

# Sitzungsberichte

der

Gesellschaft zur Beförderung der gesammten  
Naturwissenschaften

zu

**M a r b u r g.**

BUREAU OF ETHNOLOGY,

1394

LIBRARY.

J a h r g a n g 1 8 9 3.

M a r b u r g.

Universitäts-Buchdruckerei (R. Friedrich).

1894.



# Sitzungsberichte

der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten  
Naturwissenschaften

zu

**M a r b u r g.**

---

---

**N<sup>o</sup>. 1.**

**Februar.**

**1893.**

---

---

In der wissenschaftlichen Sitzung vom 8. Februar 1893  
sprach Herr Professor Th. Fischer:

## Ueber den geologischen Bau der Iberischen Halbinsel.

Die Iberische Halbinsel gehört nächst der südosteuropäischen zu den wissenschaftlich unbekanntesten Theilen Europas. Noch heute liegen, namentlich für Spanien, nur Anfänge einer topographischen Karte vor, die allerdings den Vergleich mit keiner andern wird zu scheuen brauchen, und die geologische Durchforschung ist zwar der Vollendung und dem Hauptziele, Herstellung einer geologischen Karte in 1 : 400 000, nahe, aber was vorliegt, kann nur Anspruch auf die Bezeichnung als flüchtige Recognoscirung erheben, ganz abgesehen von der mangelhaften topographischen Unterlage. Immerhin sind wir, namentlich durch die ausgezeichneten Arbeiten, welche fremde Forscher, in erster Linie Franzosen, über einzelne Theile der Halbinsel geliefert haben, im Stande heute in den grossen Zügen ein Bild des geologischen Aufbau's derselben zu liefern, wobei es sich für uns selbstverständlich nur um die wissenschaftliche Unterlage der Orographie handeln kann. Diese liegt noch völlig im Argen

und wird allgemein noch im alten Compendienstile dargestellt, dem eine ursächliche Erfassung der Oberflächengestalt durchaus fern liegt.

Den Kern der Halbinsel, reichlich  $\frac{3}{4}$  ihres Flächeninhalts, bildet die alte iberische Scholle, eines der ältesten Stücke Europas. Hier wurde gegen Ende der Karbonzeit durch Faltung ein gewaltiges, aus archaischen und paläozoischen Felsarten aufgebautes Gebirge, wahre iberische Alpen, geschaffen. Sie bildeten einen grossen Bogen, dessen eines Ende heute am Ufer des Guadalquivir, das andere am biscayischen Golfe in Asturien, der dem Ocean zugekehrte convexe Scheitel in Süd-Galicien und Nord-Portugal liegt. Ihn kennzeichnen namentlich ungeheure, etwa 50000 □km bedeckende Granitdurchbrüche. Von diesen iberischen Alpen sanken im Norden, Westen und Süden auf grossen Systemen von Bruchlinien, die der Halbinsel ihre Umrisse gaben, Schollen in die Tiefe, der stehen gebliebene Horst erfuhr durch die brandenden Meereswogen und die zerstörenden Kräfte des Luftkreises während langer geologischer Perioden eine so weit gehende Abtragung, dass heute von demselben nur noch das orographisch ziemlich einförmige Grundgerüst vorhanden ist. Aber auch dieses tritt nur an der Westseite der Halbinsel unverhüllt zu Tage, theils, wie im Südwesten, abgeschliffen zur Form einförmiger Hochflächen, theils als unregelmässiges Berg- und Hügelland auf hohem Sockel. So namentlich im Nordwesten im Gebiet jener grossartigen Granitdurchbrüche. Hie und da, besonders zwischen Tajo und Guadalquivir, aber auch in Ost-Galicien, treten jedoch die alten Faltenzüge, etwa wie der Taunus im rheinischen Schiefergebirge, an welches man vielfach erinnert wird, auch orographisch als flache Bergrücken hervor. Der bei weitem grösste Theil der iberischen Scholle trägt aber eine aus den Trümmern der iberischen Alpen gebildete Decke noch heute fast durchaus wagrecht lagernder mariner mesozoischer und tertiärer lacustrer Schichten. In dem im mesozoischen Zeitalter über die iberische Scholle hinüber greifenden Meere lagerten

sich Trias-, Jura- und Kreideschichten, namentlich letztere in grosser Ausdehnung ab. Zum Theil, wohl wieder der Denudation erlegen, bedecken die Schichten dieser mesozoischen Transgression die ganze Osthälfte der iberischen Scholle und bilden in Folge einer bedeutenden Hebung gegen Ende der Tertiärzeit die grösste etwa 40 000 □km umfassende Massenanschwellung der Halbinsel, bei einer Höhe von 1000—1500 m die Hauptwasserscheide derselben, das östliche Randgebirge. Westlich und östlich desselben dehnen sich die ungeheuren Ebenen von Alt- und Neu-Kastilien, wie von Aragonien aus, die Gegenden der grossen tertiären Seen, die auch ihrerseits ungeheure Trümmersmassen der abgetragenen iberischen Alpen aufgenommen haben. Ja, die mesozoische Transgression selbst ist zum Theil von Schichten lacustren Tertiärs bedeckt. Der bei weitem grösste Theil der alten iberischen Scholle erscheint so heute als Ebene, nämlich bei einer mittleren Höhe von etwa 700 m als Hochebene, und zwar vorwiegend in Folge von Tafellagerung der Schichten und immer wiederkehrende ebenflächige Ausbreitungen, welche schon die überall gebrauchten Ausdrücke Meseta, Paramo, Muela andeuten. Wir können dieselbe daher heute orographisch als iberisches Tafelland bezeichnen.

Von demselben ihrer Entstehung nach völlig verschieden sind die hohen Gebirgswälle, welche es im Norden und im Süden vom Meere und von der Umgebung abschliessen, das kantabrisch-pyrenäische und das andalusische Gebirge, jenes vom Mittelmeere am Kap Creus bis nach West-Asturien, dieses vom Kap Nao bis Cadiz. Beide sind jugendliche Faltengebirge, durch seitlichen Druck gegen die tief verfestigte iberische Scholle hin gepresste und an dieser emporgestaute Schichten der Erdkruste, nächst den Alpen die höchsten Gebirge Europas, die also das Tafelland weit überragen. Gekennzeichnet durch parallele Gebirgsketten, gegliedert durch Längs- und Querthäler, weisen also diese Faltenlandschaften tief greifende Unterschiede gegen das Tafelland auf. Geologisch mannigfaltig, dem Meere zugekehrt und wasserreich, sind sie die Sitze eines hochent-

wickelten Ackerbaues, eines heute wieder blühenden, uralten, überaus mannigfaltigen Bergbaues, durch beide auch einer gewissen Gewerbthätigkeit, die bereits begonnen hat auch von aussen zugeführte Rohstoffe zu verarbeiten. Dadurch sind diese Randlandschaften auch die dichtest bevölkerten geworden, auf denen heute das wirthschaftliche Schwergewicht ruht, während das Tafelland, abgesehen von der sich rasch entwickelnden überaus günstig im geometrischen Mittelpunkte der Halbinsel von Philipp II. als solche gegründeten Hauptstadt Madrid, als nur einförmigsten Ackerbau treibendes Gebiet sich noch immer entvölkert und im Rückgang begriffen ist.

---

In der Sitzung vom 11 Januar 1893 berichtete Herr Professor Dr. K a y s e r weiter über seine Reise in Nordamerika, insbesondere über den Besuch der grossen Salzseeplatte und des Cañon des Colorado.

---

Von eingegangenen Schriften waren aufgelegt:

- Zeitschrift für Naturwissenschaften 65 Bd. Heft 4 u. 5. Leipzig 1892.  
 Schriften des naturwissenschaftlichen Vereins des Harzes. Jahrg. 7. Wernigerode 1892.  
 Bericht der naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg i. B. Bd. 6. Heft 1—4. Freiburg 1891/92.  
 Leopoldina. Heft XXVIII. No. 21 u. 22.  
 Lotos. Bd. 41. N. F. Bd. XIII. Wien 1893.  
 Helios. Jahrg. 10. No. 5—8.  
 Societatum litterae. Jahrg. 6. No. 9 u. 10.  
 Kloos, Ueber die geolog. Verhältnisse des Untergrundes von Braunschweig und Wolfenbüttel. Braunschweig 1891.  
 Memoirs and Proceedings of the Manchester literary and philosophical Society. Vol. 5. No. 2. Manchester 1891/92.

# Sitzungsberichte

der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten  
Naturwissenschaften

zu

**M a r b u r g.**

---

---

**N<sup>ro.</sup> 2.**

**Mai.**

**1893.**

---

---

In der Sitzung vom 17. Mai 1893 zeigte Hr. Prof. Feussner einen neuen Apparat zur Darstellung des Fresnel'schen Spiegelversuchs vor und hielt sodann den folgenden Vortrag:

## Ueber das Abbe'sche Krystallrefractometer.

### 1.

Ich habe in der letzten Zeit Veranlassung gehabt, mich des neuerdings von Herrn Abbe construierten Refractometers zu mehreren Messungen zu bedienen. Dadurch bin ich zu einer Untersuchung über dieses schöne, in verschiedener Beziehung so bequeme und brauchbare Instrument geführt worden, die ich im Folgenden mir mitzuthellen erlaube.

Von einer genaueren Beschreibung sehe ich ab, da sie schon mehrfach gegeben ist<sup>1)</sup> und wende mich gleich zur Untersuchung der Fehlerquellen.

Bekanntlich wird bei den Messungen der Körper, dessen Brechungsindex ( $n$ ) bestimmt werden soll, mit einer ebenen Fläche auf die horizontale ebene Oberfläche einer um eine verticale Axe drehbaren Halbkugel aus Glas von dem bekannten (grösseren) Brechungsindex  $N$  aufgelegt (s. Fig. 1); ist dann

---

1) Czapski, Zeitschrift f. Instrumentenkunde 1890, S. 246, 269. — Neues Jahrb. f. Mineralogie etc., Beilage-Bd. VII, S. 175.

der Grenzwinkel der Totalreflexion an der Berührungsfläche beider Körper  $\omega$ , so ist

$$(1) \quad n = N \sin \omega.$$

Es handelt sich also bei jeder Messung um die Bestimmung dieses Winkels  $\omega$ .

Die austretenden Strahlen werden von einem Fernrohr aufgenommen, dessen Axe <sup>1)</sup> immer durch den Kugelmittelpunkt hindurchgehen soll. Es bewegt sich zu dem Zweck um eine horizontale, gleichfalls durch den Mittelpunkt der Kugel gehende Drehungsaxe, die von der Fernrohraxe in diesem Punkt senkrecht getroffen werden soll. Wenn diese Forderungen streng erfüllt sind, ist der Winkel zwischen der Vertikalen und der Axenrichtung des auf die Grenzcurve eingestellten Fernrohrs auch der Grenzwinkel  $\omega$ . Da die Drehung des Fernrohrs an einem Theilkreis abgelesen werden kann, würde in diesem Fall die Bestimmung von  $\omega$  leicht sein — am Besten durch Einstellung auf beiden Seiten der Halbkugel und Halbierung der Differenz der erhaltenen Ablesungen. Die unvermeidlichen Unvollkommenheiten der mechanischen Ausführung verhindern aber die genaue Erfüllung dieser Bedingungen, und wir müssen untersuchen, wie gross der Einfluss ist, den sie ausüben. Dazu führen wir ein rechtwinkliges Coordinatensystem ein, dessen  $Z$ -Axe in die verticale Drehungsaxe der Halbkugel falle und nach unten positiv gerechnet werde. Die Halbkugel ist mit Stellschrauben versehen, die ihre ebene Fläche senkrecht zur Umdrehungsaxe zu stellen gestatten; es werde angenommen, dass diese ohne grosse Schwierigkeit sehr scharf zu bewirkende Einstellung ausgeführt sei. Die Drehungsaxe des Fernrohrs habe den kleinsten Abstand  $a$  von der verticalen Drehungsaxe; dieser ist senkrecht auf beiden Axen, liegt also in oder parallel zur ebenen Fläche der Halbkugel; wo er die  $Z$ -Axe trifft, sei  $O$ , der Anfangspunkt

---

1) In der wirklichen Ausführung ist das Fernrohr dreimal gebrochen; wir sehen hier davon ab und verstehen unter seiner Axe den in dem Objectivende gelegenen Theil derselben.

unseres Coordinatensystems. Die  $Y$ -Axe liege in der Richtung von  $a$ ; in  $A$  treffe sie die Drehungsaxe  $AA'$  des Fernrohrs. Diese läuft der  $XZ$ -Ebene parallel, der kleine Winkel, den sie mit der  $XY$ -Ebene bildet, sei  $\alpha$ . Die Fernrohraxe ( $CC'$ ) habe von der Drehungsaxe ( $AA'$ ) des Fernrohrs den kürzesten Abstand  $BC = b$ , durch passende Drehung um  $AA'$  lässt er sich der  $Y$ -Axe parallel machen, dies sei die »Anfangsstellung«, die in Fig. 2 dargestellt ist. Die Fernrohraxe liegt dann der  $XZ$ -Ebene parallel, mit einer zu  $AA'$  und  $BC$  senkrechten Graden  $CC''$  bilde sie den kleinen Winkel  $\beta$ . Die Entfernung  $AB$  werde durch  $c$  bezeichnet. Drehen wir nun das Fernrohr um  $AA'$  aus der Anfangsstellung um den Winkel  $\varphi$ , so sind die Richtungscosinus von  $BC$  mit den Axen

$$\sin \alpha \sin \varphi, \quad \cos \varphi, \quad -\cos \alpha \sin \varphi,$$

die Coordinaten von  $C$

$$c \cos \alpha + b \sin \alpha \sin \varphi, \quad a + b \cos \varphi, \quad c \sin \alpha - b \cos \alpha \sin \varphi,$$

die Richtungscosinus der Fernrohraxe

$$\lambda = \cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta \cos \varphi$$

$$(2) \quad \mu = \cos \beta \sin \varphi$$

$$\nu = \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta \cos \varphi$$

und ihre Gleichungen

$$(3) \quad \frac{1}{\lambda} (x - c \cos \alpha - b \sin \alpha \sin \varphi) = \frac{1}{\mu} (y - a - b \cos \varphi) \\ = \frac{1}{\nu} (z - c \sin \alpha + b \cos \alpha \sin \varphi).$$

Wir setzen nun voraus, dass  $a, b, c, \alpha$  und  $\beta$  so klein seien, dass alle die zweite Ordnung in diesen Grössen übersteigenden Ausdrücke vernachlässigt werden dürfen. Es ist dann

$$(2a) \quad \lambda = \beta - \alpha \cos \varphi, \quad \mu = \sin \varphi - \frac{1}{2} \beta^2 \sin \varphi,$$

$$\nu = \cos \varphi + \alpha \beta - \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2} \cos \varphi$$

und

$$(3a) \quad \begin{aligned} x &= c + \frac{y}{\sin \varphi} (\beta - \alpha \cos \varphi) - \frac{(a + b \cos \varphi) \beta}{\sin \varphi} + \frac{a \cos \varphi + b}{\sin \varphi} \alpha \\ z &= y \operatorname{ctg} \varphi - \frac{a \cos \varphi + b}{\sin \varphi} + \left( \frac{\alpha \beta}{\sin \varphi} - \frac{1}{2} \alpha^2 \operatorname{ctg} \varphi \right) y + c \alpha \end{aligned}$$

Bezeichnen wir den Halbmesser der Halbkugel durch  $r$ , die Coordinaten ihres Mittelpunkts, die von derselben Kleinheit wie  $a, b, c$  vorausgesetzt werden, durch  $e, f, g$ , so müssen die Coordinaten  $x, y, z$  des Durchschnitts der Fernrohraxe mit der Kugelfläche sowohl der Gl. (3) resp. (3a) als auch der folgenden:

$$(x - e)^2 + (y - f)^2 + (z - g)^2 = r^2$$

genügen. Zur Elimination von  $x$  u.  $z$  mit Hülfe von (3a) aus dieser Gleichung ist zu beachten, dass der gemachten Annahme zufolge die kleinen Grössen nur bis zur zweiten Ordnung in  $a, b, c$  beizubehalten sind, also gesetzt werden kann:

$$\begin{aligned} x - e &= \frac{\lambda}{\mu} (y - f) + c - e \\ z - g &= \frac{\nu}{\mu} (y - f) - \frac{K}{\mu} + c \alpha, \end{aligned}$$

worin zur Abkürzung  $K = (a - f) \cos \varphi + b + g \sin \varphi$  gesetzt ist.

Wir erhalten so

$$(y - f)^2 - 2(K\nu - (c - e)\lambda\mu - c\alpha\mu\nu)(y - f) = r^2\mu^2 - K^2 - (c - e)^2\mu^2$$

also

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} y - f = r\mu + K\nu - \frac{K^2 + (c - e)^2}{2r} \mu - (c - e)\lambda\mu - c\alpha\mu\nu \\ \text{und damit} \\ z - g = r\nu - K\mu - \frac{K^2 + (c - e)^2}{2r} \nu - (c - e)\lambda\nu - c\alpha\mu^2 \\ x - e = r\lambda + c - e. \end{array} \right.$$

Ist  $i$  der Winkel zwischen der Fernrohraxe und der Normalen auf die Kugelfläche im Punkt  $x y z$ , so haben wir

$$\begin{aligned}\cos i &= \frac{\lambda(x-e) + \mu(y-f) + \nu(z-g)}{r} \\ &= 1 - \frac{K^2 + (c-e)^2}{2r^2}\end{aligned}$$

folglich

$$(5) \quad \sin^2 i = \frac{K^2 + (c-e)^2}{r^2}.$$

Das Brechungsgesetz kann in folgende Form gebracht werden:

Wenn ein Lichtstrahl, der mit einer beliebigen Graden ( $G$ ) den Winkel  $u$  bildet, an einer Fläche gebrochen wird, deren Normale im Einfallspunkt mit ihm den spitzen Winkel  $i$  und mit der Geraden  $G$  den Winkel  $w$  macht, und der Brechungsindex für den Uebergang aus dem ersten in das zweite Mittel  $n$  ist, so wird der von dem gebrochenen Strahl und  $G$  gebildete Winkel  $v$  bestimmt durch die Gleichung:

$$(6) \quad \cos v = \frac{1}{n} (\cos u + (\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos i) \cos w).$$

Wendet man diesen Satz auf den Uebergang eines in der Axe des Fernrohrs verlaufenden Strahls in die Halbkugel an, indem man die negative  $Z$ -Axe als  $G$  nimmt, so tritt  $\omega$ , womit wir hier allgemein den Einfallswinkel auf die ebene Fläche der Halbkugel bezeichnen wollen, an die Stelle von  $v$ ,  $\nu$  an die Stelle von  $\cos u$ ,  $\frac{z-g}{r}$  an die Stelle von  $\cos w$ ,  $N$  an die Stelle von  $n$ , während  $i$  auch den vorhin so bezeichneten Winkel bedeutet. Man hat also

$$\cos \omega = \frac{1}{N} \left( \nu + (\sqrt{N^2 - \sin^2 i} - \cos i) \frac{z-g}{r} \right).$$

Da  $i$  ein sehr kleiner Winkel ist, so ist zu setzen

$$\sqrt{N^2 - \sin^2 i} - \cos i = (N-1) + \frac{N-1}{2N} \sin^2 i.$$

Also haben wir mit Rücksicht auf (2a), (4) und (5):

$$(7) \quad \cos \omega = \nu - \frac{N-1}{N} \frac{K}{r} \mu - \left( \frac{N-1}{N} \right)^2 \frac{K^2}{2r^2} \nu - \frac{\nu}{2} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \lambda \right)^2 \\ + \frac{N-1}{N} \frac{c}{r} \alpha \mu^2 + \frac{\lambda^2 \nu}{2}$$

und daraus, wenn  $\varphi$  positiv und  $< 90^\circ$

$$(7a) \quad \sin \omega = \mu + \frac{N-1}{N} \frac{K}{r} \nu - \left( \frac{N-1}{N} \right)^2 \frac{K^2}{2r^2} \mu + \frac{\nu^2}{2\mu} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \lambda \right)^2 \\ - \frac{N-1}{N} \frac{c}{r} \alpha \mu \nu + \frac{\lambda^2 \mu}{2},$$

und wenn  $\varphi$  negativ und  $> -90^\circ$ , in welchem Fall wir es mit  $\varphi'$  und das zugehörige  $K$  mit  $K'$  bezeichnen wollen:

$$(7b) \quad \sin \omega = -\mu - \frac{N-1}{N} \frac{K'}{r} \nu + \left( \frac{N-1}{N} \right)^2 \frac{K'^2}{2r^2} \mu \\ - \frac{\nu^2}{2\mu} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \lambda \right)^2 + \frac{N-1}{N} \frac{c}{r} \alpha \mu \nu - \frac{\lambda^2 \mu}{2}$$

also, wenn man unter  $\omega$  den Grenzwinkel der Totalreflexion und unter  $\varphi$  und  $\varphi'$  die zugehörigen Einstellungen des Fernrohrs auf beiden Seiten der Halbkugel versteht:

$$(8) \quad n = N \sin \varphi + (N-1) \frac{K}{r} \cos \varphi - \frac{(N-1)^2}{2N} \frac{K^2}{r^2} \sin \varphi \\ + \frac{N \cos^2 \varphi}{2 \sin \varphi} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta - \alpha \cos \varphi \right)^2 \\ - N \alpha \sin \varphi \cos \varphi \left( \frac{N-1}{N} \frac{c}{r} + \beta - \frac{\alpha}{2} \cos \varphi \right) \\ (8a) \quad = -N \sin \varphi' - (N-1) \frac{K'}{r} \cos \varphi' + \frac{(N-1)^2}{2N} \frac{K'^2}{r^2} \sin \varphi' \\ - \frac{N \cos^2 \varphi'}{2 \sin \varphi'} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta - \alpha \cos \varphi' \right)^2 \\ + N \alpha \sin \varphi' \cos \varphi' \left( \frac{N-1}{N} \frac{c}{r} + \beta - \frac{\alpha}{2} \cos \varphi' \right).$$

Diese Gleichungen sind zur Bestimmung von  $n$  noch nicht brauchbar, da die Anfangsstellung von der aus die Winkel  $\varphi$  und  $\varphi'$  zu rechnen sind, nicht bekannt ist. Dagegen geht aus den Messungen der Winkel  $\frac{\varphi - \varphi'}{2} = \psi$  hervor, wir wollen diesen daher in die Gleichung für  $n$  einführen. Wir setzen zu dem Ende  $\varphi' = -\varphi + 2\delta$ , also

$$(9) \quad \begin{aligned} \varphi &= \psi + \delta & \varphi' &= -\psi + \delta \text{ und} \\ \sin \varphi &= \sin \psi + \cos \psi \cdot \delta - \sin \psi \frac{\delta^2}{2} \\ \sin \varphi' &= -\sin \psi + \cos \psi \cdot \delta + \sin \psi \frac{\delta^2}{2} \\ \cos \varphi &= \cos \psi - \sin \psi \cdot \delta - \cos \psi \cdot \frac{\delta^2}{2} \\ \cos \varphi' &= \cos \psi + \sin \psi \cdot \delta - \cos \psi \cdot \frac{\delta^2}{2}. \end{aligned}$$

Durch Einsetzung dieser Werthe in (8) und (8a) ergeben sich die Gleichungen

$$(10) \quad \begin{aligned} n &= N \sin \psi + \frac{N-1}{r} (A + g \sin \psi) \cos \psi \\ &+ \left[ N \cos \psi - \frac{N-1}{r} \left( (a-f) \sin \psi \cos \psi + A \sin \psi - g (\cos^2 \psi - \sin^2 \psi) \right) \right] \delta \\ &- \frac{(N-1)^2}{2Nr^2} (A + g \sin \psi)^2 \sin \psi + \frac{N \cos^2 \psi}{2 \sin \psi} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta - \alpha \cos \psi \right)^2 \\ &- N \alpha \sin \psi \cos \psi \left( \frac{N-1}{N} \frac{c}{r} + \beta - \frac{\alpha}{2} \cos \psi \right) - N \sin \psi \frac{\delta^2}{2}, \\ &= N \sin \psi - \frac{N-1}{r} (A - g \sin \psi) \cos \psi \\ &- \left[ N \cos \psi + \frac{N-1}{r} \left( (a-f) \sin \psi \cos \psi + A \sin \psi + g (\cos^2 \psi - \sin^2 \psi) \right) \right] \delta \\ &- \frac{(N-1)^2}{2Nr^2} (A - g \sin \psi)^2 \sin \psi + \frac{N \cos^2 \psi}{2 \sin \psi} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta - \alpha \cos \psi \right)^2 \\ &- N \alpha \sin \psi \cos \psi \left( \frac{N-1}{N} \frac{c}{r} + \beta - \frac{\alpha}{2} \cos \psi \right) - N \sin \psi \frac{\delta^2}{2}, \end{aligned}$$

worin  $A = (a-f) \cos \psi + b$  gesetzt ist.

Durch Vergleichung ergibt sich zunächst

$$\frac{N-1}{r} A \cos \psi + \left( N \cos \psi + \frac{N-1}{r} g (\cos^2 \psi - \sin^2 \psi) \right) \delta - \frac{(N-1)^2}{Nr^2} Ag \sin^2 \psi = 0,$$

also

$$(11) \quad \delta = -\frac{N-1}{Nr} A + \left( \frac{N-1}{Nr} \right)^2 g A \cos \psi$$

und

$$(12) \quad n = N \sin \psi + \frac{N-1}{r} g \sin \psi \cos \psi + \frac{(N-1)^2}{Nr^2} A (a-f) \sin \psi \cos \psi - \frac{(N-1)^2}{2Nr^2} g^2 \sin^2 \psi \sin \psi + \frac{N \cos^2 \psi}{2 \sin \psi} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta - \alpha \cos \psi \right)^2 - N \alpha \sin \psi \cos \psi \left( \frac{N-1}{N} \frac{c}{r} + \beta - \frac{\alpha}{2} \cos \psi \right).$$

## 2.

Die in Gl. (8) und (12) enthaltenen Constanten des Instruments lassen sich durch besondere Messungen, die jetzt auseinander gesetzt werden sollen, finden.

Um die beiden Coordinaten  $e$  und  $f$  des Mittelpunkts der Halbkugel zu bestimmen, lege man einen Fühlhebel an die Kugelfläche an, drehe diese um die Verticalaxe und lese in regelmässigen Zwischenräumen den Stand des Fühlhebels ab. Daraus erhält man in leicht ersichtlicher Weise die gesuchten Coordinaten für jede Stellung der Kugel, auch kann man die Stellungen ableiten, wo  $e=0$  oder  $f=0$  ist, d. h. wo der Mittelpunkt in die  $Y$ - oder die  $X$ -Axe fällt.

Den Winkel  $\alpha$  erhält man in folgender Weise. Man richte zwei auf unendliche Entfernung eingestellte Beobachtungsfernrohre, von denen das eine wie gewöhnlich mit einem Fadenkreuz, das andere statt dessen mit einer getheilten Glasplatte versehen ist, in der  $YZ$ -Ebene von oben unter gleichen Winkeln mit der Normalen gegen die horizontale Fläche der Halbkugel (in solcher Entfernung, dass das

Refractometerfernrohr nicht in seiner Bewegung gehemmt ist), sodass ein in der Axe des einen verlaufender Strahl nach der Reflexion nahe in die Axe des andern fällt, beleuchte das mit Fadenkreuz versehene vom Ocularende aus und richte es so, dass das reflectirte Bild seines Fadenkreuzes in dem (mit der Vorsatzlinse versehenen) Refractometerfernrohr genau mit dessen Fadenkreuz zusammenfällt. Der Winkel, den das Refractometerfernrohr in dieser Stellung mit der positiven nach unten gerichteten  $Z$ -Axe bildet, sei  $\varphi$ . Man beobachte nun auf der Theilung des zweiten Hilfsfernrohrs die beiden Fadenkreuze, das des auf  $360^\circ - \varphi$  gestellten Refractometerfernrohrs und das des andern Beobachtungsfernrohrs; kennt man den Winkelwerth der Einheiten der Teilung, so hat man damit den Winkel ( $\mathcal{J}$ ), den die beiden Fernrohre mit einander bilden. Man sieht leicht, dass  $\frac{\mathcal{J}}{2}$  der Winkel ist, den das Refractometerfernrohr mit der  $YZ$ -Ebene bildet. Bei seiner Kleinheit kann dieser Winkel gleich seinem Sinus oder dem Richtungscosinus des Refractometerfernrohrs mit der  $X$ -Axe gesetzt werden. Nach (2a) ist also

$$\mathcal{J} = 2(\beta - \alpha \cos \varphi).$$

Findet man so bei zwei verschiedenen Stellungen der Fernrohre, wo sie die Winkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  mit der  $Z$ -Axe bilden, die Werthe  $\mathcal{J}_1$  und  $\mathcal{J}_2$ , so hat man

$$\mathcal{J}_1 = 2(\beta - \alpha \cos \varphi_1) \text{ und } \mathcal{J}_2 = 2(\beta - \alpha \cos \varphi_2), \text{ also}$$

$$(13) \quad \alpha = \frac{\mathcal{J}_2 - \mathcal{J}_1}{2(\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)}.$$

Aus diesen Messungen auch  $\beta$  zu bestimmen, hat für unseren Zweck keinen Werth, denn durch die Vorsatzlinse wird im Allgemeinen die Lage der optischen Axe des Fernrohrs beeinflusst, wir würden also nicht das  $\beta$  erhalten, welches in unsern Formeln vorkommt.

Die eben benutzten Beobachtungsfernrohre stelle man nun weiter so auf, dass das mit Fadenkreuz versehene die aus dem Refractometerfernrohr austretenden und durch die Halbkugel auf dem Weg  $AOA'$  (s. Fig. 3) durchgehenden Strahlen auffängt, wobei

die Fadenkreuze genau auf einander eingestellt werden. Natürlich muss man dazu einfarbiges Licht verwenden. Das die getheilte Glasplatte enthaltende Fernrohr werde in die Richtung  $OB'$  gebracht und auf das von der ebenen Fläche der Halbkugel reflectirte Fadenkreuz des andern Hilfsfernrohrs eingestellt. Man beobachtet darin die Lage des Fadenkreuzes des in die Stellung  $BO$  gebrachten Refractometerfernrohrs. Der Winkel, den der reflectirte Strahl  $OB'$  und der durchgegangene  $OB''$  mit einander bilden, sei  $\varepsilon$ , die Winkel  $ZOA$  und  $ZOB$  (unter letzterem den erhabenen Winkel verstanden) werden durch  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  bezeichnet, die Richtungscosinus des ersten Strahls in der Richtung  $B'O$  durch  $\lambda_1 \mu_1 \nu_1$ , die des zweiten Strahls  $B''O$  durch  $\lambda_2 \mu_2 \nu_2$ . Nennt man noch  $\omega$  den Winkel, den die Strahlen innerhalb der Halbkugel mit  $OZ$  bilden, so findet man unter Anwendung von Gl. (6)

$$\lambda_1 = (N-1) \frac{c-e}{r} + N(\beta - \alpha \cos \varphi_1)$$

$$\mu_1 = -N \sin \omega + \frac{N}{2 \sin \omega} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta - \alpha \cos \varphi_1 \right)^2$$

$$\nu_1 = \sqrt{1 - N^2 \sin^2 \omega}$$

$$\lambda_2 = - (N-1) \frac{c-e}{r} - N(\beta - \alpha \cos \varphi_2)$$

$$\mu_2 = -N \sin \omega + \frac{N}{2 \sin \omega} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta - \alpha \cos \varphi_2 \right)^2$$

$$\nu_2 = \sqrt{1 - N^2 \sin^2 \omega}.$$

Daraus folgt

$$\cos \varepsilon = \lambda_1 \lambda_2 + \mu_1 \mu_2 + \nu_1 \nu_2 = 1 - \frac{N^2}{2} \left( 2 \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + 2\beta - \alpha (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2) \right)^2$$

also

$$(14) \quad \varepsilon = 2 N \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta - \alpha \cos \psi \right),$$

worin  $\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \psi - \pi$  und  $\cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = -1$  gesetzt ist.

Diese Gleichung verhilft uns zur Kenntniss der Summe  $\frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta$ , die wir zur Abkürzung durch  $\gamma$  bezeichnen wollen.

Liegt der Nullpunkt der Theilung so, dass der Anfangsstellung des Fernrohrs, wo die durch seine optische und seine Drehungsaxe bestimmte Ebene senkrecht auf der  $XY$ -Ebene steht, die Ablesung  $\mathfrak{A}$  am Theilkreis entspricht (s. Fig. 4), und nennen wir die  $\varphi$  und  $\varphi'$  zugehörigen Ablesungen  $\mathfrak{B}$  und  $\mathfrak{B}'$ , so ist

$$(15) \quad \begin{aligned} \varphi &= \mathfrak{B} - \mathfrak{A} \\ \varphi' &= \mathfrak{B}' - \mathfrak{A} - 360^\circ \end{aligned}$$

und wenn wir  $\mathfrak{B}' = 360^\circ - \mathfrak{C}$  setzen,

$$(15a) \quad \varphi' = -(\mathfrak{C} + \mathfrak{A}),$$

also nach (9)  $\psi = \frac{\mathfrak{B} + \mathfrak{C}}{2}$  und

$$\mathfrak{A} + \delta = \frac{\mathfrak{B} - \mathfrak{C}}{2} \text{ oder gemäss (11):}$$

$$(16) \quad \mathfrak{A} = \frac{\mathfrak{B} - \mathfrak{C}}{2} + \frac{N-1}{Nr} A - \left(\frac{N-1}{Nr}\right)^2 gA \cos \psi.$$

Vernachlässigen wir hierin die Glieder, welche Produkte zweier kleinen Grössen enthalten, und bezeichnen die auf zwei verschiedene Messungen bezüglichen Ablesungen durch die Indices 1 und 2, so bekommen wir

$$(17) \quad \begin{aligned} \frac{N-1}{N} \frac{a-f}{r} &= \frac{\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{C}_1 - (\mathfrak{B}_2 - \mathfrak{C}_2)}{2 (\cos \psi_2 - \cos \psi_1)} \text{ und} \\ \mathfrak{A} - \frac{N-1}{N} \frac{b}{r} &= \frac{(\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{C}_1) \cos \psi_2 - (\mathfrak{B}_2 - \mathfrak{C}_2) \cos \psi_1}{2 (\cos \psi_2 - \cos \psi_1)}. \end{aligned}$$

Wir wollen den ersten Ausdruck mit  $H$ , den zweiten mit  $J$  bezeichnen. Ohne Vernachlässigung bekommen wir aber:

$$(17a) \quad \begin{aligned} \frac{N-1}{N} \frac{a-f}{r} &= H \left( 1 + \frac{N-1}{Nr} g (\cos \psi_1 + \cos \psi_2) \right) + \left( \frac{N-1}{Nr} \right)^2 gb \\ \mathfrak{A} - \frac{N-1}{N} \frac{b}{r} &= J + \frac{N-1}{Nr} gH \cos \psi_1 \cos \psi_2. \end{aligned}$$

Auf der rechten Seite der Gleichung (12) ist jetzt nur der Ausdruck

$$\frac{N-1}{r} \left( g + \frac{N-1}{Nr} (a-f) b \right) = G$$

noch unbekannt. Er kann durch Beobachtungen an einem Körper von bekanntem Brechungsindex, z. B. Luft, bestimmt werden. Bezeichnen wir die auf diesen Körper bezüglichen  $n$  und  $\psi$  durch  $n_0$  und  $\psi_0$  und setzen zur Abkürzung

$$\begin{aligned} M_0 &= \frac{(N-1)^2}{Nr^2} (a-f)^2 \sin \psi_0 \cos^2 \psi_0 \\ &+ \frac{N \cos^2 \psi_0}{2 \sin \psi_0} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta - \alpha \cos \psi_0 \right)^2 \\ &- N \alpha \sin \psi_0 \cos \psi_0 \left( \frac{N-1}{N} \frac{c}{r} + \beta - \frac{\alpha}{2} \cos \psi_0 \right), \end{aligned}$$

so folgt aus (12)

$$n_0 - N \sin \psi_0 - M_0 = G \sin \psi_0 \cos \psi_0 - \frac{1}{2N} G^2 \sin^3 \psi_0, \text{ also}$$

$$(18) \quad G = \frac{n_0 - N \sin \psi_0 - M_0}{\sin \psi_0 \cos \psi_0} + \frac{\sin \psi_0}{2 N \cos^2 \psi_0} (n_0 - N \sin \psi_0)^2.$$

Nach Ausführung der angegebenen Bestimmungen kann nun die Gl. (12) zur Messung der Brechungsindices beliebiger Körper durch Beobachtung auf beiden Seiten der Halbkugel verwandt werden. Stellt man den Horizontalkreis so, dass  $e$  Null wird, so lassen sich die beiden letzten Glieder zusammenfassen und wir können schreiben:

$$(19) \quad \begin{aligned} n &= N \sin \psi + G \sin \psi \cos \psi \\ &+ NH^2 \sin \psi \cos^2 \psi - \frac{G}{2N} \sin^3 \psi + \frac{N \cos^2 \psi}{\sin \psi} \left( \cos \psi \frac{\alpha^2 + \gamma^2}{2} - \alpha \gamma \right). \end{aligned}$$

Bei sehr guter Ausführung und Justirung des Instruments können die Glieder zweiter Ordnung so klein werden, dass sie nicht berücksichtigt zu werden brauchen; es bleibt dann als Correctionsglied nur das allein übrig gebliebene der ersten Ordnung  $\frac{N-1}{r} g \sin \psi \cos \psi$ . Aber es ist bei jedem Instrument

nöthig, sich davon zu überzeugen, da die Glieder zweiter Ordnung leicht eine nicht zu vernachlässigende Grösse erreichen.

In manchen Fällen kann man auch die Beobachtung auf beiden Seiten der Halbkugel nicht anwenden, dann muss man die Gl. (8) resp. (8a) durch (15) oder (15a) umformen. Das gibt:

$$(20) \quad n = N \sin \mathfrak{B} + N \left( \frac{N-1}{N} \frac{\mathfrak{R}}{r} - \mathfrak{A} \right) \cos \mathfrak{B} \\ - \frac{N}{2} \left( \frac{N-1}{N} \frac{\mathfrak{R}}{r} - \mathfrak{A} \right)^2 \sin \mathfrak{B} + \frac{N-1}{r} \left( (a-f) \sin \mathfrak{B} - g \cos \mathfrak{B} \right) \mathfrak{A} \cos \mathfrak{B} \\ + \frac{N \cos^2 \mathfrak{B}}{2 \sin \mathfrak{B}} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta - \alpha \cos \mathfrak{B} \right)^2 \\ - N \alpha \sin \mathfrak{B} \cos \mathfrak{B} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c}{r} + \beta - \frac{\alpha}{2} \cos \mathfrak{B} \right)$$

$$(20a) \quad = N \sin \mathfrak{C} - N \left( \frac{N-1}{N} \frac{\mathfrak{R}'}{r} - \mathfrak{A} \right) \cos \mathfrak{C} \\ - \frac{N}{2} \left( \frac{N-1}{N} \frac{\mathfrak{R}'}{r} - \mathfrak{A} \right)^2 \sin \mathfrak{C} + \frac{N-1}{r} \left( (a-f) \sin \mathfrak{C} + g \cos \mathfrak{C} \right) \mathfrak{A} \cos \mathfrak{C} \\ + \frac{N \cos^2 \mathfrak{C}}{2 \sin \mathfrak{C}} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta - \alpha \cos \mathfrak{C} \right)^2 \\ - N \alpha \sin \mathfrak{C} \cos \mathfrak{C} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c}{r} + \beta - \frac{\alpha}{2} \cos \mathfrak{C} \right),$$

worin  $\mathfrak{R} = (a-f) \cos \mathfrak{B} + b + g \sin \mathfrak{B}$   
 $\mathfrak{R}' = (a-f) \cos \mathfrak{C} + b + g \sin \mathfrak{C}$  gesetzt ist.

Diese Gleichungen lassen sich unter Berücksichtigung von (17a) so schreiben:

$$(21) \quad n = N \sin \mathfrak{B} + N (H \cos \mathfrak{B} - J) \cos \mathfrak{B} + G \sin \mathfrak{B} \cos \mathfrak{B} \\ + GH \left( (\cos \psi_1 + \cos \psi_2) \cos \mathfrak{B} - \cos \psi_1 \cos \psi_2 \right) \cos \mathfrak{B} \\ + (NH \sin \mathfrak{B} - G \cos \mathfrak{B}) J - \frac{N}{2} \left( \frac{N-1}{N} \frac{\mathfrak{R}}{r} - \mathfrak{A} \right)^2 \sin \mathfrak{B} \\ + \frac{N \cos^2 \mathfrak{B}}{2 \sin \mathfrak{B}} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta - \alpha \cos \mathfrak{B} \right)^2 \\ - N \alpha \sin \mathfrak{B} \cos \mathfrak{B} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c}{r} + \beta - \frac{\alpha}{2} \cos \mathfrak{B} \right)$$

$$\begin{aligned}
(21a) \quad n = & N \sin \mathfrak{C} - N (H \cos \mathfrak{C} - J) \cos \mathfrak{C} + G \sin \mathfrak{C} \cos \mathfrak{C} \\
& + GH \left( (\cos \psi_1 + \cos \psi_2) \cos \mathfrak{C} - \cos \psi_1 \cos \psi_2 \right) \cos \mathfrak{C} \\
& + (NH \sin \mathfrak{C} + G \cos \mathfrak{C}) J - \frac{N}{2} \left( \frac{N-1}{N} \frac{\mathfrak{R}'}{r} - \mathfrak{A} \right)^2 \sin \mathfrak{C} \\
& + \frac{N \cos^2 \mathfrak{C}}{2 \sin \mathfrak{C}} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta - \alpha \cos \mathfrak{C} \right)^2 \\
& - N \alpha \sin \mathfrak{C} \cos \mathfrak{C} \left( \frac{N-1}{N} \frac{c}{r} + \beta - \frac{\alpha}{2} \cos \mathfrak{C} \right).
\end{aligned}$$

Man sieht daraus, dass die bisherigen Constantenbestimmungen auch hier ausreichen.

### 3.

Das im Vorstehenden angegebene Verfahren mag durch Messungen an einem von der Zeiss'schen Werkstätte in Jena gelieferten Instrument näher erläutert werden.

Der zur Bestimmung von  $e$  und  $f$  an die Kugelfläche angelegte Fühlhebel trug an dem möglichst nahe vertical gestellten längeren Arm eine in Zehntel-Millimeter getheilte Glasplatte. Auf diese war ein Mikroskop mit Fadenkreuz gerichtet, dessen Stellung auf der Scala leicht auf Hundertstel-Millimeter genau abgelesen werden konnte. Der Fühlhebel war in der  $YZ$ -Ebene angelegt, in welcher sich auch der Nullpunkt des Nonius des horizontalen Theilkreises befindet, und bei der Drehung der Halbkugel um die Verticalaxe ergaben sich zu den folgenden Stellungen des Theilkreises die beistehenden Ablesungen des Fühlhebels

0°	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°	360°
8,8	8,8	9,05	9,2	9,35	9,35	9,2	9,0	8,8

Die Zahlen bedeuten Zehntel-Millimeter und zeigen, dass der Mittelpunkt der Halbkugel bei einer Einstellung etwa auf die Mitte zwischen 0° und 45° in der negativen  $Y$ -Axe und in der Mitte zwischen 180° und 225° in der positiven  $Y$ -Axe liegt.

Wir können also setzen

$$e = \varrho \sin(\chi - 22^{1/2}0) \quad f = -\varrho \cos(\chi - 22^{1/2}0),$$

worin  $\varrho$  den Abstand des Mittelpunkts der Halbkugel von der verticalen Drehungsaxe und  $\chi$  den am Theilkreis abgelesenen Winkel bedeutet. Da nun nach der Messung die grösste Differenz der Ablesungen (zwischen  $\chi = 180^0$  und  $\chi = 0^0$ ) 0,055 Millimeter beträgt und das Verhältniss des kurzen Arms des Fühlhebels zu dem langen gleich 1 zu 19,18 ist, so ergibt sich

$$\varrho = \frac{0,055}{2 \cdot 19,18 \cdot \cos 22^{1/2}0} = 0,0016 \text{ Millimeter.}$$

Zur Bestimmung von  $\alpha$  wurde ein Beobachtungsfernrohr in der Brennebene des Objectivs mit einer Theilung versehen und der Winkelwerth der Einheit derselben zu 2'526 bestimmt. Dieses und ein zweites Fernrohr wurden dann wie oben angegeben auf die ebene Fläche der Halbkugel gerichtet und die dort beschriebenen Beobachtungen über die Lage des Fadenkreuzbildes auf der Theilung gemacht. Es ergab sich bei zwei Versuchen

$\varphi$	Lage des Fadenkreuzbildes des		$\vartheta$
	Beobachtungsfernrohrs	Refractometerfernrohrs	
I. $\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = 246^{\circ} 6'13'' \\ \varphi_2 = 219^{\circ} 20'43'' \end{array} \right.$	62,0	100,2	$\vartheta_1 = 38,2 \cdot 2'526 = 96'50$
	58,2	99,3	$\vartheta_2 = 41,1 \cdot 2'526 = 103'82$
II. $\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = 250^{\circ} 6'0'' \\ \varphi_2 = 206^{\circ} 34'50'' \end{array} \right.$	21,7	60,0	$\vartheta_1 = 38,3 \cdot 2'526 = 96'75$
	17,4	60,2	$\vartheta_2 = 42,8 \cdot 2'526 = 108'1$

und daraus nach Gl. (13) für  $\alpha$  die beiden Werthe 9'94 und 10'26, also im Mittel  $\alpha = 10'10 = 0,002938$ .

Weiter wurde eine Natriumflamme vor das Ocular des Refractometerfernrohrs gesetzt, die durch die Halbkugel, deren Brechungsexponent  $N$  für Natriumlicht zu 1,75119 angegeben ist, durchgetretenen Strahlen von einem in die Richtung  $A'O$  gebrachten Beobachtungsfernrohr aufgefangen und die beiden Fadenkreuze genau auf einander eingestellt. Das Mittel der Ablesungen an beiden Nonien des Refractometers ergab  $\mathfrak{B}_1 = 34^{\circ} 28'26''$ . Nun wurde das Beobachtungsfernrohr beleuchtet und das mit der

getheilten Glasplatte versehen in der Richtung  $B'O$  so aufgestellt, dass an einer die Theilstriche senkrecht schneidenden Graden das Bild des Fadenkreuzes jenes Fernrohrs erschien. Es lag auf der von links nach rechts, im Sinn der negativen  $X$  gerechneten Theilung bei 58,5. Das Refractometerfernrohr wurde sodann auf die andere Seite der Halbkugel gedreht, mit der Natriumflamme beleuchtet und so eingestellt, dass sein Fadenkreuz ebenfalls auf der zu den Theilstrichen senkrechten Graden erschien. Es lag bei 83,6 und die Ablesungen an den Nonien ergaben  $\mathfrak{B}_2 = 325^\circ 49' 30'' 5$ . Daraus folgt

$$\psi = 34^\circ 19' 27'' 75$$

und da ein Theilstrich gleich 2,526 Minuten oder in Theilen des Radius gleich 2,526.0,0002909 ist

$$\varepsilon = 25,1 \cdot 2,526 \cdot 0,0002909,$$

also nach Gleichung (14)

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{N-1}{N} \frac{c-e}{r} + \beta = \frac{\varepsilon}{2N} + \alpha \cos \psi = \frac{25,1 \cdot 2,526 \cdot 0,0002909}{2 \cdot 1,75119} \\ &+ 10,10 \cdot 0,0002909 \cos 34^\circ 19' 27'' 75 = 0,00769. \end{aligned}$$

Bei diesen Messungen war der horizontale Theilkreis auf  $22\frac{1}{2}^\circ$  eingestellt, also  $e = 0$ , es hat daher auch der in dem letzten Glied der Gl. (12), (19), (20) vorkommende Ausdruck

$$\frac{N-1}{N} \frac{c}{r} + \beta \text{ den eben bestimmten Werth.}$$

Einstellungen auf die Grenze des durchgehenden Natriumlichtes bei Luft und Wasser ergaben die folgenden Ablesungen:

Luft.

	Fernrohr rechts	Fernrohr links
	34° 58' 38'' 5	325° 19' 4'' 0
	34° 58' 21'' 5	325° 19' 19'' 0
	34° 58' 17'' 5	325° 19' 15'' 0
Mittel	34° 58' 25'' 8	325° 19' 12'' 7.

## Wasser.

Fernrohr rechts	Fernrohr links
49° 44' 6'' 5	310° 33' 52'' 5
49° 43' 59'' 0	310° 33' 50'' 5
49° 43' 53'' 5	310° 33' 49'' 5
<hr/> Mittel 49° 43' 59'' 7	<hr/> 310° 33' 50'' 8.

Beziehen wir den Index 1 auf Luft und 2 auf Wasser, so ist also

$$\begin{aligned} \mathfrak{B}_1 &= 34^\circ 58' 25'' 8 & \mathfrak{C}_1 &= 34^\circ 40' 47'' 3 \\ \mathfrak{B}_2 &= 49^\circ 43' 59'' 7 & \mathfrak{C}_2 &= 49^\circ 26' 9'' 2 \\ \psi_1 &= 34^\circ 49' 36'' 5 & \psi_2 &= 49^\circ 35' 4'' 5. \end{aligned}$$

Daraus nach (17):

$$H = \frac{-12'' 0}{2(\cos 49^\circ 35' 4'' 5 - \cos 34^\circ 49' 36'' 5)} = 0,000168$$

$$J = \frac{17' 38'' 5 \cdot \cos 49^\circ 45' 4'' 5 - 17' 50'' 5 \cdot \cos 34^\circ 49' 36'' 5}{2(\cos 49^\circ 35' 4'' 5 - \cos 34^\circ 49' 36'' 5)} = 0,002704$$

und da sich  $M_0 = 0,000014$  ergibt, nach (18)

$$G = -\frac{0,000114}{\sin \psi_0 \cos \psi_0} = -0,000243.$$

Damit bekommen wir nach (19)

$$(19^*) \quad n = N \sin \psi - 0,000243 \sin \psi \cos \psi + \frac{\cos \psi}{10^6 \sin \psi} (59 \cos \psi - 40)$$

und nach (21) resp. (21a)

$$(21^*) \quad \begin{aligned} n &= N \sin \mathfrak{B} - \frac{N \cos \mathfrak{B}}{10^6} (2704 - 168 \cos \mathfrak{B}) \\ &- 0,000243 \sin \mathfrak{B} \cos \mathfrak{B} - \frac{NJ^2}{2} \sin \mathfrak{B} + \frac{\text{ctg } \mathfrak{B}}{10^6} (59 \cos \mathfrak{B} - 40) \end{aligned}$$

$$(21a^*) \quad \begin{aligned} n &= N \sin \mathfrak{C} + \frac{N \cos \mathfrak{C}}{10^6} (2704 - 168 \cos \mathfrak{C}) \\ &- 0,000243 \sin \mathfrak{C} \cos \mathfrak{C} - \frac{NJ^2}{2} \sin \mathfrak{C} + \frac{\text{ctg } \mathfrak{C}}{10^6} (59 \cos \mathfrak{C} - 40). \end{aligned}$$

Besonders die Gleichung (19\*) gestattet ein sehr bequemes Arbeiten. Die Correctionsglieder sind hier infolge der genauen

Ausführung und Justirung des Instruments so klein, dass ihr Werth leicht aus der folgenden kleinen Tafel entnommen werden kann.

$\psi$	Correction
35°	— 0,000102
40°	— 0,000114
45°	— 0,000120
50°	— 0,000121
55°	— 0,000119
60°	— 0,000111
65°	— 0,000100
70°	— 0,000085
75°	— 0,000068
80°	— 0,000047
85°	— 0,000024
90°	0

Das letzte Glied  $\frac{\text{ctg } \psi}{10^6} (59 \cos \psi - 40)$  trägt darin bis zu 12 Einheiten der sechsten Stelle bei. Dieselbe Tafel kann auch zur Ermittlung des Werths der drei letzten Glieder in (21\*) und (21a\*) dienen, wenn man noch beachtet, dass in Folge des vorletzten Glieds bei den zwei ersten Werthen (für 35° und 40°) 4, bei den drei folgenden (45°—55°) 5 und bei den übrigen 6 Einheiten der sechsten Stelle hinzuzufügen sind, so dass man hat für 35°: — 0,000106 u. s. w.

Beispiel. Mit Anwendung reflectierten Lichtes ergab sich bei einem Glasprisma, dessen Brechungsexponent von der Zeiss'schen Werkstätte zu 1,50094 angegeben war, als Mittel mehrerer Messungen

$$\mathfrak{B} = 59^\circ 9'5''9 \quad \mathfrak{C} = 58^\circ 51'16''5 \quad \text{also}$$

$$\psi = 59^\circ 0'11''2.$$

Daraus folgt  $N \sin \psi = 1,501110$ , abzuziehen ist der obigen Tafel gemäss 0,000113, also haben wir

$$n = 1,50100,$$

was um 6 Einheiten der fünften Stelle grösser ist, als der angegebene Werth, ein Resultat, welches mit Rücksicht darauf,

dass nach Mittheilung der Zeiss'schen Werkstatt die Brechungsexponenten sowohl der Halbkugel als des Prismas mit einer Unsicherheit von 3—4 Einheiten der letzten Stelle behaftet sind und dass sie sich auf eine Temperatur von 18—19° C. beziehen, während unsere Messungen bei erheblich höherer Temperatur stattfanden, als befriedigend zu bezeichnen ist.

Benutzen wir die Gleichung (21\*), so bekommen wir

$$N \sin \mathfrak{B} = 1,503444,$$

für das zweite Glied:  $-0,002351$  und die Summe der drei letzten nach der Tafel mit Berücksichtigung der beigefügten Bemerkung:  $-0,000119$ , also

$$n = 1,50097.$$

Endlich ergibt Gleichung (21a\*)

$$N \sin \mathfrak{C} = 1,498769,$$

für das zweite Glied:  $+0,002370$  und die Summe der drei letzten wie eben  $-0,000119$ , also

$$n = 1,50102.$$

#### 4.

Ich will noch zeigen, wie mit Hülfe eines kleinen Zusatzprismas Brechungsexponenten bestimmt werden können, die grösser sind als der der Halbkugel.

In der Fig. 5 bedeute  $ABC$  ein auf die Halbkugel aufgelegtes spitzwinkliges Prisma von starkbrechendem Glase, dessen Brechungsexponent  $N_1$  grösser als  $N$ , der Brechungsexponent der Halbkugel sei. Wird auf dies Prisma ein Körper vom Brechungsexponent  $n$  gelegt und ist  $i$  der Grenzwinkel der Totalreflexion an der Berührungsfläche, so ist

$$n = N_1 \sin i.$$

Der Winkel, unter welchem die Grenzstrahlen auf die andere Prismenfläche einfallen ist nun  $i - \zeta$ , wenn  $\zeta$  den Prismenwinkel bedeutet, und wenn wir durch  $\omega$  den Winkel bezeichnen, unter dem die Strahlen in die Halbkugel eintreten, so ist

$$N_1 \sin (i - \zeta) = N \sin \omega.$$

Daraus ergibt sich

$$n = N \sin \omega \cos \zeta + \sin \zeta \sqrt{N_1^2 - N^2 \sin^2 \omega}.$$

Hierin ersetzen wir  $N \sin \omega$  durch seinen Werth aus Gl. (8) (resp. 8a), indem wir, um etwas zu vereinfachen, die Stellung der Halbkugel wo  $e = 0$  ist voraussetzen und dem entsprechend die beiden letzten Glieder zusammenziehen. Es ist dabei aber zu beachten, dass wir jetzt, wenn auf der andern Seite der Halbkugel beobachtet werden soll, diese selbst um  $180^\circ$  drehen müssen, weil das Licht von derselben Seite des Prismas einfallen muss; dadurch geht bei der zweiten Beobachtung  $f$  in  $-f$  über, wodurch das Vorzeichen des Glieds mit  $f$  in  $K'$  sich ändert. Wir bekommen so

$$\begin{aligned} n &= N \sin \varphi \cos \zeta + \sin \zeta \sqrt{N_1^2 - N^2 \sin^2 \varphi} \\ &+ (N-1) \frac{K}{r} \cos \varphi \left( \cos \zeta - \frac{N \sin \varphi \sin \zeta}{\sqrt{N_1^2 - N^2 \sin^2 \varphi}} \right) \\ &- \frac{(N-1)^2}{2} \frac{K^2}{r^2} \left( \frac{\sin \varphi \cos \zeta}{N} + \frac{N_1^2 \cos 2 \varphi + N^2 \sin^4 \varphi}{(N_1^2 - N^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \sin \zeta \right) \\ &+ N \operatorname{ctg} \varphi \left( \frac{\alpha^2 + \gamma^2}{2} \cos \varphi - \alpha \gamma \right) \left( \cos \zeta - \frac{N \sin \varphi \sin \zeta}{\sqrt{N_1^2 - N^2 \sin^2 \varphi}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n &= -N \sin \varphi' \cos \zeta + \sin \zeta \sqrt{N_1^2 - N^2 \sin^2 \varphi'} \\ &- (N-1) \frac{K'}{r} \cos \varphi' \left( \cos \zeta + \frac{N \sin \varphi' \sin \zeta}{\sqrt{N_1^2 - N^2 \sin^2 \varphi'}} \right) \\ &+ \frac{(N-1)^2}{2} \frac{K'^2}{r^2} \left( \frac{\sin \varphi' \cos \zeta}{N} - \frac{N_1^2 \cos 2 \varphi' + N^2 \sin^4 \varphi'}{(N_1^2 - N^2 \sin^2 \varphi')^{3/2}} \sin \zeta \right) \\ &- N \operatorname{ctg} \varphi' \left( \frac{\alpha^2 + \gamma^2}{2} \cos \varphi' - \alpha \gamma \right) \left( \cos \zeta + \frac{N \sin \varphi' \sin \zeta}{\sqrt{N_1^2 - N^2 \sin^2 \varphi'}} \right). \end{aligned}$$

Setzen wir hierin wieder wie oben

$$\varphi = \psi + \delta \quad \varphi' = -\psi + \delta,$$

so erhalten wir nach einigen Umformungen

$$\begin{aligned}
(22) \quad n = & N \sin \psi \cos \zeta + \sin \zeta \sqrt{N_1^2 - N^2 \sin^2 \psi} \\
& + \frac{N-1}{r} (g \sin \psi - f \cos \psi) \cos \psi \left( \cos \zeta - \frac{N \sin \psi \sin \zeta}{\sqrt{N_1^2 - N^2 \sin^2 \psi}} \right) \\
& + \frac{(N-1)^2}{Nr^2} a \sin \psi \cos \psi (a \cos \psi + b) \left( \cos \zeta - \frac{N \sin \psi \sin \zeta}{\sqrt{N_1^2 - N^2 \sin^2 \psi}} \right) \\
& - \frac{(N-1)^2}{2r^2} (g \sin \psi - f \cos \psi)^2 \left( \frac{\sin \psi \cos \zeta}{N} + \frac{N^2 \sin^4 \psi + N_1^2 \cos 2\psi}{(N_1^2 - N^2 \sin^2 \psi)^{3/2}} \sin \zeta \right) \\
& \quad - \frac{N_1^2 (N-1)^2 \sin^2 \psi \sin \zeta}{r^2 (N_1^2 - N^2 \sin^2 \psi)^{3/2}} (a \cos \psi + b)^2 \\
& + N \operatorname{ctg} \psi \left( \frac{\alpha^2 + \gamma^2}{2} \cos \psi - \alpha \gamma \right) \left( \cos \zeta - \frac{N \sin \psi \sin \zeta}{\sqrt{N_1^2 - N^2 \sin^2 \psi}} \right).
\end{aligned}$$

und wenn wir den Hülfswinkel  $\chi$  einführen, indem wir setzen

$$(23) \quad \sin \chi = \frac{N}{N_1} \sin \psi$$

$$\begin{aligned}
(24) \quad n = & N_1 \sin(\chi + \zeta) + \frac{N-1}{r} (g \sin \psi - f \cos \psi) \cos \psi \frac{\cos(\chi + \zeta)}{\cos \chi} \\
& + \frac{(N-1)^2}{Nr^2} a \sin \psi \cos \psi (a \cos \psi + b) \frac{\cos(\chi + \zeta)}{\cos \chi} - \frac{(N-1)^2 \sin^2 \psi (a \cos \psi + b)^2 \sin \zeta}{r^2 N_1 \cos^3 \chi} \\
& - \frac{(N-1)^2}{2r^2} (g \sin \psi - f \cos \psi)^2 \left( \frac{\sin \psi \cos(\chi + \zeta)}{N \cos \chi} + \frac{\cos^2 \psi \sin \zeta}{N_1 \cos^3 \chi} \right) \\
& + N \operatorname{ctg} \psi \left( \frac{\alpha^2 + \gamma^2}{2} \cos \psi - \alpha \gamma \right) \frac{\cos(\chi + \zeta)}{\cos \chi}.
\end{aligned}$$

Den numerischen Bestimmungen gemäss, die wir für unser Instrument gefunden haben, können wir also setzen:

$$(24^*) \quad n = N_1 \sin(\chi + \zeta) - C \frac{\cos(\chi + \zeta)}{\cos \chi},$$

worin

$$C = 0,000243 (1 - 0,2 \operatorname{ctg} \psi) \sin \psi \cos \psi - \frac{\operatorname{ctg} \psi}{10^6} (59 \cos \psi - 40)$$

gesetzt ist und aus folgender Tabelle entnommen werden kann:

$\psi$	$c$
35°	0,000069
40°	0,000085
45°	0,000095
50°	0,000101
55°	0,000103
60°	0,000099
65°	0,000091
70°	0,000079
75°	0,000065
80°	0,000046
85°	0,000024
90°	0

Ich habe mir für die Anwendung dieser Methode zwei kleine spitzwinklige Prismen anfertigen lassen, das eine vom Brechungs-exponenten 1,8409 für Natriumlicht und dem Winkel  $\zeta = 12^\circ 4'50''$ , das andere vom Brechungsexponent 1,9625 und  $\zeta = 17^\circ 56'27''$ . Mit ihnen kann man Exponenten bis 1,93 bestimmen. Die experimentelle Prüfung der Methode ergab vollkommen befriedigende Resultate. Ich lasse als Beispiel die Bestimmung des Brechungs-exponenten des schon oben (S. 18) benutzten Prismas unter Anwendung des ersten Hilfsprismas ( $n = 1,8409$ ) folgen.

Die Messung des Winkels  $\psi$  ergab

$$\psi = 44^\circ 29'42''.$$

Damit folgt aus (23):

$$\chi = 40^\circ 29'0'', \text{ also } \chi + \zeta = 52^\circ 33'50''$$

und nach (24\*)

$$\begin{aligned} n &= 1,5010 - 0,0001 \\ &= 1,5009 \end{aligned}$$

in Uebereinstimmung mit dem von der Werkstatt angegebenen Werth.

---

In der Sitzung vom 8. Februar 1893 legte Dr. Zumstein Corrosionspräparate der Leber vor.

---

Von eingegangenen Schriften waren aufgelegt:

- Atti della Reale Accademia dei Lincei. Anno 289. Rendiconti  
Vol. I. fasc. 1. u. 2. Roma 1892.
38. Bericht des Vereins für Naturkunde zu Kassel. Kassel 1892  
Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. 1892.  
11—14 einschl.
- Rendiconti dell' Accademia della Scienze fisiche e matematiche  
di Napoli Serie 2 Vol. VI fase. 7—12. Napoli 1892.
- Bergens Museums Aarsberetning for 1891. Bergen 1892.
- Journal of the Elisha Mitchell Scientific Society 1892.
- Annual Reports of the Curator of the Museum of comparative  
Zoology at Harvard College 1891—92. Cambridge 1892.
- Bulletin of the Museum of comparative Zoology Vol. XXIII No. 4.  
Cambridge 1892.
- The American Naturalist Vol. XXVII No. 313. January 1893.
- Journal of the New-York Microscopical Society Vol IX No. 1.  
New-York. 1893.
- Boletin de la Accademia Nacional de ciencias en Cordoba.  
Tom. XI Entr. 4 Tom X Entr. 4. Buenos Aires 1889/90.
- Programme de la Société batave de philosophie expérimentale  
te Rotterdam 1892.
- Deutsche botanische Monatsschrift Jahrg. X No. 7—12.
- Societatum Litterae 6 Jahrg. No. 11—12.
- Helios 1892 10 Jahrg. No. 9.
- Verhandlungen des botanischen Vereins der Provinz Brandenburg  
Jahrg. 33. u. 34. Berlin 1892/93.
- Mitteilungen aus dem naturwissenschaftlichen Verein für Neu-  
vorpommern u. Rügen. Jahrg. 24. Berlin 1892.
- Jahresheft des naturwissenschaftlichen Vereins für das Fürstenthum  
Lüneburg XII. Lüneburg 1893.
- Neunter Jahresbericht des naturwissenschaftlichen Vereins zu  
Osnabrück. Osnabrück 1893.
- Sitzungsbericht der Gesellschaft für Morphologie u. Physiologie  
in München VIII. Heft 2 u. 3. Heft I. München 1893.
- Bericht über den naturwissenschaftl. Verein zu Zerbst 1887—92.  
Zerbst 1892.
- Abhandl. vom naturwissenschaftl. Verein zu Bremen XII Heft 3.  
Bremen 1893.
- Jahresheft des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württem-  
berg Jahrg. 48. Stuttgart 1892.
- Verhandl. der Berliner medicin. Gesellschaft aus 1892 Bd. XXIII.  
Berlin 1893.
- Notizblatt des Vereins für Erdkunde in Darmstadt IV Folge  
Heft 13. Darmstadt 1892.

- Verhandl. des naturforschenden Vereins in Brünn Bd. XXX nebst  
X Bericht der meteorolog. Commission. Brünn 1892.
- Bericht des naturwissenschaftlich-med. Vereins in Innsbruck  
Jahrg. XX. Innsbruck 1893.
- Bericht der Lese- u. Rede-Halle der deutschen Studenten in  
Prag über 1892. Prag 1893.
- Ertesitö vom siebenbürgischen Museumverein 1892. Heft 2 u. 3.  
Kolozcvart 1892.
- Bericht über die Thätigkeit der St. Gallischen Naturwissen-  
schaftlichen Gesellschaft 1890/91. St. Gallen 1892.
- Mittheilungen des naturwissenschaftlichen Vereins für Steiermark  
Jahrg. 1891. Graz 1892.
- Abhandl. der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft  
Bd. 18 Heft I. Frankfurt a. M. 1892
- Verhandl. des naturhistorischen Vereins der preuss. Rheinlande  
u. s. w. Jahrg. 49 2. Hälfte. Bonn 1892.
- Führer durch die geologischen Sammlungen in Königsberg.  
Königsberg 1892.
- Verhandl. der K. K. geologischen Reichsanstalt 1892, 15—18,  
1893, 1—5 u. 6—10.
- Leopoldina Heft 28 Nr. 23—24. Heft 29 Nr. 1—16.
- Deutsche botanische Monatsschrift Jahrg. XI. Nr. 1.
- Bulletin de la Société impériale des Naturalistes de Moscou 1892  
Nr. 3 u. 4.
- Bolletino del R. Comitato Geologico d' Italia. Anno XXII  
Nr. 1—4. Roma 1891.
- Atti della R. Accademia dei Lincei. Anno 290. Rendiconti  
Vol. II. fasc. 1—6.
- Rendiconti dell' Accademia delle Scienze fisiche e matematiche  
Vol. VI fasc. 1—4. Napoli 1893.
- Bulletin of the Museum of comparative Zoology at Harvard  
College. Vol. XXII Nr. 11 u. 12. Vol. XXIII Nr. 5 u. 6.  
Vol. XXIV Nr. 1 u. 4—7. Vol. XXVI Nr. 13. Cambridge 1893.
- Proceedings of the Boston Society of natural history. Vol. XXV.  
Memoirs Vol. IV Nr. X. Boston 1892.
- Smithsonian Report 1892. Washington 1891.
- Journal and Proceedings of the Royal Society of New South Wales.  
Vol. XXVI. Sydney 1892.

Fig. 1.

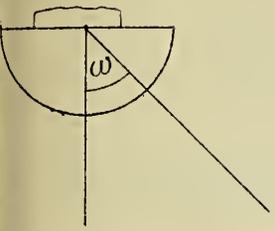


Fig. 2.

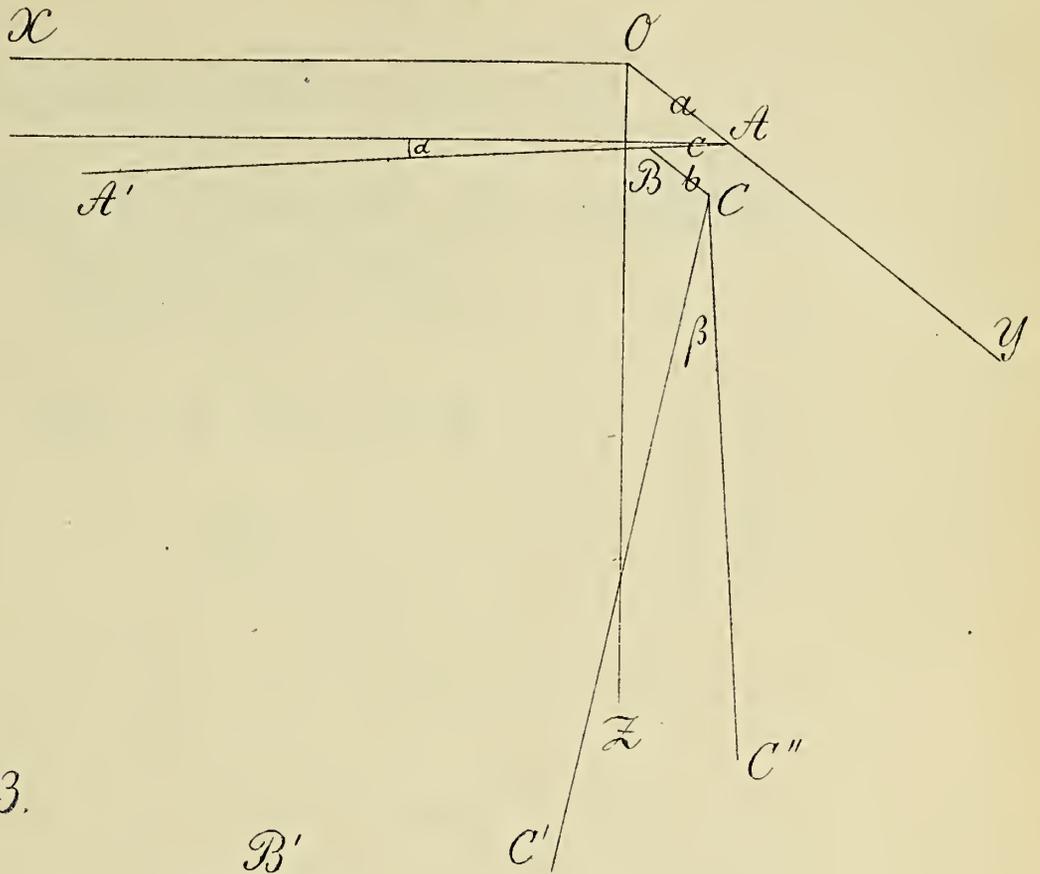


Fig. 3.

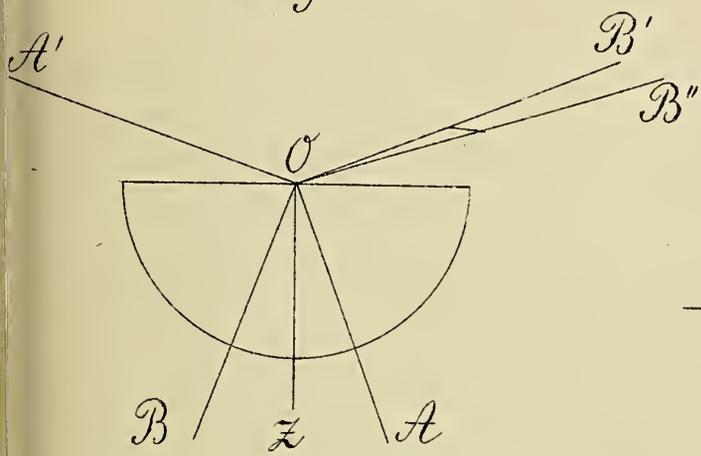


Fig. 4.

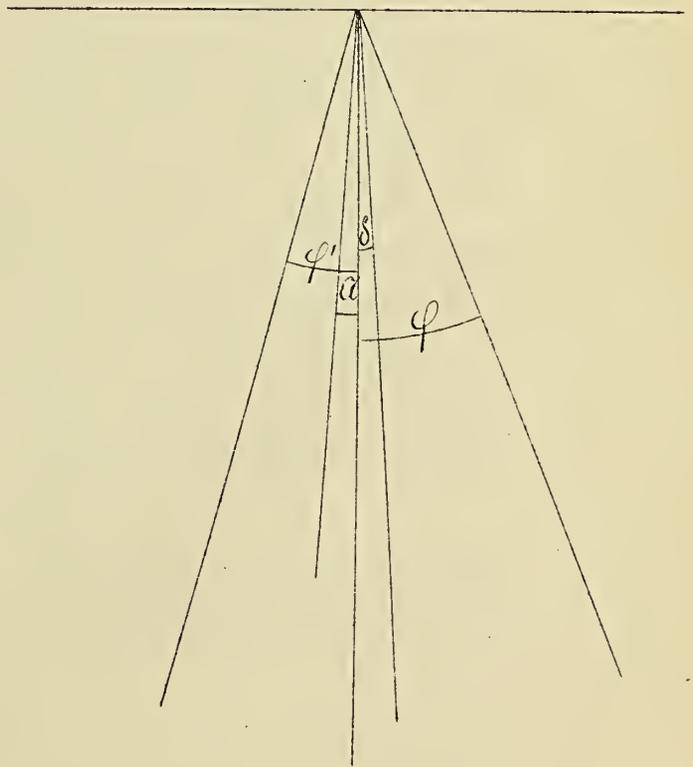
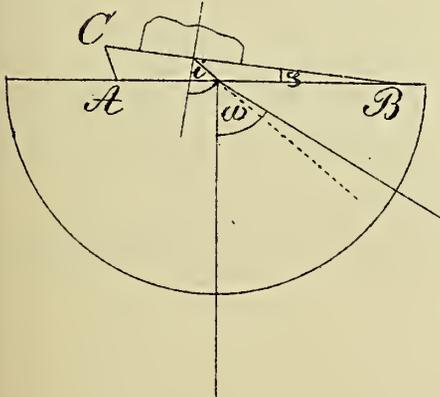


Fig. 5.





# Sitzungsberichte

der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten  
Naturwissenschaften

zu

**M a r b u r g.**

---

---

**N**<sup>ro.</sup> 3.

**Juni.**

**1893.**

---

---

In der Sitzung vom 14. Juni 1893 berichtete Herr Marchand über einen anscheinend

**noch nicht näher bekannten Kapsel-Bacillus,**

welcher in grosser Menge in dem Exsudat einer lobären Pneumonie gefunden wurde. Die pneumonische Infiltration nahm den oberen Lappen der rechten Lunge einer 74jährigen Frau ein, und zeichnete sich durch sehr auffallend gelblichweisse, stellenweise rein weisse Farbe der Schnittflächen bei grosser Weichheit und schleimiger Beschaffenheit des Exsudates aus. Bei mikroskopischer Untersuchung fanden sich darin Bacillen von sehr verschiedener Länge, theils kurze kokkenähnliche Formen, theils lange geschlängelte Fäden, welche sämmtlich durch sehr breite Kapseln ausgezeichnet waren, während der eigentliche sich leicht färbende Bakterienkörper im Innern der Fäden geringe Dicke und unregelmässige Gliederung zeigte. Die Bakterien fanden sich häufig im Innern der stark vergrösserten mit Vacuolen versehenen Exsudatzellen, aber auch zwischen denselben stellenweise dicht an einander gedrängt. Andere Bakterienformen wurden nicht gefunden.

Die Kapselbacillen liessen sich leicht auf den gewöhnlichen Nährmaterialien cultiviren, sowohl bei Zimmer-Temperatur als

im Wärmeschrank; am üppigsten wuchsen sie bei Blutwärme auf Agar-Agar; sie bildeten hier einen zäh-schleimigen durchscheinenden Ueberzug von graugelblicher Farbe, welcher mikroskopisch hauptsächlich aus kurzgliedrigen mit Gallerthüllen versehenen Stäbchen, theilweise auch aus längeren Fäden bestand.

Infectionsversuche an Thieren ergaben, dass diese Bacillen leicht auf Mäuse und auf Meerschweinchen, ferner auf Katzen, weniger leicht auf Hunde übertragbar waren. Sie bringen bei diesen Thieren erstens lokal entzündliche Veränderungen, sodann aber auch Entzündungsprocesse in entlegenen Organen und allgemeine Infection hervor. Diese tritt bei Mäusen stets in kurzer Zeit ein, charakterisirt durch das Auftreten zahlreicher Kapselbakterien im Blute, besonders in der Milz. Die lokalen Veränderungen bestehen bei Mäusen und Meerschweinchen in dicken gallertigen Infiltraten, deren Mitte eine mehr weissliche, deutlicher eitrig Beschaffenheit annimmt. Das Infiltrat besteht grösstentheils aus dicht gedrängten Kapselbakterien und mehr oder weniger reichlichen Leukocyten. Direkte Einführung sehr kleiner Mengen einer Agar-Cultur in die Peritonealhöhle von Meerschweinchen hat in kurzer Zeit den Tod an Peritonitis zur Folge; das in der Bauchhöhle sich bildende Exsudat hat stets eine sehr schleimige fadenziehende Beschaffenheit, blassgraue Farbe und enthält ausser nicht sehr reichlichen Eiterkörperchen massenhafte Kapselbacillen in Form von kurzen kokkenähnlichen Stäbchen, selten etwas längere Fäden. Nach Injection einer geringen Menge einer Bacillen-Cultur in die Trachea bildeten sich in den Lungen beim Meerschweinchen gelbe aus infiltrirtem und dann nekrotisirtem Lungenparenchym bestehende Herde, und reichliches pleuritische Exsudat von derselben Beschaffenheit wie die peritonitische Flüssigkeit. Bei einem Hunde wurde bei der intravenösen Injection eine Meningitis, welche sich ebenfalls durch ein schleimiges durchscheinend graues äusserst bacillenreiches Exsudat auszeichnete, und die Bildung zahlreicher kleiner Bakterienherde in den Nieren beobachtet. Katzen zeigten

besonders grosse Neigung zur Entwicklung subcutaner progressiver Abscesse mit Nekrose der Haut, sehr reichliche schleimige blassgraugelbliche Absonderung, während die Wänden der ausgedehnten Höhlen mit weichen schwammigen leicht blutenden Granulationen ausgekleidet waren. Als besonders eigenthümlich ist das Auftreten einer Panophthalmitis bei Katzen zu erwähnen; bei einem Thiere entstand eine solche einseitig als einzige Folge der intravenösen Injection, bei einem andern Thiere doppelseitig. Im Innern des getrübten Glaskörpers fanden sich ausserordentlich reichliche oft zu längeren Fäden ausgewachsene Bacillen, welche stellenweise die Innenfläche der Retina in dicker Schicht bedeckten. In dem ersten Falle war ein Durchbruch an den Grenzen der sehr stark infiltrirten Cornea eingetreten. Die in dem schleimigen Eiter der subcutanen Abscesse der Katzen enthaltenen Bacillen zeichneten sich durch grössere Länge und besonders schön entwickelte Kapseln aus, und glichen vollständig denjenigen aus der menschlichen Lunge, während bei den schneller ablaufenden Processen die kurzgliedrigen Formen überwiegend vorkamen.

Die endzündungserregende Eigenschaft dieser Bakterien ist durch die Thiersversuche hinreichend sicher erwiesen, und daher ist wohl die Annahme gestattet, dass dieselben bei ihrer massenhaften und ausschliesslichen Anwesenheit in dem pneumonischen Exsudat ebenfalls die Ursache des Krankheitsprocesses darstellten.

Diese Bacillen gehören einer grösseren Gruppe von Kapsel-Bacillen an, welche sich durch eine grosse Uebereinstimmung sowohl in morphologischer Hinsicht, als in ihrem Verhalten in den Culturen, als auch im Thierkörper auszeichnen. Dahin gehören der Friedlaender'sche Pneumonie-Bacillus, der Pfeiffer'sche Kapsel-Bacillus, ferner der von Bordone-Uffroduzzi vor einigen Jahren in mehreren Fällen beim Menschen aufgefundenen und als *Proteus incapsulatus hominis* bezeichnete, sodann der von Fasching beschriebene *Bacillus capsulatus mucosus*. Am meisten Aehnlichkeit scheint die oben näher geschilderte Form mit dem letzterwähnten zu haben, doch ist

die Identität beider noch nicht sicher. Dies wäre besonder aus dem Grunde von Interesse, weil der Kapselbacillus Fasching's in zwei Fällen akuter Nasenrachenaffection mit typhoiden Erscheinungen beim Menschen beobachtet wurde. Auch der neuerdings von Paulsen beschriebene schleimbildende Kapselbacillus, welcher in zahlreichen Fällen von atrophirender Rhinitis gefunden wurden, und am meisten mit dem Friedlaenderschen übereinstimmen soll, gehört in diese Gruppe.

Ausführliche Mittheilung wird an anderer Stelle erfolgen.

---

Von eingegangenen Schriften waren aufgelegt:

- Proceedings of the Academy of natural Sciences of Philadelphia 1892. Part. II. Philadelphia 1892.  
 The American Naturalist. Vol. XXVII. Nr. 314—317. Philadelphia 1893.  
 New York State Museum 45. Albany 1892.  
 Journal of the New York Microscopical Society. Vol. IX Nr. 2. New York 1893.  
 University of Nebraska 6. Report. Bulletin Nr. 26 u. 27. Lincoln 1892.  
 Report of the Naval Observatory 1892. Washington 1892.  
 Memoirs and Proceedings of the Manchester literary and philosophical society. Vol. VI. Vol. VII Nr. 1. Manchester 1892/93.  
 Tromsö Museums: Aarsberetning 1890, 1891. Aarshefter 15. Tromsö 1892/93.  
 Regenvaarnemingen in Nederlandsch Indië. Dr. van der Stock. Batavia 1892.  
 Observations of the Magnetical and meteorological Observatory at Batavia. Vol. XIV. Batavia 1892.  
 Anales del Instituto fisico-geografico y del museo nacional de Costa Rica. Tom. III 1890. San Jose de Costa-Rica 1892.  
 Atti e Rendiconti della Accademia Medico-Chirurgica di Perugia. Vol. IV fasc. 3 u. 4. Perugia 1892.  
 Bulletin of the Museum of eomparative Zoology at Harvard College. Vol. XXIV Nr. 3. Cambridge 1893.

# Sitzungsberichte

## der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften

zu

### M a r b u r g.

---

---

**N**ro. 4

Juli.

1893.

---

---

In der Sitzung vom 26. Juli 1893 spricht Herr Professor  
Dr. Barth

#### **Zur Theorie des Hörens im inneren Ohr.**

Zur Erklärung der Vorgänge, die sich beim Akte des Hörens im Ohr, und besonders im inneren Ohre abspielen, hat Helmholtz eine Theorie aufgestellt, welche recht schnell um so mehr allgemeinen Beifall fand, als sie sich in recht einfacher Weise in physikalisch-physiologischem Sinne an den Bau des inneren Ohres anschloss und daher auch nicht schwer zu verstehen war. So ist es denn gekommen, dass schon seit mehreren Jahren von vielen Seiten diese Theorie gewissermassen als feststehender Lehrsatz hingestellt und von ihm aus manche normale, und noch mehr manche pathologische Erscheinung des Hörens erklärt worden ist. In den letzten Jahren habe ich auch schon mehrfach Zweifel gegen diese Theorie äussern hören, obwohl es meines Wissens bisher von keiner Seite zu einer Aussprache darüber gekommen ist. Das ist der Grund, warum ich es für angezeigt halte, vor Ihnen auf Grund der Anatomie die Vorgänge durchzusprechen, wie sie sich nach meiner Vorstellung im inneren Ohre beim Einwirken einer Schallbewegung abspielen müssen. Zugeben muss ich freilich im voraus, dass wir leider auch dabei nicht viel über die Theorie herauskommen, obwohl für manche Punkte auch ein experimenteller Beweis nicht unmöglich wäre.

Die Helmholtz'sche Theorie bezieht sich im wesentlichen nur auf die Schnecke, in welche wegen ihres regelmässigen Aufbaues die Wahrnehmung der Töne verlegt wurde. Der Vorhof wurde für das Hören der Geräusche in Anspruch genommen. Diese Anschauung scheint jedoch in den letzten Jahren mehr und mehr in Vergessenheit zu gerathen, seitdem durch eine Reihe von Arbeiten nunmehr wohl als feststehend angesehen werden darf, dass die halbzirkelförmigen Kanäle gewisse Beziehungen zu der Gleichgewichtslage des Körpers haben.

Bei dem Vorgange des Hörens kommt zunächst in Betracht, in welcher Weise der Schall dem Nervenendapparat zugeleitet wird. Helmholtz hat zuerst die Ansicht ausgesprochen, dass man nicht annehmen könne, dass die Hörknöchelchen, also auch die Steigbügelplatte, die Schallschwingungen als solche einfach weiter tragen, sondern dass hier die Schallbewegung sich in eine hin und her gehende Massenbewegung umwandle. Obwohl diese Ansicht sich auch anzweifeln lässt, ist sie doch hier von nebensächlicher Bedeutung. Die Hauptfrage ist: wie bewegen sich die Schallwellen im Labyrinth? Unter annähernd normalen Verhältnissen wird die Steigbügelplatte die Bewegung auf die Labyrinthflüssigkeit übertragen. Nimmt man an, dass die Steigbügelplatte sich nicht in Massenbewegung sondern in molekularer Schwingung befinde, so ist auch für die Bewegung im Labyrinth die wahrscheinlichste Form die molekulare. Hiergegen als Grund die Incompressibilität des Wassers anzuführen, geht deswegen nicht an, weil Flüssigkeit überall genügende Elasticität besitzt, um Schallwellen als solche fortzupflanzen, und es besteht kein plausibler Grund, weshalb diese Verhältnisse im inneren Ohre andere sein sollten. Ja, man muss sogar nach Analogie jener Erscheinungen annehmen, dass, selbst wenn die Steigbügelplatte in periodischen Massenbewegungen schwingt, diese bei ihrer Einwirkung auf die Labyrinthflüssigkeit sich in echte Schallschwingungen umwandeln und als solche weiterbewegen müssen.

Als weiterer Grund gegen die molekulare Bewegung im inneren Ohre wird dann eingeworfen, dass der Raum zu klein sei, als dass man eine echte Schallbewegung in ihm annehmen

könne. Es scheint mir da oft, als wenn es Manchem schwer würde, den Unterschied zwischen einem tonerzeugenden oder selbsttönenden Körper einerseits, und einem solchen, der die übertragenen Schallwellen nur weiterleitet oder in erzwungener Schallbewegung sich befindet, andererseits festzuhalten. Für selbsttönende Körper würde jener Einwurf berechtigt sein, für schallleitende nicht. Entweder sind sie mehr oder weniger gute Leiter, dann geht die Schallbewegung hindurch, oder sie sind schlechte Leiter, dann wird der Schall gedämpft, d. h. mehr oder weniger schnell aufgehoben. Und wie ich schon vorher betont habe, Flüssigkeit ist ein schalleitender Körper, und durchaus kein schlechter.

Es wird nun von einigen Seiten die Massenbewegung noch herangezogen, um den Vorgang anschaulicher zu machen: Da nur stets ein verhältnissmässig kleiner Theil einer Schallwelle im inneren Ohre sich bewegt und bei der ganzen Welle durch die wechselnde Verdünnung und Verdichtung doch eine hin- und hergehende Bewegung bedingt wird, so wird gerade bei der Kleinheit des Raumes die eigentliche Schallbewegung zum Verschwinden kommen und die Bewegung als eine Hin- und Herschiebung der gesammten Flüssigkeitsmasse aufgefasst werden können. Diese Art der Betrachtung ist deswegen vollständig zu verwerfen, weil wir es hier mit zwei ganz verschiedenen Arten von Bewegung zu thun haben mit ganz verschiedenen physikalischen Eigenschaften und auch darum schon von ganz verschiedener physiologischer Dignität. Massenbewegungen sind im engen Raum fest eingeschlossen; Schallbewegungen können nicht nur vom Steigbügel und Knochen der Labyrinthkapsel auf die Labyrinthflüssigkeit übertragen, sondern von dieser auf jene wieder abgegeben werden. Wo Massenbewegungen sich kreuzen oder auf einen Widerstand stossen, und beides ist im inneren Ohre der Fall, da müssen unberechenbare Störungen in der Art der Bewegung eintreten, während Schallwellen das ohne wesentliche Beeinflussung können. Um Massenbewegungen zu erzeugen, ist zweifellos eine viel grössere Energie nöthig, als für die Erzeugung von Schallbewegungen; erstere würden durch die ausserordentlich starke Reibung eine viel grössere Wärme erzeugen, als letztere.

Und schliesslich wäre erst noch zu beweisen, ob es überhaupt periodische Massenbewegungen von der Geschwindigkeit und Kleinheit giebt, wie sie hier angenommen werden, was bei den Schallbewegungen wohl nicht bezweifelt werden kann.

Betrachten wir nun den Weg, welchen eine von der Steigbügelplatte auf die Perilymphe des inneren Ohres übertragene Bewegung nehmen muss. Jede Bewegung wird sich in der Richtung des Stosses fortzupflanzen streben. Das würde für das innere Ohr bedeuten, dass zunächst die Schnecke seitlich liegen bleibt, die Bewegung die dem Steigbügel gegenüberliegende schräge Labyrinthwand trifft und von hier in die halbzirkelförmigen Kanäle geleitet wird. Erst die Ausmündung dieser weist in gerader Linie auf den Eingang zur Schnecke. Es ist schwer zu sagen, ob dem Vorhof und den Kanälen die Aufgabe zukommt, der Schallbewegung nur eine bestimmte Richtung gegen die Schnecke und vor allem auch die Vorhofgebilde zu geben, ob sie möglicherweise da sind, um den Weg, den die Bewegung im inneren Ohr zurückzulegen hat, zu verlängern, oder ob ihnen noch andere Aufgaben zufallen. Wenn man diese Verhältnisse berücksichtigt, so ist es schwer anzunehmen, dass diese Gebilde für die akustischen Vorgänge nicht doch eine gewisse Bedeutung haben sollten.

Man findet heute in manchen Arbeiten die halbzirkelförmigen Kanäle ausschliesslich für statische Functionen reserviert. Die Deduction ist sehr einfach: Die Flüssigkeit ist nicht elastisch, sie reagirt bei Uebertragung von Schallwellen mit Massenbewegungen. Diese können nur dorthin wirken, wo ein ausweichen möglich ist, nämlich nach dem runden Fenster. Infolge dessen muss im grossen Theil des Vorhofes und besonders in den halbzirkelförmigen Kanälen alles ruhig bleiben. Da letztere also mit der Schallbewegung garnichts zu thun haben, bleiben sie für eine andere Aufgabe frei. Aber diese Flüssigkeit, die auf eine direkt einwirkende Kraft nicht reagiert, soll sofort in Strömungen gerathen, wenn die Lage des Kopfes etwas geändert wird. Dabei ist auch hier nur an einer Stelle ein Ausweichen möglich, an der Fenestra rotunda, und doch treten keine acustischen Reizerscheinungen auf. Es würde zu weit führen, auf diese Widersprüche einzugehen.

Folgen wir, um zur eigentlichen Helmholtz'schen Theorie zu kommen, der Bewegung in der Schnecke. Nimmt man Massenbewegung der Flüssigkeit an, so würde auch hier das Bestreben bestehen, nach dorthin der vis a tergo auszuweichen, wohin es möglich ist: sofort von der Scala vestibuli durch den Ductus cochlearis und die Scala tympani nach dem runden Fenster. Unter solchen Umständen würde natürlich der obere Theil der Schnecke mit Schallbewegungen recht kärglich versorgt werden. Denkt man sich aber, dass die Flüssigkeitssäule gezwungen wäre durch die ganze Schnecke hindurch um das Helicotrema herum sich in Bewegung zu setzen, so müssten sich an der Spitze der Schnecke die störendsten Stoss- und Reibungserscheinungen bilden, abgesehen davon, dass auch die Scalen nicht so gleichmässig gebaut sind, dass nicht da schon verändernde Einflüsse auf die Bewegung zur Geltung kommen müssten. — Eine Schallbewegung dagegen wird unter wesentlich geringerer Reibung die Schnecke durchziehen. An der Spitze angekommen, werden kaum Wellen von wesentlicher Intensität zurückgeworfen, oder am Helicotrema in die Scala tympani umbiegen. Ist hier noch viel überflüssige Kraft vorhanden, so wird sie an dieser Stelle wohl zum grossen Theil aus der Schnecke heraus in den Knochen übergehen. So wird die Scala tympani unter normalen Verhältnissen im wesentlichen Bewegungen zu übernehmen haben, die ihr durch den Ductus cochlearis übertragen werden. Letzterer liegt aber zum Zweck einer Bewegungsübertragung zur Scala vestibuli so, wie es vortheilhafter kaum denkbar ist: Die Schallwellen durchziehen die Schnecke von der Basis nach der Spitze in spiraliger Linie. Dabei wird die stärkste Kraft in centrifugaler Richtung zur Geltung kommen. Da aber die Schnecke auch von der Basis nach der Spitze aufsteigt, wird die Haupteinwirkung sich nach aussen und unten geltend machen. Hier liegt aber die zarteste und grösste Begrenzungsfläche des Ductus cochlearis. Die Reissner'sche Membran wird mitschwingen und durch die Endolymphe die Bewegung in senkrechter Richtung auf das Corti'sche Organ und die Membrana basilaris übertragen.

Die Theorie nimmt von ihrer ersten Aufstellung bis heute

an, dass, ganz allgemein gefasst, gewisse Theile im Corti'schen Organ so abgestimmt sind, dass sie auf gewisse Töne abgestimmt sind und mitschwingen, während die übrigen in Ruhe bleiben. Die mitschwingenden übermitteln die Empfindung. Ich muss hier noch einmal darauf hinweisen, dass es schwer begreiflich ist, wie die Theorie für die Bewegungsvorgänge im inneren Ohr Massenbewegungen einführen konnte, während doch von allen Seiten an den eigentlichen Nervenendstellen von allen Seiten echte Schallschwingungen vorausgesetzt werden. Die Erklärungen dieser Umwandlung erscheinen gezwungen und unvollkommen. Folgen wir nun der Theorie, so müssen wir es dahingestellt sein lassen, wie weit die Gesetze der Abstimmung und des Mitschwingens noch auf so kleine Theile Geltung haben, wie wir sie in der Schnecke finden. Dagegen findet ein anderer Punkt meist zu geringe Beachtung: Eine Stimmgabel wird durch ihren Eigenton in Bewegung gesetzt und in der Luft unter Umständen recht lange selbstständig weiter schwingen. Im Wasser dagegen wird die Schwingungsdauer wegen des grösseren Widerstandes der Umgebung eine viel kürzere sein. Je geringer also der Unterschied zwischen der Dichte des schwingenden Körpers und des umgebenden Mediums ist, umso grösser wird der Widerstand sein, den es den Eigenbewegungen jenes Körpers entgegengesetzt. Von diesem Gesichtspunkte aus können die Eigenschwingungen des Corti'schen Organs in der Endolymphe nur minimale sein.

Ausser der eigenthümlichen Form kommt aber dem Corti'schen Organe zweifellos eine gewisse Spannung zu, die neben anderen Theilen, wie *Membrana basilaris*, Stützpfeiler u. a. vor allem auch in der *Membrana tectoria* zu suchen ist. Dadurch gewinnt die Ansicht immerhin noch mehr an Wahrscheinlichkeit, dass die Art der specifischen Reizung im Mitschwingen einzelner Theile des gleichsam abgestimmten Organs zu suchen ist.

Nun ist schon seit Jahren von verschiedenen Seiten darauf aufmerksam gemacht, dass im Corti'schen Organ Vorrichtungen sein müssen und nach dem Bau zweifellos auch vorhanden sind, durch welche die bestehende Neigung zum Mitschwingen gedämpft wird, sodass für das Hören störende Nachschwingungen möglichst

zum Verschwinden gebracht werden. Ich finde aber noch eine besondere Vorrichtung zur Dämpfung, welche den ganzen Vorgang des akustischen Reizes im Corti'schen Organ in einem neuen Lichte erscheinen lassen. Am auffälligsten ist diese Vorrichtung in dem Verhalten der Membrana tectoria zu den darunter liegenden Theilen zu erkennen. Das ganze Corti'sche Organ ist im wesentlichen in einer Spirale um den Modiolus herum radiär angeordnet. Nicht so die Membrana tectoria. Sie ist sehr elastisch und ein wichtiger, vielleicht der wichtigste Bestandtheil derselben besteht aus festen Fibrillen, welche schräg von unten — innen nach aussen — oben ziehen. Wird nun ein bestimmter Theil des Corti'schen Organs in Schwingung versetzt, so werden die Fasern der Membrana tectoria, welche in der inneren Partie des Organs mitschwingen, die Bewegung nicht radiär nach aussen, sondern nach aussen — oben tragen, nach einem Theil des darunter liegenden Organs, der für die entsprechenden Schallwellen gar nicht in der Weise zum mitschwingen geneigt ist. Ebenso müssen die äusseren Theile der Membrana tectoria eine Bewegung nach einer physiologisch nicht gleichartigen Stelle nach innen — unten tragen. Dass durch diese Verschiedenheit in den Bestrebungen des Mitschwingens ganz eigenartige und starke Störungen in der Bewegung hervorgerufen werden müssen, vielleicht stärkere molekulare Erschütterungen, als wenn diese Theile überhaupt keine Neigung zum Mitschwingen hätten, ist einleuchtend. Es bildet diese Vorstellung einen scheinbaren Widerspruch, der aber nur ein scheinbarer ist. Ich stelle mir nämlich den Gesamtvorgang der Reizung in der Schnecke so vor: Alle Schallschwingungen, welche von dem Steigbügel übertragen werden, gehen durch die Scala vestibuli bis zur Spitze der Schnecke hinauf und setzen die Endolymphe des ganzen Ductus cochlearis ebenfalls in gleiche Schwingungen. Je weniger nun die Weichtheile des Ductus cochlearis diesen Bewegungen Widerstand entgegensetzen, und dieser Widerstand wird bei der geringen Differenz ihrer physikalischen Dichte nicht gross sein, um so geringer wird die Reibung, d. i. der Reiz sein, der auf sie ausgeübt wird. D. h. also im Gegensatz zu der

bisherigen Theorie: diejenigen Theile des Corti'schen Organs, die sich den Schwingungen der Endolymphe am leichtesten anpassen, werden am wenigsten gereizt. Nun giebt es aber infolge des eigenthümlichen Baues des Organes gewisse Stellen, welche auf einen bestimmten Ton besonders leicht mitschwingen und gewissermassen Neigung haben, in Eigenschwingungen zu gerathen, und an diesen Stellen spielt sich dann der oben geschilderte Vorgang ab, Durch diese Darstellung wird dann auch der Vorgang der akustischen Reizung einem physikalischen und auch physiologischen Grundgesetze, dem Gesetze von der Erhaltung der Kraft untergeordnet. Keine Bewegung verschwindet spurlos, ebensowenig aber entsteht eine aus dem Nichts. Die Schallwelle wird durch jenen eigenartigen Vorgang aufgezehrt und als Reizwelle erscheint sie im Nerven wieder.

Die besprochenen Punkte kurz zusammengefasst würden also lauten:

1) Wir müssen annehmen, dass die auf das Ohr übertragenen Schallwellen auch im inneren Ohr sich als echte Schallwellen, und nicht als Massenbewegung fortpflanzen.

2) Die Lage der einzelnen Theile des inneren Ohres zu einander und zu den eintretenden Schallwellen macht es sehr wahrscheinlich, dass auch dem Vorhof und den Kanälen, abgesehen von anderen Funktionen, eine gewisse Rolle beim Hören zukommt.

3) Der akustische Reiz ist nicht aufzufassen als ein möglichst ungestörtes Mitschwingen des Corti'schen Organes mit den Schwingungen der Endolymphe, sondern als eine Störung im Bestreben des Mitschwingens, d. h. also in einer Dämpfung oder Aufzehrung der Schallbewegung.

Auch die Vorgänge bei Erkrankungen des Ohres mit veränderter Schallübertragung lassen sich mit den entsprechenden Modificationen nach den oben gegebenen Anschauungen mindestens ebenso gut erklären, wie nach der bisherigen Theorie.

---

In der Geschäftssitzung vom 26. Juli 1893 wurden durch vorschriftsmässige Kuglung die Herren Professor Dr. Friedrich Müller, Direktor der medicinischen Poliklinik und Professor Dr. Eugen Korschelt, Direktor des zoologischen Instituts zu ordentlichen Mitgliedern, Herr Dr. Fried. Wilh. Küster, Privatdocent der Chemie zum ausserordentlichen Mitglied der Gesellschaft erwählt.

---

In der Sitzung vom 12. Juli 1893 sprach Herr Professor Rathke über Erklärung der Isomerie durch räumliche Vorstellungen.

---

Von eingegangenen Schriften waren aufgelegt:

- U. S. Department of Agriculture. Bulletin Nr. 3. Washington 1893.  
 Bericht der wetterauischen Gesellschaft für die gesammte Naturkunde 1889—92. Hanau 1893.  
 Sitzungsber. der niederrhein. Gesellschaft für Natur- und Heilkunde 1892. Bonn 1892.  
 Rendiconti della R. Accad. dei Lincei. Ser. V, Vol. II, fasc. 7. Roma 1893.  
 Rendiconti dell' Accademia di Napoli, Serie 2, Vol. VII, fasc. 5. Napoli 1893.  
 Archives du Musée Teyler. Ser. II, Vol. IV, Ser. 1. Haarlem 1893.  
 Verhandlungen des naturhist.-medicin. Vereins zu Heidelberg. N.-F. Bd. X, Heft 1. Heidelberg 1893.  
 Bericht der bayr. botanischen Gesellschaft Bd. II. München 1892.  
 Zeitschrift für Naturwissenschaften Bd. 65. Heft 6. Leipzig 1892.  
 20. Band Abhandlungen der naturforschenden Gesellschaft zu Görlitz. Görlitz 1893.  
 Sitzungsber. der physik.-med. Gesellschaft zu Würzburg. Jahrgang 1892 Nr. 1—10.  
 Societatum litterae 1893. Nr. 1—7.  
 Helios. Jahrg. 10, 10—12, 11, 1.  
 Deutsche botan. Monatsschrift. Jahrg. XI Nr. 2—3.  
 Acta Societatis pro fauna et flora fennica. Vol. V I. u. II. Vol. VIII. Helsingfors 1892.

- Schriften des Vereins zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse in Wien. Bd. XXXII u. Nachtrag. Wien 1892.
- Smithsonian Report 1890. Washington 1891.
- Smithsonian Contributions to Knowledge 842. Washington 1892.
- A. C. Pilling, Bibliography of the Athapascon Languages. Washington 1892.
- J. W. Powell 7<sup>th</sup> Annual Report of the Bureau of Ethnology. Washington 1891.
- Contributions to north American Ethnology. Vol. VII. Washington 1890.
24. Jahrg. des Vereins der Naturfreunde in Reichenberg. Reichenberg 1893.
- O. Janson, Rotatorienfamilie der Philodinalen. Bremen 1893.
- XX. Jahrbuch des ungar. Karpathen-Vereins. Iglo 1893.
- Schriften des Vereins für Geschichte und Naturgeschichte der Baar Heft VIII. Tübingen 1893.
- Sitzungsber. u. Abhandl. der Ges. Isis. Jahrg. 1892. Dresden 1892/93.
- Occasional Papers of the California Academy of Sciences III. San Francisco 1893.
- Transactions of the Wisconsin Academy of Sciences, Arts and Letters. Vol. VIII. Madison 1892.
- 4<sup>th</sup> Report of the Missouri botanical Garden. St. Louis 1893.
- Proceedings of the American Philosophical Society at Philadelphia. Vol. XXX 139, XXXI, 140.
- Proceedings of the Academy of natural Sciences of Philadelphia 1892, III, 1893, I. Philadelphia 1892/93.
- Transactions of the Wagner Free Institute of Science of Philadelphia. Vol. 3, II. Philadelphia 1892.
- John Hopkins University circulars. Vol. XII, Nr. 106, 107. Baltimore 1893.
- The American Naturalist. Vol. XXVII, 318. Philadelphia 1893.
- Journal of the Elisha Mitchell Scientific Society 1892. Raleigh 1892.
- Baron F. von Müller Isonography of Condolleaceous Plants I Decade. Melbourne 1892.
- Meddelanden af Societas pro fauna et flora fennica. Heft 17 und 18. Helsingfors 1890/91.
- Bulletin de la Société impériale des Naturalistes de Moscou 1893 Nr. I. Moscou 1893.

# Sitzungsberichte

der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten  
Naturwissenschaften

zu

**M a r b u r g.**

---

**N<sup>ro.</sup> 5.**

**October**

**1893.**

---

In der wissenschaftlichen Sitzung vom 18. October hielt Herr GRR. Prof. Melde einen Vortrag:

## Ueber einige Methoden zur Bestimmung der Schwingungszahlen höher Töne.

Die Methoden der Bestimmung von Schwingungszahlen versagen mehr oder weniger ihren Dienst, wenn die Töne höher und höher werden und zwar namentlich dann, wenn es Methoden sind, bei welchen das Ohr thätig sein und vielleicht entscheiden muss, ob die Schwingungen  $N$  eines in Frage stehenden Körpers unisono sind mit einem seinen Schwingungen  $N'$  nach bekannten Vergleichskörper. Denn bekanntermassen wird es für das Ohr, wenn es ein Unisono erkennen soll, um so schwieriger, je höher die Töne sind, indem es dann namentlich darüber im Zweifel bleibt, ob die beiden Körper wirklich unisono sind, oder ob nicht der eine um ein oder zwei Octaven vom anderen abweicht. Eine Methode, wobei das Ohr eintritt, kann noch bei hohen Tönen zur Anwendung kommen, nämlich die der Differenztöne. Denn, wenn man z. B. einen Ton mit einer fraglichen Anzahl  $N$ -Schwingungen mit einem von 7684 Schwingungen zusammen erklingen lässt, und einen Differenzton von 512 Schwingungen hört, so würde der fragliche Ton, falls man ihn als

höher wie den von 7684 erkennen kann, gleich 8196 festgestellt sein.

Eine wesentlich andere Sache wird es, wenn das Auge mit als Schiedsrichter eintreten kann, d. h. wenn beim Schwingen der Körper Klangfiguren, mikroskopische Figuren und Staubwellen entstehen. Namentlich die Kundt'schen Staubwellen lassen sich sehr gut benutzen und können mittelst ihrer Töne bis zu 8000 bestimmt werden. Jedoch es beschränkt sich diese Methode nur auf longitudinal schwingende Stäbe.

Eine andere Methode wurde nun von mir ausgebildet, welche sich bei allen schwingenden Körpern und zwar ebenso für Longitudinal- wie Transversalschwingungen anwenden lässt. Diese Methode ist eine vibromikroskopische und kommen bei ihr immer zwei schwingende Körper, z. B. zwei Stimmgabeln oder eine Stimmgabel und ein longitudinal schwingender Stab u. s. w. zugleichzeitig in Betracht. Der eine dieser schwingenden Körper ist der mit seiner fraglichen Schwingungszahl, der andere der sog. »Vergleichskörper« mit einer bekannten Schwingungszahl. Lässt man beide durch je ein an ihnen befindliches Schreibstiftchen, Schreibfederchen auf einen Glasstreifen schreiben, welcher letzterer mit einem ganz dünnen Fettüberzug versehen ist, so laufen zwei Wellentracen neben einander her. Man zählt nun auf derselben Strecke für beide Wellenzüge die Anzahl der Wellen. Sind diese Zahlen  $n'$  und  $n$  und sind ferner  $N'$  und  $N$  die Schwingungszahlen, so besteht die Gleichung

$$\frac{N}{N'} = \frac{n}{n'}$$

d. h. es ist 
$$N = N' \cdot \frac{n}{n'}$$

Die Abzählung der Wellen geschieht unter dem Mikroskop, indem dieses über den unter ihm befestigten Glasstreifen durch eine Mikrometerschraube hinbewegt wird.

Eine andere von mir zur Anwendung gebrachte Methode beruht auf wesentlich anderen Principien und benutzt diese die Transversalschwingungen eines an einem Ende eingeklemmten

rectranguären Stabes. Diese Schwingungen sind so gut theoretisch untersucht, dass man aus der Zahl der Knotenlinien die Schwingungszahl des Stabes nach der Formel

$$N = \frac{\varepsilon^2 \pi h}{4 \sqrt{3} \cdot L^2} \sqrt{\frac{E \cdot g}{s}}$$

bestimmen kann, falls die Länge  $L$ , die Dicke  $h$ , ferner der Elasticitätsmodus  $E$ , das spec. Gewicht  $s$  und die Schwerconstante  $g$  bekannt sind und für die Constante  $\varepsilon$ , welche von der Ordnungszahl  $n$  des betreffenden Obertons abhängt, der entsprechende Werth eingesetzt wird. Man verfährt nun bei dieser Methode so, dass man die Schwingungen des fraglichen Körpers auf das freie Ende des Stabes überträgt und die Länge des letzteren successiv so weit verändert, bis die Knotenlinien auf ihm haarscharf erscheinen. Dann ist der Stab im Unisono mit dem fraglichen Körper gewesen, dessen Schwingungszahl als gleich der des Stabes nach der angegebenen Formel berechnet werden kann. Aber es zeigt sich, dass auf diesem Wege zunächst keine brauchbaren Resultate herauskommen, weil meistens  $E$  und  $s$  nicht genau bekannt sind. Man verfährt, um diesen Ungewissheiten zu entgehen, so, dass man noch einen Vergleichskörper mit bekannter Schwingungszahl  $N'$  ebenfalls seine Schwingungen auf denselben Stab übertragen lässt. Zeigt dieser letztere dann  $n'$  Knoten, während der fragliche Körper deren  $n$  zeigt und

ist demnach der Theorie gemäss  $\varepsilon = \frac{2n' - 1}{2}$  und  $\varepsilon = \frac{2n - 1}{2}$

und sind ferner  $L'$  und  $L$  die entsprechenden Längen, so ist

$$\frac{N}{N'} = \left(\frac{2n - 1}{2}\right)^2 \frac{1}{L^2} \bigg/ \left(\frac{2n' - 1}{2}\right)^2 \frac{1}{L'^2}$$

also z. B. für  $n' = 5$  und  $n = 6$

$$\frac{N}{N'} = \frac{5,5^2}{L^2} \bigg/ \frac{4,5^2}{L'^2} \quad \text{d. h.} \quad N = N' \frac{5,5^2 \cdot L'^2}{4,5^2 \cdot L^2}$$

wobei also  $E$  und  $s$  sowie die andern Constanten  $h$ ,  $\pi$  und  $g$  sich aufgehoben haben.

---

Von eingegangenen Schriften waren aufgelegt:

- Atti della R. Accad. dei Lincei, anno 290. Rendiconti vol. II fasc. 8 und 9. Roma 1893.
- Von der Königl. Akademie der Wissenschaften in Amsterdam: Jaarboek 1892, Verslagen 1892/93, Verhandelingen Eerste Sect. Deel I. No. 1—8. Tweede Sect. Deel I. n. 1—10 u. Deel II. Amsterdam 1893. Verslagen en Mededeelingen III, 9. Amsterdam 1892. Reg. III. 1—9.
- Rendiconti della Atti della R. Acc. dei Lincei Ann. 290 Vol. II fasc. 10—12. Rendiconto dell' Adunanza Solenne 4. Juni 1893. Roma 1893.
- XVI. Bericht der naturforschenden Gesellschaft in Bamberg. Bamberg 1893.
29. Bericht der oberhessischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde. Giessen 1893.
77. Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft in Emden 1891/92. Emden 1893.
- Mitteilungen der Pollichia 1892 Nr. 5—6.
- Deutsche botanische Monatsschrift 1893 Nr. 4 und 5.
- Jahresbericht über die Verwaltung des Medicinalwesens der Stadt Frankfurt a. M. Jahrg. XXXVI 1892. Frankfurt a. M. 1893.
- Bericht über die Feier des 75jähr. Bestehens der niederrheinischen Gesellschaft in Bonn.
- Verhandlungen des naturhistorischen Vereins der preuss. Rheinlande 50. Jahrg. 1. Hälfte. Bonn 1893.
- Programm für 1893/94 der herzogl. technischen Hochschule in Braunschweig.
- Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd. 66 Heft 1 und 2. Leipzig 1893.
- Abhandlungen der naturhist. Gesellschaft zu Nürnberg. Bd. X. Heft 1. Nürnberg 1893.
- Schriften des naturwissenschaftlichen Vereins für Schleswig-Holstein. Bd. X. Heft 1. Kiel 1893.
- Helios 1893. N. 2—5.
- Schriften der physikal. ökonom. Gesellschaft zu Königsberg. Jahrg. 33. Königsberg 1892.
- 70ster Jahresbericht der schlesischen Gesellschaft für vaterländische Kultur nebst Ergänzungsheft 2. Breslau 1893.
- Verhandlungen des allgemeinen deutschen Bäderverbandes 1892.
- Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft Graubündens. N. F. Bd. XXXVI. Chur 1893.

# Sitzungsberichte

der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten  
Naturwissenschaften

zu

**M a r b u r g.**

---

**N<sup>ro.</sup> 6**

**November.**

**1893.**

---

In der wissenschaftlichen Sitzung vom 8. November 1893  
hielt Herr GRR. Prof. M e l d e einen Vortrag:

## Ueber resultirende Töne.

Zwei nahe liegende Töne geben bekanntermassen Schwebungen, aber es zeigt sich sofort, dass neben diesen Schwebungen noch etwas anderes eintritt, nämlich das Hören eines resultirenden Tons, welcher in der Mitte liegt zwischen den beiden Primärtönen. Letztere hört man vielmehr gar nicht, sondern statt ihrer nur den Mittelton. Am besten benutzt man hierzu die Zungensonometer von Appunn, z. B. den für die kleine Octave. Lässt man hierbei z. B. die Zunge No. 14, deren Ton  $28 + 4.14 = 184$  Schwingungen mit No. 15, deren Ton 188 Schwingungen macht ertönen, so hört man als resultirenden Ton einen mittleren, also nahezu einen Ton von 186 Schwingungen als Resultante. Der Beweis für diese Thatsache wird sehr leicht erbracht. Nämlich so: Man lässt einen Beobachter, welcher das nöthige Gehör für Tonunterschiede besitzt, einen solchen Zusammenklang hören und lässt dann den einen Ton fehlen und nur den [anderen übrig bleiben. Geschieht dies, so wird der Hörende sofort dem resultirenden Ton gegenüber, sobald No. 14 gestopft wird, sagen: der Ton der übrig bleibt, also No. 15, ist »höher« wie der

resultirende. Soll der Hörende also rasch antworten, so antwortet er beim Stopfen von No. 14 mit dem Wort »höher«, beim Stopfen von No. 15 mit dem Wort »tiefer«. Auch beim Zusammenklingen von zwei Tönen, welche um 8 Schwingungen verschieden sind, tritt die resultirende Empfindung eines Mitteltönen ein und ist hier der Unterschied beim Stopfen einer der Componenten noch auffälliger.

---

In der wissenschaftlichen Sitzung vom 8. November machte Herr Professor E. Hess folgende beide Mitteilungen:

**1) Bemerkungen zu E. v. Fedorow's Elementen der Gestaltenlehre.**

Herr E. v. Fedorow hat in einem Anhang zu seiner Abhandlung: »Universal- (Theodolit-) Methode in der Mineralogie. I. Teil«<sup>1)</sup> einen kurzen Auszug aus seinem russisch geschriebenen Werke: »Elemente der Gestaltenlehre«<sup>2)</sup> veröffentlicht, welcher mich zu einigen Bemerkungen veranlasst.

a) Herr Fedorow sagt auf S. 684: »Kapitel 5 enthält die vollständige Ableitung sämtlicher Isogone und typischen Isoëder« und fügt die Anmerkung hinzu:

»In allgemeiner Form ist diese Ableitung hier zum ersten Male gegeben. Die früheren Autoren begnügten sich mit sehr speciellen Fällen vereinzelter symmetrischer Polyeder (»halbregelmässige«, »archimedäische«, »isocèles« etc.), die ich als »besondere« bezeichne«.

Hiergegen ist zu bemerken, dass bereits im Jahre 1829 Hessel<sup>3)</sup> in einer grösseren Arbeit, welche Herr Fedorow an einer andern Stelle als »jetzt bekannt« bezeichnet und deren

---

1) P. Groth's Zeitschrift für Krystallographie. Bd. 21. S. 679 ff.

2) Verhandlungen der k. russ. min. Ges. St. Petersburg 1885, 21, 279 S. Mit 18 Tafeln.

3) Gehlers physik. Lexikon. Artikel: Krystall.

grundlegende; erst neuerdings auch von Sohncke u. A. festgestellte Bedeutung er ausdrücklich anerkennt (er stellt sie vom Standpunkte der Wissenschaft unermesslich höher, als die von Bravais), die sämtlichen möglichen gleichflächigen Polyeder erster Art (die »typischen Isoëder« nach Herrn Fedorow's Bezeichnung), dann ferner in einer ein Jahr vor seinem Tode erschienenen Schrift<sup>1)</sup> die sämtlichen möglichen gleicheckigen Polyeder (Isogone) nebst den ihnen entsprechenden gleichflächigen abgeleitet und aufgestellt hat. Im Anschluss an die Arbeiten Hessels habe ich sodann in zahlreichen Mitteilungen<sup>2)</sup> und Schriften<sup>3)</sup> mich mit der Bestimmung der höheren Arten dieser beiden Gruppen von Körpern beschäftigt und in einem 1883 erschienenen Buche<sup>4)</sup> die sämtlichen möglichen derartigen Körper — erster und höherer Art — auf einem anderen Wege, als Hessel, nämlich von der Kugelteilung ausgehend, hergeleitet und deren Eigenschaften entwickelt.

Es dürfte aus diesen Angaben zur Genüge hervorgehen, dass Herr Fedorow kein Recht hat, zu behaupten, er habe in allgemeiner Form diese Ableitung zum ersten Male gegeben. Auch weise ich darauf hin, dass das von Herrn Fedorow in § 19 angeführte Verfahren, aus einem gegebenen Polyeder ein typisches zu construieren, von mir in meinem Buche S. 260 unter 8. bereits angewendet worden ist.

---

1) Hessel, »Uebersicht der gleicheckigen Polyeder und Hinweisung auf die Beziehungen dieser Körper zu den gleichflächigen Polyedern«. Marburg. O. Ehrhardt. 1871.

2) Sitzungsber. dieser Gesellsch. aus den Jahren 1872, 1875, 1877, 1878, 1879, 1880, 1882.

3) »Ueber gleicheckige und gleichkantige Polygone«. Cassel 1874. Th. Kay. »Ueber die zugleich gleicheckigen und gleichflächigen Polyeder«. Cassel 1876. Th. Kay und »Ueber vier archimedäische Polyeder höherer Art«. Cassel 1878. Th. Kay. Aus den Schriften dieser Gesellschaft.

4) Einleitung in die Lehre von der Kugelteilung mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendung auf die Theorie der gleichflächigen und der gleicheckigen Polyeder«. Leipzig. B. G. Teubner. 1883. 475 S. 16 Tafeln.

b) Auf Seite 685 findet sich die Stelle:

»Kapitel 6 behandelt die Frage über nicht typische Isoëder. Es werden einige Reihen solcher Figuren aufgestellt. Einer erschöpfenden Darstellung lässt sich die Frage nicht unterwerfen«. Hier ist als Anmerkung hinzugefügt:

»Der Inhalt dieses Kapitels steht in directem Widerspruch mit der von Herrn Hess ausgesprochenen Meinung, dass »alle gleichflächigen Polyeder der Bedingung genügen, einer Kugel umschrieben zu sein. (Sitzungsber. der Gesellsch. z. Bef. d. ges. Naturw. zu Marburg 1880 No. 5 S. 57)«.

Ich muss diese Behauptung als gänzlich unbegründet und auf einem Missverständnisse des Herrn Fedorow beruhend zurückweisen. In meinen sämtlichen Schriften und in meinem Buche habe ich nach dem Vorgange von Hessel unter einem »gleichflächigen Polyeder« niemals etwas anderes verstanden, als das, was Herr Fedorow durch »typisches Isoëder« bezeichnet. Derselbe hätte sich hiervon mit Leichtigkeit aus den Schriften Hessels und den meinigen überzeugen können. Zum Beweise setze ich folgende Erklärung hierher, welche Hessel in der citierten Schrift v. J. 1871 auf Seite 2 unter 2) gegeben hat: »Zwei Flächen (Grenzflächen, Schnittebenen etc.) eines Polyeders heissen hier gleichartige oder gleiche Flächen dieses Polyeders, wenn es zu jedem Punkte der einen den entsprechenden Punkt der anderen gibt und jeder Punkt der einen seiner Lage in Beziehung zum Polyeder nach dem entsprechenden Punkt der andern congruent, oder jeder Punkt der einen dem entsprechenden Punkt der anderen symmetrisch gleich ist«.

In diesem Sinne ist von Hessel und von mir ein Polyeder kurz gleichflächig genannt worden, wenn es nicht nur gleiche Flächen zu Grenzflächen hat, sondern auch in der angegebenen Weise gleichartige<sup>1)</sup>, d. h. also insbesondere, wenn

1) Hessel gebraucht in seiner Krystallometrie auch die Bezeichnung: »gleichwerthige Flächen«.

jeder Grenzkante der einen Fläche eine gleiche, nicht nur gleichlange, sondern auch gleichendige Grenzkante der anderen entspricht, so dass die Ecken des Polyeders, welche die Endpunkte der einen Kante zu Scheitelpunkten haben, bez. den Ecken, deren Scheitel die Endpunkte der entsprechenden Kante sind, congruent oder auch symmetrisch gleich sind.

Allen solchen Polyedern kommt die von mir ausgesprochene Eigenschaft zu, einer Kugel umgeschrieben zu sein; sie sind typische Isoëder (nach Herrn Fedorow's Bezeichnung).

Ich darf vielleicht noch darauf hinweisen, dass ich in der oben citierten Schrift (»Ueber gleichheckige und gleichkantige Polygone«) den analogen Unterschied bei ebenen Polygonen auch in der Benennung ausgedrückt habe, indem ich (S. 1. Anm.) ausdrücklich hervorhob, dass ein gleichseitiges Polygon (d. h. ein solches, dessen Seiten gleich lang sind), nicht notwendig auch ein gleichkantiges ist, also i. A. nicht einem Kreise umgeschrieben werden kann (ebenso dass ein gleichwinkliges Polygon nicht notwendig gleichheckig, also einem Kreise einbeschreibbar ist). Für Polyeder habe ich mich der von Hessel eingeführten Bezeichnung angeschlossen und dabei nicht zu befürchten geglaubt, es werde mir einmal, wie es von Seiten des Herrn Fedorow geschehen ist, der Vorwurf gemacht werden, dass ich Eigenschaften dieser bestimmt definierten Polyeder auch solchen Polyedern zuschriebe, welche nur die Bedingung erfüllen, gleiche Flächen zu besitzen, also nach Herrn Fedorow's Bezeichnung nicht typische Isoëder sind<sup>1)</sup>.

---

1) Zahlreiche Beispiele für solche nicht typische Isoëder lassen sich aus den archimedäischen gleichheckigen Polyedern durch Aufsetzen von Pyramiden auf die Seitenflächen ableiten. Doch ist zu bemerken, dass es auch nicht typische Isoëder gibt, welche einer Kugel umgeschrieben sind. Ein einfaches Beispiel für ein derartiges Polyeder bildet, wie im Vortrage durch ein Modell erläutert wurde, derjenige Körper, welcher entsteht, wenn zwei symmetrisch gleiche rhombische (oder tetragonale) Sphenoide längs einer Grenzfläche zu einem Polyeder vereinigt werden; der Schwerpunkt dieser gemeinsamen Grenzfläche, welche eine Symmetrieebene für das entstandene Polyeder darstellt, ist der Mittelpunkt einer

c) Schliesslich fühle ich mich veranlasst, noch an einem eclatanten Beispiele zu zeigen, in welcher Weise Herr Fedorow über Leistungen seiner Vorgänger zu urteilen beliebt. In dem Auszuge aus seinen »analytisch-krystallographischen Studien«, welcher an den erstern über die Elemente der Gestaltenlehre angeschlossen ist, sagt Herr Fedorow auf S. 697, v. Staudt hätte (Crelle's Journ. 24, 255) die von Herrn Fedorow sogenannte »Sinusfunction eines Trigonoëders« **unrichtig** »Sinus dreiseitiger Raumecke« genannt. In Wahrheit hat v. Staudt mit »Sinus einer Ecke« oder kurz mit »Eckensinus« eben diese von ihm zuerst in die Betrachtung eingeführte Function bezeichnet; und es ist wohl, gelinde ausgedrückt, eine Naivität des Herrn Fedorow, dass er damit dem bedeutenden deutschen Geometer eine »Unrichtigkeit« vorzuwerfen unternimmt. —

Derselbe sprach sodann:

## 2) Ueber Tetraëder in besonderer Lage.

Es wurden zunächst die bekannten Fälle der *perspectiven* Lage zweier Tetraëder, die einfach, zweifach und vierfach *perspective* Lage und insbesondere die Eigenschaften der aus der letzteren resultierenden Raumfigur eines s. g. *desmischen* Systems dreier Tetraëder und des diesem *conjugierten* *desmischen* Systems besprochen und an einem Fadenmodelle erläutert.

Im Anschluss hieran wurde die Entstehung und Beschaffenheit einer von dem Vortragenden zuerst<sup>1)</sup> betrachteten Raumfigur von 75 Tetraëdern beschrieben, welche 25 Systeme von je 3 Tetraëdern in *desmischer* Lage bilden und deren Eckpunkte und Seitenflächen resp. mit den Punkten und Ebenen der interessanten Configuration:

---

demselben eingeschriebenen Kugel. — Auch für die *Isogone* gelten analoge Beziehungen, welche sich durch Anwendung des Dualitätsprincips ergeben.

1) Mathem. Ann. Bd. 28. S. 258.

$$(60_{6+10+15}^{15}, 72_{5}^5 + 200_{3}^3 + 450_{2}^2, 60_{15}^{6+10+15})^1)$$

so zusammenfallen, dass in jedem der 60 Punkte 5 jener Tetraëder zusammenstossen und jede der 60 Ebenen die Seitenflächen von 5 solcher Tetraëder enthält, während die 450 Kanten dieser Tetraëder mit den  $450_{2}^2$  Cf.-Geraden übereinstimmen<sup>2)</sup>.

Sodann wurden die Fälle von Tetraëdern in einfach und mehrfach hyperboloidischer Lage<sup>3)</sup> und von solchen Tetraëdern, welche auf eine oder mehrere Arten einander zugleich ein- und umgeschrieben sind<sup>4)</sup>, sowie endlich der Zusammenhang dieser Fälle besprochen und durch mehrere Modelle zur Anschauung gebracht. —

---

1) Ebenda. S. 254 ff. und Sitzungsber. dieser Gesellschaft Mai 1892 S. 92 ff.

2) Auf weitere wichtige Eigenschaften dieser Raumfigur, insbesondere auf die geometrische Deutung der linearen Substitutionen, durch welche dieselbe in sich selbst transformiert wird, soll in einer demnächst erscheinenden grösseren Arbeit des Verf. näher eingegangen werden.

3) Vgl. u. A. M. Munk, »Ueber die möglichen Fälle mehrfach hyperboloidischer Lagen zweier Tetraëder«. Doctordissert. Marburg 1893.

4) Vgl. P. Muth, »Ueber Tetraëderpaare«. Schlömilch Zeitschr. 37. Jahrg. S. 117—122 und: »Die geometrische Deutung von Invarianten räumlicher Collineationen und Reciprocitäten«. Math. Ann. Bd. 33. S. 493—510.

---

#### Von eingegangenen Schriften waren aufgelegt:

Schriften des Vereins zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse in Wien. Bd. XXXIII. Wien 1893.

21ster Jahresbericht des Vereins für Naturkunde zu Linz. Linz 1892.

Mitteilungen des naturwissenschaftlichen Vereins für Steiermark. Jahrg. 1892. Graz 1893.

Bolletino del R. Comitato Geologico d'Italia 1892. Anno XXIII. Roma 1892.

Atti della R. Accademia dei Lincei Accademia dei Lincei. Ann. 290. Rendiconti vol. II. fasc. 1—6. Roma 1893.

- Rendiconti dell' Accademia delle Scienze fisiche e matematiche.  
Ser. 2. Vol. VII. Napoli 1893.
- Atti della Societa reale di Napoli. S. II. Vol. V. Napoli 1893.
- Atti e Rendiconti della Accademia Medico-Chirurgica di Perugia.  
Vol. V. fasc. 1.
- The Geological and Natural History Survey of Minnesota for  
1884—91. St. Paul 1885/93.
- Bulletin N. 8. Minneapolis 1893.
- The American Naturalist. Vol. 27. No. 319—321. Philadelphia 1893.
- Bulletin of the United States Geological Survey. N. 82, 83, 84,  
85, 86, 90—96. Washington 1892.
- Smithsonian Meteorological Tables. Washington 1893.
- North American Fauna N. 7. Part. II. Washington 1893.
- Memoirs of the Museum of comparative Zoology vol. XIV. N. 3.  
Cambridge 1893.
- Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences.  
N. S. Vol. XIX. Boston 1893.
- Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences.  
vol. VIII. Part. II. vol. IX. Part. I. New Haven 1892/93.
- Bulletin of the Essex Institute. vol. 23/25. Salem 1891/93.
- Journal of the New-York Microscopical Society. Vol. IX. No. 3.  
New-York 1893.
- Verhandl. des deutschen wissenschaftl. Vereins zu Santiago. Bd. II.  
Heft 5 u. 6. Santiago 1893.
- U. S. Geological Survey: Day, Mineral Resources 1891. Mono-  
graphs XVII, XVIII, XX with Atlas of the Eureka District.  
Washington 1891/92.

# Sitzungsberichte

der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten  
Naturwissenschaften

zu

**M a r b u r g.**

---

**N<sup>ro.</sup> 7.**

**December**

**1893.**

---

In der wissenschaftlichen Sitzung vom 13. Dezember 1893 hielt Herr Privatdozent Küster einen Vortrag über:

## **Die neuesten Fortschritte auf dem Gebiete der Molekulargewichtsbestimmung.**

Zunächst zeigte der Vortragende einleitend einige neuere, zweckmässige Formen der Apparate vor, welche für die Bestimmung der Dampfdichte nach A. W. von Hofmann und nach V. Meyer benutzt werden.

Sodann wurden an der Hand einiger Vorlesungsversuche, die Gesetzmässigkeiten entwickelt, auf welche sich die modernen Molekulargewichtsbestimmungsmethoden an gelösten Körpern gründen. Ein grosses Luftthermometer zeigte nicht nur durch Ausschläge im Betrage von mehreren Centimetern die dem Erstarren von Eisessig bei Wärmeentziehung vorhergehende Unterkühlung und die bei eintretender Krystallisation beginnende Temperatursteigerung bis zu einem immer wieder erreichten Maximum an, es liess auch erkennen, dass der Erstarrungspunkt niedriger wurde, als man in der Essigsäure eine andere Substanz auflöste, weiter auch, dass die Depression des Gefrierpunktes proportional der Menge der zugesetzten Substanz ausfiel.

Nachdem weiter darauf hingewiesen war, dass sich diese Depressionen gleich gross ergeben, wenn man in gleichen Mengen desselben Lösungsmittels äquimolekulare Gewichte verschiedener Substanzen auflöst, wurde kurz an der Hand der zur Ansicht aufgestellten Beckmann'schen Gefrierapparate die auf die besprochenen Gesetzmässigkeiten begründete Methode der Molekulargewichtsbestimmung an gelösten Körpern durch Gefrierpunktserniedrigung geschildert.

Analog wurden dann einige Vorlesungsversuche ausgeführt, welche die beim Sieden von Lösungen und von reinen Lösungsmitteln eintretenden Erscheinungen betrafen. Die auch hier aufgestellten Beckmann'schen Siedeapparate älterer und neuerer Anordnung erleichterten die nun folgende Schilderung der Methode zur Bestimmung des Molekulargewichts an gelösten Körpern durch Siedepunktserhöhung. Auch auf das von Nernst angegebene Verfahren der Molekulargewichtsbestimmung durch Löslichkeitsverminderung wurde noch kurz hingewiesen.

Sodann ging der Vortragende über zu einer von ihm ausgearbeiteten, bisher noch nicht veröffentlichten<sup>1)</sup>

### **Methode der Molekulargewichtsbestimmung an festen Körpern.**

Es mag genügen, von den bisher durchgearbeiteten Versuchsreihen hier nur eine mitzuteilen, welche angestellt wurde um zu ermitteln, mit welchem Molekulargewicht sich Aethyläther in Kautschuk löst.

Wie seiner Zeit van't Hoff und Nernst dargelegt haben, kann man aus dem Verhältnis, nach welchem sich eine Substanz zwischen zwei um dieselbe konkurrierenden Lösungsmitteln verteilt, einen Schluss ziehen auf das Verhältniss der Molekulargrössen, mit welchen die Substanz von den fraglichen Lösungs-

---

1) Die Arbeit wird ausführlich im Märzheft der Zeitschr. für physik. Chem. (1894) erscheinen.

mitteln aufgenommen wird. Kennt man nun aus anderen Messungen eine dieser Grössen, so ergibt das zu bestimmende Verhältniss auch die andere.

Aus dem Gefrierpunkt der Lösungen von Aethyläther in Wasser wissen wir, dass der Aether von diesem Lösungsmittel mit normalem Molekulargewicht aufgenommen wird. Ergibt sich nun, dass das Teilungsverhältniss von Aether zwischen Wasser und Kautschuk bei (gleichbleibender Temperatur) ein konstantes, von der Konzentration unabhängiges ist, so wird auch der Kautschuk den Aether mit normaler Molekulargrösse lösen; ändert sich aber das Verhältniss mit der Konzentration, so muss der Aether sich im Kautschuk mehr oder weniger in Gestalt komplexerer Moleküle vorfinden. Ueber den Grad der Komplexität giebt dann eine einfache Rechnung Aufschluss.

Um nun das Vertheilungsverhältniss von Aether zwischen Wasser und Kautschuk experimentel zu bestimmen, wurden gemessene Mengen dieser Körper zusammengebracht und nach Eintritt des Gleichgewichts der quantitativen Analyse unterworfen. Es genügte, die im Wasser vorhandene Aethermenge zu bestimmen — und zwar durch Ermittlung des Gefrierpunktes der wässrigen Lösung — die Differenz gegen die Gesamtmenge musste dann in den Kautschuk übergegangen sein.

In der folgenden Tabelle sind die Versuchsergebnisse zusammengestellt:

Tabelle 1.

No.	Ae	E	Ae <sub>w</sub>	V <sub>w</sub>	C <sub>w</sub>	Ae <sub>k</sub>	V <sub>k</sub>	C <sub>k</sub>	C <sub>k</sub> :C <sub>w</sub>	√ C <sub>k</sub> :C <sub>w</sub>
1	1	-0,233	0,63	50,63	1,24	0,37	9,62	3,85	3,10	1,58
2	2	-0,444	1,20	51,20	2,34	0,80	10,05	7,96	3,41	1,21
3	3	-0,601	1,62	51,62	3,14	1,38	10,63	12,98	4,14	1,15
4	4	-0,825	2,22	52,22	4,26	1,78	11,03	16,14	3,79	0,94
5	5	-0,991	2,67	52,67	5,07	2,33	11,58	20,12	3,97	0,88
6	6	-1,114	3,00	53,00	5,66	3,00	12,25	24,49	4,33	0,87
7	7	-1,262	3,40	53,40	6,37	3,60	12,85	28,82	4,40	0,83
8	8	-1,395	3,76	53,76	6,99	4,24	13,49	31,43	4,50	0,80
9	9	-1,4 <sup>83</sup>	4,00	54,00	7,40	5,00	14,25	35,09	4,74	0,80
10	10	-1,599	4,31	54,31	7,93	5,69	14,94	38,09	4,80	0,78
11	14	-1,876	5,05	55,05	9,18	8,95	18,20	49,18	5,36	0,76

Unter  $A_e$  sind die ccm Aether angegeben, welche zu je 50 ccm Wasser und 10 g Kautschuk gegeben worden waren.

$E$  ist die Erstarrungstemperatur der schliesslich entstandenen wässrigen Lösungen.

Unter  $A_{e_w}$  findet sich — in ccm angegeben — der im Wasser gelöste Aether, berechnet aus der Erstarrungstemperatur  $E$  unter der Annahme, dass die Gefrierpunktserniedrigung einer Lösung von Aether in Wasser proportional dem Aethergehalt ist, und dass der Gefrierpunkt einer Lösung von 10 ccm Aether in 50 ccm Wasser, mit dem von mir benutzten Thermometer gemessen, bei  $-3,712^\circ$  liegt. Von der Zulässigkeit dieser Annahme habe ich mich durch eine besondere, hier nicht aufgeführte Versuchsreihe, überzeugt.

$V_w$  ist das Volum der schliesslichen wässrigen Lösung; bei der Berechnung wurde von der geringfügigen Kontraktion — 200 ccm Wasser + 116,7 ccm Aether gaben mir nach dem Durchschütteln 314,5 statt 316,7 ccm Flüssigkeit — abgesehen.

$C_w = 100 \frac{A_{e_w}}{V_w}$  ist die räumliche Konzentration des Aethers im Wasser.

$A_{e_k}$  ist der Aether im Kautschuk.

$V_k$  ist das Volum der Lösung von Aether in Kautschuk. Das Volumgewicht des von mir benutzten Kautschuks bestimmte ich zu 0,925; von einer etwaigen Kontraktion oder Dilatation wurde auch hier abgesehen.

$C_k = 100 \frac{A_{e_k}}{V_k}$  die räumliche Konzentration des Aethers im Kautschuk.

Ein Blick auf die Werte  $C_k : C_w$  zeigt, dass hier von einer Konstanz nicht die Rede sein kann. Das sehr regelmässige Anwachsen der Werte — die 3. Reihe ist augenscheinlich durch irgend einen Fehler entstellt — deutet vielmehr darauf hin, dass sich der Aether im Kautschuk wenigstens teilweise in Gestalt grösserer Moleküle, als im Wasser, löst. Die einfachste Annahme wäre dann, dass diese grösseren Moleküle doppelte seien.

Ist dies der Fall, so muss, wie schon van't Hoff entwickelt hat, der Wert  $\sqrt{C_k} : C_w$  für verschiedene, namentlich grössere Konzentrationen wenigstens annähernde Konstanz zeigen. Dies trifft nun auch für die zweite Hälfte der Werte in der That zu, die rasche Abnahme in der ersten Hälfte aber zeigt, dass in diesen verdünnteren Lösungen ein bedeutender Bruchteil der Doppelmoleküle des Aethers dissociirt sein muss. Ja, wir können noch einen Schritt weiter gehen, wir können direkt berechnen, der wie viele Teil der Doppelmoleküle in jeder der untersuchten Lösungen in einfache Moleküle zerfallen ist.

Der Verlauf der Teilungskoeffizienten  $C_k : C_w$  lässt schliessen, dass dieser Koeffizient für die Konzentration Null etwa dem Werte 2,8 annehmen würde. Bei unendlicher Verdünnung müssen aber sämtliche komplexeren Aethermoleküle vollständig in solche normaler Grösse dissociirt sein, d. h. die Verteilung der normalen Moleküle des Aethers zwischen Kautschuk und Wasser ist gleich 2,8; denn komplexe Aethermoleküle in wässriger Lösung kommen ja nicht vor.

Nun muss nach den Entwicklungen Nernst's dieser Teilungskoeffizient 2,8 der normalen Aethermoleküle für alle Konzentrationen konstant bleiben, ohne Rücksicht auf die Gegenwart anderer Moleküle, z. B. komplexerer Aethermoleküle. Hierdurch sind wir in den Stand gesetzt, aus der Grösse  $C_w$  für jede Konzentration die Grösse  $C'_k$ , d. i. die Konzentration der einfachen Moleküle des Aethers im Kautschuk zu berechnen. Der Ueberschuss von  $C_k$  über  $C'_k$ , den wir  $C''_k$  nennen wollen, ist dann eben die Konzentration der Doppelmoleküle.

Das Resultat dieser Berechnung ist in der Tabelle auf der folgenden Seite zusammengestellt.

Hiernach wäre, wie die in der letzten Spalte zusammengestellten Werte  $C'_k : C''_k$  zeigen, bei der grössten, untersuchten Verdünnung gerade nur der zehnte Teil des Aethers in Gestalt von Doppelmolekülen vorhanden, in der konzentriertesten Lösung

aber ist schon die Hälfte des gesamten Aethers zu zweifachen Molekülen zusammengetreten.

Wir können nun die so erhaltenen Zahlen auch noch einer weiteren Prüfung unterziehen: nach bekannten Gesetzen über die Dissociation von Doppelmolekülen in einfache muss zwischen  $C'_k$  und  $C''_k$  die Beziehung bestehen:

$$(C'_k)^2 = C''_k \cdot \text{konst.} \text{ oder } C'_k : \sqrt{C''_k} = \text{konst.}$$

Dass diese Beziehung thatsächlich stattfindet, zeigt die vorletzte Spalte der untenstehenden Tabelle. Die Konstanz ist im Hinblick auf den ausserordentlich grossen Einfluss selbst sehr kleiner Fehler in den Messungen als eine überraschend gute zu bezeichnen. Der »Verteilungssatz« findet demnach hier an einer »festen Lösung« eine erste, glänzende Bestätigung.

**Tabelle 2.**

No.	$C_w$	$C'_k$	$C''_k$	$C'_k : \sqrt{C''_k}$	$C'_k : C''_k$
1	1,24	3,47	0,38	5,63	9,13
2	2,34	6,54	1,42	5,49	4,61
3	3,14	8,78	4,20	4,29	2,09
4	4,26	11,92	4,22	5,80	2,82
5	5,07	14,19	5,93	5,83	2,39
6	5,66	15,85	8,64	5,39	1,83
7	6,37	17,83	10,99	5,38	1,62
8	6,99	19,57	11,86	5,68	1,65
9	7,40	20,72	14,37	5,46	1,44
10	7,93	22,21	15,88	5,57	1,40
11	9,18	25,71	23,47	5,31	1,10

Von eingegangenen Schriften waren aufgelegt:

Sitzungsberichte der Gesellschaft für Morphologie und Physiologie in München. IX. Heft 2. München 1893.

Bericht über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft in Frankfurt a. Main 1893; nebst Katalog der Reptilien-sammlung.

Leopoldina, Heft XXIX No. 17—22.

Jahrbücher des nassauischen Vereins für Naturkunde. Jahrg. 46. Wiesbaden 1893.

7. Jahresbericht des Vereins für Naturwissenschaft in Braunschweig. Braunschweig 1893.
- Verhandlungen der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft (Basel 1892). Basel 1892.
- U. S. Departement of Agriculture. Bulletin 4. Washington 1893.
- Bulletin of the Museum of comparative Zoology at Harvard College. Vol. XVI No. 14. Vol. XXV No. 1—3. Cambridge 1893.
- Atti della R. Accademia dei Lincei. A. 290. Rendiconti, Vol. 11, fasc. 7—11. Roma 1893.
- Report of the fourth Meeting of the Australasian association for the Advancement of Science (Holvart, Tasmania). Sydney 1892.
- Berichte der naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg i. B. Band VII. Heft 1 u. 2. Freiburg i. B. 1893.
- Mitteilungen des Vereins für Erdkunde in Halle a. S. 1893.
- Deutsche botanische Monatsschrift. Jahrg. XI. No. 6—11 incl. 1893.
- Sitzungsber. der naturforschenden Gesellschaft Isis in Dresden. Jahrg. 1893. Dresden 1893.
- Jahresber. des naturforschenden Vereins in Magdeburg. 1892. Magdeburg 1893.
- Zeitschrift für Naturwissenschaften. Band 66. Heft 3 und 4. Leipzig 1893.
- Ornithologische Monatsberichte. Jahrg. I. No. 6.
- Aarsberetning van Stavanger Museum. 1892. Stavanger 1893.
- Bergens Museums Aarbog for 1892. Bergen 1893.
- The American Naturalist. Vol. XXVII, No. 322, 323, 324. Philadelphia 1893.
- Geological Survey of Canada: Catalogue of a stratigraphical Collection. Annual Report. Vol. V, Part I u. II (with Maps). Ottawa 1893.
- Atti e Rendiconti della Accademia Medico-Chirurgica di Perugia. Vol. V, fasc. 2 u. 3. Perugia 1893.
- Journal of the New-York microscopical Society. Vol. IX, No. 4.
- Memoirs and Proceedings of the Manchester Literary and philosophical Society 1892—93. Vol. 7, No. 2 u. 3. Manchester 1893.
- 6<sup>th</sup> Annual Report of the Agricultural experiment Station of Nebraska with Bulletin 29 u. 30. Lincoln 1893.
- Bulletin de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. 1893. No. 2 u. 3. Moscou 1893.



Marburg. Universitäts-Buchdruckerei (R. Friedrich).

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Gesellschaft zur Beförderung der gesamten Naturwissenschaften zu Marburg](#)

Jahr/Year: 1894

Band/Volume: [1893](#)

Autor(en)/Author(s): Diverse Autoren

Artikel/Article: [Sitzungsberichte der Gesellschaft zur Beförderung der gesamten Naturwissenschaften zu Marburg 1893 1-61](#)