

# Geodätische Positionsbestimmungen Danziger Stadthürme.

Ausgeführt vom

Navigationenlehrer **Canin.**

Bei diesen Positionsbestimmungen wurden zwei Ziele verfolgt; einmal sollten von der hiesigen Navigationsschule aus geeignete Winkel zur Prüfung von Sextanten auf Excentricität bestimmt werden, andererseits galt es, die genaue gegenseitige Lage der hauptsächlichsten Stadthürme zu ermitteln.

Sämmtliche Winkelmessungen wurden mit dem Mikroskop-Theodoliten G. HEYDE No. 379 angestellt, welcher eine direkte Ablesung auf 5 Sekunden und eine Schätzung bis auf 1 Sekunde gestattet.

Für den ersten Zweck wurden von der Navigationsschule aus zunächst Einstellungen trigonometrischer Punkte der Landesaufnahme gemacht und im Mittel gefunden:

Oxhöft Kirchthurm . . . . .	0 <sup>o</sup>	0'	0,0''
Hela Leuchthurm . . . . .	37	55	7,5
Bohnsack Kirchthurm . . . . .	114	15	59,4
Reichenberg Kirchthurm . . . . .	130	40	27,9
Wotzlaff katholische Kirche . . . . .	158	52	47,0
Danzig Marienthurm (T. P.) . . . . .	244	55	50,9
Königshöhe (T. P.) . . . . .	311	51	24,3

Um hieraus den wahrscheinlichsten Ort der Navigationsschule nach der Methode der kleinsten Quadrate ermitteln zu können, ist es erforderlich, von vorstehenden trigonometrischen Punkten die rechtwinkligen Koordinaten, bezogen auf einen gemeinschaftlichen Anfangspunkt, zu berechnen. Als Koordinaten-Anfangspunkt wurde der trigonometrische Punkt des Marienthurms gewählt, und die rechtwinkligen Koordinaten sind dann aus den geographischen mittelst der folgenden Formeln (nach JORDAN) gefunden:

$$x = \frac{(\varphi_0 - \varphi_1) \cdot R_1}{\varrho}$$

$$y = \frac{\lambda \cdot \cos \varphi' \cdot R_2}{\varrho} - \frac{\lambda^3 \cdot R_2}{6 \varrho^3} \cdot \sin^2 \varphi' \cdot \cos \varphi'.$$

Hierin ist  $\varphi_0$  Ursprungsbreite,  $\varphi$  geographische und  $\varphi'$  sphärische Breite,  $\varphi_1$  Breite des Normalenfußpunktes,  $\lambda$  Längenunterschied,  $\varrho = 206264,8$ ,

$R_2$  Querkrümmungshalbmesser für die Breite  $\varphi_1$ ,  $R_1$  Meridiankrümmungshalbmesser für die Mittelbreite  $\frac{\varphi_0 + \varphi_1}{2}$ ,

$$\varphi' = \varphi + \frac{e^2 \lambda^2}{2 \varrho} \cdot \sin \varphi \cdot \cos^3 \varphi ,$$

$$\varphi_1 = \varphi' + \frac{\lambda^2}{2 \varrho} \cdot \sin \varphi' \cdot \cos \varphi' ,$$

$$e = \text{Excentricität} = 0.08169683 .$$

Nachstehend sind die so berechneten rechtwinkligen Koordinaten aufgeführt, wobei noch zu bemerken ist, daß hier die + X Axe nach Süden und die + Y Axe nach Westen gerichtet angenommen wurde.

	$\frac{x}{0}$	$\frac{y}{0}$
Marienthurm (T. P.) .	0	0
Oxhöft Kirchthurm .	— 21963,27 m	+ 6479,62 m
Hela Lenchtthurm .	— 27865,76 „	— 10361,35 „
Bohnsack Kirchthurm .	+ 605,23 „	— 11302,37 „
Reichenberg Kirchthurm +	2701,18 „	— 8392,26 „
Wotzlaff kath. Kirche +	8528,95 „	— 7993,20 „
Königshöhe (T. P.) .	— 2170,32 „	+ 3166,27 „

Für Reichenberg und Königshöhe war auch das Azimuth und die Entfernung vom Marienthurm aus gegeben; die Berechnung von x und y erfolgte dann leichter nach den Formeln:

$$x = s \cdot \cos \alpha + \frac{x y^2}{3 r^2} ,$$

$$y = s \cdot \sin \alpha - \frac{x^2 y}{6 r^2} ,$$

worin s die Entfernung,  $\alpha$  das Azimuth und  $r = \sqrt{R_1 \cdot R_2}$  ist.

Für den Beobachtungspunkt auf der Navigationsschule müssen jetzt die rechtwinkligen Koordinaten näherungsweise bestimmt werden, was durch Benutzung zweier gemessener Winkel nach dem POTHENOT'schen Problem leicht geschehen kann. Hier wurden indessen die schon früher einmal bestimmten Näherungswerthe:  $x = - 534,57$  m und  $y = - 568,13$  m in Rechnung genommen.

Hiermit sind die Richtungswinkel (nicht Azimuthe) und Entfernungen der betreffenden Objekte von der Navigationsschule zu berechnen, wozu die Formeln

$$\text{tg } \alpha = \frac{y' - y}{x' - x} \quad \text{und} \quad s = \frac{y' - y}{\sin \alpha} = \frac{x' - x}{\cos \alpha}$$

benutzt werden.

Man erhält auf diese Weise

Oxhöft . . . . .	(PP <sub>0</sub> ) = 161° 47' 39,6''	PP <sub>0</sub> = 22,56 km
Hela . . . . .	(PP <sub>1</sub> ) = 199 42 48,4	PP <sub>1</sub> = 29,03 „
Bohnsack . . . . .	(PP <sub>2</sub> ) = 276 3 40,2	PP <sub>2</sub> = 10,79 „
Reichenberg . . . . .	(PP <sub>3</sub> ) = 292 28 5,0	PP <sub>3</sub> = 8,47 „
Wotzlaff kath. K. . . . .	(PP <sub>4</sub> ) = 320 40 29,2	PP <sub>4</sub> = 11,72 „
Marienthurm . . . . .	(PP <sub>5</sub> ) = 46 44 35,6	PP <sub>5</sub> = 0,78 „
Königshöhe . . . . .	(PP <sub>6</sub> ) = 113 39 16,1	PP <sub>6</sub> = 4,08 „

Dies giebt die Winkel

((1)) = 37° 55' 8,8''. ((2)) = 114° 16' 0,6'' u. s. w., womit die gemessenen Winkel (1) = 37° 55' 7,5'', (2) = 114° 15' 59,4'' u. s. w. zu vergleichen sind, um die Absolutglieder  $l_1 = +1,3''$ ;  $l_2 = +1,2''$ ;  $l_3 = -2,5''$ ;  $l_4 = +2,6''$ ;  $l_5 = +65,1''$  und  $l_6 = +12,2''$  zu erhalten.

Die Fehlergleichungen von der Form

$$\delta_1 = a_1 x + b_1 y + l_1$$

$$\delta_2 = a_2 x + b_2 y + l_2$$

werden in unserm Falle

$$\delta_1 = \left( \frac{\xi_0}{R_0} - \frac{\xi_1}{R_1} \right) x + \left( \frac{\eta_0}{R_0} - \frac{\eta_1}{R_1} \right) y + l_1$$

$$\delta_2 = \left( \frac{\xi_0}{R_0} - \frac{\xi_2}{R_2} \right) x + \left( \frac{\eta_0}{R_0} - \frac{\eta_2}{R_2} \right) y + l_2$$

worin  $\xi = -\frac{\sin \alpha}{10\,000} \varrho$ ,  $\eta = +\frac{\cos \alpha}{10\,000} \varrho$ , R = Entfernung in km, x und y Koordinatenänderungen in dm bedeuten.

Die weitere Rechnung stellt sich wie folgt:

Punkte.	Richtungs- winkel.	$\xi$	$\eta$	R	$\frac{\xi}{R}$	$\frac{\eta}{R}$	a	b	l
P <sub>0</sub>	161,8 <sup>0</sup>	-6,5	-19,6	22,56	-0,29	-0,87			
P <sub>1</sub>	199,7	+7,0	-19,4	29,03	+0,24	-0,67	-0,53	-0,20	+1,3''
P <sub>2</sub>	276,1	+20,5	+2,2	10,79	+1,90	+0,20	-2,19	-1,07	+1,2
P <sub>3</sub>	292,5	+19,0	+7,9	8,47	+2,21	+0,93	-2,53	-1,80	-2,5
P <sub>4</sub>	320,7	+13,1	+16,0	11,72	+1,12	+1,37	-1,41	-2,24	+2,6
P <sub>5</sub>	46,7	-15,0	+14,1	0,78	-19,23	+18,08	+18,94	-18,95	+65,1
P <sub>6</sub>	113,7	-18,8	-8,3	4,08	-4,61	-2,03	+4,92	+1,16	+12,2

Die Normalgleichungen lauten dann

$$[aa] x + [ab] y + [a'l] = 0$$

$$[ab] x + [bb] y + [b'l] = 0,$$

hier also

$$390,85 x - 343,74 y + 1285,04 = 0$$

$$-343,74 x + 369,89 y - 1222,36 = 0, \text{ woraus man findet}$$

$$x = -2,09 \text{ dm}, y = +1,36 \text{ dm}.$$

Es war angenommen

$$x = -534,57 \text{ m} \quad y = -568,13 \text{ m}$$

$$\Delta x = \underline{-0,209 \text{ m}} \quad \Delta y = \underline{+0,126 \text{ m}}$$

Endgültige Koordinaten:  $x = -534,779 \text{ m}$   $y = -567,994 \text{ m}$ .

Mit diesen endgültigen Koordinaten werden jetzt die genauen Richtungswinkel berechnet und darauf die Fehler  $\delta_1, \delta_2$  u. s. w. ermittelt. Man erhält

$$\begin{aligned} [PP_0] &= 161^\circ 47' 40,2''; \\ [PP_1] &= 199 \ 42 \ 49,8 \ ; \ [1] = 37^\circ 55' 9,6'' \ ; \ [1] - (1) = \delta_1 = +2,1'' \ ; \ \delta\delta_1 = 4,41 \\ [PP_2] &= 276 \ 3 \ 43,9 \ ; \ [2] = 114 \ 16 \ 3,7 \ ; \ [2] - (2) = \delta_2 = +4,3 \ ; \ \delta\delta_2 = 18,49 \\ [PP_3] &= 292 \ 28 \ 8,4 \ ; \ [3] = 130 \ 40 \ 28,2 \ ; \ [3] - (3) = \delta_3 = +0,3 \ ; \ \delta\delta_3 = 0,09 \\ [PP_4] &= 320 \ 40 \ 29,6 \ ; \ [4] = 158 \ 52 \ 49,4 \ ; \ [4] - (4) = \delta_4 = +2,4 \ ; \ \delta\delta_4 = 5,76 \\ [PP_5] &= 46 \ 43 \ 30,7 \ ; \ [5] = 244 \ 55 \ 50,5 \ ; \ [5] - (5) = \delta_5 = -0,4 \ ; \ \delta\delta_5 = 0,16 \\ [PP_6] &= 113 \ 39 \ 9,2 \ ; \ [6] = 311 \ 51 \ 29,0 \ ; \ [6] - (6) = \delta_6 = +4,7 \ ; \ \delta\delta_6 = \underline{22,09} \\ & \qquad \qquad \qquad [\delta\delta] = \underline{51,00}; \end{aligned}$$

$$\text{mittlerer Fehler einer Beobachtung: } M = \sqrt{\frac{51,00}{6-2}} = \sqrt{12,75} = \pm 3,6'';$$

$$\text{wahrscheinlicher Fehler} = \pm 2,4'';$$

$$M_{\Delta x} = \frac{M}{\sqrt{[aa \cdot 1]}} = \frac{3,6}{\sqrt{71,41}} = \frac{3,6}{8,45} = \pm 0,42 \text{ dm};$$

$$\text{wahrscheinlicher Fehler in } \Delta x = \pm 0,28 \text{ dm};$$

$$M_{\Delta y} = \frac{M}{\sqrt{[bb \cdot 1]}} = \frac{3,6}{\sqrt{67,58}} = \frac{3,6}{8,22} = \pm 0,44 \text{ dm};$$

$$\text{wahrscheinlicher Fehler in } \Delta y = \pm 0,29 \text{ dm}.$$

Um eine genügende Auswahl von Winkeln zur Sextanten-Prüfung zu erhalten, sind nun noch die Richtungswinkel verschiedener anderer trigonometrischer Punkte berechnet, nachdem deren rechtwinkelige Koordinaten in Bezug auf Danzig Marienthurm ermittelt waren. Diese Richtungswinkel sind nachstehend aufgeführt:

Weichselmünde, Festungsthurm . . .	194 <sup>0</sup>	19'	58,8''
Gottswalde, Kirchthurm . . . . .	304	43	55,2
Herzberg, Kirchthurm . . . . .	314	18	1,3
Wotzlaff, ev. Kirche . . . . .	317	13	50,7
Gemlitz, Kirchthurm . . . . .	323	1	30,2

Es ergaben sich sodann folgende Horizontalwinkel, die dem beabsichtigten Zwecke dienen sollten:

Oxhöft	— Weichselmünde . . . . .	32 <sup>0</sup>	32'	18,6''
„	— Hela . . . . .	37	55	9,6
„	— Bohnsack . . . . .	114	16	3,7
Weichselmünde	— Hela . . . . .	5	22	51,0
„	— Bohnsack . . . . .	81	43	45,1
„	— Reichenberg . . . . .	98	8	9,6

Weichselmünde	— Gottswalde . . . . .	110 <sup>0</sup>	23'	56,4''
„	— Wotzlaff ev. Kirche . . . . .	122	53	51,9
„	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	126	20	30,8
Hela	— Bohnsack . . . . .	76	20	54,1
„	— Reichenberg . . . . .	92	45	18,6
„	— Gottswalde . . . . .	105	1	5,4
„	— Wotzlaff ev. Kirche . . . . .	117	31	0,9
„	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	120	57	39,8
Bohnsack	— Reichenberg . . . . .	16	24	24,3
„	— Gottswalde . . . . .	28	40	11,3
„	— Wotzlaff ev. Kirche . . . . .	41	10	6,8
„	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	44	36	45,7
Reichenberg	— Gottswalde . . . . .	12	15	46,8
„	— Wotzlaff ev. Kirche . . . . .	24	45	42,3
„	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	28	12	21,2
Gottswalde	— Wotzlaff ev. Kirche . . . . .	12	29	55,5
„	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	15	56	34,4
Herzberg	— Wotzlaff ev. Kirche . . . . .	2	55	49,4
„	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	6	22	28,3
Wotzlaff ev. K.	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	3	26	38,9
Wotzlaff kath. K.	— Gemlitz . . . . .	2	21	0,6 .

Aus diesen Horizontalwinkeln müssen nun die geneigten Winkel berechnet werden, wozu aber die Höhenwinkel der betreffenden Objekte erforderlich sind. Da der benutzte Theodolit keinen Höhenkreis besitzt, sind die Höhenwinkel aus den bekannten Höhen der trigonometrischen Punkte durch Rechnung gefunden worden. Angewandt wurde die Formel

$$\operatorname{tg}(\text{Höhenw.} + \beta s) = \frac{H - h}{s}.$$

Hierin ist H die Höhe des trigonometrischen Punktes, h die Höhe der Navigationsschule, s die Entfernung beider Punkte,  $\beta = \frac{\varrho}{2R} \cdot (1 - k)$ ,

$k = 0,1370$ ,  $R = \sqrt{R_1 \cdot R_2}$ ,  $\varrho = 206264,8$ .

Es ergaben sich folgende Höhenwinkel:

Oxhöft . . . . .	+	0'	21''
Weichselmünde . . . . .	+	12	30
Hela . . . . .	—	4	58
Bohnsack . . . . .	+	2	43
Reichenberg . . . . .	+	2	40
Gottswalde . . . . .	+	1	3
Herzberg . . . . .	—	0	38
Wotzlaff ev. Kirche . . . . .	+	3	4
Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	+	1	29
Gemlitz . . . . .	—	3	9 .

Die Korrektion, welche auf den Horizontalwinkel A anzuwenden ist, um den geneigten Winkel A' zu erhalten, läßt sich nach der Formel

$$(A - A')'' = \frac{60''}{\rho'} \cdot \left\{ \left( \frac{H + h}{2} \right)^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{A}{2} - \left( \frac{H - h}{2} \right)^2 \cdot \operatorname{cotg} \frac{A}{2} \right\}$$

berechnen, worin H und h die Höhenwinkel bedeuten und

$$\log \frac{60''}{\rho'} = 8,24188 - 10 \text{ ist.}$$

In der Reihenfolge der oben angeführten Horizontalwinkel ergeben sich die darauf anzuwendenden Korrekturen, wie folgt:

$$\begin{array}{cccccccc} + 2,0''; & + 0,2''; & 0 & ; & + 28,3''; & - 0,4''; & - 0,8''; & - 0,8''; & - 1,7''; \\ - 1,4''; & + 0,3''; & + 0,3''; & 0 & ; & + 0,1''; & 0 & ; & 0 & ; & 0 & ; \\ 0 & ; & 0 & ; & + 0,1''; & 0 & ; & 0 & ; & + 0,2''; & 0 & ; & + 2,3''; \\ + 0,4''; & + 0,4''; & + 4,6'' & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \end{array}$$

Die zur Prüfung von Sextanten geeigneten Winkel, der Größe nach geordnet, sind somit die folgenden:

Wotzlaff kath. K.	— Gemlitz Kirche . . . . .	2 <sup>0</sup>	21'	5''
Herzberg	— Wotzlaff ev. Kirche . . . . .	2	55	52
Wotzlaff ev. K.	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	3	26	39
Weichselmünde	— Hela . . . . .	5	23	19
Herzberg	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	6	22	29
Reichenberg	— Gottswalde . . . . .	12	15	47
Gottswalde	— Wotzlaff ev. Kirche . . . . .	12	29	56
Gottswalde	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	15	56	34
Bohnsack	— Reichenberg . . . . .	16	24	25
Reichenberg	— Wotzlaff ev. Kirche . . . . .	24	45	42
Reichenberg	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	28	12	21
Bohnsack	— Gottswalde . . . . .	28	40	11
Oxhöft	— Weichselmünde . . . . .	32	32	21
Oxhöft	— Hela . . . . .	37	55	10
Bohnsack	— Wotzlaff ev. Kirche . . . . .	41	10	7
Bohnsack	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	44	36	46
Hela	— Bohnsack . . . . .	76	20	54
Weichselmünde	— Bohnsack . . . . .	81	43	45
Hela	— Reichenberg . . . . .	92	45	19
Weichselmünde	— Reichenberg . . . . .	98	8	9
Hela	— Gottswalde . . . . .	105	1	5
Weichselmünde	— Gottswalde . . . . .	110	23	56
Oxhöft	— Bohnsack . . . . .	114	16	4
Hela	— Wotzlaff ev. Kirche . . . . .	117	31	1
Hela	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	120	57	40
Weichselmünde	— Wotzlaff ev. Kirche . . . . .	122	53	50
Weichselmünde	— Wotzlaff kath. Kirche . . . . .	126	20	29.

Aus den für die Navigationsschule bestimmten endgültigen Koordinaten:  $x = -534,779$  m und  $y = -567,994$  m sind die geographischen Koordinaten nach folgenden Formeln bestimmt:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_0 - \frac{x}{R_1} \cdot \varrho \\ \varphi &= \varphi_1 - \frac{y^2}{2 R_2^2} \cdot \lg \varphi_1 \cdot \varrho \\ \lambda &= \frac{y}{R_2} \cdot \cos \varphi_1 \cdot \varrho \end{aligned}$$

Die darin vorkommenden Größen haben die früher angegebene Bedeutung. Es ergab sich

$$\text{Br.} = 54^\circ 21' 22,32'' ; \text{Lg.} = 36^\circ 19' 49,40'' \text{ O. v. Ferro.}$$

Die Meridian-Konvergenz zwischen Marienthurm und Navigationsschule findet man nach der Formel  $\alpha' - \alpha = -\frac{y}{R_2} \cdot \lg \varphi_1 \cdot \varrho$  zu  $+25,56''$ . Wird dieselbe auf die früher berechneten Richtungswinkel angewandt, so erhält man die Azimuthe der betreffenden Objekte.

Um die Lothablenkung in der Richtung des Meridians zu erhalten, ist die geodätisch bestimmte Breite mit der astronomisch bestimmten zu vergleichen. Es wurden im Sommer 1895 vom südlichen Pfeiler des Observatoriums aus Beobachtungen mittelst Passagen-Instruments im ersten Vertikal gemacht und die Polhöhe dieses Pfeilers zu  $54^\circ 21' 18,17''$  ermittelt.

Vom Orte des Passagen-Instruments nach dem Mittelpunkt der Rotunde ist die Richtung N  $23^\circ 56'$  O, die Entfernung 4,65 m. Dies giebt einen Breiten-Unterschied von  $0,14''$  N. Man hat somit für den Mittelpunkt der Rotunde:

$$\begin{aligned} \text{Br. (astronomisch)} &= 54^\circ 21' 18,31'' \\ \text{Br. (geodätisch)} &= 54^\circ 21' 22,32'' \\ \text{Astron. — geod.} &= \quad \quad \quad 4,0'' \end{aligned}$$

Mit demselben Mikroskop-Theodoliten wurden zur Bestimmung der Position einiger Stadthürme von der Navigationsschule sowie von je einem Punkte des Bischofsberges und des Hagelsberges aus Einstellungen der bezüglichen Objekte gemacht. Die Mittelwerthe sind nachstehend aufgeführt.

#### Navigationsschule.

Reichenberg, Kirche . . . . .	0 <sup>o</sup>	0'	0,0''
Viehhof (Wasserthurm) . . . . .	31	25	53,8
Barbara-Kirche . . . . .	55	29	26,0
Milchkannenthurm . . . . .	73	0	4,1

Sparkasse . . . . .	86 <sup>0</sup>	19'	28,9''
Rathhaus . . . . .	107	32	6,5
Marienthurm (T. P.) . . . . .	114	15	23,0
Johannis-Kirche . . . . .	115	51	27,1
Synagoge . . . . .	119	29	14,2
Stockthurm . . . . .	126	8	45,3
Dominikaner-Kirche . . . . .	131	23	47,1
Landeshaus . . . . .	144	0	35,1
Catharinen-Kirche . . . . .	151	25	22,1
Hagelsberg: Flaggenstange . . . . .	171	36	6,7
Bartholomäi-Kirche . . . . .	177	49	28,3
Lazareth am Olivaer Thor . . . . .	183	56	7,7
Stadtbibliothek . . . . .	185	23	44,2
Artillerie-Kaserne . . . . .	203	22	38,3 .

Später noch beobachtet:

Bischofsberg: Tafel mit der Aufschrift „Kanzel“	0 <sup>0</sup>	0'	0,0''
Bischofsberg: Flaggenstange . . . . .	0	13	54,9
Hagelsberg: Flaggenstange . . . . .	47	7	15,5 .

Einzelne dieser Objekte waren vom Mittelpunkt der Rotunde nicht sichtbar und mußten deshalb von einem außerhalb desselben liegenden Punkte beobachtet werden; die Centrirungs-Korrekturen sind hier schon angebracht.

#### Beobachtungspunkt Bischofsberg.

Hagelsberg: Flaggenstange . . . . .	0 <sup>0</sup>	0'	0,0''
Lazareth am Olivaer Thor . . . . .	12	41	39,1
Landeshaus . . . . .	13	5	33,3
Elisabeth-Kirche . . . . .	24	18	40,2
Stadtbibliothek . . . . .	26	10	43,4
Bartholomäi-Kirche . . . . .	27	30	50,6
Artillerie-Kaserne . . . . .	35	9	35,8
Catharinen-Kirche . . . . .	38	6	45,7
Dominikaner-Kirche . . . . .	48	57	48,0
Stockthurm . . . . .	50	30	53,6
Navigationschule . . . . .	52	58	19,3
Johannis-Kirche . . . . .	56	1	38,0
Marienthurm . . . . .	61	12	10,8
Synagoge . . . . .	62	30	40,3
Rathhaus . . . . .	68	18	5,8
Frauenthor (Sternwarte) . . . . .	69	9	49,2
Sparkasse . . . . .	77	43	9,4
Barbara-Kirche . . . . .	79	18	10,8
Milchkaumenturm . . . . .	81	2	10,7
Trinitatis-Kirche (Spitzer Thurm) . . . . .	91	21	57,7 .

## Beobachtungspunkt Hagelsberg.

Weichselmünde . . . . .	0°	0'	0,0''
Lazareth am Olivaer Thor . . . . .	33	53	2,9
Artillerie-Kaserne . . . . .	56	51	53,4
Stadtbibliothek . . . . .	57	14	57,3
Bartholomäi-Kirche . . . . .	66	8	43,1
Bohnsack, Kirche . . . . .	66	10	15,5
Navigationsschule . . . . .	73	18	30,9
Reichenberg, Kirche . . . . .	80	28	20,8
Viehhof (Wasserturm) . . . . .	83	11	47,0
Catharinen-Kirche . . . . .	89	49	3,7
Johannis-Kirche . . . . .	91	26	18,8
Gottswalde, Kirche . . . . .	91	45	27,2
Barbara-Kirche . . . . .	94	57	55,8
Dominikaner-Kirche . . . . .	97	41	8,3
Frauenthor (Sternwarte) . . . . .	100	20	40,1
Milchkannenthurm . . . . .	101	29	38,6
Wotzlaff, ev. Kirche . . . . .	102	40	35,8
Marienthurm . . . . .	107	8	5,9
Elisabeth-Kirche . . . . .	109	23	53,9
Rathhaus . . . . .	110	6	30,8
Stockthurm . . . . .	121	11	16,2
Synagoge . . . . .	125	17	42,5
Trinitatis-Kirche (Spitzer Thurm) . . . . .	129	18	39,6
Müggenhall, Kirche . . . . .	129	35	34,8
Landeshaus . . . . .	139	47	23,6
Bischofsberg: Tafel „Kanzel“ . . . . .	153	11	40,7
Bischofsberg: Flaggenstange . . . . .	156	20	31,2
Königshöhe (T. P.) . . . . .	267	45	22,6 .

Da die Beobachtungspunkte auf dem Bischofsberg und Hagelsberg nicht unmittelbar gegenseitig eingestellt werden konnten, sondern vom Bischofsberg die Tafel „Kanzel“ und vom Hagelsberg die Flaggenstange als in der Nähe der Beobachtungspunkte gelegene Zielobjekte benutzt wurden, sind einige Centrirungen nothwendig, wozu folgende Angaben dienen:

Beobachtungspunkt Bischofsberg liegt nach N 34° 47' W 1,22 m von der Mitte des Pfahls der Tafel „Kanzel“.

Beobachtungspunkt Hagelsberg liegt nach N 29° 23' O 1,33 von der Mitte der dortigen Flaggenstange.

Nach Anwendung der bezüglichlichen Centrirungs-Korrekturen erhält man nachstehende in die Rechnung einzuführende Werthe:

Einstellung Navigationsschule—Hagelsberg Beobachtungspunkt  $171^{\circ} 39' 15,6''$ ,  
 Winkel zwischen Bischofsberg Beob.-P. und Hagelsberg Beob-  
 achtungs-Punkt .  $47^{\circ} 8' 0,3''$ ,  
 Einstellung Bischofsberg Beob.-P.—Hagelsberg Beob.-P. . .  $0^{\circ} 1' 31,2''$ ,  
 Einstellung Hagelsberg Beob.-P.—Bischofsberg Beob.-P. . .  $153^{\circ} 13' 43,4''$ .

Um diese Centrirungen vornehmen zu können, mußten selbstverständlich zuerst die Richtungen und Entfernungen zwischen den drei Beobachtungspunkten annäherungsweise berechnet werden.

Die Einstellungen der trigonometrischen Punkte vom Hagelsberg aus eigneten sich zur genauen Bestimmung dieses Beobachtungspunktes; es wurde ein ganz ähnliches Verfahren angewandt, wie bei der Navigationsschule gezeigt ist. Die endgültigen Koordinaten, bezogen auf den Marienthurm, sind demnach

$$x = -876,681 \text{ m}, \quad y = +790,775 \text{ m},$$

mit den wahrscheinlichen Fehlern  $r_x = \pm 0,016 \text{ m}$  und  $r_y = \pm 0,013 \text{ m}$ ; der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtung ergab sich zu  $\pm 2,1''$ .

Für die späteren Rechnungen werden die Richtungswinkel und Entfernungen vom Beobachtungspunkt Hagelsberg nach der Navigationsschule und dem Marienthurm gebraucht; diese sind:

$$\text{Navigationsschule } \alpha = 284^{\circ} 7' 26,1''; \quad s = 1401,125 \text{ m};$$

$$\text{Marienthurm } \alpha = 317 56 57,2; \quad s = 1180,633 \text{ m}.$$

Der Richtungswinkel von Weichselmünde ist  $210^{\circ} 48' 53,3''$ , es sind daher die früher aufgeführten Einstellungen von Navigationsschule und Marienthurm wie folgt zu berichtigen:

$$\text{Navigationsschule } 73^{\circ} 18' 32,8''.$$

$$\text{Marienthurm } 107 8 3,9.$$

Die auf der Navigationsschule gemachten Einstellungen vom Marienthurm und Hagelsberg sind in ähnlicher Weise zu berichtigen. Man hat die Richtungswinkel:

$$\text{Reichenberg } 292^{\circ} 28' 8,4'',$$

$$\text{Marienthurm } 46 43 30,7,$$

$$\text{Hagelsberg } 104 7 26,1.$$

also folgende berichtigte Einstellungen:

$$\text{Reichenberg } 0^{\circ} 0' 0,0'',$$

$$\text{Marienthurm } 114 15 22,3,$$

$$\text{Hagelsberg } 171 39 17,7.$$

Der Winkel zwischen den Beobachtungspunkten Bischofsberg und Hagelsberg war zu  $47^{\circ} 8' 0,3''$  ermittelt, mithin ist die Einstellung von Bischofsberg Beobachtungspunkt zu  $124^{\circ} 31' 17,4''$  anzunehmen.

Um die Position des dritten Beobachtungspunktes zu erhalten, ist das Viereck: Nav.-Sch.—Marienthurm—Bischofsberg—Hagelsberg widerspruchsfrei auszugleichen, wobei folgende Einstellungen in Betracht kommen:

NM	=	114°	15'	22.3''	
NB	=	124	31	17.4	+ (1)
NH	=	171	39	17.7	
BH	=	0	1	31.2	+ (2)
BN	=	52	58	19.3	+ (3)
BM	=	61	12	10.8	+ (4)
HN	=	73	18	32.8	
HM	=	107	8	3.9	
HB	=	153	13	43.4	+ (5).

Die Bedingungen sind

$$180^{\circ} = \sphericalangle \text{HNB} + \sphericalangle \text{NBH} + \sphericalangle \text{BHN}$$

$$1 = \frac{\sin \text{HNB} \cdot \sin \text{HNM} \cdot \sin \text{NBH}}{\sin \text{HBM} \cdot \sin \text{NMH} \cdot \sin \text{HNB}}$$

woraus sich die Fehlergleichungen ergeben:

$$+ 1,0'' = - (1) - (2) + (3) + (5)$$

$$- 5,51'' = 0,928 (1) + 0,106 (2) + 0,755 (3) - 0,861 (4) - 0,311 (5).$$

Durch Anwendung von Korrelaten erhält man die wahrscheinlichsten Werthe der Korrekturen

(1) =  $-2,2''$ ; (2) =  $-0,1''$ ; (3) =  $-2,0''$ ; (4) =  $+2,1''$ ; (5) =  $+0,6''$ ,  
wodurch den Bedingungen Genüge geleistet wird.

Für den Beobachtungspunkt Bischofsberg ergeben sich alsdann die Koordinaten  $x = +406,907$  m.  $y = +881,516$  m.

Aus diesem Viereck gehen nun alle Daten hervor, die zur Bestimmung der Stadthürme gebraucht werden: es sind dies die folgenden Richtungswinkel und Logarithmen der Entfernungen

NB $\alpha$	=	56°	59'	23.6''	log s	=	3,2376795
NH $\alpha$	=	104	7	23.1	log s	=	3,1464767
HB $\alpha$	=	4	2	37.3	log s	=	3,1095083

sowie die Einstellungen

NB	=	124°	31'	15.2''	BH	=	0°	1'	31.1''	HN	=	73°	18'	32.8''
NH	=	171	39	17.7	BN	=	52	58	17.3	HB	=	153	13	44.0

Bei den Objekten, welche von allen drei Beobachtungspunkten eingestellt wurden, läßt sich in dem betreffenden Viereck eine Ausgleichung der Winkel vornehmen, weil eine Bedingungsgleichung vorhanden ist. Navigationschule, Bischofsberg und Hagelsberg sind darin feste Punkte, also die Richtungen und Entfernungen zwischen ihnen konstant, und nur für die Richtungen nach dem neuzubestimmenden Punkte müssen die wahrscheinlichsten Korrekturen bestimmt werden.

Als Beispiel ist hier der Gang der Rechnung bei der Positionsbestimmung der Catharinen-Kirche angedeutet.

Navigationschule.	Bischofsberg.	Hagelsberg.
B = 124° 31' 15.2''	H = 0° 1' 31.1''	N = 73° 18' 32.8''
C = 151 25 22.1 + (1)	C = 38 6 45.7 + (2)	C = 89 49 3.7 + (3)
H = 171 39 17.7	N = 52 58 17.3	B = 153 13 44.0

$$1 = \frac{\sin NCB. \sin BHC. \sin BNH}{\sin BNC. \sin BCH. \sin BHN}$$

Dies giebt die Fehlergleichung

$$+ 3,75'' = - 0,851 (1) - 0,917 (2) - 0,704 (3),$$

woraus die Korrekturen

$$(1) = - 1,6''; (2) = - 1,7''; (3) = - 1,3'' \text{ hervorgehen.}$$

Dreieck Hagelsberg-Bischofsberg-Catharinen-Kirche giebt dann

$$BC a = 222^\circ 7' 50,2''; s = 1174,262 \text{ m.}$$

Hieraus findet man nach den Formeln:

$$\Delta x = s. \cos a \text{ und } \Delta y = s. \sin a$$

diese Werthe zu

$$\Delta x = - 870,854 \text{ m} \quad \Delta y = - 787,722 \text{ m};$$

$$\text{es war Bischofsberg} \quad x' = + 406,907 \text{ m} \quad y' = + 881,516 \text{ m}$$

$$\text{Catharinen-Kirche} \quad x = - 463,95 \text{ m} \quad y = + 93,79 \text{ m.}$$

Bei einzelnen Objekten konnten Einstellungen nur von zwei Punkten aus gemacht werden, die Bestimmung ihrer Lage beruht daher nur auf einem Dreiecke.

Nachstehend ist eine Zusammenstellung der ermittelten Positionen gegeben.

### Koordinaten bezogen auf den trigonometrischen Punkt der Marienkirche.

(+ S; - N; + W; - O).

	x	y
Trinitatis-Kirche (Spitzer Thurm) . . .	+ 461,04 m	+ 307,21 m
Synagoge . . . . .	+ 166,82	+ 328,58
Bischofsberg: Tafel „Kanzel“ . . .	+ 407,91	+ 880,82
Bischofsberg: Flaggenstange . . .	+ 448,82	+ 957,21
Stockthurm . . . . .	+ 7,40	+ 320,75
Landeshaus . . . . .	- 233,60	+ 684,35
Elisabeth-Kirche . . . . .	- 438,42	+ 425,80
Hagelsberg: Flaggenstange . . . . .	- 875,52	+ 791,43
Lazareth am Olivaer Thor . . . . .	- 1038,98	+ 447,44
Catharinen-Kirche . . . . .	- 463,95	+ 93,79
Bartholomäi-Kirche . . . . .	- 797,53	+ 142,51
Stadtbibliothek . . . . .	- 899,29	+ 121,43
Dominikaner-Kirche . . . . .	- 252,88	+ 6,55
Artillerie-Kaserne . . . . .	- 916,71	- 197,18
Johannis-Kirche . . . . .	- 233,11	- 229,09
Navigationschule (Mittelpunkt) . . .	- 534,78	- 567,99
Viehhof (Wasserthurm) . . . . .	- 144,69	- 852,45
Frauenthor (Sternwarte) . . . . .	+ 56,74	- 276,99
Barbara-Kirche . . . . .	+ 218,39	- 728,64
Milchkannenthurm . . . . .	+ 288,32	- 489,17
Sparkasse . . . . .	+ 234,43	- 306,23
Rathhaus . . . . .	+ 120,00	- 18,51

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Schriften der Naturforschenden Gesellschaft Danzig](#)

Jahr/Year: 1897

Band/Volume: [NF 9 2](#)

Autor(en)/Author(s): Canin

Artikel/Article: [Geodätische Positionsbestimmungen Danziger Stadthürme. 48-59](#)