

Neues über den Regenbogen.

Von

Prof. J. M. Pernter.

Vortrag, gehalten den 2. März 1898.

Mit 1 Tafel und 8 Abbildungen im Texte.

... 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100.

117

118

119

120

121

122

Hochgeehrte Versammlung!

Sie werden mir verzeihen, wenn ich so aufrichtig bin, meine Meinung dahin auszusprechen, dass Sie der Ankündigung, es werde Ihnen heute Neues über den Regenbogen mitgetheilt werden, etwas misstrauisch gegenüberstehen. Was sollte wohl über den Regenbogen noch Neues gesagt werden können? Ist doch, wie Sie und mit Ihnen wohl alle, die den Regenbogen jemals in den Schulen, besonders aber in höheren Schulen gelernt haben, behaupten werden, nichts leichter und gründlicher erklärt als der Regenbogen mit Hilfe der berühmten wirksamen Strahlen, und hat man, vermeintlich mit Recht, als eine der feststehendsten Naturerscheinungen die allbekanntesten und allgenannten sieben Regenbogenfarben zu betrachten sich gewöhnt. Für den Fall, dass Sie, wie wohl wahrscheinlich, diese Anschauungen, welche mit ein paar Ausnahmen die allgemeinen sind, theilen, bin ich sofort in der Lage, Ihnen etwas ganz Neues über den Regenbogen zu sagen. Es ist nämlich die berühmte Theorie der wirksamen Strahlen falsch, und der Regenbogen hat durchaus nicht eine feststehende Anzahl und Folge von Farben, son-

dern eine ziemlich große Veränderlichkeit darin. Und weil ich schon begonnen habe, das Neue, das ich über den Regenbogen Ihnen darlegen will, aufzuzählen, so füge ich noch des weiteren hiezu, dass die Veränderlichkeit des Regenbogens in allen seinen Verhältnissen von der Größe der Wassertropfen abhängt, die ihn erzeugen. Mit dieser Größe der Tropfen ändert sich die Breite des Regenbogens, der Winkel, unter welchem die verschiedenen Farben desselben gesehen werden, die Farbenart und die Farbenfolge, so sehr, dass bei sehr kleinen Tröpfchen der Regenbogen in seinem Haupttheile weiß wird, während im übrigen die Farbenfolge sich geradezu (gegen die gewöhnliche) umkehrt. Dies sind nun freilich meistens Dinge, die nicht gerade an sich schlechtweg neu zu nennen sind, denn ein und der andere Forscher hat dieselben schon gekannt. Dennoch sind sie neu zu nennen, weil, trotz des großen Strebens unserer Zeit, das richtige Wissen zu popularisieren, gerade beim Regenbogen man von der einzig richtigen Auffassung und Erklärung desselben weder in noch außer den Schulen Act genommen hat und daher derjenige, der die richtige Auffassung zu verbreiten unternimmt, in der That für alle Welt Neues vorbringt.

Wenn schon das Gesagte eine genügende Rechtfertigung des Titels des heutigen Vortrages wäre, so würde ich doch diesen Titel: „Neues über den Regenbogen“ nicht gewählt haben, wenn ich nicht in der Lage wäre, auch noch etwas absolut Neues zu bringen. Dieses absolut Neue besteht in den Resultaten lang-

wieriger Rechnungen, welche mir gestatten, Regeln aufzustellen, nach welchen man aus den Farben des Regenbogens, sowie aus der Lage und Farbe der zugehörigen oft gesehenen secundären Regenbogen — man hat sie auch überzählige genannt — im Stande ist anzugeben, wie groß die Tropfen sind, welche den Regenbogen erzeugen, oder umgekehrt anzugeben, wie der Regenbogen in Farbenfolge u. s. w. aussehen muss, wenn man weiß, wie groß die erzeugenden Tropfen sind.

Gestatten Sie nun, dass ich Sie behufs leichteren Verständnisses des Neuen an einiges Alte zuerst erinnere.

Und nun vor allem: wann entsteht ein Regenbogen?

Der Regenbogen entsteht, wenn die Sonnenstrahlen in die Regentropfen eindringen und, nach ein- oder mehrmaliger Reflexion in den Regentropfen, wieder austreten. Hierbei werden die Sonnenstrahlen, sowohl beim Eintritt in als beim Austritt aus den Tropfen, gebrochen und infolge dessen in Farben zerlegt. Sie sehen hier (Fig. 1 bis 6) den Gang eines, und zwar des mindestabgelenkten Strahles (Sie kennen diese Strahlen als die „wirksamen“) in einem Regentropfen bei 1-, 2-, 3-, 4-, 5- und 6-maliger Reflexion. Die Strahlen in Fig. 1 und 2 treten nach ein- und zweimaliger Reflexion so aus dem Tropfen aus, dass sie nur ein Auge treffen können, das nach der der Sonne entgegengesetzten Richtung schaut. Da die Fig. 1 den Strah-

lengang beim Hauptregenbogen und Fig. 2 denselben beim Nebenregenbogen darstellt, so ergibt sich, dass diese beiden Regenbogen gesehen werden, wenn man die Sonne im Rücken hat. Es entstehen aber nicht nur diese zwei Regenbogen, der erste oder Hauptregenbogen und der zweite oder Nebenregenbogen, obwohl man fast nur diese zwei in der Natur sieht, sondern in allen Fällen, wo der erste Regenbogen entsteht, bilden sich naturnothwendig nicht nur der zweite, sondern auch der dritte, vierte, der fünfte und sechste, der zwölfte, der zwanzigste u. s. w., wobei der dritte durch dreimalige, der fünfte durch fünfmalige, der zwanzigste durch zwanzigmalige Reflexion im Innern des Regentropfens entsteht. Und warum sehen wir denn in der Natur trotzdem nur den ersten und den zweiten oder, wie wir zu sagen pflegen, nur den Haupt- und den Nebenregenbogen, allerdings mit den ihnen zugehörigen secundären Regenbogen, die man unpassender Weise auch überzählige oder Interferenzbogen genannt hat? Die Hauptursache dieser Unsichtbarkeit der übrigen Regenbogen ist wohl schon vom vierten, jedenfalls vom fünften an die ungeheure Schwächung des Lichtes, welche durch Brechung und oftmalige Reflexion im Tropfen bewirkt wird, und die um so ausgiebiger ausfällt, je kleiner die Tropfen sind. Der dritte und vielleicht auch der vierte Regenbogen müsste aber häufig sichtbar sein, wenn dabei nicht ein Umstand auftreten würde, welcher die Bedingung der Sichtbarkeit wieder sehr schwer und selten erfüllbar macht. Nach dreimaliger und viermaliger

Reflexion im Innern des Tropfens treten nämlich die Strahlen so aus dem Tropfen aus, dass sie nur ein Auge, das gegen die Sonne gewendet ist, treffen können, d. h. also den dritten und vierten Regenbogen kann man nur sehen, wenn der Regen zwischen Sonne und Auge niedergeht. Dann ist aber meist die Sonne hinter Wolken, oder wenn sie scheint, blendet sie das Auge, dass es die immerhin schwachen Farben des dritten und vierten Regenbogens nicht wahrnimmt. In seltenen Fällen, wo man so steht, dass dann das directe Sonnenlicht nicht ins Auge gelangt, wird man den dritten Regenbogen, möglicherweise auch den vierten wohlsehen können. Der

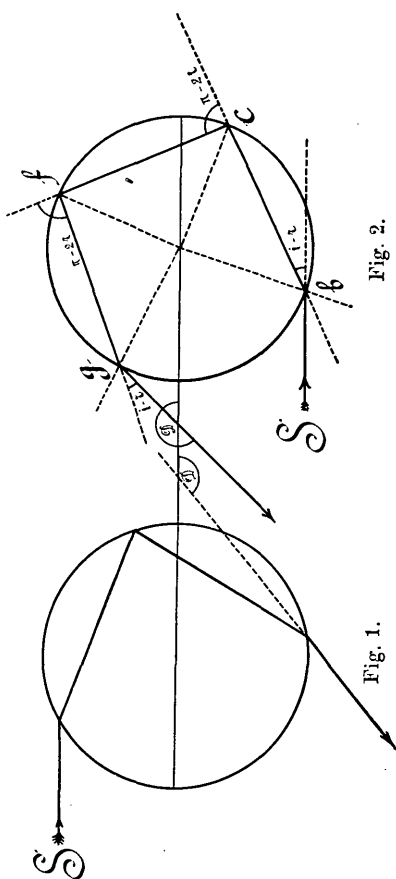
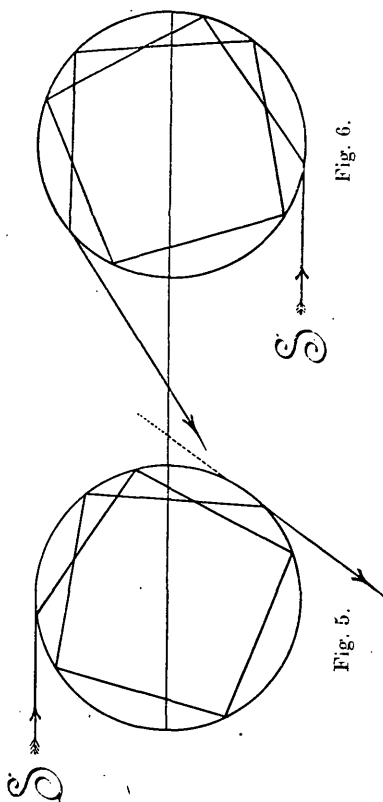


Fig. 1.

Fig. 2.

ren Bedingungen, die man ja herzustellen im Stande ist, würde man wohl noch weitere Bogen sehen können.

In den vorliegenden Zeichnungen ist der Gang der mindestgedrehten Strahlen für jene Farbe — Tieforange — gegeben, deren Brechungsexponent von Luft in Wasser $\frac{4}{3}$ ist. Für jede andere Farbe würde der Gang im wesentlichen derselbe sein, jedoch mit einer kleinen Abweichung in den Winkeln. Von diesen Winkeln sind für uns die wichtigsten: der Winkel, welcher die Größe der Drehung der Sonnenstrahlen angibt, der in den Zeichnungen mit D bezeichnet ist, und der mit letzterem innig zusammenhängende,



von diesem ableitbare Winkel, welcher angibt, welchen Winkel die Regenbogenstrahlen mit der ursprünglichen Richtung der Sonnenstrahlen machen; man nennt ihn die Ablenkung. Die in der Fig. 1 bis 6 gezeichneten Strahlen heißen die mindestgedrehten, weil gerade nur diese Strahlen für die ersten sechs Regenbogen die kleinste Drehung D erleiden; jeder andere Strahl eines und desselben Regenbogens, ob er über oder ob er unter dem gezeichneten Strahle in den Regentropfen eintritt, erleidet eine größere Drehung. Die Drehung lässt sich leicht berechnen. Nehmen wir den Fall des Regenbogens Fig. 2. Man ersieht aus dieser Figur, dass beim Eintritte des Strahles in den Tropfen bei b eine Drehung desselben um den Winkel $i-r$ stattfindet, indem wir mit i den Einfallswinkel, mit r den Brechungswinkel bezeichnen; bei c um den Winkel $\pi-2r$ und so auch bei f (und das würde k -mal der Fall sein, wenn k Reflexionen stattfänden) und bei g wieder um den Winkel $i-r$. Zählt man alle diese Drehungen zusammen, und nehmen wir gleich den allgemeinen Fall von k Reflexionen im Inneren des Tropfens, so ergibt sich für die Berechnung der Drehung D die Gleichung: $D = k\pi + 2[i - (k+1)r]$, wo π natürlich statt 180° gesetzt ist. Da wir für jeden beliebigen Einfallswinkel i den zugehörigen Brechungswinkel r nach dem bekannten Brechungsgesetze $\sin r = \sin i : n$ berechnen können, so lässt sich nun das D nicht nur für die mindestgedrehten, sondern für alle Strahlen rechnen, welche auf den Regentropfen auftreffen. Wir werden dann die Rech-

nung zu machen haben für Strahlen, welche unter allen möglichen Einfallswinkeln von 0° bis 90° auf den Tropfen fallen. Ich habe diese Rechnung für den ersten oder Hauptregenbogen und jenes Tieforange durchgeführt, für welches $n = \frac{4}{3}$ ist, und dann die Werte von D für die Strahlen, welche unter Einfallswinkeln von 35° bis 80° auf den Tropfen treffen, in Fig. 7 aufgetragen. Die Curve, die Sie hier sehen, zeigt Ihnen deutlich, dass die Drehung D der Sonnenstrahlen immer kleiner wird bis nahe an den Wert von 60° des Einfallswinkels — genau genommen tritt das Minimum für $i = 59^{\circ} 24'$ ein — und von da ab wieder wächst und sogar rascher wächst, als sie vorher abgenommen hat. Diese mindest gedrehten Strahlen gaben nun die Unterlage für die Descartes'sche Theorie von den wirksamen Strahlen im Regenbogen. Sie sehen auf Fig. 8 den Gang der Strahlen vom Einfallswinkel von 35° bis zu dem von 80° ausgezogen. Die Argumentation von Descartes war nun die folgende. Die aus dem Regentropfen austretenden Strahlen divergieren alle recht stark mit Ausnahme der ganz

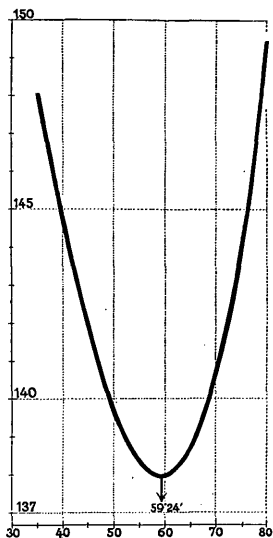


Fig. 7.

mindest gedrehten Strahlen gaben nun die Unterlage für die Descartes'sche Theorie von den wirksamen Strahlen im Regenbogen. Sie sehen auf Fig. 8 den Gang der Strahlen vom Einfallswinkel von 35° bis zu dem von 80° ausgezogen. Die Argumentation von Descartes war nun die folgende. Die aus dem Regentropfen austretenden Strahlen divergieren alle recht stark mit Ausnahme der ganz

in der Nähe des mindestgedrehten Strahles liegenden, welche man als parallel betrachten könne. Da nun auf unser Auge nur ein solches paralleles Strahlenbündel einen bemerkbaren Eindruck machen kann, so seien von allen aus dem Regentropfen austretenden Strahlen nur die knapp am mindestgedrehten Strahle liegenden wirksam, und daher nennt er diese mindestgedrehten Strahlen „wirksame Strahlen“. Nach dieser Theorie der wirksamen Strahlen ist es immer nur dieses Strahlenbüschel von außerordentlich geringer Breite, welches von jedem einzelnen Tropfen zu sehen ist, und indem von den verschiedenen Tropfen verschiedenfarbige dünne Strahlenbüschel der wirksamen Strahlen zur Sichtbarkeit gelangen, so würde nach der Descarteschen Auffassung, wie Sie alle in den Schulen gelernt haben, der Regenbogen dadurch entstehen, dass sich die dünnen Büschel wirksamer Strahlen nebeneinanderreihen und so das zusammenhängende Bild des Regenbogens geben. Eine nothwendige Folge dieser Auffassung ist dann der Satz, dass 1. die Regenbogenfarben stets dieselben sein und in derselben Farbenfolge auftreten müssen, und 2. die Breite der Regenbogen derselben Ordnung stets gleich sein müsse, so dass also, wie man ausrechnet, der Hauptregenbogen stets von $42^{\circ} 20'$ (rother Rand) bis $40^{\circ} 24'$ (violetter Rand) sich erstrecken müsse, also, mit Einschluss der Ausdehnung der Sonne als Lichtquelle, eine Breite von etwa zwei und einen halben Grad und der Nebenregenbogen stets von $50^{\circ} 23'$ (rother Rand) bis $54^{\circ} 6'$ (violetter Rand)

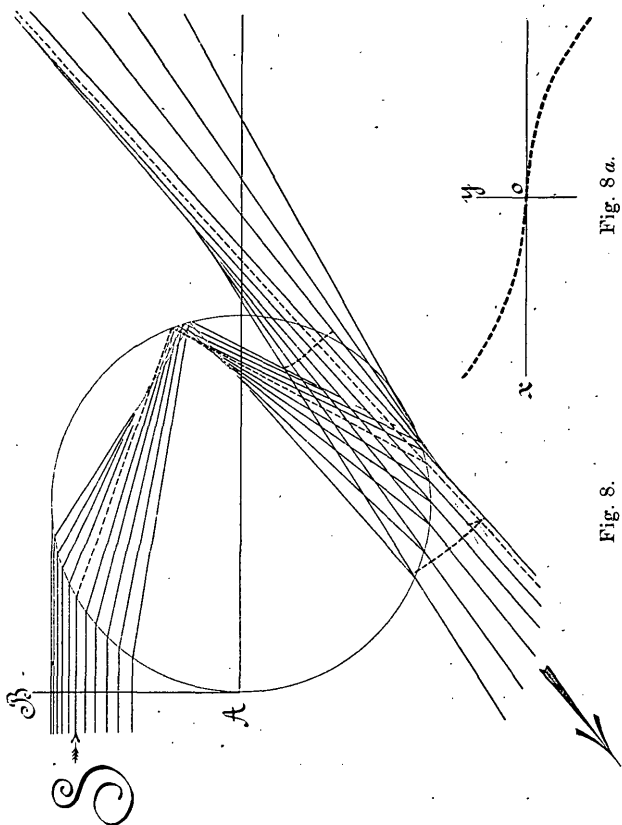


Fig. 8 a.

Fig. 8.

sich ausdehnen müsse, also, mit Einschluss der Breite der Sonne als Lichtquelle, eine Breite von etwa vier Grad am Himmel einnehmen müsse.

Ja und so ist es auch, höre ich alle jene sagen, welche von den obersten Classen des Gymnasiums oder der Realschule oder gar von der Hochschule her ihren Regenbogen noch gut innehaben. Ich bitte um Entschuldigung, so ist es aber doch nicht. Wer immer der Beobachtung des Regenbogens genauere Aufmerksamkeit gewidmet hat, sagen wir, um den bekannten Satz von den sieben Regenbogenfarben durch eigenen Augenschein festzustellen, der wird erfahren haben, dass er diese sieben Farben nicht zu unterscheiden vermochte. Ich habe in solchen Fällen wiederholt Gelegenheit gehabt zu hören, wie überzeugt man von den in der Schule gelernten Sätzen blieb, denn man erklärte sich die Sache so, dass die sieben berühmten Farben jedenfalls da sind (denn sie müssen ja da sein), dass man aber dieselben nicht immer im Stande sei zu unterscheiden. Diese rührende Unterwerfung unter die Autorität der Schule und dieses hingebende Jurare in verba magistri trotz des Widerspruches der That-sachen fand ich noch frappierender ausgesprochen in einer gedruckten Mittheilung über die Messung der Breite eines beobachteten Regenbogens. Der Verfasser der Mittheilung hatte selbst diese Breite gemessen und sie größer gefunden, als sie nach der Descartes'schen Theorie der wirksamen Strahlen sein durfte. Er zweifelte nun nicht an der Richtigkeit seiner Messung, aber noch weniger zweifelte er an der besagten Theorie und schob daher das Fehlerhafte seiner Messung, wie er meinte, auf eine unausweichliche Täuschung. Und wie

Recht hatte doch der Mann mit seiner Messung! Der Regenbogen hat keine feststehende Breite, sondern dieselbe ist in der That veränderlich, und zwar veränderlich mit der Größe der Regentropfen, durch welche er erzeugt wird. Ebenso ist mit dieser Größe der Tropfen sowohl die Breite der einzelnen Farben, als auch die Farbenfolge im Regenbogen veränderlich. Es gibt keinen Regenbogen, der die ganze Folge der Farben des Sonnenspectrums aufweist, oder, wie man sich sonst ausdrückte, alle sieben Farben besäße. Welche Farben fehlen, welche Breite jede vorhandene Farbe besitzt, das hängt wiederum nur von der Größe der Regentropfen ab.

Wir haben hiemit zwei Thatsachen kennen gelernt, welche in der bisher landläufigen Descartes'schen Theorie der wirksamen Strahlen unerklärbar sind, nämlich dass die Regenbogenfarben nicht stets dieselben sind und die Regenbogen derselben Ordnung nicht stets dieselbe Breite haben. Es gibt überdies noch drei Thatsachen, welche in dieser Theorie unmöglich wären. Diese sind die folgenden. 1. Man sieht sehr oft an den Hauptregenbogen nach innen sich eine Art Wiederholung des Regenbogens anschließen, zuweilen bemerkt man dieselbe Erscheinung am Nebenregenbogen nach außen. 2. Man hat schon wiederholt weiße Regenbogen beobachtet, und zwar nicht nur Mondregenbogen, die wegen ihrer Lichtschwäche meist weiß erscheinen, sondern von der Sonne erzeugte, genug kräftige, an deren äußeren und inneren Rändern man meistens farbige

Säume sah, zwischen welchen ein glänzender weißer Bogen lag. 3. Noch überraschender fast als diese beiden Erscheinungen war die Umkehrung der Farbenfolge gegenüber derjenigen im Hauptregenbogen, die man bei secundären Bogen öfters beobachtete.

Es versteht sich von selbst, dass die richtige Theorie des Regenbogens alle diese Erscheinungen erklären muss, ja dass es eine nothwendige Forderung der wahren Theorie des Regenbogens sein muss, dass alle diese Erscheinungen auftreten. Die Theorie der wirksamen Strahlen von Descartes lässt uns auf der ganzen Linie im Stiche, und so müssen wir uns um eine andere umsehen. Diese Theorie ist vorhanden, und zwar schon seit mehr als 70 Jahren, es ist die Airy'sche Theorie des Regenbogens. Airy hat dieselbe im wesentlichen vollendet hinterlassen. Doch 70 Jahre hindurch wurde sie von den wenigsten beachtet, und selbst jene Forscher, welche dieselbe berücksichtigten, betrachteten sie meist nur als die Hilfstheorie zur Erklärung der secundären, sogenannten Interferenz- oder überzähligen Bogen. Erst im jetzigen Jahrzehnt wurde sie von Mascart in ihrer ganzen Bedeutung und Tragweite gewürdigt. Der Versuch, diese einzig wahre Theorie des Regenbogens elementar darzustellen und sie so auch den allgemein gebildeten Kreisen zugänglich zu machen, wurde bisher nicht gemacht. Wenn ich dieses heute vor Ihnen das erstemal unternehme, so bringe ich Ihnen gewiss Neues über den Regenbogen.

Betrachten wir zum Zwecke dieser Erklärung un-

sere Fig. 8 näher. Der Kreis dieser Figur stellt jenen Durchschnitt des Regentropfens dar, in dessen Ebene die ein- und ausfallenden Strahlen und das Auge des Beobachters liegt. Die von der Sonne kommenden Strahlen sind untereinander parallel, da ja die Sonne für uns als unendlich weit entfernt anzusehen ist. Nun bitte ich zu beachten, dass diese parallelen Strahlen in jedem Momente ihres ungehinderten Fortschreitens durch eine Ebene begrenzt sind, auf welcher die Strahlen senkrecht stehen. Vor dem Eintritt in den Regentropfen wird diese Ebene für einen bestimmten Augenblick durch die in der Figur mit *AB* bezeichnete Linie dargestellt sein. Da das Licht in Wellen fortschreitet, so nennen wir diese Ebene die Wellenoberfläche. Sehen wir nun aber zu, welche Veränderungen an dieser ebenen Wellenoberfläche dadurch vor sich gehen, dass sie bei ihrem Fortschreiten auf den Wassertropfen trifft. Jede Wellenoberfläche hat die Eigenschaft, dass jeder ihr zugehörige Strahl auf ihr senkrecht steht. Wir brauchen daher nur den Gang der Strahlen, welche zur besagten Wellenoberfläche gehören, bis zum Wiederaustritte aus dem Regentropfen anzudeuten und dann die Wellenoberfläche für die austretenden Strahlen dadurch construieren, dass wir eine Linie durch die Strahlen legen, auf welcher jeder einzelne Strahl senkrecht steht. In Fig. 8 sehen Sie dies durchgeführt. Für die Strahlen der ebenen Wellenoberfläche vor dem Eintritte in den Wassertropfen, welche unter Einfallswinkeln von 35° bis 80° auf den Tropfen treffen,

ist der Gang der Strahlen im Tropfen und ihre Richtung nach dem Austritte für den Fall der einmaligen Reflexion, d. h. also des ersten oder Hauptregenbogens gezeichnet. Ich beschränkte mich auf die Strahlen von 35° bis 80° in Rücksicht auf die Durchsichtigkeit der Zeichnung, und weil alles in Betracht Kommende dabei vollständig zur Darstellung gelangt. Ich beschränkte mich auf die einmalige Reflexion, weil das Resultat der Zeichnung bei zwei- oder mehrmaliger Reflexion wesentlich und in allem, was den Regenbogen betrifft, dasselbe ist, mit dem einen Unterschiede, dass die Wellenoberfläche der austretenden Strahlen ohne ihren Charakter zu ändern, um so gestreckter wird, je mehr Reflexionen vorkommen. Die Wellenoberfläche nach dem Austritte der Strahlen ist in der Fig. 8 punktiert gezeichnet. Sie bemerken, dass dieselbe nicht mehr eine gerade, sondern eine gekrümmte, und zwar eine doppelt gekrümmte, gebeugte Linie ist. Ich habe dieselbe auf den nach rückwärts verlängerten Strahlen noch einmal gezeichnet, weil dort ihre eigenartige Form der doppelten Krümmung deutlicher erkennbar wird. Wir wollen uns dies alles näher betrachten.

Sowie die Strahlen in den Tropfen eintreten, werden sie gebrochen, und dabei wird jeder einzelne Strahl in seine Farben aufgelöst. Da nun jeder Farbe ein anderer Brechungswinkel entspricht, so geht auch jede Farbe einen von den anderen Farben abweichenden Weg, und wir müssen uns für eine bestimmte Farbe entscheiden, wollen wir den Weg bestimmter Strahlen und die

nach ihrem Austritte aus dem Tropfen entstehende Wellenoberfläche zeichnen. In Fig. 8 wurde Rothorange ($n = \frac{4}{3}$) gewählt; die im Tropfen gezeichneten und aus demselben austretenden Strahlen sind daher rothorange. Jede andere Farbe gibt ein analoges und wesentlich gleiches Resultat; nur die absoluten Dimensionen, nicht ihre Verhältnisse ändern sich. In der Figur ist nur der mindestgedrehte Strahl und die Wellenoberfläche für die aus dem Tropfen austretenden Strahlen punktiert gezeichnet. Sie bemerken, dass kein Strahl mit dem anderen parallel bleibt, und dass die Strahlen umsomehr divergieren, je weiter sie vom mindestgedrehten Strahle abstehen. Wir wissen schon, dass stark divergierende Strahlen keinen Sinneindruck auf unser Auge mehr machen können. Es kommen also nur jene Strahlen in Frage, welche nahe an den mindestgedrehten liegen. Auch von diesen ist keiner mit dem andern eigentlich parallel, und nimmt man den mindestgedrehten Strahl als Mittelpunkt der Wellenoberfläche, so wird sich dieselbe auch in der Nähe dieses Mittelpunktes rechts nach unten und links nach oben krümmen, wie dies in Fig. 8a übertrieben dargestellt ist; in Wirklichkeit ist die doppelte Krümmung in der Nähe des mindestgedrehten Strahles derart gering, dass ich davon absehen muss, sie, wie sie wirklich ist, in einer Figur vorzuführen, weil Sie die Krümmung gar nicht bemerken würden. Dieses Stück doppeltgekrümmter Wellenoberfläche rechts und links zunächst am mindestgedrehten Strahle ist es nun, das

uns die richtige Erklärung aller Regenbogenscheinungen liefert. Warum die Theorie, welche nur die mindestgedrehten Strahlen, soweit sie mit einander parallel genommen werden durften, wie man sagte, als wirksam, d. h. einen Farbeindruck hervorbringend gelten ließ, viele Erscheinungen des Regenbogens nicht erklären konnte und mit den Thatsachen in Widerspruch gerieth, ist Ihnen wohl schon jetzt klar. Man durfte nicht mit einem parallelen, wenn auch ganz dünnen Strahlenbündel rechnen, wo keine parallelen Strahlen vorhanden waren, und musste nicht nur die Wirkung der mindestgedrehten, sondern aller jener Strahlen in Betracht ziehen, welche nach den Gesetzen der Optik wirksam sein konnten.

Die Wirksamkeit der Strahlen, welche der in Figur 8a dargestellten Wellenoberfläche angehören, erkennt man in erster Linie aus der Gleichung dieser doppeltgekrümmten Curve. Die Rechnung zeigt, dass diese Curve dargestellt wird durch die Formel $y = Hx^3$,

und es gelingt auch zu zeigen, dass $H = \frac{h}{3a^2}$, worin h

ein Parameter ist, dessen Berechnung für den Regenbogen aller Ordnungen geschieht nach der Gleichung:

$$h = \frac{(p^2 - 1)^2}{p^2 (n^2 - 1)} \sqrt{\frac{p^2 - n^2}{n^2 - 1}} \quad (\text{hierin ist } p = k + 1, \text{ wo } k$$

wie früher die Anzahl der Reflexionen des Strahles im Tropfen und n den Brechungsexponenten bedeutet).

Was uns aber am meisten interessiert, ist, dass im Ausdrucke für H im Nenner a^2 vorkommt, denn a bedeutet

den Halbmesser des Tropfens. Die Gleichung für die Wellenoberfläche $y = \frac{h}{3 a^2} x^3$ besagt also, dass dieselbe von der Tropfengröße abhängig ist. Da nun in die Gleichung für die Beleuchtung einer Fläche durch die unserer Wellenoberfläche angehörigen Strahlen die obige Gleichung $y = \frac{h}{3 a^2} x^3$ eingeht, so ist es klar, dass das beim Regenbogen entstehende Farbenbild von der Tropfengröße abhängt. Es handelt sich nun darum, die den verschiedenen Regentropfengrößen entsprechenden Farbenbilder der Regenbogen genau zu bestimmen.

Dies geschieht, indem man die Frage beantwortet: welcher Art ist die Beleuchtung einer Fläche, die von einer Wellenoberfläche von der Gestalt der Fig. 8a beleuchtet wird? Airy hat diese Frage beantwortet, und die Antwort lautet: Die Beleuchtung ist von der Art wie bei Beugungserscheinungen überhaupt, d. h. eine Reihe von hellen Streifen immer durch dunkle getrennt wird auf der beleuchteten Fläche sichtbar. Der erste helle Streifen besitzt die größte Lichtintensität und alle folgenden eine immer kleinere und eigentlich ist die Anzahl dieser immer lichtschwächer werdenden Streifen unendlich, unser Auge nimmt sie aber natürlich nur wahr, solange ihre Intensität noch stark genug ist, auf dasselbe einen Eindruck zu machen. Eine solche unendliche Reihenfolge von immer lichtschwächer werdenden Streifen kommt jeder Farbe zu. Sie sind

farbig und als Streifen schwer darzustellen, hingegen sehr leicht in der Form, wie Sie sie in Fig. 9 (siehe die Tafel!) vor sich sehen. Hier bedeuten die Höhen dieser Wellen die Intensitätsmaxima der Streifen und die Tiefen die Minima. Letztere sind alle Null, d. h. ganz dunkel, und von den Intensitätsmaximis fällt die Lichtstärke bis Null ab in der Weise, wie es die Wellen darstellen. In Fig. 9 ist die Lage und Intensität der mindestgedrehten Strahlen durch eine Senkrechte bei O dargestellt. Sie sehen, dass die lichten Streifen jeder Farbe, d. h. der Verlauf der Wellenberge, alle nach der einen Seite der mindestgedrehten Strahlen liegen, während auf der anderen Seite die Intensität rasch und ohne Auf- und Niederschwanken abnimmt; die letztere Seite ist die, welche in unserer Fig. 8 rechts von den mindestgedrehten Strahlen, d. h. gegen Fig. 8a hin liegt, wo eben die Strahlen sehr rasch stark divergent werden.

Überlegen wir nun, was bei der Bildung des Regenbogens durch das Zusammenwirken derartiger Reihen von Streifen aller von den einzelnen hervorgebrachten Spectralfarben bewirkt wird. Da die Streifen jeder Farbe soweit nach der einen Seite hinaus sich ausdehnen, müssen nothwendig Streifen der verschiedensten Farben übereinander zu liegen kommen und auf diese Weise Mischfarben entstehen. Die Regenbogen, die wir sehen, erscheinen uns dann in den durch die Mischung dieser übereinanderfallenden Streifen der verschiedensten Farben entstandenen Mischfarben. In den Fig. 10 und 11 sehen Sie zwei charakteristische

Beispiele, in welcher Weise bei den verschiedenen Tropfengrößen die Streifen der verschiedenen Farben (gezeichnet sind acht Farben) übereinanderfallen. Fig. 10 zeigt, dass bei Tropfen, deren Halbmesser größer als 0.1 mm (100 Mikron) ist, die Farben überall so übereinanderfallen, dass nirgends die Minima zusammentreffen und daher nirgends eine Unterbrechung des aus der Farbenmischung entstehenden Farbenbildes, das wir den Regenbogen nennen, sich bildet; die Farbenfolge hängt natürlich von den einzelnen Farben und ihren Intensitäten ab, mit welchen dieselben an jedem einzelnen Punkte zur Mischungsfarbe beitragen. Da wir, wie Sie aus den Fig. 10 und 11 entnehmen, an jedem Punkte angeben können, welche Farben und mit welcher Intensität sie zusammentreffen, so können wir auch für jeden Punkt die resultierende Farbe berechnen. Sie sehen in Fig. 11 ein Beispiel für jene Regenbogen, in welchen es Stellen gibt, wo die Minima fast ganz genau zusammentreffen und infolge dessen sich Stellen in dem Farbenbilde finden, die dunkel sind und als Unterbrechungen der Farbenfolge sichtbar werden.

Vergleichen wir nun das, was die Descartes'sche Theorie der „wirksamen“ Strahlen über den Regenbogen lehrt, mit dem, was aus der eben dargelegten Airy'schen Theorie folgt, und halten wir alledem die Thatsachen gegenüber.

Nach der Theorie der wirksamen Strahlen wird jede Farbe im Regenbogen von einem dünnen, paralle-

len Farbenbündel erzeugt, und durch Nebeneinanderlagerung solcher Farbenbündel aller Farben entsteht das zusammenhängende Farbenbild des Regenbogens, das infolge dessen für jeden Regenbogen welcher Art immer stets dieselbe constante Farbenfolge aller Spectralfarben besitzen muss. Aber auch die Breite jedes Regenbogens und jeder einzelnen Farbe in demselben müsste, da ja nur das Farbenbündel der „wirksamen“ Strahlen in Betracht kommt, wenigstens für jeden Regenbogen derselben Ordnung, also z. B. für alle Hauptregenbogen einerseits, für alle Nebenregenbogen andererseits, dieselbe sein. Endlich ist es nach dieser Theorie gänzlich ausgeschlossen, dass, wenn nur die angenommenen Bündel der parallelen Strahlen wirksam sind, mehr als eine einmalige Reihenfolge aller Spectralfarben im Regenbogen auftrete, so dass also das Erscheinen von secundären Farbenbogen, sei es dass sie mit dem Hauptfarbenbilde zusammenhängen oder von demselben getrennt auftreten, ganz unmöglich wäre; ein weißer Regenbogen, trotz genügend großer Intensität, um die Sichtbarkeit von Farben zu gewährleisten, widerspricht aber derart dieser Theorie, dass sie dieser Erscheinung vollkommen rathlos gegenübersteht, und dasselbe gilt von einer Umkehrung der Farbenfolge.

Wie verhält er sich nun aber mit der Airy'schen Theorie? Diese weiss nichts von einem parallelen Strahlenbündel, das allein wirksam wäre, sondern zeigt, dass die thatsächlich und wirklich wirksamen

Strahlen allerdings nahe um die mindestgedrehten herumliegen, aber doch soweit divergierend sind, dass sie eine wenn auch kaum merkbar doppeltgekrümmte Wellenoberfläche bilden und daher jede einzelne Farbe nicht einen kleinen, einem dünnen parallelen Strahlenbündel entsprechenden Platz einnimmt, sondern eine unendliche Folge von immer lichtschwächer werdenden Farbenstreifen erzeugt. Es fallen daher diese Streifen aller einzelnen Farben in den verschiedensten Intensitätsstufen übereinander und bilden so Mischfarben, welche uns als Regenbogen erscheinen. Da die Breite der Farbenstreifen von der Größe der Regentropfen abhängt, so ergibt sich aus alledem, dass erstens die Breite der Regenbogen auch derselben Ordnung, also z. B. des Hauptregenbogens, nicht stets dieselbe sein kann und dass ebensowenig die einzelnen Farben untereinander stets dieselbe verhältnismäßige Breite besitzen können, wie Ihnen dies schon aus den Fig. 10 und 11 klar ist; dass zweitens bei dieser Art der Farbmischung vorauszusehen ist — was die genaue Rechnung auch wirklich ergibt —, dass in den Regenbogen (jedenfalls in allen, die ich bisher berechnet habe) die Farbenfolge nie dieselbe ist und je nach der Tropfengröße bald eine, bald sogar mehrere Farben fehlen; dass es drittens offenbar möglich ist und, wie die strenge Rechnung zeigt, thatsächlich zutrifft, dass die Farbenstreifen in jener Weise und mit jenen Intensitäten übereinanderfallen, dass die entstehende Mischfarbe weiß ist und so durch lauter Farben ein weißer

Regenbogen erzeugt wird, und ebenso als Folge der Lagerung der Farben eine umgekehrte Farbenfolge auftreten kann; endlich viertens ersehen Sie schon aus Fig. 10 und 11, dass nach Ablauf einer Farbenfolge, welche, von den rothen und gelben Tönen ausgehend, allerdings unter Überspringen von einzelnen Farben, mit Violett oder Rosa endet, eine Wiederholung in ähnlicher Weise ein zweites-, drittes- u. s. w. mal, eine selbstverständliche Wirkung des Übereinanderfallens der unendlichen Reihen der Farbenstreifen der einzelnen Farben ist. Diese Wiederholungen nennen wir die secundären Regenbogen. Sie schließen sich entweder, wie im Falle von Fig. 10, dem Hauptregenbogen (das Gleiche kommt natürlich auch beim Nebenregenbogen vor) unmittelbar an, oder erscheinen von demselben durch einen Zwischenraum getrennt, je nach der Größe der Regentropfen.

Ich brauche nun nicht erst die Frage aufzuwerfen, für welche Theorie die Thatsachen entscheiden. Sie haben schon bemerkt, dass die so häufigen und festgestellten Beobachtungen der verschiedenen Breite des Hauptregenbogens, der oftmals abweichenden Farbenfolge desselben, der secundären Regenbogen, die bald mit dem Hauptregenbogen zusammenhängend, bald von ihm durch einen Zwischenraum getrennt gesehen werden, der intensiv leuchtenden weißen Regenbogen mit farbigen Rändern und der in gewissen Fällen auftretenden Umkehrung der Farbenfolge, als nothwendige Folgerungen, ja Forderungen der Airy'schen Theorie

sich ergeben, hier also Theorie und Beobachtung in vollendetster Übereinstimmung sind, während die Thatsachen mit der Descartes'schen Theorie und den aus ihr gezogenen Folgerungen im grellsten Widerspruche stehen.

Sprechen wir daher nicht mehr von den „wirksamen“ Strahlen, die, wie Sie aus Fig. 9 ersehen, nicht nur nicht die allein wirksamen, sondern unter den wirksamen nicht einmal die wirksamsten sind, indem dieselben, wie aus der Figur zu entnehmen, nur 44 Procent der Intensität der stärksten Strahlen besitzen. Nennen wir auch die secundären Regenbogen nie mehr „überzählige“; denn, wie wir gesehen haben, sind sie nichts Überzähliges, sondern für jeden Regenbogen wesentlich. Wenn man dieselben nicht immer als Begleiter des Haupt- und Nebenregenbogens auftreten sieht, so ist die Ursache davon in äußeren Umständen gelegen, wie z. B. die Schwächung der Sonnenstrahlen, welche zuweilen durch Wolken derart stark ist, dass selbst der Hauptregenbogen nur schwach erscheint, ungünstige Beleuchtungsverhältnisse und hauptsächlich eine gewisse Ungleichheit in der Größe der Regentropfen, welche die Bildung der Secundären verhindert. Im Laboratorium fehlen sie bei Regenbogenexperimenten, entsprechend den in der Natur vorkommenden Regenbogen, nie, sondern sind in sehr großer Anzahl stets deutlich zu sehen. Aber auch Interferenzregenbogen wollen wir diese Secundären nicht mehr nennen, da wir gesehen haben, dass auch der

Hauptregenbogen eine Beugungserscheinung ist und durch das Übereinanderfallen der Streifen verschiedener Farben, also durch Interferenz entsteht.

Und nun gestatten Sie, dass ich noch einige Worte über das sage, was ich Ihnen heute wirklich Neues mitzutheilen habe. Es hat ein bedeutendes wissenschaftliches Interesse, für möglichst viele bei Regen und im Nebel vorkommende Tropfengrößen das ganze Farbenbild des jeweils entsprechenden Regenbogens, sowohl in Bezug auf seine Breite, die Farbenfolge und die Lage und Breite der einzelnen Farben, als auch die Lage und Farbe der Secundären zu kennen. Es ist auch zu erwarten, dass, falls für eine große Anzahl von Tropfengrößen diese Daten bekannt wären, man schon aus der Farbenfolge und der Breite der einzelnen Farben und der Lage, sowie der Farbenfolge in den secundären Regenbogen im Stande sein wird zu erkennen, welcher Größe die den betreffenden Regenbogen erzeugenden Regentropfen sind. Da letzteres auch für die Meteorologie von Interesse ist, so fand ich darin einen Grund mehr, die Farben, ihre Lage und Vertheilung im Hauptregenbogen und den zugehörigen Secundären für eine große Anzahl von Tropfengrößen, welche bei unseren Regen und unseren Nebeln vorkommen, zu berechnen. Ich habe diese allerdings sehr langwierigen Rechnungen durchgeführt für Tropfen, deren Halbmesser sind in Millimetern: 1·0, 0·5, 0·25, 0·15, 0·1, 0·05, 0·04, 0·03, 0·025, 0·020, 0·015, 0·010 und 0·005. Es ist mir leider nicht möglich, die

Farbenbilder aller dieser Regenbogen Ihnen vorzuführen, ich erlaube mir aber Ihnen in Fig. 12 vier ausgewählte Regenbogen, jeder der Repräsentant einer Gruppe, vorzuweisen. Der erstere entspricht Tropfen von 0.5 mm Halbmesser, der zweite von 0.15 mm , der dritte von 0.05 mm und der vierte von 0.025 mm Halbmesser.

Der erste repräsentiert die Gruppe der Regenbogen, die von Tropfen zwischen 0.25 und 1.0 mm Halbmesser und darüber erzeugt werden. Ich möchte sie die Regenbogen mit rother Farbe nennen, denn nur sie haben ein wirkliches Roth, und zwar ist dasselbe bei denen von 0.25 mm Halbmesser schon recht reducirt in Ausdehnung und Intensität, tritt aber immer breiter und intensiver auf, je größer der Halbmesser der Tropfen ist, während das Gelb umsomehr hervortritt, je kleiner derselbe wird. Ein zweites Characteristicum dieser Gruppe ist, dass sie im Hauptregenbogen und in den Secundären wenigstens scheinbar kein Blau haben. Das bisschen Hellblau zwischen Grün und Violett und zwischen Violett und Violett erscheint infolge der Contrastwirkung als Grün. Sehr auffallend ist bei den Tropfen von 1.0 und 0.5 mm Halbmesser die ungeheure Intensität des Violett; bei der letzteren Tropfengröße liegt sogar das Intensitätsmaximum des Regenbogens im Anfange des Violett. Diese Gruppe von Regenbogen ist die häufigste.

Der zweite in Fig. 12 dargestellte Regenbogen ist der Repräsentant der von den Tropfengrößen von

etwa 0·07 bis 0·2 *mm* Halbmesser erzeugten Regenbogen. Sie haben kein eigentliches Roth, doch scheint dem Auge das lichtschwache Orange ihres äußeren Randes meist röthlich (eine bekannte physiologische Erscheinung); ihre Secundären weisen deutliches Gelb auf und sie sind von dem Hauptregenbogen nicht abgetrennt.

Das dritte Paradigma (Tropfenhalbmesser 0·05 *mm*) der Fig. 12 repräsentiert die Eigenschaften der den Tropfenhalbmessern von 0·03 bis 0·05 *mm* entsprechenden Regenbogen. Sie sind dadurch charakterisiert, dass im Hauptregenbogen schon weiße Töne im Grün auftreten und die Secundären vom Hauptregenbogen abgetrennt erscheinen.

Der letzte in Fig. 12 dargestellte Typus (Tropfenhalbmesser 0·025 *mm*) repräsentiert die weißen Regenbogen, welche bei allen Tropfen, deren Halbmesser 0·025 *mm* und darunter beträgt, auftreten müssen. Diese Tropfengrößen kommen nur im Nebel vor, da so kleine Tropfen nicht als Regen fallen, und so könnte man diese Bogen eigentlich Nebelbogen nennen.

Zur Beurtheilung der Tropfengröße, welche beobachteten Regenbogen entspricht, möge folgende Zusammenstellung dienen:

a. Aus den Farben.

α) Ein auffallend intensives Violett-Rosa im Hauptregenbogen mit einem lebhaften Grün (von Blau nur eine Spur oder gar nichts vorhanden) vor demselben weist auf eine Tropfengröße von 0·5 bis 1·0 *mm* Halb-

messer hin. Nach den Farbenberechnungen liegt dabei das Maximum der Intensität im Anfange des Violett (vom Grün her).

Es ist ein charakteristisches Kennzeichen der Regenbogen dieser Tropfengrößen, dass nur sie ein volles, schönes, reines Roth im Hauptregenbogen aufweisen.

β) Sind die Farben der Secundären nur Grün und Violett (das Blau zwischen Grün und Violett erscheint meist schon der Contrastwirkung halber auch als Grün; da das Violett meist in Rosa sticht) und fehlt also das Gelb ganz, so hat man es mit einer Größe der Tropfen von etwa 0.25 mm Halbmesser zu thun. Die Secundären zeigen nirgends eine Unterbrechung und schließen sich unmittelbar an den Hauptbogen an. Solche Beobachtungen liegen sehr viele vor; es wird in ihnen stets hervorgehoben, dass die Farbenwiederholung nur Grün und Roth (Rosa) sei. Das Roth im Hauptregenbogen ist schon sehr schwach.

γ) Das Auftreten des Gelb in den Secundären bedeutet entweder Tropfen von 0.15 oder 0.1 mm Halbmesser. Ist das Gelb schwächer ausgeprägt und die Secundären an den Hauptregenbogen und untereinander ohne Unterbrechung angeschlossen, so ist die Tropfengröße näher an 0.15 mm ; ist das Gelb im ersten Secundären schön entwickelt, und fehlt es im zweiten und dritten, wobei letztere untereinander und vom ersten getrennt erscheinen (es möchte zuweilen vorkommen, dass auch der erste Secundäre vom Hauptregenbogen abgetrennt erschiene), so haben wir Tro-

pfen von 0·1 *mm* Halbmesser oder etwas weniger vor uns.

Der Hauptregenbogen ist in diesen Fällen durch seine Breite ausgezeichnet; er enthält kein reines Roth mehr, aber die ganze übrige Farbenfolge ist sehr schön entwickelt. Beobachtet werden diese Regenbogen nicht selten.

b. Aus dem Aneinanderschließen oder der Abtrennung der Secundären.

α) Ist keine Abtrennung weder vom Hauptregenbogen, noch der Secundären untereinander vorhanden, so sind die Tropfen größer als 0·1 *mm*; ist eine Abtrennung nur unter den Secundären, nicht aber des ersten Secundären vom Hauptregenbogen zu bemerken, so liegt die Tropfengröße von 0·1 *mm* Halbmesser vor, wobei es vorkommen kann, dass ein schmaler, schwacher Streifen auch den ersten Secundären vom Hauptregenbogen zu trennen scheint; ist der erste Secundäre deutlich und voll vom Hauptregenbogen getrennt, so ist die Tropfengröße kleiner als 0·1 *mm*.

β) Sind ohne jede Abtrennung mehr als fünf oder fünf Secundäre, ohne dass einer Weiß enthält, zu sehen, so liegt die Tropfengröße von 0·5 *mm* Halbmesser vor. Die Secundären zeigen dann nur ein breiteres Violett (Rosa) und ein schmales, schwaches Blaugrün. Bei weniger als fünf Secundären gelten die Kennzeichen unter a), α) und β).

γ) Ist der erste Secundäre deutlich und voll vom Hauptregenbogen getrennt und enthält er deutlich

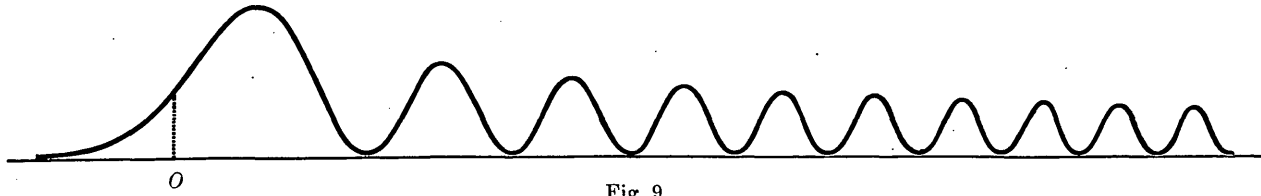
weiße Töne, so sind die Tropfen von der Größe $0\cdot04$ — $0\cdot05$ *mm* im Halbmesser.

δ) Ist im Hauptregenbogen deutlich ein weißer Streifen zu sehen, ohne dass man von einem eigentlichen weißen Regenbogen sprechen kann, so ist eine Tropfengröße von etwa $0\cdot03$ *mm* Halbmesser vorhanden.

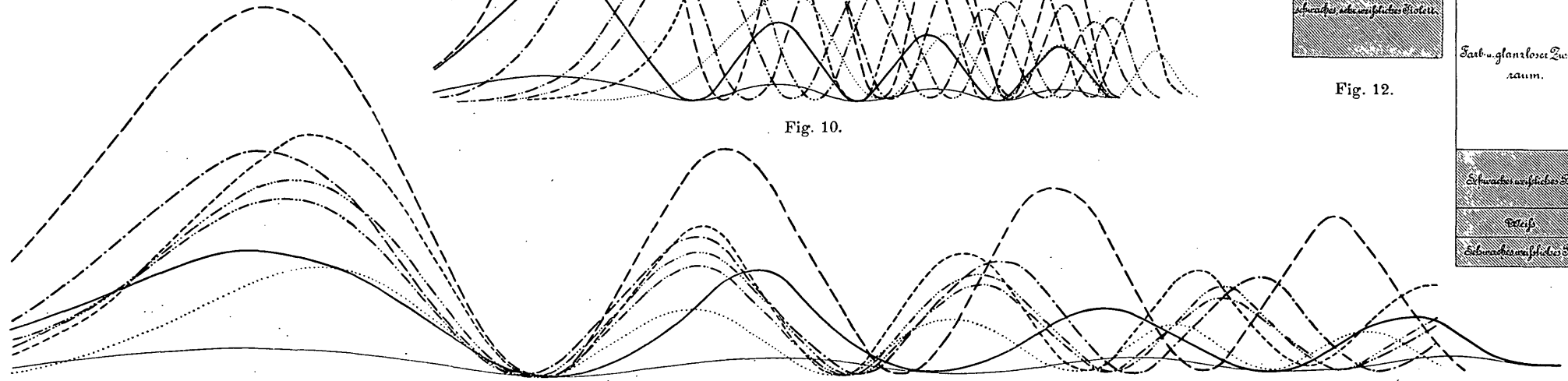
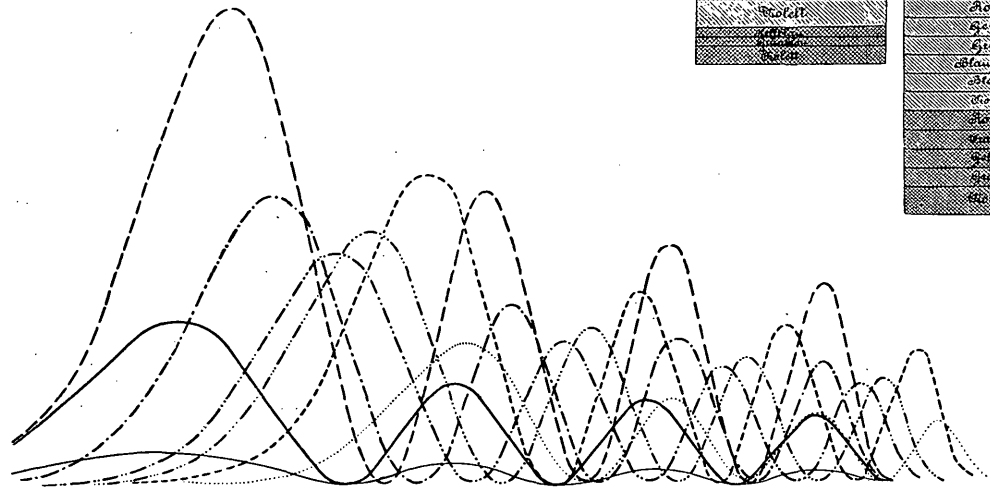
ε) Ein echter weißer Regenbogen (Hauptregenbogen), bei welchem nur der äußere Rand gelblich-orange, der innere bläulich gefärbt erscheint, zeigt eine Größe der Tropfen von $0\cdot025$ *mm* Halbmesser oder noch kleinere Tröpfchen an. Eine nähere Bestimmung der Tropfengröße bei den weißen Regenbogen ist nur auf Grund der Winkelmessung des äußeren und inneren Randes und, wenn Secundäre sichtbar sind, des äußeren Randes des ersten Secundären zu erreichen.

Gestatten Sie mir zum Schlusse der Hoffnung Ausdruck zu geben, dass ich Ihnen nicht nur manches Neue über den Regenbogen sagen konnte, sondern auch, dass diese Mittheilungen Sie anregen werden, dieser herrlichen Erscheinung wieder mehr Aufmerksamkeit zu widmen. Es ist nämlich eine exactere und eingehendere Beobachtung und Beschreibung der Mannigfaltigkeiten dieser Himmelserscheinung durch den Wahn vereitelt worden, dass dieselbe stets in derselben Weise auftreten und sich abspielen müsse, wie es die irrige Descartes'sche Theorie der „wirksamen“ Strahlen lehrte. Wir besitzen daher geradezu beschämend wenige brauchbare Beobachtungen und Beschreibungen

des Regenbogens und Sie werden sich ein wissenschaftliches Verdienst erwerben, wenn Sie genaue Angaben und deutliche Beschreibungen über beobachtete Regenbogen zur Kenntnis der k. k. meteorologischen Centralanstalt bringen werden.



- tiefroth
- roth
- orange
- lichtgrün
- dunkelgrün
- lichtblau
- dunkelblau
- violett



Tiefroth
Hellroth
Orange
Grün
Blaugrün
Hellblau
Violett
Hellblau
Violett
Blau
Grün
Orange
Rothe

Orange
Gelb
Grün
Blaugrün
Hellblau
Violett
Rothe
Gelb
Grün
Blaugrün
Blau
Violett
Rothe
Orange
Gelb
Grün
Violett

Schwaches Gelb
Weißliches Gelb
Weißliches Grün
Weißliches Blau
Violett
Sehr schwaches Violett
Farb- u. glanzloser Zwischenraum
Schwaches sehr weißliches Grün
Schwaches sehr weißliches Violett

Sehr schwaches Gelb
Sehr weißliches Nauch von Gelb
Glänzendes Weiß
Weiðliches Nauch von Violett
Farb- u. glanzloser Zwischenraum
Schwaches weißliches Blau
Weiß
Schwaches weißliches Roth

Fig. 12.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Schriften des Vereins zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse Wien](#)

Jahr/Year: 1898

Band/Volume: [38](#)

Autor(en)/Author(s): Pernter Josef Maria

Artikel/Article: [Neues über den Regenbogen. \(1 Falttafel.\) 227-260](#)