

Über den Einfluss der Rotation des Erdsphäroids auf terrestrische Bewegungen, insbesondere auf Meeres- und Windströmungen.

II. Theil.

Von Prof. Dr. **Joseph Finger** in Wien.

Im LXXVI. Bande der Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften [1] behandelte ich theoretisch den Einfluss der Erddrehung auf solche Bewegungen an der Erdoberfläche, die parallel zur letzteren vor sich gehen. Die Beachtung, die dieser Arbeit namentlich von Seite der Meteorologen zu Theil wurde, veranlasste mich, auch den Einfluss der Rotation des als sphäroidisch angenommenen Erdkörpers auf nicht horizontale, also auf- und absteigende Bewegungen, die nahe der Erdoberfläche stattfinden, zumal auf Winde und Meeresströmungen der strengen Rechnung zu unterziehen, wodurch ich zu Formeln gelangte, die mit den bisher aufgestellten Näherungsformeln in nicht unerheblichem Widerspruche stehen.[2] Diese Untersuchungen veröffentliche ich in der vorliegenden Abhandlung, die sich demgemäss als zweiter Theil der vorgenannten Publication anschliesst.

---

[1] „Über den Einfluss der Erdrotation auf die parallel zur sphäroidischen Erdoberfläche in beliebigen Bahnen vor sich gehenden Bewegungen." Sitzber. d. Ak. d. Wiss. 1877, II. Abth., Juni-Heft.

[2] Es wurde dieser Gegenstand in der erwähnten Allgemeinheit von William Ferrel (siehe Meteorological Researches by William Ferrel Part I: On the mechanics and the general motions of the atmosphere, Washington 1877) für die als sphärisch angenommene Erde behandelt, doch widersprechen die in der folgenden Arbeit auf analytischem Wege deducirten Gesetze selbst nach ihrer Specialisirung für die Kugelfläche den Formeln Ferrel's in gar manchen Punkten.

Die Coordinaten eines beliebigen Punktes M in der Nähe der Erdoberfläche zur beliebigen Zeit t, und zwar bezüglich dreier im Erdcentrum sich schneidender Axen, die zu den Axen eines fixen orthogonalen Axensystems parallel sind und deren Z-Axe die Lage der Erdaxe hat, seien mit XYZ bezeichnet.

Von der Präcession der Nachtgleichen sei hier abgesehen, also die Richtung der Erdaxe als constant angenommen. Wenn auch demgemäss das System der XYZ-Axen an dem jährlichen Umlaufe der Erde um die Sonne Theil nimmt, so ist dessen Bewegung im Raume blos eine progressive, so dass eine volle Umdrehung der Erde bezüglich dieses Axensystems, und zwar um die Z-Axe desselben, im Verlaufe eines Sterntages sich vollzieht. Dem entsprechend sind auch alle Zeitangaben in der folgenden Untersuchung als in Sternzeit ausgedrückt anzusehen.

Als positive Richtung der Z-Axe sei — wenigstens vorläufig — die Richtung vom Erdmittelpunkte nach dem Südpole der Erde angenommen, um nämlich die positive Z-Axe als die positive Rotationsaxe der thatsächlich von West nach Ost stattfindenden Rotation der Erde ansehen zu können.

Ein zweites xyz-Axensystem mit demselben Anfangspunkte und derselben positiven z-Axe sei starr mit der Erde verbunden, und zwar habe die positive x-Axe und positive y-Axe eine solche Lage, dass die erstere die Erdoberfläche in dem Durchschnittspunkte des Nullmeridians mit dem Erdäquator, die letztere aber den Äquatorialkreis in einem Orte von der östlichen Länge $\frac{\pi}{2}$ durchschneidet. Der Radius des Erdäquators sei mit a und die Excentricität eines beliebigen Meridianschnittes mit ε bezeichnet.[1]

Der im Punkte M herrschende Druck der Atmosphäre oder des Meerwassers (pro Flächeneinheit) sei P, die Dichtigkeit (Masse der Volumeinheit) daselbst   und das Potential der Gravitation in M durch V ausgedrückt.

Als Anfangspunkt der Zeit sei der Moment ins Auge gefasst, in welchem eben die x-Axe mit der X-Axe die gleiche Lage und Richtung hat. Die positive Amplitude der, während der Zeit t von

[1] Ich gebrauche hier durchwegs dieselben Zeichen, wie in meiner früheren obcitirten Publication.

der Erde und demnach auch dem xyz-System vollzogenen Drehung sei ϑ und w der absolute Zahlwerth der als constant angenommenen Rotationsgeschwindigkeit der Erde, also $w = \frac{d\vartheta}{dt}$.

Die zur Zeit t stattfindenden Coordinaten x, y, z des in Bewegung befindlichen Luft- oder Wassermoleküls, die zu den xyz-Axen parallelen Geschwindigkeitscomponenten v_x, v_y, v_z und die entsprechend gerichteten Componenten p_x, p_y, p_z der beschleunigenden Kraft sind offenbar durch die Relationen bestimmt:

$$
1)\quad \left\{
\begin{aligned}
X &= x\cos\vartheta - y\sin\vartheta\\
Y &= x\sin\vartheta + y\cos\vartheta\\
Z &= z\\
v_x &= \frac{dX}{dt}\cos\vartheta + \frac{dY}{dt}\sin\vartheta = -yw + \frac{dx}{dt}\\
v_y &= -\frac{dX}{dt}\sin\vartheta + \frac{dY}{dt}\cos\vartheta = xw + \frac{dy}{dt}\\
v_z &= \frac{dZ}{dt} = \frac{dz}{dt}\\
p_x &= \frac{d^2X}{dt^2}\cos\vartheta + \frac{d^2Y}{dt^2}\sin\vartheta = -w^2x - 2w\frac{dy}{dt} + \frac{d^2x}{dt^2}\\
p_y &= -\frac{d^2X}{dt^2}\sin\vartheta + \frac{d^2Y}{dt^2}\cos\vartheta = -w^2y + 2w\frac{dx}{dt} + \frac{d^2y}{dt^2}\\
p_z &= \frac{d^2Z}{dt^2} = \frac{d^2z}{dt^2}.
\end{aligned}
\right.
$$

Zu den rechtsstehenden Gliedern der drei letzten Gleichungen sollten wohl noch die von der jährlichen Bewegung der Erde um die Sonne herrührenden entsprechenden Ausdrücke hinzukommen:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2}\cos\vartheta + \frac{d^2\eta}{dt^2}\sin\vartheta, -\frac{d^2\xi}{dt^2}\sin\vartheta + \frac{d^2\eta}{dt^2}\cos\vartheta \text{ und } \frac{d^2\zeta}{dt^2},$$

wo $\xi\,\eta\,\zeta$ die absoluten Coordinaten des Erdmittelpunktes bezüglich des gleich zu Anfang erwähnten fixen Raumaxensystems bedeuten, in welchem Falle dann aber auch in den Kraftwerthen p_x, p_y, p_z und im Potential V die Einwirkung der Sonne subsumirt sein müsste. Man ist jedoch, da die Bewegung des XYZ-Systems eine blose Translationsbewegung ist, mit vollem Fug und Recht berechtigt, die von $\xi\,\eta\,\zeta$ abhängigen obigen Werthe völlig unberücksichtigt zu lassen, wofern man gleichzeitig, was auch in dieser Abhandlung stets geschehen soll, bei der Bestimmung von p_x, p_y, p_z von der Anziehung der Sonne völlig abstrahirt, also im Potential V das Potential der Sonnenanziehung nicht mit einbegriffen wird.

Bedeutet nun h die lineare normale Entfernung des Punktes M von der Erdoberfläche, wo ein positives h die Höhe desselben über der Erdoberfläche, ein negatives h die Tiefe desselben unter der Meeresoberfläche ausdrückt, ist ferner die Polhöhe des Punktes M mit φ und dessen geographische Länge mit λ bezeichnet, wo übereinstimmend mit der früheren Wahl der Axen die Polhöhe jedes Ortes südlich vom Äquator und jede östliche Länge positiv, dagegen jede Polhöhe nördlich vom Äquator und jede westliche Länge negativ in Rechnung gebracht werden soll, so dass φ zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$, λ aber zwischen $-\pi$ und $+\pi$ gelegen ist, so sind die Coordinaten des Fusspunktes N der Verticalen h, der ein Punkt der Erdoberfläche ist und dieselbe Polhöhe φ und geographische Länge λ besitzt, wie der Punkt M, offenbar

$$\frac{a\cos\varphi\cos\lambda}{+\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\varphi}},\quad \frac{a\cos\varphi\sin\lambda}{+\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\varphi}},\quad \frac{a(1-\varepsilon^2)\sin\varphi}{+\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\varphi}}$$

und demgemäss die Coordinaten des Punktes M gegeben durch

$$\left.\begin{aligned} x &= \left[\frac{a}{+\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\varphi}}+h\right]\cos\varphi\cos\lambda \\ y &= \left[\frac{a}{\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\varphi}}+h\right]\cos\varphi\sin\lambda \\ z &= \left[\frac{a(1-\varepsilon^2)}{\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\varphi}}+h\right]\sin\varphi \end{aligned}\right\}\ 2)$$

Bezeichnet man mit θ das Azimuth der relativen Bewegungsrichtung des Punktes M zur Zeit t, wo wir θ von der Südrichtung aus zählen und bei der Entstehung desselben durch eine Drehung von Süd über West nach Nord u. s. w. positiv, im Falle der entgegengesetzten Drehung aber negativ annehmen wollen, so sind die Richtwinkel Λ M N der relativen horizontalen Geschwindigkeitscomponente, deren Richtung die zur Erdoberfläche im Abstande h äquidistante Fläche F tangirt, bezüglich des xyz-Systems, das auch der ganzen folgenden Untersuchung zu Grunde gelegt ist, offenbar bestimmt durch

$$\left.\begin{aligned} \cos \Lambda &= \sin\lambda \sin\theta - \sin\varphi \cos\lambda \cos\theta \\ \cos \mathrm{M} &= -\cos\lambda \sin\theta - \sin\varphi \sin\lambda \cos\theta \\ \cos \mathrm{N} &= \cos\varphi \cos\theta \end{aligned}\right\} \quad 3)$$

Die auf der relativen Bahn des Punktes M senkrechte, die Fläche F tangirende, demnach horizontale Richtung, die für einen im Fusspunkte N auf der Erdoberfläche stehenden, mit dem Gesichte nach der Richtung der relativen Bewegung des Punktes M gewendeten Beobachter r e c h t s gelegen ist, hat demnach die Richtungscosinuse

$$\left.\begin{aligned} A &= \sin\lambda \cos\theta + \sin\varphi \cos\lambda \sin\theta \\ B &= -\cos\lambda \cos\theta + \sin\varphi \sin\lambda \sin\theta \\ C &= -\cos\varphi \sin\theta \end{aligned}\right\} \quad 4)$$

Zerlegt man nun jede der Geschwindigkeits- und Kraftcomponenten $v_x, v_y, v_z, p_x, p_y, p_z$ in je drei Componenten, deren erste die Richtung vertical nach abwärts, die zweite die Richtung der relativen horizontalen Geschwindigkeitscomponente und die dritte die Richtung der rechts gerichteten Normalen ABC hat, vereinigt ferner die gleich-, respective entgegengesetzt gerichteten Componenten, so sind die Werthe der sich nach diesen drei Richtungen ergebenden resultirenden Geschwindigkeiten, nämlich v_n, v_s, v_r und der entsprechenden beschleunigenden Kräfte p_n, p_s, p_r bestimmt durch

$$\left.\begin{aligned} v_n &= -v_x \cos\varphi \cos\lambda - v_y \cos\varphi \sin\lambda - v_z \sin\varphi \\ v_s &= v_x \cos\Lambda + v_y \cos\mathrm{M} + v_z \cos\mathrm{N} \\ v_r &= A.\, v_x + B.\, v_y + C.\, v_z \\ p_n &= -p_x \cos\varphi \cos\lambda - p_y \cos\varphi \sin\lambda - p_z \sin\varphi \\ p_s &= p_x \cos\Lambda + p_y \cos\mathrm{M} + p_z \cos\mathrm{N} \\ p_r &= A.\, p_x + B.\, p_y + C.\, p_z \end{aligned}\right\} \quad 5)$$

Substituirt man in diesen Gleichungen die Werthe aus 1, 2, 3 und 4 und bezeichnet man kürzehalber mit R den in der Meridianebene gelegenen und mit r den zweiten Hauptkrümmungshalbmesser der Fläche F im Punkte M, nämlich

$$6)\quad \left\{ \begin{aligned} R &= \frac{a}{\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\varphi}} + h \\ r &= \frac{a\,(1-\varepsilon^2)}{(1-\varepsilon^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} + h \end{aligned} \right.$$

so ergeben sich für die obigen Geschwindigkeits- und Kraftcomponenten die Werthe

$$7)\quad \left\{ \begin{aligned} v_n &= -\frac{dh}{dt} \\ v_s &= -R\left(w+\frac{d\lambda}{dt}\right).\cos\varphi\sin\theta + r.\frac{d\varphi}{dt}.\cos\theta \\ v_r &= -R\left(w+\frac{d\lambda}{dt}\right).\cos\varphi\cos\theta - r.\frac{d\varphi}{dt}.\sin\theta \\ p_n &= R\left(w+\frac{d\lambda}{dt}\right)^2.\cos^2\varphi - \frac{d^2h}{dt^2} + r.\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \\ p_s &= \left[R\left(w+\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 + \frac{3\,a\,\varepsilon^2(1-\varepsilon^2)}{(1-\varepsilon^2\sin^2\varphi)^{\frac{5}{2}}}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right]\sin\varphi\cos\varphi\cos\theta + \\ &\quad + 2r\frac{d\varphi}{dt}\left(w+\frac{d\lambda}{dt}\right).\sin\varphi\sin\theta - \left[2\frac{dh}{dt}\left(w+\frac{d\lambda}{dt}\right) + \right. \\ &\quad \left. + R\frac{d^2\lambda}{dt^2}\right].\cos\varphi\sin\theta + \left[2\frac{dh}{dt}\frac{d\varphi}{dt} + r\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right]\cos\theta \\ p_r &= -\left[R\left(w+\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 + \frac{3\,a\,\varepsilon^2(1-\varepsilon^2)}{(1-\varepsilon^2\sin^2\varphi)^{\frac{5}{2}}}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right].\sin\varphi\cos\varphi\sin\theta + \\ &\quad + 2r\frac{d\varphi}{dt}\left(w+\frac{d\lambda}{dt}\right).\sin\varphi\cos\theta - \left[2\frac{dh}{dt}\left(w+\frac{d\lambda}{dt}\right) + \right. \\ &\quad \left. + R\frac{d^2\lambda}{dt^2}\right].\cos\varphi\cos\theta - \left[2\frac{dh}{dt}\frac{d\varphi}{dt} + r\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right].\sin\theta \end{aligned} \right.$$

Setzt man in diesen Formeln $w = 0$, so findet man die entsprechenden Werthe der relativen Geschwindigkeits- und Kraftcomponenten. Demnach bestehen, wenn man mit u den absoluten Zahlwerth der relativen horizontalen Geschwindigkeitscomponente bezeichnet, die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} u &= -R\frac{d\lambda}{dt}\cos\varphi\sin\theta + r\frac{d\varphi}{dt}\cos\theta \\ 0 &= R\frac{d\lambda}{dt}\cos\varphi\cos\theta + r\frac{d\varphi}{dt}\sin\theta \\ v_s &= u - R\,w\cos\varphi\sin\theta \\ v_r &= -R\,w\cos\varphi\cos\theta \end{aligned}\right\} \quad 8)$$

aus welchen sich für $\frac{d\lambda}{dt}$ und $\frac{d\varphi}{dt}$ die Werthe ergeben

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\lambda}{dt} &= -\frac{u}{R\cos\varphi}.\sin\theta \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{u}{r}.\cos\theta \end{aligned}\right\} \quad 9)$$

Demnach nehmen die obigen Kraftcomponenten auch schliesslich folgende, für uns wichtige Werthe an:

$$\left.\begin{aligned} p_n &= R\,w^2\cos^2\varphi - \frac{d^2h}{dt^2} - 2\,w\,u.\cos\varphi\sin\theta + u^2.\,\alpha \\ p_s &= R\,w^2\sin\varphi\cos\varphi\cos\theta + \frac{du}{dt} - 2\,w\,\frac{dh}{dt}\cos\varphi\sin\theta + \\ &\quad + u.\,\frac{dh}{dt}\,\alpha \\ p_r &= -R\,w^2\sin\varphi\cos\varphi\sin\theta + 2\,w\,u\sin\varphi - 2w\frac{dh}{dt}\cos\varphi\cos\theta + u^2.\,\beta \end{aligned}\right\} 10)$$

wofern man kürzehalber mit α und β die Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{\cos^2\theta}{r} + \frac{\sin^2\theta}{R} \\ \beta &= \frac{1}{u}\left[\frac{d\theta}{dt} - \frac{dh}{dt}.\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)\sin\theta\cos\theta\right] - \frac{\sin\theta\,tg\,\varphi}{R} \end{aligned}\right\} 11)$$

bezeichnet.

Die geometrische Bedeutung der letzteren Grössen α und β lässt sich leicht ermitteln.

Da nämlich r den dem Punkte M entsprechenden Krümmungshalbmesser des Meridianschnittes der zur Erdoberfläche im Abstande h äquidistanten Fläche F, der offenbar ein Hauptschnitt ist, und R den Krümmungshalbmesser des auf dem ersteren senkrechten Hauptschnittes, d. i. die Länge der bis zum Durchschnitte mit der Erdaxe verlängerten Normalen der Fläche F bedeutet, so erhellt aus der Form des Ausdruckes für α in 11) sofort, dass α das Maas der Krümmung jenes Normalschnittes der Fläche F darstellt, der durch die augenblickliche Bewegungsrichtung durchzulegen ist.

Um die Bedeutung von β festzustellen, lässt sich zunächst leicht zeigen, dass, wenn sich eine beliebige Raumcurve c in eine beliebige Ebene E längs der Curve p orthogonal projicirt, zwischen dem Krümmungshalbmesser ρ_c der Curve c im beliebigen Punkte M und dem Krümmungshalbmesser ρ_p der Curve p, welcher der orthogonalen Projection N dieses Punktes M entspricht, die Beziehung obwaltet:

$$\frac{1}{\rho_c}.\cos(\rho_p \rho_c) = \frac{1}{\rho_p}.\cos^2 A,$$

wo $(\rho_p \rho_c)$ den offenbar stets spitzen Winkel, der von den nach den Krümmungsmittelpunkten hingehenden Richtungen der beiden genannten Krümmungshalbmesser eingeschlossen wird, und A den Neigungswinkel der Berührungsgeraden der Curve c im Punkte M gegen die Ebene E bedeutet.

Ist nun c die relative Bahn unseres obbetrachteten Punktes M und E die durch den Punkt M der Fläche F oder die durch dessen Verticalprojection N in die Erdoberfläche gelegte Horizontalebene, kurz ist p die Horizontalprojection der relativen Bahn und v die relative Geschwindigkeit unseres Punktes, so ist offenbar

$$u = v \cos A$$

Nun ergibt sich aus den Gleichungen 10), wenn man in denselben $w = 0$ setzen würde, dass $u^2.\beta$ die in die Richtung (ABC) fallende Componente der relativen Kraft ist. Die relative Tangentialkraft hat aber in dieser Richtung keine Componente, weil die relative Bewegungsrichtung auf dieser Richtung senkrecht steht. Es muss sonach $u^2 . \beta$ die nach der offenbar in die Lage des Krümmungshalbmesser ρ_p fallende Richtung (ABC) oder nach der entgegengesetzten wirkende Componente der relativen Centripetalkraft $\frac{v^2}{\rho_c}$ sein, somit, wenn man den absoluten Zahlwerth von β mit $\sqrt{\beta^2}$ bezeichnet

$$u^2 . \sqrt{\beta^2} = \frac{v^2}{\rho_c} . \cos(\rho_p \, \rho_c)$$

sein. Aus den drei letzten Gleichungen folgt, dass $\sqrt{\beta^2} = \frac{1}{\rho_p}$ ist. Es stellt sonach β die augenblickliche Krümmung der Horizontalprojection der relativen Bahn des Punktes M dar.

Denkt man sich bei der Bewegung des betrachteten Luft- oder Wassertheilchens M dasselbe in jeder Lage in die Erdoberfläche oder Meeresoberfläche vertical projicirt, so durchläuft diese Projection N auf der Erdoberfläche eine gewisse Curve. Ist nun diese Curve eine gäodätische Curve des Erdsphäroids oder osculirt sie sich zum Mindesten mit derselben, so muss offenbar $\rho_p = \infty$ und $(\rho_p \, \rho_c) = \frac{\pi}{2}$, demnach sicher dann, aber auch nur dann, $\beta = 0$ sein.

Mit Hilfe der Hauptgleichungen 10) lassen sich, wenn die relativen Bewegungszustände des Punktes M durch die verticale Geschwindigkeit $-\frac{dh}{dt}$ und Beschleunigung $-\frac{d^2h}{dt^2}$, durch die relative horizontale Geschwindigkeit und Beschleunigung u und $\frac{du}{dt}$, ferner durch die Gleichungen der relativen Bahn

$$\left.\begin{aligned} f_1(\varphi, \lambda, h) = 0 \\ f_2(\varphi, \lambda, h) = 0 \end{aligned}\right\} \quad 12)$$

gegeben sind, die zur Erzeugung dieser Bewegung nothwendigen äusseren Kräfte $m.p_n$, $m.p_s$, $m.p_r$, wo m die Masse des bewegten materiellen Punktes bedeutet, bestimmen. Man hat zu dem Zwecke nur die in 10) und 11) enthaltenen, nicht unmittelbar gegebenen Werthe für $\cos\theta$, $\sin\theta$ und $\frac{d\theta}{dt}$ mit Hilfe der Gleichungen der relativen Bahn auszudrücken, was etwa auf folgende Art geschehen kann:

Die Gleichungen 12) liefern zunächst

$$\frac{d\lambda}{d\varphi}=\frac{\frac{df_1}{dh}\cdot\frac{df_2}{d\varphi}-\frac{df_1}{d\varphi}\cdot\frac{df_2}{dh}}{\frac{df_1}{d\lambda}\cdot\frac{df_2}{dh}-\frac{df_1}{dh}\cdot\frac{df_2}{d\lambda}}$$

$$\frac{dh}{d\varphi}=\frac{\frac{df_1}{d\varphi}\cdot\frac{df_2}{d\lambda}-\frac{df_1}{d\lambda}\cdot\frac{df_2}{d\varphi}}{\frac{df_1}{d\lambda}\cdot\frac{df_2}{dh}-\frac{df_1}{dh}\cdot\frac{df_2}{h\lambda}}$$

und durch zweimalige Differentiation der Gleichungen 12) findet man

$$\frac{d^2\lambda}{d\varphi^2}=\frac{\begin{aligned}&\left(\frac{d^2f_1}{d\varphi^2}\cdot\frac{df_2}{dh}-\frac{d^2f_2}{d\varphi^2}\cdot\frac{df_1}{dh}\right)+\left(\frac{d^2f_1}{d\lambda^2}\cdot\frac{df_2}{dh}-\frac{d^2f_2}{d\lambda^2}\,\frac{df_1}{dh}\right)\left(\frac{d\lambda}{d\varphi}\right)^2+\\&+\left(\frac{d^2f_1}{dh^2}\cdot\frac{df_2}{dh}-\frac{d^2f_2}{dh^2}\cdot\frac{df_1}{dh}\right)\left(\frac{dh}{d\varphi}\right)^2+2\left[\frac{d^2f_1}{dh\,d\lambda}\cdot\frac{df_2}{dh}-\frac{d^2f_2}{dh\,d\lambda}\cdot\frac{df_1}{dh}\right]\frac{dh}{d\varphi}\cdot\frac{d\lambda}{d\varphi}+\\&+2\left[\frac{d^2f_1}{d\varphi\,d\lambda}\,\frac{df_2}{dh}-\frac{d^2f_2}{d\varphi\,d\lambda}\,\frac{df_1}{d\varphi}\right]\cdot\frac{d\lambda}{d\varphi}+2\left[\frac{d^2f_1}{dh\,d\varphi}\,\frac{df_2}{dh}-\frac{d^2f_2}{dh\,d\varphi}\,\frac{df_1}{dh}\right]\cdot\frac{dh}{d\varphi}\end{aligned}}{\frac{df_1}{dh}\,\frac{df_2}{d\lambda}-\frac{df_1}{d\lambda}\,\frac{df_2}{dh}}$$

in welche Relation die letztgefundenen Werthe von $\frac{d\lambda}{d\varphi}$ und $\frac{dh}{d\varphi}$ zu substituiren sind.

Aus den Gleichungen 9) ergibt sich nun durch Elimination des Azimuths die übrigens auch leicht direct deducirbare Relation

$$\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 R^2\cos^2\varphi+r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2=u^2$$

und aus dieser

$$\frac{d\varphi}{dt} = \pm \frac{u}{\sqrt{R^2 \cos^2 \varphi \left(\frac{d\lambda}{d\varphi}\right)^2 + r^2}}$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = \pm \frac{u \left(\frac{d\lambda}{d\varphi}\right)}{\sqrt{R^2 \cos^2 \varphi \left(\frac{d\lambda}{d\varphi}\right)^2 + r^2}}$$

Die Doppelzeichen in den letzten Gleichungen beziehen sich auf die beiden möglichen Bewegungen längs der Curve (12) in dem einen oder im entgegengesetzten Sinne.

Nimmt nämlich bei der Bewegung des Punktes M die nördliche geographische Breite ab, respective die südliche Breite zu, so ist $\frac{d\varphi}{dt}$ positiv, daher in der vorletzten Gleichung, sonach auch in der letzten, sowie auch in allen folgenden Gleichungen nur das obere Zeichen giltig, im entgegengesetzten Falle aber das untere.

Führt man die beiden letzten Werthe in 9) ein, so findet man

$$\left.\begin{aligned} \sin\theta &= \mp \frac{R\cos\varphi \frac{d\lambda}{d\varphi}}{\sqrt{R^2 \cos^2 \varphi \left(\frac{d\lambda}{d\varphi}\right)^2 + r^2}} \\ \cos\theta &= \pm \frac{r}{\sqrt{R^2 \cos^2 \varphi \left(\frac{d\lambda}{d\varphi}\right)^2 + r^2}} \end{aligned}\right\} 13)$$

Nach Einführung der Werthe 6) ergibt sich sonach $\sin\theta$ und $\cos\theta$ als Function von h, φ und $\frac{d\lambda}{d\varphi}$.

Bezeichnet man den absoluten Werth der ersteren Function mit F, also

$$F = \frac{R\cos\varphi \frac{d\lambda}{d\varphi}}{\sqrt{R^2 \cos^2 \varphi \left(\frac{d\lambda}{d\varphi}\right)^2 + r^2}}$$

so enthält $\frac{dF}{d\varphi}$ ausser h, φ, λ nur noch die aus den früheren Gleichungen bestimmbaren Grössen $\frac{d\lambda}{d\varphi}$, $\frac{dh}{d\varphi}$ und $\frac{d^2\lambda}{d\varphi^2}$ und ist demnach gegeben.

Differenzirt man sonach die erste der Gleichungen 13) und führt statt $\cos\theta$ den Werth aus der letzten dieser Gleichungen ein, so lässt sich das daraus bestimmbare

$$\frac{d\theta}{dt} = \mp \frac{dF}{d\varphi} \cdot \frac{\frac{d\varphi}{dt}}{\cos\theta} = \mp \frac{u}{r} \cdot \frac{dF}{d\varphi}$$

durch lauter gegebene Grössen bestimmen.

Wenn man die so gefundenen Werthe von $\cos\theta$ und $\sin\theta$ aus 13) und $\frac{d\theta}{dt}$ aus der letzten Gleichung in 10) und 11) einführt, so sind dann auch die gesuchten Kraftcomponenten durch lauter bekannte Grössen ausgedrückt.

Sind anderseits die Kräfte p_n, p_s, p_r als Functionen von φ, λ und h gegeben, so hat man nur in den Gleichungen 10) oder 7)

$$\theta = -\operatorname{arc\,sin} \frac{R\cos\varphi\,\frac{d\lambda}{dt}}{\sqrt{r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + R^2\cos^2\varphi\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2}} = \operatorname{arc\,cos} \frac{r\,\frac{d\varphi}{dt}}{\sqrt{r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + R^2\cos^2\varphi\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2}}$$

und

$$u = \sqrt{r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + R^2\cos^2\varphi\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2}$$

zu setzen, und hat dann drei Differentialgleichungen zwischen φ, λ, h und t, durch deren Integration sich λ, φ und h als Functionen von t ergeben, nachdem die 6 Integrationsconstanten durch die Anfangslage des Beweglichen und die Anfangswerthe der relativen Geschwindigkeitscomponenten bestimmt worden sind.

Wollte man in die Hauptgleichungen 10) statt u und h die stets als positiv zu nehmende relative Geschwindigkeit $v = \frac{dS}{dt}$

des Punktes M und den Elevationswinkel A, das ist den spitzen Neigungswinkel der relativen Bewegungsrichtung gegen den jeweiligen Horizont einführen, in welchem Falle ein positives A einer aufsteigenden, ein negatives A einer absteigenden Bewegung zukömmt, so hätte man in denselben offenbar nur zu setzen:

$$14)\left\{\begin{aligned} u &= \frac{dS}{dt}.\cos \mathrm{A} \\ \frac{dh}{dt} &= \frac{dS}{dt}.\sin \mathrm{A} \\ \frac{du}{dt} &= \frac{d^2S}{dt^2}\cos \mathrm{A} - \sin \mathrm{A}\frac{d\mathrm{A}}{dt}\frac{dS}{dt} \\ \frac{d^2h}{dt^2} &= \frac{d^2S}{dt^2}\sin \mathrm{A} + \cos \mathrm{A}\frac{d\mathrm{A}}{dt}\frac{dS}{dt} \end{aligned}\right.$$

Die in der Richtung der relativen Bewegung und in der auf derselben senkrechten, in der Verticalebene derselben gelegenen, und zwar nach aufwärts gewendeten Richtung wirksamen Componenten p_S und p_N der beschleunigenden Kraft, die den früheren Componenten p_s und p_n in 10) äquivalent sind, müssen offenbar den Gleichungen entsprechen:

$$\left.\begin{aligned} p_S &= p_s \cos \mathrm{A} - p_n \sin \mathrm{A} \\ p_N &= - p_s \sin \mathrm{A} - p_n \cos \mathrm{A} \end{aligned}\right\} 15)$$

Führt man in dieselben die Werthe aus 10) und 14) ein und bezeichnet mit μ und ν die Winkel, welche die centripetale Richtung des Radius des Parallelkreises im Punkte M mit den Richtungen der relativen Bewegung S und der darauf senkrechten Richtung N einschliesst, so dass

$$\cos \mu = \sin \varphi \cos \theta \cos \mathrm{A} - \cos \varphi \sin \mathrm{A}$$
$$\cos \nu = - \sin \varphi \cos \theta \sin \mathrm{A} - \cos \varphi \cos \mathrm{A}$$

ist, so erhält man statt p_s, p_n und p_r die Kräfte:

$$16)\left\{\begin{aligned} p_S &= Rw^2 \cos\varphi \cos\mu + \frac{d^2S}{dt^2} \\ p_N &= Rw^2 \cos\varphi \cos\nu + 2w\frac{dS}{dt}\cos\varphi \sin\theta + \left(\frac{dS}{dt}\right)^2\left[\frac{d\mathrm{A}}{dS} - \alpha.\cos \mathrm{A}\right] \\ p_r &= -Rw^2 \sin\varphi \cos\varphi \sin\theta + 2wu.\sin\varphi - 2w\frac{dh}{dt}\cos\varphi \cos\theta + u^2.\beta \end{aligned}\right.$$

In diesen Ausdrücken stellen, was sich leicht auf ähnliche Art wie früher zeigen lässt,

$$\left[\frac{dA}{dS} - \alpha.\ \cos A\right]$$

das Mass der Krümmung der Projection der relativen Bahn in die durch die augenblickliche Bewegungsrichtung durchgelegte Verticalebene, ferner $\frac{d^2S}{dt^2}$ die relative Tangentialkraft, ferner die letzten Glieder in den zwei letzten Gleichungen die entsprechend gerichteten Componenten der relativen Centripetalkraft $\frac{1}{\rho_c}\left(\frac{dS}{dt}\right)^2$ (wo ρ_c den Krümmungshalbmesser der relativen Bahn bedeutet), und die mittleren Glieder in diesen Gleichungen, nämlich $2w\frac{dS}{dt}\cos\varphi\sin\theta$, $2wu\sin\varphi$ und $-2w\frac{dh}{dt}\cos\varphi\cos\theta$ die Componenten der „zusammengesetzten Centripetalkraft" (nach Corioli's Bezeichnung) dar.

Die bisherigen Untersuchungen sind auf die Bewegungen aller Körper in der Nähe der Erdoberfläche, also auch auf die Bewegungen der Projectile, des freien Falles, des Foucolt'schen Pendels u. s. w. anwendbar.

Indem wir nun im Folgenden zur Anwendung der gewonnenen Resultate auf den besonderen Fall der Bewegungen der Atmosphäre und der Meeresströmungen übergehen wollen, müssen wir von den hydrodynamischen Grundgleichungen ausgehen:

$$\frac{dP}{dX} = \rho\left[\frac{dV}{dX} - \frac{d^2X}{dt^2}\right]$$

$$\frac{dP}{dY} = \rho\left[\frac{dV}{dY} - \frac{d^2Y}{dt^2}\right]$$

$$\frac{dP}{dZ} = \rho\left[\frac{dV}{dZ} - \frac{d^2Z}{dt^2}\right]$$

Da bei der Bildung der Differentialquotienten nach X, Y, Z in diesen Gleichungen die Zeit t, daher auch der Rotationswinkel

ϑ als constant angenommen werden muss, so ergibt sich aus diesen Gleichungen mit Hilfe der Beziehungen 1)

$$\left.\begin{aligned} \frac{dP}{dx} &= \rho\left[\frac{dV}{dx} - p_x\right] \\ \frac{dP}{dy} &= \rho\left[\frac{dV}{dy} - p_y\right] \\ \frac{dP}{dz} &= \rho\left[\frac{dV}{dz} - p_z\right] \end{aligned}\right\} \quad 17)$$

Denkt man sich nun durch den Punkt M eine bezüglich jedes Elementes horizontale, in der zur Erdoberfläche im Abstande h äquidistanten Fläche F enthaltene Curve C_s, respective C_σ gelegt, so zwar, dass die Tangenten dieser Curve in jedem ihrer Punkte übereinstimmen, respective senkrecht stehen zu den zur Zeit t stattfindenden, also für alle Punkte gleichzeitigen Richtungen der relativen horizontalen Geschwindigkeitscomponenten der in dieser Curve eben zur Zeit t befindlichen Luft- oder Wassermoleküle, und bezeichnet man mit s, respective σ den von einem bestimmten Punkte dieser Curve längs derselben in der Bewegungsrichtung, respective rechts zur Bewegungsrichtung (d. h. in der Richtung A, B, C) gemessenen Bogen, so ist offenbar für jeden Punkt dieser Curve zur Zeit t

$$\frac{dx}{ds} = \cos \Lambda, \; \frac{dy}{ds} = \cos \mathrm{M}, \; \frac{dz}{ds} = \cos \mathrm{N}$$

$$\frac{dx}{d\sigma} = A, \; \frac{dy}{d\sigma} = B, \; \frac{dz}{d\sigma} = C.$$

Ebenso ist für die Punkte der durch M geführten Verticalen C_h

$$\frac{dx}{dh} = \cos\varphi \cos\lambda, \; \frac{dy}{dh} = \cos\varphi \sin\lambda, \; \frac{dz}{dh} = \sin\varphi$$

Wenn man demnach die gleichzeitigen, zur Zeit t stattfindenden Druckverhältnisse in der Verticalen C_h oder der Curve C_s, C_σ ins Auge fasst, so muss

$$\frac{dP}{dh}=\frac{dP}{dx}\frac{dx}{dh}+\frac{dP}{dy}\frac{dy}{dh}+\frac{dP}{dz}\frac{dz}{dh}=\frac{dP}{dx}\cos\varphi\cos\lambda+\frac{dP}{dy}\cos\varphi\sin\lambda+\frac{dP}{dz}\sin\varphi$$

$$\frac{dP}{ds}=\frac{dP}{dx}\frac{dx}{ds}+\frac{dP}{dy}\frac{dy}{ds}+\frac{dP}{dz}\frac{dz}{ds}=\frac{dP}{dx}\cos\Lambda+\frac{dP}{dy}\cos M+\frac{dP}{dz}\cos N$$

$$\frac{dP}{d\sigma}=\frac{dP}{dx}\frac{dx}{d\sigma}+\frac{dP}{dy}\cdot\frac{dy}{d\sigma}+\frac{dP}{dz}\cdot\frac{dz}{d\sigma}=A\frac{dP}{dx}+B\frac{dP}{dy}+C\frac{dP}{dz}$$

sein und genau dieselben Beziehungen, wie für P, ergeben sich für das Potential V der einwirkenden Kräfte in den genannten drei Linien.

Multiplicirt man demnach die Gleichungen 17) einzeln mit $\cos\varphi\cos\lambda$, $\cos\varphi\sin\lambda$, $\sin\varphi$, respective mit $\cos\Lambda$, $\cos M$, $\cos N$, respective mit A, B, C und addirt dieselben, so ergeben sich, wenn man die Relationen (5) beachtet, folgende Folgerungen:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dP}{dh}&=\rho\left[\frac{dV}{dh}+p_n\right]\\ \frac{dP}{ds}&=\rho\left[\frac{dV}{ds}-p_s\right]\\ \frac{dP}{d\sigma}&=\rho\left[\frac{dV}{d\sigma}-p_r\right]\end{aligned}\right\} \quad 18)$$

Auf die Bewegung des Luft- oder Wassertheilchens M nimmt jedoch Einfluss ausser der beschleunigenden Kraft der Gravitation, deren Potential mit V bezeichnet wurde, noch die verzögernde Kraft W des Reibungswiderstandes, der in Folge des Aneinandergleitens der Luft- oder Wassermoleküle entsteht. Die Grösse desselben ist offenbar, wenn man die relative Geschwindigkeit mit v bezeichnet, also

$$v=\frac{dS}{dt}=\sqrt{u^2+\left(\frac{dh}{dt}\right)^2}$$

setzt, durch

$$W=\eta\cdot\left[\frac{d^2v}{dN^2}+\frac{d^2v}{d\sigma^2}\right]$$

bestimmt, wo N und σ dieselben Bedeutungen haben, wie in 15), 16) und 18) und η den Coëfficienten der inneren Reibung der Luft oder des Wassers, also die Zahl 0·00000194 für die Luft und etwa 0·01299 (nach Meyer) für Wasser bedeutet. (Der letzte Coëfficient bezieht sich freilich strenggenommen nicht auf Meerwasser, sondern auf destillirtes Wasser von 17·9° C.) Die Richtung des betrachteten Widerstandes ist die Richtung der relativen Bewegung, demgemäss sind dessen Componenten in der Richtung h, s, σ

$$19)\left\{\begin{aligned} W_h &= W.\sin A = \frac{W\frac{dh}{dt}}{\frac{dS}{dt}} = \frac{W\frac{dh}{dt}}{\sqrt{u^2+\left(\frac{dh}{dt}\right)^2}} \\ W_s &= W.\cos A = \frac{Wu}{\frac{dS}{dt}} = \frac{Wu}{\sqrt{u^2+\left(\frac{dh}{dt}\right)^2}} \\ W_\sigma &= o \end{aligned}\right.$$

Diese Componenten muss man demnach auch als Summanden zu den entsprechenden Ableitungen des Potentials in 18) hinzufügen. Führt man nun in 18) auch die Werthe für p_n, p_s und p_r aus 10) ein und berücksichtigt man, dass die aus der „absoluten Schwerkraft", d. h. der Schwerkraft bei nicht rotirender Erde, deren beschleunigende Componenten $\frac{dV}{dh}$, $\frac{dV}{ds}$, $\frac{dV}{d\sigma}$ sind, und aus der Centrifugalkraft, deren Componenten laut 10)

$$Rw^2\cos^2\varphi, -Rw^2\sin\varphi\cos\varphi\cos\theta \text{ und } Rw^2\sin\varphi\cos\varphi\sin\theta$$

sind, resultirende Kraft die beschleunigende Kraft g der Schwere ist und dass diese vertical nach abwärts gerichtet ist, dass sonach

$$\left.\begin{aligned} \frac{dV}{dh} + Rw^2\cos^2\varphi &= -g \\ \frac{dV}{ds} - Rw^2\sin\varphi\cos\varphi\cos\theta &= o \\ \frac{dV}{d\sigma} + Rw^2\sin\varphi\cos\varphi\sin\theta &= o \end{aligned}\right\} \quad 20)$$

ist, so ergeben sich aus 18) die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dP}{dh}&=\rho\left[-g-\frac{d^2h}{dt^2}-2w\,u\cos\varphi\sin\theta+u^2.\alpha\right]+\frac{W.\frac{dh}{dt}}{\sqrt{u^2+\left(\frac{dh}{dt}\right)^2}}\\
\frac{dP}{ds}&=\rho\left[-\frac{du}{dt}+2w\frac{dh}{dt}\cos\varphi\sin\theta-u\frac{dh}{dt}.\alpha\right]+\frac{Wu}{\sqrt{u^2+\left(\frac{dh}{dt}\right)^2}}\\
\frac{dP}{d\sigma}&=\rho\left[-2w\,u\sin\varphi+2w\frac{dh}{dt}\cos\varphi\cos\theta-u^2.\beta\right]
\end{aligned}\right\} \quad 21)$$

Zunächst wollen wir die gewonnenen Gesetze auf Luftströmungen in Anwendung bringen. Bezeichnet ρ_o die Dichtigkeit der trockenen Luft bei 0° C. und unter dem Normaldruck von 0·76 Meter, ferner b den dem Luftdrucke P entsprechenden auf 0° reducirten Barometerstand in Metern, so ist bekanntlich

$$\rho=\rho_o.\frac{b}{0\cdot 76.\,(1+\frac{1}{273}t)F}$$

t ist hier die herrschende Temperatur in Celsiusgraden, F ein von dem Dunstgehalt und demnach auch von der Temperatur der Atmosphäre abhängiger Coëfficient, für welchen wir im Mittel nach Dr. Hann[1] setzen können: $F=1\cdot00154+0\cdot000341\;t$, so dass

$$\rho=\rho_o.\frac{b}{0\cdot76.1\cdot00154.\,(1+0\cdot004\,t)}$$

Die Dichtigkeit der trockenen Luft von 0° Temperatur und bei 0·76 Meter Barometerstand an der Meeresfläche in der geogr. Breite von 45°, wo die Beschleunigung der Schwere nach Sabine 9·80552 Meter in der Secunde beträgt, ist bestimmt worden $=0\cdot001292673$, so dass demnach

$$\rho_o:0\cdot001292673=g:9\cdot80552$$

folglich

$$\rho=\frac{0\cdot001292673}{0\cdot76.\;1\cdot00154.\;9\cdot80552}.\frac{b.g}{1+0\cdot004\,t} \quad 22)$$ ist

---

[1] Dr. J. Hann, „Zur barometrischen Höhenmessung" Sitzungsber. der kais. Ak. d. Wiss. LXXIV.

Andererseits ist die Dichtigkeit des Quecksilbers bei 0° Temperatur = 13·59593, demnach

$$P = 13{\cdot}59593.\ g.\ b \qquad 23)$$

Es ist folglich

$$\frac{dP}{\rho} = \frac{db}{b} \cdot \frac{1+0{\cdot}004\, t}{k} \qquad 24)$$

wo $k = \dfrac{0{\cdot}001292673}{0{\cdot}76.\ 1{\cdot}00154.\ 9{\cdot}80552.\ 13{\cdot}59593} = 0{\cdot}00001273876$ ist.

Es braucht wohl nicht erst erwähnt zu werden, dass, da diesem Coëfficienten die Längeneinheit von 1 Meter zu Grunde liegt, h, s, σ, g, u u. s. w. in Metern auszudrücken sind.

Wenn wir nun die Druckverhältnisse in der Curve C_σ in Betracht ziehen und, wie es in der Meteorologie üblich ist, das Mass der Druckänderung in dieser Curve C_σ durch den entsprechenden Gradienten G_σ bestimmen wollen, d. h. durch die in Millimetern ausgedrückte Zunahme des Barometerstandes, die bei dem mittleren Barometerstande von 760 Mm. erfolgen würde, wenn man nach jener Richtung, in welcher σ gemessen wurde, längs der Curve C_σ um die Länge eines Meridiangrades = 111120·6 M. fortschritte, so haben wir offenbar in 24) b = 760 zu setzen und der letzten Gleichung in 21) zufolge wird demnach

$$G_\sigma = 111\,120{\cdot}6 \frac{db}{d\sigma} = \frac{1075{\cdot}81}{1+0{\cdot}004\, t}\Big[-2w\, u \sin\varphi +$$

$$+ 2w \frac{dh}{dt} \cos\varphi \cos\theta - u^2 \beta\Big] \qquad 25)$$

Es ist demnach der Gradient in der zur relativen Luftströmungsrichtung senkrechten Horizontalrichtung, was zunächst besonders hervorzuheben ist, vollkommen von dem Luftwiderstande W unabhängig, und stellt sich dar als die Summe dreier Summanden, von welchen einer, nämlich $-\dfrac{1075{\cdot}81}{1+0{\cdot}004\, t}\, u^2\beta$ von den Krümmungsverhältnissen der Projection des Luftstromes in die Horizontalebene abhängig ist, so zwar, dass, wenn sich der Luftstrom im Sinne des positiven Azimuth, also im Sinne SWNO krümmt, dieser Theil G'_σ des Gradienten G^σ negativ wird, d. h. der Barometerstand, sofern blos seine Abhängigkeit von den erwähnten Krümmungsverhältnissen in Betracht gezogen wird, rechts vom Luftstrome abnimmt, bei entgegengesetzter Krümmung dagegen zunimmt, und zwar bei einer Horizontalgeschwindigkeit von 1 Meter und einem Krümmungshalbmesser ρ_p der besagten Projection von 1 Km. um 1·0758 Mm. für je einen Grad. Im Übrigen ist dieser Theil G'_σ des Gradienten der Horizontalkrümmung $\frac{1}{\rho_p}$ und dem Quadrate der Horizontalgeschwindigkeit u direct proportionirt.

Hier und auch späterhin will ich bei numerischen Angaben von der Temperaturcorrection, die in obigen Formeln durch den kleinen Summanden $0{\cdot}004\,t$ bestimmt ist, absehen.

Von den beiden anderen, von der Krümmung $\frac{1}{\rho_p}$ unabhängigen Summanden des Gradienten G_σ ist der erste von der Horizontalgeschwindigkeit u, der andere von der Verticalgeschwindigkeit $\frac{dh}{dt}$ abhängig.

Der erstere Summand, der, weil $w = \frac{2\pi}{92164} = 0{\cdot}000072924$ ist, den Werth $-\frac{1075{\cdot}81}{1+0{\cdot}004\,t}.\,2wu\sin\varphi = -\frac{0{\cdot}1569}{1+0{\cdot}004\,t}\,u\sin\varphi$ hat, ist, wie zu sehen, der Horizontalcomponente u der relativen Geschwindigkeit und dem Sinus der geographischen Breite direct proportionirt, und zwar ist er, weil $\sin\varphi$ auf der nördlichen Hemisphäre negativ, auf der südlichen positiv ist, auf der ersteren positiv, d. h. der Barometerstand nimmt, wenn man blos dessen Abhängigkeit von u untersucht, auf der nördlichen Halbkugel rechts von dem Luftstrome zu, auf der südlichen ab, und zwar für je 1 Meter Horizontalgeschwindigkeitszunahme und die Entfernung je eines Grades

Für eine Breite von Graden	Mm.
0°	0
15	0·0406
30	0·0784
45	0·1109
60	0·1359
75	0·1515

Der eben betrachtete Summand $-2wu \sin\varphi$ ist es, dessen Einfluss auf den Gradienten G_σ und die in der Richtung σ thätige Kraft P_r fast von allen bisherigen Forschern allein der Betrachtung unterzogen wurde.[1] Wann nur dieser Summand für den Werth der Kraft P_r und demnach auch des Gradienten G_σ von Bedeutung ist, dies habe ich im I. Theile dieser Untersuchungen ausführlich erörtert, und ich kann mich demnach hier einfach auf das dort Gesagte beziehen.

Der zweite von der verticalen Geschwindigkeitscomponente $\frac{dh}{dt}$ abhängige Theil

$$G''_\sigma = \frac{1075\cdot81}{1+0\cdot004\,t}.2w\frac{dh}{dt}\cos\varphi\cos\theta = \frac{0\cdot1569}{1+0\cdot004\,t}.\frac{dh}{dt}\cos\varphi\cos\theta$$

des Gradienten G_σ ist auch vom Azimuth θ des Luftstromes abhängig, und zwar ist derselbe für die aufsteigenden und ganz oder zum Theile von der nördlichen Seite der Windrose wehenden Winde, für welche $\cos\theta > o$ ist, auf der ganzen Erde positiv, dessgleichen positiv für die sich senkenden Südwinde, d. h. der Barometerstand nimmt bei solchen Winden rechts von der Windrichtung zu, dagegen bei niedergehenden Nordwinden und aufstrebenden Südwinden ab, und zwar ist G_σ für je einen Meter der verticalen Geschwindigkeitscomponente:

Für	Windrichtung von							
	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Breite φ = 0°	0·1569	0·1109	0	—0·1109	—0·1569	—0 1109	0	0·1109
±15	0·1515	0·1072	0	—0·1072	—0·1515	—0·1072	0	0·1072
±30	0·1359	0·0961	0	—0·0961	—0·1359	—0·9961	0	0·0961
±45	0·1109	0 0784	0	—0·0784	—0·1109	—0·0784	0	0·0784
±60	0·0784	0·0555	0	—0·0555	—0·0784	—0·0555	0	0·0555
±75	0·0406	0·0287	0	—0·0287	—0·0406	—0·0287	0	0·0287

[1] Ich verweise diesbezüglich auf die in dem I. Theile dieser Untersuchungen (S. d. A. d. W. 1877) ausführlich angeführte Literatur über den

Will man, statt der Krümmung der Bahn der Lufttheilchen, die Art der Änderung des Azimuths und der Höhe während der Bewegung eines solchen Lufttheilchens in Betracht ziehen, so braucht man blos statt β in die Gleichung 25) den aus der zweiten der Gleichungen 11) sich ergebenden, durch die Geschwindigkeit $\frac{d\theta}{dt}$, mit der sich das Azimuth ändert, und die verticale Geschwindigkeit $\frac{dh}{dt}$ ausgedrückten Werth des β einzuführen.

Für eine parallel zur Erdoberfläche stattfindende Bewegung ist $\frac{dh}{dt}$ gleich Null zu setzen. Den in diesem Falle stattfindenden Einfluss der Erdrotation auf die Bewegung erörterte ich schon in dem I. Theile dieser Untersuchungen.[1]

in Rede stehenden Gegenstand. Zu den dort angeführten Arbeiten tritt jetzt auch hinzu die verdienstvolle Schrift des Dr. A. Sprung „Studien über den Wind und seine Beziehungen zum Luftdruck" (Archiv der deutschen Seewarte, II. Jahrg. 1879), in welcher parallel zur Erdoberfläche wehende Luftströmungen behandelt werden und die Übereinstimmung der auf mehr geometrischem Wege gefundenen Resultate für die Erdkugel mit meinen, für das Erdsphäroid auf analytischem Wege gefundenen Formeln nach deren Specialisirung als Kriterium für die Richtigkeit der ersteren angesehen wird (s. S. 24 und 25 der letzteren Schrift.)

[1] Es sei mir bei dieser Gelegenheit gestattet, auf die, wenn auch unerheblichen Einwendungen, die Dr. A. Sprung in seinen „Studien über den Wind und seine Beziehungen zum Luftdrucke" (Archiv der deutschen Seewarte, Jahrg. 1879) gegen gewisse Stellen in meiner früheren Abhandlung geltend macht, zu erwidern. Dr. Sprung behauptet (S. 26), ich „scheine eine Tendenz der Flüsse oder Luftströmungen, längs eines Parallelkreises oder überhaupt mit constantem Azimuth (in einer Loxodrome) zu fliessen, vorauszusetzen." Nun lassen aber alle die Stellen aus meiner Publication, die Dr. Sprung selbst in seiner Abhandlung wörtlich citirt, erkennen, dass mir eine solche Voraussetzung ganz fern liegt. Wenn ich unter anderen Bewegungsformen, und zwar blos beispielsweise, auch jene Bewegung behandelt habe, bei welcher das Azimuth für alle Bahnelemente dasselbe ist, so geschah dies desshalb, weil sich die früheren Arbeiten der französischen Akademiker (Bertrand, Babinet, Delaunay, Combes) und anderer, wie ich dies auch in der Einleitung zu meiner Abhandlung (s. S. 4) ausdrücklich hervorgehoben habe, auf gleichförmige Bewegungen mit constantem Azimuth der Bewegungsrichtung, nämlich auf Bewegungen längs des Meridians, längs des Parallelkreises u. s. w. bezogen und weil diese für den „Seiten-

Um diesbezüglich einen besonderen Fall hervorzuheben, ergeben sich aus 25) und 11) für $\frac{d\theta}{dt}=o$ und $\theta=o, \frac{\pi}{2}, \pi, 3\frac{\pi}{2}$, also für meridionale Luftströmungen Werthe des Gradienten $G_\sigma^{(o)}$, $G_\sigma^{(\pi)}$ und für Windströmungen, die parallel zu den Parallelkreisen stattfinden, je nachdem diese Winde nach West oder Ost gerichtet, sonach Ost- oder Westwinde sind, die Gradienten $G_\sigma^{\left(\frac{\pi}{2}\right)}$ oder $G_\sigma^{\left(3\frac{\pi}{2}\right)}$, welche den Gleichungen entsprechen:

---

druck" p_r den vom Azimuth unabhängigen Werth $2muw \sin\varphi$ festsetzen. Dies ist auch der Grund, wesshalb ich auf die Constatirung der auch von Dr. Sprung nicht bestrittenen Thatsache Gewicht gelegt habe, dass „bei einem in constantem Azimuth strömenden Flusse dieser Seitendruck den letzteren Werth nur für einen constant nördlichen oder südlichen Lauf des Flusses, ferner seinen grössten Werth für eine längs des Parallelkreises nach Osten stattfindende Strömung, dagegen seinen kleinsten Werth für einen constanst westlichen Flusslauf habe." Jedenfalls ist der Vorwurf ungerechtfertigt „ich habe, wie es scheint, angenommen, dass die Unveranderlichkeit der Richtung am Orte auf eine loxodromische Bewegung der Lufttheilchen schliessen lässt." Die den obigen variablen Seitendruckwerthen analogen Ablenkungserscheinungen, die am Foucolt'schen Pendel und bei Schiessversuchen constatirt worden sein sollen, habe ich nur nebenbei, und zwar ausdrücklich als blos analoge Erscheinungen erwähnt, ohne, da ja der Gegenstand meiner Abhandlung andere Bewegungserscheinungen betraf, die Erklärung der ersteren zu beabsichtigen. Dr. A. Sprung hat sonach Recht, wenn er behauptet, aus meinen Untersuchungen ergebe sich eine solche Erklärung nicht. Mich trifft auch der Vorwurf nicht, ich hätte die beiden Begriffe „vorauszusetzende äussere Kraft bei einer von vorher gegebenen Bewegungsform" und „ablenkende Kraft der Erdrotation" nicht gehörig getrennt. Ich behandelte doch zunächst, wie es bei der zuvörderst durchgeführten Untersuchung der Einwirkung auf die Flussufer nothwendig erschien, den Werth der äusseren Kräfte, wenn die Geschwindigkeitsverhältnisse und die Gleichung der Bahn gegeben sind, somit bei gegebener Bewegungsform und darunter auch als besonderen Fall die obangeführte Bewegungsform, hierauf behandelte ich getrennt davon die Bewegung, die eintritt, wenn keine äusseren Kräfte ausser verticaler Kräfte auf ein frei bewegliches Lufttheilchen einwirken, in welchem Falle sich die „ablenkende Kraft der Erdrotation", welchen Ausdruck ich übrigens in der ganzen Abhandlung nicht angewendet habe, doch vor Allem manifestirt.

Übrigens gesteht Dr. Sprung nicht nur die Richtigkeit aller meiner Formeln, sondern er gibt auch zu, dass alle die an diese geknüpften Folgerungen „dem Wortlaute nach wenigstens streng richtig" sind und dies ist nach meinem Dafürhalten vor Allem wichtig.

$$G_\sigma^{(o)} = G_\sigma^{(\pi)} = -\frac{0\cdot1569}{1+0\cdot004\,t}\,u \sin\varphi$$

$$G_\sigma^{\left(\frac{\pi}{2}\right)} = -\left(\frac{0\cdot1569}{1+0\cdot004 t}\,u\sin\varphi - \frac{1075\cdot81}{1+0\cdot004\,t}\,\frac{u^2\,tg\,\varphi}{\frac{a}{\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\varphi}}+h}\right)$$

$$G_\sigma^{\left(3\frac{\pi}{2}\right)} = -\left(\frac{0\cdot1569}{1+0\cdot004\,t}u\sin\varphi + \frac{1075\cdot81}{1+1\cdot004\,t}\cdot\frac{u^2\,tg\,\varphi}{\frac{a}{\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\varphi}}+h}\right)$$

Da nun der absolute Zahlwerth des zweiten Summanden in den beiden letzten Gleichungen wegen des verhältnissmässig geringen Werthes des u bei allen thatsächlich stattfindenden Luftströmungen kleiner ist, als der des ersten Summanden, so sind alle die hier angeführten Werthe des G_σ aufder nördlichen Hemisphäre, wo $-\frac{\pi}{2} < \varphi < o$ ist, positiv, auf der südlichen Hemisphäre dagegen, wo $o < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ist, negativ, d. h. der Barometerstand nimmt beim Fortschreiten in der Curve C_σ rechts von der Strömungsrichtung auf der nördlichen Halbkugel unter den obangeführten Umständen zu, auf der südlichen Erdhälfte aber ab, und zwar ist diese durch die letzten Gleichungen bestimmte Änderung des Barometerstandes für einen Grad, diesen Werthen entsprechend, bei Westwinden am grössten, bei Ostwinden am kleinsten. Findet jedoch die Luftströmung parallel zu einer geodätischen Linie der Erdoberfläche statt, in welchem Falle $\beta = o$ ist, so ist der Gradient vom Azimuth θ vollkommen unabhängig, und es hat dann G_σ für alle Winde, mögen sie von welcher Richtung der Windrose immer kommen, der Gleichung 25) zufolge, den obigen übrigens bekannten Werth von $G_\sigma^{(o)}$ oder $G_\sigma^{(\pi)}$, nämlich den Werth

$$G_\sigma = -\frac{0\cdot1569}{1+0\cdot004\,t}\,u\sin\varphi$$

Will man die Druckverhältnisse längs der Curve C_σ bei Meeresströmungen untersuchen, so muss man auf die letzte der Gleichungen 21) zurückgreifen, welche dann partiell nach σ zu integriren ist. Die Dichtigkeit ρ des Meerwassers kann man als blosse Function der Temperatur ansehen und da, wenigstens wenn die Länge σ nicht zu bedeutend ist, die Annahme gerechtfertigt ist, dass die Temperatur in dieser Strecke σ, also in gleicher Tiefe unter der Meeresoberfläche überall eine gleiche ist, so kann man ρ bei dieser Integration als constant annehmen. Findet demnach die Meeresströmung beispielsweise derart statt, dass für alle in demselben Moment in der Curve C_σ enthaltenen Wassertheilchen die Horizontalprojection der relativen Bahn als geradlinig, also $\beta = o$ angenommen werden kann, sind ferner die einzelnen Werthe der Geschwindigkeiten u für diese Wassertheilchen nahezu die gleichen, dessgleichen die Werthe von $\frac{dh}{dt}$, wie auch von φ und θ — eine Annahme, die in den meisten Fällen gestattet ist — so ergibt die oberwähnte Integration für den Druckunterschied $P—P_o$ an zwei um σ von einander entfernten Punkten der Curve C_σ.

$$P - P_o = 2\rho w \sigma \left[\frac{dh}{dt}\cos\varphi\cos\theta - u\sin\varphi\right]$$

Für u, $\frac{dh}{dt}$, φ und θ hat man in dieser Gleichung die der Strecke σ entsprechenden Mittelwerthe einzuführen.

Die aus dieser Gleichung deducirbaren Gesetze lauten offenbar analog den früheren für die Luftströmungen giltigen.

Nachdem bisher der Zustand in der Curve C_σ untersucht wurde, wollen wir nun zur Betrachtung der atmosphärischen Druckverhältnisse, die in der Verticalen herrschen, schreiten.

Für diese ist massgebend die erste der Gleichungen 21), wenn in derselben für $\frac{dP}{\rho}$ der Werth aus der Gleichung 24) eingesetzt wird, wodurch die Gleichung die Form annimmt:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{b}\cdot\frac{db}{dh} = \frac{12\cdot73876.10^{-6}}{1+0\cdot004\,t}\left[-g - \frac{d^2h}{dt^2} - 2\,wu\cos\varphi\sin\theta + u^2\alpha + \right.\\
&\qquad + \frac{1}{\rho}\,\frac{W.\frac{dh}{dt}}{\sqrt{u^2 + \left(\frac{dh}{dt}\right)^2}} = -[A_1 + A_2 + A_3 + A_4], \text{ wofern}\\
&\qquad\qquad A_1 = \frac{12\cdot73876.10^{-6}}{1+0\cdot004\,t}\,g
\end{aligned}\right\} \quad 26)$$

$$\left.\begin{aligned}
A_2 &= \frac{12\cdot73876.10^{-6}}{1+0\cdot004\,t} \cdot \frac{d^2h}{dt^2} \\
A_3 &= \frac{12\cdot73876.10^{-6}}{1+0\cdot004\,t} \cdot \left[2w\,u\cos\varphi\sin\theta - u^2\left(\frac{\cos^2\theta}{r} + \frac{\sin^2\theta}{R}\right)\right] \\
A_4 &= \frac{12\cdot73876.10^{-6}}{1+0\cdot004\,t} \cdot \frac{1}{\rho} \frac{W.\frac{dh}{dt}}{\sqrt{u^2+\left(\frac{dh}{dt}\right)^2}} = -\frac{W}{13\cdot59593\,gb} \frac{\frac{dh}{dt}}{\sqrt{u^2+\left(\frac{dh}{dt}\right)^2}}
\end{aligned}\right\} \quad 26)$$

ist, wie sich aus 11) und 23) ergibt. Der erste Summand A_1 lässt das bekannte Gesetz der Abhängigkeit des Luftdruckes bei ruhiger Luft von der Höhe über der Erdoberfläche erkennen. Aus der Gleichung $\frac{1}{b}\frac{db}{dh} = -A_1$ ergibt sich nämlich durch Integration derselben die bekannte barometrische Höhengleichung

$$H = 18434.\,(1+0\cdot004\,t)(1+0\cdot002598\cos 2\varphi).\log\frac{B}{b} \qquad 27)$$

wenn aus bekannten Gründen gesetzt wird

$$g = 9\cdot80552\,(1-0\cdot002598\cos 2\varphi)$$

Der geringe Unterschied zwischen dem Coëfficienten 18434 in der Gleichung 27), der sich aus den besonderen Zahlwerthen in 26), 23) und 22) ergab, und dem gewöhnlich angewendeten Coëfficienten 18482 ist leicht erklärlich.

Der zweite Summand A_2 in 26) lehrt, dass der Luftdruck bei bewegter Luft auch von der verticalen Beschleunigung $\frac{d^2h}{dt^2}$ der Lufttheilchen abhängig ist, so zwar, dass unter sonst gleichen Verhältnissen bei positiver Beschleunigung $\frac{d^2h}{dt^2}$, also wenn bei einem aufsteigenden Luftstrome die Verticalgeschwindigkeit im Wachsen, oder bei einer niedergehenden Luftströmung die Verticalgeschwindigkeit im Abnehmen begriffen ist, die Abnahme des Luftdruckes nach oben rascher erfolgt, als bei ruhiger Luft, und zwar ist dem Werthe A_2 in 26) entsprechend die durch diesen Einfluss allein bedingte Abnahme des Luftdruckes für je einen Meter dieser Verticalgeschwindigkeit und eine Höhendifferenz von je 1 Meter bei dem Normalluftdruck von 0·76 Meter bestimmt durch $\frac{12\cdot73876.10^{-6}}{1+0\cdot004\,t}.\,0\cdot76 = 9\cdot68.10^{-6}$ Meter oder durch 0·00968 Mm.

Nimmt dagegen die Geschwindigkeit der aufsteigenden Luftströmung mit der Zeit ab, oder die eines abwärts gerichteten Luftstromes zu, ist demnach $\frac{d^2h}{dt^2}$ negativ, so erfolgt die Druckabnahme in die Höhe langsamer als bei ruhiger Luft, so zwar, dass der jetzt entgegengesetzte Einfluss pro Meter denselben Werth, wie früher, hat.

Kann die Verticalgeschwindigkeit aller in derselben Verticalen innerhalb der beliebigen Strecke h gelegenen Lufttheilchen für irgend ein Zeitelement als constant angesehen werden, wenn sie auch für die verschiedenen Luftpartikel dieser Strecke eine verschiedene ist, so hat diese verticale Componente der Strömung, da $\frac{d^2h}{dt^2} = o$ ist, keinen Einfluss auf die barometrische Differenz der Endpunkte dieser Strecke. Dasselbe würde der Fall sein, wenn die Verticalbeschleunigung einiger dieser Lufttheilchen positiv, anderer negativ wäre, so zwar, dass für diese Strecke

$$\int \frac{\frac{d^2h}{dt^2}}{1 + 0{\cdot}004\,t} . dh = o$$

wäre.

Der Einfluss der Horizontalströmung der Luft, nämlich der Horizontalgeschwindigkeit u und des Azimuths θ, welche beide Grössen durch meteorologische Beobachtungen der Windstärke und Windrichtung bestimmbar sind, auf den Barometerstand ist aus dem dritten Summanden A_3 in 26) zu entnehmen.

Dieser Summand lehrt, dass das Mass der logarithmischen Änderung des Barometerstandes, die einem Höhenunterschiede von einer Längeneinheit entspricht, für irgend einen Ort der Erdoberfläche oder der Atmosphäre auch von dem Azimuth θ der Windrichtung abhängt, und zwar hat für einen gegebenen Ort — demnach bei gegebenem φ, r und R — unter der Voraussetzung der gleichen horizontalen Windgeschwindigkeit u, wie aus der vorletzten Gleichung in 26) klar hervorgeht, da ein der Gleichung

$$\theta = -\text{arc sin} \frac{w \cos \varphi}{u\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)}$$

entsprechender Werth des θ für die thatsächlichen Windströmungen unserer Erde wegen der verhältnissmässigen Kleinheit von

u als imaginär ausgeschlossen ist, der diesbezügliche massgebende Summand A_3 nur zwei ausgezeichnete Werthe, und zwar einen Minimalwerth, nämlich den negativen Werth $-2\,wu\cos\varphi - \frac{u^2}{R}$ für $\theta = 3\frac{\pi}{2}$, demnach für einen Westwind und andererseits für $\Theta = \frac{\pi}{2}$, also für einen Ostwind den Maximalwerth $2wu\cos\varphi - \frac{u^2}{R}$, der jedenfalls positiv ist, da selbst die grösste überhaupt beobachtete horizontale Geschwindigkeit der Lufttheilchen kleiner als $2R\cos\varphi\,.\,w$ ist.

Setzen wir eine horizontale Luftströmung voraus, so dass $\frac{dh}{dt} = 0$ ist, bezeichnen mit h_o die Höhe der obersten Grenze, bis zu der eine Luftströmung, deren Azimuth θ ist, reicht und mit b_o den Barometerstand in dieser Luftschichte, so ergibt die Integration der ersten der Gleichungen 26)

$$lb - lb_o = \int_h^{ho} A_1\,dh + \int_h^{ho} A_3\,dh$$

Ist B der Barometerstand bei ruhiger Atmosphäre in derselben Höhe h, auf die sich in der letzten Formel der Barometerstand b bezog, so ist unter Voraussetzung derselben Temperaturverhältnisse

$$lB - lb_o = \int_h^{ho} A_1\,dh$$

somit

$$lb - lB = \int_h^{ho} A_3\,dh$$

Dem oben discutirten Werthe von A_3 gemäss müsste demnach, wenn die Temperaturverhältnisse dieselben blieben und h_o, somit die obere Grenze für alle Luftströmungen, sich nicht ändern würde, wie ich dies übrigens schon im ersten Theile der vorliegenden Abhandlung hervorgehoben habe, in Folge der Erdrotation einem Ostwinde der höchste, einem Westwinde der niederste Barometerstand b an irgend einem Orte der Atmosphäre entsprechen.

Bemerkenswerth ist der Umstand, dass es für einen jeden Ort der Erde und für einen jeden Werth der Horizontalgeschwindigkeit u ein bestimmtes Azimuth θ gibt, für welches $A_3 = o$, somit zufolge der letzten Gleichung $b = B$ ist, demnach — eine horizontale Luftströmung und dieselbe Temperatur vorausgesetzt — die Luftdruckverhältnisse in derselben Verticalen trotz des herrschenden Windes dieselben sind, wie bei ruhiger Luft. Aus der vorletzten der Gleichungen 26) ergibt sich für dieses Azimuth der Werth

$$\theta = \arc \sin \left[- \frac{w \cos \varphi}{u \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)} \pm \sqrt{\frac{w^2 \cos^2 \varphi}{u^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)^2} + \frac{R}{R-r}} \right]$$

wo nur das obere Zeichen der Quadratwurzel Giltigkeit haben kann, da, wie schon früher gezeigt wurde, $w \cos \varphi > u \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$ ist. Demnach ist $\sin \theta$ gelegen zwischen den beiden Werthen $\frac{u}{2R \cos \varphi . w}$ und $\frac{u}{2r \cos \varphi . w}$ und da R und r für $h = o$ den Werthen 6) zufolge zwischen den äussersten Grenzwerthen $\frac{a}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}$ und $a\,(1-\varepsilon^2)$ oder $\frac{a^2}{b}$ und $\frac{b^2}{a}$ liegen (wo b die Polarhalbaxe der Erde bedeutet), so ergeben sich, wenn man nach Bessel

$$a = 6377398 \text{ M. } 178$$
$$b = 6356079 \text{ „ } 587$$

setzt, folgende Näherungswerthe dieses Azimuthes θ für die verschiedenen geographischen Breiten und Windstärken:

	$u = 1^m$		$u = 10^m$	
Für $\varphi = \quad 0°$	3′ 41″ und	179°56′ 19″	36′ 50″ und	179°23′ 10″
$\varphi = \pm 30$	4 15	179 55 55	42 30	179 17 30
$\varphi = \pm 45$	5 14	179 54 46	52 20	179 7 40
$\varphi = \pm 60$	7 25	179 52 35	1° 14′	178 56
$\varphi = \pm 75$	14 20	179 45 40	2 23	177 37

	$u = 20^m$		$u = 40^m$	
Für $\varphi = \quad 0°$	1°14′ und	178° 46′	2°28′ und	177° 32′
$\varphi = \pm 30$	1 25	178 35	2 51	177 9
$\varphi = \pm 45$	1 45	178 15	3 29	176 31
$\varphi = \pm 60$	2 23	177 37	4 46	175 14
$\varphi = \pm 75$	4 46	175 14	9 35	170 25

Liegt das Azimuth der herrschenden Luftströmung zwischen den beiden demselben Orte der Erde und derselben Geschwindigkeit entsprechenden beiden Azimuthalwerthen dieser Tabelle, so ist, wie sich aus dem Werthe von A_3 in 26) ergibt, A_3 positiv, demnach der früheren Gleichung $lb - lB = \int_h^{h_0} A_3\, dh$, wo $h_0 > h$ ist, entsprechend, der herrschende Barometerstand grösser als bei ruhiger Luft, und zwar, wie gezeigt wurde, am grössten für einen Ostwind, für andere Azimuthe aber, so zum Beispiel auch für einen Nord- oder Südwind, wo $A_3 = -\frac{u^2}{r}$ ist, niederer als bei ruhiger Athmosphäre, und zwar am niedersten, wenn ein Westwind weht

Die Fortsetzung dieser Untersuchungen will ich einem demnächst folgenden dritten Theile dieser Abhandlung vorbehalten.