Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band X. Jahrgang 1880.

München.
Akademische Buchdruckerei von F. Straub.
1880.

In Commission bei G. Franz.

Sitzung vom 6. December 1879.

Fortsetzung der von Herrn v. Pettenkofer vorgelegten Abhandlung:

„Theorie des natürlichen Luftwechsels von G. Recknagel.“

Dritte Abhandlung.

Ueber den Luftwechsel zweier Zimmer, welche, durch eine vertikale poröse Scheidewand getrennt, neben einander liegen, im Uebrigen aber von freier ruhiger Luft umgeben sind.

1) Zur Erklärung der Aufgabe ist es dienlich, zunächst das Verhalten der vertikalen Zwischenwand zu studiren.

Wir verfahren dabei ebenso wie in der zweiten Abhandlung, indem wir uns nämlich vorerst jedes der beiden Zimmer durch die Zwischenwand abgeschlossen in freier Umgebung denken und die Veränderungen nachweisen, welche in dem Verhalten der Zwischenwand dadurch eintreten, dass dieselbe beiden Zimmern gemeinschaftlich wird.

Das eine der beiden Zimmer von der Temperatur T und der Höhe H soll das Hauptzimmer heissen, das andere von der Temperatur T′ und der Höhe H′ sei das Nebenzimmer. Die Temperatur der freien Umgebung sei t.

Bezeichnet man mit P die ganze Gewichtsdifferenz

$$H\ 1{,}293\ \frac{B}{760} \cdot \frac{T - t}{270 + T + t}$$

zwischen der äusseren und inneren Luftsäule von der Höhe H (und einem Quadratmeter Grundfläche) und mit p_0 den Ueberdruck, welchen bei freier Umgebung die äussere Luft am Boden des Hauptzimmers über die innere Luft besitzt, so ist

$$p_0 = P\ \frac{l_2 + \frac{1}{2} l_1}{L},$$

wobei L das gesammte Lüfungsvermögen des Zimmers, l_2 das der Decke, l_1 das der vertikalen Begrenzung bezeichnet (vgl. Abhdlg. II S. 464 des Sitzungsberichtes vom 6. Juli 1878).

In der beliebigen Höhe z über dem Boden ist der Ueberdruck der äusseren Luft über die innere:

$$p_0 - \frac{z}{H}\ P,$$

wobei ein negativer Werth dieses Ausdrucks anzeigt, dass in der betrachteten Höhe die innere Luft Ueberdruck über die äussere besitzt.

Ist ferner mit analoger Bedeutung der markirten Zeichen

$$P' = H'\ 1{,}293\ \frac{B}{760} \cdot \frac{T' - t}{270 + T' + t'}$$

$$p_0' = P'\ \frac{l_2' + \frac{1}{2} l_1'}{L'},$$

so ist

$$p_0' - \frac{z'}{H'}\ P'$$

der Ueberdruck, welchen bei freier Umgebung in der Höhe z' über dem Boden des Nebenzimmers die äussere Luft über die im Innern dieses Zimmers befindliche Luft besitzt.

Stellen wir uns nun vor, die Zwischenwand, welche wir bisher zu jedem der beiden Zimmer besonders hinzudachten, werde gemeinschaftlich, und der Boden des Nebenzimmers liege um δ Meter tiefer als der des Hauptzimmers, so hat man, um einzuführen, dass man auch im Nebenzimmer die Stelle betrachten will, welche um z Meter über dem Fussboden des Hauptzimmers liegt $z + \delta$ an die Stelle von z' zu setzen.

Dann gibt die Differenz

$$(p_0 - p_0') - \left[z \frac{P}{H} - (z + \delta) \frac{P'}{H'} \right]$$

den Ueberdruck, welchen an dem gemeinsamen Theile der Zwischenwand in der Höhe z über dem Fussboden des Hauptzimmers die Luft des Nebenzimmers über diejenige des Hauptzimmers besitzt. Ein negativer Werth der Differenz gibt die entgegengesetzte Richtung des Druckes an.

Dieser allgemeinere Ausdruck ist z. B. dann anzuwenden, wenn man die Druckvertheilung längs einer Wand berechnen will, welche in einem oberen Stockwerke das Stiegenhaus von einem Zimmer oder geschlossenem Gange (Corridor) scheidet. Liegt die Wand zwischen zwei Zimmern des nämlichen Stockwerkes, so wird es zulässig sein,

$$\delta = o, \quad H' = H$$

zu setzen, d. h. anzunehmen, dass beide Zimmer zwischen denselben beiden Parallelebenen liegen. Dann reducirt sich der Ausdruck (q) für den Ueberdruck, welcher in der Höhe z über der Ebene der Fussböden die Luft durch die Zwischenwand aus dem Nebenzimmer in das Hauptzimmer treibt, auf

$$q = p_0 - p_0' - \frac{z}{H} (P - P').$$

Im Folgenden soll dieses einfachere Gesetz der Druckvertheilung angenommen werden. Die Resultate beschränken sich demnach auf den Fall, dass die beiden Zimmer zwischen denselben horizontalen Parallelebenen eingeschlossen sind.

2) Die Druckvertheilung (q) bezieht sich freilich nur auf den ersten Moment, nachdem man sich die vorher in freier Umgebung gedachten beiden Zimmer durch die Zwischenwand verbunden denkt. Dennoch dürfte eine Discussion derselben, durch welche wir eine Uebersicht über die möglichen Strömungen erhalten, die Deutlichkeit wesentlich fördern, zumal hier durch den Uebergang in den neuen Beharrungszustand an der ersten Druckvertheilung in der Regel nur wenig geändert wird. (Vgl. die Beispiele am Schluss d. A.)

Bestimmen wir zunächst die Höhe $\bar{z}$, in welcher die neutrale Linie der Zwischenwand liegt, so folgt aus

$$o = p_0 - p_0' - \frac{\bar{z}}{H} (P - P')$$

$$\bar{z} = \frac{p_0 - p_0'}{P - P'} H.$$

Somit besitzt die gemeinschaftliche Wand nur dann thatsächlich eine neutrale Linie, wenn $p_0 - p_0'$ mit $P - P'$ von gleichem Vorzeichen und zugleich dem absoluten Werthe nach

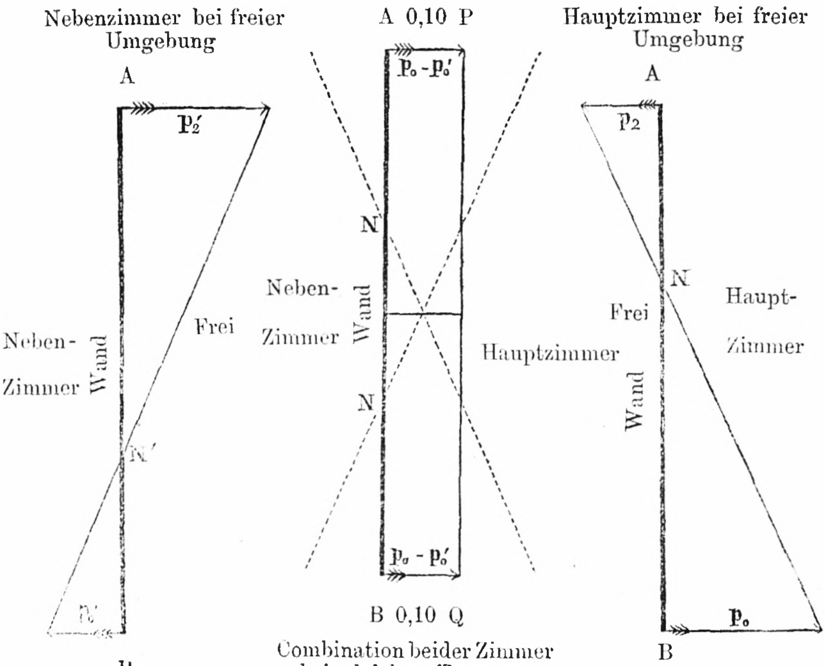
$$p_0 - p_0' < P - P'$$

ist. In den übrigen Fällen hat der durch die gemeinschaftliche Wand gehende Luftstrom in der ganzen Höhe der Wand die gleiche Richtung.

Diese Fälle sollen zunächst erörtert werden.

a) Ist die Temperatur in beiden Zimmern gleich hoch, so ist $P = P'$, und der Ueberdruck q ist in jeder Höhe der Zwischenwand gleich gross, nämlich gleich $p_0 - p_0'$. Somit geht in diesem Fall durch die

Zwischenwand ein Luftstrom, welcher überall die gleiche Richtung und Stärke hat. Seine Richtung hängt davon ab, ob die Differenz $p_0 - p_0'$ positiv oder negativ ist. Ist sie positiv, dann strömt die Luft aus dem Nebenzimmer in das Hauptzimmer, während das negative Vorzeichen die entgegengesetzte Richtung des Luftstroms anzeigt.



Combination beider Zimmer bei gleichen Temperaturen.

Fig. 4 gibt ein Bild der längs der Zwischenwand bestehenden Druckdifferenz, wenn diese Wand zwei Zimmer von gleich hoher Temperatur trennt, deren neutrale Zonen (bei freier Umgebung) in den Höhen $BN = \frac{2}{3}H$ und $BN' = \frac{1}{3}H$ liegen. Die der Wand Parallele PQ begrenzt die überall gleichen Ueberdrücke $(p_0 - p_0')$, welche einen

Luftstrom aus dem Nebenzimmer in das Hauptzimmer treiben. Der Flächeninhalt der Figur APQB gibt ein Bild der stündlich durch die Wand strömenden Luftmenge, welcher er proportional ist.

b) Sind die Temperaturen beider Zimmer verschieden, so läuft die Drucklinie (wie PQ) der Wand AB nicht parallel; aber es kann vorkommen, dass ihr Schnittpunkt in die Verlängerung der Wand AB, und zwar entweder unter B hinab oder über A hinaus fällt. Ersteres ist der Fall, wenn das Vorzeichen von $p_0 - p_0'$ von dem Vorzeichen der Differenz $P - P'$ verschieden ist, letzteres, wenn die Vorzeichen zwar gleich sind, aber absolut

$$p_0 - p_0' > P - P'.$$

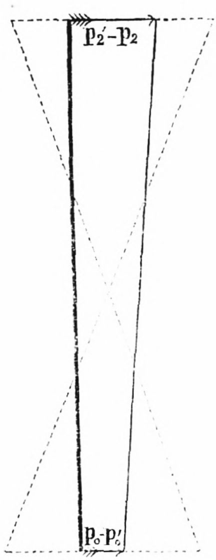


Fig. 5 gibt ein Bild der Druckvertheilung längs der Zwischenwand AB derselben beiden Zimmer, welche in Fig. 4 behandelt sind. Das Nebenzimmer hat noch die frühere Temperatur, im Hauptzimmer aber ist sie um c. 4 Grade tiefer als vorhin angenommen, so dass nun für letzteres

$$p_0 = 0{,}16, \; P = 0{,}24$$

während für das Nebenzimmer die früheren Werthe ($p_0' = 0{,}10$, $P' = 0{,}30$) verbleiben.

Da $p_0 - p_0' = 0{,}06$, $P - P' = -0{,}06$, so wird $\bar{z} = -H$ und es convergirt die Drucklinie PQ nach einem um die Strecke H unterhalb des Bodens liegenden Punkte.

Die Luft strömt unter dem mittleren Ueberdruck

$$p_0 - p_0' - \frac{P - P'}{2} = 0{,}09$$

vom Nebenzimmer in das Hauptzimmer, und das Trapez A P Q B stellt wiederum die Stärke dieses Luftstromes dar.

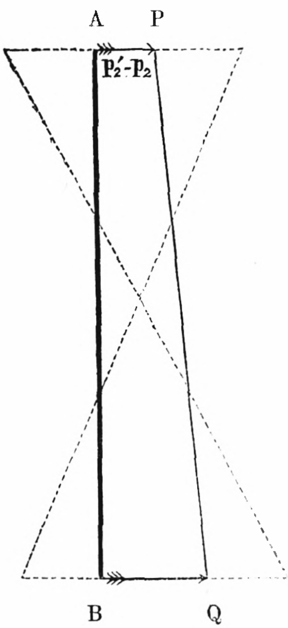


Fig. 6 veranschaulicht den durch die Werthe

$$p_0 = 0{,}24 \qquad p_0' = 0{,}10$$
$$P = 0{,}36 \qquad P' = 0{,}30$$

gegebenen Fall, wobei wiederum das Nebenzimmer seine vorige Temperatur hat, während das Hauptzimmer um 4° wärmer ist als bei Fig. 4 vorausgesetzt wurde.

Da

$p_0 - p_0' = 0{,}14$; $P - P' = 0{,}06$,

so schneidet die Drucklinie Q P die Wand B A in einem $\frac{7}{3}$ H über dem Boden liegenden Punkt, und ein überall gleich gerichteter Luftstrom, dessen Stärke durch den Inhalt des Trapezes A P Q B dargestellt ist, wird von dem mittleren Ueberdruck 0,11 vom Nebenzimmer in das Hauptzimmer getrieben.

Die Fälle, in welchen der Zwischenwand die neutrale Linie fehlt, haben das gemeinsame, dass die Frage nach welcher Seite der Luftstrom geht, durch das Vorzeichen von $p_0 - p_0'$ allein entschieden wird. Der mittlere Ueberdruck ist dabei stets von der Grösse

$$p_0 - p_0' - \frac{P - P'}{2}.$$

3) Besitzt die Zwischenwand eine neutrale Linie, so hat der Luftstrom unterhalb derselben die dem oberen entgegengesetzte Richtung, und zwar strömt die Luft unten aus dem Nebenzimmer in das Hauptzimmer, wenn

$$p_0 - p_0'$$

positiv ist, während ein negativer Werth dieser Druckdifferenz die umgekehrte Richtung anzeigt.

Es kann somit der Fall eintreten, dass die Luft an allen übrigen vertikalen Wänden eines Zimmers unten einströmt und oben abströmt, während nur an der Zwischenwand, welche das Zimmer von einem anderen scheidet, die Richtungen umgekehrt sind, nämlich die Luft durch den oberen Theil der Zwischenwand ein-, durch den unteren ausströmt.

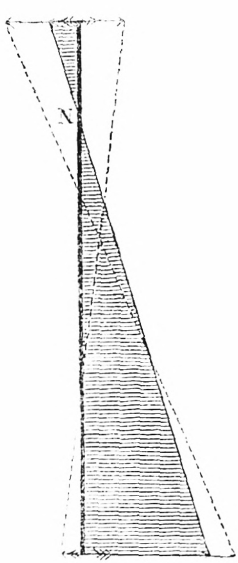


Fig. 7 stellt den Fall dar, wo die Zwischenwand eine neutrale Linie besitzt und das Nebenzimmer den eben beschriebenen eigenthümlichen Luftwechsel hat.

Die Figur ist nach den Daten

$$p_0 = 0{,}20,\ P = 0{,}30$$
$$p_0' = 0{,}03,\ P' = 0{,}09$$

gezeichnet und bezieht sich demnach ebenfalls auf die in den vorausgehenden Figuren angenommenen Zimmer. Das Hauptzimmer ist wieder in seinem anfänglichen Zustand (Fig. 4) gedacht, die Temperatur des Nebenzimmers aber um c. 14° tiefer, also nur noch um 6° höher als die Temperatur der freien Umgebung.

Es ist leicht zu beweisen, dass in allen Fällen, wo die Zwischenwand, welche zwei Zimmer von gleicher Höhe trennt, eine neutrale Linie hat, der durch die Zwischenwand vor sich gehende Luftwechsel in demjenigen der beiden Zimmer bezüglich der Richtung der Luftströme dem freien ähnlich bleibt, welches die höhere Temperatur hat.

Denn die Existenz der neutralen Linie setzt voraus, dass $p_0 - p_0'$ gleiches Vorzeichen mit $P - P'$ hat. Da die Zimmer gleich hoch sind, so ist $P - P'$ positiv oder negativ, je nachdem die Temperatur im Hauptzimmer oder im Nebenzimmer höher ist. Somit ist unter denselben Bedingungen auch die Differenz $p_0 - p_0'$ positiv oder negativ, und da deren Vorzeichen die Richtung der unteren Strömung bedingt, so erfolgt unten Einströmung in das Hauptzimmer oder in das Nebenzimmer, je nachdem ersteres oder letzteres die höhere Temperatur hat.

4) Bisher wurde die Druckvertheilung längs der Zwischenwand betrachtet, wie sie im ersten Moment stattfindet, nachdem die beiden Zimmer, die man sich vorher einzeln in freier Umgebung dachte, eben an einander gestossen wurden.

Nimmt in Folge der aus der Combination resultirenden Druckvertheilung (q) die Menge der durch die Zwischenwand in eines der beiden Zimmer eintretenden Luft stärker zu oder ab, als die Menge der durch dieselbe Wand austretenden Luft, so ist das Gleichgewicht, welches bei freier Umgebung zwischen ein- und ausströmender Luft bestand, gestört, und es stellt sich (durch Verlegung der neutralen Linien) ein neuer Beharrungzustand her.

Wir nehmen an, dass dieser neue Beharrungszustand eingetreten sei, wenn p_0 in $p_0 + \gamma$ und p_0' in $p_0' + \varrho$ übergegangen sind, und suchen γ und ϱ aus den Gleichungen des Luftwechsels beider Zimmer zu bestimmen.

a) Behufs Formirung dieser Gleichungen soll zunächst vorausgesetzt werden, dass die Zwischenwand eine neutrale Linie und das Hauptzimmer die höhere Temperatur habe. Die Veränderungen, welche etwa vorzunehmen sind, wenn diese Voraussetzungen nicht erfüllt sind, sollen später [unter b) und c)] besonders angegeben werden.

Nach Eintritt des Beharrungszustandes liegt die neutrale Linie der Zwischenwand in der Höhe

$$\frac{(p_0 + \gamma) - (p_0' + \varrho)}{P - P'} H,$$

während an den übrigen vertikalen Wänden des Hauptzimmers der Rest der neutralen Zone in der Höhe

$$\frac{p_0 + \gamma}{P} H,$$

im Nebenzimmer dagegen in der Höhe

$$\frac{p_0' + \varrho}{P'} H$$

liegt. Bezeichnet man mit λ das Lüftungsvermögen der Zwischenwand und setzt der Kürze halber

$$p_2 = P - p_0$$
$$p_2' = P' - p_0',$$

so erhält man für den Luftwechsel des Hauptzimmers die Gleichung

$$l_0 (p_0 + \gamma) + (l_1 - \lambda) \frac{(p_0 + \gamma)^2}{2 P} + \lambda \frac{[(p_0 + \gamma) - (p_0' + \varrho)]^2}{2 (P - P')}$$

$$= l_2 (p_2 - \gamma) + (l_1 - \lambda) \frac{(p_2 - \gamma)^2}{2 P} + \lambda \frac{[(p_2 - \gamma) - (p_2' - \varrho)]^2}{2 (P - P')} \quad (1$$

in welcher links das erste Glied die durch den Boden (vom Lüftungsvermögen l_0), das zweite die durch den unteren Theil der vertikalen Begrenzung, ausschliesslich der Zwischenwand, das dritte die durch den unteren Theil eben dieser Zwischenwand in das Hauptzimmer eintretende Luftmenge bezeichnet. Die Glieder auf der rechten Seite geben die ausströmende Luftmenge und beziehen sich der Reihe nach auf die Decke, den oberen Theil der freien vertikalen Begrenzung und den oberen Theil der Zwischenwand.

Der stationäre Luftwechsel des Nebenzimmers ist dargestellt durch die Gleichung

$$l_0'(p_0'+\varrho)+(l_1'-\lambda)\frac{(p_0'+\varrho)^2}{2\,P'}+\lambda\,\frac{[(p_2-\gamma)-(p_2'-\varrho)]^2}{2\,(P-P')}$$

$$=l_2'(p_2'-\varrho)+(l_1'-\lambda)\frac{(p_2'-\varrho)^2}{2\,P'}+\lambda\,\frac{[(p_0+\gamma)-(p_0'+\varrho)]^2}{2\,(P-P')} \quad (2$$

in welcher die drei Glieder der linken Seite der Ordnung nach die Einströmung durch den Boden, den unteren Theil der freien vertikalen Begrenzung und den oberen Theil der Zwischenwand angeben, während die drei Glieder der rechten Seite die durch die übrige Begrenzung ausströmende Luftmenge ausdrücken. Die dritten Glieder sind mit denen der Gleichung (1 identisch, haben aber die Seiten gewechselt.

Zum Zweck der Auflösung nach γ und ϱ vereinfachen wir die Gleichungen (1 und (2 zunächst durch Zusammenziehen der Glieder, welche gleiche Nenner haben, und erhalten:

$$l_0\,(p_0+\gamma)+\frac{1}{2}\,(l_1-\lambda)\,(p_0-p_2+2\,\gamma)$$

$$=l_2\,(p_2-\gamma)-\frac{\lambda}{2}\,[(p_0-p_2)-(p_0'-p_2')+2\,(\gamma-\varrho)] \quad (1a$$

$$l_0'\,(p_0'+\varrho)+\frac{1}{2}\,(l_1'-\lambda)\,(p_0'-p_2'+2\,\varrho)$$

$$=l_2'(p_2'-\varrho)+\frac{\lambda}{2}\,[(p_0-p_2)-(p_0'-p_2')+2\,(\gamma-\varrho)] \quad (2a$$

Durch Berücksichtigung der Gleichungen des freien Luftwechsels, nämlich

$$\left\{\begin{array}{l} l_0\,p_0 + \frac{1}{2}\,l_1\,(p_0 - p_2) = l_2\,p_2 \\ l_0'\,p_0' + \frac{1}{2}\,l_1'\,(p_0' - p_2') = l_2'\,p_2' \end{array}\right\}.$$

werden die einfachen Formen gewonnen:

$$L\gamma - \lambda\varrho = \frac{\lambda}{2}\,(p_0' - p_2') \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1b$$

$$L'\varrho - \lambda\gamma = \frac{\lambda}{2}\,(p_0 - p_2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2b$$

Aus diesen folgt endlich

$$\gamma = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{L'\,(2\,p_0' - P') + \lambda\,(2\,p_0 - P)}{LL' - \lambda^2}$$

$$\varrho = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{L\,(2\,p_0 - P) + \lambda\,(2\,p_0' - P')}{LL' - \lambda^2}$$

b) Da bei Aufstellung der Gleichungen (1 und (2 die Voraussetzung gemacht wurde, dass die Temperatur des Hauptzimmers höher sei als die des Nebenzimmers ($P > P'$), so scheinen ohne weiteren Nachweis auch die daraus abgeleiteten Werthe von γ und ϱ an jene Voraussetzung gebunden. Es soll gezeigt werden, dass eine solche Beschränkung nicht stattfindet.

Denn ist die Temperatur des Nebenzimmers die höhere, also $P' > P$, so ändern in beiden Gleichungen die dritten Glieder ihre Vorzeichen, und wir wissen zugleich aus Nr. 3., dass die durch die Zwischenwand vor sich gehenden Luftströmungen ihre Richtungen wechseln. Setzt man demnach jedes dritte Glied mit verändertem Vorzeichen auf die andere Seite seiner Gleichung, so erhält man diejenigen Gleichungen des Luftwechsels, welche der Voraussetzung $P' > P$ entsprechen. Letztere sind demnach nur Umformungen der Gleichungen (1 und (2.

c) Es soll nun bewiesen werden, dass die abgeleiteten

Werthe von γ und ϱ auch dann richtig sind, wenn der Zwischenwand die neutrale Linie fehlt.

Ist Letzteres der Fall, so ist die Strömung durch die Zwischenwand durchaus einseitig, und es besteht jede der beiden Gleichungen des Luftwechsels nur aus fünf Gliedern. Vier derselben beziehen sich auf freie Begrenzungen und haben die gleiche Form wie die analogen Glieder der Gleichungen (1 und (2, das fünfte stellt die Luftmenge dar, welche durch die Zwischenwand geht, ist in beiden Gleichungen identisch und von der Form

$$\frac{\lambda}{2}\left[(p_0 + \gamma') - (p_0{}' + \varrho') + (p_2{}' - \varrho') - (p_2 - \gamma')\right],$$

welche man erhält, wenn man das Lüftungsvermögen λ mit dem arithmetischen Mittel der unten und oben bestehenden Ueberdrücke multiplizirt. Dabei sind die durch den neuen Beharrungszustand gegebenen Zuwächse von p_0 und $p_0{}'$ vorläufig mit γ' und ϱ' bezeichnet.

Derselbe Ausdruck wird aber auch erhalten, wenn man die dritten Glieder der Gleichungen (1 und (2 zusammenzieht (Vgl. die letzten Glieder der Umformungen (1a und (2a), und ϱ und γ durch die markirten ϱ' und γ' ersetzt.

Folglich ergeben sich unter der Voraussetzung, dass die neutrale Linie in der Zwischenwand fehlt, Gleichungen, welche lediglich Umformungen der Gleichungen (1 und (2 sind, und somit für die hier angenommenen Veränderungen γ' und ϱ' die für γ und ϱ abgeleiteten Werthe.

5. Will man den Luftwechsel beider Zimmer aus ihren Temperaturen (T, T') der Temperatur (t) der Umgebung und aus den Dimensionen und Durchlässigkeiten berechnen, so hat man zunächst P und P' aus den Formeln

$$P = H\,1{,}293\,\frac{B}{760}\cdot\frac{T - t}{270 + T + t}$$

$$P' = H\, 1{,}293\, \frac{B}{760} \cdot \frac{T' - t}{270 + T' + t}$$

herzustellen, wobei H die (gemeinschaftliche) Höhe der Zimmer und B den Barometerstand bezeichnet. Sodann werden die Lüftungsvermögen gefunden, indem man die Flächen der drei Hauptbegrenzungen (Boden, Decke, vertikale Wände), sowie der Zwischenwand mit den zugehörigen Durchlässigkeiten multiplizirt. Dann ergibt sich

$$p_0 = P\, \frac{l_2 + \frac{1}{2}\, l_1}{L}$$

$$p_0' = P'\, \frac{l_2' + \frac{1}{2}\, l_1'}{L'}$$

und $p_2 = P - p_0$, $p_2' = P' - p_0'$.

Hierauf erhält man die Werthe von γ und ϱ aus den obigen Formeln.

Nun ist zu untersuchen, ob

$$(p_0 + \gamma) - (p_0' + \varrho)$$

mit $P - P'$ von gleichem Vorzeichen ist, und ferner, wenn dieses der Fall ist, ob zugleich der absolute Werth von $(p_0 + \gamma) - (p_0' + \varrho)$ kleiner ist als der von $P - P'$.

Sind beide Bedingungen erfüllt, dann kann jede Seite der Gleichung (1 als Formel für den Luftwechsel des Hauptzimmers und jede Seite der Gleichung (2 als Formel für den Luftwechsel des Nebenzimmers benützt werden; nur hat man, wenn die dritten Glieder negativ ausfallen (weil etwa $T' > T$), dieselben unter Aenderung des Vorzeichens mit einander zu vertauschen. Ist hingegen eine der beiden Bedingungen nicht erfüllt, so ist an die Stelle des dritten Gliedes die Differenz der beiden dritten Glieder und zwar da zu setzen, wo sie positiven Werth erhält.

6. Schliesslich ist noch des extremen Falles zu gedenken, wo durch die Zwischenwand oder einen Theil derselben so viel Luft strömt, dass, um eine aequivalente Gegen-

strömung hervorzubringen, alle übrigen Wände des Zimmers sich in einem und demselben Sinn am Luftwechsel betheiligen müssen.

Dieser Fall kündigt sich für das Hauptzimmer dadurch an, dass γ grösser wird als p_2 oder dadurch dass $(-\gamma)$ grösser als p_0, und für das Nebenzimmer dadurch, dass ϱ den Werth p_2' oder $-\varrho$ den Werth p_0' überschreitet.

Zunächst ergibt eine besondere, den bisher zu solchen Zwecken angestellten analoge Betrachtung, dass die Werthe von γ und ϱ ihre Giltigkeit nicht verlieren.

Bei Berechnung des Luftwechsels sind stets diejenigen beiden Glieder, welche sich auf den freien Theil der vertikalen Begrenzung beziehen (also die zweiten Glieder der Gleichungen (1 und (2) in eines zusammenzuziehen und das erhaltene Glied auf diejenige Seite zu setzen, wo es positiv ist. Sodann ist zu unterscheiden, ob die Zwischenwand eine neutrale Linie hat oder nicht. Dieselbe ist bekanntlich vorhanden, wenn $(p_0 + \gamma) - (p_0' + \varrho)$ mit $P - P'$ von gleichem Vorzeichen und kleiner ist als letztere Differenz. Ist diese Bedingung erfüllt, dann bleiben die dritten, mit λ multiplizirten Glieder der Gleichungen (1 und (2 getrennt, und wenn sämmtliche Glieder, wie es sein muss, so versetzt sind, dass sie positive Werthe erhalten, wird eines dieser dritten Glieder allein auf einer Seite stehen, während auf der anderen Seite die vier anderen Glieder der Gleichung auftreten.

Dieser Fall ist z. B. im Nebenzimmer gegeben, wenn dasselbe abgeschlossen ist und die Temperatur der freien Umgebung hat, während die Temperatur des Hauptzimmers höher ist.

Hat die Zwischenwand keine neutrale Linie, so sind auch die dritten Glieder der Gleichungen (1 und (2 zu einem Glied zu vereinigen und die betreffende Gleichung hat nur noch vier Glieder, von welchen sich eines auf den

Fussboden, eines auf die Decke, eines auf die freie vertikale Begrenzung bezieht, während das vierte, welches der Summe der drei vorigen gleich ist, die durch die Zwischenwand strömende Luftmenge darstellt.

Will man in diesem Falle bloss die absolute Grösse des Luftwechsels eines Zimmers, ohne darnach zu fragen, in welchem Masse sich die einzelnen Begrenzungen daran betheiligen, so genügt es offenbar, die Zwischenwand allein in Betracht zu ziehen.

7. Im Allgemeinen darf bemerkt werden, dass der Einfluss, welchen ein Nebenzimmer auf die Grösse des Luftwechsels eines Zimmers hat, um so geringer ist, je kleiner das Lüftungsvermögen (λ) der Zwischenwand im Verhältniss zu den Gesammtlüftungsvermögen (L, L') ist. In sehr vielen Fällen, wo es nur auf die Gesammtgrösse des Luftwechsels ankommt und das Verhalten der Zwischenwand nicht an und für sich interessirt, kann der Einfluss des Nebenzimmers ganz vernachlässigt werden.

Zur Begründung dieser Behauptung und Veranschaulichung des Ganges der Rechnung sollen einige Beispiele, welchen erfahrungsgemässe Voraussetzungen zu Grunde gelegt sind, vollständig durchgerechnet werden.

Beispiele.

1. Von zwei Zimmern, welche, durch eine vertikale Wand von 7 m Länge und 3,6 m Höhe getrennt, neben einander liegen, ist das eine, welches wir das Hauptzimmer nennen wollen, 5 m, das andere, das Nebenzimmer 7,5 m breit.

Die Durchlässigkeit der vertikalen Begrenzungen ist 3,0, die der Decken 6,0; hingegen sind die Durchlässigkeiten der Fussböden verschieden, im Hauptzimmer 15,7, im Nebenzimmer 1,51.

Daraus berechnen sich zunächst die Lüftungsvermögen

a) für das Hauptzimmer

Boden	$l_0 = 35 \,.\, 15{,}7$	$=$	549,5
vert. Wände	$l_1 = 24 \,.\, 3{,}6 \,.\, 3$	$=$	259,2
Decke	$l_2 = 35 \,.\, 6$	$=$	210,0
Total	$L = l_0 + l_1 + l_2$	$=$	1018,7

für die Zwischenwand allein

$$\lambda = 7 \,.\, 3{,}6 \,.\, 3 = 75{,}6$$

b) für das Nebenzimmer:

Boden	$l_0' = 52{,}5 \,.\, 1{,}51$	$=$	79,2
vert. Wände	$l_1' = 29 \,.\, 3{,}6 \,.\, 3$	$=$	313,2
Decke	$l_2' = 52{,}5 \,.\, 6$	$=$	315,0
Total	$L' = l_0' + l_1' + l_2'$	$=$	707,4

Ueber die Temperaturen sollen der Reihe nach zwei verschiedene Annahmen gemacht werden; der ersteren gemäss haben beide Zimmer die gleiche Temperatur, welche beträchtlich höher ist, als die Temperatur der Umgebung; die zweite hingegen setzt für das Nebenzimmer die Temperatur der Umgebung voraus.

Erste Annahme. Beide Zimmer haben die gleiche Temperatur von 20° C.; die freie Umgebung hat 0° C., der Barometerstand ist 740 mm.

Dann ist die Gewichtsdifferenz zwischen den inneren und äusseren Luftsäulen von der Basis 1 qm und der Höhe 3,6 m

$$P = P' = 3{,}6 \,.\, 1{,}293 \,\frac{740}{760} \,.\, \frac{20}{290} = 0{,}313 \text{ Kilogr.}$$

Ferner berechnet man die bei freier Umgebung am Boden und an der Decke vorhandenen Ueberdrücke aus den Gleichungen

$$p_0 = P\,\frac{l_2 + \frac{1}{2}\,l_1}{L} = 0{,}1043 \text{ Kilogr.}$$

$$p_2 = P - p_0 \qquad = 0{,}2087 \text{ Kilogr.}$$

$$p_0' = P' \frac{l_2' + \frac{1}{2} l_1'}{L} = 0{,}2087 \quad ,,$$

$$p_2' = P' - p_0' \qquad = 0{,}1043 \quad ,,$$

Die durch die Combination beider Zimmer bewirkten Veränderungen (γ und ϱ) der freien Ueberdrücke findet man aus den Formeln in Nr. 4. a:

$$\gamma = 37{,}8 \frac{707{,}4\,(0{,}417 - 0{,}313) + 75{,}6\,(0{,}209 - 0{,}313)}{1018{,}7 \,.\, 707{,}4 - (75{,}6)^2} = 0{,}0035$$

$$\varrho = 37{,}8 \frac{1018{,}7\,(0{,}209 - 0{,}313) + 75{,}6\,(0{,}417 - 0{,}313)}{1018{,}7 \,.\, 707{,}4 - (75{,}6)^2} = -0{,}0052$$

Schon der geringe Betrag dieser Druckänderungen, der auf der Grenze des manometrisch Nachweisbaren liegt, beweist, dass durch die Combination der beiden Zimmer nur geringe Veränderungen im Luftwechsel derselben eintreten. Jedoch interessirt uns das Verhalten der Zwischenwand, weil es uns belehrt, inwieweit der Bewohner eines Zimmers von der Beschaffenheit der Luft beeinflusst werden kann, die sich in einem anstossenden Zimmer befindet.

Um dieses zu ermitteln, haben wir der in Nro. 5 gegebenen Anleitung gemäss die Differenz

$$(p_0 + \gamma) - (p_0' + \varrho) = -\,0{,}0957$$

mit

$$P - P' = 0$$

zu vergleichen.

Da der erstere Werth numerisch grösser ist als der zweite, so fehlt der Zwischenwand die neutrale Linie, und das negative Vorzeichen sagt aus, dass der durchaus gleich gerichtete Luftstrom, welcher durch die Zwischenwand fliesst, aus dem Hauptzimmer in das Nebenzimmer gerichtet ist.

Was seine Quantität betrifft, so folgt aus den allgemeinen Erwägungen in Nro. 2. a, dass dieselbe durch

$$-\lambda\,[(p_0 + \gamma) - (p_0' + \varrho)]$$

gegeben ist. Dasselbe erhält man auch, wenn man der in Nro. 5 gegebenen Regel gemäss die dritten Glieder der Gleichung des Luftwechsels (des Hauptzimmers) auf der Seite der Ausströmung zusammenzieht. Es ist nämlich

$$\lambda \frac{[(p_2 - \gamma) - (p_2' - \varrho)]^2}{2\,(P - P')} - \lambda \frac{[(p_0 + \gamma) - (p_0' + \varrho)]^2}{2\,(P - P')}$$

$$= \frac{\lambda}{2} \Big[(p_2 - \gamma) - (p_2' - \varrho) - (p_0 + \gamma) + (p_0' + \varrho)\Big]$$

und da $$p_2 = P - p_0\,,\ p_2' = P' - p_0'$$
$$P = P'$$

so folgt

$$\lambda\,[(p_0' + \varrho) - (p_0 + \gamma)]$$

wie oben.

Die Zahlenrechnung gibt 7,2 Kubikmeter pro Stunde, welche durch die Zwischenwand nach dem Nebenzimmer abfliessen, während aus diesem keine Luft in das Hauptzimmer übergeht.

Der Art nach gleich wird der Effekt in der Regel sein, wenn zwei Zimmer von gleicher oder wenig verschiedener Temperatur neben einander liegen, welche bei gleicher Durchlässigkeit der Decken verschiedene Durchlässigkeiten der Fussböden haben: der Strom durch die Zwischenwand ist einseitig und geht in dasjenige der beiden Zimmer hinein, dessen Fussboden die geringere Durchlässigkeit hat.

Um den Gesammtluftwechsel des Hauptzimmers zu finden, haben wir noch die Luftmenge

$$(l_1 - \lambda)\frac{(p_2 - \gamma)^2}{2\,P} = 12{,}3 \text{ Cbm},$$

zu berechnen, welche durch den oberen Theil der übrigen vertikalen Begrenzung abströmt, und endlich die Ausströmung durch die Decke

$$l_2\,(p_2 - \gamma) = 43{,}1 \text{ Cbm};$$

so dass der Luftwechsel des Hauptzimmers, nach der Ausströmung beurtheilt,

$$7,2 + 12,3 + 43,1 = 62,6 \text{ Cbm}$$

beträgt.

Bei allseitig freier Umgebung würde der Luftwechsel dieses Zimmers 61,8 Cbm betragen, also nur um 0,8 Cbm geringer sein.

Auch im Nebenzimmer, dessen Luftwechsel bei freier Umgebung

$$l_0' p_0' + l_1' \frac{p_0'^{\,2}}{2\,P'} = 38,3 \text{ Cbm}$$

sein würde, wird durch die Combination eine kleine Zunahme erzielt, da sich sein Luftwechsel nunmehr zu

$$l_0'(p_0' + \varrho) + (l_1' - \lambda)\frac{(p_0' + \varrho)^2}{2\,P'} + \lambda\,[(p_0' + \varrho) - (p_0 + \gamma)]$$
$$= 39,0 \text{ Cbm}$$

berechnet. Hievon kommen indessen nur 31,8 Cbm aus dem Freien, die übrigen 7,2 Cbm aus dem Hauptzimmer.

Zweite Annahme. Das Hauptzimmer habe wiederum die Temperatur von 20 ° C., das Nebenzimmer aber die Temperatur (0° C.) der Umgebung.

Unter diesen Voraussetzungen ist

$$\begin{array}{ll} P = 0,3130 & P' = 0 \\ p_0 = 0,1043 & p_0' = 0 \\ p_2 = 0,2087 & p_2' = 0 \end{array}$$
$$\gamma = -0,0004$$
$$\varrho = -0,0056$$

Somit ist dieses Mal $(p_0 + \gamma) - (p_0' + \varrho)$ mit $P - P'$ von gleichem Vorzeichen (+) und kleiner als $P - P'$, und die Zwischenwand hat eine neutrale Linie, welche in der Höhe

$$H\,\frac{(p_0 + \gamma) - (p_0' + \varrho)}{P - P'} = 1,26 \text{ m}$$

über dem Fussboden liegt.

Ferner ist dadurch, dass

$$- \varrho > p_0',$$

(nach Nro. 6) angezeigt, dass die ganze übrige Begrenzung des Nebenzimmers hinaus lässt, was durch den oberhalb der neutralen Linie liegenden Theil der Zwischenwand aus dem Hauptzimmer zuströmt. Sowohl durch die Decke als durch den Boden als durch die drei an das Freie grenzenden Wände des Nebenzimmers geht Luft unter dem überall gleichen Ueberdrucke von 0,0056 Kilogr. pro Quadratmeter hinaus. Unterhalb der neutralen Linie strömt Luft durch die Zwischenwand aus dem Nebenzimmer in das Hauptzimmer.

Der Luftwechsel des Nebenzimmers lässt sich entweder nach der Grösse der Einströmung bemessen und ist dann durch den Ausdruck

$$\lambda \cdot \frac{[(p_2 - \gamma) - (p_2' - \varrho)]^2}{2\,(P - P')}$$

gegeben, der den Werth 5,0 Cbm erhält, oder nach der Ausströmung, wobei dann der in das Hauptzimmer abströmende Theil aus

$$\lambda \cdot \frac{[(p_0 + \gamma) - (p_0' + \varrho)]^2}{2\,(P - P')} = \underline{1{,}45} \text{ Cbm}$$

und das Uebrige, was in das Freie ausströmt, aus

$$- \varrho\,(L' - \lambda) = 3{,}54 \text{ Cbm}$$

gefunden wird.

Der Luftwechsel des Hauptzimmers, nach der Einströmung bemessen, setzt sich zusammen aus

1) der Einströmung durch den Boden

$$l_0\,(p_0 + \gamma) = 57{,}1 \text{ Cbm}$$

2) der Einströmung durch den unteren Theil der Zwischenwand, obige 1,45 Cbm,

3) der Einströmung durch die übrige vertikale Begrenzung

$$(l_1 - \lambda) \frac{(p_0 + \gamma)^2}{2\,P} = 3{,}2 \text{ Cbm}$$

und beträgt demnach im Ganzen

$$57{,}1 + 1{,}4 + 3{,}2 = 61{,}7 \text{ Cbm.}$$

Vergleicht man die drei unter verschiedenen Umständen für den Luftwechsel des Hauptzimmers gefundenen Zahlen:

61,8 Cbm bei allseitig freier Umgebung,
62,6 „ wenn das Nebenzimmmer 20° warm ist,
61,7 „ „ „ „ abgeschlossen ist
und die Temperatur (0°) der Umgebung hat,

so sieht man, dass der Einfluss des Nebenzimmers auf die Q u a n t i t ä t des Luftwechsels im Hauptzimmer in der That sehr gering ist.

2. In dem so eben durchgerechneten Beispiel sind die Durchlässigkeiten der beiden Fussböden sowohl unter einander als auch den Decken gegenüber sehr verschieden angenommen. Es sollen zum Vergleiche noch diejenigen Resultate angegeben werden, zu welchen man kommt, wenn die Durchlässigkeiten der Fussböden sowohl unter sich als mit dem der Decken gleich gesetzt werden, während alle übrigen Werthe so bleiben wie sie im ersten Beispiele vorausgesetzt waren.

Die L ü f t u n g s v e r m ö g e n werden dann:

a) im Hauptzimmer:

Boden	210
vert. Wände	259,2
Decke	210
Total	679,2

Zwischenwand 75,6

b) im Nebenzimmer:

Boden	315
vert. Wände	313,2
Decke	315
Total	943,2

Erste Annahme. Beide Zimmer haben die gleiche Temperatur von 20° C., die freie Umgebung hat 0° C. Dann ist

$$P = P' = 0{,}3126$$

$$p_0 = p_2 = p_0' = p_2' = 0{,}1563,$$

und die neutrale Zone liegt somit bei beiden Zimmern in der Mitte der Höhe.

Ferner wird $\gamma = 0, \ \varrho = 0.$

Folglich findet durch die Zwischenwand hindurch keine Luftströmung statt, und der Luftwechsel jedes Zimmers ist geringer als bei freier Umgebung um diejenige Luftmenge, welche durch die Hälfte der Zwischenwand gehen würde.

Diese Luftmenge ist

$$\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{p_0}{2} = 2{,}95 \text{ Cbm.}$$

Zweite Annahme. Das Hauptzimmer habe die Temperatur 20° C., das Nebenzimmer die Temperatur 0° C. der Umgebung. Dann ist

$$P = 0{,}3126$$

$$p_0 = p_2 = 0{,}1563$$

$$P' = p_0' = p_2' = 0$$

und wiederum

$$\gamma = 0, \ \varrho = 0$$

Der Luftwechsel des Nebenzimmers ist auf die Luftmenge beschränkt, welche durch die untere Hälfte der Zwischenwand nach dem Hauptzimmer abfliesst, und, wie vorhin berechnet,

2,95 Cbm

beträgt. Eine gleich grosse Luftmenge kehrt durch den oberen Theil der Zwischenwand nach dem Nebenzimmer zurück, so dass dieses Zimmer aus dem Freien keine Luft aufnimmt.

Der Luftwechsel des Hauptzimmers ist ebenso gross wie bei allseitig freier Umgebung (61,8 Cbm).

Man kann demnach den letzten Fall kurz dahin charaktersiren, dass, so lange die vorausgesetzte Temperatur der Umgebung im Nebenzimmer besteht, dieses von dem wärmeren Hauptzimmer aus mit Luft ausgespült wird. Thatsächlich wird dieses Ausspülen bald zu einer Erwärmung des Nebenzimmers führen, wodurch dann demselben ein selbständiger Luftwechsel verschafft und der Process des Ausspülens modifizirt wird.

Vierte Abhandlung.

Ueber den Luftwechsel, der bei Windstille in einer beliebigen Combination von Gemächern stattfindet, welche von einander und von der freien Luft durch poröse Wände geschieden sind.

Es soll die Aufgabe gelöst werden:

> Aus den gegebenen Dimensionen, Durchlässigkeiten und Temperaturen die Menge und Richtung der Luft zu berechnen, welche durch jede einzelne Wand der Combination hindurchgeht, nachdem das ganze System der Wände in einen Beharrungszustand eingetreten ist.

I.

1. Die Menge (dw) der Luft, welche in einer Stunde durch das Flächenelement (df) der Wand geht, wird gefunden, wenn man das Produkt aus der Grösse des Elementes in seine Durchlässigkeit (k) (also das Lüftungsvermögen des Flächenelementes) mit dem Ueberdruck (q) multiplizirt, welchen die auf der einen Seite des Elementes befindliche Luft über die auf der anderen Seite angrenzende besitzt, oder es ist

$$dw = q\,k\,df.$$

Da k, welches constant oder eine Function der Lage des Flächenelementes sein kann, als bekannt vorausgesetzt wird, so ist zur Lösung der gestellten Aufgabe noch erforderlich, q als Function der Lage des Elementes df auszudrücken, d. h. die Grösse und Richtung des einseitigen Ueberdrucks zu ermitteln, welcher an jedem Flächenelement der gegebenen Combination von Gemächern besteht und Luft durch das Element hindurchtreibt.

Was zunächst die Richtung dieser Ueberdrücke betrifft, so scheint es zweckmässig, den schon in der dritten Abhandlung eingenommenen Standpunkt zu verallgemeinern und bei Aufstellung der Gleichung des Luftwechsels eines Gemachs, sowie bei Bildung der Formeln des Luftwechsels die Vorzeichen so zu handhaben, dass alle in das gerade betrachtete Gemach hinein gerichteten Ueberdrücke positiv, die aus demselben Gemach hinaus gerichteten aber negativ werden.

Demgemäss wird eine Luftmenge, welche aus einem Gemach in ein anderes übergeht, von dem ersteren aus betrachtet negativ, von dem zweiten aus positiv erscheinen.

Die Gleichung des Luftwechsels eines Gemachs wird dadurch gebildet werden, dass man jeden Ueberdruck als Differenz schreibt, deren Minuend der in das betreffende Gemach hinein gerichtete Druck ist, diese Differenz mit dem Lüftungsvermögen des Flächenelementes multiplizirt, an welchem jener Ueberdruck besteht, und die Summe aller dieser Produkte gleich Null setzt.

Hingegen hat man, um die Grösse des Luftwechsels des Gemachs zu berechnen, aus der zuletzt genannten Summe nur diejenigen Glieder auszuwählen, welche ein und dasselbe Vorzeichen haben. Die Summe der positiven Glieder stellt die Einströmung der, die (dem absoluten Werth nach gleiche) Summe der negativen Glieder die Ausströmung.

2. Zur Darlegung dieser übersichtlicheren Methode soll zunächst der Luftwechsel eines von freier Luft umgebenen Gemachs beispielsweise behandelt werden.

Es befinde sich das Gemach, dem die Ordnungszahl r zukommen mag, in freier Umgebung von der Temperatur t. Seine eigene Temperatur sei T_r, seine Höhe H_r, der Barometerstand B, so ist der Unterschied (P_r) zwischen dem Gewichte zweier Luftsäulen von der Basis 1 und von der Höhe H_r, deren eine (Minuend) die Temperatur t, die andere die Temperatur T_r hat:

$$P_r = H_r \; 1{,}293 \; \frac{B}{760} \cdot \frac{T_r - t}{270 + T_r + t}.$$

Ist l_{ru} das Lüftungsvermögen des Bodens, l_{ro} das Lüftungsvermögen der Decke, l_r das Lüftungsvermögen der vertikalen Begrenzung so ist

$$L_r = l_{ru} + l_r + l_{ro}$$

das gesammte Lüftungsvermögen des Gemaches (r).

Der Ueberdruck, mit welchem die äussere Luft durch den Boden (von unten nach oben) und zugleich durch den untersten elementaren Streifen der vertikalen Begrenzung (in horizontaler Richtung) nach innen drängt, sei mit p_r bezeichnet, dann ist unter der Voraussetzung gleichmässiger Temperaturvertheilung für den in der Höhe z über dem Boden des Gemachs wirksamen Ueberbruck (q) allgemein zu setzen

$$q = p_r - \frac{z}{H_r} P_r,$$

wodurch diejenigen Ueberdrücke, welche Luft aus dem Zimmer hinaustreiben, negative Werthe erhalten. Insbesondere ergibt sich für den Ueberdruck durch den obersten elementaren Streifen der vertikalen Begrenzung sowie durch die Decke (wo $z = H_r$) der Werth

$$p_r - P_r.$$

Somit ist die stündlich d u r c h d i e D e c k e strömende Luftmenge

$$l_{ro} \, (p_r - P_r)$$

und die d u r c h d e n B o d e n strömende

$$l_{ru} \, p_r.$$

Bezeichnet man mit u den Umfang des Gemachs, mit dz die Breite der in der Höhe z liegenden elementaren Zone und mit k deren Durchlässigkeit, so ist

$$\mathrm{kudz}\,(p_r - \frac{Z}{H_r} P_r)$$

die Luftmenge, welche in der Stunde durch die Zone strömt. Je nachdem der Werth dieses Ausdrucks positiv oder negativ ausfällt, stellt derselbe eine einströmende oder eine ausströmende Luftmenge dar. Setzt man ihn gleich Null, so erhält man einen Werth (h_r) von z, welcher angibt, wie hoch die n e u t r a l e Zone über dem Boden des Gemachs liegt, nämlich

$$h_r = \frac{p_r}{P_r} H_r.$$

3. Bildet man nun die G l e i c h u n g d e s L u f t w e c h s e l s nach dem Princip, dass die in dem Gemach vorhandene Luftmenge durch den Luftwechsel weder zu- noch abnimmt, so erhält man

$$l_{ru}\, p_r + l_{ro}\,(p_r - P_r) + \int_0^{H_r} \mathrm{kudz}\,(p_r - \frac{z}{H_r} P_r) = 0,$$

womit ausgedrückt ist, dass die Summe der in den drei Gliedern enthaltenen positiven (einströmenden) Luftmengen der Summe der negativen (ausströmenden) gleich kommt.

Führt man die Integration aus unter der Voraussetzung, dass die Durchlässigkeit k von der Höhe z unabhängig ist, so kommt man auf die Gleichung

$$p_r\, L_r = P_r\,(l_{ro} + \frac{1}{2}\, l_r)$$

welche zur Berechnung von p_r dient.

4. Bei Berechnung der G r ö s s e d e s L u f t w e c h s e l s hat man das Integral in der Höhe $z = h_r$ abzutheilen. Was unterhalb liegt ist mit $l_{ru}\, p_r$, was oberhalb liegt, mit

$l_{ro}\,(p_r - P_r)$ von gleichem Vorzeichen. Man erhält dann für den Luftwechsel die beiden aequivalenten Ausdrücke

$$l_{ru}\,p_r + \int_0^{h_r} kudz\,(p_r - \frac{z}{H_r}\,P_r)$$

und

$$l_{ro}\,(p_r - P_r) + \int_{hr}^{Hr} kudz\,(p_r - \frac{z}{H_r}\,P_r),$$

von welchen derjenige, welcher positiv ausfällt, die einströmende, der negative die ausströmende Luftmenge darstellt. Offenbar besteht der erstere der beiden Ausdrücke dann aus lauter positiven Gliedern, wenn P_r positiv, d. h. die Temperatur des Gemachs höher ist als die der Umgebung. Ist hingegen $t > T_r$, dann ist P_r negativ und die Einströmung durch den zweiten Ausdruck gegeben.

Ist k von z unabhängig, so erhält man durch Ausführung der Integration die Ausdrücke

$$l_{ru}\,p_r + \frac{1}{2}\,l_r\,\frac{p_r^2}{P_r}$$

und

$$l_{ro}\,(p_r - P_r) - \frac{1}{2}\,l_r\,\frac{(p_r - P_r)^2}{P_r}$$

deren jeder für sich die Grösse des Luftwechsels darstellt.

II.

1. Wir wenden uns nun zu einem allgemeineren Fall und nehmen an, das Gemach, welchem die Ordnungszahl (r) zukommt, grenze mit dem Boden an das Gemach (u), mit der Decke an das Gemach (o), mit den vier vertikalen Wänden an die vier Gemächer (1), (2), (3), (4). Von diesen vier Nebenzimmern soll angenommen werden, dass

sie mit dem Gemach (r) im gleichen Stockwerk liegen, also mit ihm zwischen denselben horizontalen Ebenen eingeschlossen sind.

Das Lüftungsvermögen des Bodens soll mit l_{ru}, das der Decke mit l_{ro}, die Lüftungsvermögen der einzelnen vertikalen Wände mit l_{r_1}, l_{r_2}, l_{r_3}, l_{r_4} bezeichnet und $l_{r_1} + l_{r_2} + l_{r_3} + l_{r_4} = l_r$ gesetzt werden, während unter L_r die Summe $l_{ru} + l_{ro} + l_r$ verstanden ist. Ausserdem werden noch die Höhen H_r, H_u, H_o der Zimmer, ihre Temperaturen T_r, T_u, T_o, T_1, T_2, T_3, T_4, sowie die Temperatur t der Umgebung als bekannt vorausgesetzt.

Es soll eine allgemeine Methode angegeben werden, aus diesen Elementen und den analogen, welche sich auf die übrigen Gemächer der Combination beziehen, den Luftwechsel des r^{ten} Gemachs so zu berechnen, dass klar wird, in welcher Menge und Richtung die Luft durch jede einzelne Wand des Umschlusses geht.

2. Zunächst sind die Gewichtsdifferenzen

$$P_r,\ P_u,\ P_o,\ P_1,\ P_2,\ P_3,\ P_4$$

aus Formeln zu berechnen, wie

$$P = H\ 1{,}293\ \frac{B}{760}\ \frac{T - t}{270 + T + t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1,$$

in welche successive die zusammengehörigen Werthe von H und T eingesetzt werden.

Ferner findet man die Ueberdrücke

$$p_r,\ p_u,\ p_o,\ p_1,\ p_2,\ p_3,\ p_4,$$

welche an den Fussböden der einzelnen Gemächer die äussere Luft über die innere dann besitzen würde, wenn das Gemach nur von f r e i e r Luft (von der Temperatur t) umgeben wäre, aus Gleichungen wie

$$p_r = P_r \frac{l_{ro} + \frac{1}{2} l_r}{L_r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2.$$

Damit ist die Voraussetzung eingeführt, dass längs der

Höhe jedes Gemachs die Temperatur und die Durchlässigkeit constant sind.

3. Der Einfluss der Combination soll dadurch ausgedrückt werden, dass man den freien Ueberdrücken

$$p_r, \; p_u \; \ldots .$$

gewisse Zuwächse

$$\gamma_r, \; \gamma_u, \; \gamma_o, \; \gamma_1 \cdot \; \gamma_2, \; \gamma_3, \; \gamma_4 \; \ldots .$$

beilegt, welche den einzelnen Gemächern eigenthümlich sind, so dass zu jedem Gemach ein solcher Zuwachs von bestimmter Grösse und bestimmtem Vorzeichen gehört, der im Allgemeinen nur dann Null wird, wenn das Gemach aufhört abgeschlossen zu sein, so dass die in ihm enthaltene Luft als f r e i gelten kann.

Es sind demnach

$$p_r + \gamma_r, \; p_u + \gamma_u, \; p_o + \gamma_o, \; p_1 + \gamma_1 \; \ldots .$$

die Ueberdrücke, welche während eines constanten Luftwechsels der Combination die ä u s s e r e f r e i e L u f t am Fussboden der einzelnen Gemächer über die innere besitzt.

In der Höhe z über dem Boden ist der Ueberdruck der äusseren freien Luft über die innere

$$p_r + \gamma_r - \frac{z}{H_r} P_r \; \ldots \; (F_r$$

$$p_u + \gamma_u - \frac{z}{H_u} P_u \; \ldots \; (F_u$$

$$p_o + \gamma_o - \frac{z}{H_o} P_o \; \ldots \; (F_o$$

$$p_1 + \gamma_1 - \frac{z}{H_r} P_1 \; \ldots \; (F_1$$

$$p_2 + \gamma_2 - \frac{z}{H_r} P_2 \; \ldots \; (F_2$$

$$p_3 + \gamma_3 - \frac{z}{H_r} P_3 \; \ldots \; (F_3$$

$$p_4 + \gamma_4 - \frac{z}{H_r} P_4 \; \ldots \; (F_4$$

. . . .

Von diesen Ueberdrücken ist jeder, wenn er positiv ist, in dasjenige Gemach hinein gerichtet, dessen Ordnungszahl dem zugehörigen γ angehängt ist. Die negativen Ueberdrücke sind aus demselben Gemach hinaus gerichtet.

4. Um die Gleichung des Luftwechsels für das Gemach (r) herzustellen, hat man die resultirenden Ueberdrücke (q) nöthig, welche die in den umgebenden Gemächern befindliche Luft an jeder Stelle des Umschlusses über die ihr gegenüber im Gemach (r) befindliche Luft besitzt.

Diese resultirenden Ueberdrücke werden als Differenzen der freien Ueberdrücke erhalten, wobei jedesmal der auf das Gemach (r) bezügliche freie Ueberdruck den Minuenden zu bilden hat.

So findet man den resultirenden Ueberdruck (q_{ru}), welcher Luft durch den Boden des Gemachs (r) treibt,

wenn man in F_r setzt $z = 0$

und in F_u „ $z = H_u$

und den zweiten der erhaltenen Werthe vom ersten subtrahirt. Oder es ist

$$q_{ru} = [F_r]_{z=0} - [F_u]_{z=H_u} = p_r + \gamma_r - (p_u + \gamma_u - P_u).$$

Der resultirende Ueberdruck (q_{ro}), welcher die Luft durch die Decke des Gemachs (r) treibt, wird erhalten, wenn

man in F_r setzt $z = H_r$,
in F_o „ $z = 0$,

und wiederum den zweiten Werth von dem ersten subtrahirt. Somit wird

$$q_{ro} = [F_r]_{z=H_r} - [F_o]_{z=0} = p_r + \gamma_r - P_r - (p_o + \gamma_o).$$

Für den resultirenden Ueberdruck, welcher in der Höhe z über dem Boden des Gemaches r besteht, erhält man vier verschiedene Werthe, weil die in der Höhe z bestehenden freien Ueberdrücke in den vier Nebenzimmern verschieden gross sind.

Diese vier Werthe werden erhalten, indem man der Reihe der F_1, F_2, F_3, F_4 von F_r subtrahirt, und es wird

$$q_{r1} = (p_r + \gamma_r) - (p_1 + \gamma_1) - \frac{z}{H_r}(P_r - P_1)$$

$$q_{r2} = (p_r + \gamma_r) - (p_2 + \gamma_2) - \frac{z}{H_r}(P_r - P_2)$$

$$q_{r3} = (p_r + \gamma_r) - (p_3 + \gamma_3) - \frac{z}{H_r}(P_r - P_3)$$

$$q_{r4} = (p_r + \gamma_r) - (p_4 + \gamma_4) - \frac{z}{H_r}(P_r - P_4)$$

5. Da wir beabsichtigen, die Gleichung des Luftwechsels so zu bilden, dass die algebraische Summe aller in der Stunde durch die Begrenzung des Gemachs hindurch gehenden Luftmengen, oder, was dasselbe ist, der Ueberschuss der eintretenden Luft über die in derselben Zeit austretende gleich Null gesetzt wird, so darf die in der Stunde durch die Wand (r1) strömende Luftmenge zusammengefasst werden in den Ausdruck

$$\int_0^{Hr} q_{r1}\, k_1\, a_1\, dz$$

wobei k_1 die Durchlässigkeit, a_1 die Länge der Wand bezeichnet.

Werden die durch die übrigen drei vertikalen Wände strömenden Luftmengen in analoger Weise dargestellt, so erhält man für den Luftwechsel des Gemachs (r) die Gleichung

$$l_{ru}\, q_{ru} + l_{ro}\, q_{ro} + \int_0^{H_r} dz\, (q_{r1}\, k_1\, a_1 + q_{r2}\, k_2\, a_2 + q_{r3}\, k_3\, a_3 + q_{r4}\, k_4\, a_4) = 0$$

6. Nun ist aber

$$\int_0^{Hr} dz\,(q_{r_1}\,k_1\,a_1) = [(p_r + \gamma_r) - (p_1 + \gamma_1)]\,k_1\,a_1\,H_r - \frac{1}{2}\,k_1\,a_1\,H_r\,(P_r - P_1),$$

und da $k_1\,a_1\,H_r$ das Lüftungsvermögen der Wand (r1) darstellt, so lässt sich durch Substitution von l_{r_1} für $k_1\,a_1\,H_r$ das Integral umformen in

$$l_{r_1}\left[(p_r + \gamma_r) - \frac{1}{2}P_r) - (p_1 + \gamma_1 - \frac{1}{2}P_1)\right].$$

Bildet man die analogen Formen für die übrigen Wände, so wird die Gleichung des Luftwechsels

$$\begin{aligned}0 = l_{ru}\,[p_r + \gamma_r - (p_u + \gamma_u - P_u)] + l_{ro}\,[p_r + \gamma_r - P_r \\ - (p_o + \gamma_o)]\end{aligned}$$

$$+ l_{r_1}\left[(p_r + \gamma_r - \frac{1}{2}P_r) - (p_1 + \gamma_1) - \frac{1}{2}P_1)\right]$$

$$+ l_{r_2}\left[(p_r + \gamma_r - \frac{1}{2}P_r) - (p_2 + \gamma_2 - \frac{1}{2}P_2)\right]$$

$$+ l_{r_3}\left[(p_r + \gamma_r - \frac{1}{2}P_r) - (p_3 + \gamma_3 - \frac{1}{2}P_3)\right]$$

$$+ l_{r_4}\left[(p_r + \gamma_r - \frac{1}{2}P_r) - (p_4 + \gamma_4 - \frac{1}{2}P_4)\right].$$

Zwischen den Lüftungsvermögen und den Kräften p_r, P_r besteht die oben (I, 3) aus der Gleichung des freien Luftwechsels abgeleitete Beziehung:

$$l_{ru}\,p_{ru} + l_{ro}\,p_{ro} + l_{r_1}\,p_r + l_{r_2}\,p_r + l_{r_3}\,p_r + l_{r_4}\,p_r - l_{ro}\,P_r$$

$$- \frac{1}{2}\,l_{r_1}\,P_r - \frac{1}{2}\,l_{r_2}\,P_r - \frac{1}{2}\,l_{r_3}\,P_r - \frac{1}{2}\,l_{r_4}\,P_r = 0$$

Durch Einführung derselben nimmt die Gleichung des Luftwechsels die einfachere Form an:

$$0 = l_{ru}\,[\gamma_r - (p_u + \gamma_u - P_u)] + l_{ro}\,[\gamma_r - (p_o + \gamma_o)]$$

$$+ l_{r_1}\left[\gamma_r - (p_1 + \gamma_1) + \frac{P_1}{2}\right]$$

$$+ l_{r_2}\left[\gamma_r - (p_2 + \gamma_2) + \frac{P_2}{2}\right]$$

$$+ l_{r_3}\left[\gamma_r - (p_3 + \gamma_3) + \frac{P_3}{2}\right]$$

$$+ l_{r_4}\left[\gamma_r - (p_4 + \gamma_4) + \frac{P_4}{2}\right].$$

Führt man für das gesammte Lüftungsvermögen des Zimmers das Zeichen L_r ein, und ordnet die Glieder so, dass die sieben Unbekannten

$$\gamma_r,\ \gamma_u,\ \gamma_o,\ \gamma_1,\ \gamma_2,\ \gamma_3,\ \gamma_4$$

auf die linke Seite der Gleichung zu stehen kommen, während auf der rechten nur Bekanntes steht, so erhält man

$$\begin{aligned} L_r\gamma_r - l_{ru}\gamma_u - l_{ro}\gamma_o - l_{r_1}\gamma_1 - l_{r_2}\gamma_2 - l_{r_3}\gamma_3 - l_{r_4}\gamma_4 \\ = l_{ro}p_o + l_{ru}(p_u - P_u) \\ - l_{r_1}\left(\frac{P_1}{2} - p_1\right) \\ - l_{r_2}\left(\frac{P_2}{2} - p_2\right) \\ - l_{r_3}\left(\frac{P_3}{2} - p_3\right) \\ - l_{r_4}\left(\frac{P_4}{2} - p_4\right) \quad . \ . \ . \ (4. \end{aligned}$$

Eine solche Gleichung ist für jedes Gemach der Combination herzustellen, damit eben so viel Gleichungen erhalten werden, als Unbekannte (γ) vorhanden sind. Da sämmtliche Gleichungen linear ausfallen, bietet die Berechnung der Unbekannten keine Schwierigkeit.

7. Wenn einzelne Wände des Gemachs (r) an das

Freie grenzen, so ergeben sich gewisse Vereinfachungen, auf welche hingewiesen werden soll.

Grenzt z. B. das Gemach (r) mit der Wand (1) an das Freie, so sind die Ueberdrücke P_1, p_1 und γ_1 gleich Null. Ist das Gemach (r) ein Keller oder ein Zimmer des Erdgeschosses, unter welchem sich kein Keller befindet, so ist $P_u = p_u = \gamma_u =$ Null. Ein luftiger Speicher wird in der Regel als frei gelten können, so dass, wenn ein solcher Speicher über dem Gemach (r) liegt, $\gamma_o = 0$ gesetzt werden darf. Unter derselben Voraussetzung wird häufig auch die Temperatur (T_0) des Speichers der Temperatur der freien Luft so nah liegen, dass mit Annäherung auch P_0 und p_0 gleich Null gesetzt werden dürfen. Analoges gilt für Nebenzimmer, in welchen Fenster nach mehren Himmelsgegenden offen stehen.

8. Berechnung der Grösse des Luftwechsels. Nachdem die sieben mit (γ) bezeichneten Zuwächse der Ueberdrücke berechnet sind, lässt sich der Luftwechsel des Gemaches (r) durch Rechnung finden.

Zu diesem Zweck sind die negativen Glieder der Gleichung (3 von den positiven abzusondern, weil jene die ausströmenden, diese die einströmenden Luftmengen darstellen, und die Grösse des Luftwechsels durch die Einströmung allein oder durch die Ausströmung allein gegeben ist.

Die Vorzeichen der Glieder sind durch die Vorzeichen der resultirenden Ueberdrücke

$$q_{ru}, \; q_{ro}, \; q_{r1}, \; q_{r2}, \; q_{r3}, \; q_{r4}$$

bestimmt. Die ersten beiden (q_{ru} und q_{ro}), welche die Luft durch die beiden horizontalen Grenzflächen treiben, sind an allen Stellen dieser Grenzflächen gleich gross, so dass nach Berechnung ihrer Werthe die Richtungen der Luftmengen

$$l_{ru} \; q_{ru} \text{ und } l_{ro} \; q_{ro}$$

bekannt sind.

Hiegegen können die unter der Bezeichnung

$$\int_0^{Hr} q_{r1}\, k_1\, a_1\, dz$$

inbegriffenen Summanden, von welchen jeder eine gewisse durch die vertikale Wand (r1) gehende (unendlich kleine) Luftmenge darstellt, verschiedene Vorzeichen haben, da der Ueberdruck q_{r1} im Allgemeinen nicht constant sondern mit der Höhe z veränderlich und in der Höhe

$$h_r = H_r \frac{(p_r + \gamma_r) - (p_1 + \gamma_1)}{P_r - P_1}$$

sein Vorzeichen wechselt.

Indessen können, wie aus der dritten Abhandlung bekannt ist, auch alle Summanden des obigen Integrals von gleichem Vorzeichen sein, und sind es in der That, wenn h_r gleich oder kleiner als Null, und wenn es gleich oder grösser als H_r ist.

Um die nöthige Unterscheidung zu gewinnen, ohne besondere, für den Luftwechsel nicht verwendbare Rechnungen vornehmen zu müssen, scheint es am einfachsten, den Werth von q_{r1} sowohl für $z = 0$ für $z = H_r$ herzustellen, d. h. die Werthe

$$\mu_0 = (p_r + \gamma_r) - (p_1 + \gamma_1)$$
$$\mu_2 = (p_r + \gamma_r) - (p_1 + \gamma_1) - (P_r - P_1)$$

zu bilden. Sind beide von gleichem Vorzeichen, dann sind sämmtliche Ueberdrücke längs der vertikalen Wand von gleichem Vorzeichen, und es wird

$$\int_0^{Hr} q_{r1}\, k_1\, a_1\, dz = l_{r1} \frac{\mu_0 + \mu_2}{2}.$$

Sind die Vorzeichen von μ_0 und μ_2 verschieden, dann erhält man durch Abtheilung des Integrals (in der Höhe h_r) die beiden Glieder

$$\int_0^{hr} q_{r_1}\, k_1\, a_1\, dz = \frac{1}{2}\, l_{r_1}\, \frac{\mu_0^{\,2}}{\mu_0 - \mu_2}$$

$$\int_{hr}^{Hr} q_{r_1}\, k_1\, a_1\, dz = -\frac{1}{2}\, l_{r_1}\, \frac{\mu_0^{\,2}}{\mu_0 - \mu_2}$$

welche verschiedene Vorzeichen haben. Das erste gibt die Luftmenge, welche durch den unteren das zweite diejenige, welche durch den oberen Theil der vertikalen Wand (r1) geht.

Da $\mu_0 - \mu_2 = P_r - P_1$ ist, so ist das erste Glied positiv und somit die durch dasselbe dargestellte Luftmenge in das Gemach (r) gerichtet, wenn in diesem Gemach die Temperatur höher ist als im anstossenden (1) u. s. f. in Uebereinstimmung mit dem in der dritten Abhandlung Nachgewiesenen.

Was hier von der Wand (r1) gesagt ist, gilt selbstverständlich für jede der vertikalen Wände.

III.

Der allgemeine Fall kann von dem soeben behandelten noch dadurch verschieden sein, dass sich über der Decke des r^{ten} Gemachs oder unter dem Fussboden desselben nicht ein Gemach sondern mehrere durch vertikale Zwischenmauern von einander getrennte Gemächer befinden, und zweitens dadurch, dass das r^{te} Gemach mit der einen oder andern seiner vertikalen Wände an einen Raum grenzt, dessen Boden tiefer und dessen Decke höher liegt als Boden und Decke des r^{ten} Gemachs. Dieser letztere Umstand findet in einem regelmässig gebauten mehrstöckigen Wohnhause immer statt, insofern dasselbe mit einem Stiegenhause versehen ist.

1. Stehen Zwischenmauern über der Decke oder unter dem Fussboden des Gemaches (r), so zerlegen sich dadurch diese beiden horizontalen Wände in Abtheilungen, deren jede als besondere selbständige Wand in Rechnung gezogen werden muss. Somit treten dann statt der Luftmengen $l_{ro}\ q_{ro}$ und $l_{ru}\ q_{ru}$ ebenso viele analog gebildete Summanden auf, als Abtheilungen vorhanden sind. Dabei wird es erlaubt sein, sich die horizontalen Wände nur bis zum Anfang der vertikalen ausgedehnt zu denken und demnach die geringen Luftmengen, welche durch die unterstützten oder übermauerten Stellen dringen, zu vernachlässigen.

2. Es ist noch übrig zu zeigen, wie sich das Stiegenhaus, welches immer einen wichtigen Factor in dem Luftwechsel eines Gebäudes bilden wird, mit den übrigen Gemächern in Beziehung bringen lässt. Das Folgende gilt indessen auch für einen Saal oder irgend einen anderen Raum, der durch mehrere Stockwerke aufsteigt.

Wir nehmen an, die Hausthüre sei geschlossen, und machen auch im Uebrigen für das Stiegenhaus die gleiche Voraussetzung wie für die übrigen Gemächer, nämlich, dass es nur durch capillare Oeffnungen mit den angrenzenden Räumen und der freien Luft in Verbindung stehe und in seiner ganzen Höhe gleiche Temperatur habe.

Dann unterscheidet sich dasselbe von anderen Gemächern noch durch seine grössere Höhe und die grössere Anzahl von selbständigen vertikalen Wänden.

Sei s die Ordnungszahl des Stiegenhauses, H_s seine Höhe, T_s seine Temperatur, so lässt sich das ihm zugehörige P_s aus der in II,2 dieser Abhandlung Seite 74 gegebenen Formel (1) finden.

Hiegegen wird man, ehe man die Formel (2) zur Berechnung von p_s benützt, überlegen müssen, ob die Voraussetzung, dass die Durchlässigkeit (k) von der Höhe unabhängig ist, mit hinreichender Annäherung zutrifft. Auch der Umfang (u) kann sich mit der Höhe ändern. Da diese Aenderungen indessen nicht stetig sondern von Stockwerk zu Stockwerk eintreten, so wird man ihnen durch Abtheilung des Integrals Rechnung tragen, wodurch in der Gleichung

$$p_s L_s = P_s l_{s0} + \frac{1}{2} P_s l_s$$

an die Stelle des im letzten Gliede stehenden Factors l_s, welcher das Lüftungsvermögen der gesammten vertikalen Begrenzung des Stiegenhauses darstellt, eine Grösse von der Form

$$\frac{\lambda_0 h_0 + \lambda_1 (2 h_0 + h_1) + \lambda_2 (2 (h_0 + h_1) + h_2) + \dots}{H_s}$$

tritt wobei h_0, h_1, $h_2 \dots$ die Höhen der einzelnen Stockwerke und λ_0, λ_1, $\lambda_2 \dots$ die Lüftungsvermögen der den einzelnen Stockwerken zugehörigen vertikalen Gesammtbegrenzungen des Stiegenhauses bezeichnen.

Um den Dicken der horizontalen Wände so weit Rechnung zu tragen, dass sie in den Höhen der Stockwerke nicht fehlen — die Summe der Höhen der einzelnen Stockwerke muss hier der Höhe H_s des Stiegenhauses gleich sein —, machen wir hier bei der Berechnung von p_s die vereinfachende Annahme, dass sich die angrenzenden vertikalen Wände jedesmal bis zur Hälfte der horizontalen Zwischenschicht fortsetzen, letztere selbst aber durch eine mathematische Ebene von bestimmtem Lüftungsvermögen ersetzt ist.

Bezeichnet man mit d_{ru} die Decke der horizontalen Wand zwischen den Gemächern (r) und (u), mit d_{ro} die Dicke zwischen den Gemächern (r) und (o), so ist demnach

$$h_0 = H_u + \frac{1}{2} d_{ru}$$

$$h_1 = \frac{1}{2} d_{ru} + H_r + \frac{1}{2} d_{ro}$$

$$h_2 = \frac{1}{2} d_{ro} + H_0.$$

Die Einführung dieser Werthe ist indessen nur dann erforderlich, wenn die Gemächer (u, r, o) an das Stiegenhaus grenzen.

Die Lüftungsvermögen (λ) berechnen wir indessen stets mittelst der lichten Höhen.

3. Da das Stiegenhaus zum Theil an geschlossene Räume grenzt, ist ebenso wie bei den anderen Gemächern ein Zuwachs (γ_s) zu dem freien Ueberdrucke (p_s) vorzusehen und zur Bestimmung dieses vorerst unbekannten Zuwachses die Gleichung für den Luftwechsel des Stiegenhauses zu bilden.

In der Höhe z über der Hausflur ist der Ueberdruck aus dem Freien in das Stiegenhaus hinein.

$$F_s = p_s + \gamma_s - \frac{z}{H_s} P_s \cdot$$

Dieser Ausdruck ist für soviele Werthe von z zu berechnen, als verschiedene Horizontalebenen von Fussböden und Decken in denjenigen Gemächern vorhanden sind, welche an das Stiegenhaus oder an offene, an das Stiegenhaus mündende Gänge grenzen.

In einem regelmässig gebauten Hause zum Beispiel, auf dessen Erdgeschoss noch zwei Stockwerke aufgesetzt sind, sind diese Werthe von z (unter der Voraussetzung, dass die Gemächer (u), (r), (o) an das Stiegenhaus grenzen

$$\text{Null},\ H_u,\ H_u + d_{ur},\ H_u + d_{ur} + H_r,$$
$$H_u + d_{ur} + H_r + d_{ro},\ H_s.$$

In eben diesem Hause ist demnach

$$p_s + \gamma_s - \frac{H_u + d_{ur} + H_r}{H_s} P_s$$

der Ueberdruck, der im Niveau der Decke des ersten Stockwerks die äussere freie Luft über die im Stiegenhaus befindliche besitzt.

Man bildet nun für jede selbständige vertikale Wand, welche an das Stiegenhaus oder einen mit dem Stiegenhaus in Verbindung stehenden offenen Gang (Corridor) grenzt, die beiden oben mit μ_0 und μ_2 bezeichneten resultirenden Ueberdrücke, welche an der untersten und obersten Stelle Wand bestehen, und wie gezeigt, für den Luftwechsel der Wand massgebend sind.

Grenzt z. B. eine der vertikalen Wände des Zimmers (r), welches im ersten Stockwerk liegt, an das Stiegenhaus, so ist für diese Wand

$$\mu_0 = \left[p_s + \gamma_s - \frac{H_u + d_{ur}}{H_s} P_s \right] - (p_r + \gamma_r)$$

$$\mu_2 = \left[p_s + \gamma_s - \frac{H_u + d_{ur} + H_r}{H_s} P_s \right] - [p_r + \gamma_r - P_r],$$

und es tritt für diese Wand in die Gleichung des Luftwechsels des Stiegenhauses das Glied

$$l_{rs} \frac{\mu_0 + \mu_2}{2}$$

ein, wobei mit l_{rs} das Lüftungsvermögen der Grenzwand zwischen dem Zimmer (r) und dem Stiegenhaus (s) bezeichnet ist.

4. Somit bietet die Aufstellung der Gleichung keine Schwierigkeit: die gleich Null zu setzende algebraische Summe von Luftmengen besteht aus so vielen Gliedern als selbständige Wände zur Begrenzung des Stiegenhauses dienen.

Für eine beliebige vertikale Wand ist die Form des ihr entsprechenden Gliedes eben festgestellt worden, für horizontale Wände ist sie einfach genug um sofort angegeben werden zu können.

In die Flur eines Hauses ohne Keller z. B. strömt durch den Boden vom Lüftungsvermögen l_m die Luftmenge

$$l_{sm} (p_s + \gamma_s).$$

Ist hingegen ein Keller (m) unter der Hausflur so wird die analoge Luftmenge

$$l_{sm} [p_s + \gamma_s - (p_m + \gamma_m - P_m)].$$

Durch die Decke des Stiegenhauses vom Lüftungsvermögen l_{sa} strömt aus einem luftigen Speicher (a) ein

$$l_{sa} (p_s + \gamma_s - P_s).$$

Ist aber der Speicher als geschlossener Raum anzusehen, so wird die Luftmenge

$$l_{sa} [(p_s + \gamma_s - P_s) - (p_a + \gamma_a)].$$

Befindet sich z. B. zu ebener Erde ein gegen das Stiegenhaus o f f e n e r Gang (Corridor) über welchem im ersten Stock ein geschlossener Gang liegt, so bildet die Decke des unteren Corridors, der ganz als Theil des Stiegenhauses anzusehen ist, eine horizontale Wand des Stiegenhauses, und die Luft drückt durch diese Wand aus dem oberen Corridor (c) in den unteren mit der Kraft:

$$\left(p_s + \gamma_s - \frac{H_u}{H_s} P_s\right) - (p_c + \gamma_c)$$

welche man, um das entsprechende Glied der Gleichung zu bilden, noch mit dem Lüftungsvermögen der horizontalen Wand zu multipliziren hat.

Auf diese Weise liefert das Stiegenhaus eine in Bezug auf die Unbekannten (γ) ebenfalls lineare Gleichung, welche nur insofern etwas Ausnahmsweises bietet, als sie nicht sofort nach der in II,6 gegebenen Schablone hergestellt werden kann.

5. Will man den Luftwechsel des Stiegenhauses berechnen, was natürlich nur dann möglich ist, wenn durch Auflösung des Systems der linearen Gleichungen, die Werthe der γ wenigstens für das Stiegenhaus selbst und diejenigen Räume gefunden sind, welche an das Stiegenhaus grenzen, so hat man wieder die positiven oder die negativen Glieder der auf Null gebrachten Gleichung besonders zusammenzufassen.

Bei diesem Geschäfte machen die horizontalen Wände keinerlei Schwierigkeiten, weil das Vorzeichen der sie durchdringenden Luftmengen sofort zu Tage tritt; bei den ververtikalen hiegegen gibt das oben eingesetzte Glied

$$\mathrm{l}_{rs} \frac{\mu_0 + \mu_2}{2}$$

nur dann einen Bestandtheil des Luftwechsels, wenn μ_0 und μ_2 von gleichem Vorzeichen sind. Haben diese Kräfte verschiedene Vorzeichen, so ist das angeschriebene Glied aufzulösen in die beiden

$$\frac{1}{2} \mathrm{l}_{rs} \frac{\mu_0{}^2}{\mu_0 - \mu_2} \quad \text{und} \quad - \frac{1}{2} \mathrm{l}_{rs} \frac{\mu_2{}^2}{\mu_0 - \mu_2},$$

deren verschiedene Vorzeichen entgegengesetzt strömende Luftmengen andeuten.

6. Die vorstehende Lösung der gestellten Aufgabe ist an folgende Bedingungen gebunden:

1) das Gebäude befindet sich in windstiller Luft.

2) Die einzelnen Gemächer desselben stehen nur mittelst capillarer Canäle unter sich und mit der freien Luft in Verbindung. Dabei gilt ein Canal solange für capillar, als die Menge der durch ihn strömenden Luft dem die Strömung veranlassenden Ueberdrucke einfach proportional ist.

3) Die Temperatur ist in jedem Gemach gleichmässig über die Höhe vertheilt und so lange constant, bis sich ein stationärer, d. h. keine Ursache der Veränderung mehr in sich tragender Zustand (Luftwechsel) ausgebildet hat.

IV.

Versuche.

1. In dem Bestreben einen experimentellen Beleg für die Genauigkeit zu erhalten, mit welcher bei einer Combination von geschlossenen Gemächern die wirklich stattfindende Druckvertheilung mit der berechneten übereinstimmt, habe ich am 11. Dezember 1878 Abends in dem früher[1]) beschriebenen Zimmer eine Reihe von Druck- und Temperaturmessungen ausgeführt, deren Resultate hier mitgetheilt werden sollen.

Das Zimmer liegt im Erdgeschoss, nach Süden und Westen frei, grenzt im Norden an ein etwas grösseres unheizbares Zimmer, im Osten an die Hausflur, über welcher sich ein 11,6 Meter hohes Stiegenhaus erhebt. Die Hausthüre war geschlossen. Die Luft der freien Umgebung war vollkommen windstill, ihre Temperatur $-8{,}6^0$ Cels., ihr Druck 732^{mm}.

Zum Zweck der Druckmessungen waren im Ganzen 7 eiserne Röhrchen angebracht, welche aus dem Versuchszimmer nach aussen führten, zwei auf der Westseite $0{,}12^m$ und $2{,}40^m$ über dem Boden, zwei in der Thüre, welche in das nördlich angrenzende Nebenzimmer führt $0{,}12^m$ und $1{,}92^m$ über dem Boden, zwei auf der Ostseite in der Thüre, welche auf die Hausflur führt, in gleicher Höhe wie auf der Nordseite, das siebente endlich war in 4^m Höhe durch die Zimmerdeke gesteckt und führte nach einem gut geheizten Zimmer.

---

1) Anhang zur 2. Abhandlung. Sitzungsbericht vom 6. Juli 1878 S. 493.

An jedes dieser 7 Röhrchen wurde nach und nach der Schlauch angesetzt, welcher zum inneren Niveau des Differenzialmanometers führte. Zugleich waren vier Thermometer, im Zimmer im Freien, im Nebenzimmer und im Stiegenhaus so aufgehangen, dass sie vermuthlich die mittleren Temperaturen angaben.

Während der Messungen war das Zugloch des Ofens geschlossen, Schlüssellöcher, etwaige Ritzen und Fugen, sowie die einige Millimeter weiten Röhrchen sind unbeachtet geblieben.

2. Es sollen nun die sämmtlichen Ablesungen in der Reihenfolge aufgeführt werden, in der sie gemacht wurden. Die Temperaturen sind von den Fehlern der Thermometer befreit.

Temperatur des Versuchszimmers . . . 17,9° C.

Nullpunkt des Manometers 78,8

Ablesung am Manometer, wenn der Schlauch angesteckt war

Auf der Westseite	
$0{,}12^m$ über dem Boden	86,5
$2{,}40^m$ „ „ „	80,6
Auf der Ostseite	
$0{,}12^m$ über dem Boden	73,0
$1{,}92^m$ „ „ „	70,5
Auf der Nordseite	
$0{,}12^m$ über dem Boden	81,05
$1{,}92^m$ „ „ „	79,3
An der Zimmerdecke	66,5
Auf der Westseite (Controle)	
$0{,}12^m$ über dem Boden	86,4
Nullpunkt des Manometers	78,7

Temperatur	des Versuchszimmers . .	$17{,}9^0$
„	des Nebenzimmers . . .	6,5
„	des Stiegenhauses . . .	7,0
„	im Freien	— 8,6

Der Reductionsfaktor des Manometers auf vertikale Millimeter Wasser war

0,044.

Mit Hilfe desselben erhält man folgende

Zusammenstellung der beobachteten Ueberdrücke

(Kilogramm pro Quadratmeter)

Nro der Ablesung	Himmels Gegend	Höhe über dem Boden	Beobachtete Manometr. Differenz	Ueberdruck in Klgr pro qm
		Meter		
3	West	0,12	+ 7,7	0,339
4	West	2,40	+ 1,8	0,079
5	Ost	0,12	— 5,8	— 0,255
6	Ost	1,92	— $8{,}2_5$	— 0,363
7	Nord	0,12	+ 2,3	+ 0,101
8	Nord	1,92	+ 0,6	0,026
9	—	4,00	— 12,2	— 0,537
10	West	0,12	+ 7,7	0,339

3. Diese Beobachtungen kann man, ohne die Durchlässigkeiten zu kennen, in folgender Weise zur Prüfung der Uebereinstimmung zwischen der theoretischen und wirklichen Druckvertheilung verwenden.

Da die Höhen und Temperaturen bekannt sind, lassen sich für die drei Gemächer:

Hauptzimmer (r), Nebenzimmer (n) und Stiegenhaus (s) die P, d. h. die Gewichtsdifferenzen zwischen den in ihnen enthaltenen und den gleich hohen äusseren Luftsäulen von der Basis 1 berechnen, und man findet

$$P_r = 3,6 \cdot 1,293 \frac{732}{760} \cdot \frac{26,5}{279,3} = 0,425,$$

$$P_n = 3,6 \cdot 1,293 \frac{732}{760} \cdot \frac{15,1}{267,9} = 0,253,$$

$$P_5 = 11,6 \cdot 1,293 \frac{732}{760} \cdot \frac{15,6}{268,4} = 0,840.$$

In der Höhe z über dem gemeinschaftlichen Fussboden ist in denselben Gemächern der Ueberdruck der äusseren freien Luft über die innere gegeben durch die Ausdrücke:

$$F_r = p_r + \gamma_r - \frac{z}{3,6}\, 0,425$$

$$F_n = p_n + \gamma_n - \frac{z}{3,6}\, 0,253$$

$$F_s = p_s + \gamma_s - \frac{z}{11,6}\, 0,840$$

a) Von diesen Ueberdrücken ist der erste auf der Westseite in zwei Höhen beobachtet worden. Hat man $p_r + \gamma_r$ aus der nahe am Boden gemachten Beobachtung Nro. 3 vermittelst der Gleichung

$$0,339 = p_r + \gamma_r - \frac{0,12}{3,6}\, 0,425$$

abgeleitet, woraus

$$p_r + \gamma_r = 0,353$$

folgt, so kann man nun den Ueberdruck in jeder anderen Höhe berechnen und findet für

$$z = 2,40$$

den Ueberdruck $0,353 - \frac{2,4}{3,6}\, 0,425 = \underline{0,069}$, während die Beobachtung in dieser Höhe den Werth

$$\underline{0{,}079}$$

ergab.

b) An der Nordseite, wo das Versuchszimmer an ein Nebenzimmer von der Temperatur 6,5° grenzt, ist der resultirende Druck in der Höhe z theoretisch dargestellt durch den Ausdruck

$$F_r - F_n = (p_r + \gamma_r) - (p_n + \gamma_n) - \frac{z}{H}(P_r - P_n),$$

woraus nach Einsetzung der bereits bekannten Werthe wird:

$$F_r - F_n = 0{,}353 - (p_n + \gamma_n) - \frac{z}{3{,}6}\,0{,}172\,.$$

Somit lässt sich zunächst mittelst der Beobachtung Nro. 7 die Grösse $(p_n + \gamma_n)$ ableiten.

Indem man setzt

$$0{,}101 = 0{,}353 - (p_n + \gamma_n) - \frac{0{,}12}{3{,}6}\,0{,}172\,,$$

erhält man

$$p_n + \gamma_n = 0{,}246.$$

Nun ist der resultirende Ueberdruck in jeder Höhe (z) der nördlichen Wand gegeben durch den Ausdruck

$$0{,}107 - \frac{z}{3{,}6}\,0{,}172$$

und man berechnet ihn für die Höhe

$$z = 1{,}92$$

zu

$$\underline{0{,}015}$$

während beobachtet wurde

$$\underline{0{,}026}\,.$$

c) Auf der Ostseite ist der resultirende Ueberdruck aus dem Stiegenhause in das Versuchszimmer theoretisch gegeben durch die Differenz

$$F_r - F_s = (p_r + \gamma_r) - (p_s + \gamma) - z_s\left(\frac{P_r}{H_r} - \frac{P_s}{H_s}\right),$$

welche nach Einführung des Bekannten übergeht in

$$0{,}353 - (p_s + \gamma_s) - 0{,}046\,z$$

Zur Bestimmung von $(p_s + \gamma_s)$ kann man die Beobachtung Nr. 5 benützen, indem man setzt

$$-0{,}255 = 0{,}353 \quad (p_s + \gamma_s) - 0{,}12 \cdot 0{,}046,$$

und findet

$$p_s + \gamma_s = 0{,}603,$$

was den Ueberdruck aus dem Freien in den Boden des Stiegenhauses darstellt.

Durch Substitution dieses Werthes erhält man als Ausdruch für den in einer beliebigen Höhe (z) der östlichen Wand bestehenden resultirenden Ueberdruck

$$-0{,}250 - 0{,}046\,z.$$

Daraus berechnet sich für die Höhe von $1{,}92^m$

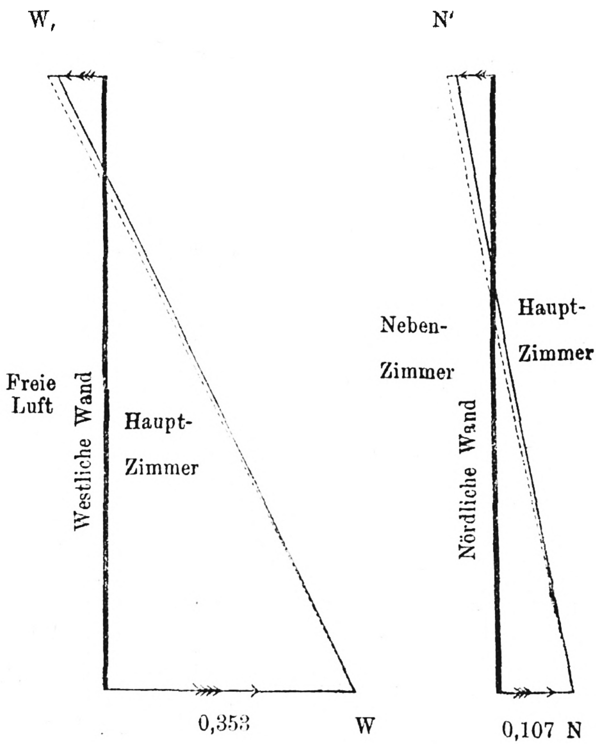
$$\underline{-0{,}338}$$

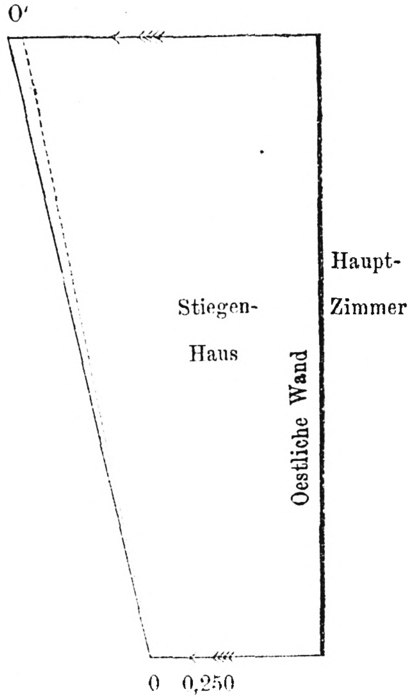
während die Beobachtung ergab

$$\underline{-0{,}363.}$$

4. Um das Urtheil zu erleichtern, von welcher Bedeutung die zwischen der Rechnung und Beobachtung bestehenden Differenzen sind, habe ich die berechnete Druckvertheilung mit der beobachteten in den Figuren 8, 9 und 10 graphisch zusammengestellt. Hiezu dient noch folgende Bemerkung. Vermöge der geringen Höhe ($0{,}12^m$) über dem Fussboden, in welcher die Ueberdrücke Nro. 3, 5 und 7 beobachtet wurden, können die am Boden eingetragenen Kräfte 0,353, — 0,250 und 0,107 als beobachtete Elemente der

Rechnung gelten (Ordinaten am Ursprung). Theoretisch bestimmt sind hingegen die Winkel, welche die Drucklinien WW', NN', OO' mit den Wänden bilden. Eben diese Winkel sind andererseits insofern beobachtet, als für jede dieser Geraden noch ein zweiter Punkt experimentell ermittelt wurde.





Die Abweichungen scheinen mir klein genug, um die Folgerung zu rechtfertigen, dass die gewöhnlichen Zustände der Gebäude den Voraussetzungen der Rechnung mit hinreichender Annäherung genügen. Insbesondere hat sich die ungleiche Vertheilung der Temperatur über die Höhe, welcher ich die Fehler zuschreibe, nicht übermässig störend gezeigt.

Eine Anwendung auf die Anlage von Ventilations-canälen.

Druckverhältnisse, wie sie am 11. Dezember 1878 zwischen dem Versuchszimmer und dem Stiegenhause bestanden, werden an kalten Wintertagen regelmässig in jedem mehrstöckigen Wohnhause stattfinden: An Wänden, welche Zimmer des Erdgeschosses vom Stiegenhause scheiden, wird bei geschlossener Hausthüre über die ganze Höhe hin der Ueberdruck negativ, d. h. vom Zimmer aus in das Stiegenhaus hinein gerichtet sein. Und zwar wird dieses um so sicherer der Fall sein, je wärmer und je höher das Stiegenhaus ist, je besser die Hausthüre und je schlechter die Speicherthüre schliesst, und je leichter überhaupt die Luft oben aus dem Stiegenhause entweichen kann.

Daraus folgt, dass die ziemlich häufige Ventilationseinrichtung, bei welcher die frische Luft aus der Hausflur mittelst eines die Mauer durchsetzenden Canales in den Mantel des Ofens geleitet wird, welcher das zu ventilirende Zimmer heizt, wenigstens für Parterre-Lokalitäten ganz und gar zu verwerfen ist.

Diese Einrichtung führt nämlich an kalten Wintertagen, also gerade dann, wenn man sich ihr am liebsten vertrauensvoll überlassen möchte, zu dem Uebelstande, dass bei Erkaltung des Ofens unter eine sogleich näher anzugebende, möglicherweise noch ziemlich hohe Temperatur, die Luft den unseren Wünschen und Interessen entgegengesetzten Weg einschlägt, indem sie aus dem Zimmer von oben in den Mantel eintritt, am Ofen abwärts zieht und sammt der aufgenommenen Ofenwärme durch den Kanal in die Hausflur strömt.

Wenn (durch Rechnung oder Beobachtung) die Druckdifferenz (— q) bekannt ist, welche nahe am Boden zwischen dem Zimmer und dem Stiegenhaus besteht, so ist leicht anzugeben, wie hoch die mittlere Temperatur der im Mantel befindlichen Luft sein muss, damit der eben beschriebene Uebelstand vermieden wird.

Würde nämlich die Luft des Mantels nur die Temperatur der übrigen Zimmerluft haben, so würde sie mit der Kraft q durch den Kanal in die Hausflur getrieben. Ist hingegen die Luft im Mantel wärmer als im Zimmer, so ist das Gleichgewicht zwischen der Mantelluft und der aussen in der Hausflur befindlichen dann hergestellt, wenn die Gewichtsdifferenz zwischen einer dem Mantel an Höhe gleichen Säule Zimmerluft und der Mantelluft gerade den bestehenden Ueberdruck q ausgleicht. (Alle Luftsäulen über einem Quadratmeter gedacht.)

Sei h die Höhe des Mantels, T_m die mittlere Temperatur der Mantelluft, T_r die Temperatur der Zimmerluft, so ist zum Gleichgewicht erforderlich und hinreichend, dass

$$-q = h\,1{,}293\,\frac{B}{760}\cdot\frac{T_m - T_r}{270 + T_m + T_r},$$

woraus T_m berechnet werden kann, wenn die übrigen Grössen bekannt sind.

Hat (— q) die am 11. Dezember 1878 in dem Versuchszimmer beobachtete Grösse 0,255, ist ferner $h = 1{,}5_m$, $B = 732$, $T_r = 18^0$ C., so folgt

$$T_m = 66{,}4^0 \text{ Cels.}$$

Es musste also die m i t t l e r e Temperatur der Mantelluft unter den gegebenen Verhältnissen $66{,}4^0$ übersteigen, wenn der Ventilations-Kanal in gewünschter Weise wirken sollte.

Versuche, welche ich an dem genannten Tage ausführte, ergaben, dass bei geschlossener Zimmercirculation und geöffnetem Ventilationskanal durch letzteren kein nachweisbarer Luftstrom ging, wenn bei abgesperrtem Ventilationskanal und geöffneter Zimmercirculation die aus dem Zimmer durch den Ofenmantel aufsteigende Luft oben mit einer Temperatur von 130° ausströmte.

Die Temperatur des Ofens musste demnach höher als 130° sein, wenn sie im Stande sein sollte, den mächtigen Einfluss des geschlossenen Stiegenhauses (Aspiration) eben noch zu paralysiren.

Als der Ofen weiter erkaltete, wurde die Geschwindigkeit des durch den Kanal in das Stiegenhaus entweichenden Luftstromes anemometrisch messbar. Derselbe entführte von nun an mit zunehmender Geschwindigkeit die Wärme aus dem Zimmer, dem er sie hätte zuführen sollen.

Um den Strom jetzt noch zur Umkehr zu zwingen, musste man die Hausthüre öffnen, wodurch die Luft der Hausflur mit der äusseren nahezu ins Gleichgewicht gesetzt wurde[1]) und folglich die aspirirende Kraft des Zimmers und Ofenmantels zur Geltung kommen konnte.

Aus diesen Ausführungen folgt die Vorschrift, dass Kanäle, welche Ofenmänteln frische Luft zuführen sollen, nicht mit der Hausflur sondern mit der freien Luft in Verbindung zu setzen sind.

Mit Rücksicht auf negativen Winddruck sollen in unseren Gegenden solche Kanäle nach Norden oder Süden frei ausmünden und an ihrer Mündung mit einer Vorrichtung versehen sein, welche geeignet ist, den Wind in den zwei zur Kanalaxe senkrechten Richtungen (West und Ost) zu fangen. Noch zuverlässiger und zugleich zur Ventilation

1) Vgl. den zweiten Fundamentalversuch. Erste Abhandlung I,2b.

mehrerer Zimmer, verwendbar wäre ein besonderer Windkessel mit undurchdringlichen Wänden, von welchem alle Luftzufuhrkanäle auslaufen können. Dieser „Windkessel" ist mit der äusseren Luft so in Verbindung zu setzen, dass der Druck der in ihm enthaltenen Luft nie erheblich geringer werden kann als der Druck der im gleichem Niveau befindlichen freien Luft.