Sitzungsberichte

der

königl. bayer. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Jahrgang 1867. Band II.

München.
Akademische Buchdruckerei von F. Straub.
1867.

In Commission bei G. Franz.

Mathematisch-physikalische Classe.

Sitzung vom 6. Juli 1867.

Herr Seidel hielt einen Vortrag, betr.:

„Einen Beitrag zur Bestimmung der Grenze der mit der Wage gegenwärtig erreichbaren Genauigkeit".

Die Beurtheilung der Sicherheit, welche den aus Beobachtungen abgeleiteten Zahlengrössen beigelegt werden darf, bildet bekanntlich in den verschiedenen Zweigen der Messkunst keine leichte Aufgabe, soferne man überhaupt darauf ausgegangen ist, die Hilfsmittel der Beobachtung und ihrer Reduction bis zu der Grenze ihrer Leistungsfähigkeit wirklich in Anspruch zu nehmen. Es ist eine notorische Erfahrung, dass aufeinanderfolgende Messungen ein und und derselben Grösse, oder überhaupt Beobachtungen, welche mit einerlei instrumentalen Mitteln, unter ähnlichen Umständen gemacht sind, fast jederzeit genauer unter sich stimmen, als, nach Berücksichtigung aller Reductionen, ihre Resultate mit denjenigen zusammengehen, welche man mit anderen Hilfsmitteln oder nach Verfluss längerer Zeit erhält; — so dass die Zuverlässigkeit der Zahlen beinahe gewiss überschätzt wird, wenn man sie lediglich nach dem „wahrscheinlichen Fehler" taxiren will, wie er aus dem einseitigen Materiale nach der Methode der kleinsten Quadrate sich ergiebt. Natürlich folgt hieraus nicht, dass die Wahrscheinlichkeitsrechnung, in welcher die genannte Methode begründet ist, das Urtheil irre führt; denn es ist ja eine ausdrückliche Voraussetzung, die bei der betreffenden Probabilitäts-

Untersuchung zu Grunde gelegt wird, dass positive und negative Beobachtungsfehler mit gleicher Leichtigkeit sich ergeben können, — oder mit andern Worten: dass constante Fehler ausgeschlossen sind. In Wirklichkeit ist es kaum jemals möglich, diese Bedingung genau zu realisiren: Einflüsse untergeordneter Art, welche während gewisser Zeit oder bei dem Gebrauche der gleichen Instrumente etc. in constantem Sinne agiren, werden sich, wenn die Sache genau betrachtet wird, fast immer nicht nur als möglich, sondern selbst als höchst wahrscheinlich vorhanden erkennen lassen; — und wenn wir, ungeachtet der Einsicht hievon, doch die Methode der kleinsten Quadrate auf derlei Fälle anwenden, die ihren Voraussetzungen nicht entsprechen, so geschieht es deshalb, weil uns die Mittel fehlen, die gesetzmässige Art des Wirkens jener Einflüsse zu verfolgen, oder auch nur zu beurtheilen, ob in dem einzelnen gerade vorliegenden Falle die Wahrscheinlichkeit der positiven oder die der negativen Beobachtungsfehler durch sie ein Uebergewicht erhalten hat. Es würde überdies unmöglich sein, jedesmal je nach der besonderen Bedingtheit der vorliegenden Beobachtungen die ihr individuell entsprechende Wahrscheinlichkeits-Aufgabe strenge zu lösen, so wie sie für jenen einfachsten und gewissermassen normalen Fall durch die Aufstellung der Methode der kleinsten Quadrate gelöst ist. Immerhin mag man auch da, wo entstellende Einwirkungen constanter Art nicht undenkbar sind, den sogenannten „wahrscheinlichen Fehler“ ableiten und ihn aufführen als einen bequemen und allgemein verständlichen Gradmesser für die Uebereinstimmung der einzelnen Messungen unter sich: nur darf man nicht sich der Täuschung hingeben, (von welcher Niemand entfernter war, als die grossen Urheber jener Methode), als ob seine Herleitung die sorgfältige Würdigung der Umstände der Messung und der für die Elimination constanter Fehler getroffenen Cautelen un-

nöthig machte. Der Fall ist sehr wohl denkbar, dass unter zweierlei Beobachtungsresultaten, die durch verschiedene Methoden für dieselben Grössen erlangt worden sind, diejenigen, welche einseitig berechnet den kleineren wahrscheinlichen Fehler zeigen, gleich von vornherein und sogar wegen der Kleinheit dieses Fehlers für die schlechteren zu halten sind: nemlich dann, wenn Verdacht besteht, dass ihre genaue Uebereinstimmung desshalb zu Stande kam, weil Fehlerursachen constant wirkten, die in dem besser eingerichteten Beobachtungssystem bald auf die eine bald auf die andere Seite fallen und so den apparenten wahrscheinlichen Fehler vergrössern mussten; — ganz so wie unter Umständen, ebenfalls nach den Principien der Wahrscheinlichkeitslehre, die Aussagen zweier Zeugen darum verdächtig werden können, weil sie gar zu genau übereinkommen.

Massen-Vergleichungen mittelst der Wage gehören in vielem Betracht zu den einfachsten und desshalb begünstigten Beobachtungen. Dennoch ist es schwer, wenn man die letzte Genauigkeit anstrebt, bestimmt festzustellen, wie weit sie eigentlich geht. Nach einander gemachte Messungen derselben Gewichtsdifferenz zeigen leicht einen hohen Grad von Uebereinstimmung: ebenso leicht trifft es sich aber, dass man an einem andern Tage aus nicht minder gut unter sich harmonirenden Bestimmungen ein Resultat erhält, welches nach allen Reductionen um das Zehnfache des einseitig abgeleiteten „wahrscheinlichen Fehlers" von dem erst gefundenen abweicht. Sehr häufig wird eine Unsicherheit über das genaue Gewicht der von den aufgelegten Massen verdrängten wasserhaltigen Luft die Entstehung solcher Differenzen erklären. In diesem Falle hat man einen Theil der Genauigkeit, die der Akt der Wägung an sich gewährt, verloren durch ihre nothwendig unvollkommene Reduction. Wollte man aber zur Vermeidung dieses Uebelstandes die Wage in ein Vacuum bringen, so wird man in den meisten

Fällen durch die Unbequemlichkeit der Einrichtung veranlasst sein, die Vergleichung nicht so oft, als sonst leicht geschehen könnte, zu wiederholen, und so auf anderer Seite einen Theil der erreichbaren Genauigkeit aufzuopfern. Dazu kommt, dass es überhaupt schwer ist, sich der Unveränderlichkeit der Massen bis in die letzten Grössen, für welche die Wage sensibel ist, zu versichern, dass man also, während der Zeit nach sich nahe liegende Beobachtungen leicht von constanten Fehlern entstellt sind, zwischen solchen entfernterer Epochen eine Veränderung an den gewogenen Körpern als möglich in Betracht ziehen muss. Die beiden französischen Kilogramme-Etalons von Platina, der Archive und der Sternwarte, sind bekanntlich von der mit ihrer Herstellung betrauten Commission für identisch erklärt worden, waren also ursprünglich jedenfalls um weniger als ein Milligramm verschieden: im Jahre 1837 ergaben sieben auf Arago's Veranlassung von Gambey, Steinheil und von ihm selbst an vier Tagen vorgenommene Vergleichungen übereinstimmend einen Unterschied von 4,5 Milligrammen [1]), der wahrscheinlichsten Annahme nach herrührend von einer allmählich eingetretenen Verunreinigung der Oberfläche des Kilogrammes der Sternwarte (als des öfter benützten) durch adhärirende fremde Theilchen, die wegen der Weichheit der Platina nicht ohne Gefahr zu entfernen sein würden. Gewichte aus anderen Metallen sind aber ähnlichen Aenderungen aus anderer Ursache ausgesetzt. Ein genau ausgewogener Kilogramm-Einsatz, der aus 13 Stücken besteht, die zusammen einen Würfel bilden, und mit welchem Steinheil und ich 1843/4 viele sorgfältige Wägungen ausführten, verlor vom 9. November 1843 bis 6. Januar 1844 6,9 Milligrammen; weiter von da bis Ende Juni, während welcher

1) S. Steinheil's Abhandlung in den Denkschriften der Münchner Akademie. 1844. p. 77.

Zeit das specifische Gewicht seiner einzelnen Stücke bestimmt worden war, 7,6 M.; dann durch einmaliges Abwaschen seiner Stücke wieder 4,3 M.; im Ganzen also in drei Vierteljahren 18,8 M. Ein anderer ähnlicher Einsatz, dessen Oberflächen sämmtlich zu genauen Ebenen geschliffen, dann auf galvanischem Wege stark vergoldet und zu Spiegeln poliert worden waren, nahm zu von 1844 Juli 12. bis Novbr. 1. um 3,2 M. Am 27. Juli war das specifische Gewicht des Halbkilogramm-Stückes (zum zweitenmale) bestimmt worden, sonst aber der Einsatz unberührt und wohl verwahrt gestanden. Durch absichtlich vorgenommenes Abwaschen verloren diese Gewichte am 3. November nur 0,5 M., dann am gleichen Tage durch ein wiederholtes Waschen mit Seifenwasser noch 0,6 M.; also zusammen 1,1 M., so dass noch immer von 3 ½ Monaten eine Gewichtszunahme um 2,1 M. übrig blieb, welche nicht von Unreinigkeit der Oberfläche herrühren konnte (die einzelnen Stücke waren beim Gebrauch stets ganz blank und spiegelnd), und die vielleicht am ersten auf Rechnung einer unter der Vergoldung vor sich gehenden Oxydation des Messings zu setzen ist. Diese und noch einige ähnliche Erfahrungen über die Veränderlichkeit der Metallgewichte gaben damals Veranlassung, in der Werksätte der mathematisch-physikalischen Sammlung einen vollständigen Einsatz aus Bergkrystall herstellen zu lassen, bestehend aus einem Kilogramme-Stücke (welches direct mit dem vorher in Paris durch das Original der Archive bestimmten und später nach Neapel verkauften Repsold'schen Bergkrystall-Kilogramme verglichen worden ist), zwei halben Kilogrammen etc. bis herab zur Gramme, in Allem 15 Cylinder (die Kanten durch Kugelfacetten abgerundet), von höchst vollkommener Gestalt und Politur der Oberflächen. Da wir allen Grund hatten, diesen Gewichten, die man vor dem jedesmaligen Gebrauche unbedenklich mit Weingeist waschen darf, viel grössere Unver-

änderlichkeit als den metallenen zuzuschreiben, so wurden dann im Jahre 1846 durch eine grosse Beobachtungsreihe, die wesentlich von mir herrührt, ihre Werthe möglichst sorgfältig bestimmt, damit für weitere Gewichtsuntersuchungen der Apparat ein für allemal hergestellt sei. Ich setzte mir damals zum Ziel, die relativen Werthe dieser Stücke, d. h. ihre Verhältnisse zum grössten, bis auf ein paar Hundertmilliontel des letzteren zu bestimmen. Die Unsicherheit in Betreff der Luftgewichte, von welcher vorher die Sprache war, fällt nämlich vollkommen fort, wenn man Bergkrystall mit Bergkrystall vergleicht, weil hier gleiche Massen auch gleiche Volumina bedingen. In dieser Beziehung lagen uns, schon als der Einsatz hergestellt wurde (dessen Stücke übrigens alle von demselben Krystall-Blocke herrühren) die Bestimmungen der specifischen Gewichte von sechs verschiedenen Krystall-Körpern vor, deren Einer aus Brasilien, ein zweiter aus Madagaskar stammte, während die übrigen wahrscheinlich europäischen Ursprungs sind; — für diese alle hatten wir, auf so viel Stellen als überhaupt verbürgt werden können, gleiche specifische Gewichte erhalten, indem die grösste gefundene Abweichung vom Mittelwerth sich auf 0,00005 stellte, welche Differenz, wenn sie selbst reell wäre, doch bei der Masse von 1 Kilogramm das Gewicht der verdrängten Luft noch nicht um 0,01 M. verändern würde[2]). Die weiteren Untersuchungen, für welche die Herstellung jenes Einsatzes als Vorarbeit dienen

---

2) Unmittelbare Wägungen im Wasser von der grössten Dichtigkeit geben das specifische Gewicht des Bergkrystalls = 2,65479. Aus den Wägungen bei höherer Temperatur hatten wir mittelst der Hallström'schen, von Bessel reproducirten Tafel für die Ausdehnung des Wassers zuerst einen kleineren Werth abgeleitet (vgl. Steinheil a. a. O.) in Folge der Unrichtigkeit dieser Tafel.

sollte, sind nur zum Theil ausgeführt worden: bei ihrer Unterbrechung durch Steinheil's damalige Uebersiedelung nach Wien blieben die mit bedeutenden Kosten hergestellten Gewichte sein Privat-Eigenthum. Neuerlich, als die Verhandlungen wegen eines gemeinschaftlichen deutschen Maasses und Gewichtes dem Gegenstand ein erneutes Interesse gaben, hat die betreffende Commission der II. Classe der k. Akad. d. W. Anlass genommen, der k. Staatsregierung die Erwerbung dieser Stücke für Bayern anzuempfehlen, jedoch ist den desfallsigen Entschliessungen das Oesterreichische Gouvernement zuvorgekommen, und hat die Wiener Akademie in den Besitz derselben gebracht. Sie wurden Ende März an den österreichischen Bevollmächtigten übergeben; ehe dies geschah, hat mir auf meinen Wunsch das bereitwillige Entgegenkommen des Hrn. Professors Schrötter, General-Sekretärs der kais. Akademie, und des Hrn. Ministerial-Raths Steinheil die Gelegenheit verschafft, einige meiner alten Gewichtsvergleichungen zu wiederholen. Es lag mir daran, ehe diese Stücke für immer von hier fort kamen, mich selbst von der Genauigkeit meiner früheren Arbeit nochmals zu überzeugen, und es schien mir, dass es, gegenüber den mit Metallgewichten gemachten Erfahrungen, von wesentlichem Werthe sein würde, wenn der positive Nachweis einer viel grösseren Unveränderlickeit unserer Krystallkörper durch eine nach zwanzig Jahren vorgenommene Controlbestimmung geführt werden könnte. Dazu kommt noch, dass das Eine der zur Vergleichung gebrachten Stücke auch noch für uns in München die Continuität mit dem Original-Gewichte der Archive in Paris erhält: das Halb-Kilogramm-Stück war nemlich in Bergkrystall deshalb in duplo hergestellt worden, weil das erste Exemplar in Folge zu rascher Erkältung nach dem Poliren im Innern einen irisirenden Sprung erhalten hatte, der sich bis an die Oberfläche erstreckt,

obgleich an derselben nicht die geringste Unterbrechung der Continuität mit dem Nagel zu spüren ist; es wurde darum dem jetzt verkauften Einsatze nicht einverleibt, war aber schon in die alten Vergleichungen von mir mit hineingezogen worden, weil sich bald zeigte, dass der Sprung seine Unveränderlichkeit auf der Wage nicht beeinträchtigte. Die Summe der beiden halben Kilogramme hatte ich 1846 besonders sicher, durch 45 Abwägungen, mit dem ganzen Kilogramme verglichen: für ihre Differenz (die allerdings bei kleinerer Belastung, also grösserer Empfindlichkeit, der Wage gemessen und deshalb schneller mit der gleichen Genauigkeit erhalten wird) lagen viel weniger Beobachtungen vor, und die Wiederholung dieser Vergleichung, zu möglichst sicherer Bestimmung der beiden Halben durch das Ganze, war deshalb zunächst angezeigt. Für die zweite Controle wählte ich die erneute Vergleichung des Stückes von zwei Hektogrammen mit den beiden von ein Hektogramm, weil ich in den Originalpapieren der alten Wägungen eine 1846 gemachte Notiruug gefunden hatte, dass diese Verbindung, als etwas unsicherer bestimmt, gelegentlich zu wiederholen sei.

Meine diesmaligen Beobachtungen fielen in die Tage vom 13. bis 27. März 1867; es war mir dazu der südliche Saal der mathem.-physikal. Sammlung des Staates, in welchem der Heliostat angebracht ist, eingeräumt, und in demselben die Steinheil'sche Schneidewage an der Wand gegen den südöstlichen Arbeitssaal in ihrem Kasten aufgestellt worden. Beide Säle blieben ungeheizt, und ich hielt die Läden desjenigen, in welchem die Wage stand, grösstentheils geschlossen, und verweilte in ihm nur, während es zum Ablesen und dann zum Umsetzen der Gewichte nöthig war: in Folge dieser Vorsicht zeigte das Réaumur'sche Thermometer am Barometer kaum Schwankungen von $^1/_{10}$ Grad während der Beobachtungen eines Vor- oder

Nachmittags. Die vortreffliche mit drei auf Achatplatten spielenden Schneiden versehene Wage, die schon zu den früheren Bestimmungen gedient hatte (Eine von mehreren ganz ähnlich hergestellten) ist von Steinheil an anderem Orte beschrieben; ihr Balken trägt über seiner Mitte einen kleinen Planspiegel, der auf eine etwa 12 Fuss entfernte Scala weist, an welcher die Ausschläge nach dem Poggendorf-Gauss'schen Principe durch das auf den Spiegel gerichtete feststehende Fernrohr abgelesen werden. Es galt mir, meinen früheren Erfahrungen nach, als Regel, die Wage stets nach Umsetzen der Gewichte eine Viertelstunde lang frei schwingen zu lassen, während sich Niemand im Zimmer befand, damit im Innern ihres Kastens die Luftströmungen sich beruhigen und die Temperaturen sich ausgleichen könnten; nach Ablauf dieser Zeit zeigte sich im Fernrohre die Ruhe und Gleichmässigkeit der Schwingungen nur beeinträchtigt durch vorübergehende in dem Lokale nicht zu vermeidende Erschütterungen von vorbeifahrenden Wägen; wenn zwei nach derselben Seite erfolgende Ausschläge bis auf ein paar der geschätzten Zehntel eines Scalentheils gleiche Ablesung gaben (wie dies bei ruhigem Gange der Wage immer der Fall war), so wurde der Mittelwerth beider mit der der Zeit nach zwischen sie fallenden Ablesung der entgegengesetzten äussersten Elongation zu einem Mittel verbunden, welches als die Ablesung der Gleichgewichtslage der Wage galt. Die Abwägungen selbst wurden nach der Methode von Gauss gemacht, indem die beiden zu vergleichenden Körper sich gleichzeitig auf den beiden Schalen der Wage befanden, und zwischen denselben alternirten. Der Werth des Ausschlags von einem Scalentheil wurde mittelst der sehr genau bekannten kleinen Gewichte von Platinadraht bestimmt, über welche ich zuletzt noch Einiges beibringen werde, natürlich zu wiederholten Malen und zwar bald durch Umsetzen des kleinen

Gewichtes allein, bald auf die Art, dass durch Hinzufügung eines solchen zu der leichteren der beiden grösseren Massen die Differenz auf die entgegengesetzte Seite gebracht wurde. Dieses letztere Verfahren ist etwas unbequemer als das erste, giebt aber eine vollkommnere Elimination der von Unsicherheit des Scalenwerthes herrührenden Fehler. Uebrigens ist bei derselben Wage der Scalenwerth natürlich abhängig von der Entfernung zwischen Scala und Wage und von der Grösse der Belastung; diesmal wurde er für Beobachtungen nach dem Gauss'schen Princip gefunden wie folgt:

Last auf jeder Seite.	Gewichtsdifferenz, welcher der Ausschlag von Ein Scalentheil entspricht.
0,5 Kilogramm	0,0403 Milligramm.
0,2 „ . .	0,0200 „
0,191 „ . .	0,0184 „

Für den Gewichtsunterschied der beiden Krystall-Cylinder von 0,5 Kilogramm (unter welchen der mit dem Sprung der schwerere ist) lagen mir folgende alte Beobachtungen vor:

1) 4 direkte Vergleichungen vom Jahre 1846 hatten ergeben	3,503 Milligr.
2) 2 noch früher von Steinheil angestellte (etwas weniger sichere)	3,542 „
3) 10 weitere, in den ersten Monaten 1847 von mir gemacht	3,431 „
4) Aus 10 Vergleichungen des nicht gesprungenen Stückes mit der Summe aller kleineren Krystallgewichte und aus 5,5 solchen des andern mit derselben Summe folgte indirect, mit dem Gewichte von 3,55 direkten Vergleichungen (1846) .	3,410 „

Im Hauptresultate dieser 4 alten Bestimmungsreihen (20 Messungen) ergab sich, mit Rücksicht auf ihre Gewichte . . . 3,453 Milligr.

Am 3. März des laufenden Jahres machte M.-R. Steinheil mit einer in seiner Wohnung aufgestellten Wage die ersten neuen Beobachtungen: die Gewichte waren zuvor sorgfältig abgewischt, aber nicht, wie es mir als Regel galt, auch mit Weingeist abgewaschen worden; sie schienen ganz rein. Der Unterschied fand sich jetzt aus 5 Abwägungen = 3,557 M. Da diese Vergrösserung seines Werthes auffiel, so untersuchte Steinheil die Oberflächen nochmals genau, und fand jetzt auf derjenigen des schwereren Stückes zwei kleine, wahrscheinlich von Fliegen herrührende Flecken, welche weggewaschen wurden; ein paar vorläufige Beobachtungen zeigten sogleich, dass diese schwer wahrnehmbare Verunreinigung die Ursache der Differenz gegen das alte Mittel gewesen war. Die Gewichte kamen jetzt in meine Hände; es ergaben mir

5) 12 Vergleichungen von März 13. bis 16. 3,394 Milligr.

In den nächstfolgenden Tagen wurde vom Mechaniker noch eine Justirung am Sperrwerk vorgenommen, durch welches jedesmal zwischen zwei Beobachtungen der Wagebalken von den Achatplatten, auf welchen seine Schneide ruht, und die Wagschalen, die ihrerseits mit Achatplatten über den beiden Endschneiden des Balkens spielen, von diesen letzteren sich abheben. Beim Lösen dieser Arretirung hatte nemlich zuweilen die eine Schale durch eine Reibung zwischen dem Arme des Sperrwerks und der Fassung ihres Steines einen Anstoss erhalten, der die Regelmässigkeit der Initialschwingungen beeinträchtigte. Unterdessen unterzog ich auch die Krystalle nochmals einer sorgfältigen Reinigung mittelst feiner Seife, die vom Ballen der Hand aus nass aufgerieben und dann mit reinem Wasser abgewaschen wurde, und mit Weingeist. Die hiernach am 21. und 22. März vorgenommenen neuen Wägungen ergaben

6) mit dem Gewichte von 14,5 Bestimmungen 3,455 Milligr.

Daher im Mittel aller 26,5 neuen Wägungen 3,431 „

wenn man den Einzelbeobachtungen der Reihe 6, bei welcher die Wage in besserer Ordnung war, gegenüber denjenigen der Reihe 5 ein im Verhältnisse von 4 : 3 grösseres Gewicht beilegt.

Das Hauptmittel aus allen alten und neuen Beobachtungen wird dann (da ihre Gesammtgewichte sich sehr nahe wie 20 : 25 oder wie 4 : 5 verhalten):

3,440 M.;

vom Mittel der alten allein abweichend um —0,013, von dem der neuen allein um +0,009. Man bemerkt noch, dass unter den alten Wägungsreihen die sicherste (Nr. 3) ein Resultat giebt, welches mit dem Mittel aller neuen (3,431) genau übereinstimmt; umgekehrt trifft das Ergebniss der sichersten unter den beiden neuen Reihen (3,455) bis auf 0,002 M. überein mit dem Gesammtmittel der alten Reihen.

Es haben also hier Wägungen, welche um 20 Jahre auseinanderliegen, für die gesuchte Gewichtsdifferenz Zahlen gegeben, die keine Spur eines constanten Unterschiedes erkennen lassen, und völlig ebenso gut zusammenstimmen, als die einzelnen bald nach einander erhaltenen Reihen unter sich. Zugleich darf man, da das definitive Mittel bis auf ±0,01 Milligrammen mit den beiden Separatmitteln übereinkommt, demselben einen hohen Grad von Sicherheit beilegen. Der wahrscheinliche Fehler, nach den Regeln der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, findet sich für eine einzelne Bestimmung 0,0265 und für das allgemeine Mittel der sechsundvierzig Wägungen 0,00391; wenn man aber auch annimmt, (wie ich es thue), dass das letztere noch um ± 0,01 Miligrammen unsicher sein kann, d. h. um soviel als es von jedem der beiden einseitigen Mittel abweicht, — so macht dies nur den 50 Millionsten Theil einer jeden der beiden mit einander verglichenen Massen

aus. Man verdankt die Möglichkeit, solche Genauigkeit zu erreichen, der chemischen Unveränderlichkeit und der Härte des Materiales der Gewichte, durch welche allein die unerlässlich nothwendige scrupulöseste Reinhaltung der Oberflächen unbedenklich gemacht wird. Wo die günstigsten Umstände, wie in unserem Falle, vorhanden sind, ist man in der That berechtigt zu sagen, dass die Genauigkeit der Wägungen weiter geht, als die irgend welcher anderer Messungen. Ein fünfzig Millionstel des Ganzen würde z. B. auf die analytische Einheit des Winkels, nemlich denjenigen, dessen Bogen dem Radius gleich ist, nur ausmachen 0,004 Bogensekunden, d. i. eine Grösse, bis zu welcher die Unsicherheit in der Messung eines solchen Winkels durchaus nicht herabgebracht werden kann.

Für die zweite Controle war, wie schon oben erwähnt, die wiederholte Vergleichung des Cylinders von 0,2 Kilogramm mit den beiden von 0,1 Kilogramm ausgewählt worden. Aus drei Wägungen von 1846 war das erstere Gewicht leichter gefunden worden als die Summe der beiden anderen um 1,787 Milligramme. Sieben neue Bestimmungen (vom 22. März 1867) ergaben identisch dieselbe Differenz, wobei natürlich der Zufall mit im Spiele ist.

Da jede Wage nur bei einer bestimmten Belastung das Maximum ihre Leistung gewährt, und da überdies bei geringer Last und grosser Empfindlichkeit der störende Einfluss von Luftströmungen und anderen Fehlerursachen zunehmen muss, so werden nothwendig die Unsicherheiten in der Bestimmung sehr kleiner Massen verhältnissmässig grösser, als bei mässig grossen. Die absoluten Werthe der Unsicherheiten aber nehmen allerdings, auch bei unserer Wage, für kleinere Gewichte noch weiter ab. Zum Beweise kann ich die Zahlen anführen, welche durch drei verschiedene und von einander ganz unabhängige Auswägungen für die Gewichte der Platin-Drahtstücke erhalten worden sind,

welche zu unserem Bergkrystall-Einsatz die Theile abwärts von der Gramme repräsentiren, und die jetzt auch mit nach Wien gekommen sind.

Zum erstenmal wurden die betreffenden Stücke im Januar 1844 auf die Art bestimmt, dass sie einzeln abgewogen wurden gegen Stücke eines ähnlichen Einsatzes von Platindraht, der dem Staatsrath Schumacher in Altona gehörte und, dem Decimalsystem entsprechend, Vielfache und aliquote Theile von dänischen Grains repräsentirte. Seine Stücke waren von Schumacher 1836 und wiederholt 1838 bestimmt worden; die durchschnittliche Differenz zwischen beiden Bestimmungen (die zusammengestellt sind in der schon citirten Abhandlung Steinheil's von 1844, p. 55) war 0,013 Milligr.: Einmal erhebt sich der Unterschied auf 0,039 M. und Einmal ist er 0,032 M. Diese Gewichte, welche auch schon bei Steinheil's Vergleichungen der Pariser Originale gedient hatten, waren durch Schumacher's Güte nach München geliehen worden. Ihre Vergleichung mit den unsrigen wurde noch nicht mit der Schneidewage vorgenommen, sondern mit der von Steinheil Anfangs der vierziger Jahre construirten Bandwage, bei welcher statt der drei Schneiden Suspensionen an kurzen und schmalen, oben und unten festgeklemmten Stückchen von dünnem Seidenband angeordnet waren. — Bei der zweiten Vergleichung, im Juli 1844, diente bereits die Schneidewage; diesmal wurde die Summe der vier die Ordnung der Decigrammen repräsentirenden Stücke unserer Platin-Drähte in Verbindung gesetzt mit der Gramme des oben erwähnten Kilogramm-Einsatzes von vergoldetem Messing, dessen Gewichte damals genau bestimmt worden waren, und durch Vergleichung zwischen den einzelnen Stücken der Uebergang zu den kleineren Theilen gemacht. Nach demselben Principe und gleichfalls mittelst der Schneidewage wurde die dritte Bestimmung 1846 ausgeführt, nur beruht sie auf den

Grammen des Bergkrystall-Einsatzes. — In den drei ersten Columnen der folgenden Tabelle sind die Werthe neben einander gestellt, welche durch diese verschiedeneu Beobachtungsreihen für dieselben Gewichte gefunden wurden: die vierte Columne enthält die definitiv angenommenen Werthe:

I.	II.	III.	Def.
M.	M.	M.	M.
399,868	399,789	399,780	399,780
299,690	299,587	299,580	299,580
199,370	199,354	199,340	199,344
100,676	100,661	100,665	100,662
40,100	40,099	40,097	40,098
30,381	30,390	30,397	30,394
20,118	20,126	20,126	20,126
10,292	10,265	10,257	10,261
3,877	3,901	3,907	3,904
2,921	2,909	2,905	2,907
2,005	1,978	1,969	1,973
0,902	0,920	0,931	0,926

Die Zahlen der ersten Reihe können mit denen der zweiten und dritten nicht concurriren: denn die Bandwage, die sich durch die Wohlfeilheit ihrer Herstellung empfiehlt, stand entschieden hinter der Schneidewage zurück. Andrerseits waren die Schumacher'schen Gewichtchen selbst nicht mit der Sicherheit bestimmt, wie die unsrigen es durch die zweite und dritte Reihe sind, da in diesen die Differenz nur Einmal den Werth 0,014 M. erreicht, — und es ist auch die Methode der Bestimmung, von den grösseren Gewichten allmählich herabzugehen, besser als die, Stück für Stück durch Vergleichung mit bekannten Massen selbstständig zu bestimmen. Uebrigens wird die Uebereinstimmung der Zahlen sub I. mit den übrigen in der Ordnung

der Decigrammen, wo die ersten durchweg etwas zu gross sind, sehr bedeutend erhöht, wenn man durch einen an allen Zahlen dieser Reihe anzubringenden corrigirenden Factor die Summe der vier grössten Stücke auf ihren besstbestimmten Werth 999,366 M. (wie er der dritten Reihe zugehört) reducirt: denn die Verhältnisse der einzelnen Gewichte kommen in allen dreien noch näher überein als die absoluten Werthe[3]). Die definitiv angenommenen Zahlen in der vierten Columne wurden aus den angeführten Gründen blos aus II. und III. abgeleitet: sie sind einfache Mittel aus den directen Werthen III einerseits und den durch eine kleine Reduction der eben bezeichneten Art verbesserten Werthen II. andrerseits. Nach dieser Reduction der Zahlen II. (im Verhältnisse von 399,391 : 399,366) beträgt ihr Unterschied, sowie derjenige der Zahlen III., von den definitiven Werthen in sechs Fällen kein Tausendtel eines Milligrammes, zweimal nur ein Tausendtel, etc., und nur Einmal im Maximum sechs Tausendtel; der durchschnittliche Werth für die Abweichung der definitiven Zahl von den beiden, deren Mittel sie ist, beträgt 0,0026, oder ein Vierhunderttel Milligramm. Bis auf diese Grösse bei den Unterabtheilungen der Gramme, und bis auf ein Hundertel Milligramm bei verglichenen Massen von $^1/_2$ Kilogramm kann also die Unsicherheit der Bestimmung zurückgedrängt werden, und es ist demnach eine berechtigte Forderung, dass bei Gewichten, die nicht allein dem öffentlichen Verkehr dienen, sondern auch für wissenschaftliche Präcisionsarbeiten zur Grundlage geeignet sein sollen, für die faktisch erreichbare Unveränderlichkeit innerhalb so kleiner Grössen künftig immer vorgesorgt werde.

---

3) Es versteht sich, dass bei Berechnung der Reihen II. u. III. die Luftgewichtsunterschiede von Platin gegen Messing und Bergkrystall in Rechnung gezogen sind.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der Bayerischen Akademie der Wissenschaften München

Jahr/Year: 1867

Band/Volume: 1867-2

Autor(en)/Author(s): Seidel Philipp Ludwig Ritter von

Artikel/Article: Einen Beitrag zur Bestimmung der Grenze der mit der Wage gegenwärtig erreichbaren Genauigkeit 231-246