©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Über die Vertheilung der Bahnelemente der Kometen

von

Dr. J. Holetschek.

(Vorgelegt in der Sitzung am 5. December 1889.)

Die Stellung der Kometen im Weltraume wird uns hauptsächlich durch die Betrachtung ihrer Bahnelemente einigermassen klar gemacht. Fasst man die Kometenbahnen einzeln ins Auge, so ist es die Excentricität, deren Betrag, wenn überhaupt sicher bestimmbar, darüber entscheidet, ob ein Komet hinsichtlich seiner Bewegungsverhältnisse zu unserer Planetenfamilie gehört (Ellipse) oder nur im Allgemeinen unsere Sonne auf ihrer Wanderung durch die Himmelsräume begleitet und dabei mit ihr ziemlich gleichen Schritt hält (Parabel) oder vielleicht gar schon mit einer gewissen Anfangsgeschwindigkeit in die Attractionssphäre der Sonne hereingekommen ist (Hyperbel).

Vergleicht man grössere Gruppen oder die Gesammtheit der Kometen unter einander, so kann uns die Häufigkeit oder Seltenheit gewisser Werthe eines bestimmten Bahnelementes einen Anhaltspunkt zur Beurtheilung der Anordnung der Kometen im Raume liefern, doch muss dabei sorgfältig nachgesehen werden, ob eine irgendwo auftretende aussergewöhnliche Vertheilung wirklich reell und nicht vielleicht bloss eine Folge der eigenartigen Verhältnisse ist, unter denen uns die Kometen am leichtesten zu Gesicht kommen.

Diese Vorsicht ist in der That gerechtfertigt, denn schon mehrmals ist mit Erfolg versucht worden, zu zeigen, dass die hie und da bemerkten ungewöhnlichen Vertheilungen gewisser Bahnelemente der Kometen nur scheinbare sind, dass somit die Behauptung, die wahre Vertheilung der Bahnelemente sei eine gleichmässige, der Natur nicht widerspricht. Ein Beispiel dafür liefert der folgende Fall.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Bei Betrachtung der Positionen, welche die Perihel-, beziehungsweise Aphelpunkte der Kometenbahnen an der Himmelssphäre einnehmen, hat man schon vor längerer Zeit die auffallende Thatsache bemerkt, dass diese Punkte bei 90° und 270° Länge etwas dichter als unter anderen Längen auftreten, und glaubte, da die Eigenbewegung unserer Sonne ungefähr dieselbe Richtung hat, diese Eigenthümlichkeit durch die Annahme, dass die Kometen von aussen her unserer Sonne zulaufen, erklären zu können. Da jedoch in diesem Falle die Aphelpunkte nur in der Nähe des Apex der Sonnenbewegung ein Maximum, an der entgegengesetzten Stelle aber ein Minimum haben müssten, während doch in Wirklichkeit beide Gegenden, die zweite sogar noch dichter, mit Aphelpunkten besetzt sind, musste man sich eingestehen, dass allerdings ein Zusammenhang zwischen der Eigenbewegung der Sonne und der angeblich vorherrschenden Bewegungsrichtung der Kometen angedeutet ist, dass aber derselbe nicht in naturgemässer Weise zum Ausdrucke kommt. In der Abhandlung „Über die Richtungen der grossen Axen der Kometenbahnen" habe ich jedoch dargethan, dass sowohl die Anhäufung bei 90° als auch bei 270° vollständig durch die Bedingungen, welche der Wahrnehmung von Kometen am günstigsten sind, erklärt werden kann, und damit ist die der bisherigen Erklärung entgegenstehende Schwierigkeit gegenstandslos geworden.

Zu der erwähnten Abhandlung soll nun die vorliegende eine Fortsetzung bilden, indem die früher nur gelegentlich gemachten kurzen Andeutungen über die Vertheilung der heliocentrischen Breiten des Perihels b und der Neigungen i, welche Elemente für den dort behandelten Gegenstand, nämlich den Zusammenhang zwischen der heliocentrischen Länge des Perihels l und der Perihelzeit T von geringer, beziehungsweise gar keiner Bedeutung waren, jetzt weiter ausgeführt, von den übrigen Bahnelementen insbesondere auch die Periheldistanzen q in den Kreis der Betrachtung gezogen und einige zur Sache gehörende Ergänzungen geliefert werden.

Eine solche Ergänzung verlangen nun zunächst die

Kometen mit hyperbolischen Bahnen.

Ich habe früher das Resultat, dass die Ansammlung der Kometenaphele bei 90° und 270° keinen kosmischen Charakter

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

zu haben braucht, da sie durch terrestrische Verhältnisse erklärt werden kann, aus der Gesammtheit der beobachteten Kometen abgeleitet, und somit hat dasselbe auch für die Kometen im Allgemeinen Giltigkeit. Nun kann aber die Frage aufgeworfen werden, ob nicht vielleicht das, was von der Mehrzahl der Kometen überhaupt gilt, für eine relativ geringe Zahl derselben, und zwar für diejenigen, die ein besonderes Bahnmerkmal zu haben scheinen, abgeändert werden muss. Da nämlich einige Kometen der Rechnung zufolge in Hyperbeln zu gehen scheinen und hyperbolische Bewegungen für den extrasolaren Ursprung der um die Sonne gehenden Gestirne bezeichnend sind, so wäre es ja möglich, dass gerade diese Kometen für sich allein betrachtet eine Beziehung zur Eigenbewegung der Sonne haben, die sich dadurch verrathen müsste, dass die Aphelpunkte ihrer Bahnen in der dem Apex der Sonnenbewegung benachbarten Himmelsgegend am häufigsten, in der gegenüberstehenden aber am spärlichsten anzutreffen sind.

Um nun darüber ins Klare zu kommen, habe ich aus meinem in der genannten Abhandlung enthaltenen Verzeichnisse der Perihelpositionen die zu hyperbolischen Kometenbahnen gehörenden Perihel-, beziehungsweise Aphelpunkte herausgesucht und mit einander verglichen. Obwohl dieses Verfahren ebenso naheliegend als einfach ist und jeder, der die Vertheilung der Aphelpunkte untersucht, das Resultat sofort findet, führe ich dasselbe dennoch an, weil es geradezu eine Nothwendigkeit ist, dass eine so wichtige Frage, wie die Weltstellung der Kometen, nach jeder Seite hin erörtert wird. Einige Schwierigkeit verursacht die Auswahl der Kometen, da der Sicherheitsgrad des hyperbolischen Charakters für die einzelnen Bahnen sehr verschieden, für die meisten sogar verschwindend klein ist. Ich habe jedoch, um nichts unberücksichtigt zu lassen, alle Kometenbahnen herangezogen, deren hyperbolischer Charakter, wenn auch nicht unumstösslich dargethan, so doch aus den bisherigen Rechnungen mit einiger Sicherheit gefolgert worden ist; so wurde auch der Komet 1771, dessen Bahn lange Zeit als eines der sichersten Beispiele einer Hyperbel galt, der Vollständigkeit wegen aufgenommen, obwohl eine neue Bahnberechnung gezeigt hat, dass die Parabel die Beobachtungen ebenso gut darstellt.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Für diese Kometen ergeben sich nun die nachstehenden Aphelpositionen, denen auch das Sternbild und zu einer äusserlichen Beurtheilung der Verlässlichkeit des hyperbolischen Charakters die Excentricität und der Zeitraum, den die Beobachtungen umfassen, beigesetzt ist. Dass übrigens nicht alle hier vorgeführten Kometenbahnen schon als definitive angesehen werden können, ist von Prof. E. Weiss in der Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft für 1885 ausdrücklich betont und aus diesem Grunde eine sorgfältige Neuberechnung der meisten unter ihnen als sehr erwünscht bezeichnet worden.

Komet	Aphel-Länge	Aphel-Breite	Sternbild	Excentricität	Tage
1840 I	2°0	—49°5	Phönix	1·00020	68
1849 II	36·8	—30·3	Eridanus	1·00071	160
1847 VI	80·5	+70·7	Cepheus	1·00013	80
1853 IV	114·2	+60·1	Draco	1·00123	91
1843 II	115·7	—41·2	Navis	1·00018	151
1844 III	116·8	— 1·7	Cancer	1·00035	84
1853 III	135·9	— 8·4	Cancer	1·00026	213
1824 II	181·5	—54·3	Navis	1·00173	155
1806 II	283·4	+24·1	Aquila	1·01018	94
1771	284·8	—10.9	Sagittarius	1·00937	110
1863 VI	313·8	—76·4	Hydrus	1·00065	187

Schon ein flüchtiger Blick auf die Sternbilder lässt erkennen, dass die Aphelpunkte dieser Kometen nirgends ein Übergewicht zeigen und dass der wichtigste Ort, nämlich der Apex der Sonnenbewegung, nur zwei Aphele in seiner Nähe hat, die überdies gerade solchen Kometenbahnen angehören, deren hyperbolischer Charakter sehr problematisch ist, nämlich 1771 und 1806 II.

Diese kleine Betrachtung hat also zu dem negativen Resultate geführt, dass diese wenigen Kometen, selbst wenn sie thatsächlich

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

in Hyperbeln um die Sonne gingen und also von aussen her in den Anziehungsbereich der Sonne gelangt wären, dennoch keinen Zusammenhang mit der Eigenbewegung der Sonne verrathen.

Vertheilung der heliocentrischen Breiten der Perihelpunkte.

In der erwähnten Abhandlung S. 4 ist in Kürze darauf hingewiesen worden, dass unter den aus der Relation

$$\sin b = \sin (\pi - \Omega) \sin i$$

gefundenen Breiten der Perihelpunkte b die kleinen Werthe überwiegen. Bei genauerer Untersuchung lässt sich nun auch feststellen, bei welchen Kometen dieses Übergewicht mehr und bei welchen weniger hervortreten wird. Betrachtet man nämlich nebst der Perihelbreite b auch noch die Grösse der Periheldistanz q, so findet man, dass Kometen mit kleinen Periheldistanzen, da dieselben nicht während des Periheldurchganges, sondern in einer vom Perihel schon ziemlich weit entfernten Strecke in die Erdnähe, also meistens auch zur Beobachtung gelangen, wobei ihre Bahnaxen mit der Ekliptik nicht nur kleine, sondern auch grosse, ja sogar Winkel von nahezu 90° bilden können, den Erfahrungssatz, dass die Perihelbreite im Durchschnitte klein ist, nicht zu bestätigen brauchen. Kometen dagegen, die zur Zeit des Perihels auch in die Erdnähe kommen, werden im Allgemeinen umso kleinere Perihelbreiten aufweisen, je grösser q ist, weil auf diese Weise eine bedeutendere Annäherung an die Erde, also eine grössere Helligkeit und somit eine grössere Wahrscheinlichkeit der Auffindung ermöglicht wird. Dass und wie weit diese Erwägung durch die Erfahrung bestätigt wird, zeigt die folgende Zusammenstellung, welche dadurch entstanden ist, dass ich aus den zu bestimmten Periheldistanzen gehörenden Perihelbreiten ohne Rücksicht auf das Vorzeichen die Mittel b_m genommen und dabei für q als Intervall 0·20 gewählt habe. Es sind dieselben 300 Kometen in Betracht gezogen, welche in der citirten Abhandlung S. 13 bis 19 aufgeführt sind; der letzte derselben ist 1886 V.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

q	b_m	Zahl der Kometen
0·00 bis 0·20	±35°9	23
0·20 0·40	34·9	36
0·40 0·60	32·9	42
0·60 0·80	30·4	60
0·80 1·00	25·6	59
1·00 1·20	24·8	33
1·20 1·40	21·9	18
1·40 1·60	18·7	14
1·60 1·80	36·2	4
1·80 2·00	21·4	3
2·00 2·20	±26·7	6
2·51	+ 1·9	1
4·05	+ 9·6	1
Gesammtmittel..	±28·8	300

Solange die Anzahl der zu einem Mittel vereinigten Werthe b eine bedeutende ist, nehmen also die Mittelwerthe b_m continuirlich ab; erst bei grossen Periheldistanzen, wo die Zahl der zur Verfügung stehenden Kometen nur mehr eine sehr geringe ist, zeigen die Zahlen b_m Sprünge, bestätigen aber doch im Grossen und Ganzen die aufgestellte Behauptung. Dass sogar die zu den zwei vereinzelten extremen Periheldistanzen gehörenden Breiten der Forderung im vollsten Masse genügen, darf natürlich nicht als besonders schwerwiegender Beweis betrachtet, sondern muss hauptsächlich einem glücklichen Zufalle zugeschrieben werden. Ebenso darf der Umstand, dass die Breiten zwischen $q = 0 \cdot 0$ und $q = 1 \cdot 6$ fast wider Erwarten regelmässig abnehmen, nicht als nothwendige Gesetzmässigkeit angesehen werden, da die wahrscheinlichen Fehler der Mittelwerthe noch viel zu gross sind (im Durchschnitte $\pm 2°$ bis $\pm 3°$). Überdies wird von den Differenzen zwischen den Mittel- und Einzelwerthen, wie vorauszusehen, das Fehlergesetz nicht befolgt, weil zwischen 0° und

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

90°, also beispielsweise bei 30°, keine Stelle ist, an der sich die Breiten besonders häufig ansammeln würden.

Theoretisch ist der Mittelwerth aller Breiten, wenn das Vorzeichen nicht berücksichtigt, also eigentlich das Mittel aus den Breiten einer Halbkugel genommen wird, 30°, da die zu Periheldistanzen derselben Grösse gehörenden Perihelpunkte auf einer Kugelfläche liegend gedacht werden können und die Oberfläche einer Kugel durch den Äquator und die beiden 30° vom Äquator abstehenden Parallelkreise in vier gleich grosse Flächen getheilt wird; da diese Anordnung für Periheldistanzen jeder Grösse, also auch für Kugeln von jedem Radius gilt, so muss es auch für die Gesammtheit der Periheldistanzen richtig sein, dass zwischen 0° und ±30° so viele Perihelpunkte liegen, wie zwischen ±30° und ±90°, dass also die mittlere Breite der Perihelpunkte 30° ist. Wie sich die Perihelbreiten in der Wirklichkeit vertheilen, zeigt die folgende Übersicht, welcher ich auch das von Schiaparelli in seinem „Entwurf einer astronomischen Theorie der Sternschnuppen, 3. Note“ aus 181 Perihelien gebildete Schema rechts beigesetzt habe.

Zwischen +90° und +30° Breite		90	51
+30	0	88	51
0	−30	85	48
−30	−90	37	31
		300	181

Von den nördlichen Perihelien wird also die theoretische Forderung in überraschender Weise erfüllt; von den südlichen dagegen bleiben die zwischen −30° und −90° hinter den zwischen 0° und −30° liegenden weit zurück, aber nur darum, weil die bis jetzt noch immer ausschlaggebende nördliche Halbkugel der Erde unter den Kometen mit stark südlichen Perihelien bisher nur relativ wenige kennen lernen konnte. Auch sieht man, dass durch Hinzufügung der bei Schiaparelli nicht vorkommenden 119 Kometen die Vertheilung der Perihelbreiten nicht wesentlich geändert worden ist.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

In der früheren Abhandlung habe ich über die Vertheilung der Perihelbreiten, da dieselbe dort eine geringere Bedeutung hatte, nur eine kurze Bemerkung gemacht, die aber in Folge dessen leider unvollständig geblieben ist, indem bloss das zufällige Zusammentreffen der soeben erwähnten geometrischen Eigenschaft der Kugeloberfläche mit der Forderung, dass unter kleinen Breiten mehr Perihele als unter grossen vorkommen, angeführt und die vorliegende Auseinandersetzung der Verhältnisse zwischen den Perihelbreiten gar nicht erwähnt ist. Herr W. H. S. Monck hat darum im „Observatory" Vol. XII, p. 354, mit Recht bemerkt, dass meine Tabelle nach keiner Seite ein Überwiegen, sondern eine gleichförmige Vertheilung der Perihele anzeigt. Die jetzige Darlegung wird aber wohl die frühere Bemerkung so vervollständigen, dass die Gesetzmässigkeit in der Vertheilung der Perihelbreiten klar zum Ausdrucke kommt.

Wie verhalten sich nun die aus der Beobachtung gefundenen Werthe von bm zum theoretischen Mittelwerthe $b = 30°$?

Für kleine Periheldistanzen, etwa zwischen 0·0 und 0·6, liegen die Mittelwerthe bestimmt über 30°, was wohl deutlich anzeigt, dass uns von diesen Kometen ein grosser Theil durch die Sonnenstrahlen verloren geht, und zwar diejenigen, deren Periheldistanz sehr klein ist. Kämen uns auch diese Kometen zu Gesicht, so würde wahrscheinlich das Mittel bm kleiner, und zwar sehr nahe an 30° liegen.

Für grössere Periheldistanzen, gegen 1 und darüber hinaus, sinken die Mittelwerthe immer tiefer unter 30°, und zwar offenbar darum, weil die Kometen im Allgemeinen umso lichtschwächer bleiben, je grösser ihre Periheldistanz ist. Sollen also solche Kometen für uns eine genügende Helligkeit erlangen, so müssen sie der Erde zur Zeit des Perihels hinreichend nahe kommen, was für Kometen von gleich grosser Periheldistanz umso leichter erreicht wird, je kleiner die Breite des Perihels ist. Von den übrigen Kometen mit grossen Perihelbreiten gehen uns viele in Folge ihrer Lichtschwäche verloren. Wäre das nicht der Fall, so würden wahrscheinlich für grössere Periheldistanzen die Mittelwerthe bm grösser, und zwar auch nahe an 30° sein.

Um übrigens die Mittel aus den Perihelbreiten noch enger an die grosse Erdbahnhalbaxe zu knüpfen, habe ich sie auch in

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

der Weise genommen, dass die Intervalle der Periheldistanzen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ sind. Die Vertheilung wird dadurch die folgende:

Intervall von q: $\frac{1}{4}$.

q	bm	Zahl der Kometen
0·00 bis 0·25	±35°8	28
0·25 0·50	33·1	46
0·50 0·75	31·2	67
0·75 1·00	27·6	79
1·00 1·25	24·2	41
1·25 1·50	23·7	17
1·50 1·75	14·1	10
1·75 2·00	36·9	4
über 2·00	±21·5	8

Intervall von q: $\frac{1}{2}$.

q	bm	Zahl der Kometen
0·0 bis 0·5	±34°1	74
0·5 1·0	29·3	146
1·0 1·5	24·0	58
1·5 2·0	20·6	14
über 2·0	±21·5	8

Bei der letzten Zusammenfassung ist die Anzahl der auf ein jedes Intervall entfallenden Kometen schon so gross, dass die Sprünge in den Mittelwerthen von bm so gut wie vollständig verschwunden sind.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Nach dieser Vertheilung der Perihelbreiten b auf die Periheldistanzen q habe ich in umgekehrter Weise auch die Periheldistanzen auf die Perihelbreiten vertheilt, um zu sehen, ob dadurch vielleicht ein neuer Aufschluss über den Zusammenhang zwischen q und b zum Vorscheine kommt. Folgendes Schema enthält die Mittelwerthe von q, wobei aber die beiden grössten Periheldistanzen (2·51 und 4·05), die sich erst nach einer längeren Discontinuität an die anderen anschliessen, weggelassen sind.

b		qm	Kometen
Zwischen +90°	und +80°	1·16	2
+80	+70	0·66	10
+70	+60	0·78	13
+60	+50	0·73	18
+50	+40	0·78	20
+40	+30	0·77	27
+30	+20	0·81	23
+20	+10	0·71	23
+10	0	0·94	40
0	—10	0·93	39
—10	—20	0·79	20
—20	—30	0·86	26
—30	—40	0·81	11
—40	—50	0·62	9
—50	—60	0·51	6
—60	—70	0·34	5
—70	—80	0·52	5
—80	—90	0·03	1
			298

Da bei hohen, sowohl nördlichen als südlichen Breiten nur wenige Kometen zur Verfügung stehen und überhaupt in den Mittelwerthen fast durchgehends Sprünge auftreten, erweist sich das Intervall von 10° zu klein; wählt man ein grösseres Intervall,

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

z. B. 30°, so zeigen die Mittelwerthe einen ziemlich continuirlichen Gang.

b		*qm*	Kometen
Zwischen +90°	und +60°	0·76	25
+60	+30	0·76	65
+30	0	0·82	86
0	−30	0·87	85
−30	−60	0·67	26
−60	−90	0·40	11
		0·79	298

Was schon aus der früheren Betrachtung hervorging, tritt also jetzt noch deutlicher zu Tage, nämlich, dass die Perihele mit stark südlichen Breiten bei dem gegenwärtigen Stande unserer Kometenkenntniss in der Regel an Kometen mit kleinen Periheldistanzen gebunden sind ($qm = 0 \cdot 40$). Dass die Periheldistanzen derjenigen Kometen, deren Perihele nahe der Ekliptik liegen, im Durchschnitte am grössten sind, rührt daher, dass darunter fast alle periodischen Kometen vorkommen, die ja meistens kleine Neigungen und, den Encke'schen ausgenommen, ziemlich grosse Periheldistanzen (q zwischen $0 \cdot 6$ und $1 \cdot 7$) besitzen. Da also dieser Umstand nicht auf die Perihelbreiten überhaupt, sondern speciell auf kleine Neigungen Bezug hat, wird derselbe bei Betrachtung der Neigungen nochmals zur Sprache kommen.

Vertheilung der Periheldistanzen.

Folgende Tabelle zeigt, wie die Grössen der Periheldistanzen der Kometen nach dem gegenwärtigen Stande unserer Kenntnisse vertheilt sind.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Periheldistanz		Zahl der Kometen	
0·0 bis	0·1	14	23
0·1	0·2	9	
0·2	0·3	13	36
0·3	0·4	23	
0·4	0·5	15	42
0·5	0·6	27	
0·6	0·7	26	60
0·7	0·8	34	
0·8	0·9	29	59
0·9	1·0	30	
1·0	1·1	22	33
1·1	1·2	11	
1·2	1·3	11	18
1·3	1·4	7	
1·4	1·5	7	14
1·5	1·6	7	
1·6	1·7	3	4
1·7	1·8	1	
1·8	1·9	2	3
1·9	2·0	1	
2·0	2·1	3	6
2·1	2·2	3	
über	2·2	2	
		300	

In der schon citirten dritten Note hat Schiaparelli durch eine, alle Sichtbarkeitsbedingungen sorgfältig in Betracht ziehende Untersuchung gefunden, dass uns die Periheldistanzen der beobachteten Kometen keinen Schluss auf die wahre Vertheilung der Periheldistanzen erlauben. Unter der Annahme, dass der für die Beobachtungen der Kometen günstigste Raum der zwischen den beiden mit den Radien $r = 0 \cdot 5$ und $r = 1 \cdot 2$ um die Sonne beschriebenen Kugeln sei, hat er berechnet, wie lange sich Kometen mit verschiedenen Periheldistanzen (zwischen $0 \cdot 0$ und $1 \cdot 2$) in diesem Raume aufhalten und die so gefundenen Zeiträume mit der Anzahl der zugehörigen Kometen verglichen. Die Zeiträume sind nun wirklich nahezu den Zahlen proportional, welche die jeweilige Anzahl der Kometen mit den zugehörigen Periheldistanzen darstellen, so dass der Schluss, alle Periheldistanzen seien gleich wahrscheinlich, ein natürlicher ist.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Die hohe Wichtigkeit dieses Gegenstandes lässt es gerechtfertigt erscheinen, denselben auch von einem anderen Gesichtspunkte zu betrachten, und ich wähle dazu die Helligkeiten der Kometen.

Da die meisten Kometen während ihrer Sichtbarkeit in der Nähe des Perihels sind, kann man mit Benützung der im Allgemeinen zutreffenden Annahme, dass wir aus der Gesammtzahl der Kometen umso mehr bemerken, je heller dieselben sind, eine Untersuchung anstellen, ob und wie weit die jeweilige Anzahl der Kometen mit bestimmten Periheldistanzen der grössten theoretischen Helligkeit $\frac{1}{r^2 \Delta^2}$ proportional ist, worin aber der Radiusvector r durch die Periheldistanz q zu ersetzen und als Distanz von der Erde Δ eine Grösse einzuführen ist, welche durch Zugrundelegung der wahrscheinlichsten Elongation von der Sonne E, in welcher sich ein Komet mit bestimmter Periheldistanz zur Zeit des Periheldurchganges, also während seiner grössten Helligkeit, durchschnittlich zeigt, gefunden wird. Diese Elongation rückt im Allgemeinen für $q < 1$ mit wachsendem q von 0° gegen 90° und für $q > 1$ (stets unter der Voraussetzung, dass die Perihelpunkte in dem der Erde zugewandten Theile der Himmelssphäre liegen) umso mehr von 90° gegen 180°, je grösser q wird. Um aber willkürliche Annahmen über E zu vermeiden, hielt ich es für angemessen, nicht die geocentrische Elongation E, sondern die im Durchschnitte schon bekannte heliocentrische Breite des Perihels b als gegeben zu betrachten und erst unter dieser Annahme E zu berechnen.

Die aus der Erfahrung genommenen Werthe von b, die also für die Rechnung benützt werden können, sind oben bereits mitgetheilt, und überdies kann man auch versuchen, den theoretischen Mittelwerth $b = 30°$ zu verwenden. Bestimmt man also in dem ebenen Dreiecke Erde-Sonne-Komet, worin $R = 1$, $r = q$ und der von diesen Seiten eingeschlossene Winkel an der Sonne b bekannt und K der hier nicht in Betracht kommende Winkel am Kometen ist, aus den Relationen

$$\operatorname{tang} \frac{K-E}{2} = \frac{R-r}{R+r} \cot \frac{b}{2}$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

und

$$E = \frac{K+E}{2} - \frac{K-E}{2}, \quad \frac{K+E}{2} = 90° - \frac{b}{2}$$

den Winkel an der Erde E und aus der Gleichung

$$\Delta \sin E = r \sin b$$

die Distanz Δ, so ist zunächst die Helligkeit $H = \frac{1}{r^2 \Delta^2}$ gefunden, welche der Anzahl n der Kometen mit der bestimmten Periheldistanz q proportional sein soll. Da sich aber die Zahlenreihen H und n auf andere Einheiten beziehen, ist noch, um sie direct vergleichbar zu machen, die eine Reihe H mit einem entsprechenden Factor $\frac{n}{H}$ zu multipliciren. Dieser kann in verschiedener Weise gewählt werden. Man kann z. B. das zu jedem q gehörende $\frac{n}{H}$ bestimmen und aus allen oder nur aus einigen, denen man ein besonderes Gewicht beilegen will, einen Mittelwerth ableiten oder auch nur einen einzigen Werth von $\frac{n}{H}$ als den für die ganze Reihe massgebenden Factor wählen. Ich habe das letztere gethan, und zwar das zu $q = 0 \cdot 9$ gehörende $\frac{n}{H}$ genommen, weil hier die stärkste Erdnähe eintritt und somit, abgesehen von r, voraussichtlich die wenigsten Kometen für uns verloren gehen; und es ist auch thatsächlich an dieser Stelle von q die Anzahl der beobachteten Kometen nahe im Maximum.

Für q ist als Intervall $0 \cdot 2$ gewählt und bei der Rechnung angenommen, dass die jeweilige Anzahl der Kometen genau an den, zwischen je zweien dieser Grenzwerthe in der Mitte liegenden Werth von q gebunden ist, dass also z. B. die in dem Intervalle $0 \cdot 8$ bis $1 \cdot 0$ beobachtete Zahl 59 nur mit der Periheldistanz $q = 0 \cdot 9$ vereinigt vorkommt. Für die Perihelbreiten b habe ich nicht genau die oben gefundenen Zahlen in Rechnung gezogen, sondern dieselben auf ganze Grade abgerundet und auch zum Theile so geändert, dass sie eine mehr regelmässige Reihe bilden; für die Periheldistanzen über $1 \cdot 2$ ist durchgehends der Mittelwerth $b = 23°$ benützt.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

q	b	E	Δ	Zahl der Kometen		Beobachtung —Rechnung
				Rechnung	Beobachtung	
0·1	36°	4°	0·92	(1162)	23	—
0·3	35	13	0·77	(183)	36	—
0·5	33	25	0·64	(96)	42	—
0·7	30	42	0·53	72	60	—12
0·9	27	64	0·45	59	59	0 (angenommen)
1·1	25	90	0·47	38	33	— 5
1·3	23	111	0·54	20	18	— 2
1·5	23	123	0·70	9	14	+ 5
1·7	23	130	0·87	4	4	0
1·9	23	135	1·05	2	3	+ 1
2·1	23	139	1·24	1	6	+ 5

Wird dieselbe Rechnung mit Zugrundelegung des theoretischen Mittels $b = 30°$ geführt, so ergibt sich das folgende Schema.

q	E	Δ	Zahl der Kometen		Beobachtung—Rechnung
			Rechnung	Beobachtung	
0·1	3°	0·91	(1434)	23	—
0·3	11	0·76	(234)	36	—
0·5	24	0·62	(125)	42	—
0·7	42	0·53	88	60	—28
0·9	64	0·50	59	59	0 (angenommen)
1·1	85	0·55	33	33	0
1·3	101	0·66	16	18	+ 2
1·5	112	0·81	8	14	+ 6
1·7	119	0·97	4	4	0
1·9	124	1·15	3	3	0
2·1	128	1·33	2	6	+ 4

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Da diese Erwägungen nur für Kometen gelten, die in der Nähe des Perihels zur Beobachtung gelangen, können sie natürlich auf Kometen mit kleinen Periheldistanzen keine Anwendung finden, und aus diesem Grunde sind die eingeklammerten Zahlen umso mehr blosse Rechnungsresultate, je kleiner q ist. Mit abnehmendem q ist eben die Forderung, dass die Kometen im Perihel der Erde nahe kommen, immer weniger erfüllt; und wenn auch, wie es in der Wirklichkeit wohl der Fall sein wird, ziemlich viele Kometen mit kleinen Periheldistanzen dann zur Sonne hereinkommen, wenn ihre Perihelpunkte der Erde zugewandt sind, so bleiben dieselben für uns verloren, weil dann die zweite Bedingung erfüllt ist, welche ich in der Abhandlung „Über die Bahn eines Kometen, der während seiner günstigen Helligkeit nicht aus den Sonnenstrahlen heraustreten kann" für die Bahn eines unsichtbar bleibenden Kometen gefunden habe, nämlich: kleine Periheldistanz, Komet im Perihel diesseits der Sonne.

Für grössere Periheldistanzen aber, etwa von $q = 0 \cdot 7$ angefangen, stimmen in dem einen wie in dem anderen Schema die durch Rechnung gefundenen mit den durch die Beobachtung gegebenen Zahlen durchgehends soweit überein, dass man in Anbetracht der mannigfachen Zufälligkeiten, durch welche die Auffindung der Kometen, namentlich der lichtschwachen, beeinflusst wird, trotz einiger grösserer Differenzen wohl wagen darf, die jeweilige Menge der Kometen mit bestimmter Periheldistanz im Allgemeinen der theoretischen Helligkeit im Perihel proportional zu setzen.

Da die anfangs erwähnte Untersuchung von Schiaparelli hauptsächlich Kometen mit kleineren Periheldistanzen, zwischen $0 \cdot 0$ und $1 \cdot 2$, in Betracht zieht, die vorliegende dagegen auf Kometen mit grösseren Periheldistanzen, gegen 1 und weit darüber hinaus anwendbar ist, umfassen beide zusammen das ganze Gebiet der uns bekannten Periheldistanzen und ergänzen sich also gegenseitig.

Vertheilung der Neigungen.

Mit Benützung des von Cournot aufgestellten Satzes, eine zufällige Vertheilung der Kometenbahnen erfordere eine gleich-

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

förmige Vertheilung der Pole dieser Ebenen auf der Himmelskugel und kleine Neigungen seien somit weniger wahrscheinlich als grosse, hat Schiaparelli in der erwähnten dritten Note die Lage der Kometenbahnebenen untersucht und dabei gefunden, dass dieselben um die Ebene der Ekliptik etwas mehr angehäuft sind, als eine gleichförmige Vertheilung voraussetzen lässt, und hat diese Erscheinung auch in so naturgemässer Weise erklärt, dass wohl nichts weiter hinzuzufügen wäre, wenn nicht in Folge des Umstandes, dass bei Betrachtung der Pole der Bahnebenen die Neigung nur bis 90° gezählt, also 180° — i eines retrograden Kometen gleichwerthig mit i eines directen Kometen angenommen wird, möglicher Weise irgend eine Eigenthümlichkeit in der Anordnung der Neigungen verdeckt bleiben könnte. Ich habe darum die Neigungen über 90° bis 180° gezählt und durch Benützung des von Prof. E. Weiss der siebenten Auflage der Littrow'schen „Wunder des Himmels" beigefügten Kometenverzeichnisses für die 300 Kometen, welche schon früher in Betracht gezogen worden sind, die folgende Vertheilung gefunden

Neigung		Kometen		Ohne Kometen mit kurzer Periode	
0° bis	10°	18		9	
10	20	15	42	9	26
20	30	9		8	
30	40	16		14	
40	50	21	51	20	47
50	60	14		13	
60	70	17		17	
70	80	19	57	19	57
80	90	21		21	
90	100	18		18	
100	110	23	59	23	59
110	120	18		18	
120	130	27		27	
130	140	20	65	20	65
140	150	18		18	
150	160	12		12	
160	170	8	26	8	26
170	180	6		6	
		300		280	

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Da die vielen kleinen Sprünge der zu den Intervallen von 10° gehörenden Zahlen dieses Intervall zu eng erscheinen lassen, habe ich für die folgenden Betrachtungen ein weiteres, und zwar 30° gewählt und die Summen der Gruppen von je drei Zahlen rechts beigesetzt.

Die periodischen Kometen wollte ich anfangs hier ebenso wenig wie bei den früheren Betrachtungen ausschliessen, da sie ja doch, ganz wie die nichtperiodischen, einmal entdeckt werden mussten und dabei ebenso unter dem Einflusse der Sichtbarkeitsbedingungen standen wie die anderen. Da aber die periodischen Kometen, wenn sie auch in zwei oder noch mehr ungünstigen Erscheinungen übersehen worden sind, schliesslich doch einmal in einer für die Auffindung recht geeigneten Jahreszeit durch das Perihel gehen, und auch thatsächlich fast alle periodischen Kometen unter sehr günstigen Sichtbarkeitsverhältnissen gefunden worden sind, können sie in dieser Beziehung doch nicht vollständig den übrigen Kometen gleichgestellt werden. Ich habe darum die Vertheilung der Neigungen auch unter Ausschluss jener 20 Kometen untersucht, deren Umlaufszeit die des Tuttle'schen (14 Jahre) nicht übersteigt, und die auf diese Weise erhaltenen Zahlen in das Schema aufgenommen.

Fasst man nun zunächst die Zahlen ins Auge, welche sich aus der Gesammtzahl der Kometen ergeben, so zeigt sich von 0° angefangen ein allmäliges Ansteigen derselben bis etwa 130°, worauf ein immer rascherer Abfall folgt. In der Nähe von 180° ist entschieden das Minimum; ein zweites, allerdings nicht stark hervortretendes Minimum weisen die kleinen Neigungen zwischen 0° und etwa 30° auf.

Überblickt man dagegen die nach Ausschluss der elliptischen Kometen mit kurzer Periode resultirenden Zahlen, so sieht man, dass das Minimum zwischen 0° und 30° viel kleiner und sogar so klein geworden ist wie das Minimum zwischen 150° und 180°. Der Ausschluss von 20 elliptischen Kometenbahnen hat also das Schema an einer Stelle wesentlich umgestaltet; die Zunahme der Zahlen bis etwa $i = 130°$ ist aber geblieben. Für das Maximum lässt sich in dem einen wie in dem anderen Schema keine bestimmte Stelle, sondern nur angeben, dass dasselbe auf der Strecke zwischen etwa 60° und 150° liegt.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Auch diese Anordnung, nämlich die Zählung der Neigungen über 90° bis 180°, liefert also eine Bestätigung des Satzes, dass geringe Neigungen gegen die Ekliptik seltener auftreten als grosse.

Das allmälige Anwachsen der Neigungen von 51 bis 65, beziehungsweise von 47 bis 65 ist offenbar nicht reell, sondern nur zufällig; für reell halte ich nur die Seltenheit der Neigungen bei 0° und 180° und ebenso ihre grössere Häufigkeit auf der Strecke zwischen diesen beiden Extremen.

Diese Ungleichmässigkeit meine ich auch dann, wenn man trotz der ausreichenden Begründung von Schiaparelli daran festhalten wollte, dass bei gleichmässiger Vertheilung sowohl bei 0° und 180°, als auch in der Nähe von 90° auf gleich grosse Intervalle gleich viel Neigungen entfallen sollen, ganz gut erklären zu können, und zwar wieder durch die Sichtbarkeitsverhältnisse.

In welcher Weise hängt die Sichtbarkeit eines Kometen mit der Neigung zusammen? Im Allgemeinen gestalten sich die Sichtbarkeitsverhältnisse am günstigsten, wenn die folgenden zwei Bedingungen erfüllt werden: 1. Soll der Komet nicht lange mit der Sonne in Conjunction oder überhaupt nicht lange in den Sonnenstrahlen bleiben, dafür aber 2. wenn er herausgetreten ist, d. h. die Elongation von etwa 25° oder 30° überschritten hat, längere Zeit eine ansehnliche Helligkeit besitzen, also der Erde nahe sein.

Wie verhält sich nun die Bahnneigung zu diesen Bedingungen? Ich werde drei Hauptfälle unterscheiden und dieselben gesondert betrachten. Der Komet kann nämlich zur Zeit des Perihels, die ja meistens die massgebende ist, mit der Sonne in oberer oder unterer Conjunction oder auch in Opposition stehen; es genügt wohl, nur diese Constellationen zu betrachten und die zwischenliegenden Elongationen, beispielsweise $E = 90°$ ausser Acht zu lassen, weil bei diesen die von sehr verschiedenen Neigungen herrührenden Sichtbarkeitsverhältnisse im Allgemeinen ebenso leicht günstig wie ungünstig ausfallen können und hier noch andere Umstände wirksam sind, die nicht so einfach berücksichtigt werden können, wie in der Conjunction und Opposition.

Steht der Komet mit der Sonne in Opposition, was im Allgemeinen nur für $q > 1$ eintreten kann, so sind seine Sichtbarkeits-

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

verhältnisse, wie auch die Bahnneigung sein mag, in diesem Falle sehr günstig, wesshalb ein näheres Eingehen auf denselben nicht nöthig ist; nur das eine sei bemerkt, dass bei retrograder Bewegung sowohl die Annäherung, als die Entfernung von Komet und Erde sehr rasch geschieht, also die stärkste Erdnähe nur sehr kurze Zeit währt. Es ist nun die obere und die untere Conjunction zu betrachten.

Da unter den bekannten Kometen diejenigen, welche während der unteren Conjunction in die Erdnähe, also im Allgemeinen auch zur Beobachtung gelangen, die Mehrzahl bilden, theile ich hier ein Doppelschema mit, welches die Sichtbarkeitsumstände eines Kometen mit $q = 0 \cdot 80$, der im Perihel mit der Sonne in Conjunction steht, für $t - T = \pm 16$ Tage und $t - T = \pm 32$ Tage enthält. Dieses eine Schema wird genügen, einen Theil der nachfolgenden Erwägungen zu bestätigen. $(\lambda - L)$ ist die geocentrische Längendifferenz zwischen Komet und Sonne, β die Breite des Kometen, und die totale Elongation E ergibt sich aus: $\cos E = \cos(\lambda - L) \cos \beta$.

$t - T = 16^d$
$\log q = 9 \cdot 903$
$\log r = 9 \cdot 933$

	$(\lambda - L)$	β	E	$\log \Delta$	$\frac{1}{r^2 \Delta^2}$
0°	−50°8	0°0	50°8	9·427	19·08
30	−39·6	+41·6	54·8	9·505	13·31
60	− 0·6	58·4	58·4	9·636	7·29
90	+35·4	50·6	58·8	9·749	4·51
120	+49·9	34·7	58·0	9·811	3·26
150	+55·4	+17·5	57·2	9·850	2·72
180	+56·8	0·0	56·8	9·864	2·55

$t - T = 32^d$
$\log q = 9 \cdot 903$
$\log r = 0 \cdot 001$

	$(\lambda - L)$	β	E	$\log \Delta$	$\frac{1}{r^2 \Delta^2}$
0°	−79°3	0°0	79°3	9·577	6·98
30	−65·7	+52·6	75·5	9·703	3·91
60	− 5·9	68·0	68·1	9·875	1·77
90	+32·6	54·1	60·4	9·996	1·00
120	+43·1	36·0	53·8	0·073	0·71
150	+46·7	+17·9	49·2	0·117	0·58
180	+47·6	0·0	47·6	0·130	0·55

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

a) Neigung i in der Nähe von 180° Steht der Komet während des Perihels in unterer Conjunction, so bleibt er allerdings nicht lange in den Sonnenstrahlen, da er rasch an der Erde vorbeigeht, entfernt sich aber dafür, sobald er eine etwas grössere Elongation erreicht, schon in kurzer Zeit so weit von der Erde, dass seine Helligkeit nur mehr eine sehr geringe ist. Steht der Komet zur Zeit des Perihels in oberer Conjunction mit der Sonne, so kann er wohl nicht lange in den Sonnenstrahlen verweilen, doch kann andererseits von einer Annäherung an die Erde während dieser Zeit gar nicht, und zu einer vom Perihel weiter ab liegenden Zeit auch nur unter besonders glücklichen, bloss ausnahmsweise eintretenden Umständen die Rede sein. Für streng retrograde Bewegungen sind also die Sichtbarkeitsverhältnisse in keiner der betrachteten Constellationen günstige zu nennen und darum können solche Kometen leicht unbemerkt bleiben.

b) Kleine Neigungen (i zwischen 0° und etwa 30°). Ist der Komet in unterer Conjunction, so verweilt er allerdings länger als bei retrograder Bewegung in den Sonnenstrahlen, hat aber, wenn er einmal herausgetreten ist, eine ansehnliche Helligkeit und bleibt noch längere Zeit in der Erdnähe, so dass er relativ leicht gefunden werden kann. Hier ist also nicht so sehr die erste, als vielmehr die zweite Bedingung erfüllt. Befindet sich der Komet zur Zeit des Perihels jenseits der Sonne, also in oberer Conjunction, so tritt der erste Fall ein, den ich für die Bahn eines unsichtbar bleibenden Kometen gefunden habe, nämlich: directe Bewegung, mässige Neigung, Komet im Perihel jenseits der Sonne. In diesem Falle ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Komet ganz unsichtbar bleibt, eine sehr grosse, indem beispielsweise ein Komet mit $\log q = 9 \cdot 88$ während eines Zeitraumes von fast 9 Monaten von der Sonne sich nicht weiter als bis $E = 15°$ entfernt und beim endgiltigen Heraustreten nur noch eine sehr geringe Helligkeit, nämlich $\frac{1}{r^2 \Delta^2} = 0 \cdot 02$ besitzt.

Für Kometen mit kleinen Neigungen können also die Sichtbarkeitsumstände einerseits sehr günstig, andererseits wieder sehr ungünstig sich gestalten, und in dem letzteren Falle wird uns die grösste Zahl der Kometen durch die Sonnenstrahlen weggefangen.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Da unter den Kometen mit kleinen Neigungen die meisten periodischen enthalten sind, ist es nur dem Umstande, dass dieselben wiederholt und mitunter sogar unter sehr günstigen Verhältnissen in das Perihel kommen, zuzuschreiben, dass die Zahl der Kometen mit kleinen Neigungen immerhin noch eine beträchtliche ist. Überdies befinden sich diese Kometen hinsichtlich ihrer Menge den anderen gegenüber noch darum im Vortheil, weil unter ihnen manche Paare vorkommen, die vielleicht identisch sind und in diesem Falle nur einmal gezählt werden sollten, z. B. 1678 und 1844 I.

c) Nachdem nun der Einfluss der retrograden und der directen Bewegung auf die Sichtbarkeitsverhältnisse dargethan ist, sind noch die zwischenliegenden Neigungen zu betrachten. Geht man mit der Neigung von 180° über 90° gegen 0°, so werden die Verhältnisse, soweit die Erdnähe, also die Helligkeit in Betracht kommt, immer günstiger; dagegen tritt, wenn man 50° oder 40° überschritten hat und der Neigung 0° näher rückt, immer mehr die Möglichkeit auf, dass ein Komet während seiner günstigsten Helligkeit ganz in den Sonnenstrahlen verborgen bleibt. Es wird also zwischen diesen beiden Extremen eine Gegend geben, in welcher beide Bedingungen für die günstigsten Sichtbarkeitsverhältnisse, nämlich genügende Elongation und hinreichende Helligkeit, gleichzeitig, wenn auch etwas abgeschwächt, zur Geltung gelangen. Man wird durch diese Erwägung zu den Kometen geführt, deren Neigungen sowohl von 0° als von 180° weit entfernt sind, also etwa zwischen 45° und 135° liegen. Diese Kometen entfernen sich in Folge ihrer steilen Neigungen rasch von der Ekliptik nach Norden oder Süden und besitzen dann längere Zeit eine Helligkeit, welche zwar nicht so bedeutend, wie für $i = 0°$, aber doch grösser als für $i = 180°$ ist; sie bleiben also am längsten unter günstigen Sichtbarkeitsverhältnissen und bieten somit die grösste Wahrscheinlichkeit, bemerkt zu werden.

Nach diesen Erwägungen erscheint es also gerechtfertigt, den Umstand, dass die Neigungen bei 180° am seltensten, bei 0° im Allgemeinen häufiger und zwischen diesen Extremen am häufigsten sind, auf die durch die Stellung zur Erde und Sonne bedingten Sichtbarkeitsverhältnisse der Kometen zurückzuführen.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Es schien mir noch von Interesse, nachzusehen, ob mit gewissen Neigungen bestimmte Periheldistanzen häufiger als andere verbunden sind. Um die Mittelwerthe von q durch die extremen Werthe der Periheldistanzen nicht zu beeinflussen, wurden die 8 Kometen, deren Periheldistanzen grösser als 2·0 sind, weggelassen. Ausserdem habe ich die Vertheilung der Periheldistanzen auf die Neigungen auch nach Ausschluss der 20 Kometen mit kurzer Umlaufszeit untersucht.

Neigung	qm	Kometen	Ohne Kometen mit kurzer Periode	
			qm	Kometen
0° bis 30°	0·89	42	0·80	26
30 60	0·83	50	0·80	46
60 90	0·76	55	0·76	55
90 120	0·65	56	0·65	56
120 150	0·72	64	0·72	64
150 180	0·80	25	0·80	25
	0·76	292	0·74	272

Da die meisten Kometen in der Nähe des Perihels, die Kometen mit kleiner Periheldistanz aber unter anderen Verhältnissen zur Beobachtung gelangen, so empfieht es sich, diese Vertheilung auch mit Ausschluss der Kometen mit kleiner Periheldistanz vorzunehmen. Lässt man demnach alle Kometen mit $q < 0·50$ weg, berücksichtigt also nur die Periheldistanzen zwischen 0·5 und 2·0, so vertheilen sich die Periheldistanzen in folgender Weise auf die Neigungen.

Neigung	qm	Kometen	Ohne Kometen mit kurzer Periode	
			qm	Kometen
0° bis 30°	1·02	34	0·93	20
30 60	1·03	36	1·02	32
60 90	0·86	46	0·86	46
90 120	0·91	34	0·91	34
120 150	0·88	48	0·88	48
150 180	0·91	21	0·91	21
	0·93	219	0·91	201

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Betrachtet man vorerst die Kometen ohne Rücksicht auf ihre Umlaufszeit, also die links stehenden Zahlen *qm*, so geht, obwohl die Unsicherheit der arithmetischen Mittel eine ziemlich bedeutende ist, dennoch aus dem ersten, wie aus dem zweiten Schema deutlich hervor, dass grössere Periheldistanzen (gegen 1 und darüber hinaus) am häufigsten mit kleinen Neigungen verbunden vorkommen; im ersten Schema bilden die Zahlen sogar eine mit den Neigungen so regelmässig verlaufende Reihe, dass man sich beinahe versucht fühlen könnte, den Umstand, dass unter den von uns wahrgenommenen Kometen mit geringen Neigungen mehr, mit steilen Neigungen aber weniger Kometen mit grossen Periheldistanzen vorkommen, als Regel anzusehen. Fasst man aber die nach Ausschluss der Kometen mit kurzer Periode resultirenden Zahlen ins Auge, so sieht man, dass die zu kleinen Neigungen gehörenden Werthe von *qm* kleiner geworden sind und die frühere Regelmässigkeit nicht mehr so deutlich hervortritt; im zweiten Schema, welches die Periheldistanzen unter 0·5 nicht enthält, ist von diesem Gange überhaupt gar nichts zu bemerken.

Das Übergewicht grösserer Periheldistanzen bei kleinen Neigungen wird also nur durch die periodischen Kometen bewirkt, und somit ist eine wirkliche Verbindung zwischen Neigung und Periheldistanz nicht zu erkennen. Auf den Umstand, dass die Periheldistanzen der meisten periodischen Kometen beträchtlich sind, hat vor Kurzem Prof. Th. Bredichin hingewiesen (Sur l'origine des comètes périodiques).

Vertheilung der Knotenlängen.

Bei Untersuchung der Knotenlängen ist, falls man etwaige Anhäufungen auf terrestrische Verhältnisse zurückführen will, einige Vorsicht geboten, da der geocentrische Durchgang durch die Ekliptik fast ausnahmslos bei einer ganz anderen Länge stattfindet, als der heliocentrische Durchgang, d. h. die Knotenlänge selbst angibt. Bei den kleinen Planeten, die immer bei $r > 1$ und grösstentheils in der Nähe der Opposition beobachtet werden, fallen sämmtliche Nebenumstände, welche eine Untersuchung über die Vertheilung der Knoten verwickelt machen, ganz weg, und können dort nicht so leicht Fehlschlüsse entstehen, wie bei den

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Kometen, die sowohl bei $r > 1$, als bei $r < 1$ und unter den verschiedensten Elongationen von der Sonne zur Beobachtung gelangen.

Was nun die Knotenlängen der Kometen betrifft, so hat J. Kleiber in den Astr. Nachr., Bd. 115, gefunden, dass ihre Vertheilung eine zufällige ist. Er hat den Umkreis der Ekliptik in 180 Abschnitte von je 2° Länge getheilt und die in jedem dieser Intervalle vorkommenden Knotenlängen zusammengezählt, anderseits nach den Principien der Wahrscheinlichkeit die Anzahl der Abschnitte berechnet, in welchen, falls die Vertheilung eine nahezu gleichmässige ist, 1, 2, 3... Knotenpunkte enthalten sein sollen; die Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung ist nun wirklich eine so genügende, dass der Schluss, die Vertheilung der Knoten der Kometenbahnen sei eine zufällige, berechtigt erscheint.

So hübsch diese Beweisführung auch ist, kann sie trotzdem, wie im Bulletin astronomique 1886, S. 469—472, hervorgehoben wird, nicht als entscheidend gelten, da sie nur fragt, wie viele von den zweigradigen Abschnitten mit 1, 2, 3... Knotenpunkten besetzt sind, nicht aber, an welcher Stelle der Ekliptik dieselben sich befinden. Untersucht man, um den Gegenstand auch von dieser Seite kennen zu lernen, die 273 von Kleiber betrachteten Knotenlängen in der gewöhnlichen Weise, und zwar für je 30° Länge, so zeigen dieselben längs der Ekliptik folgende Vertheilung:

Knotenlänge		Kometen	Knotenlänge		Kometen
0° bis	30°	21	180° bis	210°	24
30	60	26	210	240	24
60	90	27	240	270	23
90	120	25	270	300	15
120	150	25	300	330	23
150	180	20	330	360	20

Die Knotenlängen sind also etwas ungleichmässig vertheilt. In der Nähe von 90° Länge zeigt sich ein kleines Übergewicht und bei 270° Länge ein vereinzelt dastehendes Minimum; in dem Halbkreise von 0° bis 180° liegen im Ganzen 144, dagegen von 180° bis 360° nur 129 Knotenpunkte. Ist diese Anordnung eine reelle, d. h. ist sie der wirkliche Ausdruck der Weltstellung der Kometen oder vielleicht eine Folge gewisser Sichtbarkeitsumstände oder ist sie nur das Resultat einer zufälligen Vertheilung, die durch neu hinzutretende Kometen wieder verwischt oder verschoben werden kann? Würde es sich um die kleinen Planeten

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Breiten der Längen 0° und 180° eine allerdings nicht besonders auffallende Armuth an Polen zeigt. Übrigens hat Fearnley diese Vertheilung sofort auf die bei der Entdeckung der Kometen massgebenden Umstände zurückzuführen gesucht, eine Erklärung, mit der man allerdings in derartigen Fällen wohl am ersten das Richtige trifft, welche jedoch in dem vorliegenden unzureichend erscheint, da ich den einen der von Fearnley angeführten Gründe, nämlich dass die meisten Kometen vor Mitternacht entdeckt werden, durch die Erfahrung nicht bestätigt finde, und welche überdies gar nicht nöthig ist, da das obige Resultat, wie sich gleich zeigen wird, der Realität entbehrt.

Die relative Seltenheit der Pole an den beiden angedeuteten Stellen ist die Folge von zwei Postulaten; es sollen nämlich 1. die Neigungen in der Nähe von 90°, 2. die Knotenpunkte bei 90° oder auch 270° etwas seltener sein. Das Erste ist nach unseren gegenwärtigen Kenntnissen nicht richtig, das Zweite trifft für Knotenlängen bei 270° zu, wird aber, wie oben bemerkt wurde, wohl dem Zufalle zuzuschreiben sein, und somit wird auch das Hauptresultat der Untersuchung von Mohn als zufällig betrachtet werden müssen. Wie sehr man mit dieser Behauptung im Rechte ist, ergibt sich am bestimmtesten aus der Thatsache, dass die relative Leere unter kleinen Breiten bei $l = 0°$ und $l = 180°$ in den letzten 30 Jahren verschwunden ist, indem viele Kometen mit steilen Neigungen und bei 90° oder 270° liegenden Knotenpunkten hinzugekommen sind; die auffälligsten sind: *a)* für $l = 0°$ die Kometen: 1860 III, 1863 I, 1863 IV, 1863 VI, 1865 I, 1874 VI, 1877 VI, 1879 V, 1882 III, 1883 II, 1885 II; *b)* für $l = 180°$ die Kometen: 1861 II, 1863 III, 1871 I, 1883 I.

Schliesslich möchte ich bemerken, dass mir die Lage der Bahnpole für den räumlichen Ursprung der Kometen weit weniger massgebend erscheint, als die Richtung ihrer Bahnaxen, also die Projection der Aphelpunkte an der Himmelssphäre. Kometen mit demselben Aphelpunkte, die also vermuthlich aus derselben räumlichen Richtung gekommen sind, können doch ganz verschiedene Bahnpole haben, da die ganze Bahn um die grosse Axe gedreht werden kann, ohne dass der Aphelpunkt verschoben wird. Durch die Pole der Bahn, also durch die Lage der Bahnebene, ist am Himmel nur ein grösster Kreis gegeben, der den Ausgangsort

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

des Kometen enthält, der Aphelpunkt aber bestimmt diese Richtung in unzweideutiger Weise. Nächst der Excentricität erscheint also die Aphelrichtung am meisten geeignet, ein Merkmal für die Weltstellung der Kometen zu liefern, und mit Recht ist daher bei Erörterung der Frage, ob zwei oder mehrere Kometen aus derselben Himmelsgegend stammen, den Aphelpunkten eine besondere Wichtigkeit zuerkannt worden, obwohl auffallende Gruppen bis jetzt nicht nachzuweisen sind. Einige Kometenpaare mit nahezu gleichen Aphelrichtungen habe ich in der Abhandlung: „Über die Frage nach der Existenz von Kometensystemen" zusammengestellt.

Die Erwähnung dieser Abhandlung gibt mir die willkommene Gelegenheit, zu derselben einen ergänzenden Nachtrag zu liefern. Ich habe nämlich gefunden, dass die ebenso gewagte, als gern geglaubte Idee von Hoek, dass verschiedene von ihm zusammengestellte Kometengruppen physisch zusammengehörende Systeme bilden, unhaltbar sei, da die einen von ihm vorgebrachten Argumente rein zufälliger Natur, die anderen aber nicht allein den in den erwähnten Gruppen enthaltenen, sondern überhaupt allen Kometen eigenthümlich sind und somit weder die einen noch die anderen Argumente zur Entscheidung herangezogen werden dürfen. Ich habe dabei hervorgehoben, dass gegen diese Ideen meines Wissens nur von einer einzigen Seite, nämlich von J. Glauser, ein gewichtiger Einwand erhoben worden ist, und würde wohl auch jetzt noch dieser Meinung sein, wenn mich nicht Prof. J. A. C. Oudemans in Utrecht aufmerksam gemacht hätte, dass er den vornehmsten von mir erhobenen Einwand bereits im Jahre 1884, allerdings an einer etwas verborgenen Stelle, öffentlich ausgesprochen habe, nämlich in der vierten Ausgabe der in holländischer Sprache geschriebenen populären Astronomie: „De Sterrenhemel", Deventer 1884, und zwar unter den rückwärts angehängten Verbesserungen und Zusätzen; diese Note, welche auf S. 724 und 725 des erwähnten Buches steht, möge im Interesse ihres Autors und der Sache selbst nach der von Prof. Oudemans vorgenommenen Übersetzung hier einen Platz finden:

„Vor Kurzem sind wir gefragt worden, aus welchem Grunde wir Hoek's Untersuchungen über Kometensysteme nicht erwähnt haben und ob dies vielleicht dadurch zu erklären sei, dass wir den daraus gezogenen Folgerungen wenig Werth zuerkennen?

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Weil diese Frage vielleicht auch bei anderen Lesern aufkommen kann, erinnern wir hier, dass Hoek im Jahre 1865 mit der Hypothese hervortrat, es bestehen Systeme von Kometen, welche durch die Anziehung der Sonne auseinander gezogen worden sind und deren Glieder im Laufe einiger Jahre, jedes für sich, in die Nähe der Erde kommen. Jede Gruppe sei daran zu erkennen, dass die Aphelia der Bahnen ihrer Glieder annähernd zusammenfallen, und dass die Bahnflächen sich annähernd in einer Linie durchschneiden. Hoek glaubte seine Thesis dadurch wahrscheinlich zu machen, dass vor einem langen Zeitintervall, z. B. vor 1000 Jahren, die Radii vectores der einzelnen Kometen einer Gruppe sehr wenig von einander verschieden waren, und dass sich die Kometen also wirklich früher in wechselseitiger Nähe befanden.

Hoek scheint von dieser Besonderheit, welche aber eine bekannte Eigenschaft der parabolischen Bewegung ist, frappirt und zu seiner Hypothese geführt worden zu sein. Bei dieser Bewegung nähert sich die Geschwindigkeit, je weiter der Komet sich vom Perihelium entfernt, desto mehr der Null; und so wird sich von zwei Kometen, falls sie, wenngleich längere Zeit nach einander, dieselbe parabolische Bahn durchlaufen, die Distanz stets vermindern und kleiner werden, als die kleinste nennbare Grösse. Ebenso muss es früher eine Zeit gegeben haben, wo ihre Entfernung ebenso klein war.

Die von Hoek genannten Kometen beschrieben aber bei Weitem nicht dieselben Bahnen, und rechnet man nach, wo die zwei oder drei Kometen, welche Hoek in dasselbe System bringen zu müssen glaubte, in dem nämlichen weit abgelegenen Zeitpunkte sich befunden haben, so wird man allerdings wenig von einander verschiedene Radios vectores finden; weil diese aber bei den verschiedenen Kometen anders gerichtet sind, ist die wirkliche Distanz der genannten Kometen unter sich in keinem einzigen Momente so geringe, dass man gezwungen wäre, sie als zu einander gehörend zu betrachten."

Ich werde nun diejenigen Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung, welche mir am sichersten erscheinen, nochmals kurz vorführen.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Was die Frage nach dem Beweise des extrasolaren Ursprunges der Kometen durch etwaige grössere Häufigkeit der Aphelpunkte beim Apex der Sonnenbewegung betrifft, so lassen auch die wenigen (10 bis 12) Kometen, welche der Rechnung zufolge in Hyperbeln zu gehen scheinen und darum vor allen berufen wären, durch das Vorherrschen einer bestimmten Richtung ihrer Bahnaxen einen Zusammenhang mit der Eigenbewegung der Sonne anzudeuten, von einer solchen Beziehung nichts erkennen; ihre Aphelpunkte haben, so weit dies aus so wenigen Kometen zu entnehmen ist, in keiner Gegend der Sphäre ein Übergewicht.

In der Vertheilung der Bahnelemente sämmtlicher Kometen zeigen sich mehrere Eigenthümlichkeiten, die alle erklärt werden können, einerseits durch die Thatsache, dass Kometen unter gewissen Verhältnissen durch die Sonnenstrahlen unseren Blicken vollständig entzogen werden, anderseits durch die im Allgemeinen ganz zutreffende Voraussetzung, dass aus der Gesammtzahl der Kometen umso mehr zu unserer Wahrnehmung gelangen, je bedeutender, und umso weniger, je geringer die grösste Helligkeit ist, die sie für uns erreichen können. Am auffälligsten erscheinen die folgenden Beziehungen.

Die heliocentrischen Breiten der Perihelpunkte, deren Gesammtmittel theoretisch 30° ist, sind umso kleiner, je grösser die zugehörigen Periheldistanzen sind; wird für q als Intervall 0·5 gewählt, so ergibt sich folgende Vertheilung:

Periheldistanz	Mittel der Perihelbreiten
0·0 bis 0·5	±34°1
0·5 1·0	±29·3
1·0 1·5	±24·0
1·5 2·0	±20·6
über 2·0	±21·5

Die jeweilige Anzahl der Kometen mit bestimmter Periheldistanz kann für $q > 0 \cdot 5$ oder noch zuverlässiger für $q > 0 \cdot 7$ im Allgemeinen der grössten Helligkeit proportional gesetzt werden, welche die betreffenden Kometen für uns erreichen können, d. h. der Grösse $\frac{1}{r^2 \Delta^2}$, worin $r = q$ und die kleinste Distanz von der Erde Δ unter Zugrundelegung jener Elongation des Kometen von der Sonne bestimmt wird, welche zur heliocentrischen Breite

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

$b = 30°$ oder nahezu $= 30°$ gehört. Auf kleine Periheldistanzen findet diese Regel keine Anwendung, da solche Kometen nicht zur Zeit des Perihels sichtbar werden und während ihrer grössten Helligkeit ganz in den Sonnenstrahlen verborgen bleiben können.

Die Neigungen der Kometenbahnen gegen die Ekliptik vertheilen sich in der Weise, dass streng retrograde Bewegungen (150° bis 180°) und, falls die periodischen Kometen mit kurzer Umlaufszeit ausgeschlossen werden, auch directe Bewegungen bei kleiner Neigung (von 0° bis etwa 30°) am wenigsten, dagegen die zwischen den beiden Extremen liegenden Neigungen (etwa von 60° bis 150°) am meisten vertreten sind. Diese Thatsache steht zwar mit dem Satze im Einklange, dass bei zufälliger Vertheilung der Kometenbahnen die Pole der Bahnebenen auf der Himmelskugel nahezu gleichförmig vertheilt und somit geringe (sowohl bei 0° als bei 180° gelegene) Neigungen seltener als steile vorkommen sollen, kann aber ebenso leicht auf die mehr oder minder günstigen Sichtbarkeitsverhältnisse zurückgeführt werden, welche durch verschiedene Bahnneigungen entstehen.

Durch die Sonnenstrahlen können Kometen mit kleiner Periheldistanz und Kometen mit kleiner Neigung und directer Bewegung unseren Blicken ganz entzogen bleiben; dagegen können von den Kometen mit grosser Periheldistanz und von den Kometen mit streng retrograder Bewegung viele in Folge ihrer ungenügenden oder zu kurz dauernden Annäherung an die Erde, also wegen geringer Helligkeit, nicht zu unserer Kenntniss gelangen.

Der Vollständigkeit wegen soll noch an den bei den meisten Kometen auftretenden Zusammenhang zwischen der heliocentrischen Perihellänge l und der Perihelzeit T und an das geringe Übergewicht der Perihellängen bei 90° und 270° erinnert werden.

Da nun alle diese Eigenthümlichkeiten durch die Sichtbarkeitsumstände erklärt werden können, erweist sich jede auffallende Häufigkeit oder Seltenheit von gewissen Werthen der Bahnelemente als eine scheinbare, und somit steht man mit der Erfahrung bis jetzt gar nicht im Widerspruche, wenn man behauptet, dass die wahre Vertheilung der Bahnelemente aller Kometen eine gleichmässige ist.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1889

Band/Volume: 98_2a

Autor(en)/Author(s): Holetschek Johann

Artikel/Article: Über die Vertheilung der Bahnelemente der Kometen 1541-1572