

# Ueber Bestimmung der Fehler des Spiegelsextanten und seine Erweiterung zum Messen aller Winkel.

Mit 2 lithographischen Tafeln

von

**E. Kayser.**

## I. Apparat zur Beseitigung der Fehler und Ermittelung der Excentricität.

In der Sitzung der Section für Physik und Chemie am 23. Dezember 1891 wurde vom Verfasser ein Apparat demonstriert, an welchem in bequemster Weise im Zimmer, ohne Beobachtungen an weit abgelegenen terrestrischen oder himmlischen Objecten zu Hülfe zu nehmen, alle Fehler des Sextanten beseitigt oder bestimmt werden können.

Eine durch ein kleines Doseniveau horizontal stellbare Spiegelglasscheibe auf einem Tische ist von einem hölzernen Halbradgestell umgeben, auf dem drei kleinere Fernrohre, jedes mit Fadenkreuz versehen, an verschiedenen Stellen des Umganges umgesteckt werden, so dass ihre Richtung im Horizont unter beliebigem Azimutalwinkel möglich ist. Ihre Horizontalität zu dem abgedrehten und horizontal gerichteten Holzrad lässt sich durch Deckung der Fadenkreuze je zweier auf einander gestellter Fernrohre prüfen: es muss diese Prüfung in allen zwischen den drei vorzunehmenden Combinationen vollführt werden.

Das genaue Einstellen im Azimut wird ohne Schrauben handlich durch einen grösseren Hebel, welcher jedem der Fernrohre angefügt ist, bewerkstelligt; während für jede Einstechstelle eine Feder den Andruck des in einem Holzwürfel befindlichen Fernrohres an den Holzkranz leistet und damit auf einige Zeit Constanze der Haltung sichert.

Auf einem Holzgestell ist der zu untersuchende Sextant mit seinem Limbus horizontal und mit seinem Fernrohr in der gleichen Höhe, welche die anderen Fernrohre haben, festgemacht; man kann ihn im Hohlraum auf der Glasscheibe nach allen Richtungen stellen und es wird demnach der Limbus, einmal horizontal gerichtet, überall die horizontale Lage einnehmen. Um diesen aber horizontal zu machen, erhält das Sextantenstativ dicht neben dem Limbus ein durch das Niveau horizontal zu stellendes Spiegelglas. Wenn eine wagerechte Linie, welche als Object am Fenster sich befindet, unter

schiefem Auffallen auf Glas und Limbus reflectirt vom Auge zusammenfallend beobachtet werden kann, so ist der Limbus in richtiger Lage, andererseits lässt sich durch Verschiebung von kleinen Keilen die Correction besorgen.

Um zu sehen, ob das Sextantenfernrohr in der Ebene des Limbus liegt, ist nur nöthig, dasselbe auf eins der Fernrohre zu wenden. Die Abweichung des horizontalen Kreuzfadens von der Mitte des Sextantenrohres, zu welchem Zwecke dieses ebenfalls ein Fadenkreuz erhält, kann nun, falls Corrections-schrauben an dem Sextanten vorhanden sind leicht weggebracht werden.

Zur bequemeren Durchsicht wird dem Sextantenrohroculare ein kleines rechtwinkliges Glasprisma beigefügt, für die anderen drei Fernrohre ist ein unter  $45^{\circ}$  geneigter Spiegel auf Stativ verwendbar; es können daher alle Beobachtungen mit dem Blick nach unten angestellt werden.

Richtet man ferner zwei der Fernrohre auf den grossen Spiegel, dass durch Reflexion das Zusammenfallen ihrer horizontalen Kreuzfäden zu Stande kommt, so steht derselbe senkrecht auf dem Limbus, andernfalls kann an der Fassung des grossen Spiegels die nöthige Aenderung bewerkstelligt werden.

Der kleine Spiegel erhält dann durch Aenderung an seinen Corrections-schrauben den richtigen Stand parallel dem grossen, wenn man durch das Sextantenrohr zusicht, ob das directe Bild des horizontalen Fadens eines der Fernrohre und das doppelt reflectirte Bild des entsprechenden Fadens eines zweiten in passende Stellung gebrachten Fernrohres sich decken.

Es bleibt schliesslich noch die Bestimmung des prismatischen Fehlers des grossen Spiegels und der Excentricität übrig. Zu dem Zwecke werden zwei der Fernrohre im Durchmesser des Holzrades scharf aufeinandergestellt. Das eine von diesen, es möge mit 1 bezeichnet werden, bleibt fest, während das andere (2) aus seiner ursprünglichen Stellung zur Verwendung für einen anderen Ort nach dem Folgenden zugezogen wird. Die Stellung der beiden Fernrohre in gerader Linie repräsentirt nämlich einen Winkel von  $180^{\circ}$ , und diesen Winkel, in aliquoten Theilen vom Sextanten gemessen, muss der letztere wiedergeben, wenn er ohne jene Fehler ist. Wird also das Fernrohr 3 nahezu unter  $90^{\circ}$  zwischen jene beiden eingeschaltet, so kann man, nachdem der Sextant auch auf  $90^{\circ}$  gestellt ist und zum Nachmessen des Winkels 2,3\*) verwendet wird, an dem Hebel des Rohres 3 leicht die richtige Aenderung vornehmen, welche dem eingestellten Sextantenwinkel entspricht. Das Fernrohr 3 bleibt nun ungeändert, der Sextant wird in die zum Naehmessen des Winkels 3,1 nothwendige Drehung geführt, und man erhält die Ablesung dieses zweiten Winkels.

Heissen  $a'$  und  $a''$  die gemachten Ablesungen,  $i$  die Angabe des Index für die Nullstellung des Sextanten, wenn diese in der Vortheilung liegt,  $+$  gerechnet und  $q_{90}$  die Correction des Sextantenwinkels von  $90^{\circ}$ , zusammen-gesetzt aus den angeführten Fehlerquellen und demnach die Fehlerquantität,

\*) Kürzere Bezeichnung für den Winkel, den Fernrohr 2 mit Fernrohr 3 bildet.

welche eigentlich gewünscht und gebraucht wird, so findet man letztere aus der Gleichung:

$$\frac{a' + a''}{2} + i + q_{60} = 90^\circ$$

Zur Bestimmung der Correction für  $60^\circ$  Winkel  $q_{60}$  hat man zunächst das Rohr 3 ungefähr unter  $60^\circ$  Azimut zu 2, den Sextanten auf nahezu  $60^\circ$ , dann das Rohr 3 an dem Hebel genau dem Sextantenwinkel gleich zu stellen, mit dem Rohre 2 das dritte zu übersetzen und dieses ebenso zu korrigiren, dass 3,2 wieder denselben Sextantenwinkel bilden, endlich den Winkel 2,1 nachzumessen. Die aus den Beobachtungen gewonnenen drei Ablesungen mögen  $a', a'', a'''$  heissen, dann ergiebt sich  $q_{60}$  aus der Gleichung:

$$\frac{a' + a'' + a'''}{3} + i + q_{60} = 60^\circ$$

So würde man andere kleinere Winkel als  $60^\circ$  auf dem Wege der Multiplikation berichtigten können; indess ist es praktischer, sogleich, nachdem man die Correction für  $60^\circ$  festgestellt hat, das Supplement  $120^\circ$  durch Fernrohrstellung 3,1 nachzumessen, und also die auf diesen Winkel bezügliche Correction zu finden, ferner wieder durch Einschaltung eines Rohres in die Mitte eines  $60^\circ$  umfassenden Raumes und durch Nachmessung dieser Theile die Correction  $q_{30}$  zu suchen.

In ähnlicher Weise kann die Methode auch anstatt auf Summe auf die Differenz zweier Winkel angewendet werden. Denn, nachdem man bei Beobachtung des Winkels von  $90^\circ$ , durch Einschub eines Fernrohres in die Mitte, zugleich die Correction für den Winkel von  $45^\circ$  gefunden hat und die auf  $60^\circ$  bezügliche schon kennt, ist auch durch die Correction der Fernrohrstellungen von  $45^\circ$  und  $60^\circ$  die Correction des Unterschiedes also für  $15^\circ$  ermittelt.

Auf diese Weise gelingt es für eine Anzahl innerhalb gewisser Intervalle fortschreitender Winkel ausreichend genaue Correctionen zu erhalten, um durch Interpolation für jeden beliebigen Winkel des Sextanten die zugehörige Correction berechnen zu können.

Da es ferner auch wünschenswerth ist, jede dieser Correctionen, welche sich aus dem Betrage zweier verschiedener Fehler zusammensetzt, in ihren Partialwerthen zu kennen, so empfiehlt es sich, dieselbe Methode zu wiederholen, nachdem ein versilbertes Glas, dessen Silberseite spiegelt, dicht vor dem grossen Spiegel befestigt ist. Hierdurch werden also die von der Excentricität herrührenden Fehler allein gefunden.

Die Methode wurde an einem kleinen neuen Sextanten des Verfassers näher auseinandergesetzt, dessen Theilung auf halbe Minuten geht. Da er statt der kleinen Lupe zur Ablesung der Theilung ein zusammengesetztes Microscop verwendete, so konnte er über den Grad des Zusammenfallens der Noniustheilstriche eine genauere Schätzung erlangen und damit wenigstens eine Genauigkeit der Ablesung auf  $15''$ . Das versilberte Glas war durch Wachs befestigt und nach der vorhin erörterten Methode wie der grosse Spiegel genau senk-

recht gestellt worden. Die so erhaltenen Werthe gleichen den erst ermittelten bis auf wenige Secunden, so dass der prismatische Fehler bei dem verwendeten Instrument als nicht vorhanden anzusehen ist. Die Excentricität dieses Sextanten ist aber nicht unbedeutend, denn die Messungen ergeben die Correctionen folgendermaassen:

$$\begin{aligned}q_{50} &= + 0' 5'' \\q_{60} &= + 0 13 \\q_{90} &= + 1 6 \\q_{120} &= + 2 50\end{aligned}$$

Es bleibt noch zuzufügen übrig, dass der Indexfehler mittelst des Apparates ebenfalls bestimmt werden kann. Dazu ist nötig, auf dem Halbrädgestell zwei der Fernrohre in dem Abstande ihrer Gesichtslinien parallel zu stellen, der der Entfernung des Mittelpunktes des grossen Spiegels von der Gesichtslinie des Sextantenfernrohres ungefähr gleichkommt. Dieses Parallelstellen erreicht man, wenn man das 3. Fernrohr in einen beliebigen Winkel zu einem der schon nahezu parallel gerichteten Fernrohre bringt, diesen Winkel mit dem Sextanten einstellt, und mittelst des Hebels des zweiten Rohres auch dieses zur Fadendeckung hinleitet, nachdem der Sextant dem Zwecke entsprechend verschoben worden ist. Wenn nun die Albidate nach der Nullstellung hin gedreht, und der verticale Faden des einen der parallelen Fernrohre direct gesehen mit dem entsprechenden Faden des anderen, doppelt reflectirt, zur Deckung gebracht wird, so ergiebt die Ablesung den Indexfehler.

Der Vortragende zeigte noch ein einfacheres Verfahren der Indexbestimmung. Ein grösseres Objectiv, hier ein Steinheil'sches von  $3\frac{1}{2}$  Zoll Oeffnung, in dessen Brennebene ein auf Papier gezeichnetes Fadenkreuz gestellt ist, wird vor dem Sextanten vertical und mit seinem Mittelpunkt in gleichem Niveau wie jener angebracht, man erlangt damit ohne weitere Vorbereitung das Mittel zur Einstellung der beiden in Betracht kommenden Bilder. Da die zur Deckung gebrachten Bilder, wenn das Objectiv in seiner Gesichtslinie entweder weiter vom Brennpunkt oder näher zu bewegt wird, wieder auseinander gehen, so bietet der Sextant auch eine Methode, wie die Brennweite eines Objectives gefunden werden kann, insofern der Indexfehler schon auf andere Weise gegeben ist. Zu dem Zwecke wird man zu mehreren verschiedenen Aufstellungen des Objectives die jedesmalige Entfernung nach dem Fadenkreuz hin und die bezügliche Einstellung des Indexes notiren und auf dem Wege der Rechnung den wahrrscheinlichsten Werth der Brennweite dem eigentlichen Indexfehler entsprechend, um welchen jene Angaben sich gruppiren, suchen.

Die Genauigkeit des angegebenen Verfahrens, die Fehler des Sextanten zu ermitteln, hängt ab von der Stabilität des Apparates und von der Präcision der Einstellungen, welche theils an den drei Fernrohren, theils am Sextanten gemacht werden. Der öftere Gebrauch hat gelehrt, dass zwei auf einander gerichtete Fernrohre ihren constanten Ort auf längere Zeit, als nötig ist,

behaupteten, während manche andere Manipulation an dem Halbrade vorgenommen, ja selbst dieses auf die Kante gestellt wurde.

Wie gross die Abweichungen der Horizontalfäden der Fernrohre vom Horizont sich gestalten, ist deutlich in der Mitte des Sextantenrohres zu controlliren; es kommen nicht grössere als im Betrage von  $5'$  vor und da zu diesen sich seitliche Neigungen ebenfalls von  $5'$  gesellen können, so ist der Einfluss auf die Einstellung im Werthe von  $5' \sin 5'$  noch unter  $0''.5$ , zu welcher Grösse sich der Betrag der Deviation des Sextantenrohres im erörterten Falle von weniger als  $1''$  fügt. Derartige Beträge sind also zu vernachlässigen.

Von den Ablesungen ist ferner zu sagen, dass selbst an diesem kleinen Sextanten nur äusserst selten eine Abweichung von  $1'$  vom Mittel aller für einen bestimmten Fall gewonnenen Beobachtungen vorkam, wenn, was Hauptsache ist, die Vorsicht befolgt wird, ein und dieselbe Haltung des Auges für sämmtliche Einstellungen, die Indexfehlerbestimmung eingeschlossen, in der Richtung der Durchsicht durch das Ocularprisma zu bewahren. Hat man nun auch für alle anderen Richtungen des Auges die etwaigen Aenderungen der Einstellungen ermittelt, so wird man bei den üblichen Winkelmessungen mit dem Sextanten, je nachdem die Ebene dieses Instrumentes bei der Beobachtung gehalten werden musste, die entsprechende Correction verwenden können.

Bei sehr genauen Winkelmessungen mittelst des Sextanten werden die Correctionen nach den Formeln von Bohnenberger, Eneke, Sawitsch und anderen berechnet, wobei die Kenntniss des Winkels ( $\beta$ ), den die auf dem kleinen Spiegel senkrecht stehende Linie mit der optischen Axe des Fernrohres bildet, erforderlich ist. Nach Gauss' Methode, den Sextanten heliotropisch zu brauchen, muss auch dieser Winkel, da er mit zur Einstellung auf das Object, welches ein Lichtsignal bekommen soll, verwendet wird, genau bekannt sein. Durch die Benutzung der drei Hülfsfernrohre gelangt man folgendermaassen leicht zum Ziele. Hauptrohr 1 und Fernrohr 2 werden wie oben, auf einander gerichtet, der zwischen beide gebrachte Sextant erhält durch sein Fernrohr die directe Einstellung auf 2. Wenn nun Fernrohr 3 an bezüglicher Stelle zu dem kleinen Spiegel so gestellt wird, dass von diesem allein reflectirt das Fadenkreuz des 3. Rohres mit der Sextantenrohraxe zusammenfällt, dann bilden Fernrohr 3 mit 1 den verlangten doppelten Winkel ( $2\beta$ ) und dieser kann zuletzt präzise gemessen werden.

Der skizzirten Darstellung der Methode ist schliesslich noch eine Bemerkung über die anzuwendende Beliechtung der Fadenkreuze zuzuschalten. Am praktischsten ist es, vor die Oculare der Hülfsrohre kleine Lampen zu stellen, welche am Tage ebenso gut wie bei abendlicher Dunkelheit die nötige Deutlichkeit veranlassen.

Die bis hierher gegebene Darstellung ist der Inhalt des Vortrages, der in jener Sitzung der physikalischen Section gehalten wurde, und da es sich um ein Referat handelte, so war von der bildlichen Darstellung des Apparates abgesehen. Durch die gegenwärtige Beigabe von Tafeln ist nun

das instrumentelle Arrangement verdeutlicht, und in Fig. 1 auf Taf. I der Fall abgebildet, wo die beiden äussersten Fernrohre aufeinander gerichtet sind, das dritte zu dem einen von diesen einen Winkel von  $30^{\circ}$  bildet, und der Sextant innerhalb des Holzbogenus mit seinem Fernrohr auf das dritte Rohr gerichtet steht. Der grosse Spiegel findet sich dem links befindlichen Fernrohr so zugewendet, dass die Messung jenes Winkels von  $30^{\circ}$  erfolgen kann.

Der Apparat soll zweien Zwecken dienen, erstens die Neigungen der bezüglichen Sextantenteile, nämlich beider Spiegel und des Fernrohres, zur Sextautenebene zu berichtigen oder zu bestimmen, und zweitens die Richtungen der directen und reflectirten Strahlen von den Abweichungen zu befreien, welche Excentricität und prismatische Fehler verursachen. Während für den zweiten Zweck der Gebrauch von Hebeln anstatt von Micrometerschrauben behufs scharfer Einstellung als hinreichend sich erwiesen hat, bedarf es für den ersten, wenn es darauf ankommt, nicht allein die zu berücksichtigenden Fehler auf ein Minimum herunter zu bringen, sondern den schliesslichen Betrag quantitativ festzustellen, noch einer besonderen Messvorrichtung. Hierzu empfiehlt es sich, einfach in den Brennpunkten der Hülfsfernrohre Glasplättchen, mit einer kleinen Theilung versehen, deren Striche horizontal laufen, einzuschalten.

## II. Rückblick auf die bisherigen Instrumente und Erweiterung des Spiegelsextanten.

Den Mängeln des Sextanten zu begegnen, construirte v. Steinheil in München einen Prismenkreis. Die geringere optische Kraft, wie Encke im Berliner Jahrbuch 1830 darthut, schien ihm nicht der grösste Fehler, auch nicht die Excentricität, da sie nur den wahrscheinlichen Fehler vergrössert, sondern das Zunehmen der Undeutlichkeit des doppelt reflectirten Bildes mit Wachsen des zu messenden Winkels; zudem kam der Umstand, dass die Messung nicht auf alle möglichen Winkel ausgedehnt werden kann. Die Firma Steinheil & Ertel stellte diese Instrumente her.

Statt paralleler belegter Glasspiegel sind bei diesen Kreisen Glasprismen mit zwei gleichen Winkeln angewendet. Das eine ist mit dem getheilten Kreise, dessen Theilung im Durchmesser von 10 zu  $10'$  durch die diametralen Nonien  $10''$  ablesen lässt, verbunden, das andere mit der Alhidade. Durch Drehen beider gegen einander werden Coincidenzen der Bilder bewirkt, deren Objecte um den doppelten von der Alhidade bezeichneten Drehungswinkel abstehen. Da nun jedes Prisma für sich um etwa  $48^{\circ}$  verstellt werden kann, also beide zusammen über  $90^{\circ}$  umfassen, wofür der eigentliche Winkel zwischen den Objecten das doppelte ist, so sind alle Winkel ohne Ausnahmen zu messen möglich.

Durch Zerschneiden erlangte v. Steinheil aus einem Prisma von doppelter Höhe zwei congruente Prismen, die die Beobachtungen von den sonst anhaftenden Fehlern befreien.

Die Drehung der Alhidade mit ihren Prismen allein, wie auch des Kreises und der Alhidade zusammen gegen das Fernrohr kann an dem Instrument vorgenommen werden. Der Werth letzterer Verstellung ist an dem betreffenden Arme von 1 zu  $1^{\circ}$  angegeben.

Nach v. Steinheil's Angabe geschieht nun die Beobachtung folgendermaassen: „Erstens, indem man das Prisma des Kreises so stehen lässt, dass man durch dasselbe in gerader Richtung nach dem einen Object sieht, nun aber die Klemme der Alhidade löst, und an dieser das Alhidadeprisma dreht, bis das zweite rechts vom Beobachter liegende Object im Gesichtsfelde erscheint, dann klemmt, einstellt und abliest; hierauf Kreis und Alhidade um circa denselben Winkel, vom Index des Armes bezeichnet, verstellt und nun die Beobachtung wiederholt entweder, indem man direct nach dem zweiten Object sieht, oder in umgekehrter Lage des Kreises nach dem ersten. Hier ist die Summe der beiden Ablesungen nach Anbringung des Collimationsfehlers, der gesuchte Naturwinkel befreit von dem Einfluss der Winkelungleichheit der Prismen und der Excentricität. Auf diese Weise können Winkel bis über  $90^{\circ}$  gemessen werden. Die zweite Beobachtungsart besteht darin, dass man beiden Prismen eine symmetrische Lage gegen die optische Axe giebt; auch hierzu dient der Index, indem man Kreis und Alhidade zugleich um den halben Winkel dreht, welchen die Hypotenusenflächen beider Prismen mit einander bilden. In diesem Falle ist das Fernrohr also nach keinem der Objecte selbst, sondern zwischen beide gerichtet. Auf diese Weise können alle Winkel über  $180^{\circ}$  hinaus gemessen werden.“

Insofern das Fernrohr in horizontaler Lage gehalten wird, empfiehlt der Erfinder die letztere Methode besonders zu Höhenbeobachtungen, z. B. der Sonne über dem Reflexions-Horizont. Es gehört aber zu solchen Beobachtungen viel Geschicklichkeit. Da bei den Sextanten das vom künstlichen Horizont reflectirte Bild als Zielpunkt festgehalten wird, und also nur nöthig ist, das doppelt reflectirte Bild durch Drehung um die Axe des Fernrohres mit dem Bilde des künstlichen Horizontes zusammenfallen zu lassen, so ist diese Methode der beim Prismenkreise anzuwendenden bei weitem vorzuziehen, hier, wo man gar keinen Halt hat und ohne ein bestimmtes Object zu fixiren, zwei reflectirte Bilder zusammenzustellen suchen muss. Wenn daher auch gleich nach Erfindung 1833/34 ausgezeichnete Beobachter wie Schumacher und v. Fuss auf der Altona'er Sternwarte wegen Ausfall verschiedener sonst bei Spiegelinstrumenten vorkommenden Fehler nichts Anderes als vorzügliche Resultate erhielten und berichteten, und die gleich darauf folgende von Bessel gegebene Theorie und Untersuchung des Instrumentes als beste Empfehlung zur Seite stand, so erlangte hinsichts der praktisch leichteren Ausführbarkeit der Beobachtungen der 1845 von Pistor und Martins construirte Spiegelkreis doch den Vorzug.

Bei diesem Instrument ist auf einem Radius des Limbus anstatt des beim Sextanten üblichen kleinen Spiegels ein gleichseitiges Prisma angebracht, in

welches die vom beweglichen und auf der Mitte der Alhidade senkrecht befestigten Spiegel reflectirten Strahlen fallen, im Innern zweimal gebrochen und einmal total reflectirt werden. Die von ihnen kommenden und eine Hälfte des Fernrohres ausfüllenden Strahlen erzeugen ein helleres Bild, als das beim Sextanten zu beobachtende. Das andere Bild kommt direct in der anderen Hälfte des Rohres zu Stande.

Mittelst dieses Instrumentes können jedoch auch nicht alle überhaupt vorkommenden Winkel zwischen  $0^\circ$  und  $180^\circ$  in einem Sinne gemessen werden. Nimmt man nämlich den Ausgang der Beobachtungen von der Stellung her, wo Spiegalebene mit der Hypotenuse des Prisma parallel stehen und Null abgelesen wird, so kann man zunächst alle Winkel bis etwa  $130^\circ$  messen, hier aber hemmt das Prisma den Einfall der Strahlen vom Object rechts, das direct sehende Fernrohr ist auf den linksliegenden Gegenstand gerichtet. Wird aber in demselben Sinne vom Nullpunkt um  $90^\circ$  die Alhidade bewegt, so werden die vom Spiegel ins Prisma gelangenden Strahlen mit der Richtung des Fernrohres einen Winkel von  $180^\circ$  bilden, und wird in diesem Drehungssinn weiter fortgefahren, so kommen die Objecte zwischen  $180^\circ$  bis gegen  $280^\circ$  oder mit anderen Worten zwischen  $180^\circ$  und  $100^\circ$  zur Messung; in diesem Falle muss das Fernrohr dem rechtsliegenden Gegenstand zugewendet werden. Winkel zwischen  $100^\circ$  und  $130^\circ$  können demnach mit diesem Instrumente auf zwei Arten gemessen werden.

In einem bekannten geodätischen Werke ist ohne weitere Erörterung folgender Satz in Bezug auf die vorhin erwähnte Doppelmessung mitgetheilt. „Wenn man beide kreuzweise Beobachtungen anstellt, so braucht man den Indexfehler nicht zu bestimmen; auch der Fehler, welcher von der prismatischen Gestalt des Spiegels abhängt, wird dadurch eliminiert.“

Dieser Satz muss dahin berichtigt werden, dass der Indexfehler nur dann für das Mittel zweier derartiger Ablesungen nicht in Betracht kommt, wenn kein Spiegelfehler vorhanden ist.

Um den für jede dieser Beobachtungen verschiedenen Auffall der Strahlen, daher der Spiegelfehler auch ein anderer wird, zu verdeutlichen, möge an die Figur 2 auf Taf. I die folgende Erörterung geknüpft werden.

Die punktirten Linien stellen Spiegelstellungen vor. Zur Vereinfachung ist das Prisma, auf welches das Fernrohr sieht, durch einen Spiegel ersetzt, und der auffallende und in das Rohr eintretende Strahl bildet mit der Spiegalebene den Winkel a. Der gezeichnete Halbkreis, dessen Durchmesser die Richtung 0,0 hat, giebt die Hälfte des getheilten Kreises und mit den beige-schriebenen Zahlen den Sinn der Ablesung, nach dem Spiegelgesetz doppelt gerechnet, von  $0^\circ$ — $180^\circ$  zu- und von  $180^\circ$ — $0^\circ$  abnehmend wieder.

In dem Mittelpunkt also befindet sich der drehbare Spiegel; steht dieser parallel dem festen in der Richtung 0,0, so ist die Ablesung  $0^\circ$ ; die Richtung der Linie vom Mittelpunkt zum Mittelpunkt des festen Fernrohrspiegels stellt den Gang der reflectirten Strahlen des indirecten Objectes vor. Ist also ein

zwischen  $100^\circ - 130^\circ$  betragender Winkel zwischen den Objecten zu messen, deren Darstellung in dem durch Pfeilspitzen bezeichneten Winkel I,I mit der Bezeichnung b gegeben ist, so behält in der zweiten Beobachtungsweise der eine Schenkel dieses Winkels b die parallele Richtung bei, und der Winkel kommt in die Lage II,II. Zur Deckung der beiden Objecte muss in der ersten Beobachtung der Spiegel in die mit I bezeichnete Lage gedreht werden, so dass der auffallende Strahl des indirekten Objectes I dieselbe Neigung zum Spiegel wie die Richtung der beiden Spiegelmittelpunkte hat. Dieser Winkel zwischen dem auffallenden und reflectirten Strahl folgt aus der Figur als dritter Winkel des Dreiecks, dessen zwei bekannte Winkel b und 2a sind,

$$= 180^\circ - b - 2a. \text{ Seine H\"alfte } 90^\circ - \frac{b}{2} - a \text{ ist der Einfallswinkel des Spiegels.}$$

Wird nun der Spiegel weiter in demselben Sinne in die andere mit II beschriebene Lage gedreht, so erhält man für die andere zu nehmende Haltung des Spiegelkreises die Richtung, wo wieder der eine Schenkel des Winkels II vom indirekten Object mit der Verbindungslinie beider Spiegelmittelpunkte gleiche Neigung zur Spiegelebene II bildet. Um den Ausdruck in den gegebenen Grössen zu erhalten, hat man zu bedenken, dass die äussersten Schenkel I,II den in der Figur durch den Bogen 2b bezeichneten convexen Winkel bilden, der zugehörige concave Winkel beträgt also  $360^\circ - 2b$  und wenn man davon den Winkel  $180^\circ - b - 2a$  abzieht, so wird  $180^\circ - b + 2a$  der zugehörige doppelte und die Hälfte davon  $= 90^\circ - \frac{b}{2} + a$  der verlangte Einfalls-winkel.

Die für beide Beobachtungsarten gewonnenen Einfallswinkel unterscheiden sich also um den Betrag 2a, und waltet ein prismatisches Verhalten ob, so kann der dadurch entstehende Fehler nicht in dem Mittel zweier combinirten Beobachtungen herausgehen. Wenn dagegen der Indexfehler, wie gewöhnlich, bestimmt wird, so verdient die Beobachtung nach der zweiten Art für Objecte zwischen  $100^\circ$  und  $130^\circ$  vor der ersten den Vorzug, da wegen mehr gleich artigen Auffalls der Strahlen der prismatische Fehler des Glases besser eliminiert wird; und dieser würde überhaupt aus der speziellen Messung eines Winkels  $b = 100^\circ$  herausgehen, wenn das Instrument Hinsichts der Prismastellung mit dem Werthe von  $a = 25^\circ$  ausgestattet wäre, da nämlich bei der Indexfehlerbestimmung der auf den beweglichen Spiegel fallende Strahl mit dem Lot denselben Winkel von  $65^\circ$  bildet, wie bei der Messung von  $b = 100^\circ$ , wo  $90^\circ - \frac{b}{2} + a$  der entsprechende Auffallwinkel also auch  $= 65^\circ$  ist.

Gleich nach Erfindung des Spiegelkreises von Pistor und Martins 1845 wurde diesem Instrumente das Prognostikon gestellt, dass es sehr bald den Sextanten gänzlich verdrängen würde. Der Fortfall des Excentricitätsfehlers durch Ablesung zweier diametraler Nonien schien gewaltig ins Gewicht zu fallen. Hinsichts der Helligkeit der Bilder gebührt ihm auch einiger Vorzug.

Da der auf die Prisma-Hypotenuse fallende Strahl mit ihr ungefähr einen Winkel von  $20^{\circ}$  bildet, so fangen allerdings mit schwächerer Helligkeit von  $0^{\circ}$  gerechnet die Messungen an, werden aber mit Steigerung der Winkelgrösse werthvoller; beim Sextanten ist es umgekehrt, die Bilder nehmen mit Grösserwerden des Winkels an Helligkeit ab und erreichen etwa bei  $100^{\circ}$  den Grad der Helligkeit, der dort der Beobachtung des Anfangs entspricht. Aber der Vortheil, dass der Spiegelkreis alle Winkel von  $0^{\circ}$ — $180^{\circ}$  zu messen gestattet, ist wieder durch den Uebelstand geschränkt, dass gegen  $180^{\circ}$  hin für ein beträchtliches Intervall der Kopf des Beobachters ein Hinderniss bietet und zur Aushilfe nach einem Ocularprisma gegriffen werden muss, womit dann die directe Anvisirung eines der beiden Objecte wieder aufhört.

Die Sextanten sind in ungeschmälertem Gebrauch geblieben, und heute zweifellos mit mehr Berechtigung, da auf Instituten wie beispielsweise die Deutsche Seewarte in Hamburg diese Instrumente Hinsichts ihrer Leistungsfähigkeit und ihrer Fehler untersucht werden. Die Beobachter bekommen über ihre eingeschickten Apparate Atteste, welche ausser allgemeinen Eigenschaftsattributen über Fernrohr, Spiegel, Verdunkelungsgläser etc. insbesondere eine Correctionstabelle für die zu messenden Winkel von 10 zu 10 Graden enthalten. Es ist also, wenn es sich nicht um Messungen handelt, die an die stumpferen Winkel bis  $180^{\circ}$  hinanreichen, genügend für beste Bequemlichkeit und corrente Verwerthung des Sextanten Sorge getragen, und das Instrument kann mit grösserem Radius construirt sein, als es bei einem vollen Kreise wünschenswerth und practisch wäre, und demnach grössere Heiligkeit, feinere Theilung und leichtere Ablesbarkeit haben.

Der Verfasser ist nun bestrebt gewesen, Constructionen des Sextanten zu suchen, die das Instrument Hinsichts der vollständigen Winkelmessung dem Spiegelkreise gleichsetzen lassen.

Zunächst galt es, an seinem kleinen Sextanten eine Einrichtung zu treffen, die zeitweise leicht und constant nur aufgesteckt zu werden braucht, wenn es sich darum handelt, die grössten Winkel zu messen.

Die Abbildung Fig. 3 Taf. I stellt das Instrument sammt seinem darauf befestigten Hülfsapparat vor und zur Verdeutlichung des Ganges der Strahlen ist eine zweite Figur 4, einen Grundriss der charakteristischen Spiegelstellungen enthaltend, beigefügt. Anstatt der sonstigen directen Richtung des Fernrohres über den kleinen Spiegel a hinaus nach B zielt das Fernrohr mittelst der zwei oberhalb angebrachten, und unter einem Winkel von  $135^{\circ}$  zusammengestellten Spiegel nach der um  $90^{\circ}$  abgelenkten Richtung B' hin.

Der Ersatz eines anstatt der zwei Spiegel würde nicht genügen und verstösst gegen das Prinzip des Sextanten, wonach der reflectirte Strahl bei einer paarweisen Spiegelanlage seine Richtung beibehält, wenn der Sextant gedreht wird.

Das Fernrohr sieht zugleich nach dem Spiegel a und erhält von ihm und vom grossen Spiegel c, je nachdem dieser gedreht wird, Abbildung von Objecten,

welche nach zwei Richtungen  $b$  und  $b'$  in der Figur angegeben sind. Diesen Richtungen werden Messungen von Winkeln von  $90^\circ$  und  $180^\circ$  entsprechen, wofür die Ablesungen der Alhidade  $0^\circ$  und  $90^\circ$  ergeben.

Dem Ocularende wird ein kleines Prisma angefügt und dazu im rechten Winkel ein hohler Rohreinsatz, wie aus der Zeichnung ersichtlich ist. Durch gewinnt man die Bequemlichkeit, das eine der beiden Objecte mit dem Auge direct anvisiren zu können.

Der Indexfehler kann nun nach zwei Methoden bestimmt werden, indem man auf gewöhnliche Weise den Sextanten anwendet, einen ungefahren Winkel von  $90^\circ$  misst und dann diese Ablesung mit der durch die zweite Beobachtungsart gewonnenen vergleicht, oder indem man zweitens ohne jene gewöhnliche Beobachtung zu beanspruchen, einen ungefahren Winkel von  $180^\circ$  an zwei Objecten im Horizont zur Messung wählt, und zwar im zwiefachen Sinne, je nachdem die Augenrichtung dem einen oder dem anderen Objecte zugekehrt wird. Das Mittel aus letzteren beiden Messungen ist frei vom Indexfehler.

Sind die Objecte zwei diametral gegenüberstehende Seeränder, welche Beobachtung bei Ermittelung der Kimmtiefe eine Rolle spielt, so ist der Sextant im verticalen Sinne nach oben und nach unten zu halten. Letztere Haltung muss allerdings wegen sonstiger Verdeckung des Objectes mit bezüglichem Abbiegen des Körpers getroffen werden.

Die Anwendung derjenigen Excentricitäts-Correctionen, welche bei der gewöhnlichen Messung der Winkel von  $0^\circ$  ab obwalten, wird auch für die grösseren zu messenden Winkel gültig sein, da gewissermassen nur der Indexfehler um  $90^\circ$  vergrössert ist.

Da man den grossen Spiegel an unserem Instrument noch über  $90^\circ$  bis  $105^\circ$ , wenn der Hülfsapparat aufgesetzt ist, verschieben kann, so ist die Messung der Winkel bis auf  $195^\circ$  im convexen Sinne auszudehnen möglich, oder man erhält noch auf eine zweite Weise die Winkelgrössen zwischen  $180^\circ$  und  $165^\circ$ .

Infofern der grosse Spiegel in der gewöhnlichen Handhabung des Instrumentes nur um  $45^\circ$  zur bezüglichen Ablesung der Winkel bis  $90^\circ$  gedreht wird, und in der Hülfsanwendung dieselbe Drehung für die Messung der Winkel von  $90^\circ$ — $180^\circ$  zureicht, kommt der Sextant vortheilhaft nicht zur Ausnutzung sehr flacher Auffallwinkel in Anwendung und es braucht eigentlich die Construction der Theilung nicht weit über  $90^\circ$  zu gehen.

Was nun noch speiell die Einrichtung der zwei zukommenden Hülffspiegel betrifft, so sind an jedem derselben die nöthigen Schrauben anzubringen, welche die Berichtigung des Strahlenauffalls auf jeden unter  $22\frac{1}{2}^\circ$  mit der Spiegel-ebene, die Neigung beider unter  $135^\circ$  und die verticale Stellung zu fordern geschickt sind; es ist indess unnütz, genau jene Winkelquantitäten einzuhalten, dagegen unerlässlich die Correctur der zuerst auffallenden und der zuletzt ins Fernrohr nach der Gesichtslinie fallenden Strahlen bis zu dem Grade, dass diese mit der Sextanten-Ebene coincidiren. Wie aus der Abbildung Fig. 3 ersichtlich, sind eine Anzahl Schrauben dem Apparat beigefügt, womit die genaueste

Einstellung mit Leichtigkeit erlangt wird; auch lässt sich derselbe schnell und sicher auf den kleinen Sextanten aufstellen, die Schraube schnappt in eine punktförmige Öffnung, die Klemme dieser Schraube hält ihn sicher fest, und da die Kante des Sextanten in längerem Betrage zur innigen Anlehnung benutzt wird, so ist keine in Belang kommende Verschiebung zu befürchten, wenn der Apparat wiederholentlich abgenommen und aufgesetzt wird.

Bemerkt mag schliesslich noch werden, dass an diesem Sextanten nachträglich der Zusatz gemacht werden ist; günstiger dürfte sich die Sache gestalten, wenn von Hause aus auf eine derartige Hülleinrichtung das Instrument zugestutzt wird.

Wie der Sextant zum Gebrauch der Winkelmessungen in Umfang eines Spiegelkreises hergestellt werden kann, ist noch auf eine andere Art zu erreichen. Diese Construction hat der Verfasser nicht ausgeführt; die Zeichnung Fig. 5 auf Taf. II soll nur eine Idee geben, wie mit Beibehaltung der sonstigen Einrichtung der obige Zweck erreicht wird und bezieht sich nur auf Instrumente grösserer Dimensionen.

Wie man sieht, ist der Sextant nach der Endseite der Theilung hin erweitert. Die erweiterte Seite dient dazu, noch einen zweiten kleinen Spiegel, gerade so, wie es der gewöhnliche ist, und dahinter einen Fernrohrhalter zu befestigen, in den dasselbe beigegebene Fernrohr und zwar möglichst senkrecht zum Speichensinne gerichtet, eingeschraubt wird. Das Fernrohr sieht sowohl auf den zweiten kleinen Spiegel, welcher vom grossen Spiegel reflektirte Bilder eines Objectes empfängt, als auch darüber weg direct auf ein zweites Object. Die gefärbten Gläser sind in der Zeichnung zugesetzt und wie bei der gewöhnlichen Constructionsweise zum Eiuschlagen bestimmt; um aber den einen Gläzersatz neben dem bisherigen Zwecke auch zum Vorschub vor den 2ten kleinen Spiegel zu benutzen, kann er aus seiner sonstigen Stellung in die gezeichnete Lage gedreht werden. Käme es nun noch darauf an, auch der directen Aussicht des zweiten Fernrohres Färbegläser vorzuschieben, so würde entweder derselbe zweite Satz auf die durch den kleinen Kreis in der Zeichnung bezeichnete Stelle aufgesteckt werden können, oder es liesse sich ein dritter Satz auf der geeigneten Stelle befestigen.

Wie aus der Abbildung zu erschen, ist die Alhidade in der Nullstellung wiedergegeben: das ist zugleich die Stellung, in welcher Objecte im Abstand von  $180^{\circ}$  zur Deckung am zweiten Fernrohrapparate gelangen, und zwar nach den durch doppelte Pfeilspitzen ausgedrückten Richtungen, während die einfachen der gewöhnlichen Richtung entsprechen. Die weitere Verschiebung der Alhidade von  $0^{\circ}$  ab kann nun etwa bis  $80^{\circ}$  bewerkstelligt werden, also bis zur Stellung des grossen Spiegels, in welcher der Auffall der Strahlen schon zu flach zu werden anfängt. Es können also nach der hohlen Seite hingerechnet Winkel zwischen  $100^{\circ}$  und  $180^{\circ}$  gemessen werden, und da in der gewöhnlichen Handhabung Beobachtungen von Winkeln bis etwa  $120^{\circ}$  vorkommen; so erlangt man für das Intervall  $100^{\circ}$ – $120^{\circ}$  Bestimmungen zwie-

facher Art, woran sich auch die Ermittelung des Indexfehlers für den zweiten Fernrohrapparat anknüpft.

Dieser Indexfehler kann indess noch auf die schon vorhin angedeutete Art bestimmt werden, indem man die Messung eines Winkels von  $180^{\circ}$  im Horizont nach den beiden Arten der Objectanvisirung ausführt. Auch ist das eine der beiden Objecte entbehrlich und kann durch ein mit Fadenkreuz verschenes Hülfsfernrohr ersetzt werden, indem man dieses auf ein beliebiges Object richtet, und nun durch den Sextanten die beiden Bilder des anvisirten Objectes und des Fadenkreuzes zur Deckung bringt.

Da die Indexangabe für einen Winkel von  $180^{\circ}$  der Nullstellung nahe kommt, so werden zu Messungen der Winkel zwischen  $180^{\circ}$  und  $100^{\circ}$ , welchen die Ablesungen  $0^{\circ}$  und  $80^{\circ}$  entsprechen, nur in dem Falle die anderswo gefundenen Correctionen der Excentricität zu berücksichtigen sein, wenn diese nicht vermischt mit den aus der prismatischen Beschaffenheit des grossen Spiegels hervorgehenden gelten, da im zweiten Falle der Auffall der Strahlen ein anderer geworden ist, als im ersten.

In der Constructionsweise wird darauf zu achten sein, dass das erste Fernrohr möglichst nahe an den Limbus und wie schon gesagt, senkrecht zur Richtung des Radius des Sextanten kommt, denn auf diese Weise wird das etwaige Hinderniss, welches der Kopf des Beobachters verursacht, im möglich besten Sinne beseitigt. Hat der Sextant 8 Zoll Radius, so werden im zweiten Beobachtungsfalle die Beobachtungen mit dem rechten Auge wohl eben so gut wie mit dem linken angestellt werden können; ist der Sextant aber kleiner, so ist die Möglichkeit nur für das linke Auge vorhanden.

Der Sextant scheint stereotyp gebaut zu werden, wie die Abbildung zeigt; da aber auch Instrumente selbstverständlich mit Umwandlung des Rechtsseitigen nach links construirt werden können, so dünfte dem etwaigen Bedürfniss eines Beobachters, welcher das rechte Auge anstatt des linken verwenden wollte, nachzukommen möglich sein.

### III. Methode, die Fehler quantitativ zu bestimmen und den Winkel $\beta$ zu ermitteln.

Es soll ferner ein einfaches Verfahren mitgetheilt werden, mit möglichst wenig Apparat die in die erste Kategorie gehörigen Abweichungen, nämlich hinsichts der Neigung des Ferurohres, des grossen und kleinen Spiegels zur Sextantenebene, quantitativ festzustellen, wie auch den Winkel genau zu bestimmen, den der kleine Spiegel mit der Fernrohrrichtung bildet, oder sein Compliment, welches oben schon mit  $\beta$  bezeichnet wurde.

Zur Fehlerberechnung ist nur ein genäherter Werth dieses Winkels erforderlich, für den heliotropischen Zweck jedoch ein genauerer.

Vorher möge hier kurz eine Besprechung der Verfahren Platz finden, welche für die Bestimmung der genannten Grössen gewöhnlich angewendet werden. Das Werk von Bohnenberger, Anleitung zur geographischen Orts-

bestimmung, enthält unter den ausführlichen Vorschriften über Fehlerbestimmung eine Methode, ohne allen Hülfssapparat die Neigung des Fernrohres gegen die Sextantenebene durch Messung grosser Winkel zu ermitteln. Diese Methode setzt voraus, dass im Brennpunkte des Rohres zwei Horizontalfäden symmetrisch zur Mitte gespannt sind. Nimmt man an jedem der Horizontalfäden die Einstellung der zu deckenden, einen grossen Winkel einschliessenden beiden Bilder vor, so muss dieselbe Ablesung gewonnen werden, wenn die Fäden gleich grosse Deviation zur Sextantenebene haben. Hat man aber verschiedene Ablesung erhalten, so gehört der kleinere Winkel immer zu demjenigen Faden, welcher am wenigsten von jener Ebene abweicht.

Bezeichnet man durch  $\alpha$  den an einem der Fäden gemessenen Winkel, durch  $\delta$  den Abstand der Horizontalfäden, und durch  $\Delta$  den Unterschied der gemessenen Winkel, letzte beiden Grössen in Secunden ausgedrückt, so wird die Neigung der Axe des Fernrohres  $x$  in Secunden gefunden mittels der Formel:

$$x = \frac{\Delta}{2\delta \sin 1'' \operatorname{tg} \frac{1}{2}\alpha}$$

Bohnenberger führt ein Beispiel an. Der an dem einen Faden gemessene Winkel beträgt  $140^\circ$ , am anderen  $140^\circ 1' 17''$ . Abstand der Fäden ist  $1^\circ 20'$  und das Resultat  $10' 2''$  Neigung. Setzen wir nun den Fall einer Unsicherheit der Ablesung des gemessenen Winkels von  $10''$ , so wird das Resultat nach der Formel um nahezu  $1'$  anders ausfallen, als jenes von  $10'$ . Die Auswahl des Beispiels ist indess in der äussersten Grenze der Ablesung eines Sextanten gemacht, bleiben wir bei  $120^\circ$  stehen, wo der Auffall der Strahlen schon sehr flach und die Unsicherheit der Ablesung grösser wird, so stellt sich die Neigung von  $10'$  um  $2'$  geändert. Da ausserdem das übliche Fadenkreuzquadrat nicht immer genau der Mitte des Gesichtsfeldes entsprechen dürfte, so hat man von dieser Methode eine Genauigkeit höchstens von  $2'$  zu erwarten.

In demselben Buche, wie in allen späteren publizirten Untersuchungen findet man ferner die Anwendung der Diopteren, zweier rechtwinklich gebogener Platten, die noch heute gewöhnlich den Sextanten von den Verfertigern beigegeben werden, und von denen eine die kleine Oeffnung zum Durchsehen, die andere in gleicher Höhe einen feinen Metallfaden hat. Die Vergleichung der Visirlinie dieses auf den Limbus gestellten Apparates mit der Richtung des Fernrohres ergiebt die etwaige Abweichung, ausserdem kann derselbe Apparat zur Untersuchung der Stellung des grossen Spiegels benutzt werden.

Um recht scharfe Beobachtungen zu gewinnen, müssen Oeffnung und Faden den möglichst kleinsten Durchmesser haben. Den Durchmesser der Oeffnung kleiner als  $0,4 \text{ mm}$  zu nehmen, wird der Abnahme der Helligkeit wegen nicht gut angehen, dagegen kann der Metallfaden eine Dicke von  $0,2 \text{ mm}$  und wohl auch etwas weniger haben. Da nun die Entfernung der

Diopteren von einander in der Aufstellung auf dem Gradbogen nicht gut über 180  $\text{mm}$  bei grösseren Sextanten zu treiben möglich ist, so dürfte der Angularwerth von 1' auf fast 0,05  $\text{mm}$  Verschiedenheit in der Höhe zutreffend sein. Der Faden bedeckt somit 4' im Winkel, und auf den äussersten Oeffnungsdurchmesser kommen 7—8'. die Schärfe der Einstellung ist daher sehr reducirt und nicht mit der Fernrohreinstellung zu vergleichen; ein Fernrohr soll aber doch mit diesem Apparat controllirt werden. Zudem ist vorausgesetzt, dass der Faden genau horizontal ist und dass die Diopteren ganz gleiche Höhe haben. Der Beobachter ist somit verpflichtet, diese Prüfungen ebenfalls vorzunehmen, und eigentlich gehört zur genauesten Erkenntniss dieser vorbedingten Eigen-schaften wieder die Benutzung eines in derselben Höhe horizontal befindlichen Microscopes. Endlich bleibt es ungewiss, ob bei der Aufstellung der Apparate auf den Limbus die Fundamentalebenen mit ein und derselben Limbusebene zusammenfallen. Wenn man die erörterten Bedingungen soweit erfüllt ansehen dürfte, dass in der Verschiedenheit der Höhenbeobachtung durch die Diopteren  $\frac{1}{10} \text{ mm}$  Betrag übrig bleibt, so würde man schliessen können, dass dann diese Methode so genan ist, wie die vorhin angeführte.

Was ferner den Gebrauch der Diopteren zur Ermittelung des Fehlers des grossen Spiegels betrifft, so lässt sich damit erkennen, ob eine mehr oder weniger beträchtliche Abweichung vorhanden ist, wie gross diese aber ist, kann nicht festgestellt werden.

Die einfachste Methode, zu untersuchen, ob der grosse Spiegel auf der Sextantenebene senkrechte Stellung hat, besteht darin, dass der Beobachter, nachdem er die Alhidade etwa auf die Mitte des Limbus geschoben hat, unter schiefem Blick auf den grossen Spiegel zusieht, ob das Spiegelbild des Limbus mit dem unmittelbar gesehenen Theile desselben einen Winkel bildet oder nicht. Das Zusammenfallen entscheidet für die Richtigkeit. Diese Art der Untersuchung, welche sich in allen auf den Sextanten bezüglichen Schriften findet, hat noch geringere Genauigkeit, als die letztangegebene Methode: der Spiegel muss schon um mehrere Minuten unrichtig stehen, wenn man mit Bestimmtheit eine Abweichung bemerkt.

Zur Bestimmung der Correction des grossen Spiegels gehört auch das in dem Buch „Sawitsch. Abriss der practischen Astronomie“ aufgeführte Verfahren von Preuss. Hier wird eine feste ebene Unterlage beansprucht, auf welcher ein Gestell mit 4 senkrechten und verschiebbare Diopteren enthaltenden Stäben angebracht ist. Der Sextant kommt in die Mitte, so dass sein Spiegel gerade in derselben Linie und Höhe der Diopteren ist. Nach der Spiegelseite wird nun zuerst das eine Paar der Diopteren so verschoben, dass die Diopteren mit ihrem reflectirten Bilde zusammenfallen. Dann nimmt man den Sextanten von der Unterlage weg und stellt das andere Paar Diopteren zum Zusammenfallen mit dem ersten. Endlich bringt man den Sextanten mit seiner Spiegelseite umgewendet wieder auf die erst eingenommene Stelle, und sieht zu, ob wieder Diopteren und Spiegelbild coincidiren, anderer-

seits bewegt man die äusserste Diopter so lange auf und nieder, bis das Zusammentreffen stattfindet und liest an einer Theilung den Betrag der Verschiebung ab. Die Neigung des Spiegels  $x$  in Secunden ausgedrückt wird demnach gefunden durch die Formel:

$$x = \frac{a}{2d \sin l''}$$

worin  $a$  den Unterschied dsr Verschiebung und  $d$  die Entfernung des letzten Diopterenpaars in gleichem Maasse ausgedrückt bedeuten. Die Bestimmung von  $x$  hängt schliesslich von zweien Grössen ab zwei Manipulationen der Einstellung der Diopteren sind aber vorangegangen und diese sollen ganz ohne Fehler sein. Wie sehr blosse Diopterenbeobachtungen dem Fernrohrgebrauch nachstehen, ist eine bekannte Sache, hier muss zum Zwecke eines Resultates dreimal die Dioptermethode angewendet werden.

Allerdings wird wieder die Genauigkeit erhöht, als man bei der Auseinanderstellung der Diopteren auf keine Schranke, wie dort oben beim Umfange des Limbus angewiesen ist. Indess gebietet die Abnahme der Helligkeit einen Halt der Ausdehnung, obwohl die Schärfe bei Begegnung verschiedener Sehweiten wegen alleiniger Benutzung von Centralstrahlen nicht wesentlich leidet; zudem muss die Umwendung des Sextanten als ohne Störung der Stabilität des Messsystems vollzogen gelten.

Im Berliner Astronomischen Jahrbuch für 1830 findet sich die bekannte Abhandlung Encke's über den Spiegelsextanten. Zur Bestimmung der Neigung des Rohres zur Sextantenebene führt er den Gebrauch eines Niveau's zur Horizontalstellung des Limbus ein, verwendet ferner ein mit Fadenkreuz versehenes Hülfsfernrohr mit grossem Objectiv und ausserdem eine oder mehrere horizontal gelegene terrestrische Marken. Das Sextantenfernrohr erhält ebenfalls zur Pointirung ein Fadenkreuz und der kleine Spiegel wird der bequemeren Durchsicht wegen beseitigt.

Zunächst stellt er die Sextantenebene wagerecht, während das Fernrohr auf das Object zeigt, und hinter dem Sextanten das Hülfsfernrohr in möglichst gleicher Höhe mit der Gesichtslinie ebenfalls auf dasselbe Object. Wird nun der Sextant um  $180^\circ$  umgewendet, seine Ebene wieder ins richtige Niveau gebracht, und durch das Hülfsrohr in das andere hineingeschen, so müssen die Fadenkreuze sich decken, wenn kein Neigungsfehler vorhanden ist. Die übrigbleibende Abweichung ist der doppelte Neigungsfehler. Man hat nun diese Abweichung zu halbiren, indem man mittelst des Hülfsrohres zugleich das Object und das Fadenkreuz des Sextantenrohres sieht und auf die Mitte dieses Abstandes das Hülfsrohr zu bringen. Wird an der Sextantenrohrfassung soviel geändert, bis dieses Rohr mit der neuen Gesichtslinie zur Coincidenz kommt, so ist die unrichtige Neigung fortgebracht.

Gewöhnlich hat der Ring, worin das Rohr geschraubt ist, die nöthigen Spalten und Schrauben zur Drehung und Feststellung in eine andere Lage. Wenn aber eine solche Vorrichtung nicht vorhanden ist, bleibt nur eine

Schätzung des Fehlers zu machen übrig, die also einer Messung nicht gleichkommt. Zum Resultate waren aber eine Menge von Einstellungen nothwendig; dadurch wird die Methode umständlich.

Trotzdem kann dies Verfahren auf grössere Genauigkeit Anspruch haben, als die früher angegebenen Methoden, wenn die nöthige Sorgfalt auf die verschiedenen Manipulationen verwendet wird, da auf das genauere Fadenkreuz des Fernrohres das Hauptaugenmerk hinausläuft.

Zum Nivelliren des Limbus wird allerdings ein besonders dem Zweck entsprechendes Niveau erfordert; von der Aufstellung derartiger Instrumente auf die Theilung sieht der Verfasser gegenwärtiger Abhandlung, wie schon im ersten Theile zu ersehen ist, ab, besonders aus dem Grunde, weil die zarte Theilung des Limbus leicht beschädigt werden kann.

Die angegebenen Berichtigungsarbeiten betrafen blos die Erfindung der Abweichung der Gesichtslinie von der Sextantenebene in der Ecke'schen Methode. Zur Ermittelung der Spiegelneigung stellt er das Hülfsrohr seitwärts, macht die Sextantenebene horizontal, und corrigirt an dem Hülfsrohr so lange, bis die Fadenkreuze sich decken: vorausgesetzt wird, dass das Sextantenrohr genau berichtet ist, oder dass man an seinem Fadenkreuz genau die Stelle weiss, wo die Rohrneigung  $i$  verschwindet. Den Winkel, den die Gesichtslinie mit dem vorigen Object macht, weiss man, er sei  $= p$ . Rückt man den Sextanten, immer in wagrechter Ebene, so weit, bis man im Fernrohr das vom grossen Spiegel einmal reflectirte Bild des terrestrischen Objectes sieht, so muss, falls Object und Fadenkreuz bei Drehung des grossen Spiegels sich decken, die Neigung des grossen Spiegels  $l = o$  sein. Ist dieses nicht der Fall, sondern der geschätzte Winkelabstand  $q$ , so findet man:

$$l = \frac{q}{2 \cos \frac{1}{2} p}$$

Um endlich den Winkel  $\beta$ , welchen das Loth auf dem kleinen Spiegel mit dem Fernrohr bildet, zu finden, wird der kleine Spiegel wieder eingesetzt und dem grossen durch Deckung des direeten und reflectirten Bildes eines Objects parallel gemacht. Dies giebt den zugehörigen Indexfehler. Nun sieht man mit dem Hülfsrohr auf den grossen Spiegel und stellt das Fadenkreuz auf das einmal reflectirte Bild desselben Objectes. Kann dies als sehr weit gelten, so findet man den Winkel  $2\beta$  ohne weitere Correction.

Die Ermittelung des Winkels  $\beta$  stellt sich also sehr einfach heraus, nachdem man die weitläufigen Wege zur Erfindung der fehlerhaften Neigungen vollendet hat.

Zwei Methoden, die eine von Gauss, die andere von Knorre, sind noch zu erwähnen übrig, da sie ebenfalls in Parallele mit der Methode des Verfassers kommen, nach welcher alle fraglichen Correctionen und der Winkel  $\beta$  gleichzeitig an demselben Hülfsapparate bestimmt werden.

Der erste Constructeur von Heliotropen, Gauss, hatte auch die Idee, den Sextanten als Heliotrop zu verwenden. Der Sextant wird in die Ebene

gebracht, die Sonne, Beobachter und der Ort, welcher Heliotropenlicht empfangen soll, einnehmen, das Rohr nach dem Ort gerichtet, und Alhidade so weit gedreht, bis sich Sonne und Ort decken. Wird nun die Alhidade noch weiter um einen Winkel gedreht, der auf der Theilung  $2\beta$  entspricht, so erhält der Ort das Heliotropenlicht.

Gauss benutzt die Eigenschaft des grossen Spiegels, dass dieser den auf ihn fallenden Strahl immer nach ein und derselben Richtung zurückwirft, welche mit der auf dem kleinen Spiegel stehenden Senkrechten den constanten Winkel  $\beta$  bildet: Wird der grosse Spiegel durch die Alhidade in dieselbe Richtung und also in die äusserste Lage gedreht, wo die Strahlen von hellen Gegenständen ausser den gewöhnlichen direct auf den kleinen Spiegel fallen können, so erhält man im Gesichtsfelde links ein Bild, das man mit dem durch doppelte Reflexion entstandenen Bilde eines anderen nahebei gelegenen Objets decken kann. Nach Eneke's Angabe ist nun am linken Rande des Gesichtsfeldes ein Faden einzuziehen nothwendig, dessen absoluter Abstand =  $m$  bestimmt wird. An ihm bringt man die beiden Objecte nach ein- und zweimaliger Reflexion in Berührung, und liest  $s$  ab. Dann misst man den wirklichen Winkel beider Objecte, erhält hierfür Ablesung  $s'$ ; ist  $c_0$  der Indexfehler, so wird  $\beta$  gefunden durch den Ausdruck:

$$2\beta = 180^\circ - (s + s' + 2m - 2c_0)$$

Den vorgeschriebenen Weg zur Bestimmung von  $\beta$  kann man nicht anders als compleirt bezeichnen, ausserdem wird durch Benutzung der äussersten Grenzstrahlen die Helligkeit und Güte der Beobachtung beeinträchtigt. Aus diesen Gründen schlug Knorre vor, den grossen Spiegel abzunehmen, zwei Objecte sich zu wählen, von denen das eine direct durchs Fernrohr zu sehende mit dem andern vom kleinen Spiegel allein reflectirten sich deckt, und diesen Winkel partiell nachzunessen. Die halbe Summe dieser Winkel ist das Complement von  $\beta$ .

Es mag wohl bei manchen Sextanten auch vorkommen, dass die Abnahme des grossen Spiegels unmöglich wird, da die Strahlen ohne wesentliche Hinderung durch den grossen Spiegel den kleinen treffen: wenigstens hat der kleine Sextant des Verfassers diese Eigenschaft. Wie ich glaube, würde man sich zur Abnahme des Spiegels erst dann verstehen, wenn es keine anderen Mittel gäbe, den Winkel  $\beta$  zu bestimmen.

In dem Buche „v. Bauernfeind, Elemente der Vermessungskunde“, findet man tabellarisch zusammengestellte Verbesserungen der gemessenen Winkel nach Grösse des Beobachtungswinkels geordnet für jede der vorkommenden fehlerhaften Neigungen. Man ersieht aus dieser Zusammenstellung, dass die Fehler erst ein ziemliches Maass erreichen müssen, ehe sie ihren Einfluss auf die Messungen merklich äussern werden, da der Leistungsfähigkeit des Sextanten gemäss der gewöhnlichen Limbuseintheilung auf  $10''$  schon eine Grenze gesteckt ist. Insofern dem Beobachter die Untersuchung seines Instrumentes nicht erlassen ist, glaube ich mit der Auseinandersetzung einer

Methode nicht zurückhalten zu müssen, die zwar auch nur eine Annäherung wie wohl in manchen Punkten besser als in einigen der erörterten Verfahren erstrebt, indess nur geringen Anspruch von Hülfsmitteln und Mühe erfordert.

Für das Ocular des Sextantenfernrohres schlage ich zunächst folgende Veränderung vor. Gewöhnlich sind 2 doppelte Fadenkreuze eingezogen, die einen quadratischen Raum in der Mitte bilden sollen. Für Untersuchungen der Fehler hat man dadurch keine genaue Mitte gewonnen, und man ist gezwungen, ein Fadenkreuz extra einzuziehen, das schwer nachträglich centriert werden kann. Man lasse auf einer dünnen Glasplatte ein Kreuz ritzen, von demselben Kreuzpunkt aus einen dünnen Glaskreis von etwas über 1° Durchmesser, wie er dem centralen Beobachtungsfelde entsprechen möchte, ausdrehen, und die Glasplatte nach aussen soweit abdrehen, dass sie als Ocularplatte gefasst werden kann. Man vergleiche dazu die Figur 6 der Taf. I. Legt man nun in die Riten Spinnfäden ein, so erhält man sowohl einen genauen Mittelpunkt als auch ein wirklich centrales Beobachtungsfeld. Der ausgedrehte Rand kann durch Lack geschwärzt sein, damit er auch bei grösserer Dunkelheit als Ring hervortritt.

Der Hülfsapparat besteht erstens aus einem mit Fadenkreuz eingerichteten Fernröhren, das auf dem cylindrischen Lupenträger der Alhidade in der gleichen Höhe wie das Sextantenrohr angebracht ist. Steht die Lupe im Wege, so wird sie abgenommen, da nur für die genaue Ermittelung des Winkels  $\beta$  eine Ablesung erforderlich ist. Um den cylindrischen Träger muss das Röhren sich drehen, und zur Berichtigung der Gleichheit der Höhen auf jenem nach oben oder unten sich verschieben lassen, ausserdem ist an einem Stift als horizontale Axe die Verstellung der Neigung nötig. Die Einrichtung kann man sich primitiv aus Pappe und Holz herstellen, selbst der Achromatismus ist entbehrlich.

Der zweite Hülfsapparat ist ein ganz dünner, längerer, schwarzer Maschinenzwirnfaden, welcher als Object in gewisser Entfernung an einer verticalen Wand vor die beiden Fernröhre gespannt wird.

Ein Niveau wird durchaus nicht beansprucht.

Wenn man die Alhidade in die Nullstellung bringt, wo die Fernröhre nahezu parallel zusammenkommen, so kann man wohl auf  $\frac{1}{2}$  Millim. Genauigkeit bei der Höheneinstellung rechnen, was im Fadenabstande von 2 Meter einen Fehler von fast 1' hervorruft. Dieser lässt sich aber sicher noch kleiner machen, wenn man an einem weiteren Objecte die horizontalen Fäden der beiden Fernröhre zu gleicher Neigung richtet, dann den Sextanten vor den schwarzen Faden bringt, und ohne die Neigung des Hülfsrohrs zu verändern dieses in der Höhe verschiebt, bis genau die betreffende Deckung in beiden Röhren erlangt ist.

Auf ganz scharfe Einstellung durch Aus- und Einschub der Oculare muss man verzichten, da man leicht hierdurch wieder den Hauptzweck schädigen

könnte. Aus dem Gesagten und Folgenden wird man sehen, worauf es ankommt, und demnächst die Auswahl der passendsten Ocularstellung treffen.

Der Objectfaden ist in die gleiche Höhe, welche die Fernrohre haben, parallel zur Sextantenebene zu bringen nothwendig. In doppelter Länge, wie der Abstand ist, soll er nahezu als Hypotenuse eines gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks an der Wand befestigt werden, während der grosse Spiegel den Scheitel des rechten Winkels einnimmt, und die beiden Fernrohre in der Nullstellung der Alhidade nach dem linken Ende des Fadens visiren.

Parallel zur Sextantenebene erhält man den Faden schon, ohne die genaue Höhencorrection in der Fernrohrstellung vorgenommen zu haben, dadurch, dass man das Hülfssrohr aus seiner vorhin bezeichneten Stellung heraus nach der rechten Richtung der Hypotenuse zu dreht und nun durch Verschiebung der Alhidade darauf achtet, dass zwei symmetrisch zur Mitte der Hypotenuse gelegene Punkte mit dem horizontalen Faden des Hülfssrohres gedeckt werden.

Es muss bemerkt werden, dass ein Faden, wenn er auch gehörig gespannt wird, durch sein Gewicht sich etwas biegt. Wenn man auf seine Mitte Acht giebt, während man immer mehr anzieht, bemerkt man, wie sie asymptotisch einer bestimmten Grenze zueilt. Bei 4 Meter Fadenlänge wird man um den Betrag der Ablenkung von der geraden Linie ausser Sorge sein können, da sie nach dem Experiment des Verfassers weniger als  $\frac{1}{5}$  mm ausmacht. Wird nämlich auf einem horizontal gelegten langen und breiten Brett der Faden gespannt und unmittelbar unter ihm in der Mitte eine Marke angebracht, so kann man sich sogleich von der Grösse der Abbiegung überzeugen, sobald das Brett auf die Kante gestellt wird. Um sich von der Besorgniß um die Durchbiegung des Brettes, dessen Constanz Voraussetzung ist, loszumachen, versuche man weiter die Abbiegung zu fixiren, auch für den Fall, wo die Kante blos in der mittleren Gegend unterstützt wird. Bei Bestimmung der Neigung des Sextantenrohres muss der Faden äusserst gespannt sein, die weitere Untersuchung erheischt den höchsten Grad der Spannung nicht.

Hat man die Richtung der Parallelle zur Sextantenebene festgestellt, so erhält man folgendermassen den Betrag der Neigung des Sextantenrohres. Man bringt beim Hypotenusendpunkt links ein kleines Stück Carton mit Micrometertheilung in der zum Faden senkrechten Richtung nahe hinter diesem und ein eben solches bei der Hypotenusemitte an. Spannt man den Faden in die Parallelle, welche genau durch den Endpunkt links, wohin die Fernrohre zeigen, geht, und dreht die Alhidade so weit, bis das Hülfssrohr senkrecht auf der Hypotenuse steht, so liest man an der dort befindlichen Theilung den Betrag  $m$  ab, um welchen das Rohr über oder unter dem Faden gerichtet ist. Heisst nun die bezügliche Entfernung seines Objectives zur Fadenstelle  $e$ , so ergiebt sich die Neigung des Sextantenrohres  $i$  in Secunden aus folgender Relation:

$$i = \frac{m}{e \sin 1''}$$

Was den Sinn der Neigung betrifft, so ist das Rohr mit seinem Objectivende über der Sextantenebene befindlich, wenn es im umkehrenden Bilde die Richtung über dem Faden zeigt.

Ganz genau ist diese Bestimmung nicht, weil in der Feststellung der Parallele zur Sextantenebene durch die symmetrisch gelegenen Punkte auf der Hypotenuse die Vernachlässigung der Verschiedenheit der Abstände des Objectivs vom Faden begangen wurde. Der zweite Abstand zur Rechten der Hypotenuse fällt immer kleiner aus als der erste, weil der Limbus der linken Richtung mehr zuläuft. Nehmen wir z. B. diesen Unterschied = 70  $\text{mm}$ , die symmetrischen Abstände = 2300  $\text{mm}$  und 2370  $\text{mm}$  und die Neigung = 10' an, so ist der Faden von der genannten Richtung an der einen Stelle =  $600 \cdot 2300 \sin 1'' = 6,7 \text{ mm}$ , an der andern =  $600 \cdot 2370 \sin 1'' = 6,9 \text{ mm}$  entfernt. Soll nun dieser Unterschied von  $\frac{2}{10} \text{ mm}$ , welcher in der Neigung eine

Aenderung kleiner als  $\frac{1}{2}$ ' hervorbringt, nicht vernachlässigt werden, so muss der Faden rechts an der bezüglichen Stelle um diese Grösse höher oder niedriger gespannt werden, je nachdem das Objectiv über oder unter der Sextantenebene sich befindet.

Mit den Daten der ermittelten Neigung und der Entfernung zum linken Hypotenusendpunkt lässt sich berechnen, um wieviel höher oder niedriger derselbe liegen oder auf welche Stelle der Theilung das Fernrohr zeigen sollte, wenn gar keine Neigung vorhanden wäre. Dreht man also unser oben beschriebenes Fernrohrocular so viel herum, bis einer der beiden Schnittkreuzpunkte, welche in dem Ringe liegen, in das Niveau dieser Theilungsstelle gelangt, so ist gewissermassen\*) unser Fernrohr genau Hinsichts der Neigung berichtigt, indem die Horizontale durch den Schnittkreuzpunkt die Neigung = 0 angiebt.

Zur Ermittelung der Spiegelfehler bringen wir den gespannten Faden parallel der bekannten Richtung durch dieselbe Theilungsstelle des kleinen Massstabes gehend an.\*\*) Hätten nun die beiden Spiegel schon die correcte Stellung, so müsste die direct gesehene Fadenrichtung mit der durch doppelte Spiegelung hervorgerufenen sich stets decken, gleichwie wie man die Alhidade verschiebt. Für die fraglichen Quantitäten der Abweichungen leiten wir an der Figur 7 auf Taf. II die bezüglichen Ausdrücke theoretisch ab.

Auf einer Kugel mit beliebig grossem Halbmesser wird die getheilte Kreisebene des Sextanten einen grössten Kreis einnehmen, wenn der Sextant

\*) Abgesehen wird von dem verschwindend kleinen Einfluss, den die veränderte azimutale Richtung des Rohres verursacht.

\*\*) Der Faden kann auch entbehrt werden, da jetzt nur die Unterschiede der Bildörter der beiden Endpunkte der Hypotenuse in Betracht kommen.

im Mittelpunkt sich befindet. Der in Betracht zu ziehende Theil dieses grössten Kreises ist durch den Bogen BC dargestellt, und da der Neigungsfehler des Fernrohres als beseitigt gedacht wird, muss dieses ebenfalls nach einem Punkt desselben Bogens, der durch A bezeichnet ist, gerichtet sein. Ist nun jeder der beiden Spiegel in richtiger senkrechter Stellung und die Alhidade so gedreht, dass sie einander parallel stehen, so werden die Senkrechten auf denselben, und zwar von der Vorderseite des grossen Spiegels und von der Rückseite des kleinen ausgehend auf denselben Punkt p, links von A um den Winkel  $\beta$  abstehend, treffen. Ein weiter nach links um denselben Winkel entfernter Punkt B bezeichnet die durch den grossen Spiegel reflectirte Richtung A und wird durch weitere Reflexion des kleinen Spiegels, dessen Senkrechte mit der des grossen Spiegels in p zusammenfällt, wieder nach der Richtung A zurückkehren. Dreht man jetzt die Alhidade um einen Winkel, so möge die Senkrechte auf dem grossen Spiegel von p nach P kommen, und wenn  $PC = PB = a$  gemacht wird, so ist B die Richtung des von jenem reflectirten Ortes C geworden, und da die senkrechte Richtung p für den kleinen Spiegel ungeändert bleibt, B also wieder nach A reflectirt wird, so ist A die durch doppelte Reflexion bewirkte Richtung des Objectes C.

Wir bringen die Alhidade in die Nullstellung zurück und denken uns den grossen Spiegel um einen Winkel  $l$ , den kleinen um den Winkel  $k$  mit ihren oberen Kanten nach dem Beobachter gebogen, dann werden die Senkrechten auf den Spiegeln oberhalb p nach zwei Punkten gerichtet sein, die in der Figur auf dem Lothe in p durch Beifügung der Buchstaben  $l$  und  $k$  zu erkennen sind. Die Richtung A, wohin das Fernrohr zeigt, kommt in Folge der Reflexion des grossen Spiegels, durch dessen Neigung  $l$  der Punkt p höher gerückt ist, jetzt nach  $B'$ , und diese Richtung durch die fernere Reflexion des um  $k$  geneigten kleinen Spiegels nach  $A'$  zurück. Man erhält also die Ablenkung  $AA' = b$ , und da sie unterhalb des grössten Kreises auftritt, mit negativem Zeichen, während die nach oben gerichteten Neigungen und Ablenkungen positiv zu nehmen sind. Durch die zur Einstellung des vorigen Objectes C nothwendige Drehung der Alhidade gelangt die Senkrechte des grossen Spiegels nach einem im Abstande  $l$  über P gelegenen Punkt, die Spiegelung führt die Richtung C nach  $B''$ , und da der kleine Spiegel um  $k$  über dem Punkte p erhoben bleibt, so wird durch die zweite Reflexion die Richtung  $B''$  nach  $A''$  zurückgeleitet. Auf diese Weise erhält man die Ablenkung  $AA'' = a$ , welche positiv auftritt.

Unsere Aufgabe ist nun die umgekehrte, aus den Ablenkungen  $a$  und  $b$ , welche an dem im linken Hypotenusendpunkte des Fadens angebrachten kleinen Millimeterstab beobachtet werden, die Grösse der Neigungen  $l$  und  $k$  zu entwickeln.

Die durch die verschiedenen Spiegelstellungen gewonnenen Orte auf der Kugel sind, wie die Zeichnung darstellt, durch Bogen verbunden, es fehlt nur noch, den Bogen  $B''A''$  soweit zu verlängern, bis er unseren ursprünglichen

Kreis der Sextantenebene in D trifft, wodurch der mit x bezeichnete Neigungswinkel an der Stelle D und der mit y bezeichnete Bogen AD in die analytische Darstellung kommen. Wegen Kleinheit der Neigungen l und k, der Ablenkungen a und b, der Neigungswinkel bei D und C lassen wir die bezügliche trigonometrische Function fort, da der Bogen allein genügt. Andere Vernachlässigungen, wie z. B. den Bogen  $B'A' = BA = 2\beta$  zu setzen, wo es sich um Factoren von der Form  $\sin 2\beta$  handelt, sind ebenfalls angebracht. Die 3 Dreiecke, welche bei D den gleichen Neigungswinkel x haben, und deren analoge Gegenseiten die in A, p und B senkrechten kleinen Bogen sind, ergeben folgende Relationen:

$$(1) \quad a = x \sin y$$

$$(2) \quad k = x \sin (\beta + y)$$

$$BB'' = x \sin (2\beta + y).$$

Da nun aus den beiden Dreiecken mit dem gleichen Neigungswinkel C, dessen Gegenseiten die in P und B errichteten Lothe sind, der Winkel

$$C = \frac{l}{\sin \alpha}$$

wird und demgemäß die Seite

$$BB'' = \frac{l \sin 2\alpha}{\sin \alpha}$$

so geht die letzte der obigen drei Gleichungen über in die folgende:

$$(3) \quad \frac{l \sin 2\alpha}{\sin \alpha} = x (\sin 2\beta + y)$$

Durch Division der Gleichungen (2) durch (1) und (3) durch (1), womit die Grösse x weggeschafft wird, erhält man:

$$\frac{k}{a} = \frac{\sin (\beta + y)}{\sin y} = \sin \beta \operatorname{ctg} y + \cos \beta$$

$$\frac{l \sin 2\alpha}{a \sin \alpha} = \frac{\sin (2\beta + y)}{\sin y} = \sin 2\beta \operatorname{ctg} y + \cos 2\beta$$

Substituirt man  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$  und  $\cos 2\beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta$  und eliminiert  $\operatorname{ctg} y$ , so erhält man aus den beiden letzten Gleichungen einfach:

$$(4) \quad 2k \cos \beta - 2l \cos \alpha = a$$

Das Dreieck B'AA' wird durch die in p stehende Senkrechte geschnitten, und der hier gebildete Abschnitt l-k ist der Seite AA' parallel, daher folgt die Relation:

$$l-k = -\frac{b \sin \beta}{\sin 2\beta}$$

Man gewinnt aus dieser und durch Einsetzung des Werthes für k in (4) die Endformeln:

$$(5) \quad l = \frac{a - b}{2(\cos \beta - \cos \alpha)}$$

$$(6) \quad k = l + \frac{b}{2 \cos \beta}$$

Die erste dieser Formeln ergiebt den Werth von  $l$  ausgedrückt durch lauter bekannte Grössen. Hat man  $l$  berechnet, benutzt man diesen Werth in der zweiten zur Ermittelung von  $k$ .

Man könnte nun für verschiedene Winkel  $\alpha$  die fraglichen Neigungswinkel  $l$  und  $k$  suchen, es genügt aber, wenn der Winkel  $\alpha = 45^\circ$ , der Ablesungswinkel also  $90^\circ$  gewählt wird. In diesem speziellen Falle geht die Gleichung (5) über in:

$$(7) \quad l = \frac{a - b}{2 \cos \beta - \sqrt{2}}$$

und dieser Fall entspricht dann in dem oben beliebten Arrangement, den gespannten Faden in die Lage der Hypotenuse zu bringen, der Beobachtung des rechten Endpunktes der Hypotenuse.

Die Grössen  $a$  und  $b$  sind im Winkelmaass zu verstehen, man erhält sie in Seunden ausgedrückt aus den in Millimetern gegebenen Grössen, die  $a'$  und  $b'$  heissen mögen, durch die Bedingungen:

$$a = \frac{a'}{d \sin 1''}$$

$$b = \frac{b'}{d \sin 1''}$$

wo  $d$  als Entfernung von jedem der Hypotenusendpunkte zum grossen Spiegel, vermehrt um die Summe der Abstände des grossen Spiegels zum kleinen, und des letzteren zum Sextantenfernrohrobjectiv, gleich gross angenommen wird.

An der Figur 8 auf Taf. II. ist die Bestimmung des constanten Winkels  $\beta$  zu ersehen. Die kleineren dicken Linien stellen die beiden Stellungen des grossen Spiegels, wenn die Alhidade dem ungefährten Index entspricht und wenn er um einen beliebigen Winkel  $b$  gedreht wird, und die Stellung des festen kleinen Spiegels vor. Die dicke Linie A ist das Sextantenfernrohr, B das an der Alhidade befestigte Hülfsrohr parallel mit dem ersten zu nehmen, wenn beide auf ein und dasselbe ferne Object gerichtet sind. Durch die Drehung um den Winkel  $b$  (die Ablesung giebt  $2b$ ) erlangt das Hülfsrohr B die Richtung  $B'$ , und damit die Fähigkeit, ein unter dem Winkel  $x$  zum kleinen Spiegel geneigtes und durch eine Pfeilspitze bezeichnetes Object mittelst einfacher Reflexion zu decken. Da aber der von demselben Object und der ursprünglichen Fernrohrrichtung A oder B eingeschlossene, durch die beiden Pfeilspitzen gekennzeichnete Winkel  $\alpha$  durch den Sextanten gemessen werden kann, so erlangt man aus der Relation:

$$180^\circ = \alpha + 2\beta + b$$

den Werth von  $\beta$ , nämlich:

$$\beta = 90^\circ - \frac{a}{2} - \frac{b}{2}$$

Ein besonderer Fall, der aber für die Praxis keine Bedeutung hat, würde sich bieten, wenn  $b = \frac{a}{2}$  gewählt wird, alsdann ergiebt sich aus einer einzigen Ablesung  $a$  der Winkel  $\beta$ :

$$\beta = 90^\circ - \frac{3}{4}a$$

Den Winkel  $\beta$  findet man bei den Instrumenten gewöhnlich im Betrage von  $15^\circ - 17^\circ$ . Der Factor von  $a - b$  in der Formel (7) wird daher ungefähr = 2 werden, und man sieht daraus, dass ein in der Messung der Grössen  $a$  und  $b$  begangener Fehler von doppeltem Einfluss auf die Bestimmung der Neigung des grossen Spiegels  $l$  werden muss.

Gesetzt z. B., man hätte die Ablenkungen:

$$a' = 2,6^{\text{mm}}$$

$$b' = -1,8$$

bei einem Abstande von:

$d = 2970^{\text{mm}}$  erhalten, und es sei der Winkel

$\beta = 15^\circ 30'$  gegeben, so werden:

$$a = 181'' \quad \text{oder} = 3',0$$

$$b = -125 \quad = -2,1$$

$$a - b = 306 \quad = 5,1$$

$$\text{also} \quad l = 596 \quad \text{oder} = 9,9$$

$$k = 596 - 65 = 531 = 8,8$$

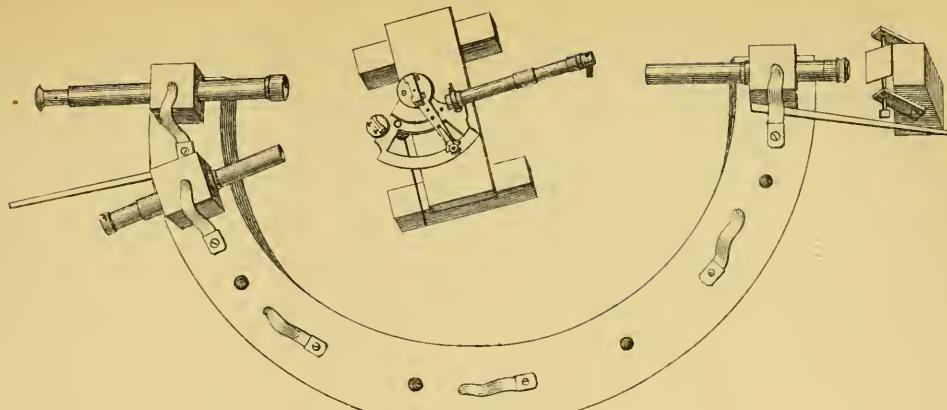


Fig. 1.

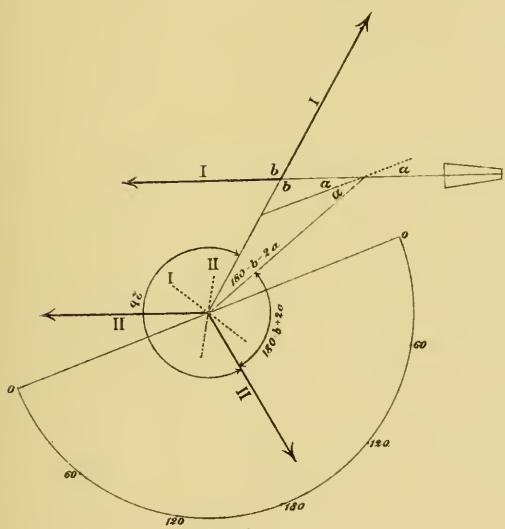


Fig. 2.

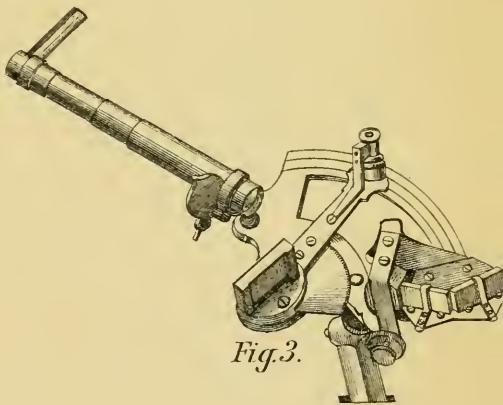


Fig. 3.

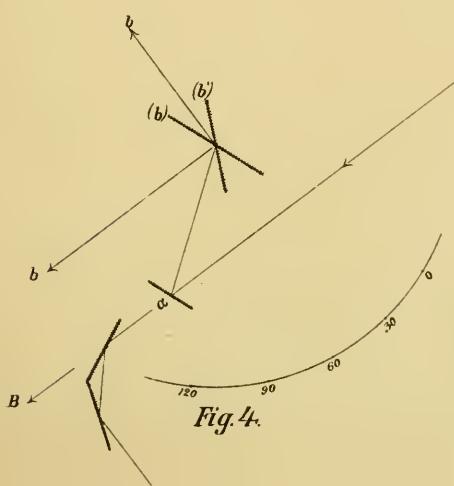


Fig. 4.

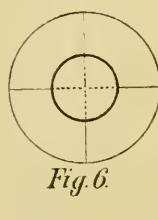


Fig. 6.

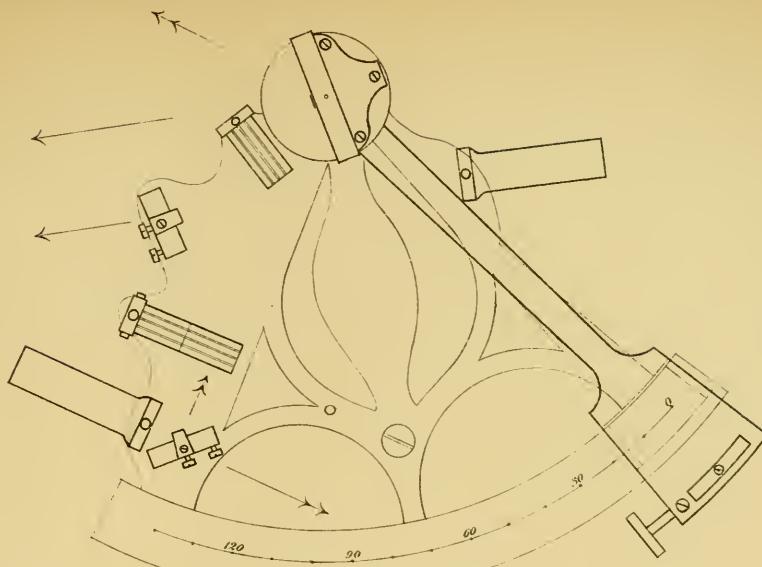


Fig. 5.

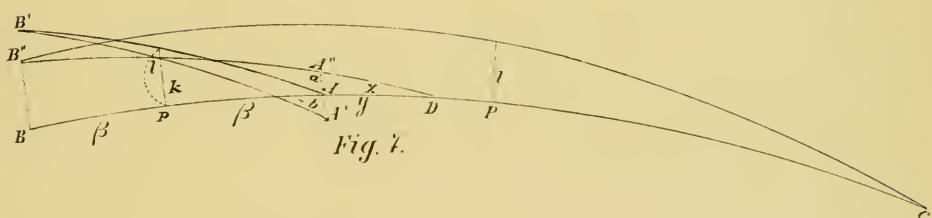


Fig. 7.

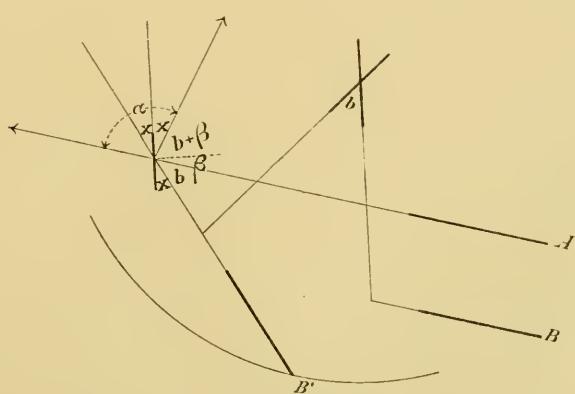


Fig. 8.

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Schriften der Naturforschenden Gesellschaft Danzig](#)

Jahr/Year: 1892-1894

Band/Volume: [NF\\_8\\_1](#)

Autor(en)/Author(s): Kayser Emanuel

Artikel/Article: [Ueber Bestimmung der Fehler des Spiegelsextanten und seine Erweiterung zum Messen aller Winkel. 155-179](#)