

# Über die Schweifaxe des Kometen 1874 III (Coggia).

Von Dr. **J. v. Hepperger**,

*Assistent an der k. k. Sternwarte zu Wien.*

(Mit 1 Holzschnitt.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 16. November 1883.)

Nachdem Bessel's bahnbrechende Untersuchungen über die am Halley'schen Kometen wahrgenommenen Ausströmungen neue Gesichtspunkte aufgedeckt hatten, welche viel zur Erklärung dieser räthselhaften Erscheinungen beitrugen, und zugleich auch den Weg erkennen liessen, wie man durch Beobachtung zur Kenntniss der Grösse der Kräfte, welche diese Erscheinungen in's Leben rufen, gelangen kann, hielt man bei der Berechnung ähnlicher Erscheinungen durch längere Zeit hindurch fast genau an den Formeln fest, welche in genannten Untersuchungen angegeben sind. Bessel hatte jedoch hierin sein vorzügliches Augenmerk auf die Erklärung der Erscheinungen gerichtet, welche die gegen die Sonne gekehrten Ausströmungen darboten, und erst in zweiter Linie zeigen wollen, wie die gefundenen Formeln transformirt werden können, um auch die Kraft zu bestimmen, welche den Schweiftheilen die von ihnen eingehaltenen Bahnen vorschreibt.

Die Dürftigkeit der Aufzeichnungen über die Schweiflagen früherer grosser Kometen, sowie eine Fülle anderweitiger Arbeiten, hatten Bessel die Gelegenheit benommen, seine Formeln in solchem Maasse zu verwerthen, um das Bedürfniss zu fühlen, über die Anwendbarkeit derselben eine nähere Untersuchung anzustellen. Und so kam es, dass, während die Bessel'sche Formel nur auf solche Schweifmoleküle passende Anwendung findet, welche sich in nur geringer Entfernung vom Kometenkerne befinden, dieselbe auch für weit abstehende Schweiftheilchen häufig in Verwendung gebracht worden ist, für welche

sie schon sehr unrichtige Resultate lieferte. Erst Prof. Bredichin erkannte im Verlaufe seiner umfangreichen Studien über Bildung und Structur von Kometenschweiften die Nothwendigkeit, die Bewegungsverhältnisse vom Kerne des Kometen einigermassen entfernter Schweifmoleküle nach strengen Formeln zu behandeln.

Seine Berechnung der Repulsionskraft aus den vom Director der Athener Sternwarte, Herrn J. Schmidt angestellten Beobachtungen über die successiven Lagen der Schweifaxe des Kometen 1874 III (Coggia) ist aber noch vermittelt der Bessel'schen Näherungsformel durchgeführt. Nachdem ich mich schon früher mit der Bahnbestimmung dieses Kometen beschäftigt hatte und die bedeutende Schweifentwicklung desselben die Anwendbarkeit der Bessel'schen Formel in vielen Fällen zweifelhaft erscheinen liess, unternahm ich eine Neuberechnung der Schmidt'schen Beobachtungen nach strengem Rechnungsvorgehen. Da es sich hiebei nur um Punkte handelte, welche in der Schweifaxe gelegen sind, so genügte es bei den einschlägigen Rechnungen, nur die Lage der Axe in's Auge zu fassen.

Nach der herrschenden Vorstellungsweise von der Bildung der Kometenschweife wird in einer bestimmten Zeit vom Kometenkerne in der Richtung gegen die Sonne eine gewisse Masse von Ausströmungsproducten entsendet, welche vom Momente ihrer Bildung angefangen, unter dem Einflusse einer constanten Repulsionskraft stehen, von welcher ich im vorliegenden Falle annehme, dass sie für gleichzeitige Gebilde auch gleichgrosse Werthe besitze. In Folge dieser Kraft werden sich die auf den Radiusvector projicirten Geschwindigkeiten der strömenden Materie stetig vermindern, bis sie endlich den Werth Null erreichen; von diesem Momente an tritt, bei gleichzeitigem Wachsen dieser Geschwindigkeiten in entgegengesetzter Richtung das Abströmen der Materie in den Schweif ein, dessen Entwicklung in die Breite von den auf den Radiusvector senkrechten Geschwindigkeitscomponenten abhängen wird, welche die Randeile des Ausströmungskegels besaßen. Die Schweifaxe wird aber ihrer Lage nach hiervon unabhängig sein, wenn, wie es beim Kometen 1874 III, soviel man aus Beobachtungen entnehmen kann, in der That zugetroffen zu haben scheint, die Axe des Ausströmungskegels mit dem Radiusvector zur Sonne zusammen-

fiel. Sie ist die Linie, in welcher sich die seit Beginn der Ausströmungen successive in den Scheitelpunkt ihrer Umhüllungsfläche gelangten Moleküle befinden würden, wenn dieselben in ihrer ferneren Bewegung durch den Körper des Kometen nicht weiter gestört worden wären. Um demnach die Gestalt der Axe ermitteln zu können, handelt es sich vorerst darum, die Bahn eines solchen Moleküles zu bestimmen. Bei der Kleinheit der gewöhnlich innerhalb der Coma liegenden Umhüllungsfläche der Ausströmungen kann man für deren Scheitelpunkt wohl auch den Kern des Kometen substituiren, und ich werde nun in Kürze die Formeln entwickeln, durch welche die Bewegung eines Theilchens bestimmt wird, das direct vom Kometenkerne ohne Anfangsgeschwindigkeit ausgegangen sein soll, und dessen relative Bewegung gegen denselben lediglich in Folge einer constanten Differenz in dem Wirken der auf die Einheit der Entfernung reducirten Solarkraft vor sich gehe. Da sich nach den gemachten Voraussetzungen das Theilchen in der Ebene der Kometenbahn bewegen muss, wähle ich dieselbe zur Coordinatenebene, das Sonnencentrum zum Anfangspunkte eines rechtwinkligen Systems, dessen Abscissenaxe mit der Axe der Kometenbahn zusammenfällt. Ich nehme an, dass der Komet eine parabolische Bahn besitze, und beim Passiren des Perihels in den ersten Quadranten des gewählten Coordinatensystems eintrete. Die Periheldistanz des Kometen sei durch  $q$  bezeichnet.

Es sei die Wirkung der Sonne auf das Theilchen in der Entfernung  $\rho$  vom Sonnencentrum durch  $\frac{k^2 \mu}{\rho^2}$  ausgedrückt, worin

$k^2$  die Gauss'sche Constante bedeutet;  $\mu$  stellt hienach, den absoluten Werth der Newton'schen Gravitation als Einheit genommen, die Kraft dar, mit welcher die Sonne in der Einheit der Entfernung auf das Theilchen wirkt. Anziehenden Kräften sollen positive, abstossenden negative Werthe von  $\mu$  entsprechen. Bei normalen Kometenschweifen, die eine von der Sonne abgekehrte Lage besitzen, und auf welche allein ich in dieser Abhandlung Rücksicht nehmen werde, muss  $\mu$  stets kleiner sein als  $+1$ , kann jedoch viel grössere negative Werthe erhalten. Da sonach die Grösse  $1-\mu$ , welche gewöhnlich als die dem Theilchen zukommende Repulsionskraft bezeichnet wird, ausnahmslos positive

Werthe erhält, werde ich sie in den Entwicklungen der Formeln, bei welchen das Vorzeichen von  $\mu$  besonders beachtet werden muss, durch das Quadrat einer anderen Grösse ( $\nu$ ) ausdrücken:

$$1 - \mu = \nu^2.$$

Es kennzeichnet sich der Unterschied zwischen anziehender und abstossender Wirkung der Sonne auf das Theilchen darin, dass im ersten Falle

$$\nu^2 < 1,$$

während im zweiten

$$\nu^2 > 1;$$

der Übergang zwischen beiden Fällen wird vermittelt durch den Specialfall

$$\nu^2 = 1; \quad \mu = 0,$$

in welchem also die Wirkung der Sonne auf das Theilchen Null ist.

Sind  $x, y$  die rechtwinkligen Coordinaten des Theilchens, so lauten die Fundamentalgleichungen seiner Bewegung:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = - \frac{k^2(1-\nu^2)}{\rho^3} x; \quad \frac{d^2y}{dt^2} = - \frac{k^2(1-\nu^2)}{\rho^3} y.$$

Durch Integration dieser Gleichungen erhält man

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = h^2 + \frac{2k^2(1-\nu^2)}{\rho}$$

$$x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} = c.$$

Die Bestimmung der Constanten  $h$  und  $c$  ist sehr einfach, da im Momente der Trennung des Theilchens vom Kometenkern sowohl die Coordinaten als auch die Geschwindigkeiten des Theilchens identisch sind mit denen des Kometenkernes, dessen Polarcoordinaten  $r$  und  $v$  seien. Die Werthe von  $h$  und  $c$  ergeben sich hiernach:

$$h^2 = \frac{2k^2\nu^2}{r}; \quad c = k\sqrt{2q}.$$

Weiters ergibt sich nach bekanntem Verfahren:

$$dt = \frac{\rho d\rho}{\sqrt{h^2 \rho^2 + 2k^2(1-\nu^2)\rho - c^2}} = \frac{\rho d\rho}{k\sqrt{2} \sqrt{\frac{\nu^2}{r} \rho^2 + (1-\nu^2)\rho - q}}.$$

Bezeichnet  $w$  den Winkel, welchen der Radiusvector  $\rho$  mit der  $X$ -Axe bildet, so dass

$$x = \rho \cos w; \quad y = \rho \sin w$$

werden, so besteht die Relation

$$\rho^2 dw = c dt;$$

die Differentialgleichung der Curve, in welcher sich das Theilchen bewegt, lautet sonach

$$dw = - \frac{\sqrt{q} d\zeta}{\rho \sqrt{\frac{\nu^2}{r} \rho^2 + (1-\nu^2)\rho - q}};$$

ich werde bei der hier vorzunehmenden Integration die beiden Fälle auseinanderhalten, in denen  $1-\nu^2$  entweder einen positiven oder negativen Werth besitzt.

1)  $1-\nu^2 > 0$

$$\rho = \frac{p}{1 + e \cos(w-\chi)};$$

$\chi$  bedeutet hierin die Integrationsconstante,  $p$  den Parameter und  $e$  die Excentricität der Curve. Die beiden letzteren Grössen erscheinen durch die Gleichungen

$$p = \frac{2q}{1-\nu^2}; \quad e^2 - 1 = \frac{4q\nu^2}{r(1-\nu^2)^2} = \frac{4\nu^2 \cos^2 \frac{v}{2}}{(1-\nu^2)^2}$$

in einfacher Weise bestimmt. Die Curve, in welcher sich das Theilchen bewegt, ist sonach durch einen Hyperbelast dargestellt, dessen concave Seite der Sonne zugewendet ist. Der Winkel  $\chi$ , unter welchem sich die Axen der Hyperbel und Parabel durchschneiden, bestimmt sich auf folgende Weise:

$$\begin{aligned} e\rho \cos(w-\chi) + \rho &= p \\ ex \cos \chi + ey \sin \chi + \rho &= p \\ d\rho &= -e \cos \chi dx - e \sin \chi dy. \end{aligned}$$

Andererseits erhält man aus:

$$x = \rho \cos w \quad \text{und} \quad y = \rho \sin w$$

$$d\rho = \cos w dx + \sin w dy.$$

Die Elimination von  $d\rho$  ergibt:

$$(e \cos \chi + \cos w) dx + (e \sin \chi + \sin w) dy = 0.$$

Indem ich mit Hilfe der Gleichung

$$x dy - y dx = c dt$$

$dy$  ausscheide, erhalte ich

$$(e \cos \chi + \cos w) dx + (e \sin \chi + \sin w) \left( \frac{y}{x} dx + \frac{c}{x} dt \right) = 0$$

$$e \cos \chi + \cos w + (e \sin \chi + \sin w) \operatorname{tg} w] dx = - \frac{c}{x} (e \sin \chi + \sin w) dt$$

$$\rho [1 + e \cos(w - \chi)] dx = -c (e \sin \chi + \sin w) dt$$

$$p dx = -c (e \sin \chi + \sin w) dt.$$

Da

$$c = k \sqrt{2q} \quad \text{und} \quad p = \frac{2q}{1 - v^2}$$

sind die Geschwindigkeitscomponenten nach den Coordinatenaxen folgende:

$$\frac{dx}{dt} = - \frac{k(1 - v^2)}{\sqrt{2q}} (e \sin \chi + \sin w)$$

$$\frac{dy}{dt} = + \frac{k(1 - v^2)}{\sqrt{2q}} (e \cos \chi + \cos w).$$

Für den Ausgangspunkt des Theilchens vom Kometenkerne, wo  $w = v$ , müssen diese Geschwindigkeitscomponenten identisch sein mit denen des Kometen, deren Werthe nachstehende sind:

$$- \frac{k}{\sqrt{2q}} \sin v \quad \text{und} \quad + \frac{k}{\sqrt{2q}} (1 + \cos v).$$

Daraus erhält man die Bestimmungsgleichungen

$$e \sin \chi = \frac{v^2}{1-v^2} \sin v$$

$$e \cos \chi = \frac{1+v^2 \cos v}{1-v^2}.$$

Indem man mit Hilfe dieser Relationen  $e$  und  $\chi$  aus der Curvengleichung eliminirt, erhält man

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\frac{2q}{1-v^2}}{1+e \cos(w-\chi)} = \frac{2q}{\cos w + v^2 \cos(w-v) + 1-v^2} \\ &= \frac{q}{\cos^2 \frac{w}{2} - v^2 \sin^2 \frac{w-v}{2}} \end{aligned}$$

$$2) \quad 1-v^2 < 0.$$

Da in diesem Falle  $v^2-1$  eine positive Grösse ist, gebe ich der Differentialgleichung der Curve die folgende Form:

$$dw = \frac{\sqrt{q} d\rho}{\rho \sqrt{\frac{v^2}{r} \rho^2 - (v^2-1)\rho - q}}$$

Durch Integration erhält man

$$\rho = \frac{p'}{e' \cos(w-\chi') - 1}.$$

Diese Curve ist eine Hyperbel, welche dem Brennpunkte, in dem sich die Sonne befindet, die convexe Seite zukehrt. Die Constanten erscheinen durch nachfolgende Gleichungen bestimmt:

$$\begin{aligned} p' &= \frac{2q}{v^2-1}; \quad e'^2-1 = \frac{4qv^2}{r(v^2-1)^2}; \quad e' \sin \chi' = \frac{v^2}{v^2-1} \sin v \\ e' \cos \chi' &= \frac{1+v^2 \cos v}{v^2-1}. \end{aligned}$$

Die Gleichung der Curve erhält durch Einsetzung der entsprechenden Ausdrücke für  $p'$ ,  $e'$ ,  $\chi'$  folgende Gestalt:

$$\rho = \frac{p'}{e' \cos(w - \chi') - 1} = \frac{2q}{\cos w + v^2 \cos(w - v) - v^2 + 1}$$

$$= \frac{q}{\cos^2 \frac{w}{2} - v^2 \sin^2 \frac{w - v}{2}}$$

Eine Vergleichung der beiden Formeln für die Curve, in welcher sich das Theilchen bewegt, je nachdem  $1 - v^2 > 0$  oder  $1 - v^2 < 0$ ,

$$1) \quad 1 - v^2 > 0$$

$$2) \quad 1 - v^2 < 0$$

$$\rho = \frac{p}{1 + e \cos(w - \chi)}$$

$$\rho = \frac{p'}{e' \cos(w - \chi') - 1}$$

lässt erkennen, dass die eine in die andere übergeht, wenn man setzt:

$$p' = -p$$

$$e' = -e$$

$$\chi' = \chi.$$

Die gleichen Beziehungen lassen sich aber auch aus einer directen Vergleichung der in den beiden Fällen für  $p$ ,  $e$ ,  $\chi$  und  $p'$ ,  $e'$ ,  $\chi'$  geltenden Relationen ableiten. Der Winkel  $\chi$  ist hierbei in jenem Quadranten zu wählen, welcher den Vorzeichen von  $\sin v$  und  $\operatorname{tg} \chi$  entspricht.

Es ist also nach den gemachten Bemerkungen überflüssig, die diesbezüglichen Formeln verschieden zu gestalten, je nachdem  $1 - v^2 \geq 0$ , da ein Formelsystem ausreicht, wenn man nur die Hilfsgrössen mit dem ihren Bestimmungsgleichungen entsprechenden Vorzeichen in die weitere Rechnung einführt.

Ich werde nun eine Beziehung zwischen  $t$  und  $w$  ableiten, ausgehend von den Gleichungen

$$\rho^2 dw = k \sqrt{2q} dt$$

$$\rho = \frac{2q}{(1 - v^2)[1 + e \cos(w - \chi)]}$$

Die Elimination von  $\rho$  ergibt



$$\frac{(2q)^{\frac{3}{2}}}{k(1-v^2)} \frac{dw}{[1+e \cos(w-\chi)]^2} = dt$$

Das unbestimmte Integral der linken Seite dieser Differentialgleichung ist

$$\frac{q^{\frac{3}{2}}(1-v^2)}{k \cdot 2^{\frac{3}{2}} \cdot v^3 \cos^3 \frac{v}{2}} \left\{ \frac{2e \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \operatorname{tg} \frac{1}{2}(w-\chi)}{1 - \frac{e-1}{e+1} \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}(w-\chi)} \right. \\ \left. - \log. \text{ nat.} \frac{1 + \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \operatorname{tg} \frac{1}{2}(w-\chi)}{1 - \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \operatorname{tg} \frac{1}{2}(w-\chi)} \right\}$$

Die Zeit  $t$  möge von dem Momente ab gezählt werden, in welchem das Theilchen den Kern des Kometen zu verlassen im Begriffe ist, so dass der Anfangswerth von  $w$  durch die Grösse  $v$  gegeben ist. Im Verlaufe der Zeit  $T$  habe die Anomalie des Kometen den Werth  $v_0$  erreicht.  $T$  bestimmt sich aus der Gleichung

$$T = q^{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{2}}{k} \left\{ \operatorname{tg} \frac{v_0}{2} + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{v_0}{2} - \operatorname{tg} \frac{v}{2} - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{v}{2} \right\} = q^{\frac{3}{2}} (M_0 - M).$$

Nach Vornahme der Substitutionen

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} F = \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \operatorname{tg} \frac{1}{2} (v-\chi)$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} F' = \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \operatorname{tg} \frac{1}{2} (w-\chi)$$

$$\lambda = \text{Mod. log. vulg.}$$

erscheint der dem Werthe  $v_0$  entsprechende Werth von  $w$  an die Gleichung gebunden:

$$\frac{2^{\frac{3}{2}} \cdot k \cdot \lambda \cdot v^3}{1-v^2} \cos^3 \frac{v}{2} (M_0 - M) - e \lambda (\operatorname{tg} F' - \operatorname{tg} F) + \log \frac{\operatorname{tg}(45^\circ + \frac{1}{2} F')}{\operatorname{tg}(45^\circ + \frac{1}{2} F)} = 0.$$

Diese Formel eignet sich zur Bestimmung von  $w$  aus gegebenen Werthen der Grössen

$$q, 1-\mu, v, v_0.$$

Ich werde nun die Formeln zusammenstellen, deren man sich bedienen kann, um für einen beliebigen Zeitpunkt die Lage der Schweifaxe eines Kometen zu ermitteln, wenn der Werth der Repulsionskraft als bekannt angenommen wird. Da dieselben Formeln sowohl für positive wie negative Werthe von  $\mu$  verwendbar sind, so werde ich zu der von Bessel aufgestellten und seither allgemein angenommenen Bezeichnungsart der Repulsionskraft zurückkehren.

Es bedeuten:

$q$  = Periheldistanz des Kometen;

$v$  = Anomalie des Kometen zur Zeit, in welcher ein Theilchen den Kern des Kometen verlassen hat;

$v_0$  = Anomalie des Kometen zur Zeit, in welcher die Polarcoordinaten dieses Theilchens  $w, \rho$  sind;

$1-\mu$  = die dem Theilchen zukommende Repulsionskraft;

$\lambda$  = Mod. log. vulg.

Die Lage der Schweifaxe kann durch ein constructives Verfahren aus einem System zusammengehöriger Werthe von  $w, \rho$  erhalten werden, welche man aus in passenden Intervallen angenommenen Werthen für  $v$  in folgender Weise bestimmt.

Zuerst berechnet man sich  $e$  und  $\chi$  aus den Gleichungen

$$e \sin \chi = \frac{1-\mu}{\mu} \sin v$$

$$e \cos \chi = \frac{1 + (1-\mu) \cos v}{\mu}$$

Der Winkel  $\chi$  ist in dem durch das Vorzeichen von  $\sin v$  und  $\operatorname{tg} \chi$  bestimmten Quadranten zu wählen.  $e$  erhält hiernach einen negativen Werth, wenn  $1 - \mu > 1$ ; weiters bestimmt man sich  $F$  aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} F = \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \operatorname{tg} \frac{1}{2} (v - \chi)$$

und hat dann  $F'$  im Wege fortgesetzter Versuche aus der Gleichung

$$e\lambda \operatorname{tg} F' - \log \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{1}{2} F' \right) = \frac{\lambda}{\mu} \left( \sqrt{2(1-\mu)} \cos \frac{v}{2} \right)^3 k(M_0 - M) \\ + e\lambda \operatorname{tg} F - \log \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{1}{2} F \right). \quad 1)$$

zu ermitteln. Ist auf diese Weise  $F'$  gefunden, so erhält man  $w$  aus der Relation:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} (w - \chi) = \sqrt{\frac{e+1}{e-1}} \operatorname{tg} \frac{1}{2} F'$$

und aus

$$\rho = \frac{2q}{1 + e \cos (w - \chi)}.$$

Prof. Bredichin hat in seinen in den Moskauer Annalen, V, 2 veröffentlichten Formeln für die hyperbolische Bewegung auch darauf Rücksicht genommen, dass das Theilchen mit einer gewissen Anfangsgeschwindigkeit den Kern des Kometen verlässt, und die Formeln selbst so eingerichtet, dass ein System hievon für den Fall  $1 - \mu < 1$ , das andere für den Fall  $1 - \mu > 1$  zu gebrauchen ist. Die Formeln beider Systeme sind den hier entwickelten sehr ähnlich, und eignen sich vorzugsweise dazu, um  $w$ ,  $\rho$  zu bestimmen, wenn  $1 - \mu$  als bekannt angenommen wird.

Wenn aber aus einer Beobachtung eines in der Schweifaxe des Kometen gelegenen Punktes der entsprechende Werth von  $1 - \mu$  bestimmt werden soll, empfiehlt es sich, der Gleichung 1) eine andere Form zu geben, dadurch, dass man die in ihr vor-

kommenden Grössen  $e$ ,  $F$ ,  $F'$  mit Hilfe der übrigen Gleichungen direct als Functionen von  $\mu$ ,  $v$ ,  $w$  ausdrückt. Dieselbe Gleichung, welche man auf diese Weise durch Elimination von  $e$  und  $\gamma$  aus 1) erhält, kann man auch direct durch Integration der Gleichung

$$\rho^2 dw = k\sqrt{2q} dt$$

ableiten, welchen Weg ich hier einschlagen werde, um nachzuweisen, dass die Bestimmung von  $1-\mu$  durch dieselbe Formel ausgeführt werden kann, gleichviel, ob der Werth von  $\mu$  positiv oder negativ ist.

Die Gleichung der Bahncurve des Theilchens lautet:

$$\rho = \frac{q}{\cos^2 \frac{w}{2} - (1-\mu) \sin^2 \frac{w-v}{2}}$$

Die Elimination von  $\rho$  aus diesen zwei Gleichungen ergibt:

$$\frac{dw}{\left[ \cos^2 \frac{w}{2} - (1-\mu) \sin^2 \frac{w-v}{2} \right]^2} = \frac{k\sqrt{2}}{q^{\frac{3}{2}}} dt.$$

Durch die Substitution

$$\frac{\sqrt{1-\mu} \sin \frac{w-v}{2}}{\cos \frac{w}{2}} = z$$

transformirt sich obige Gleichung in die folgende:

$$\frac{dw}{\cos^2 \frac{w}{2} (1-z^2)^2} = \frac{k\sqrt{2}}{q^{\frac{3}{2}}} dt.$$

$z^2$  bleibt stets innerhalb der Grenzen Null und Eins, da  $\rho$  einen positiven endlichen Werth besitzen muss:

$$0 \leq z^2 < 1.$$

Durch Differentiation erhält man:

$$\frac{dw}{\cos^2 \frac{w}{2}} = \frac{2 dz}{\sqrt{1-\mu} \cos \frac{v}{2}}$$

Es ist aber auch

$$\frac{1}{\cos^2 \frac{w}{2}} = 1 + \operatorname{tg}^2 \frac{w}{2} = \frac{1+z^2+2\sqrt{1-\mu} \sin \frac{v}{2} \cdot z-\mu}{(1-\mu) \cos^2 \frac{v}{2}}$$

Indem ich den Ausdruck  $\frac{dw}{\cos^4 \frac{w}{2}}$  als Function von  $z$  darstelle, bekomme ich:

$$\frac{k\sqrt{2}}{q^{\frac{3}{2}}} dt = \frac{2}{\left(\sqrt{1-\mu} \cos \frac{v}{2}\right)^3} \frac{1+z^2+2\sqrt{1-\mu} \sin \frac{v}{2} \cdot z-\mu}{(1-z^2)^2} dz.$$

Die Integration der rechten Seite dieser Gleichung kann ausgeführt werden nach den Formeln:

$$\int \frac{(1+z^2) dz}{(1-z^2)^2} = \frac{z}{1-z^2}$$

$$\int \frac{z dz}{(1-z^2)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{z}{1-z^2}$$

$$\int \frac{dz}{(1-z^2)^2} = \frac{1}{2} \frac{z}{1-z^2} + \frac{1}{4} \log. \text{ nat. } \frac{1+z}{1-z}.$$

Das unbestimmte Integral obiger Differentialgleichungen lautet sonach:

$$\frac{k\sqrt{2}}{q^{\frac{3}{2}}} t = \frac{2}{\left(\sqrt{1-\mu} \cos \frac{v}{2}\right)^3} \left\{ \frac{(2-\mu)z+2\sqrt{1-\mu} \sin \frac{v}{2}}{2(1-z^2)} - \frac{\mu}{4} \log. \text{ nat. } \frac{1+z}{1-z} \right\} + \text{Constante.}$$

Indem ich wieder die Zeit vom Momente der Loslösung des Theilchens vom Kerne des Kometen an zähle, habe ich für  $t=0$ :  $w=v$ ,  $z=0$

$$0 = \frac{2}{\left(\sqrt{1-\mu} \cos \frac{v}{2}\right)^3} \sqrt{1-\mu} \sin \frac{v}{2} + \text{Constante.}$$

Dadurch, dass ich die Zeit als Function der Anomalie ausdrücke und die Constante der Integration eliminiere, erhalte ich

$$\begin{aligned} k\sqrt{2} (M_0 - M) &= \frac{1}{\left(\sqrt{1-\mu} \cos \frac{v}{2}\right)^3} \left\{ \frac{(2-\mu)z + 2\sqrt{1-\mu} \sin \frac{v}{2}}{1-z^2} \right. \\ &\quad \left. - 2\sqrt{1-\mu} \sin \frac{v}{2} - \frac{\mu}{2} \log. \text{ nat. } \frac{1+z}{1-z} \right\} \\ &= \frac{1}{\left(\sqrt{1-\mu} \cos \frac{v}{2}\right)^3} \left\{ \frac{(2-\mu)z + (1+z^2)\sqrt{1-\mu} \sin \frac{v}{2}}{1-z^2} \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{1-\mu} \sin \frac{v}{2} - \frac{\mu}{2} \log. \text{ nat. } \frac{1+z}{1-z} \right\} \end{aligned}$$

Durch Restitution des Werthes von  $z$  ergibt sich

$$\begin{aligned} &\frac{(2-\mu)z + (1+z^2)\sqrt{1-\mu} \sin \frac{v}{2}}{1-z^2} \\ &= \frac{\sqrt{1-\mu}}{\cos^2 \frac{w}{2} - (1-\mu) \sin^2 \frac{w-v}{2}} \left\{ (2-\mu) \sin \frac{w-v}{2} \cos \frac{w}{2} \right. \\ &\quad \left. + \sin \frac{v}{2} \cos^2 \frac{w}{2} + (1-\mu) \sin^2 \frac{w-v}{2} \sin \frac{v}{2} \right\} \\ &= \frac{\sqrt{1-\mu}}{\cos^2 \frac{w}{2} - (1-\mu) \sin^2 \frac{w-v}{2}} \left\{ \sin \frac{w-v}{2} \cos \frac{w}{2} + \sin \frac{v}{2} \cos^2 \frac{w}{2} \right. \\ &\quad \left. + (1-\mu) \sin \frac{w-v}{2} \left( \cos \frac{w}{2} + \sin \frac{w-v}{2} \sin \frac{v}{2} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \sqrt{1-\mu} \cos \frac{v}{2}}{\cos^2 \frac{w}{2} - (1-\mu) \sin^2 \frac{w-v}{2}} [\sin w + (1-\mu) \sin(w-v)]$$

Dieser Ausdruck in obige Gleichung eingesetzt, ergibt:

$$k\sqrt{2}(M_0 - M =$$

$$\frac{\mu}{2\left(\sqrt{1-\mu} \cos \frac{v}{2}\right)^3} \left\{ \frac{\sqrt{1-\mu}}{\mu} \cos \frac{v}{2} \frac{\sin w + (1-\mu) \sin(w-v)}{\cos^2 \frac{w}{2} - (1-\mu) \sin^2 \frac{w-v}{2}} \right. \\ \left. - \frac{2\sqrt{1-\mu}}{\mu} \sin \frac{v}{2} - \log. \text{ nat.} \frac{\cos \frac{w}{2} + \sqrt{1-\mu} \sin \frac{w-v}{2}}{\cos \frac{w}{2} - \sqrt{1-\mu} \sin \frac{w-v}{2}} \right\}$$

Durch die Substitution

$$\frac{\sqrt{1-\mu} \sin \frac{w-v}{2}}{\cos \frac{w}{2}} = \operatorname{tg} \psi$$

wonach

$$\log. \text{ nat.} \frac{\cos \frac{w}{2} + \sqrt{1-\mu} \sin \frac{w-v}{2}}{\cos \frac{w}{2} - \sqrt{1-\mu} \sin \frac{w-v}{2}} = \log. \text{ nat.} \operatorname{tg}. (45^\circ + \psi) \\ = \frac{1}{\lambda} \log. \operatorname{tg}. (45^\circ + \psi)$$

wird, erhält die Bestimmungsgleichung für  $1-\mu$  unter Berücksichtigung der Relation

$$\cos^2 \frac{w}{2} - (1-\mu) \sin^2 \frac{w-v}{2} = \frac{q}{\rho}$$

folgende Form:

$$\log. \operatorname{tg}. (45^\circ + \psi) + \frac{2\lambda\sqrt{1-\mu}}{\mu} \cos \frac{v}{2} \left\{ k\sqrt{2} (1-\mu) \cos^2 \frac{v}{2} (M_0 - M) \right. \\ \left. + \operatorname{tg} \frac{v}{2} - \frac{\rho}{2q} [\sin w + (1-\mu) \sin(w-v)] \right\} = 0; \quad 2)$$

die Bestimmung von  $1-\mu$  aus einer Beobachtung eines in der Schweifaxe des Kometen gelegenen Punktes wird auf folgende Weise ausgeführt.

Aus dem scheinbaren Orte eines solchen Punktes und den bekannten Elementen der Bahn des Kometen wird nach den Bessel'schen Formeln (Astron. Nachr. Bd. 13) die Lage des Punktes in der Ebene der Kometenbahn berechnet. Ein in dieser Ebene gelegenes rechtwinkliges Coordinatensystem habe den Mittelpunkt des Kometenkernes zum Ursprung und die Verlängerung des Radiusvectors ( $r_0$ ) des Kometen zur Abscissenaxe. Die Coordinaten  $\xi$ ,  $\eta$  des supponirten in der Schweifaxe gelegenen Theilchens sind demnach als durch Beobachtung gegebene, bekannte Grössen zu betrachten, aus denen mit Hilfe der Gleichungen

$$\begin{aligned}\rho \cos(v_0 - w) &= \xi + r_0 \\ \rho \sin(v_0 - w) &= \eta\end{aligned}$$

$\rho$  und  $w$  direct bestimmt werden können. erhält einen positiven Werth, wenn der Schweif in seiner Bewegung der Verlängerung des Radiusvectors des Kometen nachfolgt, das ist, wenn  $v_0 > w$ .

Aus den nunmehr bekannten Werthen von  $\rho$  und  $w$  berechnet man hierauf:

$$(1-\mu) \sin^2 \frac{w-v}{2} = \frac{\rho \cos^2 \frac{w}{2} - q}{\rho}$$

und

$$\operatorname{tg}^2 \psi = \frac{\rho \cos^2 \frac{w}{2} - q}{\rho \cos^2 \frac{w}{2}}.$$

Bis hierher ist das Rechnungsverfahren ein directes. Nun beginnen die Versuche. Durch eine bestimmte Annahme über den Werth von  $1-\mu$  erhält man aus

$$\sin^2 \frac{w-v}{2} = \frac{\rho \cos^2 \frac{w}{2} - q}{\rho(1-\mu)}$$



den zugehörigen Werth von  $v$ , worauf sich die in Gleichung 2) vorkommenden Grössen  $\cos \frac{v}{2}$ ,  $M$ ,  $\operatorname{tg} \frac{v}{2}$ ,  $\sin(w-v)$  beziehen, und berechnet damit den Ausdruck

$$\frac{2\lambda\sqrt{1-\mu}}{\mu} \cos \frac{v}{2} \left\{ k\sqrt{2}(1-\mu) \cos^2 \frac{v}{2} (M_0 - M) + \operatorname{tg} \frac{v}{2} \right. \\ \left. - \frac{\rho}{2q} [\sin w + (1-\mu) \sin(w-v)] \right\}.$$

Der Werth von  $1-\mu$  ist so lange abzuändern, bis der Werth dieses Ausdruckes die Gleichung 2) erfüllt.

Da die Durchführung jedes einzelnen Versuches mehrfache Rechnungsoperationen nothwendig macht, empfiehlt es sich, die Anzahl der zu machenden Versuche dadurch zu verringern, dass man sich die Kenntniss eines sehr genäherten Werthes von  $1-\mu$  auf anderem Wege verschafft.

In dem Specialfalle  $\mu = 0$ , in welchem das Schweiftheilchen als imponderable erscheint, verschwindet der logarithmische Theil der Gleichung (2) und reduciren sich die Formeln auf:

$$\rho = \frac{q}{\cos(w - \frac{1}{2}v) \cos \frac{1}{2}v} \left. \vphantom{\rho} \right\} \mu = 0 \\ k\sqrt{2} \cos^2 \frac{v}{2} (M_0 - M) + \operatorname{tg} \frac{v}{2} - \operatorname{tg} \left( w - \frac{v}{2} \right) = 0$$

Ich werde hievon später Gebrauch machen.

Durch Elimination von  $v$  aus diesen beiden Gleichungen erhalte man eine Relation zwischen  $\rho$ ,  $w$ ,  $v_0$ , durch welche die Gestalt der Schweifaxe bestimmt wäre für die Zeit, in welcher die Anomalie des Kometen den Werth  $v_0$  besitzt. Die Supposition  $\mu \leq 0$  complicirt zwar das Verfahren, lässt aber eine approximative Lösung des Problems, die Gestalt der Schweifaxe für eine bestimmte Zeit zu ermitteln, bis zu einem beliebigen Grade von Genauigkeit immerhin noch zu. Ich werde zur Vereinfachung des Verfahrens die Annahme machen, dass  $\mu$  unabhängig sei von  $v$ .

Ich habe zum Ausgangspunkte der diesbezüglichen Entwicklungen die Gleichung

$$\rho^2 dw = r^2 dv$$

gewählt.  $\rho$  hat, wie schon erwähnt, ganz dieselbe Form für positive sowohl, wie für negative Werthe von  $\mu$ , und ist an die Gleichung gebunden:

$$\rho = \frac{2q}{\cos w + (1-\mu) \cos(w-v) + \mu}; \quad r = \frac{q}{\cos^2 \frac{1}{2} v}$$

Bedeutet wieder  $v$  die Anomalie des Kometen zur Zeit der Lostrennung des Theilchens, und entspricht in Bezug auf die Zeit ebenso  $w$  dem  $v_0$ , so hat man:

$$\int_v^w \frac{dw}{[\cos w + (1-\mu) \cos(w-v) + \mu]^2} = \frac{1}{4} \int_v^{v_0} \frac{dv}{\cos^4 \frac{1}{2} v}$$

Für  $w = v$  geht der Ausdruck  $\cos w + (1-\mu) \cos(w-v) + \mu$  über in  $2 \cos^2 \frac{1}{2} v$ , weshalb ich ihm die Form gebe:

$$\cos w + (1-\mu) \cos(w-v) + \mu = 2 \cos^2 \frac{1}{2} v (1-\zeta).$$

Die Auflösung dieser Gleichung nach  $\zeta$  ergibt:

$$\zeta = \left(1 - \frac{\mu}{2 \cos^2 \frac{v}{2}}\right) [1 - \cos(w-v)] + \operatorname{tg} \frac{v}{2} \sin(w-v).$$

Sonach habe ich

$$\int_v^w \frac{dw}{[\cos w + (1-\mu) \cos(w-v) + \mu]^2} = \int_v^w \frac{dw}{4 \cos^4 \frac{v}{2} (1-\zeta)^2}$$

und unter Berücksichtigung der früheren Relation:

$$\int_v^w \frac{dw}{(1-\zeta)^2} = \cos^4 \frac{v}{2} \int_v^{v_0} \frac{dv}{\cos^4 \frac{v}{2}}$$

Da  $\zeta < 1$  ist, kann ich den Ausdruck  $\frac{1}{(1-\zeta)^2}$  in eine nach steigenden Potenzen von  $\zeta$  fortschreitende Reihe entwickeln:

$$\frac{1}{(1-\zeta)^2} = 1 + 2\zeta + 3\zeta^2 + 4\zeta^3 + 5\zeta^4 + \dots$$

Da  $\zeta$  eine Grösse derselben Ordnung ist, wie  $w-v$ , so wird bei einigermaßen grossen Werthen von  $w-v$  die Convergenz der Reihe eine nur langsame sein. Zur Vermeidung jedoch von noch grösseren Complicationen werde ich über die vierte Potenz von  $\zeta$  nicht hinausgehen, und folgerichtig mich auch mit Gliedern von der Ordnung  $(w-v)^4$  begnügen. Durch Einführung der abkürzenden Bezeichnungen:

$$z = w - v; \quad \mathfrak{S} = 1 - \frac{\mu}{2\cos^2 \frac{v}{2}}; \quad \delta = \operatorname{tg} \frac{v}{2}$$

wird

$$\zeta = \mathfrak{S}(1 - \cos z) + \delta \sin z$$

$$\zeta = \mathfrak{S}\left(\frac{z^2}{2} - \frac{z^4}{24} + \dots\right) + \delta\left(z - \frac{z^3}{6} + \dots\right),$$

oder annähernd

$$\zeta = \delta z + \frac{\mathfrak{S}}{2} z^2 - \frac{\delta}{6} z^3 - \frac{\mathfrak{S}}{24} z^4$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{(1-\zeta)^2} &= 1 + 2\delta z + 3\left(\delta^2 + \frac{\mathfrak{S}}{3}\right)z^2 + 4\left(\delta^3 + \frac{3}{4}\mathfrak{S}\delta - \frac{\delta}{12}\right)z^3 \\ &+ 5\left(\delta^4 + \frac{6}{5}\mathfrak{S}\delta^2 - \frac{1}{5}\delta^2 + \frac{3}{20}\mathfrak{S}^2 - \frac{1}{60}\mathfrak{S}\right)z^4. \end{aligned}$$

Die Grössen  $\mathfrak{S}$  und  $\delta$  sind von  $w$  unabhängig, und bei der vorzunehmenden Integration daher als Constante zu betrachten. Aus

$$z = w - v$$

$$dz = dw$$

folgt:

$$\begin{aligned} \int_v^w \frac{dw}{(1-\zeta)^2} &= \int_0^z \frac{dz}{(1-\zeta)^2} = z + \delta z^2 + \left(\delta^2 + \frac{\mathfrak{S}}{3}\right)z^3 \\ &+ \left(\delta^3 + \frac{3}{4}\mathfrak{S}\delta - \frac{\delta}{12}\right)z^4 + Az^5. \end{aligned}$$

Da durch die Integration die Ordnung der Glieder erhöht worden ist, werde ich von nun an auch Grössen fünfter Ordnung noch beibehalten. Die Bedeutung des Coëfficienten  $A$  erhellt von selbst.

In  $z$  sowohl, als auch in  $\mathcal{S}$  und  $\delta$  kommt noch  $v$  vor, welches durch  $v_0$  und  $w$  ausgedrückt werden muss.

$$\begin{aligned} z &= w - v = v_0 - v - (v_0 - w) \\ v &= v_0 - (v_0 - v). \end{aligned}$$

Durch Annahme der Bezeichnungen

$$\begin{aligned} v_0 - v &= x \\ v_0 - w &= y \end{aligned}$$

ergibt sich  $z = x - y$ ; im Verlaufe der späteren Rechnung wird sich zeigen; dass  $y$  eine Grösse dritter Ordnung ist, wenn  $x$  als eine Grösse erster Ordnung angenommen wird. Nachdem ich nur Grössen fünfter Ordnung noch in Betracht ziehe, erhalte ich:

$$\begin{aligned} z &= x - y \\ z^2 &= x^2 - 2xy \\ z^3 &= x^3 - 3x^2y \\ z^4 &= x^4 \\ z^5 &= x^5. \end{aligned}$$

Es bleibt nun noch übrig, die Coëfficienten der verschiedenen Potenzen von  $z$  als Functionen von  $x$  darzustellen.

$$\delta = \operatorname{tg} \frac{v}{2} = \frac{\operatorname{tg} \frac{v_0}{2} - \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{v_0}{2} \operatorname{tg} \frac{x}{2}}.$$

Setze ich der Kürze halber

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} v_0 = \varepsilon$$

so wird

$$\delta = \left( \varepsilon - \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right) \left( 1 - \varepsilon \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \varepsilon^2 \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} - \varepsilon^3 \operatorname{tg}^3 \frac{x}{2} \right)$$

Weiterer Entwicklungen bedarf es nicht, da die niederste Potenz von  $z$ , mit welcher  $\delta$  multiplicirt erscheint, die zweite ist. Die Reihenform für die Tangente ist:

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{x}{2} + \frac{x^3}{24}$$

daher

$$\delta = \varepsilon - \frac{1+\varepsilon^2}{2} \left[ x - \frac{\varepsilon x^2}{2} + \frac{1+3\varepsilon^2}{12} x^3 \right]$$

$$\mathcal{S} = 1 - \frac{\mu}{2 \cos^2 \frac{v}{2}} = 1 - \frac{\mu}{2} - \frac{\mu}{2} \delta^2$$

Da  $\mathcal{S}^2$  nur in dem mit  $z^5$  multiplicirten Gliede vorkommt, so bedarf es hiebei nur des ersten Gliedes der Reihe für  $\delta^2$ , welches  $\varepsilon^2$  ist. Sonach wird

$$\mathcal{S}^2 = \left[ 1 - \frac{\mu}{2} (1 + \varepsilon^2) \right]^2$$

Die Coëfficienten der verschiedenen Potenzen von  $z$ , als Functionen von  $x$  ausgedrückt, sind der Reihe nach:

$$\delta = \varepsilon - \frac{1+\varepsilon^2}{2} \left[ x - \frac{\varepsilon x^2}{2} + \frac{1+3\varepsilon^2}{12} x^3 \right]$$

$$\begin{aligned} \delta^2 + \frac{\mathcal{S}}{3} &= \frac{2-\mu}{6} + \frac{6-\mu}{6} \varepsilon^2 - \frac{6-\mu}{6} (1+\varepsilon^2) \left[ \varepsilon x - \frac{1+3\varepsilon^2}{4} x^2 \right] \\ &= a - bx + cx^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta^3 + \frac{3}{4} \mathcal{S} \delta - \frac{\delta}{12} &= \left( 1 - \frac{3}{8} \mu \right) \varepsilon^3 + \frac{16-9\mu}{24} \varepsilon - \\ &\frac{1+\varepsilon^2}{2} \left[ \left( 1 - \frac{3}{8} \mu \right) 3\varepsilon^2 + \frac{16-9\mu}{24} \right] x = f - gx \end{aligned}$$

$$A = \delta^4 + \frac{6}{5} \mathcal{S} \delta^2 - \frac{1}{5} \delta^2 + \frac{3}{30} \mathcal{S}^2 - \frac{1}{60} \mathcal{S} =$$

$$\frac{1+\varepsilon^2}{2} \left( 2\varepsilon^2 - \frac{6}{5} \varepsilon^2 \mu - \frac{17}{60} \mu + \frac{3(1+\varepsilon^2)}{40} \mu^2 \right) + \frac{2}{15}$$

Indem ich nun die Werthe dieser Coëfficienten in die Reihe für  $\int_0^z \frac{dz}{(1-\zeta)^2}$  einsetze, und zugleich  $z$  durch  $x$  und  $y$  ausdrücke, erhalte ich:

$$\begin{aligned} \int_0^z \frac{dz}{(1-\zeta)^2} &= x - y + (x^2 - 2xy) \left[ \epsilon - \frac{1+\epsilon^2}{2} \left( x - \frac{\epsilon x^2}{2} + \frac{1+3\epsilon^2}{12} x^3 \right) \right] \\ &\quad + (x^3 - 3x^2y) (a - bx + cx^2) + x^4(f - gx) + Ax^5 \\ &= x + \epsilon x^2 + x^3 \left( -\frac{1+\epsilon^2}{2} + a \right) + x^4 \left( \frac{\epsilon(1+\epsilon^2)}{4} - b - f \right) \\ &\quad + x^5 \left( -\frac{(1+\epsilon^2)(1+3\epsilon^2)}{24} + c - g + A \right) \\ &\quad - y \{ 1 + 2\epsilon x + x^2(-1 + \epsilon^2 + 3a) \} \\ &= x + \epsilon x^2 - \frac{x^3}{6} (1 - 3\epsilon^2 + (1 + \epsilon^2)\mu) + A_4 x^4 + A_5 x^5 \\ &\quad - y \cdot \left\{ 1 + 2\epsilon x + x^2 \left( 2\epsilon^2 - \frac{1+\epsilon^2}{2} \mu \right) \right\}. \end{aligned}$$

Hierin ist

$$\begin{aligned} A_4 &= \frac{\epsilon(1+\epsilon^2)}{4} - \frac{6-\mu}{6} \epsilon(1+\epsilon^2) + \frac{8-3\mu}{8} \epsilon^3 + \frac{16-9\mu}{24} \epsilon \\ &= \frac{\epsilon}{12} \left( -1 + 3\epsilon^2 - \frac{5(1+\epsilon^2)\mu}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_5 &= -\frac{(1+\epsilon^2)(1+3\epsilon^2)}{24} + \frac{(6-\mu)(1+\epsilon^2)(1+3\epsilon^2)}{24} - \\ &\quad \frac{1+\epsilon^2}{2} \left( \frac{24-9\mu}{8} \epsilon^2 + \frac{16-9\mu}{24} \right) + A \\ &= -\frac{1+\epsilon^2}{8} \left( 1 + 7\epsilon^2 - \frac{7}{6} \mu - \frac{7}{2} \mu \epsilon^2 \right) + A \\ &= \frac{1+\epsilon^2}{8} \left( -1 + \epsilon^2 + \frac{\mu}{30} - \frac{13\mu\epsilon^2}{10} + \frac{3\mu^2(1+\epsilon^2)}{10} \right) + \frac{2}{15}. \end{aligned}$$

Nachdem der Ausdruck  $\int_0^z \frac{dz}{(1-\zeta)^2}$  als Function von  $x$  und  $y$  bereits entwickelt worden ist, kehre ich zurück zur Gleichung

$$\int_0^z \frac{dz}{(1-\zeta)^2} = \int_v^{v_0} \frac{dv}{(1-\zeta)^2} = \cos^4 \frac{v}{2} \int_v^{v_0} \frac{dv}{\cos^4 \frac{v}{2}}$$

und werde nun auch den letzten Theil der Doppelgleichung als Function von  $x$  darstellen.

$$\begin{aligned} & \int_v^{v_0} \frac{dv}{\cos^4 \frac{v}{2}} \\ &= 2 \left\{ \operatorname{tg} \frac{v_0}{2} - \operatorname{tg} \frac{v}{2} + \frac{1}{3} \left( \operatorname{tg}^3 \frac{v_0}{2} - \operatorname{tg}^3 \frac{v}{2} \right) \right\} \\ &= 2 \left\{ \left( \operatorname{tg} \frac{v_0}{2} - \operatorname{tg} \frac{v}{2} \right) \left( 1 + \operatorname{tg} \frac{v_0}{2} \operatorname{tg} \frac{v}{2} \right) + \frac{1}{3} \left( \operatorname{tg} \frac{v_0}{2} - \operatorname{tg} \frac{v}{2} \right)^3 \right\} \\ &= \frac{\sin(v_0 - v)}{\cos^2 \frac{v_0}{2} \cos^2 \frac{v}{2}} + \frac{2}{3} \frac{\sin^3 \frac{v_0 - v}{2}}{\cos^3 \frac{v_0}{2} \cos^3 \frac{v}{2}} \end{aligned}$$

$$v_0 - v = x; \quad \operatorname{tg} \frac{1}{2} v_0 = \varepsilon$$

$$\int_0^x \frac{dx}{(1-\zeta)^2} = \cos^4 \frac{v}{2} \int_v^{v_0} \frac{dv}{\cos^4 \frac{v}{2}} =$$

$$\sin x \cdot \frac{\cos^2 \frac{v}{2}}{\cos^2 \frac{v_0}{2}} + \frac{2}{3} \frac{\sin^3 \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{v_0}{2}} \cdot \frac{\cos \frac{v}{2}}{\cos \frac{v_0}{2}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\cos \frac{v}{2}}{\cos \frac{v_0}{2}} &= \cos \frac{v_0 - v}{2} \left( 1 + \operatorname{tg} \frac{v_0}{2} \operatorname{tg} \frac{v_0 - v}{2} \right) = \cos \frac{x}{2} + \varepsilon \sin \frac{x}{2} \\ &= 1 + \frac{\varepsilon x}{2} - \frac{x^2}{8} - \frac{\varepsilon x^3}{48} + \frac{x^4}{384} \end{aligned}$$

$$\frac{\cos^2 \frac{v}{2}}{\cos^2 \frac{v_0}{2}} = 1 + \varepsilon x + \frac{\varepsilon^2 - 1}{4} x^2 - \frac{\varepsilon x^3}{6} - \frac{\varepsilon^2 - 1}{48} x^4$$

$$\sin x \cdot \frac{\cos^2 \frac{v}{2}}{\cos^2 \frac{v_0}{2}} = x + \varepsilon x^2 + \frac{3\varepsilon^2 - 5}{12} x^3 - \frac{\varepsilon x^4}{3} - \left( \frac{\varepsilon^2 - 1}{16} - \frac{1}{120} \right) x^5$$

$$\frac{2}{3} \frac{\sin^3 \frac{1}{2} x \cos \frac{v}{2}}{\cos^2 \frac{v_0}{2} \cos \frac{v_0}{2}} = \frac{1 + \varepsilon^2}{12} \left( x^3 + \frac{\varepsilon x^4}{2} - \frac{x^5}{4} \right)$$

Durch Summierung der beiden Ausdrücke ergibt sich:

$$\int_0^z \frac{dz}{(1-\zeta)^2} = x + \varepsilon x^2 + \frac{\varepsilon^2 - 1}{3} x^3 + \frac{\varepsilon(\varepsilon^2 - 7)}{24} x^4$$

$$+ \left( \frac{1}{120} - \frac{\varepsilon^2 - 1}{16} - \frac{1 + \varepsilon^2}{48} \right) x^5$$

Durch Vergleichung dieser Reihe mit der für  $\int_0^z \frac{dz}{(1-\zeta)^2}$  früher abgeleiteten erhält man:

$$y \left\{ 1 + 2\varepsilon x + x^2 \left( 2\varepsilon^2 - \frac{1 + \varepsilon^2}{2} \mu \right) \right\} = \frac{x^3}{6} (-1 + 3\varepsilon^2 - (1 + \varepsilon^2)\mu - 2\varepsilon^2 + 2)$$

$$+ x^4 \left( A_4 - \frac{\varepsilon(\varepsilon^2 - 7)}{24} \right) + x^5 \left( A_5 - \frac{1}{120} + \frac{\varepsilon^2 - 1}{16} + \frac{1 + \varepsilon^2}{48} \right)$$

Die Coëfficienten der verschiedenen Potenzen von  $x$  reduciren sich auf:

$$A_4 - \frac{\varepsilon(\varepsilon^2 - 7)}{24} = \frac{5\varepsilon(1 + \varepsilon^2)(1 - \mu)}{24}$$

$$A_5 - \frac{1}{120} + \frac{\varepsilon^2 - 1}{16} + \frac{1 + \varepsilon^2}{48}$$

$$= \frac{1 + \varepsilon^2}{8} \left( -1 + \varepsilon^2 + \frac{\mu}{30} - \frac{13\mu\varepsilon^2}{10} + \frac{3\mu^2(1 + \varepsilon^2)}{10} + \frac{1}{6} \right) + \frac{2}{15}$$

$$- \frac{1}{120} + \frac{\varepsilon^2 - 1}{16}$$

$$= \frac{1 + \varepsilon^2}{8} \left( -\frac{5}{6} + \varepsilon^2 + \frac{\mu}{30} - \frac{13\mu\varepsilon^2}{10} + \frac{3\mu^2(1 + \varepsilon^2)}{10} \right) + \frac{1 + \varepsilon^2}{16}$$

$$= \frac{1 + \varepsilon^2}{240} (30\varepsilon^2 - 39\varepsilon^2\mu + 9\varepsilon^2\mu^2 + 9\mu^2 - 10 + \mu)$$

$$= \frac{(1 + \varepsilon^2)(1 - \mu)}{240} (30\varepsilon^2 - 10 - 9\mu(1 + \varepsilon^2))$$



Nachdem nun die Coëfficienten auf die einfachste Form gebracht worden sind, lautet die Gleichung zwischen  $x$  und  $y$

$$y \left[ 1 + 2\varepsilon x + x^2 \left( 2\varepsilon^2 - \frac{1 + \varepsilon^2}{2} \mu \right) \right] = \frac{(1 + \varepsilon^2)(1 - \mu)}{6} \left[ x^3 + \frac{5\varepsilon}{4} x^4 + \frac{30\varepsilon^2 - 10 - 9\mu(1 + \varepsilon^2)}{40} x^5 \right]$$

Aus dieser Gleichung geht hervor, dass wenn  $x$  als eine Grösse erster Ordnung betrachtet wird,  $y$  eine solche dritter Ordnung ist.

Die nächste Operation wird darin bestehen,  $x$  in eine nach Potenzen von  $y$  fortschreitende Reihe zu entwickeln, wodurch man  $v_0 - v$  als Function von  $v_0 - w$  erhält. Indem ich dann den hieraus für  $v$  resultirenden Werth in die Gleichung

$$\rho = \frac{2q}{\cos w + (1 - \mu) \cos(w - v) + \mu}$$

einsetze, erhalte ich unmittelbar die Gleichung der Curve, welche die Schweifaxe darstellt für die Zeit, in der die Anomalie des Kometen den Werth  $v_0$  besitzt. Um die erste der angedeuteten Operationen auszuführen, empfiehlt es sich, statt des  $y$  eine neue Grösse, die ich mit  $u$  bezeichnen will, in die Rechnung einzuführen, in der Weise, dass

$$u^3 = \frac{6y}{(1 + \varepsilon^2)(1 - \mu)}.$$

$u$  erhält hierdurch dieselbe Ordnung, welche  $x$  besitzt, mit welchem es durch die Gleichung

$$0 = x^3 + \frac{5\varepsilon}{4} x^4 + \frac{30\varepsilon^2 - 10 - 9\mu(1 + \varepsilon^2)}{40} x^5 - u^3 \left[ 1 + 2\varepsilon x + x^2 \left( 2\varepsilon^2 - \frac{1 + \varepsilon^2}{2} \mu \right) \right]$$

verknüpft ist. Diese Gleichung lässt erkennen, dass  $x$  in eine Reihe entwickelt werden kann, von dem Baue:

$$x = u + a_2 u^2 + a_3 u^3 +$$

Die Coëfficienten höherer Potenzen von  $u$  können aus der vorangehenden Gleichung nicht mehr vollständig bestimmt werden, weshalb ich deren Aufführung unterlasse.

Nach der Methode der unbestimmten Coëfficienten erhält man:

$$a_2 = \frac{\varepsilon}{4}; \quad a_3 = \frac{5\varepsilon^2 + 4}{48} - \frac{11(1 + \varepsilon^2)}{120} \mu.$$

Der Ausdruck für  $x$  lautet sonach

$$x = u + \frac{\varepsilon}{4} u^2 + \left( \frac{5\varepsilon^2 + 4}{48} - \frac{11(1 + \varepsilon^2)}{120} \mu \right) u^3$$

Diesen Werth von  $x$  werde ich jetzt in die Gleichung

$$\frac{2q}{\rho} = \cos w + (1 - \mu) \cos(w - v) + \mu$$

substituieren.

$$\begin{aligned} \cos(w - v) = \cos(x - y) &= 1 - \frac{x^2 - 2xy}{2} + \frac{x^4}{24} \\ &= 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \frac{(1 + \varepsilon^2)(1 - \mu)}{6} xu^3. \end{aligned}$$

Indem ich  $x$  durch  $u$  ausdrücke, erhalte ich nach gehöriger Reduction:

$$\cos(w - v) = 1 - \frac{u^2}{2} - \frac{\varepsilon}{4} u^3 + \left( \frac{1}{8} + \frac{\varepsilon^2}{32} - \frac{3(1 + \varepsilon^2)}{40} \mu \right) u^4.$$

Durch Annahme der Bezeichnung

$$m = \frac{1}{4} + \frac{\varepsilon^2}{16} - \frac{3(1 + \varepsilon^2)}{20} \mu$$

geht obige Gleichung über in

$$\cos(w - v) = 1 - \frac{u^2}{2} - \frac{\varepsilon}{4} u^3 + \frac{1}{2} m u^4$$

und dem zufolge

$$\frac{2q}{\rho} = \cos w + \mu + (1 - \mu) \left( 1 - \frac{u^2}{2} - \frac{\varepsilon}{4} u^3 + \frac{1}{2} m u^4 \right)$$

oder

$$\frac{q}{\rho} = \cos^2 \frac{w}{2} - (1 - \mu) \frac{u^2}{4} \left( 1 + \frac{\varepsilon}{2} u - m u^2 \right),$$

worin

$$\varepsilon = \operatorname{tg} \frac{v_0}{2}; u^3 = \frac{6 \cos^2 \frac{v_0}{2}}{1-\mu} (v_0 - w)$$

Diese Relation ist eine Näherungsformel der Gleichung der Schweifaxe, bezogen auf ein System von Polarcordinaten, dessen Anfangspunkt im Sonnencentrum gelegen ist, und dessen Axe gegen den Perihelpunkt der Kometenbahn gerichtet ist.  $u$  ist in Theilen des Radius auszudrücken. Ist die Wirkung der Sonne auf die Schweiftheilchen eine abstossende, so wird  $1-\mu > 1$  und ist daher  $\mu$  negativ zu nehmen.

Zur Vorbereitung des Überganges von dem Polarcordinatensysteme zu dem schon früher erwähnten rechtwinkligen  $[\xi, \eta]$ , dessen Ursprung im Mittelpunkte des Kometenkopfes liegt, und dessen Abscissenaxe mit der Verlängerung des Radiusvectors des Kometen zusammenfällt, werde ich die Polargleichung der Curve einer kleinen Transformation unterwerfen, indem ich die Gleichung

$$\frac{q}{r_0} = \cos^2 \frac{v_0}{2}$$

hievon in Abzug bringe.

$$\frac{q}{r_0} - \frac{q}{\rho} = \cos^2 \frac{v_0}{2} - \cos^2 \frac{w}{2} + \frac{1-\mu}{4} u^2 \left( 1 + \frac{\varepsilon}{2} u - mu^2 \right)$$

$$\begin{aligned} \cos^2 \frac{v_0}{2} - \cos^2 \frac{w}{2} &= -\sin \frac{1}{2} (v_0 - w) \sin \frac{1}{2} (v_0 + w) = -\frac{1}{2} \sin v_0 \cdot y \\ &= -\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon^2} y = -\frac{\varepsilon(1-\mu)}{6} u^3 \end{aligned}$$

Hiebei sind wieder schon Glieder vernachlässigt, welche den Factor  $y^2$  erhielten. Dadurch erhält man:

$$\frac{q}{r_0} - \frac{q}{\rho} = \frac{1-\mu}{4} u^2 \left( 1 - \frac{\varepsilon}{6} u - mu^2 \right)$$

oder

$$\frac{4q}{1-\mu} \cdot \frac{\rho - r_0}{r_0 \rho} = u^2 - \frac{\varepsilon}{6} u^3 - mu^4.$$

Hieraus ersieht man, dass das Vorzeichen der Anomalie des Kometen auf die Gestalt der Schweifaxe einen nur geringen Einfluss ausübt, da nur das zweite Glied der Gleichung, dessen Coefficient  $\frac{\varepsilon}{6}$  ist, hievon abhängt, und der absolute Werth von  $v_0$  zur Zeit einer bedeutenden Schweifentwicklung ohnehin gewöhnlich klein ist.

Den beabsichtigten Übergang zum neuen Coordinatensystem vermitteln die Formeln

$$\begin{aligned}\xi &= \rho \cos(v_0 - w) - r_0 \\ \eta &= \rho \sin(v_0 - w).\end{aligned}$$

Indem ich wieder  $y^2$  als verschwindend klein annehme, bekomme ich

$$\begin{aligned}\xi &= \rho - r_0 \\ \eta &= \rho \cdot \frac{(1 + \varepsilon^2)(1 - \mu)}{6} u^3 = \frac{r_0 \rho (1 - \mu)}{6q} u^3 \\ \frac{\eta}{\xi} &= \frac{1 - \mu}{6q} \frac{r_0 \rho}{\rho - r_0} u^3 = \frac{(1 - \mu)}{6q} \frac{r_0 (\xi + r_0)}{\xi} u^3.\end{aligned}$$

Den  $\frac{r_0 \rho}{\rho - r_0}$  entsprechenden Ausdruck aus der Curvengleichung entnehmend, erhalte ich

$$\frac{3}{2} \frac{\eta}{\xi} = \frac{u}{1 - \frac{\varepsilon}{6} u - mu^2}$$

Aus der früheren Gleichung folgt

$$\frac{3}{2} \frac{\eta}{\xi} = \frac{(1 - \mu)r_0(\xi + r_0)}{4q\xi} u^3.$$

Durch Elimination von  $u$  aus diesen beiden Gleichungen erhalte man die Gleichung der Curve in der Form  $f(\xi, \eta) = 0$ .

Wenn es sich darum handelt, aus der Beobachtung eines in der Schweifaxe gelegenen Punktes den entsprechenden Werth von  $1 - \mu$  zu bestimmen, so dürfen die Grössen  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $r_0$ ,  $q$  als bekannt vorausgesetzt werden.  $\frac{\eta}{\xi}$  ist die Tangente des gewöhn-

lich mit  $\varphi$  bezeichneten Winkels, welchen die den Kometenkern und den Punkt  $\xi$ ,  $\eta$  verbindende Gerade mit der Verlängerung des Radiusvectors einschliesst.

Aus der ersten obiger Gleichungen folgt mit Rücksichtnahme auf:

$$\frac{\eta}{\xi} = \operatorname{tg} \varphi$$

$$\frac{3}{2} \operatorname{tg} \varphi - \frac{1}{4} \varepsilon \operatorname{tg} \varphi u - \frac{3}{2} m \operatorname{tg} \varphi u^2 = u$$

Durch die Bezeichnung:

$$\operatorname{cotg} \varphi \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{12} \varepsilon \operatorname{tg} \varphi \right) = C$$

kann ich vorstehende Gleichung auf die Form bringen:

$$u^2 + \frac{2C}{m} u = \frac{1}{m}$$

woraus folgt:

$$u = \frac{C}{m} \left( \sqrt{1 + \frac{m}{C^2}} - 1 \right)$$

Die Substitution  $\frac{\sqrt{m}}{C} = \operatorname{tg} \Theta$  ergibt

$$u = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Theta}{\sqrt{m}}$$

Die zweite der Eliminationsgleichungen lässt sich auch schreiben:

$$1 - \mu = \frac{6q \xi \operatorname{tg} \varphi}{r_0 (\xi + r_0)} \frac{1}{u^3}$$

Nach Einführung der Bezeichnung

$$\frac{6q \xi \operatorname{tg} \varphi}{r_0 (\xi + r_0)} = B$$

folgt aus beiden vorangehenden Gleichungen

$$1 - \mu = B \left( \sqrt{m} \operatorname{cotg} \frac{1}{2} \Theta \right)^3 \quad 3)$$

$B$  und  $C$  sind für jede einzelne Beobachtung direct berechenbar. Da aber  $m$  eine Function von  $\mu$  ist, kann der Werth von  $1-\mu$  nur auf indirectem Wege bestimmt werden.

Sehr vereinfacht wird diese Bestimmung dadurch, dass man die Werthe der Function

$$\log \sqrt{m} = \frac{1}{2} \log \left( \frac{1}{10} - \frac{7}{80} \operatorname{tg}^2 \frac{v_0}{2} + \frac{3}{20} \frac{1-\mu}{\cos^2 \frac{v_0}{2}} \right)$$

in eine Tafel bringt, deren Argumente  $\frac{v_0}{2}$  und  $\log(1-\mu)$  sind.

Wie aus der Form obigen Ausdruckes zu ersehen ist, sind die Werthe von  $\log \sqrt{m}$  vom Vorzeichen der Anomalie unabhängig. Ich habe eine solche Tafel in der Ausdehnung berechnet, wie sie bei Kometenschweiften vom zweiten Typus in der Mehrheit der Fälle genügen dürfte, und werde selbe am Schlusse dieser Abhandlung aufführen.

Die Bestimmung von  $1-\mu$  aus  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\varphi$  geschieht dann folgendermassen. Zuerst berechnet man

$$B = \frac{6q\eta}{r_0(\xi+r_0)} \quad \left. \begin{array}{l} v_0 = \text{Anomalie} \\ r_0 = \text{Radiusvect.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{d. Kometen zur} \\ \text{Zeit d. Beob.} \end{array}$$

$$C = \operatorname{cotg} \varphi \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{12} \operatorname{tg} \frac{v_0}{2} \operatorname{tg} \varphi \right)$$

Hierauf nimmt man einen gewissen Werth von  $\log(1-\mu)$  an und schlägt den zugehörigen Werth von  $\log \sqrt{m}$  in der Tafel auf, erhält dann

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{\sqrt{m}}{C}$$

und bestimmt mit dem also gefundenen Werthe von  $\Theta$  den Ausdruck

$$B \left( \sqrt{m} \operatorname{cotg} \frac{\Theta}{2} \right)^3;$$

erweist sich der auf diese Art gefundene Werth vorstehenden Ausdruckes von dem angenommenen Werthe von  $\log(1-\mu)$  verschieden, so ist letztere Grösse so lange abzuändern, bis die Gleichung

$$1 - \mu = B \left( \sqrt{m} \cotg \frac{\Theta}{2} \right)^3$$

erfüllt erscheint. Aus

$$d \log \left[ B \left( \sqrt{m} \cotg \frac{\Theta}{2} \right)^3 \right] = \frac{9}{20 \cdot \lambda} \frac{\sin^2 \frac{1}{2} \Theta}{m \cos^2 \frac{v_0}{2}} d(1 - \mu)$$

folgt, dass der Werth von  $B \left( \sqrt{m} \cotg \frac{1}{2} \Theta \right)^3$  sich im Vergleiche zu  $1 - \mu$  nur sehr langsam ändert, so lange  $\Theta$  kleine Werthe erhält, welcher Fall immer eintritt, wenn  $1 - \mu$  die Einheit nicht viel überschreitet und  $C \geq 1$  wird.

Insoweit Grössen von der Ordnung  $(w - v)^6$  und  $(v_0 - w)^2$  schon vernachlässigt werden dürfen, ist die Formel (3) in der That eine Gleichung.

Für sehr kleine Werthe von  $u$  kann man in der abgeleiteten Näherungsformel zur Bestimmung der Gestalt der Schweifaxe

$$\frac{3}{2} \frac{\eta}{\xi} = \frac{u}{1 - \frac{\varepsilon}{6} u - m u^2} = u + \frac{\varepsilon}{6} u^2 + \dots$$

die höheren Potenzen von  $u$  gegen die erste vernachlässigen, und erhält sonach

$$\frac{3}{2} \frac{\eta}{\xi} = u.$$

Da  $\xi$  eine Grösse von derselben Ordnung ist, wie  $u^2$ , so kann ich in diesem Falle den Ausdruck  $\frac{\xi}{\xi + r_0}$  ersetzen durch  $\frac{\xi}{r_0}$ , wodurch die aus der Coordinatentransformation resultirende Gleichung sich vereinfacht auf:

$$\frac{3}{2} \frac{\eta}{\xi} = \frac{(1 - \mu) r_0^2}{4q\xi} u^3.$$

Durch Elimination von  $u$  aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich die Formel:

$$\frac{\eta}{\xi} = \frac{\sqrt{q\xi}}{3r_0 \sqrt{1 - \mu}}.$$

Das ist die Bessel'sche Formel für den Fall, dass der Komet sich in einer Parabel bewegt, da dann  $p=2q$  wird.

Aus den Schmidt'schen Beobachtungen, welche ich später anführen werde, hat Prof. Bredichin mit Hilfe der Schulhof'schen Elemente des Kometen

$$T = 1874 \text{ Juli } 8.8566 \text{ m. Z. Greenwich,}$$

$$\pi = 271^\circ 6' 19''$$

$$\Omega = 118 \quad 44 \quad 25$$

$$i = 66 \quad 20 \quad 59$$

$$\log q = 9.82983$$

Bewegung direct

die nachfolgenden Werthe von  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $r_0$  berechnet, welche sich ausnahmslos auf 9<sup>h</sup> m. Z. Greenw. der betreffenden Beobachtungstage beziehen. Die mit I bezeichnete Columne enthält die hieraus mittelst der Bessel'schen Formel von Prof. Bredichin abgeleiteten Werthe von  $1-\mu$ . Columne II enthält die Werthe von  $1-\mu$ , welche ich aus denselben Daten mittelst der Formel

$$1-\mu = B \left( \sqrt{m} \cotg \frac{1}{2} \Theta \right)^3$$

berechnet habe. Die mit  $1-\mu$  überschriebene Columne enthält die Werthe, welche der strengen Formel

$$\begin{aligned} \log \operatorname{tg}(45^\circ + \psi) + \frac{2\lambda\sqrt{1-\mu}}{\mu} \cos \frac{v}{2} \left\{ k\sqrt{2}(1-\mu)\cos^2 \frac{v}{2} (M_0 - M) \right. \\ \left. + \operatorname{tg} \frac{v}{2} - \frac{\rho}{2q} [\sin w + (1-\mu)\sin(w-v)] \right\} = 0 \end{aligned}$$

entsprechen, die mit  $l$  bezeichnete Spalte gibt die scheinbare (von der Erde aus gesehene) Entfernung des beobachteten, in der Schweifaxe gelegenen Punktes vom Kerne des Kometen.



1874	$\log r_0$	$\log \xi$	$\log \gamma$	$l$	I	II	$1-\mu$	
Juni	1	0.0046	8.0860	7.3504	0°4	0.425	0.393	0.39
	2	9.9986	8.4327	7.7125	1.0	0.904	0.846	0.85
	3	9926	8.3663	7.5603	0.9	1.183	1.122	1.12
	4	9866	7.4756	6.3310	0.1	0.744	0.721	0.72
	5	9804	8.3038	7.5752	0.7	0.744	0.443	0.44
	6	9742	8.4000	7.4743	1.0	2.415	2.345	2.35
	7	9680	8.3715	7.5072	0.9	1.754	1.692	1.69
	8	9618	8.4720	7.7293	1.2	1.300	1.245	1.25
	9	9556	7.6800	6.8934	0.2	0.284	0.250	0.25
	10	9495	8.4710	7.6707	1.2	1.789	1.737	1.74
	11	9434	8.1147	7.5433	0.5	0.282	0.265	0.27
	12	9373	8.4928	7.9112	1.3	0.724	0.694	0.69
	13	9312	8.3323	7.7232	1.0	0.587	0.560	0.56
	14	9251	8.4803	7.8867	1.4	0.790	0.763	0.76
15	9190	8.2390	7.5671	0.8	0.668	0.643	0.64	
16	9130	8.6579	7.9703	2.2	1.937	1.926	1.93	
17	9070	8.4222	7.7844	1.4	0.920	0.899	0.90	
18	9012	8.4937	7.9100	1.6	0.869	0.855	0.86	
19	8956	8.5385	8.0936	1.8	0.521	0.520	0.52	
20	8899	8.5012	7.8051	1.8	1.562	1.556	1.56	
21	8843	8.4304	7.7761	1.6	1.123	1.117	1.12	
22	8791	8.5061	7.8631	2.0	1.299	1.304	1.30	
23	8740	8.4452	7.7927	1.8	1.209	1.212	1.21	
24	8689	8.0814	7.4419	0.8	0.504	0.500	0.50	
25	8640	8.4053	7.8473	1.7	0.747	0.758	0.76	
26	8596	8.3704	7.7964	1.6	0.757	0.770	0.77	
27	8554	8.5147	8.2271	2.4	0.288	0.319	0.32	
28	8514	8.5392	8.0099	2.6	0.944	0.986	0.99	
29	8475	8.6330	8.2661	3.5	0.565	0.623	0.62	
30	8441	8.5012	8.0219	2.7	0.711	0.754	0.75	
Juli	1	8411	8.5862	7.9754	3.4	1.605	1.693	1.69
	2	8382	8.7058	8.2115	4.7	1.253	1.375	1.38
	3	8358	8.5923	8.0555	3.8	1.187	1.278	1.28
	4	8340	8.5381	8.0109	3.6	1.082	1.167	1.17
	5	8323	8.5364	7.8725	3.5	1.904	2.019	2.02
	6	8311	8.5051	7.9452	3.5	1.104	1.192	1.19
	7	8302	8.5132	8.0672	3.8	0.668	0.748	0.75
	8	8298	8.4496	7.9829	3.4	0.636	0.706	0.71
	9	8299	8.5768	8.1383	4.8	0.749	0.825	0.86
	10	8303	8.5521	8.0952	4.6	0.768	0.874	0.87
	11	8314	8.5058	8.1492	4.4	0.433	0.518	0.52
	12	8324	8.4920	7.9982	3.6	0.484	0.558	0.56
	13	8324	8.9099	8.6941	13.1	0.571	0.816	0.83
		8340	8.2007	7.6582	2.0	0.499	0.547	0.55
		8.3550	7.9342	3.1	0.406	0.470	0.47	
		8.4723	8.0752	4.2	0.479	0.565	0.57	
		8.5556	8.2139	5.3	0.448	0.550	0.55	
		8.9821	8.7751	16.4	0.643	0.955	0.96	
14		8.1753	7.5551	1.8	0.666	0.720	0.72	
		8.3524	7.8047	2.8	0.717	0.796	0.80	
		8.4755	7.9720	3.9	0.777	0.881	0.88	
		8.5589	8.1164	5.0	0.711	0.834	0.83	
		9.0577	8.9303	23.8	0.525	0.891	0.91	

1874	$\log r_0$	$\log \xi$	$\log \gamma$	$l$	I	II	$1-\mu$
15	9·8393	8·4810	8·0405	4·1	0·580	0·679	0·68
		8·3552	7·9167	3·0	0·430	0·499	0·50
		9·0785	9·0512	26·9	0·343	0·700	0·73
16	8441	9·0920	9·0106	28·2	0·443	0·839	0·87
		9·3180	9·2148	47·4	0·825	1·758	1·73
17	8475	9·1060	9·0367	32·2	0·426	0·838	0·87
		9·3435	9·4651	60·3	0·306	1·156	1·21
18	8514	9·2789	9·2726	55·9	0·467	1·172	1·21
		9·1941	9·1599	44·6	0·436	0·966	1·01
		9·0799	9·0505	33·2	0·328	0·690	0·73
		8·9324	8·8273	19·8	0·331	0·578	0·60

Ich habe die nach der strengen Formel berechneten Werthe von  $1-\mu$  nur in Einheiten der zweiten Decimale gegeben, weil in der weithinaus grösseren Anzahl von Fällen, wo nämlich  $l \leq 5^\circ$  ist, eine schärfere Berechnung der Repulsionskraft aus den Daten der Beobachtung entweder nicht möglich ist, oder wenn schon in einzelnen Fällen die dritte Decimalstelle auf einige Einheiten genau bestimmt werden kann, die Werthe in Spalte II auch der strengen Formel vollständig genügen. Beobachtungen von in der Axe des Schweifes gelegenen Punkten, für welche  $5^\circ 3' < l < 13^\circ 1'$  fehlen. Für jene Beobachtungen, für welche  $l > 13^\circ$  ist, werde ich die Differenz  $1-\mu-\text{II}$  in Einheiten der dritten Decimale hier ansetzen.

1874	$1-\mu-\text{II}$	$l$	1874	$1-\mu-\text{II}$	$l$
Juli 12	+10	$13^\circ 1'$	Juli 17	+33	32·2
13	+4	16·4		+52	60·3
14	+21	23·8	18	+39	55·9
15	+34	26·9		+34	44·6
16	+32	28·2		+41	33·2
	-28	47·4		+23	19·8

Während also bei grösseren Schweifentwicklungen die Bessel'sche Formel wesentlich unrichtige Resultate liefern kann, ermöglicht die Formel

$$1-\mu = B \left( \sqrt{m} \cotg \frac{1}{2} \Theta \right)^3$$

die Auffindung eines schon sehr genäherten Werthes von  $1-\mu$ , und erleichtert hiedurch bedeutend die Anwendung der strengen Formel zur Berechnung der Repulsionskraft, oder macht sie ganz überflüssig. Das arithmetische Mittel sämmtlicher Werthe von  $1-\mu$  ist 0·923, während die Mittel von I und II 0·805, resp. 0·918 sind.

Unter Zugrundelegung der Hypothese, dass die Schweifentwicklung des Kometen 1874 III durchwegs in Folge einer unveränderten Kraftwirkung der Sonne auf die Ausströmungsproducte des Kometen vor sich gegangen sei, die Verschiedenheit der aus den einzelnen Beobachtungen gerechneten Werthe von  $1-\mu$  daher ihren Grund nur in Beobachtungsfehlern habe, ergeben die Schmidt'schen Beobachtungen für die Grösse der Repulsionskraft den Werth

$$1-\mu = 0\cdot923.$$

Prof. Bredichin hat auch eine Anwendung von seinen Formeln auf den Kometen 1874 III gemacht, indem er die Beobachtungen vom 16. Juli hiedurch darzustellen suchte. Sein Verfahren bestand darin, dass er nach Annahme eines bestimmten Werthes von  $1-\mu$  sich einige Punkte der hyperbolischen Curve berechnete, mit deren Hilfe er sich die Curve mit genügender Genauigkeit ziehen konnte, und dann den Werth von  $1-\mu$  so lange abänderte, bis die auf diese Weise gewonnene Curve mit der aus den durch Beobachtung gegebenen Werthen von  $\xi$ ,  $\eta$  construirten möglichst gut übereinstimmte. Dieses Verfahren ergab  $1-\mu = 1\cdot2$ , einen Werth, welcher mit dem aus den zwei Beobachtungen vom 16. Juli abgeleiteten Mittel von  $1-\mu$ , das ist 1·3, ziemlich gut harmonirt.

Noch bevor ich die Näherungsformeln entwickelt hatte, durch welche die Berechnung der Repulsionskraft mit einer für die meisten Fälle ausreichenden Genauigkeit durchgeführt werden kann, unternahm ich den Versuch, die Schmidt'schen Beobachtungen unter der Annahme  $1-\mu = 1$  darzustellen. Ich werde den hiebei eingeschlagenen Weg, sowie die Resultate der Rechnung hier mittheilen, weil ich glaube, dass man hieraus am besten ersehen kann, welchen Einfluss Beobachtungsfehler auf die gerechneten Werthe von  $1-\mu$  auszuüben im Stande sind.

Die Formeln, welche in diesem Falle, wo  $\mu = 0$  ist, die Bewegung des Theilchens bestimmen, sind:

$$\rho = \frac{q}{\cos\left(w - \frac{v}{2}\right) \cos \frac{v}{2}}$$

$$k\sqrt{2} \cos^2 \frac{v}{2} (M_0 - M) + \operatorname{tg} \frac{v}{2} - \operatorname{tg}\left(w - \frac{v}{2}\right) = 0.$$

Nach Annahme eines bestimmten Werthes für  $v$ , welcher dem Zeitpunkte der Lostrennung des Theilchens entspricht, erhalte ich hieraus die Werthe von  $w$ ,  $\rho$  für den Moment, in welchem die Anomalie des Kometen  $v_0$  ist.

Bezeichnen  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  die von den Bahnelementen des Kometen abhängigen Constanten der Reduction auf den Äquator, so sind die Äquatorialcoordinaten des Theilchens in Bezug auf die Sonne

$$\begin{aligned} \rho \sin a \sin (A' + w) \\ \rho \sin b \sin (B' + w) \\ \rho \sin c \sin (C' + w), \end{aligned}$$

woraus mittelst der bekannten Sonnencoordinaten die geocentrische Rectascension und Declination des Ortes, welchen das Theilchen unter den gemachten Voraussetzungen einnimmt, abgeleitet werden können. Das Elementensystem, welches ich zu den diesbezüglichen Rechnungen benützte, war dasselbe, welches mir als Grundlage zur Bahnbestimmung des Kometen 1874 III (Sitzungsb. d. kais. Akad. d. Wiss. LXXXVI. Bd.) gedient hatte, und lautet:

$$\begin{aligned} T &= 1874 \text{ Juli } 8 \cdot 9009 \text{ m. Z. Berlin} \\ \pi &= 271^\circ \quad 5' \quad 55'' \\ \varOmega &= 118 \quad 43 \quad 16 \\ i &= 66 \quad 22 \quad 15 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} T \\ \pi \\ \varOmega \\ i \end{aligned}} \right\} \text{mittl. Äq. 1874} \cdot 0$$

$$\log q = 9 \cdot 82961.$$

Da hienach Rectascension und Declination eines Theilchens für eine gegebene Beobachtungszeit mittelst eines angenommenen

Werthes von  $v$  direct abgeleitet werden können, habe ich für jede einzelne Beobachtung, durch passende Annahmen über den Werth von  $v$ , mehrere Punkte der Schweifkurve berechnet, aus denen ich für jede durch Beobachtung gegebene Rectascension die den Formeln entsprechende Declination durch Interpolation finden konnte. Der Ausdruck „Schweifcurve“ möge sich im Folgenden auf die der Rechnung, „Schweifaxe“ auf die der Beobachtung entsprechende Mittellinie des Schweifes beziehen. Ich werde mich folgender Bezeichnungen bedienen:

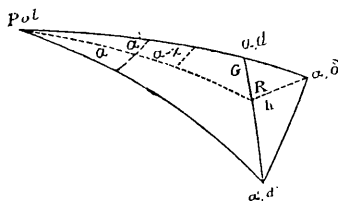
$\alpha =$  Rectasc. } des beobachteten, in der Schweifaxe gelegenen  
 $\delta =$  Declin. } Punktes.

$d =$  Declin. des Punktes der Schweifcurve, dessen Rect. =  $\alpha$  ist.

$\alpha' =$  Rectasc. } eines benachbarten Punktes dieser Curve.  
 $d' =$  Declin. }

$h =$  scheinbare, kürzeste Entfernung des beobachteten Punktes von der geocentrischen Projection der Schweifcurve auf die Himmelskugel.  $h$  erhält dasselbe Zeichen wie die Differenz  $d - \delta$ , und erscheint sonach positiv, wenn der beobachtete Punkt südlich von der Schweifcurve liegt.

Zur Veranschaulichung der nöthigen Rechnungen diene folgende Zeichnung, in welcher die einzelnen Linien Theile grösster Kreise darstellen. Der Winkel am Pole ( $\alpha - \alpha'$ ), welcher in meinen Rechnungen höchstens 2 Grade beträgt, erscheint der Deutlichkeit der Figur halber stark vergrössert.



$$\operatorname{tg} G = \frac{\sin(\alpha - \alpha') \cos d'}{\sin d' \cos d - \cos d' \sin d \cos(\alpha - \alpha')}$$

oder annähernd

$$\operatorname{tg} G = \frac{\sin(\alpha - \alpha') \cos d'}{\sin(d' - d)}$$

$$h = (d - \delta) \sin G.$$

Bei der Kleinheit der scheinbaren Entfernung der Punkte  $\alpha$ ,  $d$  und  $\alpha'$ ,  $d'$  kann das zwischen ihnen gelegene Stück der Schweifcurve als Theil eines grössten Kreises aufgefasst werden. Der Durchschnittspunkt dieses Kreises mit der Linie  $h$  ist der Punkt der Schweifcurve, welcher dem beobachteten Punkte der Schweifaxe scheinbar am nächsten liegt. Sind  $x$ ,  $y$  Rectasc. und Declin. des Punktes, so hat man

$$\sin(\alpha - x) = - \frac{\operatorname{tg} h \cos G}{\cos y}.$$

Ich habe die Grössen  $\alpha'$ ,  $d'$  stets so wählen können, dass die Näherungsformel

$$\alpha - x = - \frac{h}{15} \frac{\cos G}{\cos \frac{d+d'}{2}}$$

hinreichende Genauigkeit bot. Da die Grösse  $h$  im Bogenmaasse ausgedrückt wird, erscheint hieraus der Winkel  $\alpha - x$  im entsprechenden Zeitmaasse gegeben. Aus dem gefundenen Werthe von  $x$  lässt sich sodann durch Interpolation der Werth von  $v$  ermitteln, bei welchem das Theilchen den Kopf des Kometen verlassen haben müsste, um zur gegebenen Zeit im Punkte  $x$ ,  $y$  sich befinden zu können.

Ich lasse nun die Resultate der Rechnung folgen mit dem Bemerkten, dass sich die Rectasc. und Declin. auf das Äquinox 1874.0 beziehen.

$l$  bedeutet wieder die scheinbare Entfernung des beobachteten Punktes vom Kerne des Kometen. Die Zeitangaben beziehen sich auf mittlere Berliner Zeit.

1874			$d$		$d'$	$v_0$	$v_0 - v$	$l$	$h$	
Juni	1.314	6 <sup>b</sup> 49 <sup>m</sup> 1	69 <sup>o</sup> 13'	69 <sup>o</sup> 14'	6 <sup>b</sup> 50 <sup>m</sup> 0	69 <sup>o</sup> 18'	-70 <sup>o</sup> 28'	10 <sup>o</sup> 12'	0 <sup>o</sup> 25'	+ 1'
	2.334	6 55.9	69 33	69 37	6 54.4	69 31	69 18	15 46	0 59	+ 3
	3.353	6 55.9	69 33	69 33	6 58.4	69 42	68 7	14 49	0 52	+ 0
	4.335	6 50.9	69 5	69 4	6 51.5	69 8	66 56	5 16	0 6	- 0
	5.354	6 57.9	69 29	69 32	6 57.3	69 29	65 41	13 40	0 43	+ 3
	6.402	7 0.9	69 46	69 39	7 2.3	69 45	64 21	15 54	0 59	- 5
	7.340	7 2.1	69 43	69 39	7 4.0	69 47	63 7	15 15	0 55	- 3
	8.410	7 6.1	69 53	69 50	7 7.3	69 55	61 41	17 30	1 11	- 2
	9.310	7 6.1	69 50	69 45	7 7.7	69 52	60 26	16 31	1 2	- 4
	9.330	6 59.8	69 11	69 12	6 58.6	69 4	60 25	7 24	0 12	+ 0
	10.310	7 9.6	69 58	69 54	7 11.1	70 0	59 1	18 6	1 15	- 3
	11.420	7 6.3	69 25	69 29	7 7.1	69 33	57 24	12 9	0 33	+ 3
	11.420	7 12.1	69 58	69 58	7 11.9	69 57	57 24	18 28	1 18	- 0
	12.411	7 14.3	69 58	70 0	7 13.2	69 56	55 54	18 46	1 20	+ 1
	13.407	7 12.8	69 44	69 45	7 12.2	69 42	54 22	16 4	0 59	+ 1
	14.340	7 17.6	69 58	70 0	7 18.9	70 6	52 52	18 57	1 22	+ 1
	15.340	7 15.0	69 33	69 36	7 15.6	69 39	51 14	14 47	0 50	+ 2
	16.347	7 26.9	70 34	70 25	7 28.6	70 32	49 30	24 0	2 13	- 7
	17.406	7 22.0	69 51	69 50	7 22.8	69 55	47 42	18 44	1 21	- 1
	18.431	7 26.0	69 58	69 59	7 25.5	69 56	45 53	20 27	1 37	+ 1
	19.437	7 30.0	69 58	70 8	7 26.9	69 51	44 2	21 41	1 50	+ 7
	20.452	7 29.7	69 59	69 52	7 31.0	69 59	42 8	21 26	1 49	- 5
	20.452	7 34.0	70 30	70 15	7 35.4	70 22	42 8	24 57	2 27	- 11
	21.470	7 30.0	69 38	69 37	7 28.9	69 30	40 10	19 54	1 34	- 1
	22.522	7 34.0	69 47	69 43	7 37.0	70 1	38 5	22 1	1 57	- 3
	23.412	7 33.9	69 27	69 25	7 33.0	69 18	36 17	20 40	1 45	- 1
	23.537	7 31.0	68 58	69 1	7 30.5	68 57	36 2	17 13	1 13	+ 2
	24.383	7 38.0	69 33	69 31	7 36.9	69 24	34 16	22 45	2 8	- 1
	24.550	7 30.0	68 25	68 27	7 30.6	68 32	33 55	14 6	0 49	+ 1
	25.342	7 36.9	68 57	69 1	7 36.0	68 55	32 15	20 8	1 42	+ 2
	26.550	7 37.9	68 32	68 37	7 37.4	68 32	29 37	19 30	1 37	+ 3
	27.384	7 45.9	68 47	69 13	7 43.0	68 52	27 47	23 39	2 24	+ 16
	28.342	7 45.9	68 45	68 47	7 47.1	68 56	25 38	24 25	2 38	+ 1
	29.334	7 53.4	68 57	69 9	7 51.9	69 0	23 22	27 52	3 28	+ 8
	30.338	7 48.4	67 57	68 0	7 47.5	67 53	21 1	24 24	2 45	+ 2
Juli	1.351	7 51.4	68 1	67 49	7 55.0	68 17	18 37	26 51	3 26	- 7
	1.351	8 6.0	69 57	69 30	8 9.8	69 52	18 37	34 52	5 46	- 18
	2.347	7 59.9	68 27	68 16	8 2.2	68 33	16 14	31 6	4 43	- 6
	2.347	7 50.4	66 57	66 57	7 53.3	67 24	16 14	24 39	2 59	- 0
	3.343	7 54.8	66 57	66 54	7 56.3	67 6	13 49	27 28	3 48	- 2
	4.360	7 53.8	65 57	65 52	7 54.7	66 1	11 20	26 18	3 35	- 3
	5.343	7 52.8	64 57	64 45	7 54.5	65 3	8 54	25 39	3 32	- 6
	6.343	7 53.7	63 57	63 51	7 53.1	63 43	6 25	25 24	3 31	- 3
	7.367	7 55.7	62 57	63 3	7 54.3	62 44	3 51	26 5	3 49	+ 3
	8.574	7 54.2	60 57	61 3	7 53.6	60 55	- 0 49	24 25	3 23	+ 3
	9.347	7 58.7	60 57	60 59	7 59.9	61 17	+ 1 7	28 11	4 45	+ 1
	10.406	7 57.6	58 57	59 1	7 56.8	58 48	3 47	27 16	4 35	+ 2
	11.344	7 57.9	56 57	57 19	7 59.8	57 52	6 7	26 44	4 26	+ 9
	11.594	7 59.5	56 57	57 16	8 0.7	57 36	6 45	28 10	5 1	+ 8
	12.341	7 54.8	53 57	54 13	7 56.7	54 52	8 36	24 1	3 35	+ 6

1874		$d$	$d'$	$v_0$	$v_0 - v$	$l$	$h$
Juli 12·397	8 <sup>b</sup> 31 <sup>m</sup> 1 61 <sup>s</sup> 56	62° 21'	8 <sup>b</sup> 29 <sup>m</sup> 0 62° 1'	+ 8° 45'	42° 51'	13° 5'	+ 15'
13·344	7 50·9 49 57	50 6	7 57 9 52 35	11 5	18 5	1 59	+ 4
	7 53·8 50 57	51 19	7 57·2 52 35		22 13	3 5	+ 8
	7 56·4 51 57	52 17	7 51·0 50 9		25 30	4 10	+ 8
	7 59·6 52 57	53 23	7 53·6 51 14		28 15	5 17	+ 11
	8 43·1 62 26	62 28	8 53·0 63 47		46 49	16 22	+ 1
14·344	7 50·6 46 57	47 0	7 55·5 49 13	13 32	17 26	1 47	+ 1
	7 52·7 47 57	48 0	7 57·4 49 57		21 32	2 50	+ 1
	7 55·0 48 57	48 59	7 51·5 47 25		24 44	3 55	+ 1
	7 57·7 49 57	50 4	7 52·6 47 57		27 37	5 0	+ 3
	9 11·0 63 52	64 7	9 14·9 64 29		52 38	23 48	+ 11
15·345	7 53·7 44 57	45 13	7 55·8 46 10	15 58	22 24	3 1	+ 6
	7 55·7 45 57	46 8	7 52·9 44 51		25 30	4 5	+ 4
	9 37·5 63 55	64 49	9 29·2 64 7		56 35	26 53	+ 43
16·345	9 31·4 61 55	62 19	9 37·5 62 51	18 22	56 22	28 10	+ 19
	12 28·1 70 29	68 7	12 33·0 68 3		76 14	47 22	- 140
17·374	9 41·4 60 25	60 48	9 37·8 60 27	20 48	58 4	32 11	+ 18
	14 1·0 64 58	62 39	13 56·3 63 21			60 18	- 84
18·399	8 41·3 47 6	48 13	8 34·6 46 40	23 12	48 6	19 49	+ 40
	9 41·3 56 55	57 47	9 46·3 58 20		58 14	33 13	+ 40
	10 57·1 63 24	63 20	11 2·3 63 33		66 16	44 35	- 4
	12 40·8 65 54	65 2	12 34·3 65 6		76 0	55 53	- 52
20·346	8 41·2 39 8	38 3	8 44·0 38 46	27 37	50 35	21 14	- 40
	9 21·3 46 55	46 27	9 27·0 47 24		57 4	31 53	- 20
	10 1·2 52 24	52 7	9 52·9 51 8		61 33	40 20	- 14
	10 41·2 55 24	55 54	10 35·3 55 27		64 59	46 53	+ 26
	11 21·1 57 24	58 20	11 18·1 58 12		68 11	52 43	+ 53
	12 1·0 58 6	59 47	11 55·8 59 38		71 19	58 1	+ 98
	12 40·9 58 24	60 21	12 37·1 60 20		74 55	63 15	+ 117
21·346	9 21·2 39 10	39 58	9 17·2 39 11	29 50	57 6	30 38	+ 34
	10 1·2 46 4	46 19	9 56·2 45 38		61 45	40 42	+ 12
	10 41·2 50 34	50 47	10 35·1 50 12		65 17	48 42	+ 11
	11 21·2 53 4	53 48	11 26 3 54 6		68 19	55 22	+ 41
	12 1·0 54 24	55 41	12 6·2 55 52		71 17	61 22	+ 75
	12 31·0 55 24	56 30	12 25·4 56 23		73 42	65 47	+ 65
22·346	9 21·2 32 5	31 31	9 18·5 30 58	31 59	58 0	29 56	- 25
	10 1·2 38 54	38 30	9 59·1 38 11		62 16	40 32	- 19
	10 41·1 44 24	43 43	10 46·7 44 19		65 41	49 47	- 35
	11 21·0 48 6	47 27	11 17·3 47 9		68 36	57 36	- 35
	12 1 0 50 54	50 1	11 55·4 49 45		71 28	64 38	- 50

Wenn die unter der Annahme  $1 - \mu = 1$  nach gegebenem Verfahren abgeleitete Schweifcurve als die wahre Axe des Kometenschweifes aufgefasst werden dürfte, könnte man die Grösse  $h$  den Beobachtungsfehler nennen. Eine Zusammenstellung der denselben Beobachtungen entsprechenden Werthe von  $h$ , und der auf früherem Wege abgeleiteten Grösse  $1 - \mu$  liesse sonach



die Grösse der durch Beobachtungsfehler hervorgerufenen Änderungen in den Werthen von  $1-\mu$  genau erkennen, wenn zur Bestimmung von  $h$  und  $1-\mu$  dasselbe Elementensystem des Kometen angenommen worden wäre. Wenngleich nun letzteres strenge genommen nicht der Fall ist, und auch die Werthe von  $h$  in vielen Fällen die für Beobachtungsfehler zulässigen Grenzen überschreiten, so kann man sich trotzdem aus einer oberflächlichen Vergleichung ein Urtheil bilden über die Genauigkeit, welche in der Bestimmung der Werthe von  $1-\mu$  anzustreben ist. Die Grenze des wahrscheinlichen Fehlers einer Beobachtung erweitert sich naturgemäss mit der Entfernung des beobachteten Punktes vom Kerne des Kometen. Wenn man in den Fällen, wo  $l \leq 5^\circ$  ist, die Unsicherheit der Beobachtung auf nur  $2'$  schätzt, so kann man ersehen, dass es vollkommen ausreichend ist, die Grösse  $1-\mu$  nur in Einheiten der ersten Decimale auszudrücken, und sie nach der einfachen Bessel'schen Formel zu berechnen.

Vom 13. Juli angefangen, nahmen die entfernteren Partien des Schweifes schon bedeutend an Breite zu, wodurch die Unsicherheit in der Auffassung der Axe sich noch mehr vergrösserte. Wenn dieselbe in den Fällen, wo  $l$  grösser als  $13^\circ$ , aber merklich kleiner als die beobachtete Schweiflänge ist, auch nur  $4'$  betrug, so würde die dadurch hervorgerufene Unsicherheit in den gerechneten Werthen von  $1-\mu$  von der Ordnung  $1-\mu-II$  sein, so dass es für diese Fälle genügen dürfte, die Werthe von  $1-\mu$  nach der Formel:

$$1-\mu = B \left( \sqrt{m} \cotg \frac{1}{2} \Theta \right)^3$$

zu berechnen. Diese Formel dürfte überdiess die Werthe von  $1-\mu$  für sämtliche Beobachtungen mit ausreichender Genauigkeit geben, da in den Fällen, wo  $l$  der beobachteten Schweiflänge fast gleichkommt, die Unsicherheit der Beobachtung noch dadurch wesentlich gesteigert wurde, dass der Schweif auf eine bedeutende Entfernung hin fast gerade verlief, jedoch gegen sein Ende zu in eine merkliche Krümmung übergang, in Folge dessen der Beobachter in der Auffassung der Mittellinie des lichtschwachen Theiles des Schweifes vom früheren Verlaufe der

Axe naturgemäss beeinflusst war. Es gilt diess namentlich für die am 16. Juli und den darauffolgenden Tagen gemachten Beobachtungen, wie sich aus den von Dir. Schmidt gemessenen Schweiflängen ergibt:

Juli 16	47°2
17	54·0
18	55·9
20	63·3
21	65·8
22	64·6

Eine der Beobachtungen vom 17. Juli bezieht sich demgemäss auf einen Punkt, welcher in der Verlängerung der Schweifaxe des Kometen gelegen zu sein schien. Derartige Beobachtungen können zur Rechnung nicht verwendet werden, wenn nicht zugleich die Distanz zwischen dem Kometenkerne und demjenigen Punkte der Schweifaxe angegeben ist, von welchem an die Richtung abgenommen worden ist.

Die Wirkung der Refraction konnte allgemein vernachlässigt werden, da in den Fällen, wo die beobachteten Punkte in der Nähe des Horizonts gelegen waren, dieselben durch Refraction fast nur in der Richtung der Schweifaxe verschoben erschienen.

Die an der Hand der Schmidt'schen Beobachtungen in dieser Abhandlung gepflogenen Untersuchungen über die den Schweifmolekülen des Kometen 1874 III eigenthümliche Repulsionskraft machen es wahrscheinlich, dass dieselbe während der ganzen Dauer der Sichtbarkeit des Kometen auf der nördlichen Halbkugel sich nicht merklich geändert, und einen von der Einheit nur sehr wenig abweichenden Werth besessen habe.

Tafel der Werthe von  $\log \sqrt{m}$ ,

berechnet nach der Formel

$$\log \sqrt{m} = \frac{1}{2} \log \left( \frac{1}{10} - \frac{7}{80} \operatorname{tg}^2 \frac{v_0}{2} + \frac{3}{20} \frac{1-\mu}{\cos^2 \frac{v_0}{2}} \right)$$

Taf. I.

$\log(1-\mu)$	9·84	9·85	9·86	9·87	9·88	9·89	9·90	9·91
$\frac{1}{2} v_0$								
0°	9·6546	9·6571	9·6597	9·6623	9·6650	9·6677	9·6704	9·6731
1	46	71	97	24	50	77	04	31
2	46	72	98	24	50	77	04	31
3	46	72	98	24	51	78	05	32
4	47	72	98	25	51	78	05	33
5	47	73	9·6599	25	52	79	06	34
6	48	74	9·6600	26	53	80	07	35
7	48	74	01	27	54	81	08	36
8	49	75	02	28	55	82	10	38
9	9·6550	9·6576	9·6603	9·6630	9·6657	9·6684	9·6712	9·6739
10	9·6551	9·6578	9·6604	9·6631	9·6658	9·6686	9·6713	9·6742
11	52	79	06	33	60	88	16	44
12	54	80	07	34	62	90	18	46
13	55	82	09	36	64	92	20	49
14	56	84	11	39	66	95	23	52
15	58	85	13	41	69	9·6697	26	55
16	60	87	15	43	72	9·6700	29	59
17	62	90	18	46	75	04	33	62
18	64	92	20	49	78	07	37	66
19	9·6566	9·6595	9·6623	9·6652	9·6681	9·6711	9·6741	9·6771
20	9·6569	9·6597	9·6626	9·6655	9·6685	9·6715	9·6745	9·6775
21	71	9·6600	30	59	89	19	49	80
22	74	03	33	63	93	24	54	85
23	77	07	37	67	9·6698	28	60	91
24	80	10	41	71	9·6702	34	65	9·6797
25	83	14	45	76	07	39	71	9·6803
26	87	18	49	81	13	45	77	10
27	90	22	54	86	18	51	84	17
28	94	26	59	91	24	57	91	24
29	9·6598	9·6631	9·6664	9·6697	9·6730	9·6764	9·6798	9·6832
30	9·6603	9·6636	9·6669	9·6703	9·6737	9·6771	9·6806	9·6841
31	07	41	75	10	44	79	14	49
32	12	47	82	17	52	87	23	59
33	18	53	88	24	60	9·6796	32	69
34	9·6623	9·6659	9·6695	9·6732	9·6768	9·6805	9·6842	9·6879

Tafel II.

$\log(1-\mu)$	9.92	9.93	9.94	9.95	9.96	9.97	9.98	9.99
$\frac{1}{2} v_0$								
0°	9.6759	9.6787	9.6815	9.6843	9.6872	9.6901	9.6930	9.6960
1	59	87	15	43	72	01	30	60
2	59	87	15	44	72	01	31	60
3	60	88	16	44	73	02	32	61
4	60	88	17	45	74	03	33	62
5	61	89	18	46	75	05	34	64
6	63	91	19	48	77	06	36	66
7	64	92	21	50	79	08	38	68
8	66	94	23	52	81	10	40	70
9	9.6768	9.6796	9.6825	9.6854	9.6883	9.6913	9.6943	9.6973
10	9.6770	9.6798	9.6827	9.6857	9.6886	9.6916	9.6946	9.6976
11	72	9.6801	30	59	89	19	49	79
12	75	04	33	63	92	22	53	83
13	78	07	36	66	9.6896	26	57	87
14	81	10	40	70	9.6900	30	61	92
15	84	14	44	74	04	35	66	9.6997
16	88	18	48	78	09	40	71	9.7002
17	92	22	52	83	14	45	76	98
18	9.6796	27	57	88	19	50	82	14
19	9.6801	9.6832	9.6862	9.6893	9.6925	9.6956	9.6988	9.7021
20	9.6806	9.6837	9.6868	9.6899	9.6931	9.6963	9.6995	9.7028
21	11	42	74	9.6905	37	70	9.7002	35
22	17	48	80	12	44	77	10	43
23	23	55	87	19	52	85	18	52
24	29	61	9.6894	27	60	9.6993	27	61
25	36	68	9.6991	35	68	9.7002	36	70
26	43	76	09	43	77	11	46	80
27	50	84	18	52	86	21	56	9.7091
28	58	9.6892	27	61	9.6996	31	67	9.7102
29	9.6867	9.6901	9.6936	9.6971	9.7006	9.7042	9.7078	9.7114
30	9.6876	9.6911	9.6946	9.6982	9.7018	9.7054	9.7090	9.7126
31	85	24	57	9.6993	29	66	9.7103	40
32	9.6895	31	68	9.7005	42	79	16	54
33	9.6906	42	80	17	55	9.7093	31	69
34°	9.6917	9.6954	9.6992	9.7030	9.7068	9.7107	9.7146	9.7184

Tafel III.

$\log(1-\mu)$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
$\frac{1}{2} v_0$								
0°	9.6990	9.7020	9.7050	9.7081	9.7112	9.7143	9.7175	9.7206
1	90	20	50	81	12	43	75	07
2	90	21	51	82	13	44	75	07
3	91	21	52	83	14	45	77	08
4	92	23	53	84	15	46	78	10
5	94	24	55	86	17	48	80	12
6	96	26	57	88	19	50	82	14
7	9.6998	28	59	90	21	53	85	17
8	9.7000	31	62	93	24	56	88	20
9	9.7003	9.7034	9.7065	9.7096	9.7128	9.7160	9.7192	9.7224
10	9.7006	9.7037	9.7069	9.7100	9.7131	9.7163	9.7196	9.7228
11	10	41	72	04	36	68	9.7200	33
12	14	45	77	08	40	73	05	38
13	19	50	82	13	45	78	10	43
14	23	55	87	19	51	83	16	49
15	28	60	92	24	57	90	23	56
16	34	66	9.7098	30	63	9.7196	29	63
17	40	72	9.7105	37	70	9.7203	37	71
18	46	79	11	44	78	11	45	79
19	9.7053	9.7086	9.7119	9.7152	9.7186	9.7219	9.7253	9.7288
20	9.7060	9.7093	9.7127	9.7160	9.7194	9.7228	9.7262	9.7297
21	68	9.7102	35	69	9.7203	37	72	9.7307
22	77	10	44	78	13	47	82	17
23	85	19	54	88	23	58	9.7293	29
24	9.7095	29	64	9.7199	34	69	9.7305	41
25	9.7105	39	75	9.7210	45	81	17	53
26	16	50	86	21	57	9.7293	30	66
27	26	62	9.7198	34	70	5.7307	43	80
28	38	74	9.7210	47	84	21	58	9.7395
29	9.7150	9.7187	9.7224	9.7261	9.7298	9.7335	9.7373	9.7411
30	9.7164	9.7201	9.7238	9.7275	9.7313	9.7351	9.7389	9.7427
31	77	15	53	9.7291	29	67	9.7406	45
32	9.7192	30	68	9.7307	46	9.7385	24	63
33	9.7207	46	9.7285	24	63	9.7403	42	9.7482
34°	9.7224	9.7263	9.7302	9.7342	9.7382	9.7422	9.7462	9.7503

Tafel IV

log (1- $\mu$ )	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
$\frac{1}{2} v_0$								
0°	9.7238	9.7271	9.7303	9.7336	9.7369	9.7402	9.7436	9.7470
1	39	71	04	36	69	03	36	70
2	39	72	04	37	70	04	37	71
3	40	73	05	38	71	05	38	72
4	42	74	07	40	73	07	40	74
5	44	76	09	42	75	09	43	77
6	46	79	12	45	78	12	45	80
7	49	82	15	48	81	15	49	83
8	53	85	18	51	85	19	53	87
9	9.7256	9.7289	9.7322	9.7355	9.7389	9.7423	9.7457	9.7492
10	9.7261	9.7294	9.7327	9.7360	9.7394	9.7428	9.7462	9.7497
11	66	9.7299	32	65	9.7399	34	68	9.7503
12	71	9.7304	37	71	9.7405	40	74	09
13	77	10	44	78	12	46	81	16
14	83	16	50	84	19	53	88	23
15	89	23	57	9.7392	26	61	9.7496	31
16	9.7297	31	65	9.7400	34	69	9.7505	40
17	9.7305	39	73	08	43	78	14	49
18	13	47	82	17	52	88	24	59
19	9.7322	9.7357	9.7392	9.7427	9.7462	9.7498	9.7534	9.7570
20	9.7332	9.7367	9.7402	9.7437	9.7473	9.7509	9.7545	9.7582
21	42	77	13	48	85	21	57	9.7594
22	53	9.7388	24	60	9.7497	33	70	9.7607
23	64	9.7400	36	73	9.7509	46	83	21
24	77	13	49	9.7486	23	60	9.7598	35
25	9.7390	26	63	9.7500	37	75	9.7613	51
26	9.7403	40	77	15	53	8.7591	29	67
27	18	55	9.7493	30	69	9.7607	45	9.7684
28	33	71	9.7509	47	9.7585	24	63	9.7702
29	9.7449	6.7487	9.7526	9.7564	9.7603	9.7642	9.7682	9.7721
30	9.7466	9.7505	9.7543	9.7583	9.7622	9.7661	9.7701	9.7741
31	9.7484	23	62	9.7602	42	9.7682	22	62
32	9.7503	42	9.7582	22	62	9.7703	43	9.7784
33	22	63	9.7603	43	9.7684	25	66	9.7807
34°	9.7543	9.7584	9.7625	9.7666	9.7707	9.7749	9.7790	9.7832

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1883

Band/Volume: [88\\_2](#)

Autor(en)/Author(s): Hepperger Josef von

Artikel/Article: [Über die Schweifaxe des Kometen 1874 III \(Coggia\). 1053-1098](#)