

Über die Änderung des Widerstandes galvanisch glühender Drähte mit der Stromstärke.

(Mit 1 Tafel.)

Von Dr. **O. Tumlirz** und **A. Krug**.

Wird ein Draht von einem galvanischen Strom durchflossen, dann gibt dieser beständig zu einer Wärmeentwicklung Anlass, deren Grösse nach Joule durch das Product aus dem Quadrat der Stromstärke (J^2) und dem Widerstand (W) bestimmt ist. Die erreichbare Wärmeentwicklung ist wesentlich beeinflusst durch die, wir möchten sagen, calorischen Bedingungen, unter denen der Draht steht. Indem nämlich durch die auftretende Wärme die Temperatur des Drahtes erhöht wird, ändert sich dessen Wärmegleichgewicht und es entsteht auf dem Wege der inneren Leitung, der Ableitung an das umgebene Medium und der Strahlung ein Wärmeabfluss, der, vom Moment des Stromschlusses an beständig wachsend, schliesslich — allerdings in einer sehr kurzen Zeit — der Wärmezufuhr gleich wird, und so den Zustand stationär macht.

Ist der Wärmeverlust dem Wärmegewinn gleich geworden, dann ist er ebenfalls dem Product $J^2 W$ proportional. Nun ist aber der Wärmeverlust in erster Linie bedingt durch die Temperaturverhältnisse des Drahtes, die wiederum zu den Widerstandsverhältnissen in Beziehung stehen. Denn da der specifische Widerstand eine Function der Temperatur ist, so ist auch umgekehrt die Temperatur eine Function des specifischen Widerstandes, ähnlich wie bei der gewöhnlichen thermometrischen Methode, wo wir auf Grund der Volumzunahme eines Körpers mit dessen Erwärmung sagen, dass das Volumen eine Function der Temperatur ist und umgekehrt die Temperatur aus der Volumveränderung bestimmen. Es wird also die Grösse $J^2 W$ und somit auch die Stromstärke J eine Function des Widerstandes sein, so dass einem bestimmten Werth des Widerstandes ein bestimmter Werth von $J^2 W$ und ebenso ein bestimmter Werth von J entspricht.

Wir können dies noch besser auf folgende Weise einsehen. Wir betrachten einen Draht, der von einem Strom durchflossen wird; in den einzelnen Punkten herrschen verschiedene Temperaturen, dieselben sind nach einem bestimmten Gesetz, nach einer bestimmten Curve vertheilt. Wenn wir uns dieses Gesetz ermittelt denken, dann wird die Temperatur eines jeden Punktes als eine Function der Stromstärke erscheinen, und da nun der specifische Widerstand eines jeden Drahtelementes eine mit der Temperatur veränderliche Grösse und der Widerstand des ganzen Drahtes die Summe der Widerstände der einzelnen Drahtelemente ist, so wird auch der Widerstand des ganzen Drahtes eine Function der Stromstärke sein, d. h. eine Grösse haben, welche sich mit der Stromstärke so ändert, dass er bei einer bestimmten Stromstärke einen bestimmten Werth annimmt.

Ist der Draht unendlich lang und überall gleich dick und von derselben Beschaffenheit, dann lässt sich dieses Resultat sehr einfach in Zeichen wiedergeben. Es sei J die Stromstärke und t die Temperatur, welche wir in allen Punkten als gleich annehmen können. Fassen wir irgend ein Stück dieses Drahtes ins Auge, so besteht für den stationären Zustand die Bedingung

$$J^2 W_t = Q_1(t) + Q_2(t), \tag{1}$$

wo W_t den Widerstand dieses Drahtstückes bei der Temperatur t, $Q_1(t)$ die Wärmeabgabe an das umgebende Medium durch Leitung und $Q_2(t)$ die Wärmeabgabe durch Strahlung bezeichnet. Der Wärmeverlust durch innere Leitung ist hier ausgefallen, weil die Temperatur nach der Voraussetzung in allen Punkten des Drahtstückes die gleiche ist. Nun ist aber

$$W_t = W_0 \cdot f(t), \tag{2}$$

d. h. gleich dem Widerstand bei 0° C., multiplicirt mit einer Function der Temperatur, und umgekehrt

$$t = F(W_t). \tag{3}$$

Es muss demnach aus der Gleichung 1), wenn wir die Gleichung 3) substituiren,

$$J^2 W_t = Q_1(F(W_t)) + Q_2(F(W_t))$$

oder

$$J = \varphi(W_t) \tag{4}$$

oder auch

$$W_t = \varphi_1(J) \tag{5}$$

hervorgehen. Diese Beziehungen gelten für jede beliebige Stärke des Stromes.

Eine Ausnahme von dem Gesagten tritt nur dann ein, wenn die calorischen Bedingungen solcher Art sind, dass sie eine Änderung der Temperatur des Drahtes und damit eine Änderung seines Widerstandes vollständig ausschliessen. In diesem Falle ist der Widerstand bei jeder Stromstärke derselbe, also von dieser nicht abhängig.

Die durchgeführten Betrachtungen führen zu einem bemerkenswerthen Resultat, sobald man bei einer beliebigen Drahtlänge annimmt, dass der Strom nicht besonders stark, also die Temperaturerhöhung gering ist; es ist dann nämlich, wie wir später sehen werden, die Temperaturcurve eine Gewölblinie.[1]

---

[1] Mit Hilfe dieser Betrachtungen lässt sich auch in einfacher Weise entscheiden, welcher Werth dem von Zöllner (Baseler Verhandlungen (3) 2. p. 311, 1859; G. Wiedemann, Lehre von der Elektricität II. p. 392) aufgestellten Gesetz, dass, wenn verschieden dicke Platindrähte gleiche Gesammtlichtmengen aussenden, die Intensitäten der durch sie hindurchgehenden Ströme ihren Durchmessern annähernd proportional sind, zukommt. Da die Ableitung, welche man hie und da für dieses Gesetz findet, mehr oder weniger Unrichtigkeiten enthalten, so dürfte es wohl nicht überflüssig sein, das Gesetz von Neuem zu prüfen. Wir werden dabei sehen, dass dieses Gesetz eine allgemeine Giltigkeit nicht besitzt.

Zöllner schickt durch seine Platindrähte starke Ströme, welche dieselben bis zur Weissglut erhitzen, und untersucht die Mitte (in einem Ausmass von 15 Mm.) photometrisch. Wegen der starken Ableitung an den Drahtenden müssen wir annehmen, dass die Temperatur nicht überall gleich, sondern jedenfalls nach dem Gesetz einer gegen den Draht concaven Curve vertheilt ist, welche ihr Maximum in der Mitte hat und hier desto flacher verläuft, je länger der Draht ist. Da nun Zöllner gerade die Mitte untersucht und hier wegen des Maximums die Temperaturdifferenzen äusserst klein sind, so können wir hier wohl von dem Wärmeaustausch der einzelnen Theile durch innere Leitung absehen und die durch den Strom erzeugte Wärme der nach aussen durch Leitung und Strahlung abgegebenen Wärme gleichsetzen.

Für geringe Temperaturerhöhungen lässt sich eben die Rechnung ganz gut durchführen, denn wir wissen, dass bei solchen Tem-

---

Sowohl die durch Leitung, als auch die durch Strahlung nach aussen abgegebene Wärmemenge ist der Oberfläche $\pi d_1 l$ proportional, wo l die Länge des untersuchten Stückes und d_1 den Durchmesser bedeutet. Was ihre Abhängigkeit von der Temperatur betrifft, so wollen wir dieselbe allgemein durch zwei Functionen $F_1(t_1)$ und $F_2(t_1)$ ausdrücken. Man setzt gewöhnlich bei der Ableitung des Zöllner'schen Gesetzes die Strahlung proportional der Temperatur; diese Proportionalität ist aber nur für sehr geringe Temperaturerhöhungen zulässig, für die Temperatur der Weissglut ist die Annahme derselben geradezu falsch.

Dass der Widerstand bei starker Weissglut mehr als dreimal grösser ist, als bei 0° C., ist bekannt; wir wollen ihn gleich

$$W_1 = w_0 f(t_1) \cdot \frac{4l}{\pi d_1{}^2}$$

setzen und erhalten somit für die Bedingung des stationären Zustandes die Gleichung:

$$J_1^2 w_0 f(t_1) \cdot \frac{4l}{\pi d_1^2} = \pi d_1 l \{F_1(t_1) + F_2(t_1)\} \ldots a)$$

und für einen zweiten Platindraht von derselben Länge, aber von der Dicke d_2, wenn wir den entsprechenden Grössen den Index 2 anhängen,

$$J_2^2 w_0 f(t_2) \frac{4l}{\pi d_2^2} = \pi d_2 l \{F_1(t_2) + F_2(t_2)\} \ldots . b)$$

Sind nun die ausgehenden Gesammtlichtmengen gleich, dann wollen wir, obgleich wir dazu eigentlich nicht ohne Weiteres berechtigt sind, annehmen, dass auch die Gesammtstrahlung die gleiche ist, und wollen demgemäss setzen

$$F_2(t_1) d_1 = F_2(t_2) d_2 . \quad . c).$$

Die Verbindung dieser Gleichung mit den beiden vorhergehenden liefert die keineswegs einfache Beziehung

$$\frac{4 J_1^2 w_0}{\pi^2 d_1^2} f(t_1) - \frac{4 J_2^2 w_0}{\pi^2 d_2^2} f(t_2) = F_1(t_1) - F_2(t_2) \ldots \quad d)$$

Ist einmal die Bedingung $\frac{J_1}{d_1} = \frac{J_2}{d^2} \quad . e)$

streng erfüllt, dann können wir mit Hilfe dieser Bedingungsgleichung aus den Gleichungen *a)* und *b)* die Grössen J_1 und J_2 eliminiren und erhalten so bei gegebenen d_1 und d_2 eine Gleichung zwischen t_1 und t_2, welche in Verbindung mit *c)* für die Temperaturen t_1 und t_2 und zufolge *a)* und *b)* auch für J_1 und J_2 ganz bestimmte Werthe liefert, mit anderen Worten die Gleichung *e)* hat, wenn die Bedingung *c)* erfüllt ist, keine allgemeine Giltigkeit.

peraturerhöhungen der elektrische Leitungswiderstand der einfachen, festen Metalle zur absoluten Temperatur in einem nahezu constanten Verhältnisse steht, und dass die gesammte Wärmeabgabe eines Drahtelementes nach aussen der herrschenden Temperatur nahezu proportional ist. Die Verhältnisse liegen ähnlich wie bei der Temperaturvertheilung in einem Stabe, der zwei Wärmequellen von verschiedenen Temperaturen verbindet. Sind diese Wärmequellen siedendes Wasser und schmelzendes Eis, dann zeigt eine Vergleichung zwischen der Theorie und der Erfahrung, dass in diesem Fall zwischen der Wärmeabgabe nach aussen und der herrschenden Temperatur ohne Weiteres das Verhältniss der Proportionalität angenommen werden kann.

Berechnet man für so kleine Temperaturerhöhungen die Beziehung des Widerstands zur Stromstärke, so nimmt diese für einen unendlich langen Draht eine besonders einfache Form an, nämlich

$$\frac{W_0}{W} = 1 - kJ^2,$$

wo W_0 den Widerstand bei 0° C. und k eine Constante bezeichnet.

Anders sind die Verhältnisse bei hohen Temperaturen. Eine theoretische Entwicklung der Beziehung zwischen Widerstand und Stromstärke ist in diesem Fall schon deshalb nicht möglich, weil ihr die natürliche Grundlage, nämlich die genaue Kenntnis der diesbezüglichen Gesetze fehlt. Es ist das Gesetz, nach welchem der Widerstand bei hoher Temperatur von dieser abhängt, nicht bekannt, es ist ferner auch fraglich, ob die Strahlung bei sehr hohen Temperaturen noch das Stefan'sche Gesetz befolgt und es kommt schliesslich noch die Frage nach der Abhängigkeit der Wärmeleitungsfähigkeit der Drähte von der Temperatur in Betracht. Ja, wären diese Gesetze alle genau bekannt, so wäre es dann immer noch fraglich, ob nicht ihre Form der Integration der Differentialgleichung unüberwindliche Schwierigkeiten in den Weg legt. Wir haben daher mit Rücksicht darauf, um wo möglich auf experimentalem Wege etwas über die Art und Weise, wie der Widerstand durch die Stromstärke geändert wird, erfahren zu können, durch dünne Platindrähte von verschiedener Länge Ströme hindurchgeschickt, welche die Temperatur allmälig bis zur Weissglut steigerten, und Widerstand und Stromstärke gemessen.

Werden die Widerstände als Abscissen und die Stromstärken als Ordinaten aufgetragen, dann ergibt sich eine Curve, welche zunächst von der Abscissenachse in senkrechter Richtung aufsteigt, sich dann concav gegen diese krümmt und schliesslich durch einen mit dem Beginn der Rothglut nahezu zusammenfallenden Wendepunkt hindurch in einen gegen die Abscissenachse schwach convex gekrümmten Ast übergeht. Die convexe Krümmung ist so schwach, dass wir annäherungsweise sagen können: Der Widerstand ist für die Zustände der Glut eine lineare Function der Stromstärke.

Im Gegensatz zu dieser Curve gibt der Energieverlust, nach dem Joule'schen Gesetz berechnet, eine gegen die Widerstandsachse gleichmässig convexe Curve ohne jeden Wendepunkt.

Wir haben es auch für die zwei längsten Drähte versucht, die Resultate der Beobachtung durch eine empirische Formel auszudrücken, und haben eine Beziehung von der Form

$$\frac{W_0}{W} = 1 - k_1 J^2 + k_2 J^4 - k_3 J^6 +$$

erhalten, in der die Constanten k sämmtlich positiv sind und sehr stark abnehmen. Sie unterscheidet sich von der oben für unendlich lange Drähte und geringe Temperaturerhöhungen angegebenen Beziehung nur dadurch, dass zu dem Gliede kJ^2 noch höhere Potenzen von J^2 hinzutreten.

Dass die Beschaffenheit des umgebenden Mediums von wesentlichem Einfluss auf den Verlauf der Curve ist, liegt wohl auf der Hand. Wir haben für eine bestimmte Länge die Stromstärke und den Widerstand einmal bei dem Druck einer Atmosphäre und das andere Mal bei einem Druck von 30·1 Mm. gemessen und gefunden, dass derselben Stromstärke im luftverdünnten Raum ein weit höherer Widerstand entspricht als bei dem Druck einer Atmosphäre.[1] Selbstverständlich ist der dem-

---

[1] De la Rive (Traité d'Electricité, 2. p. 186, 1856. G. Wiedemann, Elektr. II. 396) sah einen Platindraht, den er in einer Glasröhre zwischen zwei luftdicht aufgekitteten Messingfassungen ausgespannt und durch einen hindurchgeleiteten Strom zum schwachen Glühen gebracht hat, beim Auspumpen der Luft viel lebhafter glühen.

selben Widerstandsverhältniss entsprechende Energieverlust im zweiten Fall kleiner als im ersten, weshalb denn auch glühende Körper in der Luft desto rascher auskühlen, je höher der Druck ist.

Bevor wir zur näheren Auseinandersetzung unserer Betrachtungen und Versuche übergehen, erfüllen wir noch die angenehme Pflicht, Herrn Prof. Mach für dessen Anregung und Unterstützung unseren verbindlichsten Dank auszusprechen.

I.

Wir betrachten einen geraden, cylindrischen Draht von der Länge $2l$ und dem Querschnitt πr^2 k sei sein Wärmeleitungsvermögen und u die Temperatur irgend eines Querschnitts; an den Enden soll stets dieselbe Temperatur herrschen und zwar 0° C.

Der Wärmegewinn, den ein Drahtelement in der Zeit Eins erhält, setzt sich aus zwei Theilen zusammen, und zwar aus einer durch Leitung zugeführten und einer durch den Strom erzeugten Wärmemenge. Wird der Mittelpunkt der Drahtachse zum Coordinatenursprung und die Drahtachse selbst zur x-Achse genommen, und ist ferner das Element von zwei Querschnitten eingeschlossen, welche von einander um dx entfernt sind, so ist der erste Theil jenes Wärmegewinnes gegeben durch

$$-k\pi r^2 \frac{\partial u}{\partial x} + k\pi r^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\, dx\right) = k\pi r^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\, dx$$

und der zweite Theil durch

$$AJ^2 w_0 (1 + \alpha u) \frac{dx}{\pi r^2}.$$

Hierin bedeutet A eine Constante, w_0 den specifischen Widerstand des Drahtes für 0° C. und α die Grösse $\frac{1}{273}$.[1]

---

[1] Von den vielen über die Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur angestellten Versuchen wollen wir diejenigen von Matthiessen und von Bose (Pogg. Ann. 115, 1862) hervorheben, welche mit sehr grosser Sorgfalt zwischen den Grenzen 11° und 101° ausgeführt worden sind. Setzt man die Leitungsfähigkeit $\lambda = a + bt + ct^2$ (t bedeutet hier die Temperatur in Celsiusgraden), so stimmen die Coëfficienten a, b, c für die von ihnen untersuchten festen Metalle so nahe überein, dass Matthiessen und von Bose aus denselben das Mittel nehmen und so die Formel

$$\lambda = 100\,(1 - 0\cdot0037647\,t + 0\cdot000008340\,t^2$$

Der stationäre Zustand ist gekennzeichnet durch die Gleichheit von Wärmegewinn und Wärmeverlust. Der Wärmeverlust des betrachteten Elementes besteht ebenfalls aus zwei Theilen; der eine Theil betrifft die Leitung an das umgebende Medium, der andere die Strahlung. Was die Wärmeabgabe durch Leitung anbelangt, so ist diese wesentlich durch die Wärmeleitungsfähigkeit des Mediums bedingt, und wollten wir sie genau bestimmen, dann müssten wir zunächst bei Festhaltung einer constanten Temperaturvertheilung im Draht jene Gesetze aufstellen, nach welchen die stationäre Wärmeströmung im Medium vor sich geht. Diese Aufgabe ist keineswegs einfach, man kommt aber der Wirklichkeit gewiss sehr nahe, wenn man diesen Theil des Wärmeverlustes der entsprechenden Temperatur proportional oder gleich

$$2\pi r\,.\,B\,.\,u dx$$

setzt.

Der Verlust durch Strahlung bestimmt sich durch das Stefan'sche Gesetz, nachdem die Strahlung der vierten Potenz der absoluten Temperatur proportional ist, also durch

$$2\pi r dx\,.\,C[(273+u)^4-273^4].$$

Da wir, wie gesagt, bloss kleine Temperaturerhöhungen betrachten, so können wir hiefür

$$2\pi r dx\,.\,C\,.\,273^4\,.\,4\alpha u$$

schreiben und erhalten somit für den ganzen Wärmeverlust des Drahtelementes, wenn wir noch

$$B+C\,.\,273^4\,.\,4\alpha = m$$

setzen, den Ausdruck

$$2\pi r m u dx.$$

Für den stationären Zustand gilt demnach die Bedingungsgleichung

$$k\pi r^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{AJ^2 w_0(1+\alpha u)}{\pi r^2}=2\pi r m u,$$

als Ausdruck davon, dass „alle reinen Metalle im festen Zustand ihre Leitungsfähigkeit zwischen 0° und 100° in demselben Masse verändern", erhalten.

Wie man sieht, ist es bei geringen Temperaturerhöhungen immer zulässig, mit Clausius

$$w = w_0\,(1+0\cdot 003663\,t)$$

zu setzen.

welche, durch die Substitutionen

$$\frac{2m}{kr} - \frac{AJ^2 w_0 \alpha}{k\pi^2 r^4} = a$$

$$\frac{AJ^2 w_0}{k\pi^2 r^4} = b$$

in

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - au + b = 0$$

verwandelt, die Integralgleichung

$$u = \frac{b}{a} + c_1 e^{x\sqrt{a}} + c_2 e^{-x\sqrt{a}}$$

liefert. Die Constanten c_1 und c_2 bestimmen sich sehr einfach aus der Bedingung, dass an den Enden des Drahtes ($x = + l$ und $x = - l$) die Temperatur beständig den Werth Null hat, so dass wir schliesslich für die Temperaturvertheilung die Gleichung

$$u = \frac{b}{a}\left(1 - \frac{e^{x\sqrt{a}} + e^{-x\sqrt{a}}}{e^{l\sqrt{a}} + e^{-l\sqrt{a}}}\right) \tag{6}$$

erhalten.

Wie wir sehen, ist die Temperaturcurve eine Gewölblinie. Die höchste Temperatur herrscht in der Mitte ($x = 0$), und zwar

$$u_{max} = \frac{b}{a}\left(1 - \frac{2}{e^{l\sqrt{a}} + e^{-l\sqrt{a}}}\right),$$

wobei wir in Erinnerung bringen wollen, dass

$$\frac{b}{a} = \frac{AJ^2 w_0}{2\pi^2 m r^3 - AJ^2 w_0 \alpha}$$

ist. Aus diesem Ausdruck folgt, dass u_{max} wächst, wenn ceteris paribus J^2 und w_0 grösser und m, r, k kleiner werden. Ferner wird diese Temperatur bei denselben Werthen von J^2, w_0, m, r und k desto grösser ausfallen, je grösser die Länge ist, und zwar in einer einfachen Weise. u_{max} ist nämlich eine Function von $\frac{l}{\sqrt{k}}$; wird demnach die Länge doppelt so gross, so ist das dasselbe, als wenn die Wärmeleitungsfähigkeit k viermal kleiner geworden wäre.

Für $l = \infty$ wird

$$u_{max} = \frac{AJ^2 w_0}{2\pi^2 m r^3 - AJ^2 w_0 \alpha}$$

und die entsprechende absolute Temperatur

$$273\,(1 + \alpha u_{max}) = \frac{273}{1 - \dfrac{AJ^2 w_0 \alpha}{2\pi^2 m r^3}}.$$

Dieselbe ist bei zwei verschieden starken, unendlich langen Drähten (r_1, r_2) gleich, wenn das umgebende Medium dasselbe ist und die Beziehung

$$\frac{J_1^2}{r_1^3} = \frac{J_2^2}{r_2^3}$$

besteht. Unter diesen Verhältnissen gibt dann auch die Einheit der Oberfläche gleiche Wärmemengen durch Strahlung ab.

Sind die beiden Drähte von gleicher Stärke, ist aber das umgebende Mittel verschieden (m_1, m_2), dann verlangt die Gleichheit der absoluten Temperatur die Bedingung

$$\frac{A_1 J_1^2}{m_1} = \frac{A_2 J_2^2}{m_2},$$

oder da A_1 und A_2 nahezu gleich sind,

$$\frac{J_1^2}{m_1} = \frac{J_2^2}{m_2}.$$

Je grösser die Wärmeleitungsfähigkeit des umgebenden Mediums ist, desto grösser muss J^2 sein, um dieselbe Temperatur zu erzielen.

Für einen unendlich grossen Werth von m wird $a = \infty$ und damit zufolge der Gleichung 6), welche wir auch in der Form

$$u = \frac{b}{a}\left(1 - \frac{e^{-(l-x)\sqrt{a}} + e^{-(l+x)\sqrt{a}}}{1 + e^{-2l\sqrt{a}}}\right)$$

schreiben können, die Temperatur in allen Punkten des Drahtes bei jeder beliebigen (endlichen) Stromstärke gleich Null.

Die mittlere Temperatur des Drahtes ist gegeben durch

$$\bar{U} = \frac{1}{2l}\int_{-l}^{+l} u\,dx = \frac{b}{a}\left(1 - \frac{1}{l\sqrt{a}} \cdot \frac{1 - e^{-2l\sqrt{a}}}{1\; e +^{-2l\sqrt{a}}}\right),$$

wofür wir, wenn l sehr gross ist, immer

$$U = \frac{b}{a}\left(1 - \frac{1}{l\sqrt{a}}\right)$$

schreiben können.

Und was nun den Widerstand betrifft, so ist derselbe offenbar gleich

$$W = \int_{-l}^{+l} \frac{w_0(1 + \alpha u)dx}{\pi r^2} = \frac{2w_0 l}{\pi r^2} + \frac{w_0 \alpha}{\pi r^2}\int_{-l}^{+l} u dx\,,$$

oder wenn wir

$$\frac{2w_0 l}{\pi r^2} = W_0$$

setzen, gleich

$$W = W_0\,(1 + \alpha\,\overline{U}).$$

Wird für $\overline{U}$ der für diese Grösse soeben gewonnene Ausdruck substituirt, dann gestaltet sich die Beziehung zu

$$\frac{W}{W_0} = 1 + \alpha\frac{b}{a}\left(1 - \frac{1}{l\sqrt{a}} \cdot \frac{1 - e^{-2l\sqrt{a}}}{1 + e^{-2l\sqrt{a}}}\right)$$

oder nach einer kleinen Umformung zu

$$\frac{W}{W_0} = \frac{1}{1 - MJ^2} - \frac{b\alpha}{l\sqrt{a^3}} \cdot \frac{1 - e^{-2l\sqrt{a}}}{1 + e^{-2l\sqrt{a}}}. \qquad 7)$$

Hierin bedeutet M die Grösse

$$\frac{Aw_0\alpha}{2\pi^2 m r^3}.$$

Wir sehen also, dass der Widerstand W als eine Function der Stromstärke erscheint, so dass bei einem gegebenen Draht ($2l$, r, k, w_0) und bei einem gegebenen Medium jedem Werthe von J ein bestimmter Werth von W entspricht.

Ist der Draht sehr lang, dann wird aus Gleichung 7)

$$\frac{W}{W_0} = \frac{1}{1 - MJ^2} - \frac{b\alpha}{l\sqrt{a^3}}$$

oder

$$\frac{W}{W_0} = \frac{1}{1 - MJ^2} - \frac{\sqrt{kr}}{l} \cdot \frac{MJ^2}{\sqrt{2m\,(1 - MJ^2)^3}}. \qquad 8)$$

Und ist $l = \infty$, dann wird

$$\frac{W}{W_0} = \frac{1}{1 - MJ^2}$$

oder

$$\frac{W_0}{W} = 1 - MJ^2 \qquad 9)$$

II.

Um die Art und Weise, wie der Widerstand eines Drahtes, der durch einen Strom bis zur Weissglut erhitzt wird, mit der Stromstärke wächst, näher kennen zu lernen, haben wir, wie schon erwähnt, durch dünne Platindrähte Ströme von stufenweise zunehmender Stärke hindurchgeschickt, Stromstärke und Widerstand gemessen und ihr Verhältnis sowohl durch Construction als auch (in den beiden letzten Fällen) durch eine empirische Formel wiedergegeben. Die Methode der Widerstandsmessung ist eine sehr einfache. Wir bilden aus dem Platindraht und einem sehr grossen und bekannten Widerstand (dünner Kupferdraht) eine Verzweigung, messen den unverzweigten Strom mit einer Helmholz-Gaugain'schen Tangentenbussole vom Reductionsfactor 5·664 Ampère und den durch den grossen Widerstand gehenden Strom mit einer Wiedmann'schen Bussole, deren Reductionsfactor ebenfalls bekannt ist. Auf diese Weise kennen wir den Strom, der durch den Platindraht geht, und aus dem Verhältniss der Zweigströme und dem bekannten Widerstande des einen Zweiges den Widerstand des Platindrahtes. Eine Änderung des bekannten Zweigwiderstandes durch den hindurchfliessenden Strom ist bei der verschwindenden Kleinheit der Stromstärke nicht anzunehmen.

Bedeutet J den durch den Platindraht gehenden Strom (Ampère), i den Zweigstrom (Ampère) und W den Widerstand (Ohm) des Platindrahtes, dann ergibt sich

$$JW = 964 \cdot 62\, i \text{ (Ampère, Ohm)}$$

und

$$i = 1 \cdot 932 \times 10^{-5}\, n \left(1 - \frac{n}{r^2}\right) \text{ Ampère,}$$

wo n den Scalenausschlag in Doppelmillimeter und r den in

Millimeter ($r = 1707$ Mm.) gemessenen Scalenabstand bedeutet. Und zeigt die Tangentenbussole den Ausschlag φ, dann ist

$$W = 3\cdot 291 \times 10^{-3} \times \frac{n}{\operatorname{tang} \varphi}\left(1 - \frac{n^2}{r^2}\right) \text{Ohm}.$$

Was die Versuchsanordnung selbst anbelangt, so wurde der Platindraht unter dem Recipienten einer Luftpumpe horizontal ausgespannt und mit den Verzweigungspunkten durch 3 Mm. dicke Kupferdrähte verbunden. Der Widerstand dieser Zuleitungsdrähte wurde für jede Versuchsreihe bestimmt und von W abgezogen, wobei von einer Änderung des Widerstands der Zuleitungsdrähte durch den Strom vollständig abgesehen wurde, da eine angenäherte Rechnung ergeben hat, dass bei einer Stromstärke, welche einen 0·27 Mm. starken Platindraht — und diese Stärke hatten unsere Platindrähte — auf eine Temperatur von 1000° C. hebt, die Zuleitung noch lange nicht um 1° C. erwärmt werden kann. W_0, der Widerstand des Platindrahtes bei 0° C., wurde zunächst bei der Zimmertemperatur mit äusserst schwachen Strömen, welche eine Temperaturerhöhung nicht zuliessen, gemessen und die Reduction auf 0° C. nach der Siemens'schen Formel[1] vorgenommen.

Die Aufstellung unter dem Recipienten der Luftpumpe hatte zunächst den Zweck, den Einfluss der Luftdichtigkeit auf die Erscheinung zu untersuchen. Sie wurde aber auch bei den anderen Versuchsreihen, obgleich dieselben bei dem Druck einer Atmosphäre ausgeführt wurden, beibehalten, weil der Recipient blos jene Luftströmungen zulässt, welche durch die Erwärmung des Drahtes entstehen, dagegen die im Beobachtungslocal herrschenden Luftströmungen vollständigt ausschliesst.

Als Stromquelle dienten Bunsen'sche Elemente. Ein im Hauptschliessungsbogen eingeschalteter Rheostat gestattete jede beliebige Änderung der Stromstärke.

Bei den Versuchen hatten wir zunächst mit einer grossen Schwierigkeit zu kämpfen, nämlich mit bleibenden Änderungen von W_0 nach dem Durchgang starker Ströme. Schon von Quintus Icilius[2] hat die Beobachtung gemacht, dass der

---

[1] Pogg. Ann. Bd. 149. S. 228.

[2] Pogg. Ann. 101. 1857 und G. Wiedemann, Elektr. II. 404.

Widerstand von Drähten, welche längere Zeit zur Stromleitung gedient haben, sich allmälig vermehrt, so z. B. bei Kupferdrähten im Verhältniss von 0·9293 : 0·9584 und bei Platindrähten im Verhältniss von 0·8967 : 0·9175. Wir haben gefunden, dass, wenn ein Platindraht durch den galvanischen Strom bis zur Weissglut erhitzt wurde, die Grösse W_0 in vielen Fällen eine Vergrösserung, in manchen dagegen eine Verminderung erfuhr. Das Letztere ist namentlich dann eingetreten, wenn der Draht wiederholt bis zur Weissglut erhitzt worden war. Werden, wie wir es Anfangs machten, durch den Draht stufenweise aufsteigende Ströme hindurch geschickt, welche ihn schliesslich bis zur höchsten Weissglut erhitzen, dann erfährt der Widerstand W_0 eine allmälige Änderung, welche für diese Versuche nicht nur deshalb von Bedeutung ist, weil durch eine bleibende Änderung des specifischen Widerstandes die Wärmeentwicklung eine andere wird, sondern auch deshalb, weil, wie man sich leicht überzeugen kann, die Constitution des Drahtes sich ändert. Er wird weicher, sein Elasticitätscoëfficient also ein anderer, und wie einige später anzuführende Versuchsreihen es wahrscheinlich machen, wird auch das Wärmeleitungsvermögen und das Emissionsvermögen ein anderes.

Es zeigt sich aber auch noch eine andere Erscheinung. Wird nämlich durch den Draht einige Mal ein so starker Strom geschickt, dass er zu einer starken Weissglut erhitzt wird, dann geht jene seitliche Verbiegung, welche der an seinen Enden fest eingeklemmte Draht in der Weissglut zufolge der Ausdehnung erfährt, nicht mehr zurück. Der Ausdehnungscoëfficient ist, wie es scheint, ein anderer geworden.

Arbeiten wir also mit stufenweise aufsteigenden Strömen, dann haben wir mit zwei Übelständen zu kämpfen, einmal mit der allmähligen Änderung der Grösse W_0, und dann mit der allmälig sich ändernden Länge des Drahtes. Man entgeht aber, wie wir uns überzeugt haben, beiden Übelständen in einer sehr einfachen Weise, wenn man nicht aufsteigende, sondern a b s t e i g e n d e S t r ö m e benützt. Wir haben gefunden, dass, wenn die Grösse W_0 gleich nach dem Durchgang des stärksten der zur Anwendung kommenden Ströme gemessen wird (natürlich muss der Draht vollständig auf die Temperatur der Umgebung abgekühlt sein) und hierauf zum Schluss, nachdem alle stufenweise abnehmenden Ströme hindurchgegangen sind, nochmals bestimmt wird, die sich ergebenden Werthe nahezu gleich sind. Es wird also die bleibende Änderung von W_0, welche eine starke Weissglut hervorbringt, durch den darauffolgenden geringeren Grad der Glut fast gar nicht geändert. Ferner wird auch die durch die erste Weissglut zu Stande kommende Längenänderung durch die darauffolgenden schwächeren Ströme nicht mehr beeinflusst, so dass der Platindraht für alle Ströme, welche wir benützen, die gleiche Länge hat.

III.

Wir untersuchten nun zunächst nach den angedeuteten Grundsätzen einen 0·27 Mm. starken, und 19 Mm. langen Platindraht. Auf die genaue Messung der Länge wurde keine besondere Sorgfalt verwendet, erstens wegen der erwähnten seitlichen Verbiegung und zweitens, weil es bei unseren Versuchen blos auf das Widerstandsverhältniss, nämlich $\frac{W}{W_0}$, ankommt.

Der Widerstand W_0 (für 0° C.), nach dem ersten und letzten Versuche bestimmt, blieb sich gleich und betrug $W_0 = 0{\cdot}0449$ Ohm, wobei die Reduction auf 0° C., wie gesagt, mit der Siemens'schen Tabelle ausgeführt wurde. Die Luft stand unter dem Druck einer Atmosphäre und hatte die Temperatur 19° C.

In der ersten Columne der folgenden, die Versuche wiedergebenden Tabelle steht die Stromstärke, in Ampère ausgedrückt, die zweite Columne enthält die Grösse $J\sqrt{\frac{W_0}{4lr}}$, und zwar aus folgendem Grunde. Wenn wir diese Versuchsreihe mit allen übrigen vergleichen wollen, so müssen wir zunächst diejenigen Widerstandsverhältnisse miteinander vergleichen, welche unter den gleichen Umständen erhalten wurden. Wir dürfen nicht sagen, es herrscht in zwei Punkten dieselbe Temperatur, wenn der specifische Widerstand w in beiden der gleiche ist, sondern wir können auf die Gleichheit der Temperatur dieser Punkte nur dann schliessen, wenn das Widerstandsverhältniss $\frac{w}{w_0}$ das gleiche ist. Nun ist aber der specifische Widerstand w_0 der untersuchten

Drähte etwas verschieden, und zwar hauptsächlich deshalb, weil er durch die Weissglut eine bei den verschiedenen Drähten verschieden grosse bleibende Änderung erfuhr. Ferner kommt in der Differentialgleichung der Temperaturvertheilung, wenn wir in derselben die Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur auch noch so allgemein fassen, die Stromstärke nur in der Verbindung $J^2 w_0$ vor, wo $w_0 = \frac{W_0 \pi r^2}{2l}$ den specifischen Widerstand für 0° C. bedeutet. Wir können also unter der Voraussetzung, dass alle Drähte dieselbe Stärke haben, die Versuchsreihen nur in der Weise mit einander vergleichen, dass wir die Widerstandsverhältnisse $\frac{W}{W_0}$ für denselben Werth von $\frac{J^2 W_0}{2l}$ oder für denselben Werth von $J\sqrt{\frac{W_0}{2l}}$ mit einander vergleichen.

Aber auch die Stärke der untersuchten Drähte, welche wir theils mit dem Sphärometer theils durch Wägung bestimmten, zeigte sich etwas verschieden. Wollen wir mit Rücksicht auf diese Ungleichheiten die gleichen Umstände herstellen, dann können wir es nicht mehr so correct durchführen, wie in Betreff des specifischen Widerstandes, weil der Einfluss der Drahtstärke keineswegs so einfach ist. Die Annäherung ist aber eine ziemlich grosse, wenn wir den Einfluss der Verschiedenheit der Dicke in der Weise berücksichtigen, dass wir von der für unendlich lange Drähte und für geringe Temperaturerhöhungen gegebenen Formel

$$\frac{W}{W_0} = \frac{1}{1 - MJ^2}$$

ausgehen und die Widerstandsverhältnisse $\frac{W}{W_0}$ für denselben Werth von MJ^2 oder denselben Werth von

$$J\sqrt{M} = J\sqrt{\frac{A w_0 \alpha}{2\pi^2 m r^3}} = J\sqrt{\frac{A W_0 \alpha}{4 l \pi m r}}$$

oder für denselben Werth von

$$J\sqrt{\frac{W_0}{4lr}}$$

vergleichen.

1. Versuchsreihe.

$2l = 19$ Mm., $2r = 0{\cdot}27$ Mm., $W_0 = 0{\cdot}0449$ Ohm, Druck einer Atmosphäre, Lufttemperatur 19°.

J	$J\sqrt{\frac{W_0}{4lr}}$	W	$\frac{W}{W_0}$	J^2W	
7·404	0·6927	0·1755	3·909	9·620	stark weiss
7·125	0·6666	0·1702	3·791	8 640	weiss
6·449	0·6033	0·1532	3·411	6·370	weiss
6·039	0·5650	0·1429	3·182	5·209	fast weiss
5·612	0·5250	0·1318	2·936	4 151	hellroth
5·097	0·4768	0·1176	2·619	3·054	roth
4·960	0·4640	0 1126	2·507	2·770	roth
4·778	0·4470	0·1077	2·398	2·458	schwachroth
4·634	0·4335	0·1036	2·308	2·226	sehr schwachroth
4·432	0·4146	0·0986	2·197	1·937	dunkel
4·217	0·3945	0·0917	2·043	1·631	
4·001	0·3743	0·0870	1·937	1·392	
3·890	0·3639	0·0832	1·852	1·258	
3·699	0·3461	0·0801	1 785	1·097	
3·451	0·3229	0·0759	1·690	0·904	
3·254	0·3044	0·0708	1·576	0·749	
3·153	0·2950	0·0691	1·539	0·687	
2·949	0·2759	0·0663	1·478	0·577	
2·768	0·2590	0·0632	1·408	0·484	
2·448	0·2290	0·0593	1·320	0·355	
1·936	0·1811	0·0550	1·224	0·206	
1·611	0·1507	0·0523	1·164	0·136	
1·351	0·1264	0·0510	1·135	0·093	

Tragen wir als Abscissen die Widerstandsverhältnisse $\frac{W}{W_0}$ und als Ordinaten die Grössen $J\sqrt{\frac{W_0}{4lr}}$ auf, so erhalten wir (Taf., Fig. I) die Curve I. Dieselbe verläuft für $\frac{W}{W_0} = 1$ senkrecht zur Abscissenachse, ist zunächst bei zunehmendem Widerstandsverhältniss concav nach unten, um dann durch einen Wendepunkt, der ungefähr dem Widerstandsverhältniss 2·367 entspricht, in einen zur Abscissenachse convexen Theil überzugehen.

Der Wendepunkt liegt etwas höher als der Anfang der Glut. Dabei müssen wir berücksichtigen, dass der Draht zuerst in der Mitte zu glühen beginnt, weil dort die Temperatur am höchsten ist. Der höchsten Temperatur entspricht auch das höchste specifische Widerstandsverhältniss, und dieses ist selbstverständlich grösser als das Widerstandsverhältniss des ganzen Drahtes $\frac{W}{W_0}$, das wir messen. Ist $\frac{W}{W_0}$ jenem Werthe des specifischen Widerstandsverhältnisses gleich geworden, bei dem das Glühen beginnt, so wird der Zustand in der Mitte des Drahtes den Beginn der Rothglut bereits überschritten haben. Wir können also sagen, der Wendepunkt fällt in die Nähe des Beginnes der Rothglut.

Die convexe Krümmung, welche der dem glühenden Zustand entsprechende Theil der Curve gegen die Abscissenachse zeigt, ist so gering, dass man annäherungsweise sagen kann, es ist für diese Zustände die Stromstärke eine lineare Function des Widerstandsverhältnisses, oder umgekehrt, das Widerstandsverhältniss eine lineare Function der Stromstärke.

Tragen wir als Abscissen die Widerstandsverhältnisse und als Ordinaten den Energieverlust J^2W auf, dann erhalten wir (Taf., Fig. I) die Curve I*a*, welche beständig convex gegen die Abscissenachse verläuft und bei der mit dem Beginn der Rothglut keine besonderen Eigenthümlichkeiten zusammenfallen.

IV.

Bei dem soeben beschriebenen Versuch wird das Wärmegleichgewicht irgend eines Drahtelementes in der Weise erhalten, dass der Wärmegewinn durch den galvanischen Strom und durch innere Leitung[1] vollständig aufgewogen wird durch den Wärmeverlust, den das Element durch die Ableitung an das umgebende Medium und durch die Strahlung erleidet. Was die Wärmeabgabe

---

[1] Der Wärmegewinn durch innere Leitung ist hier negativ, also auch ein Wärmeverlust.

an das umgebende Medium betrifft, so können wir uns dieselbe in zwei Elemente zerlegt denken, nämlich in die Wärmeabgabe durch Leitung und in die Wärmeabgabe durch Strömung.

Wird aus dem Recipienten die Luft ausgepumpt, dann ändert dies offenbar die Bedingungen des Wärmegleichgewichts, weil vor Allem die Strömung verringert wird. Die Wärmeleitungsfähigkeit der Luft ändert sich, wie Versuche von Stefan, Kundt, Warburg und Winkelmann gezeigt haben, mit der Dichte gar nicht und auch die Strahlung wird nahezu dieselbe bleiben, weil das Quadrat des Brechungsexponenten, welches von Einfluss ist, in einem Grade geändert wird, der gar nicht in Betracht kommt. Ziehen wir unsere früheren Betrachtungen, welche sich auf geringe Temperaturerhöhungen beziehen, heran, so sehen wir, dass eine Verminderung der Strömung eine Verminderung der Grösse B und mithin auch der Grösse m zur Folge hat, so dass wir schon auf Grund dessen im vorhinein sagen können, dass im luftverdünnten Raum bei derselben Stromstärke J die Werthe u_{max} und $\frac{W}{W_0}$ grösser ausfallen müssen. Es verhält sich eben die Sache beiläufig so, als wäre bei einem grösseren Druck die Leitungsfähigkeit grösser.

2. Versuchsreihe.

Derselbe Draht $W_0 = 0\cdot04449$ Ohm, Luftdruck $= 13^3/_4''$ $= 30\cdot1$ Mm. Quecksilber, Lufttemperatur $18\cdot5°$ C.

J	$J\sqrt{\frac{W_0}{4lr}}$	W	$\frac{W}{W_0}$	J^2W	
6·834	0·6364	0·1789	4·012	8·355	sehr stark weiss
6·232	0·5804	0·1639	3·685	6·366	stark weiss
5·764	0·5368	0·1528	3·435	5·075	weiss
5·425	0·5052	0·1439	3·235	4 236	fast weiss
5·328	0·4962	0·1401	3·150	3·978	hellroth
4·967	0·4626	0·1289	2·897	3·180	roth
4·628	0·4310	0·1197	2·691	2·564	schwachroth
4·349	0·4050	0·1106	2·485	2·091	beginnt zu glühen
4·063	0·3784	0·1015	2·281	1·675	dunkel
3·847	0·3583	0·0949	2·133	1·404	

J	$J\sqrt{\frac{W_0}{4lr}}$	W	$\frac{W}{W_0}$	$J^2 W$	
3·381	0·3149	0·0808	1·816	0·924	dunkel
3·194	0·2974	0·0762	1·712	0·777	
3·027	0·2819	0·0723	1·624	0·662	
2·888	0·2689	0·0696	1·565	0·581	
2·791	0·2599	0·0676	1·519	0·526	
2·527	0·2353	0·0633	1·425	0·404	
2·409	0·2243	0·0613	1·377	0·356	
2·184	0·2179	0·0578	1·298	0·275	
1·961	0·1826	0·0562	1·264	0·216	
1·811	0·1687	0·0541	1·217	0·178	

Der Widerstand W_0 wurde nach dem ersten und letzten Versuch bestimmt und ergab in beiden Fällen den Werth 0·04449 Ohm. Er ist etwas kleiner als der Widerstand W_0 der ersten Versuchsreihe, weil das höchste Widerstandsverhältniss in dieser Versuchsreihe, nämlich 4·012, grösser als das grösste Widerstandsverhältnis der ersten Versuchsreihe, d. i. 3·909 ausgefallen, mithin die Weissglut eine viel stärkere gewesen ist.

Construirt man (Tafel, Fig. I) die Curve II, indem man die Widerstandsverhältnisse als Abscissen und die Werthe $J\sqrt{\frac{W_0}{4lr}}$ als Ordinaten aufträgt, so erhält man eine Linie von ganz demselben Aussehen wie die Curve I, nur liegt jetzt die Curve viel tiefer oder es entspricht in diesem Fall demselben Widerstandsverhältniss ein kleinerer Werth von $J\sqrt{\frac{W_0}{4lr}}$. Auch hier ist ein Wendepunkt zu verzeichnen, der ungefähr bei dem Widerstandsverhältniss 2·779 liegt und mit dem Beginn der Rothglut nahezu zusammenfällt. Da jener Theil der Curve, welcher den Zuständen der Glut entspricht, eine ebenso geringe Krümmung hat wie früher, so können wir wieder annäherungsweise sagen, es ist im Zustande der Glut die Stromstärke eine lineare Function des Widerstandsverhältnisses, oder umgekehrt, der Widerstand eine lineare Function der Stromstärke.

Nimmt man die Grösse J^2W als Ordinate und das Widerstandsverhältniss $\frac{W}{W_0}$ als Abscisse, dann erhält man (Tafel, Fig. I) die Curve IIa, welche dasselbe Aussehen hat wie die Curve Ia. Sie ist überall convex nach unten, zeigt nicht die geringste Eigenthümlichkeit, welche den Beginn der Rothglut kennzeichnen würde und liegt viel tiefer als die frühere Curve Ia. Der letzte Umstand sagt aus, dass in diesem Fall der Energieverlust bei dem gleichen Widerstandsverhältniss ein viel geringerer ist. Der Unterschied im Wärmeverlust ist ein sehr bedeutender, er beträgt nahezu ein Viertel des gesammten Wärmeverlustes im zweiten Fall.

Dem gleichen Widerstandsverhältniss entspricht offenbar die gleiche mittlere Temperatur des Drahtes. Ist aber die mittlere Temperatur die gleiche, dann wird der Wärmeverlust durch innere Leitung und durch Strahlung nahezu der gleiche sein. Er ist nicht absolut gleich, weil die Änderung der Wärmeabgabe nach aussen eine andere Temperaturvertheilung im Drahte zur Folge hat. Denn wie wir gesehen haben, ist die Temperaturcurve bei kleinen Temperaturerhöhungen eine Gewölblinie, welche desto flacher verläuft, je geringer die Wärmeabgabe nach aussen ist. Und was für die kleineren Temperaturen gilt, gilt aller Wahrscheinlichkeit nach auch für hohe Temperaturen. Der Wärmeverlust durch innere Leitung und Strahlung ist also nicht absolut derselbe, aber der Unterschied gegen früher ist so gering, dass wir die bedeutende Differenz im gesammten Wärmeverlust des Drahtes fast ganz auf Rechnung der Wärmeabgabe an das umgebende Medium setzen müssen.

Diese Wärmeabgabe setzt sich aus der Leitung und Strömung zusammen. Was die erstere anbelangt, so hat Stefan die Abkühlungsgeschwindigkeit in der Luft bei einem Drucke von 750 Mm. und 428 Mm. Quecksilber gleich gefunden, aber es muss hervorgehoben werden, dass die grösste Temperaturdifferenz, die dabei zur Anwendung kam, die Zimmertemperatur und der Eispunkt war. Auch bei den andern Beobachtern, A. Kundt, E. Warburg und A. Winkelmann war die Temperaturdifferenz gering, und zwar bei den ersteren 59·3° und 19·6° C., bei dem letzteren Zimmertemperatur und Eispunkt. Hier haben wir es aber mit ausserordentlich hohen Temperaturen zu thun, und es ist nicht so ganz ausgeschlossen, dass die Wärmeleitungsfähigkeit in diesem Fall eine andere ist.

Dass der Vorgang der Strömung ein wesentlich anderer ist, liegt auf der Hand. Es ist vielleicht nicht überflüssig, die Art und Weise, wie der Einfluss der Strömung mit der Dichtigkeit sich ändert, etwas näher zu betrachten.

V.

Um den Einfluss der Strömung bei den verschiedenen Graden der Verdünnung kennen zu lernen, wollen wir ein sehr einfaches Beispiel betrachten. Wir nehmen an, es sei in der Luft bei der Dichtigkeit ρ zur Zeit $t = o$ durch irgend eine Erwärmung eine Verdünnung entstanden, welche, — wir nehmen es so der Einfachheit halber an, — in dem Volumen v, welches sie einnimmt, überall die gleiche Dichtigkeit ρ' haben möge. Der Dichtigkeit ρ entspreche die absolute Temperatur T, der Dichtigkeit ρ' die absolute Temperatur T'. Der Druck p sei in beiden derselbe.

Beziehen wir die Bewegung auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem, dessen z-Achse vertical nach abwärts gerichtet ist, und bezeichnen wir mit u, v, w die Componenten der Geschwindigkeit, mit t die Zeit und mit μ den Reibungscoëfficienten, so lautet für den Fall, dass die Schwerkraft die einzige äussere Kraft ist, die für die z-Achse geltende Differentialgleichung:

$$g + \frac{\mu}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + \frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)$$
$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}.$$

Wir wenden nun diese Gleichung auf jenen Theil der Luft an, welcher in dem Volumen v eingeschlossen ist, multipliciren die ganze Gleichung mit $dx\,dy\,dz$ und integriren über das Volumen v. Es ergibt sich dann zunächst

$$g\iiint dx dy dz = g v$$

und

$$-\frac{1}{\rho'}\iiint \frac{\partial p}{\partial z}\; dx dy dz = -\frac{1}{\rho'}\iint_O p \cos(n, z)\, d\omega,$$

wo $d\omega$ ein Element der Oberfläche O des Volumens v und n die nach aussen gerichtete Normale in einem Oberflächenpunkte von $d\omega$ bedeutet.

Dieses über O erstreckte Flächenintegral ist nichts Anderes als $v\rho g$. Denn wäre $\rho' = \rho$ und die Luft in Ruhe, so wäre kein Grund zur Bewegung vorhanden, und es würde aus der obigen Gleichung, wenn wir hierin $u = v = w = o$ setzen würden, jene Relation ohne Weiteres hervorgehen. Die Differentialgleichung erhält mit Rücksicht darauf die Gestalt

$$gv\,\frac{\rho'-\rho}{\rho'} + \frac{\mu}{\rho'}\iiint \frac{\partial\Theta}{\partial z}\,dxdydz + \frac{\mu}{\rho'}\iiint \Delta w\,dxdydz = \iiint \frac{dw}{dt}\,dxdydz,$$

worin

$$\Theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

und

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\,\frac{\partial}{\partial x} + v\,\frac{\partial}{\partial y} + w\,\frac{\partial}{\partial z}$$

bedeutet, oder wenn wir damit die Voraussetzung

$$p = \text{const.}\ \rho T = \text{const.}\ \rho' T'$$

also

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{T'}{T}$$

verbinden,

$$-\,gv\,\frac{T'-T}{T} + \frac{\mu}{\rho'}\iiint \frac{\partial\Theta}{\partial z}\,dxdydz + \frac{\mu}{\rho'}\iiint \Delta w\,dxdydz = \iiint \frac{dw}{dt}\,dxdydz.$$

Die Dichtigkeit ρ' kommt jetzt nur in der Verbindung mit μ vor. Haben wir also zwei verschiedene Dichtigkeiten der Luft von derselben Temperatur T und tritt in beiden Fällen in demselben Volumen v eine gleichmässige Erwärmung ein, welche dieselbe Temperatur T' zur Folge hat, und wenden wir auf beide Fälle unsere Gleichung an, dann ist Alles gleich bis auf die Coëfficienten jener Glieder, welche von der Reibung herrühren, d. h. hätte das Medium keine Reibung, dann wäre die Strömung die nämliche. Der Unterschied liegt nur darin, dass der Einfluss der Reibung vergrössert wird.

Nach Versuchen von O. E. Meyer und Maxwell ist der Reibungscoëfficient der Gase vom Druck unabhängig. Wird also die Luft tausendfach verdünnt, dann wird in Bezug auf die Strömung der Einfluss der Reibung so vergrössert, als wenn bei der ursprünglichen Dichtigkeit der Reibungscoëfficient tausendmal grösser geworden wäre.

Die Strömungen haben eine Verschiebung der isothermischen Flächen zur Folge. Wäre in einem Moment der stationäre Zustand eingetreten, sowie er sich beim vollständigen Fehlen der Strömungen bilden würde, dann würden diesen Zustand die Strömungen schon im nächsten Augenblick durch Verschiebung der isothermen Flächen ändern, also nichtstationär machen. Und nun kommt es wesentlich darauf an, ob der stationäre Zustand sich früher oder später wieder einstellen kann. Der stationäre Zustand tritt theoretisch erst in einer unendlich langen Zeit ein, praktisch stellt sich aber schon in einer endlichen Zeit t_1 ein Zustand her, der vom stationären Zustand so wenig verschieden ist, dass man den Unterschied auch mit den feinsten Hilfsmitteln nicht constatiren kann. Je kürzer diese Zeit t_1 ist, desto kleiner ist der Einfluss der Strömung und umgekehrt.

Wir können hier eine ähnliche Betrachtung wie beim Kräfteparallelogramm durchführen, indem wir uns die Wirkungen successive vorstellen. Der stationäre Zustand stellt sich, wenn die Strömungen fehlen, praktisch genommen, in einer gewissen Zeit t_1 ein. Nun lassen wir durch die nächste Zeitstrecke t_1 die Strömungen wirken, wobei wir wieder von der Wärmeleitung absehen wollen. Indem die Strömungen die isothermen Flächen verschieben, machen sie den Zustand nichtstationär. Es ist klar, dass die Verschiebung desto grösser ist, je stärker die Strömungen sind, und je grösser die Zeit t_1 ist.

Der Draht hatte die Gestalt eines geraden Cylinders. Wäre derselbe unendlich lang gewesen, dann würde in dem umgebenden Medium der Wärmevorgang durch die Differentialgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k}{c\rho}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right)$$

bestimmt sein, wo u die Temperatur, k das Leitungsvermögen, c die specifische Wärme (bei constantem Druck), ρ die Dichtigkeit, bezogen auf Wasser als Einheit, und r den Abstand von der Cylinderachse bedeuten.

Ist nun in zwei verschiedenen Mitteln zu einer gewissen Zeit für denselben Abstand r die Vertheilung der Temperatur eine solche, dass $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}$ denselben Werth hat, dann ist die zeitliche Änderung der Temperatur oder $\frac{\partial u}{\partial t}$ durch das Product aus diesem Werth und $\frac{k}{c\rho}$ gegeben. Sie ist desto grösser, je grösser k und je kleiner ρ ist. Wird die Luft tausendfach verdünnt, dann erfolgt der Temperaturausgleich so rasch, als ob im ersten Fall unter den gleichen Umständen die Leitungsfähigkeit tausendmal grösser geworden wäre.

Wir können nun das Ergebniss unserer Betrachtungen folgendermassen zusammenfassen: Der Einfluss der Strömung, nämlich die Verschiebung der isothermen Flächen, ist desto grösser, je stärker die Strömung und je grösser die Zeit ist, in welcher ein nicht stationärer Wärmezustand (praktisch genommen) in den stationären Zustand übergeht. Wird die Luft tausendfach verdünnt, dann wird einerseits die Stärke der Strömung so herabgesetzt, als wenn bei der früheren Dichtigkeit ceteris paribus der Reibungscoëfficient tausendmal grösser geworden wäre, und es wird anderseits die Zeit, in welcher der stationäre Zustand sich wieder herstellt, tausendmal kleiner.

Bei unseren Versuchen war das Verhältniss der Dichtigkeit ungefähr 25:1. Ob die dadurch bewirkte Verminderung des Einflusses der Strömung allein im Stande ist, jene Differenz in der Wärmeabgabe an das umgebende Mittel hervorzubringen, kann leider nicht festgestellt werden. Sehr deutlich sieht man die Verminderung der Zeit, in der sich der stationäre Zustand herstellt. Es vergeht nämlich zwischen dem Stromschluss und dem Auftreten der Weissglut eine gewisse Zeit; dieselbe ist im Falle der Verdünnung merklich kleiner.

VI.

Wir kommen jetzt zu den Versuchen mit den anderen Drähten. Aus den im Cap. I gegebenen Betrachtungen geht hervor, dass das Widerstandsverhältniss $\frac{W}{W_0}$ ceteris paribus desto grösser ausfallen muss, je grösser die Länge ist. In Taf., Fig. 2 sind nun sechs Curven verzeichnet, welche die Beziehung zwischen $J\sqrt{\frac{W_0}{4rl}}$ und $\frac{W}{W_0}$ bei verschiedener Länge der Drähte wiedergeben. Diese Curven haben im Grossen und Ganzen dasselbe Aussehen; sie verlaufen alle für $J = 0$ senkrecht zur Abscissenachse, sind Anfangs concav nach unten, dann aber schwach concav nach oben. Der Wendepunkt fällt bei allen mit dem Beginn der Rothglut nahezu zusammen.

Da die Krümmung jenes Curventheils, welcher den Zuständen der Gluth entspricht, bei allen Curven sehr gering ist, so können wir mit Bezug auf alle Curven annäherungsweise sagen, es ist für die Zustände der Glut die Stromstärke eine lineare Function des Widerstandsverhältnisses oder umgekehrt, der Widerstand eine lineare Function der Stromstärke. Die höchste Curve entspricht der kürzesten Länge, nämlich 19 Mm., dann kommt die der Länge 21 Mm. und dann die der Länge 23 Mm. entsprechende Curve. Die ferneren drei Curven entsprechen grösseren Längen und liegen auch tiefer als die erwähnten drei Curven, aber sie zeigen untereinander eine relative Lage, welche gerade entgegengesetzt zu der ist, die man erwarten sollte. Worin der Grund davon liegt, wissen wir nicht genau, aber so viel ist sicher, dass die Drähte nicht ganz gleichmässig behandelt wurden. Es wurde der längste Draht (99·4 Mm.), nachdem er die entsprechende Versuchsreihe durchgemacht hatte, auf die Länge von 79·8 Mm. verkürzt und dann der Versuch in derselben Weise durchgeführt, d. h. der 79·8 Mm. lange Draht hat den Zustand der Weissgluth öfter durchgemacht als der 99·4 Mm. lange Draht. Und was den 56 Mm. langen Draht betrifft, so wurde derselbe noch öfter als der 79·8 Mm. lange Draht einer starken Weissglut ausgesetzt. Da öfteres Weissglühen eines Drahtes viele physikalische Constanten desselben ändert, so ist es nicht ausgeschlossen, dass durch dasselbe sowohl die Wärmeleitungsfähigkeit als auch das Emissionsvermögen geändert wird. Eine Änderung dieser Eigenschaften muss sich — und dies entspricht auch den Versuchen — desto mehr geltend machen, je mehr bei längeren Drähten der Einfluss der Länge zurücktritt.

Ausser der relativen Lage der zuletzt genannten Curven ist noch eine andere Eigenthümlichkeit hervorzuheben; es kreuzt nämlich jene Curve (Taf., Fig. 2), welche der Drahtlänge 23 Mm. entspricht, die vorhergehende in ihrem obersten Verlauf. Dabei müssen wir nun aber wieder betonen, dass wir die Versuchsreihe mit dieser Drahtlänge früher als die Versuchsreihe mit dem 21 Mm. langen Draht durchgeführt haben, indem wir aus der Länge 23 Mm. die Länge 21 Mm. in der Weise herstellten, dass wir auf beiden Seiten je 1 Mm. ausschalteten. Der Verlauf im oberen Theil der Curve lässt sich wieder durch die Annahme zurechtlegen, dass durch das öftere Ausglühen sowohl die Wärmeleitungsfähigkeit als auch das Emissionsvermögen des 21 Mm. langen Drahtes kleiner geworden ist.

Wir gedenken in einer ferneren Arbeit noch einmal auf diese Eigenthümlichkeiten zurückzukommen.

3. Versuchsreihe.

$2l = 21$ Mm., $2r = 0·27$ Mm., $W_0 = 0·05211$ Ohm, Druck einer Atmosphäre, Lufttemperatur 17·6° C.

J	$J\sqrt{\frac{W_0}{4rl}}$	W	$\frac{W}{W_0}$	
6·720	0·6442	0·1960	3·761	stark weiss
6·361	0·6098	0·1785	3·426	weiss
5·828	0·5587	0·1691	3·245	schwach weiss
5·478	0·5252	0·1581	3·034	bis blau incl.
5·152	0·4939	0·1472	2·825	bis grün incl.

J	$J\sqrt{\frac{W_0}{4rl}}$	W	$\frac{W}{W_0}$	
4·927	0·4723	0·1401	2·689	bis grün incl. (schwach)
4·628	0·4437	0·1296	2·487	Beginn der Rothglut
4·362	0·4182	0·1172	2·249	dunkel
4·100	0·3931	0·1118	2·145	
3·866	0·3706	0·1052	2·019	
3·657	0·3506	0·0992	1·904	
3·305	0·3168	0·0882	1·693	
2·926	0·2805	0·0814	1·562	
2·619	0·2511	0·0745	1·430	
2·344	0·2247	0·0713	1·368	
2·137	0·2049	0·0675	1·295	
1·849	0·1773	0·0642	1·232	
1·624	0·1557	0·0625	1·199	
1·425	0·1366	0·0599	1·149	

4. Versuchsreihe.

$2l = 23$ Mm., $2r = 0 \cdot 27$ Mm., $W_0 = 0 \cdot 05915$ Ohm, Druck einer Atmosphäre, Lufttemperatur $18 \cdot 1°$ C.

J	$J\sqrt{\frac{W_0}{4rl}}$	W	$\frac{W}{W_0}$	
6·636	0·6476	0·2213	3·741	sehr stark weiss
6·060	0·5914	0·2060	3·483	stark weiss
5·590	0·5456	0·1903	3·217	weiss
5·172	0·5048	0·1766	2·986	bis blau incl.
4·849	0·4732	0·1630	2·756	bis grün incl.
4·576	0·4466	0·1519	2·568	bis grün incl. (schwach)
4·279	0·4176	0·1416	2·394	„ „ „ (äusserst schw.)
4·050	0·3953	0·1318	2·228	Beginn der Rothglut
3·820	0·3729	0·1251	2·115	dunkel
3·629	0·3542	0·1166	1·971	
3·221	0·3143	0·1045	1·767	
2·818	0·2750	0·0939	1·587	
2·504	0·2444	0·0865	1·462	

J	$J\sqrt{\frac{W_0}{4rl}}$	W	$\frac{W}{W_0}$	
2·260	0·2205	0·0806	1·363	dunkel
1·992	0·1944	0·0787	1·330	
1·809	0·1765	0·0733	1·239	
1·597	0·1559	0·0711	1·202	
1·491	0·1455	0·0698	1·180	
1·336	0·1304	0·0697	1·179	

5. Versuchsreihe.

$2l = 56$ Mm., $2r = 0\cdot 29$ Mm., $W_0 = 0\cdot 12268$ Ohm, Druck einer Atmosphäre, Lufttemperatur 15·6° C.

J	$J\sqrt{\frac{W_0}{4rl}}$	W	$\frac{W}{W_0}$	
6·030	0·5241	0·5019	4·091	stark weiss
5·764	0·5010	0·4829	3·936	weiss
5·372	0·4669	0·4547	3·706	schwach weiss
5·145	0·4472	0·4347	3·543	bis blau incl.
4·916	0 4273	0·4167	3·397	bis grün incl.
4·611	0·4008	0·3911	3·188	bis grün incl. (schwach)
4·068	0·3536	0·3373	2·749	schwach roth
3·814	0·3315	0·3119	2·542	Beginn der Rothglut
3·511	0·3052	0·2867	2·337	dunkel
3·207	0·2787	0·2622	2·137	
2·965	0·2577	0·2415	1·968	
2·653	0·2306	0·2214	1·805	
2·332	0 2027	0·2013	1·641	
2·032	0·1766	0·1896	1·545	
1·815	0·1578	0·1749	1·426	
1·584	0·1377	0·1655	1·349	
1·283	0·1115	0·1579	1·287	

Der Curiosität halber haben wir nach dieser Versuchsreihe die Stromstärke so gesteigert, dass der Draht schliesslich in der Mitte schmolz. Er schmolz bei einer Stromstärke von 7·359

Ampère. Wenden wir das oben als annäherungsweise giltig ausgesprochene Gesetz an, dass für die Zustände der Glut der Widerstand eine lineare Function der Stromstärke ist, so finden wir für den Widerstand des Drahtes beim Schmelzen

$$W_s = 0\cdot5965 \text{ Ohm},$$

also für das Wiederstandsverhältniss

$$\frac{W_s}{W_0} = 4\cdot862,$$

welchem nach der Siemens'schen Tabelle die Temperatur 1350° C. entspricht. Das ist aber blos die mittlere Temperatur.

Da der Draht in der Mitte schmolz, so muss als Schmelztemperatur die Temperatur in der Mitte des Drahtes (u_{max}) angesehen werden, welche, wie schon erwähnt, grösser als die mittlere Temperatur, also grösser als 1350° C. ist.

Würden wir die Vertheilung der Temperatur in einem weissglühenden Drahte kennen, dann wäre auch das Verhältniss von u_{max} zu $\overline{U}$ und damit der Schmelzpunkt bekannt. Leider ist das aber nicht der Fall. In vollständiger Ermangelung jedweder Kenntniss dieses Verhältnisses für die Weissglut wollen wir — die Rechnung gilt ja ohnedies nur annäherungsweise — jenes Verhältniss einführen, welches für geringe Temperaturerhöhungen gilt.

Wir haben für diesen Fall

$$u_{max} = \frac{b}{a}\left(1 - \frac{2}{e^{l\sqrt{a}} + e^{-l\sqrt{a}}}\right)$$

oder bei sehr grossem l

$$u_{max} = \frac{b}{a}$$

und ferner

$$\overline{U} = \frac{b}{a}\left(1 - \frac{1}{l\sqrt{a}}\,\frac{1 - e^{-2l\sqrt{a}}}{1 + e^{-2l\sqrt{a}}}\right)$$

oder bei sehr grossem l

$$\overline{U} = \frac{b}{a}\left(1 - \frac{1}{l\sqrt{a}}\right)$$

gefunden. Für eine grössere Drahtlänge kann also immer

$$\bar{U} = u_{max}\left(1 - \frac{1}{l}\sqrt{\frac{u_{max}}{b}}\right)$$

gesetzt werden, wo

$$b = \frac{AJ^2 w_0}{\pi^2 r^4 k} = \frac{AJ^2 W_0}{\pi r^2 k . 2l}$$

ist. r und l werden in Millimeter gemessen.

Nun ist eine Grammcalorie gleich 0·424 Kilogrammmeter oder gleich $0\cdot 424 \times 10^7 \times 9\cdot 81$ (Cm^2 gr sec^{-2}). Ferner gehen im Platin in einer Secunde durch 1 Quadratmillimeter bei einem Temperaturgefälle von $\frac{1^\circ \mathrm{C.}}{1 \mathrm{Mm.}}$

$$k = \frac{75\cdot 8}{6000} = 0\cdot 0126 \text{ Grammcalorien.}$$

Es ist mithin

$$b = \frac{J^2 W_0}{0\cdot 424 \times 9\cdot 81 \times \pi r^2 \times 2l \times 0\cdot 0126} = 34\cdot 28\ (mm^{-2}).$$

Schreiben wir

$$u_{max} = \frac{\bar{U}}{1 - \frac{1}{l}\sqrt{\frac{u_{max}}{b}}},$$

so erhalten wir für u_{max} in erster Annäherung den Werth

$$u_{max} = \frac{\bar{U}}{1 - \frac{1}{l}\sqrt{\frac{\bar{U}}{b}}}.$$

Und setzen wir wieder diesen Werth in die vorhergehende Gleichung rechter Hand ein, so erhalten wir den Werth für u_{max} in zweiter Annäherung. Auf diese Weise ergab sich in erster Annäherung 1740° C. und in zweiter Annäherung

$$u_{max} = 1810^\circ \text{ C.}$$

Violle[1] fand den Schmelzpunkt des Platins gleich 1779° C.

---

[1] C. R. LXXXV. p. 543—546. Poggend. Beiblätter I. 1877 S. 657.

6. Versuchsreihe.

$2l = 79\cdot8$ Mm., $2r = 0\cdot264$ Mm., $W_0 = 0\cdot21734$ Ohm. Druck einer Atmosphäre, Lufttemperatur $15\cdot3°$ C.

J	$J\sqrt{\frac{W_0}{4rl}}$	W	$\frac{W}{W_0}$	
5·612	0·5700	0·8243	3·793	stark weiss
5·414	0·5499	0·8030	3·695	weiss
5·152	0·5233	0·7726	3·555	„
4·798	0·4873	0·7335	3·375	„
4·562	0·4634	0·6918	3·183	bis blau incl.
4·166	0·4231	0·6317	2·907	bis grün incl.
3·719	0·3777	0·5599	2·576	roth
3·412	0·3466	0·5122	2·357	beginnt zu glühen
3·084	0·3132	0·4635	2·133	dunkel
2·734	0·2777	0·4179	1·923	
2·480	0·2519	0·3814	1·755	
2·260	0·2295	0·3580	1·647	
1·923	0·1953	0·3203	1·474	
1·653	0·1679	0·3001	1·381	
1·393	0·1415	0·2808	1·292	
1·192	0·1211	0·2708	1·246	

Bei dieser und bei der nächsten (und letzten) Versuchsreihe haben wir es versucht, die Widerstandsverhältnisse und die Stromstärken durch eine empirische Formel zu verbinden, und haben für diese Reihe gefunden

$$\frac{W_0}{W} = 1 - 0\cdot18395\, J^2 + 0\cdot04131\, J^4 - 0\cdot005387\, J^6 +$$

$$+\, 0\cdot0003455\, J^8 - 0\cdot00001032\, J^{10} + 0\cdot0000001097\, J^{11}.$$

Diese Formel schliesst sich den Beobachtungen in ihrem ganzen Umfang sehr genau an.

7. Versuchsreihe.

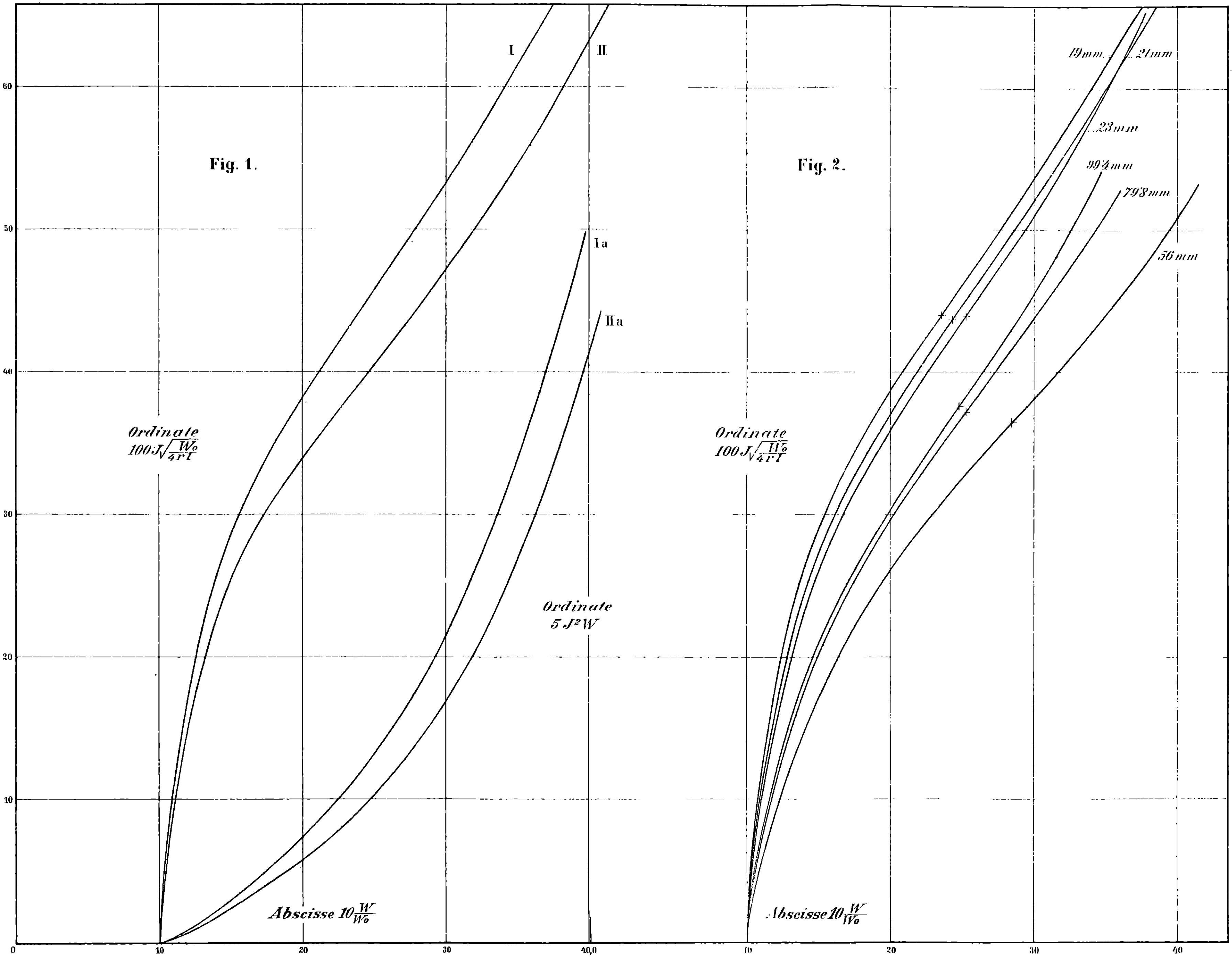
$2l = 99\cdot4$ Mm., $2r = 0\cdot264$ Mm., $W_0 = 0\cdot2790$ Ohm Druck einer Atmosphäre. Lufttemperatur 17° C.

J	$J\sqrt{\frac{W_0}{4rl}}$	W	$\frac{W}{W_0}$	Temperatur in Celsius Graden	
5·023	0·5179	0·9458	3·390	807	weiss
4·795	0·4944	0·9022	3·234	751	„
4·546	0·4687	0·8604	3·084	697	bis blau incl.
4·401	0·4538	0·8378	3·003	667	bis grün incl.
4·115	0·4243	0·7859	2·817	602	
3·917	0·4039	0·7659	2·746	577	roth
3·672	0·3786	0·6992	2·506	493	schwach roth
3·406	0·3512	0·6594	2·364	444	dunkel
3·210	0·3310	0·6141	2·201	388	
3·007	0·3100	0·5745	2·059	339·5	
2·737	0·2822	0·5283	1·894	284·2	
2·520	0·2598	0·4910	1·760	240·2	
2·327	0·2399	0·4643	1·664	208·3	
2·125	0·2191	0·4334	1·554	172·6	
1·888	0·1947	0·4027	1·444	137·3	
1·534	0·1582	0·3713	1 331	101·5	
1·257	0·1296	0·3484	1·249	75·9	
1·088	0·1122	0·3326	1·192	58·1	

Die Temperatur wurde aus dem Widerstandsverhältniss nach der Siemens'schen Tafel berechnet. Natürlich ist damit wieder nur die mittlere Temperatur gemeint. Dem Zustand „schwach roth" entspricht eine mittlere Temperatur des Drahtes von 493° C.[1]

[1] Wenn wir für alle Drähte diejenigen Widerstandsverhältnisse zusammenstellen, bei welchen der Beginn der Rothglut verzeichnet ist, dann finden wir Werthe, welche von einander einigermassen abweichen. Diese Werthe können selbstredend nicht vollständig übereinstimmen, weil zufolge der sprungweisen Änderung der Stromstärke der wahre Beginn der Rothglut mit den betreffenden Widerstandsverhältnissen im Allgemeinen nicht zusammenfallen kann. Auch haben wir, weil wir auf die genaue Bestimmung des Glutgrades kein besonderes Gewicht legten, bei vollem Tageslicht gearbeitet, dessen veränderliche Intensität das Urtheil bekanntlich stark beeinflusst.

O. Tumlirz u. A. Krug: Änderung des Widerstandes galvanisch glühender Drähte mit der Stromstärke.



Photolith v. J. Barth in Wien.

Druck v. J. Barth in Wien.

Da aber die Rothglut zuerst in der Mitte, wo die höchste Temperatur ist, auftritt, so wird die dem Zustand „schwachroth" wirklich entsprechende Temperatur grösser sein als 493° C.

Wir können auch diese Temperatur mit ziemlicher Annäherung bestimmen, wenn wir zwischen u_{max} und $\bar{U}$ jenes Verhältniss annehmen, das bei geringen Temperaturerhöhungen besteht, also mit Rücksicht auf die schon beträchtliche Drahtlänge

$$u_{max} = \frac{\bar{U}}{1 - \frac{1}{l}\sqrt{\frac{u_{max}}{b}}}$$

setzen. Substituiren wir rechter Hand im Nenner für u_{max} die Temperatur $\bar{U} = 493°$, so erhalten wir in erster Annäherung $u_{max} = 562 \cdot 1°$ C., und substituiren wir jetzt zum zweiten Mal diesen Werth, so erhalten wir in zweiter Annäherung:

$$u_{max} = 567 \cdot 6° \text{ C.}$$

Der Zustand „schwach roth" hat jedenfalls den Beginn der Rothglut überschritten, so dass die dem Beginn der Rothglut entsprechende Temperatur niedriger ist als 567·6° C.

Auch diese Versuchsreihe haben wir durch eine Formel wiedergegeben, welche sich den Beobachtungen in ihrem ganzen Umfang sehr genau anschliesst; dieselbe lautet:

$$\frac{W_0}{W} = 1 - 0 \cdot 17166\, J^2 + 0 \cdot 03721\, J^4 - 0 \cdot 004856\, J^6 +$$

$$+ 0 \cdot 0003132\, J^8 - 0 \cdot 000009293\, J^{10} + 0 \cdot 0000001009\, J^{12}.$$

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1887

Band/Volume: 95_2

Autor(en)/Author(s): Tumlirz Otto, Krug Anton

Artikel/Article: Über die Änderung des Widerstandes galvanisch glühender Drähte mit der Stromstärke. 1014-1047