

Bav. 2469

Bl. 1

# Sitzungsberichte

der

königl. bayer. Akademie der Wissenschaften

zu München.

---

Jahrgang 1866. Band I.

---

München.

Druck von F. Straub (Wittelsbacherplatz 3).

1866.

In Commission bei G. Franz.

530

Herr Nägeli theilt ferner die Fortsetzung

„Ueber die Versuche, betreffend die Capillarwirkungen bei vermindertem Luftdrucke“

mit. (Vergl. Heft 3, S. 353 dieses Bandes.)

(Hiezu zwei Tafeln.)

Die in meiner Mittheilung vom 10. März erwähnten Thatsachen stellen den Zusammenhang zwischen der Verdunstung und der Steighöhe bei vermindertem Luftdrucke ausser Zweifel. Sie geben aber doch der Vermuthung Raum, dass die beobachteten Niveauveränderungen nicht einzig und allein durch Dampfspannung bewirkt werden, sondern zum Theil durch innere Ursachen bedingt sein möchten. Denn selbst die Versuche mit den oben abgebrochenen Röhren beweisen zunächst nur, dass ohne die Mitwirkung der Dämpfe ein augenfälliges Sinken des Niveau's nicht erfolgt. Das Bestreben zu sinken könnte aber nichtsdestoweniger vorhanden sein, etwa ähnlich wie in den nämlichen Röhren bei Temperaturen unter Null das Bestreben zu gefrieren. Wie beim Gefrieren eine starke mechanische Erschütterung, ein elektrischer Schlag u. dgl., so könnte in unserem Falle der Druck der Dämpfe den erforderlichen Anstoss geben; er würde die Bewegung einleiten und sodann die andern motorischen Kräfte in ihrer Wirkung unterstützen. Diese Möglichkeiten veranlassten uns, die Spannungen, welche die Dämpfe in Capillarröhren erreichen, durch direkte Messung zu ermitteln und hierauf zu untersuchen, ob die beobachteten Niveauveränderungen damit übereinstimmen.

Zu diesem Behufe wurde zunächst ein Apparat construirt, wie er in Fig. 2 in  $\frac{1}{3}$  natürlicher Grösse dargestellt ist. Derselbe besteht aus einer etwa zolllangen Spindel S, welche seitlich mit dem heberförmig gebogenen Manometer

M communicirt und nach unten und oben in die Capillarröhren A und B übergeht. Diese letzteren waren anfänglich die ausgezogenen Enden der Spindel und daher zunächst der Ansatzstelle ziemlich stark kegelförmig. Später, als eine möglichst gleichmässige Weite wünschenswerth erschien, wurden dieselben abgebrochen und dafür Stücke längerer Röhren von annähernd cylindrischer Form eingekittet. Die obere Röhre (B) diente bei den Versuchen zur Ableitung der Dämpfe, die untere tauchte in ein Reagensgläschen mit Wasser oder wurde auch, wie es in der Figur dargestellt ist, ganz oder theilweise mit Wasser gefüllt und dann unten verschlossen. Als Verschlussmittel bewährte sich dicker Gummischleim, welcher durch wiederholtes Eintauchen in geröstetes Stärkemehl oder pulverisirtes Gummi rasch zum Trocknen gebracht wurde, am besten. Mit andern Mitteln, wie Wachs oder Stearin, desgleichen beim Zuschmelzen war es nicht möglich, den Eintritt oder die Ausscheidung von Luft vollständig zu verhindern. Die Manometerröhre, welche ebenfalls hermetisch in die Spindel eingekittet war, hatte eine Weite von c. 2 M.M.; sie war bis auf ungefähr halbe Höhe mit fettem Oel gefüllt und gestattete einen Spielraum von 112 M.M. für die zu beobachtenden Niveaudifferenzen. Diese letzteren sind offenbar das Maass für die in der Spindel vorhandenen Spannungen.

Ein anderer Apparat (Fig. 3), an welchem in gleicher Weise zwei Manometer (I und II) angebracht waren, diente zur Bestimmung der Spannungen an zwei verschiedenen Punkten der Abzugsröhre. Die beiden Röhrenstücke B und B' wurden zu diesem Zwecke möglichst gleich gewählt, es waren die symmetrischen Hälften einer längern Röhre. Die Röhre A wurde wie im vorhergehenden Falle in ein Reagensgläschen mit Wasser getaucht oder nach dem Füllen mit Wasser unten verschlossen. Die durch Verdunstung gebildeten Dämpfe gelangten also durch die Röhre A in die



untere Spindel, von da durch die Abzugsröhre B in die obere und endlich durch eine gleiche Röhre B' in den Recipienten <sup>1)</sup>).

Da die Ausgleichung der Spannungen zwischen den Manometerspindeln und dem Recipienten durch Capillarröhren von so geringem Durchmesser, wie wir sie in Anwendung brachten, äusserst langsam erfolgt, so musste beim Gebrauche der Apparate sowohl das Auspumpen als das Wiedereinlassen von Luft behutsam geschehen. Der Rückstoss ist hier wegen der Spindelerweiterungen so bedeutend, dass schon ein kurzer Kolbenzug das Oel in den Manometern sofort zum Ausfliessen bringt und das Niveau in der Capillarröhre, sofern letztere unten offen ist, bis zum untern Ende zurückdrängt. Es bedurfte oft einer vollen halben Stunde, um den Barometerstand bis auf 8 oder 10 M.M., wo der Rückstoss schwächer wird, herunterzubringen, während diess sonst durch drei Kolbenzüge erreicht wird.

Die Beobachtungen, welche mit Hülfe dieser Apparate angestellt wurden, gaben indess zunächst nur über die Spannungen Aufschluss, welche in den spindelförmigen Erweiterungen und in den damit verbundenen Manometern vorhanden waren, d. h. sie gaben die Ordinaten für zwei Punkte der im Uebrigen unbekanntem Spannungscurve. Wie die Spannungen im Innern der Röhre, wo die strömenden Dämpfe in lebhafter Bewegung begriffen sind und beträchtliche Reibungswiderstände zu überwinden haben, von unten nach

---

1) Die beschriebenen Manometerapparate wurden in den Recipienten gebracht, dessen ich in der letzten Mittheilung erwähnte und mit dem alle unsere Versuche angestellt wurden. Er ist in Fig. 1 abgebildet. R ist das Reagensgläschen, in welchem sich diessmal Oel (o) über dem Wasser (a) befindet; die Capillarröhre (c), die unten ins Wasser taucht, ist oben an der den Kautschukpfropfen durchbohrenden Stricknadel befestigt.



oben abnehmen und welche Höhe sie demzufolge über dem Wasserniveau erreichen müssen, — das liess sich aus den beobachteten Manometerständen nicht unmittelbar erschliessen, sondern musste durch besondere Untersuchungen ermittelt werden. Es mag daher eine kurze Erörterung der Spannungsverhältnisse, wie sie beim Strömen der Gase durch Capillarröhren, in welchen grössere Erweiterungen vorkommen, eintreten müssen, der Mittheilung unserer Beobachtungen vorausgehen.

Wenn ein Gas unter einem beliebigen, aber constanten Drucke  $H$  in einer Röhrenleitung strömt, so nimmt es in jedem Querschnitt eine constante mittlere Geschwindigkeit an, welche jedoch in der Richtung des Stromes im umgekehrten Verhältniss zu dem allmählich kleiner werdenden Drucke sich steigert und überdiess mit der Weite der Röhre variirt. In cylindrischen Röhren nimmt diese Geschwindigkeit continuirlich zu, weil die Lufttheilchen mit abnehmendem Drucke sich weiter von einander entfernen; in nicht-cylindrischen ist sie überdiess der Grösse des Querschnittes umgekehrt proportional. In dieser letztern Beziehung verhalten sich also die Gase ganz wie die Flüssigkeiten. Uebrigens ist an und für sich klar, dass diess nicht anders sein kann.

Auch mit Rücksicht auf die Spannungen bestehen voraussichtlich mancherlei Analogieen. Denken wir uns z. B., der stromerhaltende Druck werde auf einen grossen luftführenden Behälter ausgeübt, mit welchem die Röhrenleitung in Verbindung steht, so ist einleuchtend, dass die Lufttheilchen, ähnlich wie unter gleichen Verhältnissen die Flüssigkeitstheilchen, beim Eintritt in die Röhre, wo sie aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung übergehen, an Spannkraft verlieren, was sie an lebendiger Kraft gewinnen. Die dem Drucke entsprechende Spannung  $H$  im Behälter sinkt also am Anfang der Röhre auf eine geringere

Höhe  $H-h$  herunter, wenn nämlich  $h$  die Kraftgrösse bezeichnet, welche hiebei in Bewegung umgesetzt wird. Je rascher die Bewegung, um so grösser ist natürlich der Verlust an Spannkraft, da die Kraftsumme, welche die Strömungsgeschwindigkeit und die Spannung zusammengenommen repräsentiren, nach dem Princip der Erhaltung der Kraft dieselbe bleibt. Diese Kraftsumme oder Gesamtkraft nimmt nun aber nothwendig von Querschnitt zu Querschnitt ab, weil in Folge der Widerstände, welche die Röhrenwandungen darbieten, auf jede Längeneinheit ein Theil des vorhandenen Kraftvorrathes geopfert, d. h. von den Lufttheilchen auf die Wandungen übertragen wird. Es ist ferner einleuchtend, dass diese Abnahme in grössern Erweiterungen, welche in die Röhrenleitung eingeschaltet sind, sich durch eine entsprechende Verminderung der Spannungen kundgeben muss. Denn sind diese Erweiterungen, wie diess bei unsern Apparaten der Fall ist, so gross, dass man die Luft in denselben ohne merklichen Fehler als ruhend betrachten kann, so wird die Bewegungsgeschwindigkeit hier offenbar wieder ganz in Spannkraft umgesetzt. Die Manometer geben daher eine Spannung an, welche diejenige der Röhrenmündung um eine der Strömungsgeschwindigkeit entsprechende Höhe übertrifft und folglich der Gesamtkraft, womit die strömenden Lufttheilchen vermöge ihrer Spannung und Bewegung ausgestattet sind, gleichkommt.

Die Kraft betreffend, welche die Luftströmung zunächst der in den Recipienten mündenden Ausflussöffnung noch besitzt, so lässt sich dieselbe auf theoretischem Wege nicht ohne Weiteres bestimmen. Es wäre diess nur dann möglich, wenn der Beharrungszustand, den wir in der Röhre voraussetzen, auch mit Rücksicht auf den Recipienten vorhanden wäre, was natürlich nicht der Fall. Die Luftströmung leistet, nachdem sie die Röhre verlassen, noch eine gewisse Arbeit, indem sie die im Wege stehenden Lufttheilchen vor sich



her schiebt und comprimirt. Die Kraftsumme, welche sie repräsentirt, ist daher nothwendig grösser als die Spannung im Recipienten, und da sie voraussichtlich mit der Strömungsgeschwindigkeit zu- und abnimmt, so muss sie in jedem gegebenen Falle aus den Beobachtungen erschlossen werden.

Zur richtigen Deutung der Beobachtungen, die sich bei unsern Versuchen nur auf die durch die Spannungen gegebenen Kraftsummen in den beiden spindelförmigen Erweiterungen (Fig. 3) beziehen konnten, bleibt nun aber zu ermitteln übrig, wie diese Kraftsummen innerhalb der Röhre sich ändern, d. h. nach welchem Gesetz sie gegen die Mündung hin abnehmen. Um diese Frage, welche bis jetzt bloss für weite Röhren gestellt worden war, zu beantworten, wurden durch besondere Versuche mittelst eines Aspirators die Luftmengen bestimmt, welche bei constantem Drucke durch Capillarröhren von gleichem Durchmesser und verschiedener Länge hindurchströmen. Die Versuche ergaben übereinstimmend, dass diese Luftmengen der Röhrenlänge umgekehrt proportional sind oder, was dasselbe ist, dass die Ausflusszeiten für die nämliche Luftmenge sich verhalten wie die Röhrenlängen. Bei einer Röhre von 350 M.M. Länge, welche in der Mitte 0,15 und an den Enden 0,18 M.M. Durchmesser hatte, sank z. B. das Niveau des Aspirators in  $1\frac{1}{2}$  Stunden um 10 M.M., bei einem zweiten Versuch, nachdem die Röhre in der Mitte abgebrochen (also in zwei symmetrische Hälften getheilt) war, in  $\frac{3}{4}$  Stunden ebenfalls genau um 10 M.M. Die Strömungsgeschwindigkeit war also doppelt so gross.

Zu demselben Ergebniss führten auch die Versuche, welche mit Röhren bis zu 0,35 M.M. Weite und sehr verschiedener Länge angestellt wurden. Die Vergleichung der Ausflussmengen, welche dieselbe Röhre unter verschiedenen Druckhöhen, sowie verschiedene Röhren bei gleicher Druckhöhe lieferten, stellte überdiess heraus, dass die Strom-

geschwindigkeit dem Drucke genau proportional und dem Quadrate des Durchmessers wenigstens annähernd proportional ist. Die Ausflussmengen verhalten sich nämlich unter übrigens gleichen Umständen nahezu wie die vierten Potenzen der Durchmesser. Folgende Ziffern mögen hiefür als Belege dienen.

| Mittlerer Durchmesser der Röhre in M.M. | Länge der Röhre in M.M. | Druckhöhe in M.M. Wasser. | Ausflussmenge in Cub. Cent. per Minute. | Verhältniss der 4. Potenzen der Durchmesser. | Verhältniss der Ausflussmengen. |
|---|-------------------------|---------------------------|---|--|---------------------------------|
| 0,356                                   | 96                      | 300                       | 31                                      | 19,2   | 19,4                            |
| 0,286                                   | 230                     | 300                       | 6                                       | 8  | 7,8                             |
| 0,170                                   | 175                     | 300                       | 0,926                                   | 1  | 1,                              |
| 0,295                                   | 78,5                    | 69,5                      | 4,166                                   | 3,48   | 3,46                            |
| 0,216                                   | 104                     | 69,5                      | 0,91                                    | 1  | 1                               |

Das Strömen der Luft durch capillare Röhren geschieht hienach in den wesentlichsten Punkten nach denselben Gesetzen wie das Strömen der Flüssigkeiten<sup>2)</sup>. Wie bei diesen, so nehmen auch hier die Widerstände, welche die strömenden Theilchen zu überwinden haben, von Querschnitt zu Querschnitt ab, wie die Ordinaten einer geraden Linie. In derselben Weise erfolgt daher nothwendig auch die Abnahme der Kräfte, welche die Strömung unterhalten, und wo diese

2) In weiten Röhren verhalten sich nach den Versuchen von Girard die Ausflussmengen direkt wie die Druckhöhen und umgekehrt wie die Quadrate der Röhrenlängen. (Vgl. Wüllner, Lehrb. der Experimentalphysik p. 352.) Der Einfluss der Röhrenlänge ist also je nach der Weite der Röhre verschieden. Dagegen scheint die Dichtigkeit der Gase, d. h. das spezifische Gewicht derselben, die Strömungsgeschwindigkeit in weiten wie in engen Röhren nicht zu modificiren. Wenigstens strömt das Wasserstoffgas durch Capillarröhren mit derselben Geschwindigkeit, wie die atmosphärische Luft.



Kräfte, wie in den spindelförmigen Erweiterungen unserer Apparate sich als Spannung kundgeben, die Abnahme der entsprechenden Manometerstände. Die absolute Grösse der Differenzen, welche auf eine bestimmte Länge einer gegebenen Röhre fallen, mag hiebei je nach der Geschwindigkeit, mit welcher die Lufttheilchen sich in der Röhre bewegen, grösser oder kleiner ausfallen, die Veränderung der Gesamtkraft also bald rascher und bald langsamer erfolgen: es gilt unter allen Umständen dasselbe Gesetz.

Zum Ueberfluss mögen hier noch einige Versuche Erwähnung finden, welche wir nachträglich anstellten, um die Richtigkeit dieses aus den Ausflussmengen abgeleiteten Gesetzes in direkter Weise zu bestätigen. Die Versuche wurden mittelst eines Apparates, welcher dem in Fig. 3 dargestellten in der Construction ähnlich, dabei aber mit drei Manometern versehen war, ausgeführt und ergaben bei verschiedenen Barometerständen die in folgender Tabelle zusammengestellten, sämmtlich in Millimetern ausgedrückten Spannungswerthe. Das strömende Gas war bis auf 10 M.M. Barometerstand Luft oder doch vorwiegend Luft, bei tiefern Barometerständen dagegen ausschliesslich Wasserdampf. Temperatur = 16° C.

| Barometerstand.        | Man. I. | Man. II. | Man. III. |
|------------------------|---------|----------|-----------|
| gewöhnlicher Luftdruck | 153     | 101      | 50,5      |
| „ „                    | 151     | 99       | 50        |
| „ „                    | 148     | 98       | 49        |
| „ „                    | 146     | 97       | 48,5      |
| c. 250 M.M.            | 129     | 90       | 49        |
| 10 „                   | 124     | 95       | 64        |
| 6 „                    | 116     | 100      | 85        |
| 5 „                    | 116     | 104      | 90        |

Hiezu ist zu bemerken, dass die drei Abzugsröhren je 112 M.M. lang und fast genau cylindrisch waren. Bei einer derselben variirte der Durchmesser nur zwischen 0,142 und 0,144 M.M., bei den beiden andern zwischen 0,140 und 0,145 M.M. Die Luftmengen, welche unter gleichem Drucke und bei gleicher Temperatur durch diese Röhren hindurch strömten, waren bis auf die unvermeidlichen Fehler einander gleich. — Die genauesten Messungen der Manometerstände beziehen sich auf die Strömung bei gewöhnlichem Luftdrucke, weil hier Beharrungszustände eintreten, welche stundenlang andauern, während unter der Luftpumpe kleinere Schwankungen und somit auch Abweichungen vom Beharrungszustand nicht zu vermeiden sind. Berücksichtigt man diess, so dürften obige Ziffern einen genügenden Beweis dafür liefern, dass die Spannungsdifferenzen zwischen je zwei Manometern einander gleich sind, dass somit die Spannungen (welche hier die Gesamtkraft repräsentiren) gegen die Mündung hin abnehmen, wie die Ordinaten einer geraden Linie.

Man hat also, um die Abnahme der Gesamtkraft in der Capillarröhre graphisch darzustellen, nur nöthig, die Spannungen an zwei Stellen, wo die Bewegungsgeschwindigkeit gleich Null ist, zu messen, die entsprechenden Röhrenlängen als Abscissen und die gemessenen Grössen als Ordinaten auf eine beliebige Axe aufzutragen: die gerade Linie, welche die Endpunkte der Ordinaten verbindet, ist alsdann die Kraftlinie.

Wie sich die Gesamtkraft, welche die Luftströmung in einem bestimmten Punkte repräsentirt, auf die Bewegungsgeschwindigkeit und die Spannung vertheilt, ist für unsern Zweck gleichgültig, weil der Rückstoss, den die Verdunstung der capillaren Wassersäule hervorruft, unter allen Umständen durch die Gesamtkraft des Wasserdampfes,



nicht bloss durch seine Spannkraft, bedingt wird<sup>3)</sup>. Denn es ist einleuchtend, dass auch die Kraft, welche an der Oberfläche des Wassers thätig ist, um die verdunstenden Theilchen desselben nach oben zu treiben, nach der entgegengesetzten Richtung hin eine äquivalente Wirkung hervorbringt und folglich den durch die Spannung bedingten Rückstoss verstärkt.

Die Maassbestimmung der Spannungen an zwei verschiedenen Punkten wurde nun mit Hülfe des Apparates Fig. 3 unter denselben Bedingungen, d. h. bei gleichen Barometerständen und Temperaturen, wie die früher besprochenen Versuche über das Sinken des capillaren Wasser-niveaus, möglichst sorgfältig ausgeführt. Die beiden Abzugsröhren B und B' waren symmetrische Hälften einer längern Röhre; sie hatten eine Länge von je 113 M.M. und eine mittlere Weite von 0,17 M.M. und erwiesen sich bei der Prüfung mittelst des Aspirators als vollkommen gleich.

3) Das Verhältniss der Bewegungsgeschwindigkeit zur Spannung lässt sich annähernd aus den Daten über die Ausflussmengen bei gegebenen Druckhöhen berechnen. Bei den Versuchen mit dem oben erwähnten Apparat mit 3 Manometern strömte z. B. unter einem Drucke von 136 M.M. Wasser durch die  $3 \times 112 = 336$  M.M. lange und 0,143 M.M. weite Röhre eine Luftmenge von 50 Cub. Cent. in  $6\frac{1}{2}$  Stunden, woraus sich eine mittlere Geschwindigkeit von 131 M.M. per Sekunde ergibt. Unter denselben Verhältnissen strömt aber die Luft durch eine feine Oeffnung, wenn die Spannung vollständig in Bewegung umgesetzt wird, mit einer Geschwindigkeit, welche sich nach der bekannten Formel  $v = \sqrt{2gh}$  bestimmen lässt. In unserem Falle erhält man, da 136 M.M. Wasser = 10 M.M. Quecksilber

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,808 \frac{0,76 \cdot 13,59}{0,001293}} \sqrt{\frac{0,77 - 0,76}{0,77}} = 396 \frac{1}{8,78} = 45,1 \text{ Met.}$$

Die Strömungsgeschwindigkeit in der Capillarröhre verhält sich also zu derjenigen, welche die volle Spannung repräsentirt, wie  $131 : 45100 = 1 : 344$ .

Durch jede derselben strömten bei einer Druckhöhe von 300 M.M. Wasser 86—86,5 Cub. Cent. Luft per Stunde. Die Wasserröhre A war von ungefähr gleicher Weite und bis auf einige Millimeter mit Wasser gefüllt. Nach dem vorsichtigen Auspumpen der Luft, welche aus den Manometerspindeln nur langsam entweichen konnte, wurde der Barometerstand längere Zeit auf dem erreichbaren Minimum von ungefähr 1 M.M. erhalten, bis die Spannung in den Manometern eine constante Höhe erreicht hatte. Die geringern Spannungen wurden gewöhnlich beim Stehenlassen, wobei der Barometerstand sich allmählich veränderte, zur Controle aber auch bei fortgesetztem langsamem Pumpen, wodurch derselbe constant erhalten wurde, beobachtet und nahezu übereinstimmend gefunden. In folgender Uebersicht sind einige der hiebei beobachteten Zahlenverhältnisse zusammengestellt. Längenmaasse in Millimetern, Temperatur = 8,5 C.

| Barometer. |     | Manometer I. | Manometer II. | Abnahme der Spannung auf 100 M.M. Röhrenlänge. |
|------------|-----|--------------|---------------|--|
| a          | 1   | 86           | 58            | 25   |
| b          | 1,2 | 80           | 54            | 23   |
| c          | 1,4 | 75           | 42            | 29   |
| d          | 1,5 | 72           | 38            | 30   |
| e          | 2   | 62           | 31            | 27   |
| f          | 4,5 | 43           | 19            | 21   |
| g          | 8   | 29           | 10            | 17   |
| h          | 9   | 26           | 8             | 16   |

Die graphische Darstellung dieser Spannungsverhältnisse (Fig. 4, Röhrenlängen und Manometerhöhen in  $\frac{3}{4}$  nat. Grösse) zeigt uns zunächst, dass die Gesamtkraft am Ende der Röhre mit den Manometerständen ab- und zunimmt



und dass sie bei niederen Spannungen sogar unter Null, d. h. unter die Grösse heruntersinkt, welche der Spannung im Recipienten entspricht. Diese letztere Thatsache erscheint auf den ersten Blick absurd, weil negative Kraftwerthe mit einer Strömung nach aussen unvereinbar sind; sie erklärt sich aber, wenn man bedenkt, dass zwischen Luft und Dampf<sup>4)</sup> Diffusionsströmungen stattfinden, welche bei niedern Spannungen sich auch auf die Abflussröhre erstrecken und hier immer weiter nach innen fortschreiten. Ein Theil der Kraft fällt alsdann offenbar auf den gegenläufigen Luftstrom und zwar ein um so grösserer, je niedriger die Barometerstände. Damit stimmt überein, dass beim Strömen von Luft in Luft während des Auspumpens oder bei Anwendung des Aspirators jene negativen Kraftwerthe nie vorkommen.

Die Abnahme der Spannungen in der Richtung des Stromes ändert sich, wie man aus der letzten Columne ersieht und wie bereits oben hervorgehoben wurde, mit dem äussern Luftdruck und mit der damit zusammenhängenden Lebhaftigkeit der Verdunstung. In der graphischen Dar-

---

4) Die Verdunstung des Wassers in der Capillarröhre A erfolgt bei niedern Barometerständen so rasch, dass der sich entwickelnde Wasserdampf die im Apparate Fig. 3 enthaltene Luft jedenfalls sehr bald verdrängt. Eine Röhre von 0,15 M.M. Weite verdunstete z. B. bei einem Barometerstande von 7 M.M. und einer Temperatur von 18° C. in je 5 Minuten 1 M.M. Wasser, wobei das untere Manometer auf einer mittlern Höhe von 104 M.M. Oel = 7 M.M. Quecksilber stehen blieb. Das Volumen des Wasserdampfes berechnet sich unter diesen Verhältnissen, wenn man dasjenige des Wassers = 1 setzt, auf c. 70,000, eine Dampfmenge, welche offenbar ausreicht, um den Apparat binnen kurzer Zeit vollständig auszufüllen.

Der Recipient enthält dagegen immer ein Gemisch von Luft und Wasserdampf, in welchem je nach Umständen der letztere oder die erstere vorwiegt.

stellung beträgt die Neigung der Kraftlinie bei 1 M.M. Barometerstand  $15-16^\circ$  und sinkt beim Stehenlassen, kleinere Schwankungen abgerechnet, allmählich tiefer. Aus der Vergleichung mit andern Beobachtungsreihen, wobei die Luftpumpe etwas Wasser condensirt hatte, so dass in Folge dessen der Barometerstand nicht unter  $2-2\frac{1}{2}$  M.M. gebracht werden konnte, geht übrigens hervor, dass der Wassergehalt der äussern Luft den fraglichen Neigungswinkel unter übrigens gleichen Umständen wesentlich modificirt. Auch ist an und für sich klar, dass es nicht gleichgültig sein kann, ob der Barometerstand im Recipienten durch trockene Luft oder vielleicht zum grössern Theil durch Wasserdämpfe bedingt sei.

Auf die Neigung der Kraftlinie hat überdiess das Verhältniss Einfluss, in welchem die Spannung im untern Manometer zu derjenigen im Recipienten steht, und wir bemerken ausdrücklich, dass der bezeichnete Winkel von  $15-16^\circ$  nur den Bedingungen entspricht, wie sie bei unsern Versuchen unter der Luftpumpe gegeben waren.

Die Strömung bei gewöhnlichem Luftdrucke ergiebt unter übrigens gleichen Umständen ein anderes Resultat. Wird z. B. der oben erwähnte, mit 3 Manometern versehene Apparat mit einem Gefäss in Verbindung gebracht, in welchem die Luft unter einem Druck von 50 bis 150 M.M. Wasser steht, so dass das erste Manometer (I) eine entsprechende Spannung in Oel angiebt, so erhält man eine Kraftlinie, welche bei der Röhrenmündung unter allen Umständen auf Null herunter sinkt, der Druck mag innerhalb der angegebenen Grenzen grösser oder kleiner sein. Selbst wenn die Druckhöhe auf 180—200 M.M. Wasser gesteigert wird, erhebt sich die Kraftlinie nur etwa 5—6 M.M. über das Röhrenende<sup>5)</sup>. Diess giebt Neigungen, welche für die grössern

5) Die Thatsache, dass die Ordinate der Kraftlinie für die dem Röhrenende entsprechende Abscisse bis zu einer Druckhöhe von



Druckhöhen den oben bezeichneten Winkel von  $15-16^{\circ}$  bedeutend übertreffen. Uebrigens zeigen schon die in der vorletzten Tabelle mitgetheilten Daten zur Genüge, wie sehr das Verhältniss der Spannungen am einen und andern Röhrenende ins Gewicht fällt.

Dagegen scheint die Weite der Röhre innerhalb gewisser Grenzen und unter den speziellen Bedingungen, welche bei unseren Versuchen gegeben waren, ohne erheblichen Einfluss zu sein. Beobachtungen mit Röhren, welche bei gleicher Länge ungefähr doppelt so weit (0,38 und 0,36 M.M.) waren als die bis dahin benutzten, ergaben für die Strömung der Wasserdämpfe im verdünnten Raum ganz ähnliche Zahlenverhältnisse und in der graphischen Darstellung ähnliche Neigungen, wie die soeben besprochenen. Bei einem Barometerstand von 1 M.M. betrug z. B. diese Neigung ebenfalls  $15^{\circ}$  und bei 4,5 M.M. noch  $7^{\circ}$ .

Nach diesen Erörterungen mögen zunächst einige Messungen folgen, welche in der Absicht unternommen wurden, die Abhängigkeit des möglichen Rückstosses von der Länge des vorstehenden Röhrenstückes zu prüfen. Wir bedienten uns hiezu des in Fig. 2 abgebildeten Apparates. Die capillare Abflussröhre (B) hatte eine Länge von 162 M.M. und eine Weite, welche in der Mitte 0,183 M.M. betrug und sich gegen die Enden auf 0,201 M.M. steigerte. Die Röhre (A), welche ziemlich tief in die Spindel hineinragte, war bis auf wenige M.M. gefüllt und am untern Ende verschlossen. Nach dem Auspumpen auf c. 1 M.M. Barometerstand sank das Niveau in Folge der Verdunstung in je 5 Minuten um einen halben Millimeter (Temperatur =  $7^{\circ}$  C.) und das Manometer erreichte eine Höhe von 80—82 M.M., auf welcher es eine

---

200 M.M. Wasser = 0 oder doch nahezu = 0 ist, führt überdiess zu dem Schluss, dass die durch die Reibung verursachten Verluste mit der Strömungsgeschwindigkeit zu- und abnehmen.

volle halbe Stunde erhalten wurde. In Wasser ausgedrückt, reducirt, sich diese Spannung auf 74 M.M., d. h. sie ist im Stande, einer Wassersäule von dieser Höhe das Gleichgewicht zu halten und folglich das Niveau in Capillarröhren um die nämliche Grösse zurückzudrängen.

Die Ausflussröhre wurde jetzt nach einander auf  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  und  $\frac{1}{8}$  ihrer ursprünglichen Länge reducirt und die Wasserröhre A jedesmal neu gefüllt. Die Spannungen, welche hiebei unter annähernd gleichen Bedingungen eintraten, waren auffallender Weise nur wenig verschieden; sie variirten je nach der Temperatur zwischen 76 und 80 M.M. Dagegen erreichte die Verdunstungsgeschwindigkeit bei halber Röhrenlänge genau die doppelte und bei  $\frac{1}{4}$  die vierfache Höhe, und dasselbe Verhältniss lässt sich auch für ganz kurze Röhren von 10 und 20 M.M. Länge aus den erhaltenen Daten ableiten, wenn man das beim Auspumpen und während der Dauer der Beobachtungen entleerte Stück der Wasserröhre A mit in Rechnung bringt. Die beobachteten Grössen sind in nachfolgender Uebersicht (die Längenmaasse in Millimetern) zusammengestellt.

|                        |     |       |       |      |      |       |
|------------------------|-----|-------|-------|------|------|-------|
| Länge der Abzugsröhre  | 162 | 122   | 82    | 41   | 20   | 11    |
| Barometer              | 1   | 1     | 1     | 1    | 1    | 1     |
| Temperatur nach C.     | 7°  | 8,25° | 8,25° | 7,5° | 7,5° | 7,25° |
| Verdunst. in 5 Minuten | 0,5 | 0,7   | 1     | 2    | 3,5  | 6     |
| Manometer              | 81  | 80    | 79    | 79   | 78   | 60    |

Diese Thatsachen beweisen, dass die Wasserdämpfe unter Bedingungen, wie wir sie hier im Auge haben, schon bei einem verhältnissmässig geringen Abstände der verdunstenden Fläche vom Röhrenende und bei einer Temperatur von nur 7—8° C. einen continuirlichen Druck von ungefähr 75 M.M. in Wasser auszuüben vermögen. Sie entwickeln



hienach nicht weniger als  $\frac{3}{4}$  der vollen Spannkraft, die sie unter gleichen Bedingungen in einer oben geschlossenen Röhre erreichen würden.

Um indess noch direktere Anhaltspunkte für die Grösse des Rückstosses zu gewinnen, wurden Versuche mit dem Apparat Fig. 3 in der Art angestellt, dass die unten offene Capillarröhre A in Wasser tauchte. Zur Verhütung der Verdunstung im weitem Gefäss wurde nach dem Eintauchen eine Schicht von 10—20 M.M. Oel aufgegossen, und dann langsam und vorsichtig ausgepumpt. Die Verdünnung konnte auf diese Weise zu wiederholten Malen bis auf 1 M.M. Barometerstand gebracht werden, während allerdings in andern Fällen das Wasser unter dem Oel zu kochen begann. — Bei dieser Einrichtung des Apparates war es möglich, die Wirkung der Wasserdämpfe auf das capillare Niveau aus den beobachteten beiden Manometerständen jedenfalls sehr annähernd zu bestimmen; es musste sich also zeigen, ob die Niveauveränderungen in der Capillarröhre damit übereinstimmen.

In einem bestimmten Falle ergab die Beobachtung Folgendes. Die Capillarröhre tauchte in ein Reagensgläschen mit Wasser, auf welches 20 M.M. Oel aufgegossen war. Der Nullpunkt für die Steighöhe lag hienach (das specif. Gewicht des Oels zu 0,92 gerechnet) 1,6 M.M. unter der Oberfläche des Oels. Die Steighöhe in der Capillarröhre betrug 100,6 M.M.; das capillare Wasserniveau war noch 17 M.M. vom obern Ende entfernt. Nach dem Auspumpen sank dasselbe ziemlich rasch bis zum Niveau des Oels und bei fortgesetztem Pumpen langsam weitere 12 M.M. Die Niveauveränderungen wurden nebst den entsprechenden Manometerständen von Zeit zu Zeit gemessen; die Ergebnisse sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Zur genauen Vergleichung sind in der dritten Columne (Niveaudifferenz) überdiess die Spannungen in Oel beigefügt, welche unmittelbar über dem

Meniscus vorhanden sein müssen, um die beobachteten Niveaudifferenzen hervorzurufen. Als Differenz ist hierbei die Grösse zu verstehen, um welche das zurückgedrängte Niveau tiefer steht, als es der in gleicher Höhe gemessenen Röhrenweite entsprechen würde. So ist z. B. die Weite der Röhre in ihrem untern Theile = 0,266 M.M., die entsprechende Steighöhe = 112 M.M., folglich die Niveaudifferenz, wenn das Wasser auf Null d. h. 1,6 M.M. unter dem Oel steht, = 112 M.M. In diesem Sinne sind die Differenzen in der folgenden Uebersicht berechnet und sodann durch 0,92 dividirt worden, um sie auf Oel zu reduciren. Die Temperatur schwankte während der Beobachtung zwischen 10,6 und 10,75° C.

| Röhrenweite. | Steighöhe. | Niveaudifferenz auf Oel reducirt. | Man. I. | Man. II. | Barometer. |
|--------------|------------|-----------------------------------|---------|----------|------------|
| 298          | + 100,6    | 0                                 | 0       | 0        | —          |
| 266          | + 1,6      | 120                               | 96      | 66       | 1,8        |
| 266          | — 0,4      | 122                               | 101     | 68       | 1,75       |
| 266          | — 10,4     | 133                               | 104     | 70       | 1,7        |

In Fig. 5 sind diese Spannungsverhältnisse graphisch dargestellt. A ist die capillare Wasserröhre; Man. I und Man. II sind die beiden Manometer; Niv. bezeichnet die Punkte, wo sich der capillare Meniscus befindet. Die Röhrenlängen sind als Abscissen, die Spannungen als Ordinaten und zwar beide in  $\frac{6}{10}$  natürlicher Grösse aufgetragen. Die drei obersten Kraftlinien beziehen sich auf Beharrungszustände während des Auspumpens, die übrigen auf solche, welche später beim Stehenlassen eintraten. Nur jene drei sind bis zu den Ordinaten, welche die Niveaudifferenzen ausdrücken, verlängert. — Man ersieht aus der Construction, dass die Neigung der Spannungslinien in der Wasserröhre geringer



ist, als in den Abzugsröhren B und B'. Wären die Röhren gleich weit, so würde sich hieraus ergeben, dass die Niveaudifferenzen der capillaren Wassersäule nicht einmal jene Höhe erreichen, welche nach Maassgabe der Manometerstände sich erwarten liesse.

In Wirklichkeit besteht jedoch diese Gleichheit der Röhrendurchmesser nicht. Die Wasseröhre A hat nach Messungen an 10 ungefähr gleich weit von einander abstehenden Punkten eine mittlere Weite von 0,283 M.M., die Abzugsröhre B (und ebenso B') eine mittlere Weite von 0,216 M.M. Durch erstere strömten unter dem Drucke von 69,5 M.M. Wasser 2,7 Cub.-Cent. Luft per Minute, durch letztere nur 0,91 Cub.-Cent., also dreimal weniger. Wollen wir also die Röhre A in Gedanken durch eine andere gleichwerthige ersetzen, welche mit Rücksicht auf die Neigung der Spannungslinie mit B übereinstimmt, so muss dieselbe die Weite von B und eine Länge von  $\frac{1}{3}$  AB haben. Dem entsprechend müssen die in bestimmten Punkten von A beobachteten Spannungen (Niveaudifferenzen) auf der eingebildeten Ersatzröhre in  $\frac{1}{3}$  des Abstandes vom untern Manometer aufgetragen werden. Diess ist in unserer Figur durch punctirte Linien angedeutet. Man sieht jetzt, dass die Niveaudifferenzen in der Röhre A tatsächlich etwas grösser sind, als die Construction der Spannungslinie auf Grund der Manometerstände und der Röhrendurchmesser sie ergeben würde, d. h. die nach den Niveaudifferenzen construirte Kraftlinie der Röhre A ist stärker, geneigt, als die nach rückwärts verlängerte Spannungslinie der Abzugsröhren.

Zu demselben Ergebniss führten auch mehrere andere Beobachtungseihen. Indess ist zu bemerken, dass die nämliche Röhre zuweilen auch das entgegengesetzte Verhalten zeigte und dass überhaupt die Wiederholung der Messungen nach dem Einlassen von Luft und Wiederaus-pumpen immer etwas abweichende Zahlenverhältnisse ergab. Die

graphische Darstellung der Kraftlinie beweist uns demnach, dass die am Meniscus wirksame Gesamtkraft (lebendige und Spannkraft) der Dämpfe in manchen Fällen nicht ausreicht, um den Stand des Niveau's zu erklären, dass in andern Fällen im Gegentheil das letztere höher steht, als es durch jene Kraft gefordert wird.

Das Nämliche lässt sich noch auf einem andern Wege darthun. Bei einzelnen unserer Versuche sank das Niveau so tief, dass dazu die volle Spannkraft der Wasserdämpfe nicht ausreichte. Ich stelle hier einige solcher Fälle zusammen

|                       |       |       |       |       |       |       |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Temperatur nach C     | 10,5° | 13,7° | 15°   | 6,25° | 3,7°  | 6,25° |
| Spannkraft der Dämpfe | 137   | 159   | 173   | 96,5  | 80    | 96,5  |
| Niveaudifferenz       | 138   | 174   | 197   | 128   | 82    | 105   |
| Röhrenweite           | 0,184 | 0,161 | 0,147 | 0,198 | 0,250 | 0,162 |

Die Spannkraft der Wasserdämpfe ist in Millimetern Wasserhöhe ausgedrückt. Die Niveaudifferenz giebt die Herabdrückung der capillaren Wassersäule unter die normale Steighöhe an; sie beträgt hier durchgehends mehr als jene Spannkraft. Aus den früher angestellten Versuchen wissen wir, dass die am Meniscus wirklich vorhandene Gesamtkraft kaum über  $\frac{3}{4}$  der vollen Spannkraft bei der gegebenen Temperatur beträgt.

Bei vielen andern Versuchen, z. Th. mittelst der gleichen Röhren, wo der nämliche tiefe Barometerstand, also auch eine gleich lebhaftere Verdunstung erzielt wurde, war die Herabdrückung des Niveau's weniger als  $\frac{3}{4}$  der vollen Dampfspannung. Ob das Eine oder Andere eintrete, hängt wesentlich von dem langsamern oder raschern Pumpen ab, indem das rasche Pumpen immer einen tiefern Stand herbeiführt. Man möchte nun vermuthen, dass dasselbe eine grössere Spannung der Dämpfe verursache. Diess ist aber nicht der Fall. Die Verdunstungsmenge in der Zeiteinheit bei gleicher Temperatur hängt von dem Barometerstand ab. Nun dauern, wenn in Folge langsamen Pumpens das Niveau langsam sinkt, bis zur Erreichung seines tiefsten Standes die niederen Barometerstände länger an; die Dampfspannung kann grösser werden, und jedenfalls, was wesentlich ist, drücken die höhern Spannungen länger auf den Meniscus. Man sollte also mit Rücksicht auf die Verdunstung gerade das Gegentheil von dem erwarten, was wirklich eintritt. Es kann auch noch

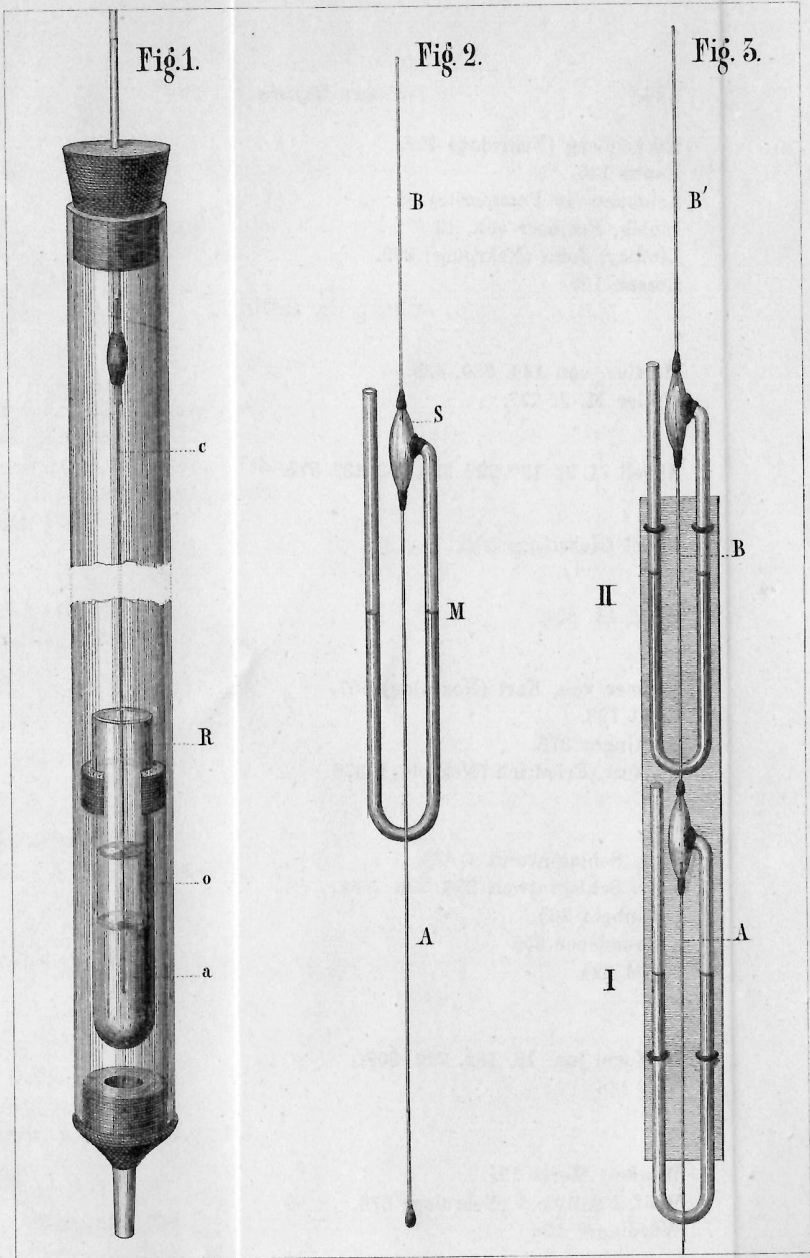


beigefügt werden, dass wenn durch langsames Pumpen der tiefste Barometerstand und ein verhältnissmässig hoher des Niveau's herbeigeführt wurde, dann rasches Pumpen, welches den Barometerstand nicht mehr zu erniedrigen vermag, auch das Niveau unverändert lässt.

Die beobachteten Thatsachen zeigen also, dass das capillare Niveau in Folge der Verdunstung bald tiefer bald weniger tief sinkt, als es durch die Spannkraft der Dämpfe an seiner Oberfläche erklärt werden kann. Es beweist diess, dass ausser dieser Spannkraft noch andere Ursachen mitwirken. Da es keine äusseren Factoren mehr giebt, die auf die Bewegung Einfluss haben könnten, so müssen sie in der capillaren Wassersäule selbst gesucht werden. Die eine Hälfte der Erscheinungen, wo die Veränderung des Niveaus hinter der Grösse zurückbleibt, welche durch die Dampfspannung bedingt wird, liesse sich durch die geringe Beweglichkeit der Wassersäule in einer Capillarröhre erklären. Es giebt eine ganze Reihe von Thatsachen, welche dieses Beharrungsvermögen darthun, wie schon in der letzten Mittheilung angedeutet wurde. Diess zeigt sich namentlich sehr augenfällig beim Stehenlassen. War z. B. das Niveau bei einem Barometerstande von 1 M.M. auf Null, so bleibt es oft längere Zeit oder fällt sogar in Folge der Verdunstung noch tiefer, obschon das Barometer allmählich auf 2—3 M.M. hinaufgeht und die beiden Manometer auf  $\frac{2}{3}$  oder  $\frac{1}{2}$  ihrer ursprünglichen Höhe herabsinken. Das Steigen beginnt erst, wenn die Capillaranziehung ein beträchtliches Uebergewicht erlangt hat, und nicht selten tritt in einem höhern Niveau abermals eine Pause ein.

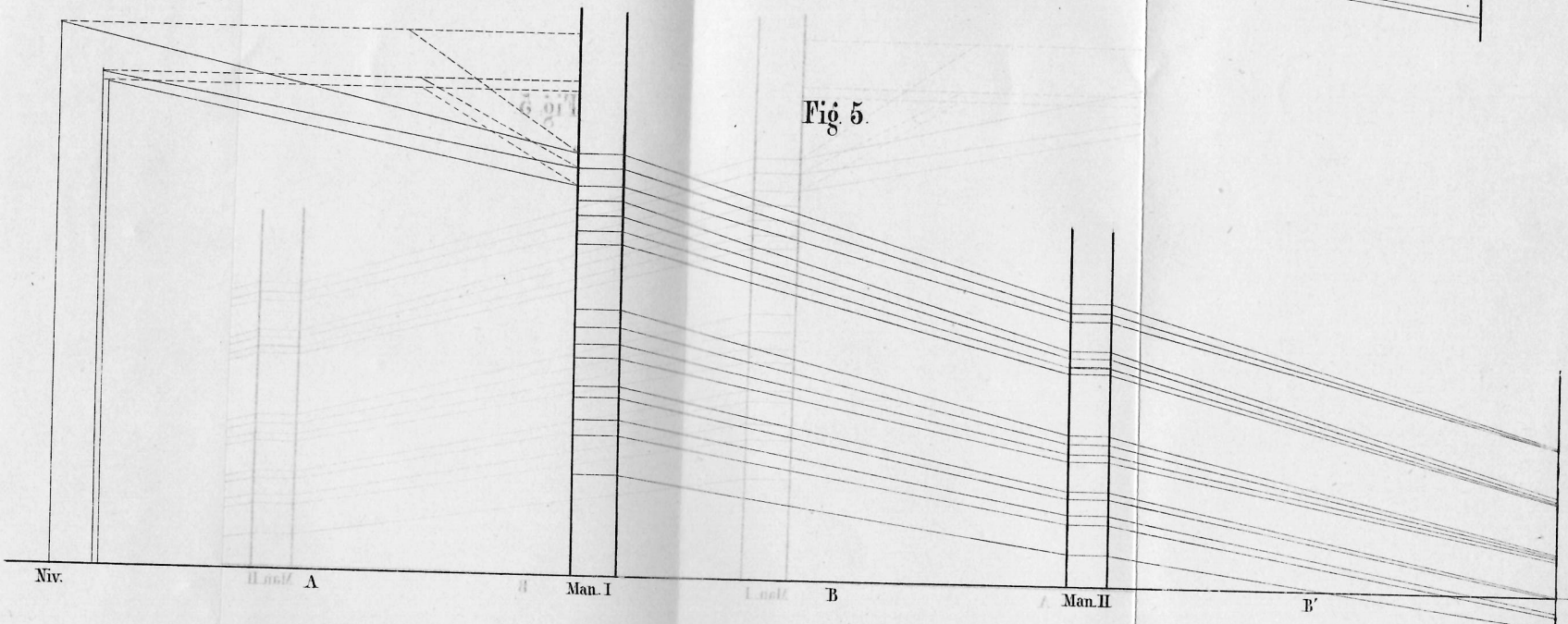
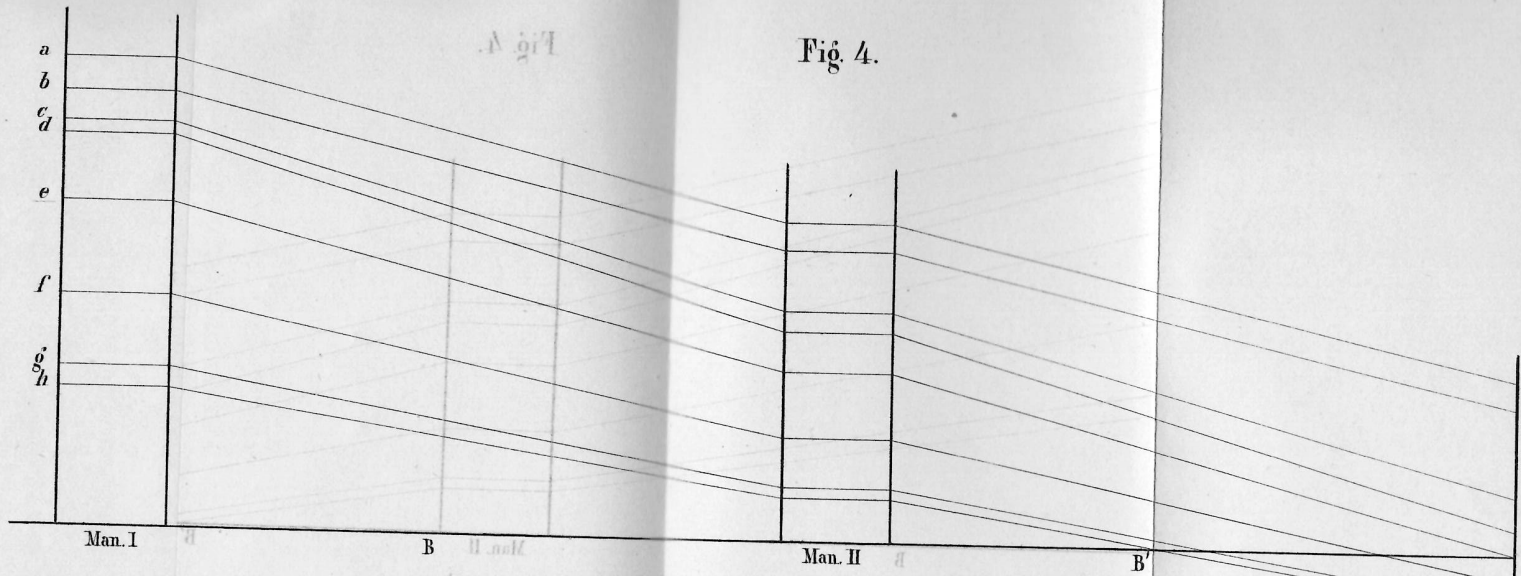
Die andere Hälfte der Erscheinungen aber, wo nämlich die Veränderungen des capillaren Niveaus grösser sind, als sie die äussern Ursachen verlangen, wo bei den vorhin erörterten Beobachtungen die Herabdrückung über die durch die Dampfspannung bedingte Grösse hinausgeht, verlangt offenbar eine andere Erklärung. Es muss dafür entweder eine Modification der capillaren Kräfte oder überhaupt eine innere Ursache angenommen werden, welche die Wirkungen der Dampfspannung vermehrt.

---



*Sitzungsberichte der k. b. Akad. d. W. 1866, I, 4.*





# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der Bayerischen Akademie der Wissenschaften München](#)

Jahr/Year: 1866

Band/Volume: [1866-1](#)

Autor(en)/Author(s): Nägeli Carl Wilhelm von

Artikel/Article: [Über Versuche, betreffend die Capillarwirkungen bei vermindertem Luftdrucke 473-492](#)