	+ 6°01 + 7.84
	Nov. Dec.	3. 13.	$+0.14 \\ +0.08$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccc} & 2 \cdot 08 \\ & 1 \cdot 43 \end{array}$	$\begin{vmatrix} +1 & 22 \cdot 9 \\ +1 & 2 \cdot 2 \end{vmatrix}$	+ 2.569 + 1.795	$\begin{array}{ccc} + & 8 \cdot 92 \\ + & 9 \cdot 39 \end{array}$
1866	Jan. März	22. 3.	$+0.04 \\ +0.01$	$\begin{array}{ccc} + & 0.9 \\ + & 0.4 \end{array}$	$\begin{array}{ccc} - & 0.35 \\ + & 0.99 \end{array}$	+ 45.5	+ 1.078	+ 9.37
	April	12.	0.00	0.0	$\begin{array}{c c} + & 0.99 \\ + & 2.50 \end{array}$	$\begin{array}{cccc} + & 32 \cdot 2 \\ + & 22 \cdot 6 \end{array}$	$\begin{array}{c c} + & 0.427 \\ - & 0.160 \end{array}$	$\begin{vmatrix} + & 8.93 \\ + & 8.18 \end{vmatrix}$
	Mai	22.	0.01	- 0.4	+ 4.01	+ 16 6	- 0.667	+ 7.18
	Juli Aug.	1. 10.	$-0.01 \\ 0.00$	$\begin{bmatrix} - & 0.7 \\ - & 0.9 \end{bmatrix}$	$\begin{vmatrix} + & 5 \cdot 44 \\ + & 6 \cdot 63 \end{vmatrix}$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	-1.101 -1.450	$\begin{array}{ccc} + & 5.98 \\ + & 4.67 \end{array}$
1	Sept.	19.	+0.01	— 1·0	+ 7.52	+ 15.9	-1.715	$+$ $3 \cdot 27$
	Oct. Dec.	29. 8.	$+0.01 \\ +0.02$	$\begin{bmatrix} - & 1.0 \\ - & 0.9 \end{bmatrix}$	$\begin{vmatrix} + & 8 \cdot 10 \\ + & 8 \cdot 37 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} + & 19 \cdot 3 \\ + & 23 \cdot 3 \end{vmatrix}$	$\begin{array}{c c} - & 1.902 \\ - & 2.019 \end{array}$	$+ \frac{1.83}{0.27}$
1867	Jan.	17.	+0.02	$\begin{bmatrix} - & 0.3 \\ - & 0.8 \end{bmatrix}$	+ 8.32	$ + 23 \cdot 3 + 27 \cdot 4$	$\frac{-2.019}{-2.071}$	$\begin{array}{ c c c c c c } + & 0.37 \\ - & 1.07 \\ \end{array}$
	Feb.	26.	+0.03	- 0.6	+ 8.06	+ 31.0		_ 2.47
	April Mai	7. 17.	$+0.03 \\ +0.02$	$\begin{bmatrix} - & 0.4 \\ - & 0.3 \end{bmatrix}$	$\begin{array}{c c} + & 7 \cdot 62 \\ + & 7 \cdot 08 \end{array}$	$\begin{bmatrix} + & 34 \cdot 1 \\ + & 36 \cdot 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} - & 2 \cdot 020 \\ - & 1 \cdot 941 \end{bmatrix}$	$-\begin{array}{cc} & 3.79 \\ - & 5.06 \end{array}$
	Juni	26.	+0.02	$\begin{bmatrix} - & 0 & 0 \\ - & 0 & 1 \end{bmatrix}$	+ 6.49	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	-1.835	$\begin{array}{cccc} - & 5 & 00 \\ - & 6 \cdot 24 \end{array}$
1	Aug.	5.	+0.01	0.0	+5.93	+ 38.3	- 1.717	-7.37
1	Sept. Oct.	$\frac{14.}{24.}$	$0.00 \\ -0.01$	0.0	$\begin{array}{rrrr} + & 5.38 \\ + & 4.88 \end{array}$	$\begin{vmatrix} + & 38 \cdot 6 \\ + & 38 \cdot 5 \end{vmatrix}$	-1.586 -1.452	$\begin{bmatrix} - & 8.39 \\ - & 9.34 \end{bmatrix}$
	Dec.	3.	-0.02	- 0.1	+ 4.43	+ 38.0	- 1.316	-10.18
1868	Jan. F ebr.	$\frac{12}{21}$.	-0.03 -0.03	$\begin{array}{ccc} - & 0.2 \\ - & 0.5 \end{array}$	$\begin{array}{rrr} + & 4.05 \\ + & 3.71 \end{array}$	$\begin{array}{c c} + & 37.5 \\ - & 36.8 \end{array}$	-1.180 -1.046	- 10.95 $- 11.61$
	April	1.	-0.03	$\begin{bmatrix} - & 0.3 \\ - & 0.7 \end{bmatrix}$	+ 3.44	$\begin{array}{c c} - & 36.8 \\ + & 36.3 \end{array}$	-0.915	$\begin{bmatrix} - & 11.01 \\ - & 12.25 \end{bmatrix}$
	Mai	11.	-0.05	- 1.0	+ 3.20	+ 35.8		- 12.77
	Juni Juli	20. 30.	-0.05 -0.05	$\begin{vmatrix} - & 1 \cdot 4 \\ - & 1 \cdot 7 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} + & 2.99 \\ + & 2.81 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} + & 35 \cdot 4 \\ - & 35 \cdot 2 \end{vmatrix}$		$\begin{array}{ cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
	Sept.	8.	-0.05	$ 2 \cdot 1$	+ 2.64		0 01.	_ 13.96
	Oct. Nov.	$\frac{18.}{27.}$	-0.05 -0.05	$\begin{bmatrix} - & 2.5 \\ - & 2.9 \end{bmatrix}$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{rrr} + & 35 \cdot 1 \\ + & 35 \cdot 2 \end{array}$	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	- 14.22
1869		6.	-0.03 -0.04	$\begin{bmatrix} - & 2 \cdot 9 \\ - & 3 \cdot 2 \end{bmatrix}$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{vmatrix} + & 35 \cdot 2 \\ + & 35 \cdot 5 \end{vmatrix}$	0 210	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
	Febr.	15.	-0.03	- 3.6	+ 2.06	+ 35.9	- 0.004	14 · 62
	März Mai	27. 6.	$-0.02 \\ 0.00$	$\begin{bmatrix} - & 3.8 \\ - & 4.1 \end{bmatrix}$	$\begin{vmatrix} + & 1.90 \\ + & 1.73 \end{vmatrix}$	$\begin{array}{ c c c c c c } + & 36 \cdot 4 \\ + & 37 \cdot 0 \end{array}$		$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
	Juni	15.	+0.01	_ 4·2	+ 1.55	$\begin{vmatrix} + & 37 \cdot 7 \\ + & 37 \cdot 7 \end{vmatrix}$	+ 0.296	$\begin{bmatrix} - & 14.00 \\ - & 14.50 \end{bmatrix}$
	Juli Sant	25.	+0.03	- 4·3	+ 1.37	+ 38.5	+ 0.396	_ 14.33
	Sept. Oct.	3. 13.	$+0.04 \\ +0.06$	$\begin{bmatrix} - & 4 \cdot 4 \\ - & 4 \cdot 3 \end{bmatrix}$	$\begin{array}{c c} + & 1.16 \\ + & 0.94 \end{array}$	$\begin{vmatrix} + & 39 \cdot 2 \\ + & 40 \cdot 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} + & 0.495 \\ + & 0.595 \end{vmatrix}$	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
40.00	Nov.	22.	+0.07	_ 4·2	-0.71	+ 41.1	+ 0.697	13.50
1870	Jan. Feb.	1. 10.	$+0.09 \\ +0.10$	$\begin{bmatrix} - & 4 \cdot 0 \\ - & 3 \cdot 8 \end{bmatrix}$	$\begin{array}{c c} - & 0.45 \\ + & 0.17 \end{array}$	$\begin{vmatrix} + & 42 \cdot 1 \\ + & 43 \cdot 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} + & 0.798 \\ + & 0.900 \end{vmatrix}$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
	März	22.	+0.10	_ 3·5	-0.14	+ 45·1 44·2	+ 1.005	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
	Mai	1.	+0.12	- 3.1	- 0.48	+ 45.2	+ 1.109	_ 11.52
	Juni Juli	10. 20.	$+0.13 \\ +0.14$	$\begin{bmatrix} -&2\cdot7\\-&2\cdot2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} - & 0.86 \\ - & 1.24 \end{bmatrix}$	$\begin{vmatrix} + & 46 \cdot 3 \\ + & 47 \cdot 4 \end{vmatrix}$	$\begin{array}{ c c c c c c } + & 1 \cdot 216 \\ - & 1 \cdot 322 \end{array}$	$\begin{bmatrix} - & 10.86 \\ - & 10.17 \end{bmatrix}$
	Aug.	29.	+0.14	$\begin{bmatrix} - & \overline{1} \cdot \overline{8} \end{bmatrix}$		$\begin{array}{c c} + & 48.3 \\ + & 48.3 \end{array}$		

Jupiter.

	40 <i>di</i> : <i>dt</i>	$40d\Omega:dt$	$40d\varphi:dt$	$40d\pi:dt$	1600dμ. : dt	40dL:dt
1870 Oct. 8. Nov. 17. Dec. 27. 1871 Febr. 5. März 17. April 26. Juni 5. Juli 15. Aug. 24. Octob. 3.	$\begin{array}{c} +0.14 \\ +0.13 \\ +0.12 \\ +0.11 \\ +0.00 \\ +0.08 \\ +0.07 \\ +0.05 \end{array}$	- 1'3 - 0'8 - 0'3 + 0'1 + 0'5 + 0'8 + 1'0 + 1'2 + 1'3 + 1'2	- 2°20 - 2·76 - 3·34 - 4·55 - 5·15 - 5·65 - 6·04 - 6·24 - 6·17	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{vmatrix} + & 1 \cdot 634 \\ + & 1 \cdot 729 \\ + & 1 \cdot 815 \end{vmatrix}$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

Saturn.

$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		40di:dt	$40d\Omega:dt$	$40d\gamma:dt$	$40d\pi:dt$	$1600d\mu$: dt	40dL:dt`
	Sept. 10. Oct. 20. Nov. 29. 1861 Jan. 8. Febr. 17. März 29. Mai 8. Juni 17. Juli 27. Sept. 5. Oct. 15. Nov. 24. 1862 Jan. 3. Febr. 12. März 24. Mai 3. Juni 12. Juli 22. Aug. 31. Oct. 10. Nov. 19. Dec. 29. 1863 Febr. 7. März 19. April 28. Juni 7.	$\begin{array}{c} +0.002 \\ +0.002 \\ +0.001 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ +0.001 \\ +0.001 \\ +0.005 \\ +0.007 \\ +0.005 \\ +0.007 \\ +0.013 \\ +0.015 \\ +0.017 \\ +0.016 \\ +0.017 \\ +0.015 \\ +0.017 \\ +0.015 \\ +0.017 \\ +0.015 \\ +0.015 \\ +0.015 \\ +0.015 \\ +0.015 \\ +0.015 \\ +0.015 \\ +0.008 \\ \end{array}$	$\begin{array}{c} + \ 0.084 \\ + \ 0.086 \\ + \ 0.086 \\ + \ 0.086 \\ + \ 0.076 \\ + \ 0.076 \\ + \ 0.066 \\ + \ 0.032 \\ + \ 0.014 \\ - \ 0.002 \\ - \ 0.018 \\ - \ 0.026 \\ - \ 0.010 \\ + \ 0.018 \\ + \ 0.060 \\ + \ 0.114 \\ + \ 0.179 \\ + \ 0.251 \\ + \ 0.403 \\ + \ 0.471 \\ + \ 0.523 \\ + \ 0.403 \\ + \ 0.576 \\ + \ 0.576 \\ + \ 0.577 \end{array}$	$\begin{array}{c} -0.495 \\ -0.528 \\ -0.528 \\ -0.536 \\ -0.536 \\ -0.536 \\ -0.536 \\ -0.254 \\ -0.152 \\ -0.058 \\ +0.021 \\ +0.112 \\ +0.113 \\ +0.115 \\ +0.103 \\ +0.188 \\ +0.091 \\ +0.302 \\ +0.452 \\ +0.631 \\ +0.828 \\ +0.821 \\ +0.82$	$\begin{array}{c} +\ 0.117 \\ +\ 0.107 \\ +\ 0.032 \\ -\ 0.059 \\ -\ 0.019 \\ -\ 0.076 \\ +\ 0.112 \\ +\ 0.491 \\ +\ 1.080 \\ +\ 1.864 \\ +\ 2.809 \\ +\ 4.961 \\ +\ 6.027 \\ +\ 6.964 \\ +\ 7.709 \\ +\ 8.224 \\ +\ 8.450 \\ +\ 8.356 \\ +\ 8.016 \\ +\ 7.452 \\ +\ 6.774 \\ +\ 6.017 \\ +\ 4.776 \\ +\ 4.776 \\ +\ 4.776 \\ +\ 4.776 \\ +\ 4.776 \\ \end{array}$	$\begin{array}{c} +0.1011\\ +0.1129\\ +0.1192\\ +0.1186\\ +0.1105\\ +0.0944\\ +0.0709\\ +0.0405\\ +0.0360\\ -0.0786\\ -0.1213\\ -0.1626\\ -0.1992\\ -0.2292\\ -0.2501\\ -0.2501\\ -0.2576\\ -0.2400\\ -0.2576\\ -0.2400\\ -0.0530\\ -0.0530\\ +0.0689\\ +0.1225\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} -0.388 \\ -0.283 \\ -0.168 \\ -0.047 \\ +0.073 \\ +0.190 \\ +0.294 \\ +0.378 \\ +0.435 \\ +0.457 \\ +0.366 \\ +0.238 \\ +0.052 \\ -0.193 \\ -0.836 \\ -1.208 \\ -1.587 \\ -1.947 \\ -2.261 \\ -2.501 \\ -2.660 \\ -2.700 \\ -2.637 \\ -2.486 \end{array}$

Saturn.

			S a	turn.			
		40di:dt	$40d\Omega:dt$	$40d\varphi:dt$	$40d\pi$: dt	1600dμ. : dt	40dL: dt
1863 Au		+ 0,003		+ 1'453	+ 3.674	+0"2027	-1"952
Oc.		+ 0.001	+ 0.472	+ 1.502	+ 3.607	+0.2265	-1.622
No		0.000	+ 0.417	+ 1.504	+ 3.608	+0.2391	-1.279
De De		-0.001	+0.368	+ 1.466	+3.535	+0.2417	-0.945 -0.629
1864 Fe		-0.002	+0.309	+1.386	+3.547	+0.2362	-0.629 -0.345
Mä	irz 13. oril 22.	-0.003	$\begin{array}{c} + 0.253 \\ + 0.200 \end{array}$	$ + 1 \cdot 279 $ $+ 1 \cdot 151$	+3.498 +3.380	+0.2236	-0.096
Ju		- 0.003				+0.2054 +0.1832	+0.112
Ju		-0.003	+ 0.153 + 0.111	$\begin{vmatrix} + & 1 & 013 \\ + & 0 & 876 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} + & 3 \cdot 177 \\ + & 2 \cdot 820 \end{vmatrix}$	+0.1581	+0.278
Au		-0.002	$\begin{bmatrix} + & 0 & 111 \\ + & 0 \cdot 079 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} + & 0.010 \\ + & 0.739 \end{bmatrix}$	+ 2.452	+0.1312	+0.404
Se		-0.002	+ 0.052	+ 0.610	+2.007	+0.1038	+0.494
No		-0.001	+0.034	+0.496	+1.498	+0.0756	+0.548
De		$-\overset{\circ}{0}\overset{\circ}{0}\overset{\circ}{0}\overset{\circ}{0}\overset{\circ}{1}$	+ 0.019	+ 0.397	+ 0.948	+0.0482	+0.570
1865 Ja		-0.001	+ 0.008	+ 0.318	+ 0.358	+0.0218	+0.564
Mä		0.000	+ 0.002	+ 0.259	- 0.210	-0.0031	+0.533
Αŗ	oril 17.	0.000	_ 0 001	+ 0.218	- 0.756	-0.0260	+0.481
M a	i 27.	0.000	- 0.002	+ 0.197	- 1.256	-0.0466	+0.412
Jul	li 6.	+ 0.001	0.000	+ 0.192	- 1.687	-0.0643	+0.328
Αυ		+ 0.001	+ 0.002	+ 0.200	- 2.031	0.0789	+0.235
Se		+ 0.001	+ 0.006	+ 0.217	-2.272	-0.0898	+0.135
No		+ 0.001	+ 0.010	$+\ 0.536$	-2.405	-0.0966	+0.033
De		+ 0.001	+ 0.014	+ 0.254	-2.417	-0.0991	-0.068
1866 Jan		+ 0.001	+ 0.017	+ 0.263	-2.359	-0.0969	-0.165
Mä		+0.001	+ 0.020	+ 0.259	- 2.213	-0.0899	-0.254 -0.332
Ap		+0.001	+0.022	+0.241	-2.024	0.0783	-0.394
Ma		0.000	$+ 0.023 \\ + 0.023$	+ 0.206 + 0.153	-1.834	-0.0627 -0.0437	-0.334 -0.442
Jul		0.000	,	$\begin{vmatrix} + & 0.153 \\ + & 0.092 \end{vmatrix}$	-1.687 -1.593	-0.0437 -0.0225	-0.442 -0.470
Au Sei		0.000	+ 0.022 + 0.020	$\begin{array}{c} + 0.032 \\ - 0.026 \end{array}$	-1.595 -1.595	-0.0223	-0.481
0c		0.000	+ 0.020	-0.038	-1.682	+0.0219	-0.471
De		0.000	+ 0.014	-0.092	-1.845	+0.0424	-0.443
1867 Jai		0.000	+ 0.011	-0.134	-2.054	+0.0604	-0.397
Fe'		0.000	$+\ 0.008$	-0.159	$-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{272}$	+0.0750	-0.336
$\mathbf{A}\mathfrak{p}$		0.000	+ 0.006	-0.169	-2.471	+0.0857	-0.263
Мâ		0 000	+ 0.003	- 0.166	-2.613	+0.0923	-0.179
Ju	ni 26.	0.000	+ 0.002	-0.154	-2.680	+0.0949	-0.087
$\mathbf{A}\mathbf{u}$	ıg. 5.	0.000	+ 0.001	-0.138	-2.649	+0.0934	+0.008
$Se_{\mathbf{j}}$		0.000	0.000	— 0·122	— 2·531	+0.0881	+0.105
0c		0.000	0.000	-0.112	-2.321	+0.0794	+0.200
De		0.000	0.000	-0.110	-2.038	+0.0677	+0.290
1868 Jan		0.000	0.000	-0.121	-1.696	+0.0534	+0.372
Fe		0.000	0.000	-0.147	-1.297	+0.0367	+0.442
Ap		0.000	0.000	-0.189	-0.887	+0.0178	$^{+0.498}_{+0.536}$
Ma		0.000	-0.001	-0.248	-0.462 -0.051	0.0029	+0.555
Ju: Jul		0.000	-0.009	-0.323 -0.413	0 002	$\begin{bmatrix} -0.0250 \\ -0.0479 \end{bmatrix}$	+0.552
Sen		0.000	-0.000	-0.413	+ 0.323 + 0.654	-0.0419 -0.0716	+0.521
Oc.		0.000	-0.011	-0.632	+ 0.634	-0.0110 -0.0953	+0.463
No		0.000	-0.028	-0.052	+ 1.123	-0.0333 -0.1187	+0.374
210	21.	, , ,	0.20	0,00	1 1 1 1 1 1 1 1 1	" ***	,

Saturn.

	$ di:dt 40d\Omega:dt $	$40d\varphi:dt$	$40d\pi:dt$	1600dμ : dt	40dL:dt
1869 Jan. 6. Febr. 15. März 27. Mai 6. Juni 15. Juli 25. Sept. 3. Oct. 13. Nov. 22. 1870 Jan. 1. Febr. 10. Hair 20. Aug. 29. Oct. 8. Nov. 17. Dec. 27. 1871 Febr. 5. März 17. April 26. Juli 5. Juli 5. Juli 5. Aug. 24. Oct. 3.	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	- 0.997 - 1.109 - 1.200 - 1.281 - 1.327 - 1.339 - 1.339 - 1.023 - 0.883 - 0.607 - 0.493 - 0.411 - 0.356 - 0.325 - 0.308 - 0.278 - 0.246 - 0.194 - 0.192 - 0.033	$\begin{array}{c} + \ 1 \cdot 305 \\ + \ 1 \cdot 218 \\ + \ 1 \cdot 213 \\ + \ 1 \cdot 113 \\ + \ 0 \cdot 963 \\ + \ 0 \cdot 992 \\ + \ 1 \cdot 143 \\ + \ 1 \cdot 460 \\ + \ 2 \cdot 582 \\ + \ 3 \cdot 337 \\ + \ 4 \cdot 139 \\ + \ 5 \cdot 516 \\ + \ 5 \cdot 930 \\ + \ 5 \cdot 521 \\ + \ 4 \cdot 138 \\ + \ 3 \cdot 290 \\ + \ 2 \cdot 459 \\ + \ 1 \cdot 709 \\ \end{array}$	$\begin{array}{c} -0.1786 \\ -0.1533 \\ -0.1195 \\ -0.0770 \\ -0.0285 \\ +0.0228 \\ +0.0736 \\ +0.1195 \\ +0.1575 \\ +0.1851 \\ +0.2005 \\ +0.1751 \\ +0.1751 \\ +0.1482 \\ +0.1150 \\ +0.0790 \\ +0.0420 \end{array}$	$ \begin{array}{r} +0.090 \\ +0.225 \\ +0.311 \end{array} $

Die Störungen sind in Folge der aussergewöhnlichen Annäherung an Jupiter im Dec. 1863 $\{\rho = 1.76\}$ sehr bedeutend.

Ich habe nun die vorliegenden Störungswerthe innerhalb der Grenzen der Normalorte integrirt, indem 1860 Sept. 30 als Osculationsepoche angenommen wurde; die Jupiter- und Saturnstörungen mit einander vereinigt, gaben demnach die folgenden Werthe:

		Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta \varphi$		$\Delta \pi$	Δp .		$\Delta oldsymbol{L}$
1860 Aug.	21	0 "02	— 0 " 9	+8''36	_	15"0	-0°0477	+	3 70
Sept.	30	0.00	0.0	0 00		0.0	0.0000		0.00
Nov.	9	+0.01	+0.8	- 8.50	4.	$12 \cdot 9$	+0.0483	_	0.36
Dec.	19	+0.02	+1.6	-16.88	+	$22 \cdot 6$	+0.0956	+	$2 \cdot 67$
1861 Jan.	28	+0.05	$+2\cdot 1$	-24.90	+	$29 \cdot 6$	+0.1401	+	$9 \cdot 03$
März	9	+0.05	+2.6	$-32 \cdot 22$		$34 \cdot 8$	+0.1798	+	18.57
${f A}$ pril	18	+0.05	+2.8	$-38 \cdot 57$	+	$39 \cdot 9$	+0.2129	+	$31 \cdot 01$

Interpolirt man sich aus dieser Tafel die Störungswerthe für die Zeiten der Normalorte, so erhält man die folgenden Werthe:

Für die weiteren Rechnungen ist es aber bequemer, die Störungswerthe auf den Äquator zu beziehen und nicht, wie es hier geschehen ist, auf die Ekliptik. Die diessbezüglichen Formeln habe ich in meiner Abhandlung über die definitive Bahnbestimmung des Planeten (58) Concordia (Sitzungsb. LVII, Märzheft) angegeben. Berücksichtigt man nur die ersten Potenzen der Änderungen, so hat man zu dieser Transformation die Formeln:

$$egin{aligned} \gamma \sin \Gamma &= \Delta \Omega \sin i \ \gamma \cos \Gamma &= \Delta i \ \Delta i' &= \gamma \cos (\Gamma + \sigma) \ \Delta \Omega' &= rac{\gamma \sin (\Gamma + \sigma)}{\sin i'} \ \Delta \pi' &= \Delta \pi + \gamma \sin (\Gamma + \sigma) t g rac{1}{2} i' - 2 \sin^2 rac{1}{2} i \Delta \Omega. \end{aligned}$$

wobei i die Neigung der Bahn gegen die Ekliptik, i dieselbe gegen den Äquator vorstellt und σ der Bogen der Bahn zwischen Ekliptik und Äquator ist, der bei der Transformation der ekliptikalen in die äquatorealen Elemente hervortritt, und hier den Werth 121° 48° 9 hat. Zur umgekehrten Transformation, die später gebraucht wird, hat man:

$$\begin{array}{c} \gamma' \sin \Gamma' = \Delta \Omega' \sin i' \\ \gamma' \cos \Gamma' = \Delta i' \end{array} \\ \text{dann ist} \\ \Delta i = \gamma' \cos (\Gamma' - \sigma) \\ \Delta \Omega = \frac{\gamma' \sin (\Gamma' - \sigma)}{\sin i} \\ \Delta \pi = \Delta \pi' + \gamma' \sin (\Gamma' - \sigma) t g \frac{1}{2} i - 2 \sin^2 \frac{1}{2} i' \Delta \Omega' \end{array} \right) (II)$$

Führt man nun nach den Formeln (I) die geforderte Transformation durch, so erhält man als Störungswerthe, die der Rechnung zu Grunde gelegt werden müssen, die folgenden Werthe:

Für die weiteren Rechnungen war es nun nöthig, ein genähertes Elementensystem anzunehmen, ich wählte hierfür das folgende, welches der Hauptsache nach identisch ist mit Schubert's Elementen (Astr. Nach. Nr. 1698); dasselbe bezieht sich in der hier mitgetheilten Form auf den mittleren Äquator 1860,0, als Osculationspunkt und Epoche nehme ich an 1860, September 30,0. Man hat so:

Diese Elemente lassen nun in Verbindung mit den obigen Störungswerthen die folgenden Fehler (im Sinne Beob.—Rechg.) in den Normalorten übrig:

	d1.	$d\delta$
1860 Sept. 19·5	—1'1 0	+0"15
Oct. 16.5	-5.07	-0.39
Nov. 10·5	-5.84	$-2 \cdot 64$
Dec. 2.5	-1.72	-1.03
1861 Jan. 9·5	+0.45	-5.18
Feb. 6.5	$+1\cdot 24$	-2.05
Dec. 6.5	+7.09	-4.95
Dec. 29 · 5	+0.83	-0.58
1862 Jan. 21.5	$-2 \cdot 27$	+0.74

Um nun die Fehler möglichst zu vermindern, habe ich diese als Functionen der Elemente dargestellt und mich hierbei der Formeln bedient, die ich im XLI. Bande, Maiheft, der Sitzungsberichte veröffentlicht habe bei der definitiven Bahnbestimmung des Planeten (59) "Elpis"; ich bin so zu den folgenden 18 Bedingungsgleichungen gelangt, in denen die Coëfficienten logarithmisch angesetzt sind.

Rectascensionen. $0.31099 dL' + 0.59646 du + 0.17079 dm + 9.75618 d\pi'$

0.21022 ar	+0.99040ap	$\iota + 0$, $\iota \iota \iota \iota \iota \iota \iota \iota \iota \varphi$	+ 9, 19010 an
0.30181	$0_{\rm n}78635$	$0_n 15826$	$9_{n}74928$
0.24543	$0_{n}61259$	$0_{\rm n}08286$	$9_{n}69963$
0.18376	$1\cdot 02654$	9,97142	9,64698
0.09422	$1 \cdot 71067$	$9_{n}67200$	$9_{n}57251$
0.05017	1.93323	$9_{n}21756$	$9_{n}53384$
0.13682	$2 \cdot 82246$	0.41887	$9_{n}03253$
0.18457	$2 \cdot 86795$	0.46366	9 _n 05350
0.20057	$2 \cdot 87628$	$0 \cdot 47555$	$9_{n}07255$
+9.49607	$7\sin i'd\Omega' + 7$	$\cdot 49045 di' =$	-1 ["] $10\cos\delta_1$
$9 \cdot 48700$	8	, 81967 =	$-5.07\cos\delta_2$
$9 \cdot 43744$			
0 1011	£ 9,	$_{n}06786 =$	$-5.84\cos\delta_3$
9.37175			$-5.84\cos\delta_3$ $-1.72\cos\delta_4$
	5 9	n 16847 ==	$-1.72\cos\delta_4$
$9 \cdot 37175$	5 9, L 9,	16847 = 24993 =	
$9 \cdot 37175$ $9 \cdot 21881$	5 9, 1 9, 3 9,	16847 =	$-1.72\cos\delta_4 + 0.45\cos\delta_5$
$9 \cdot 37175$ $9 \cdot 21881$ $9 \cdot 05668$	5 9, L 9, B 9,	16847 = 24993 = 27245 = ·41627 =	$\begin{array}{l} -1 \cdot 72 \cos \delta_4 \\ +0 \cdot 45 \cos \delta_5 \\ +1 \cdot 24 \cos \delta_6 \end{array}$
9·37175 9·21881 9·05668 9 _n 24280	5 9, 1 9, 3 9, 0 9	. 16847 =	$\begin{array}{l} -1 \cdot 72 \cos \delta_4 \\ +0 \cdot 45 \cos \delta_5 \\ +1 \cdot 24 \cos \delta_6 \\ +7 \cdot 09 \cos \delta_7 \end{array}$

Declinationen.

Ehe ich weiter ging, wollte ich mir völlige Sicherheit verschaffen, ob die hier entwickelten Differentialquotienten völlig richtig angesetzt sind; ich habe demnach einerseits dieselben Orte mit stark abgeänderten Elementen direct berechnet und andererseits die Änderungen, die hervortreten sollten, durch die Differentialquotienten ermittelt. Beide Resultate müssen stimmen, wenn die beiderseitigen Rechnungen richtig geführt sind und wenn die Änderungen der Elemente hinlänglich klein sind, um dieselben als Grössen von der Ordnung der Differentialien betrachten zu dürfen. Indem ich annahm

$$dL' = -200^{\circ}$$
 $d\pi' = +600^{\circ}$
 $d\mu = +0^{\circ}8$ $d\Omega' = +400^{\circ}$
 $d\varphi = -200^{\circ}$ $di' = +200^{\circ}$

fand ich die in den Orten bewirkten Änderungen durch die

	directe Rechnung		Differenti	alformeln
	$d\alpha\cos\delta$	$d\delta$	$d\alpha\cos\delta$	$d\hat{o}$
1860 Sept. 19·5	-400°0	-424"4	404	-424'8
Oct. 16.5	$-417 \cdot 5$	$-383 \cdot 1$	$-421 \cdot 3$	-383.5
Nov. 10·5	$-392 \cdot 1$	— 313·3	$-395 \cdot 6$	—313 ·6
Dec. 2.5	$-366 \cdot 6$	$-255 \cdot 6$	$-369 \cdot 6$	-255.7

					_	
			directe Rechnung		Differenti	alformeln
			$d\alpha\cos\delta$	$d\delta$	$d\alpha\cos\delta$	$d\delta$
1861	Jan.	$9 \cdot 5$	-345 ? 7	-184?2	<u>-348"1</u>	-184"2
	Feb.	$6\cdot 5$	$-346 \cdot 1$	-146.5	$-348 \cdot 2$	$-146 \cdot 4$
	Dec.	$6 \cdot 5$	-306.8	$+376 \cdot 2$	$-306 \cdot 1$	$+376 \cdot 2$
	Dec. 2	$9 \cdot 5$	$-342 \cdot 4$	+417.8	$-341 \cdot 6$	$+417 \cdot 7$
1862	Jan. 2	1.5	-370.5	$+428 \cdot 8$	$-369 \cdot 7$	+428.8

Es zeigen sich zwischen beiden Resultaten Unterschiede, die weit ausserhalb der Unsicherheit der beiderseitigen Rechnungen liegen; es sind also entweder Rechenfehler vorgefallen oder es ist der Einfluss der Glieder zweiter Ordnung ein zu merklicher. Es lässt sich jedoch mit Sicherheit entscheiden, welche der beiden Fehlerursachen wirksam ist. Sind es die Glieder zweiter Ordnung, die so merklich hervortreten, so muss der Gang zwischen den beiden Werthreihen ein mit der Zeit gesetzmässig fortschreitender sein; sind Rechenfehler vorgefallen, so werden sich Sprünge in diesen Differenzen zeigen müssen. Bildet man die hervortretenden Unterschiede, so wird man sich leicht überzeugen, dass nur die Glieder zweiter Ordnung die Ursache dieser Differenzen sind, indem man für diese die folgende continuirliche Werthreihe erhält:

		$dd\alpha\cos\delta$	$dd\delta$
1860	Sept. 19.5	+4"0	+0"4
	Oct. 16.5	+3.8	+0.4
	Nov. 10·5	+3.5	+0.3
	Dec. 2.5	+3.0	+0.1
1861	Jan. 9·5	$+2 \cdot 4$	0.0
	Feb. 6.5	$+2\cdot 1$	-0.1
	Dec. 6.5	-0.7	0.0
	Dec. 29·5	-0.8	$+0\cdot 1$
1862	Jan. 21·5	-0.8	0.0

Ich konnte nun daran gehen, diese Coëfficienten in die Normalgleichungen zusammenzuziehen, um aus diesen die Correctionen der Elemente nach der Methode der kleinsten Quadrate zu erhalten. Es mussten vorerst die obigen Bedingungsgleichungen mit den Quadratwurzeln ihrer Gewichte oder mit ihrer Präcision multiplicirt werden. Um aber die Rechnung möglichst sicher und bequem zu gestalten, ist es wünschenswerth, die Coëfficienten der verschiedenen Unbekannten nahezu gleichwerthig zu machen, um den Controllerechnungen, die die Methode der kleinsten

Quadrate bietet, die möglichste Sicherheit zu geben; mir ist es immer am zweckmässigsten erschienen, die Unbekannten so zu wählen, dass der grösste Coëfficient, mit dem sie verbunden erscheint, der Einheit gleich gesetzt wird. Ich habe desshalb angenommen:

$$z = [0.62841] dL'$$
 $w = [3.10651] d\mu$
 $u = [0.07588] d\pi'$ $x = [0.36601] di'$
 $v = [0.70222] d\varphi$ $y = [0.09720] d\Omega'$

wobei die in den eckigen Klammern stehenden Coëfficienten logarithmisch angesetzt sind. Um aber für die Beobachtungsfehler selbst ähnliche bequeme Zahlenwerthe zu erlangen, habe ich als Fehlereinheit wieder den mit seiner Präcision multiplicirten grössten Fehler als Einheit angenommen; der briggische Logarithmus der so gewählten Fehlereinheit in Bogensekunden ist daher gesetzt worden: 1.03142. Will man aus den neu eingeführten Unbekannten sofort auf die Änderungen der Elemente in Bogensekunden übergehen, so hat man zu diesem Übergange sofort:

$$\begin{array}{ll} dL' = [0 \cdot 40301] \, z & d\mu = [7 \cdot 92491] \, w \\ d\pi' = [0 \cdot 95554] \, u & di' = [0 \cdot 66541] \, w \\ d\varphi = [0 \cdot 32920] \, v & d\Omega' = [0 \cdot 93422] \, y \end{array}$$

wobei wieder die in die eckigen Klammern gesetzten Coëfficienten logarithmisch zu verstehen sind. Man findet nun so als neue Bedingungsgleichungen, die sofort in die Normalgleichungen nach den bekannten Methoden umgesetzt werden können, die folgenden, in denen alle Zahlen logarithmisch angesetzt sind.

```
7.42547x + 9.27765y + 9.98361z + 9.98133y + 9.76960y + 7.79098w = 9.31098
                                                                 =0,00000
8, 78026
                                 0,00000
                                            9,78264
            9.29421
                       0.00000
                                                        8, 00644
8,70185
                                            9_{n}38064
                                                                 =9,73458
            8.91799
                       9.61702
                                  9, 62375
                                                        7, 50608
8,95297
                                            9,41971
                                                                 =9,35442
                                 9,72161
                                                        8.07054
            9.00281
                       9.70586
                                            9, 12029
9, 03443
            8.84987
                       9.61632
                                  9,64714
                                                        8.75467
                                                                 = 8.77203
9<sub>n</sub> 14500
                                                                 = 9.29822
            8.77579
                       9.66032
                                  9,69652
                                            8, 75390
                                                        9.06528
9.05026
            8, 72335
                                 8, 95665
                                            9.71665
                                                        9.71595
                                                                 = 9.79687
                       9.50841
9.28200
            8_{n}98291
                       9.79472
                                 9, 21618
                                            0.00000
                                                        0.00000 = 9.10186
                                 9, 08441
                                                                 =9,38500
9.05732
            8,84499
                       9.66020
                                            9.86137
                                                        9.85781
                                 9,58710
7, 81534
                                                                 = 8.44570
            9, 98541
                       9.59373
                                            9,40357
                                                        7, 90170
                                 9_{n}60157
                                                                 = 8,88624
9.16891
            0,00000
                                            9,41991
                                                        8, 25111
                       9.60589
                                                                  =9,39018
9.09119
                                                        7,82692
            9,61924
                       9 \cdot 21909
                                 9,, 22281
                                            9,01505
```

```
9 \cdot 34196 x + 9_n \cdot 70397 y + 9 \cdot 30921 z + 9_n \cdot 32344 u + 9_n \cdot 05154 v + 6_n \cdot 63128 w = 9_n \cdot 13139
              9, 58345
                                       9, 25380
                                                    8,74018
9.42557
                          9 \cdot 22305
                                                                  8 \cdot 33873
                                                                            = 9,83342
9.54967
              9,58783
                          9.25682
                                       9, 29289
                                                    8, 23821
                                                                  8.66925
                                                                             =9.51889
              9.08571
                          8,81177
                                       8 \cdot 19143
                                                    9, 02933
9.73353
                                                                  9, 03298
                                                                             = 9,66319
0.00000
              9.45727
                          9,07039
                                       8.44502
                                                    9, 28093
                                                                  9, 28449
                                                                             = 8.97057
                          8.86947
                                                    9,07149
9.84748
              9.38859
                                       8 \cdot 28523
                                                                  9.06876
                                                                             = 8.92585
```

Die Summe der Fehlerquadrate ist für die oben eingeführte Fehler-Einheit

$$nn = 2.7845$$
.

Die aus den obigen Bedingungsgleichungen resultirenden Normalgleichungen sind:

Ich habe die Unbekannten in diesen Normalgleichungen so angeordnet, dass das voraussichtlich am unsichersten zu bestimmende Element w, welches eine Function der täglichen mittleren siderischen Bewegung ist, als letztes erscheint, eine Vorsicht, die sich später auf das beste bewährte. Indem ich nun nach der bekannten Methode, die Elimination der Unbekannten ausführte, zeigte es sich, dass in der That der Bestimmung dieser Unbekannten nach der gewöhnlichen Methode eine sehr beträchtliche Unsicherheit innewohnt, so dass die Erreichung des Fehlerquadratsminimum fraglich wird; ich habe demnach nur die Elimination bis zur Unbekannten v ausgeführt und erhielt demnach vorerst die folgenden Bestimmungsgleichungen, in denen wieder alle Coëfficienten logarithmisch angesetzt sind.

```
0.338108x + 8_0.95995 y + 6.954243z + 7_0.43457 u + 7_0.478566 v + 7_0.710963w = 9_0.71064
           0.467004
                                  9.785505
                                              8.880779
                                                          9,411813 = 9.322893
                       9, 867050
                       0.570940
                                  0, 513691
                                              9, 751331
                                                          0.068820
                                                                    = 0.154050
                                                                    = 9.537367
                                  9.520860
                                              9.970634
                                                          9.837000
                                              9.210005
                                                         8.985992 = 9.134174
```

Die Summe der Fehlerquadrate soll, wenn man vorläufig w = 0 setzt, herabgemindert werden auf:

Ich habe nun vorläufig auf die Bestimmung der Unbekannten w verzichtet und vorerst die übrigen Unbekannten als Functionen von w dargestellt; schreibt man alle Coëfficienten logarithmisch, so erhält man die folgenden Relationen:

$$v = [9.92417] + [9.77599]w$$

$$u = [0.12283] + [9.59004]w$$

$$z = [0.15189] + [9.87284]w$$

$$y = [8.47914] + [7.46090]w$$

$$x = [9.37468] + [7.09202]w$$

Setzt man nun diese Werthe in die obigen Bedingungsgleichungen ein, so erhält man eine Bestimmung von w aus 18 Gleichungen, die beträchtlich sicherer ist, als die Bestimmung aus den Normalgleichungen; man wird vorerst eine durchgreifende Prüfung haben, dass die Summe der Fehlerquadrate in den Bedingungsgleichungen, w=0 gesetzt, gleich sein muss der oben während der Elimination angegebenen Zahl, nämlich: 1.6300; die Fehler selbst sind in diesem Falle identisch mit den in den folgenden Gleichungen rechts vom Gleichheitszeichen stehenden Werthen. Ich finde so:

Rectascensionen	Declinationen
+0.01104 w = +0.39092	+0.00357 w = +0.25383
-0.00595 w = -0.40743	-0.00341 w - +0.19106
-0.00541 w = -0.32096	-0.00213 w = -0.12862
-0.00582 w = -0.00188	-0.00161 w = +0.00760
-0.00053 w = +0.14405	+0.00116 w = -0.58460
+0.00189 w = +0.20432	+0.00254 w = -0.24423
+0.00395 w = +0.55142	-0.00138 w = -0.31000
+0.00240 w = -0.00486	-0.00120 w = +0.18265
-0.00669 w = -0.34041	+0.00114 w = +0.27801

Die oben angezeigte Prüfung zeigt in der That eine sehr schöne Übereinstimmung; bildet man nun w=0 gesetzt die Summe der Fehlerquadrate, so findet sich dieselbe identisch wie früher, nämlich:

$$nn_1 = 1.6300.$$

Bestimmt man sich nun aus diesen Gleichungen w, so erhält man

und die Summe der Fehlerquadrate soll nun herabgemindert werden auf:

$$nn = 1.1257$$

womit das Substitutionsresultat völlig stimmt, indem es für die Summe der übrig bleibenden Fehlerquadrate ganz dieselbe Zahl, nämlich 1·1257 finden lässt. Bestimmt man sich nun die Unbekannten und geht sofort von diesen auf die Änderungen der Elemente über, so findet man für dieselben:

$$d\mu = +0 \text{ "} 32672$$
 $dL' = -1 \text{ '} 16 \text{ "} 89$
 $d\varphi = -47 \text{ "} 69$ $d\Omega' = -1 \text{ "} 22$
 $d\pi' = -2 \text{ '} 28 \text{ "} 39$ $di' = -0 \text{ "} 87$

und die in den Normalorten übrig bleibenden Fehler sind:

	$d\alpha\cos\delta$	$d\delta$
1860 Sept. 19·5	<u>0</u> • 20	+0,62
Oct. 16.5	-0.89	+1.64
Nov. 10·5	$-1 \cdot 19$	-0.49
Dec. 2.5	+1.70	+0.53
1861 Jan. 9·5	$+1\cdot25$	-4.78
Febr. 6.5	+0.81	$-2 \cdot 13$
Dec. 6.5	+4.28	$-2 \cdot 76$
Dec. 29·5	-0.61	+1.42
1862 Jan. 21·5	-0.71	+2.05

Die Elemente selbst als auch die Fehler sind oben als Functionen von w dargestellt worden, will man sich nun in sehr durchsichtiger Weise die Unsicherheit, die etwa μ anhaftet, anschaulich machen, so dürfte es am zweckmässigsten sein, sowohl die Elemente als auch die übrig bleibenden Fehler unmittelbar als Functionen von $\Delta\mu$ darzustellen; nimmt man für $\Delta\mu$ als Einheit eine Bogensekunde, so findet man aus den bisherigen Entwickelungen leicht die folgenden Elemente:

(62) Erato.

Mittl. Äquator 1860, 0. Oscul. u. Epoche 1860 Sept. 30,0. $L' = 15^{\circ} 0'46''61 - 3'44''36 \Delta \mu$ $M = 340 47 \quad 2 \cdot 60 + 3 \quad 13 \cdot 15 \Delta \mu$ $\pi' = 34 \quad 13 \quad 44 \cdot 01 - 6 \quad 57 \cdot 51 \Delta \mu$ $\Omega' = 4 \quad 42 \quad 45 \cdot 08 - 0 \quad 2 \cdot 95 \Delta \mu$ $i' = 22 \quad 13 \quad 24 \cdot 53 + 0 \quad 0 \cdot 68 \Delta \mu$ $\varphi = 9 \quad 49 \quad 26 \cdot 51 - 2 \quad 31 \cdot 45 \Delta \mu$ $\mu = 641'' 06372 \qquad \Delta \mu$ $\log a = 0 \cdot 4954036 \qquad -0 \cdot 0004517 \Delta \mu$

und die Fehler in den Orten im Sinne Beobachtung-Rechnung:

		$dz \cos \delta$	$d\hat{o}$	Gewicht
1860	Sept. $19 \cdot 5$	-0 *20 $-$ 7*05 $\Delta\mu$,	$+0^{\circ}62 - 2^{\circ}284$	Δμ. 4 ,0
	Oct. 16:5	$-0.89 + 3.58 \Delta \mu$	+1.64 + 2.054	$^{\lambda\mu}$ 4,5
	Nov. 10·5	$-1.19 + 6.91 \Delta \mu$	-0.49 + 2.724	Δμ. 1,0
	Dec. 2.5	$+1.70 + 5.26 \Delta \mu$	+0.53 + 1.454	Δμ. 2,0
1861	Jan. 9.5	$+1.25 + 0.48 \Delta \mu$	-4.78 - 1.054	$^{\lambda\mu}$ 2,0
	Feb. 6.5	$+0.81 - 1.39 \Delta \mu$	-2.13 - 1.874	0,3 م∆
	Dec. 6.5	$+4.28 - 5.05 \Delta \mu$	-2.76 + 1.764	λμ 1,0
	Dec. 29·5	$-0.61 - 1.77 \Delta \mu$	+1.42 + 0.894	0,3 م
1862	Jan. 21.5	$-0.71 + 6.98 \Delta u$,	+2.05 - 1.194	Δμ. 1,5

Um nun den Einfluss von $\Delta\mu$ auf die Orte deutlich hervortreten zu lassen, habe ich der Reihe nach $\Delta\mu$ gleich gesetzt —1·0, —0·5, 0·0, —0·5 und —1·0 und finde die folgende Darstellung der Orte:

	$\Delta \mu = -1.0$	$\Delta \mu = -0.5$	$\Delta \mu = 0.0$	$\Delta \mu = +0.5$	$\Delta \mu = +1.0$
	$d\alpha\cos\delta d\delta$	dacoso dô	$d\alpha\cos\delta$ $d\delta$	$d\alpha\cos\delta$ $d\delta$	daeosô dô
1860 Sept. 19·5 Oct. 16·5 Nov. 10·5 Dec. 2·5 1861 Jan. 9·5 Febr. 6·5 Dec. 6·5 Dec. 29·5 1862 Jan. 21·5	$ \begin{vmatrix} -4.5 & -0.4 \\ -8.1 & -3.2 \\ -3.6 & -0.9 \\ +0.8 & -3.7 \\ +2.2 & -0.3 \\ +9.3 & -4.5 \\ +1.2 & +0.5 \end{vmatrix} $	$\begin{vmatrix} -2 \cdot 7 & +0 \cdot 6 \\ -4 \cdot 6 & -1 \cdot 8 \\ -0 \cdot 9 & -0 \cdot 2 \\ +1 \cdot 0 & -4 \cdot 3 \\ +1 \cdot 5 & -1 \cdot 2 \\ +6 \cdot 8 & -3 \cdot 6 \\ +0 \cdot 3 & +1 \cdot 0 \end{vmatrix}$	$ \begin{vmatrix} -0.2 \\ -0.9 \\ -1.2 \\ -0.5 \\ +1.7 \\ +0.5 \\ +1.3 \\ -4.8 \\ +0.8 \\ -2.1 \\ +4.3 \\ -2.8 \\ -0.6 \\ -0.7 \\ +2.1 \end{vmatrix} $	$ \begin{vmatrix} +0.9 & +2.7 \\ +2.3 & +0.9 \\ +4.3 & +1.2 \\ +1.5 & -5.3 \\ +0.2 & -3.1 \\ +1.6 & -1.9 \\ -1.5 & +1.9 \end{vmatrix} $	$\begin{vmatrix} +2 \cdot 7 & +3 \cdot 7 \\ +5 \cdot 7 & +2 \cdot 2 \\ +7 \cdot 0 & +2 \cdot 0 \\ +1 \cdot 7 & -5 \cdot 8 \\ -0 \cdot 6 & -4 \cdot 0 \\ -0 \cdot 8 & -1 \cdot 0 \\ -2 \cdot 4 & +2 \cdot 3 \end{vmatrix}$

Es zeigt dieses Schema, dass die Darstellung der Orte anfängt mangelhaft zu werden, sobald $\Delta\mu$ die Grenzen $\pm\,0.5$ erreicht; völlig unvereinbar mit der Güte der Beobachtungen ist aber die Darstellung, sobald man $\Delta\mu=\pm\,1$ setzt. Man kann demnach mit grosser Wahrscheinlichkeit annehmen, dass Erato innerhalb der Grenzen gefunden wird, die durch $\Delta\mu=\pm\,0.5$ eingeschlossen werden; mit Sicherheit kann aber darauf gezählt werden, dass die Grenzen eingehalten werden, die durch $\Delta\mu=\pm\,1.0$ angegeben sind. Ich habe desshalb weiter unten die fünf Ephemeriden ausgeführt, die sich den obigen Elementen anschliessen, sobald man der Reihe nach $\Delta\mu$ gleich -1.0, -0.5, 0.0, +0.5 und +1.0 setzt. Man wird vorerst die Nachforschungen auf die Grenzen -0.5 und +0.5 zu beschränken haben und

dann erst auf die weiteren übergehen, wenn allerdings wider Erwarten der Planet nicht in dieser engeren Zone aufgefunden würde; ist es erlaubt nach dem Gange der Fehler eine Vermuthung zu äussern, so möchte ich fast glauben, dass die Durchsuchung der Grenzen zwischen den Hypothesen $\Delta\mu=0$ und $\Delta\mu=+0.5$ die meiste Aussicht auf Erfolg hätte.

Es ist nun noch die letzte durchgreifende Prüfung vorzunehmen, nämlich die directe Berechnung der Orte aus den Elementen, die mit den oben nach den Differentialformeln gefundenen Werthen übereinstimmen muss. Ich finde so durch die directe Nachrechnung aus den obigen Elementen mit Rücksicht auf die mitgetheilten Störungswerthe:

			$d\alpha\cos\delta$	$d\delta$
1860	Sept.	$19\cdot 5$	-0 !1	$+0^{9}7$
	Oct.	$16 \cdot 5$	-0.8	+1.7
	Nov.	10.5	-1.1	-0.4
	Dec.	$2 \cdot 5$	-1.8	± 0.6
1861	Jan.	$9 \cdot 5$	+1.3	-4.8
	Febr.	$6 \cdot 5$	+0.9	$-2 \cdot 1$
	Dec.	$6 \cdot 5$	+4.4	$-2 \cdot 7$
	Dec.	$29 \cdot 5$	-0.6	$+1\cdot4$
1862	Jan.	21.5	-0.7	+2.1

Die Übereinstimmung dieser Werthe mit denen des obigen Schema's, wo $\Delta\mu=0$ gleich gesetzt wurde, ist eine fast völlige und die Differenzen überschreiten kaum die unvermeidliche Unsicherheit einer 7stelligen logarithmischen Rechnung, doch ist bei der Genauigkeit, mit der ich die Rechnung geführt habe, immerhin ein kleiner Einfluss der Glieder zweiter Ordnung merkbar, wiewohl er in dem vorliegenden Falle völlig bedeutungslos ist und nirgends zeigt sich eine grössere Differenz als ein Zehntheil der Bogensekunde. Dieses Hervortreten der Glieder zweiter Ordnung würde allerdings, wenn man Bruchtheile der Bogensekunde völlig verbürgen wollte, die Giltigkeit des obigen Schema's in Zweifel ziehen, doch ist der Einfluss so gering, dass die auf das obige Schema gegründeten Schätzungen über den möglichen Fehler in der täglichen, mittleren siderischen Bewegung ihre volle Giltigkeit haben.

Ich habe nun die oben angeführten äquatorealen Elemente in die ekliptikalen umgesetzt, und zur Darstellung dieser als

Functionen von $\Delta\mu$ mich der oben angeführten Formel II bedient und erhalten nach Abkürzung der Hunderttheile der Bogensekunde in den Elementen :

(62) Erato

mittl. Äq. 1860,0. Osc. u. Epoche 1860, Sept. 30,0 mittl. Berl. Zeit.

$$L = 14^{\circ}38'38'6 - 3'44'14 \Delta \mu$$

$$M = 340 47 2 \cdot 6 + 3 13 \cdot 15 \Delta \mu$$

$$\pi = 33 51 36 \cdot 0 - 6 57 \cdot 29 \Delta \mu$$

$$\Omega = 126 9 31 \cdot 1 + 0 0 \cdot 27 \Delta \mu$$

$$i = 2 12 20 \cdot 3 - 0 1 \cdot 31 \Delta \mu$$

$$\varphi = 9 49 26 \cdot 5 - 2 31 \cdot 45 \Delta \mu$$

$$\mu = 641 \cdot 06372 + \Delta \mu$$

$$\log \alpha = 0 \cdot 4954036 - 0 \cdot 0004517 \Delta \mu$$

Um diese Elemente auf andere mittlere Äquinoctien übertragen zu können, habe ich den Einfluss bestimmt, den die Präcession auf dieselben ausübt und für die jährlichen (tropisches Jahr) Änderungen gefunden:

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} dL \\ d\pi \end{array} \right\} \; = \; +50\, ^{9}245 \\ d\Omega \; \; = \; +41\, \cdot 154 \\ di \; \; = \; -\; 0\, \cdot 327 \end{array}$$

Für den Beobachter wird es auch angenehm sein, ein beiläufiges Mass für die Helligkeit des Planeten zu haben; ich habe desshalb aus den mir bekannten Grössenschätzungen die mittlere Oppositionsgrösse abgeleitet und die folgenden Resultate gefunden:

Datum			Beobachter	geschätzte Gr.	mittl. Oppositionsgr.		
1860	Sept.	14.	Förster u. Lesse	r 11·0	11.9		
	"	19.	Lesser	$11 \cdot 0$	11.9		
	Dec.	3.	Förster	$12 \cdot 5$	$12 \cdot 9$		
1861	Febr.	4.		$12 \cdot 8$	$12 \cdot 5$		
		6.		13.0	$12 \cdot 7$		

Man wird desshalb für die mittlere Oppositionsgrösse anzunehmen haben:

$$Mg = 12.4.$$

Ich habe nun aus den obigen Elementen unter der Annahme von $\Delta \mu = -1.0$, -0.5, 0.0, +0.5 und +1.0 hypothetische

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

12 ^h Berl. Zeit	$\Delta \mu = -1$, 0 $\Delta \mu = -1$			$=-0.5$ $\Delta h = 0.0$			$\Delta \mu = +0.5$			$\Delta \mu = +1$ $^{"}0$					
	α	ó	$\log \Delta$	α	δ	$\log \Delta$	α	ó	$\log \Delta$	α	δ	$log\Delta$	α	δ	$log\Delta$
1871 Aug. 28 29 30 31	23 ^h 49 ^m 18 ^s 23 48 44 23 48 9 23 47 32	-3°40'9 -3 45.7 -3 50.5 -3 55.0	$0.246 \\ 0.245$	23 ^h 53 ^m 31 [*] 23 52 57 23 52 23 23 51 48	-3°15!4 -3 20·1 -3 24·9 -3 29·8	$0.245 \\ 0.244$	23 ⁵ 7 ⁴ 3 ⁵ 23 57 11 23 56 38 23 56 3	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$0.246 \\ 0.245$	0 ^h 1 ^m 54 ^s 0 1 23 0 0 51 0 0 17	$\begin{array}{c c} -2^{\circ}24^{!}3 \\ -2 & 28 \cdot 8 \\ -2 & 33 \cdot 4 \\ -2 & 38 \cdot 1 \end{array}$	$0.246 \ 0.245$	0 ^h 6 ^m 9 ^s 0 5 38 0 5 6 0 4 33	$\begin{array}{c c} -1^{\circ}58!5 \\ -2 & 2 \cdot 9 \\ -2 & 7 \cdot 4 \\ -2 & 12 \cdot 0 \end{array}$	$0.246 \ 0.245$
Sept. 1 2 3 4	23 46 55 23 46 18 23 45 39 23 45 0	$ \begin{vmatrix} -4 & 0.5 \\ -4 & 5.6 \\ -4 & 10.7 \\ -4 & 15.9 \end{vmatrix} $	$0.241 \\ 0.240$	23 51 12 22 50 35 23 49 57 23 49 18	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$0.241 \\ 0.240$	23 55 28 23 54 52 23 54 15 23 53 37	$\begin{array}{cccc} -3 & 8 \cdot 9 \\ -3 & 13 \cdot 9 \\ -3 & 18 \cdot 9 \\ -3 & 24 \cdot 0 \end{array}$	$0.242 \\ 0.240$	23 59 43 23 59 8 23 58 32 23 57 55	$ \begin{vmatrix} -2 & 42 \cdot 9 \\ -2 & 47 \cdot 8 \\ -2 & 52 \cdot 7 \\ -2 & 57 \cdot 7 \end{vmatrix} $	$\begin{array}{c} 0 \cdot 240 \\ 0 \cdot 239 \end{array}$	0 4 0 0 3 25 0 2 50 0 2 14	$\begin{array}{c cccc} -2 & 16 \cdot 7 \\ -2 & 21 \cdot 5 \\ -2 & 26 \cdot 4 \\ -2 & 31 \cdot 4 \end{array}$	$\begin{bmatrix} 0.240 \\ 0.239 \end{bmatrix}$
5 6 7 8	23 44 20 23 43 39 23 42 58 23 42 17	$\begin{bmatrix} -4 & 21 \cdot 2 \\ -4 & 26 \cdot 5 \\ -4 & 31 \cdot 8 \\ -4 & 37 \cdot 1 \end{bmatrix}$	$0.237 \\ 0.236$	23 48 39 23 47 59 23 47 19 23 46 38	-3 55·2 -4 0·4 -4 5·7 -4 11·0	$0.237 \\ 0.236$	23 52 58 23 52 19 23 51 39 23 50 58	-3 29·1 -3 34·3 -3 39·5 -3 44·8	$0.236 \\ 0.235$	23 57 17 23 56 38 23 55 59 23 55 19	$ \begin{vmatrix} -3 & 2.8 \\ -3 & 7.9 \\ -3 & 13.1 \\ -3 & 18.3 \end{vmatrix} $	$0.236 \\ 0.235$	$\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 37 \\ 0 & 0 & 59 \\ 0 & 0 & 21 \\ 23 & 59 & 41 \end{array}$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$0.236 \ 0.235$
9 10 11 12	23 41 35 23 40 52 23 40 9 23 39 25	-4 42·5 -4 47·9 -4 53·3 -4 58·7	$0.234 \\ 0.234$	23 45 56 23 45 14 23 44 31 23 43 48	-4 16·4 -4 21·8 -4 27·2 -4 32·6	$0.234 \\ 0.233$	23 50 17 23 49 35 23 48 53 23 48 11	$ \begin{vmatrix} -3 & 50 \cdot 1 \\ -3 & 55 \cdot 5 \\ -4 & 0 \cdot 9 \\ -4 & 6 \cdot 3 \end{vmatrix} $	$0.233 \\ 0.232$	23 54 39 23 53 58 23 53 16 23 52 34	-3 23·6 -3 28·9 -3 34·3 -3 39·7	$0.232 \\ 0.232$	23 59 1 23 58 20 23 57 39 23 56 57	$ \begin{array}{c cccc} -2 & 57 \cdot 1 \\ -3 & 2 \cdot 4 \\ -3 & 7 \cdot 7 \\ -3 & 13 \cdot 1 \end{array} $	$0.232 \ 0.231$
13 14 15 16	23 38 42 23 37 58 23 37 14 23 36 30	$ \begin{vmatrix} -5 & 4 \cdot 2 \\ -5 & 9 \cdot 6 \\ -5 & 15 \cdot 0 \\ -5 & 20 \cdot 4 \end{vmatrix} $	$0.232 \\ 0.232$	23 43 5 23 42 22 23 41 38 23 40 54	$\begin{array}{c c} -4 & 38 \cdot 0 \\ -4 & 43 \cdot 5 \\ -4 & 48 \cdot 9 \\ -4 & 54 \cdot 3 \end{array}$	$0.231 \\ 0.231$	23 47 28 23 46 45 23 46 1 23 45 17	$\begin{bmatrix} -4 & 11 \cdot 7 \\ -4 & 17 \cdot 1 \\ -4 & 22 \cdot 6 \\ -4 & 28 \cdot 0 \end{bmatrix}$	$0.231 \\ 0.231$	23 51 51 23 51 8 23 50 25 23 49 42	$ \begin{array}{r rrrr} -3 & 45 \cdot 1 \\ -3 & 50 \cdot 5 \\ -3 & 56 \cdot 0 \\ -4 & 1 \cdot 5 \end{array} $	$0.230 \ 0.230$	23 56 15 23 55 33 23 54 50 23 54 7	-3 18·5 -3 23·9 -3 29·3 -3 34·8	$0.229 \ 0.229$
17 18: 19 20	23 35 46 23 35 2 23 34 18 23 33 34	$ \begin{array}{c cccc} -5 & 25 \cdot 8 \\ -5 & 31 \cdot 1 \\ -5 & 36 \cdot 4 \\ -5 & 41 \cdot 6 \end{array} $	$ \begin{bmatrix} 0 \cdot 232 \\ 0 \cdot 232 \end{bmatrix} $	23 40 10 23 39 26 23 38 42 23 37 58	$\begin{array}{c cccc} -4 & 59 \cdot 7 \\ -5 & 5 \cdot 1 \\ -5 & 10 \cdot 4 \\ -5 & 15 \cdot 7 \end{array}$	$0.231 \\ 0.231$	23 44 33 23 43 49 23 43 5 23 42 21	$ \begin{vmatrix} -4 & 33 \cdot 4 \\ -4 & 38 \cdot 8 \\ -4 & 44 \cdot 1 \\ -4 & 49 \cdot 4 \end{vmatrix} $	$0.230 \\ 0.230$	23 48 58 23 48 14 23 42 29 23 46 45	$ \begin{vmatrix} -4 & 6.9 \\ -4 & 12.3 \\ -4 & 17.7 \\ -4 & 23.0 \end{vmatrix} $	$0.228 \\ 0.228$	23 53 23 23 52 39 23 51 55 23 51 11	$ \begin{array}{r rrrr} -3 & 40 \cdot 2 \\ -3 & 45 \cdot 6 \\ -3 & 51 \cdot 0 \\ -3 & 56 \cdot 4 \end{array} $	$0.227 \ 0.227$
21 22 23 24	23 32 50 23 32 7 23 31 23 23 30 41	$ \begin{array}{c cccc} -5 & 46 \cdot 8 \\ -5 & 51 \cdot 9 \\ -5 & 56 \cdot 9 \\ -6 & 1 \cdot 9 \end{array} $	$0.232 \\ 0.233$	23 37 14 23 36 30 23 35 47 23 35 3	$ \begin{vmatrix} -5 & 20 \cdot 9 \\ -5 & 26 \cdot 1 \\ -5 & 31 \cdot 2 \\ -5 & 36 \cdot 2 \end{vmatrix} $	$ \begin{vmatrix} 0 \cdot 231 \\ 0 \cdot 231 \end{vmatrix} $	23 41 37 23 40 53 23 40 10 23 39 26	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$0.230 \\ 0.230$	23 46 1 23 45 17 23 44 33 23 43 49	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$0.228 \ 0.228$	23 50 27 23 49 43 23 48 59 23 48 15	$ \begin{vmatrix} -4 & 1.7 \\ -4 & 7.0 \\ -4 & 12.3 \\ -4 & 17.5 \end{vmatrix} $	$0.227 \ 0.227$
25 26 27 28	23 29 58 23 29 16 23 28 35 23 27 54	$\begin{vmatrix} -6 & 6.8 \\ -6 & 11.6 \\ -6 & 16.4 \\ -6 & 21.0 \end{vmatrix}$	$0.234 \\ 0.235$	23 34 20 23 33 37 23 32 55 23 32 14	$ \begin{array}{c cccc} -5 & 41 \cdot 2 \\ -5 & 46 \cdot 1 \\ -5 & 50 \cdot 9 \\ -5 & 55 \cdot 6 \end{array} $	$0.232 \\ 0.233$	23 38 43 23 38 0 23 37 18 23 36 36	$ \begin{vmatrix} -5 & 15 \cdot 3 \\ -5 & 20 \cdot 3 \\ -5 & 25 \cdot 2 \\ -5 & 30 \cdot 0 \end{vmatrix} $	$0.231 \\ 0.231$	23 43 5 23 42 22 23 41 40 23 40 58	$\begin{vmatrix} -4 & 49 \cdot 1 \\ -4 & 54 \cdot 1 \\ -4 & 59 \cdot 1 \\ -5 & 4 \cdot 0 \end{vmatrix}$	$0.228 \\ 0.229$	23 47 31 23 46 47 23 46 4 23 45 21	$\begin{array}{c cccc} -4 & 22 \cdot 7 \\ -4 & 27 \cdot 8 \\ -4 & 32 \cdot 8 \\ -4 & 37 \cdot 8 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \cdot 228 \\ 0 \cdot 228 \end{array}$
29 30 Oct. 1 2	23 27 14 23 26 34 23 25 56 23 25 18	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{vmatrix} 0.237 \\ 0.238 \end{vmatrix}$	23 31 33 23 30 53 23 30 13 23 29 34	$ \begin{vmatrix} -6 & 0.3 \\ -6 & 4.8 \\ -6 & 9.3 \\ -6 & 13.6 \end{vmatrix} $	$0.234 \\ 0.235$	23 35 54 23 35 13 23 34 32 23 33 53	$\begin{array}{c c} -5 & 34 \cdot 7 \\ -5 & 39 \cdot 3 \\ -5 & 43 \cdot 8 \\ -5 & 48 \cdot 2 \end{array}$	$0.232 \\ 0.233$	23 40 16 23 39 35 23 38 54 23 38 14	$ \begin{vmatrix} -5 & 8 \cdot 8 \\ -5 & 13 \cdot 5 \\ -5 & 18 \cdot 1 \\ -5 & 22 \cdot 6 \end{vmatrix} $	$0.230 \ 0.231$	23 44 39 23 43 57 23 43 16 23 42 35	$\begin{array}{c ccccc} -4 & 42 \cdot 7 \\ -4 & 47 \cdot 5 \\ -4 & 52 \cdot 2 \\ -4 & 56 \cdot 8 \end{array}$	$\begin{bmatrix} 0 \cdot 229 \\ 0 \cdot 230 \end{bmatrix}$
3 4 5 6 7	23 24 40 23 24 4 23 23 28 23 22 53 23 22 20	$\begin{array}{c} -6 & 42 \cdot 7 \\ -6 & 46 \cdot 7 \\ -6 & 50 \cdot 6 \\ -6 & 54 \cdot 3 \\ -6 & 57 \cdot 9 \end{array}$	$0.241 \\ 0.242 \\ 0.243$	23 28 56 23 28 19 23 27 42 23 27 7 23 26 33	$\begin{array}{c} -6 & 17.8 \\ -6 & 21.8 \\ -6 & 25.8 \\ -6 & 29.7 \\ -6 & 33.5 \end{array}$	$ \begin{vmatrix} 0 \cdot 238 \\ 0 \cdot 239 \\ 0 \cdot 240 \end{vmatrix} $	23 33 14 23 32 36 23 31 59 23 31 23 23 30 48	$ \begin{array}{c cccc} -5 & 52 \cdot 6 \\ -5 & 56 \cdot 8 \\ -6 & 0 \cdot 9 \\ -6 & 4 \cdot 9 \\ -6 & 8 \cdot 7 \end{array} $	$ \begin{array}{c c} 0 \cdot 236 \\ 0 \cdot 237 \\ 0 \cdot 238 \end{array} $	23 37 35 23 36 56 23 36 18 23 35 41 23 35 5	$ \begin{array}{rrrr} -5 & 27 \cdot 0 \\ -5 & 31 \cdot 3 \\ -5 & 35 \cdot 5 \\ -5 & 39 \cdot 6 \\ -5 & 43 \cdot 6 \end{array} $	$0.234 \\ 0.235 \\ 0.236$	23 41 55 23 41 16 23 40 37 23 39 59 23 39 22	-5 1·4 -5 5·8 -5 10·1 -5 14·3 -5 18·3	$0.232 \\ 0.233 \\ 0.234$
					1										

Beilage zu paga 649 wnload unter www.biologiezentrum.at

_	$\Delta \mu = -1.0$								
	12 ^h Berl. Zeit	1							
	12" Deri. Zeit	α	δ	$log\Delta$	$- \log \Delta$				
	1871 Aug. 28 29 30 31	23 ⁴ 49 ^m 18 ³ 23 48 44 23 48 9 23 47 32	-3°40'9 -3 45.7 -3 50.5 -3 55.0	0.248 0.246 0.245 0.244	25 0·248 29 0·246 24 0·245 2) 0·243				
	Sept. 1 2 3 4	23 46 55 23 46 18 23 45 39 23 45 0	$ \begin{vmatrix} -4 & 0.5 \\ -4 & 5.6 \\ -4 & 10.7 \\ -4 & 15.9 \end{vmatrix} $	0.243 0.241 0.240 0.239	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
	5 6 7 8	23 44 20 23 43 39 23 42 58 23 42 17	-4 21·2 -4 26·5 -4 31·8 -4 37·1	0.238 0.237 0.236 0.235	2 0·237 2 0·236 2 0·235 2 0·234				
	9 10 11 12	23 41 35 23 40 52 23 40 9 23 39 25	$ \begin{array}{rrrr} -4 & 42.5 \\ -4 & 47.9 \\ -4 & 53.3 \\ -4 & 58.7 \end{array} $	0.235 0.234 0.234 0.233	21 0·233 24 0·232 27 0·231 21 0·230				
	13 14 15 16	23 38 42 23 37 58 23 37 14 23 36 30	$ \begin{array}{c cccc} -5 & 4 \cdot 2 \\ -5 & 9 \cdot 6 \\ -5 & 15 \cdot 0 \\ -5 & 20 \cdot 4 \end{array} $	$\begin{array}{c} 0 \cdot 233 \\ 0 \cdot 232 \\ 0 \cdot 232 \\ 0 \cdot 232 \end{array}$	5 0·230 9 0·229 2 0·229 2 0·228				
	17 18 19 20	23 35 46 23 35 2 23 34 18 23 33 34	$ \begin{array}{c cccc} -5 & 25 \cdot 8 \\ -5 & 31 \cdot 1 \\ -5 & 36 \cdot 4 \\ -5 & 41 \cdot 6 \end{array} $	$ \begin{vmatrix} 0.232 \\ 0.232 \\ 0.232 \\ 0.232 \end{vmatrix} $	22 0·228 25 0·227 20 0·227 24 0·227				
	21 22 23 24	23 32 50 23 32 7 23 31 23 23 30 41	$ \begin{array}{c cccc} -5 & 46.8 \\ -5 & 51.9 \\ -5 & 56.9 \\ -6 & 1.9 \end{array} $	$0.232 \\ 0.233$	27 0・227 20 0・227 28 0・227 25 0・227				
	25 26 27 28	23 29 58 23 29 16 23 28 35 23 27 54	$\begin{array}{cccc} -6 & 6.8 \\ -6 & 11.6 \\ -6 & 16.4 \\ -6 & 21.0 \end{array}$	$0.234 \\ 0.235$	27 0·228 28 0·228 28 0·228 28 0·228				
	29 30 Oct. 1 2	23 27 14 23 26 34 23 25 56 23 25 18	$ \begin{array}{c cccc} -6 & 25 \cdot 6 \\ -6 & 30 \cdot 0 \\ -6 & 34 \cdot 4 \\ -6 & 38 \cdot 6 \end{array} $	$0.237 \\ 0.238$	27 0·229 25 0·229 22 0·230 28 0·231				
	3 4 5 6 7	23 24 40 23 24 4 23 23 28 23 22 53 23 22 20	$\begin{array}{c} -6 & 42 \cdot 7 \\ -6 & 46 \cdot 7 \\ -6 & 50 \cdot 6 \\ -6 & 54 \cdot 3 \\ -6 & 57 \cdot 9 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.240 \\ 0.241 \\ 0.242 \\ 0.243 \\ 0.244 \end{array}$	24 0·232 28 0·232 21 0·233 23 0·234 23 0·235				
]			1	1				

Ephemeriden (siehe Beilage) zur Aufsuchung des Planeten gerechnet; zunächst war es nöthig, die Elemente auf einen der kommenden Opposition nahe liegenden Osculationspunkt zu verlegen; ich wählte hierfür den 13. September 1871 und ermittelte durch Integration der oben mitgetheilten Differentialquotienten, zunächst die Störungen für die Zeit 1860 Sept. 30,0 — 1871 Sept. 13,0 wie folgt:

Man erhält daher zur Berechnung der fünf hypothetischen Ephemeriden die folgenden fünf Elementensysteme, bei denen durchaus die Osculation und Epoche für 1871 Sept. 13,0 mittl. Berliner Zeit angenommen ist; als Fundamentalebene gilt die Ekliptik 1870,0.

Die Opposition tritt nach diesen Elementen nahe am 17. September ein, die Lichtstärke wird etwa $2\cdot 1$ sein und die Grösse zur Zeit der Opposition $11\cdot 6$. Ich hebe hier nochmals hervor, dass man mit Sicherheit erwarten darf, dass der Planet innerhalb der Grenzen der Hypothesen $\Delta\mu = -1\cdot 0$ und $\Delta\mu = +1\cdot 0$ gefunden wird; es ist sogar mit einem hohen Grade von Wahrscheinlichkeit anzunehmen, dass derselbe innerhalb der Hypothesen $\Delta\mu = -0\cdot 5$ und $\Delta\mu = +0\cdot 5$ stehen wird und man sich daher vorerst auf die Durchforschung dieser engeren Grenzen beschränken darf; es scheint mir, wie schon oben darauf hingewiesen worden, einigermassen angedeutet, dass der Werth von $\Delta\mu$ zwischen den Grenzen 0 und $+0\cdot 5$ eingeschlossen sein wird.

Zusatz zur Abhandlung: "Über die Bahn des Planeten (62) "Erato".

Kurze Zeit, nachdem ich meine Rechnungen über Erato vollendet und der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften am 16. Februar vorgelegt hatte, lief eine Beantwortung meiner Anfrage nach Berlin über die in vorstehender Abhandlung erwähnte muthmassliche Beobachtung der Erato in der dritten Opposition ein. Dr. F. Tietjen, Observator der Berliner Sternwarte, schreibt mir hierüber:

"Über die Beobachtung der Erato in der dritten Opposition kann ich nur sagen, dass ich damals ein äusserst schwaches Object beobachtete, dessen Bewegung ich wahrzunehmen glaubte-Später konnte ich an dem beobachteten Orte nie etwas wieder entdecken, was mir zu bestätigen scheint, dass das beobachtete Object der Planet gewesen ist."

Die mitgetheilte Beobachtung ist:

1863 April 10,
$$12^h55^m5^s$$
 m. Zt. Berlin. $\alpha = 12^h18^m35^s52$, $\delta = +0°54'3"5$

und es wird von Tietjen der Zusatz gemacht, dass die Beobachtungszeit wohl auch 13^h 54^m 55^s lauten kann, indem ein Schreibfehler von einer Sternzeitstunde vorgefallen ist; doch ist die erstere Annahme jedenfalls viel plausibler.

Es war nun von Wichtigkeit, von meiner Seite durch Rechnung zu entscheiden, ob das beobachtete Object Erato war oder nicht. Ich nahm die letzten Elemente meiner vorstehenden Abhandlung vor und leitete mit beiläufiger Rücksicht auf die Störungen durch Jupiter und Saturn die folgende kleine genäherte Ephemeride ab:

12 ^h Berl. Zeit	α (62)	ð (62)	$\log\!\Delta$	${f A}{f b}{f r}{f r}{f t}.$
1863 April 9	12 ^h 19 ^m 13 ^s 53	+0°49'59"5	0.4175	21 ^m 42 ^s
10	$12\ 18\ 34\cdot04$	+0 54 12.4	$0 \cdot 4183$	21 44
11	$12\ 17\ 55\cdot04$	$+0 58 21 \cdot 2$	0.4192	$21 \ 47$

Vergleicht man hiemit diese Beobachtung, so erhält man mit Rücksicht auf die Parallaxe $\{d\alpha = +0^{\circ}06, d\delta = +2^{\circ}6\}$ die folgende Differenz im Sinne Beobachtung—Rechnung:

$$\Delta \alpha = +2$$
, 45 $\Delta \delta = -12$.

womit auf schöne Weise die Richtigkeit der Beobachtung und meiner Elemente erwiesen ist. — Wäre die letztere Zeitangabe die richtige, so hätte man für die Parallaxe anzunehmen: $d\alpha = +0.09$, $d\hat{o} = +2.6$ und hätte als Differenz zwischen der Beobachtung und Rechnung

$$\Delta \alpha = +4$$
, 11 $\Delta \delta = -22$. 6.

Indem ich die erstere Annahme als richtig gelten liess, bildete ich den folgenden auf das mittlere Äquinoctium 1860,0 bezogenen Normalort

1863 April 10·5
$$\alpha = 184°36'22''4$$
 $\delta = +0°55'11''8.$

Mit diesem Orte habe ich die in vorstehender Abhandlung als die besten bezeichneten Elemente mit Rücksicht auf die Störungen durch Jupiter und Saturn streng verglichen und erhalten:

$$\Delta \alpha = +35'21$$
 $\Delta \delta = -15''85.$

Um nun die Elemente dieser Beobachtung möglichst anzuschliessen, habe ich zunächst den differentiellen Einfluss der erwähnten Elemente auf diesen Ort ermittelt und gefunden, in dem die Coëfficienten logarithmisch angesetzt sind.

$$\begin{array}{l} 9 \cdot 98069 dL' + 2 \cdot 93562 d\mu + 0 \cdot 04876 d\varphi + 9 \cdot 48978 d\pi' + 9 \cdot 42903 \sin i' d\Omega' + \\ & 8_n 57161 di' = +35 \cdot 21 \cos \delta \\ 9_n 59215 dL' + 2_n 54150 d\mu + 9_n 67389 d\varphi + 9_n 09485 d\pi' + 0 \cdot 13565 \sin i' d\Omega' + \\ & 8_n 96029 di' = -15 \cdot 85. \end{array}$$

Ich habe mich zunächst durch willkürliche Variation der Elemente von der Richtigkeit dieser Coëfficienten überzeugt. In der obigen Abhandlung ist der Einfluss einer veränderten Annahme über μ auf die Elemente angegeben; mit diesen Coëfficienten kann man nun in diesen Gleichungen die Unbekannten bis auf $d\mu$ eliminiren. Thut man diess, so verwandeln sich die obigen Gleichungen in die folgenden:

$$+348.88\Delta\mu = +35.21\cos\delta$$

-138.38Δ $\mu = -15.85$

aus denen die Bestimmung von $\Delta \mu$ nach der Methode der kleinsten Quadrate resultirt.

$$\Delta \mu = +0$$
 10277 und die Fehler $dz \cos \delta = -0$ 6, $d\delta = -1$ 6. Sitzb. d. mathem.-naturw. Cl. LXIII. Bd. II. Abth.

Wäre die zweite Zeitangabe die richtige, so müssen die Gleichungen zur Bestimmung von $\Delta \mu$ sein:

$$+348.88 \Delta \mu = +60$$
 11 cos δ
-138.38 $\Delta \mu = -26$ 35

und es würde gefunden werden:

$$\Delta \mu = +0$$
 17474 und die Fehler $d\alpha \cos \delta = -0$ 8 $d\delta = -2$ 2.

Hierdurch bestätigt sich die von mir geäusserte Vermuthung, dass der Planet in den Grenzen $\Delta\mu=0.0$ und $\Delta\mu=+0.5$ gefunden werden wird. Dadurch nun, dass ich in der Lage bin zu behaupten, dass die Berliner Beobachtung sich auf Erato bezieht, ist schon die Wiederauffindung des Planeten gesichert, indem die noch bestehende verhältnissmässig kleine Unsicherheit in der Vorausbestimmung des Ortes auf die engsten Grenzen herabgebracht wird. Indem ich nun dem ersteren Werthe von $\Delta\mu$, der jedenfalls der plausiblere ist, den Vorzug gebe, erhalte ich die folgenden Elemente der Erato aus denen der obigen Abhandlung und den daselbst mitgetheilten Geörungswerthen.

62) Erato. 62) Erato. mittl. Äquinoctium 1860,0 mittl. Äquinoctium 1871,0 Osculat. u. Epoche 1860, Sept. 30,0 Osculat. u. Epoche 1871, Sept. 13,0 mittl. Berl. Zeit mittl. Berl. Zeit. $L = 6^{\circ} 0' 8!0$ L = 14°38'15"6 $M = 340 \ 47 \ 22 \cdot 4$ M = 328 33 38.8 $\pi = 33\ 50\ 53 \cdot 2$ $\pi = 37 \ 26 \ 29 \cdot 2$ $\Omega = 126 \ 9 \ 31 \cdot 1$ $\Omega = 125 \ 49 \ 37.8$ i = 2 12 29.1i = 2 12 20.2 $\varphi = 94910.9$ $\varphi = 9 \ 46 \ 20.6$ $\mu = 641 \cdot 16649$ $\mu = 641.3873$ $\log a = 0.495357.$ $\log a = 0.495257.$

Diese letzteren Elemente dienten mir nun dazu, die folgende strenge Ephemeride abzuleiten, die wohl auf ±20° den Ort des Planeten wiedergeben wird. Wäre die zweite Annahme über die Beobachtungszeit die richtige, so wäre der Planet in etwa um 38° grösseren Rectascensionen zu suchen. Hypothetische Ephemeriden habe ich unterlassen abzuleiten, indem einerseits die Unsicherheit in dem voraus berechneten Orte gering ist und ausserdem die hypothetischen Ephemeriden der vorstehenden Abhandlung eine völlig sichere Leitung geben.

Oppositionsephemeride für 1871.

12 ^h Berl. Zeit		$\alpha(\widehat{62})$	$\widehat{\delta(62)}$	$\log\!\Delta$	Abrrzt.
1871	Aug. 30 , 31 Sept. 1 , 2	23 ⁵ 57 ^m 29 ⁵ 54 23 56 55·44 23 56 20·42 23 55 44·52	- 2°53'52'5 - 2 58 38·4 - 3 3 29·4 - 3 8 25·2	0.2448 0.2434 0.2421 0.2408	14 ^m 35 ^s 14 32 14 29 14 27
	3 4 5 6	23 55 7·75 23 54 30·15 23 53 51·77 23 53 12·65	- 3 13 25·3 - 3 18 29·4 - 3 23 37·3 - 3 28 48·6	0.2396 0.2385 0.2374 0.2364	14 24 14 22 14 20 14 18
	$7\\8\\9\\10$	23 52 32 83 23 51 52 34 23 51 11 24 23 50 29 60	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	0.2355 0.2346 0.2338 0.2330	14 16 14 14 14 13 14 11
	11 12 13 14	23 49 47·47 23 49 4·89 23 48 21·92 23 47 38·63	- 3 55 24·7 - 4 0 49·1 - 4 6 14·3 - 4 11 39·9	0.2323 0.2317 0.2312 0.2307	14 10 14 9 14 8 14 7
	, 15 , 16 , 17 18	23 46 55·05 23 46 11·23 23 45 27·25 23 44 43·17	- 4 17 5·6 - 4 22 30·9 4 27 55·3 - 4 33 18·6	0.2303 0.2300 0.2297 0.2295	14 6 14 5 14 5 14 5
	19 20 21 22	23 43 59·05 23 43 14·97 23 42 30·96 23 41 47·08	- 4 38 40·2 - 4 43 59·7 - 4 49 16·7 - 4 54 31·0	0.2293 0.2293 0.2293 0.2294	$egin{array}{cccc} 14 & 4 \\ 14 & 4 \\ 14 & 4 \\ 14 & 4 \\ \end{array}$
	23 24 25 26	23 41 3·37 23 40 19·90 23 39 36·72 23 38 53·88	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	0.2295 0.2297 0.2300 0.2304	14 5 14 5 14 5 14 6
	27 28 29 30	23 38 11·45 23 37 29·48 23 36 48·02 23 36 7·10	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	0.2308 0.2313 0.2319 0.2325	14 7 14 8 14 9 14 10
	Octob. 1 2 3 4 5	23 35 26·77 23 34 47·08 23 34 8·05 23 33 29·73 23 32 52·16 (62) % ①	- 5 38 32·6 - 5 42 59·4 - 5 47 19·9 - 5 51 33·9 - 5 55 41·1 Sept. 17·8.	0.2332 0.2340 0.2348 0.2357 0.2366	14 12 14 13 14 15 14 17 14 18
		\sim			

Oppositionsgrösse = $11 \cdot 6$. Oppositionshelligkeit = $2 \cdot 1$.

XI. SITZUNG VOM 20. APRIL 1871.

Die Redaction des "Jahrbuches über die gesammten Fortschritte der Mathematik" zu Berlin dankt mit Schreiben vom 13. April l. J. für die Betheilung mit Publicationen der Classe.

Herr Franz Schindler zu Hermannstadt übersendet eine Mittheilung, betitelt: "Der Auftrieb des Wassers als bewegende Kraft".

Herr Prof. Dr. C. Freih. v. Ettingshausen legt eine für die Denkschriften bestimmte Abhandlung: "Über die Blattskelete der Loranthaceen" vor.

Herr Prof. Dr. F. Simony bespricht verschiedene Verhältnisse der Gletscher des Dachsteingebirges.

Herr Prof. J. Seegen überreicht eine Abhandlung, betitelt: "Genügen die bis jetzt angewendeten Methoden, um kleine Mengen Zucker mit Bestimmtheit im Harn nachzuweisen"?

Herr Prof. Dr. Adolf Weiss übergibt eine Abhandlung: "Beitrag zur Kenntniss der Perforationen an Pflanzengefässen", vom Herrn Dr. Ed. Tangl.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

- Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. Februar 1871. Berlin; 8°.
- Astronomische Nachrichten. Nr. 1840 (Bd. 77. 16). Altona, 1871; 4°.
- Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P Tome XL^c, Nr. 159. Genève, Lausanne, Paris, 1871; 8°.
- Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXII, Nrs. 11—12. Paris, 1871; 4°.

- Gesellschaft, Astronomische, zu Leipzig: Vierteljahrsschrift. VI. Jahrgang, 1. Heft. Leipzig, 1871; 80.
 - Anthropologische, in Wien: Mittheilungen. I. Band, Nr. 7. Wien, 1871; 8°.
 - geographische, in Wien: Mittheilungen. N. F. 4, 1871, Nr. 4. Wien; 8°.
 - österr., für Meteorologie: Zeitschrift. VI. Band, Nr. 8. Wien, 1871; 80.
- Hauer, Franz Ritter von, Zur Erinnerung an Wilhelm Haidinger. Wien, 1871; 40.
- Isis: Sitzungs-Berichte. Jahrgang 1870, Nr. 10—12. Dresden, 1871; 80.
- Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Memorie. Vol. XV. Parte 2^a. 1871; 4^o. Atti. Tomo XVI^o, Serie III^a Disp. 4^a. Venezia, 1870—71; 8^o.
- Landbote, Der steirische. 4. Jahrgang, Nr. 8. Graz, 1871; 4°. Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen & Mittheilungen. Jahrgang 1871, Nr. 9. Wien; 8°.
- Moritz, A., Zwei Bemerkungen zu Regnault's Tafel der Spannkraft des Wasserdampfes. Tiflis, 1870; 8°. Kaukasische Ephemeriden für das Jahr 1871. Tiflis, 1870; 8°.
 - und H. Kiefer, Sammlung von Hilfstafeln zur Berechnung barometrischer Höhenmessungen. Tiflis, 1870; 80.
- Nature. Nr. 76, Vol. III. London, 1871; 40.
- Wiener Medizin. Wochenschrift. XXI. Jahrgang, Nr. 15. Wien, 1871; 40.
- Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig & Hübner. XIV. Jahrgang. N. F. VII. Band, 3. Heft. Leipzig, 1871; 8°.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: <u>Sitzungsberichte der Akademie der</u> Wissenschaftlen mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1871

Band/Volume: 63_2

Autor(en)/Author(s): Oppolzer Theodor Egon Ritter von

Artikel/Article: Über die Bahn des Planeten 62 "Erato" 619-655