Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XVI. Jahrgang 1886.

München.
Akademische Buchdruckerei von F. Straub.
1887.

In Commission bei G. Franz.

Herr E. Lommel hielt einen Vortrag:

„Ueber die Beugungserscheinungen geradlinig begrenzter Schirme",

von welchem ein kurzer Abriss hier folgt, während die ausführliche Arbeit in den Denkschriften erscheinen wird.

Seit Fresnel's grundlegender Abhandlung[1]) ist die analytische Behandlung der Beugung sphärischer Wellen an geradlinig begrenzten Schirmen vervollkommnet worden durch Cauchy[2]), Knochenhauer[3]), Quet[4]) und Gilbert[5]). Das Verfahren Fresnel's, obwohl vollständig ausreichend zur numerischen Bestimmung der Lichtstärke und ihrer Maxima und Minima, war wenig geeignet, die Gesetze der Erscheinungen allgemein erkennen zu lassen. Nachdem es

---

1) Fresnel, Mémoire sur la diffraction de la lumière, Mém. de l'Acad. des sc., V, p. 339. 1818. — Ann. de chim. et de phys., (2), XI, p. 246, 387. — Œuvres complètes, t. I. p. 247.

2) Cauchy, Note sur la lumière, Compt. Rend., II, p. 455. 1836. — Note sur la diffraction de la lumière, C. R., XV. p. 534, 573. 1842.

3) Knochenhauer, Ueber die Oerter der Maxima und Minima des gebeugten Lichts nach den Fresnel'schen Beobachtungen, Pogg. Ann. XLI, p. 103. 1837. — Die Undulationstheorie des Lichts. Berlin, 1839.

4) Quet, Mémoire sur la diffraction de la lumière, C. R., XLIII, p. 288. — Ann. de chim. et de phys., (3) XLIX, p. 385, 417. 1856.

5) Gilbert, Recherches analytiques sur la diffraction de la lumière, Mém. cour. de l'Acad. de Brux., XXXI. p. 1. 1862.

in der Folge Knochenhauer und Quet gelungen war, gewisse einfache Gesetze aus dem Intensitätsausdruck abzuleiten, war insbesondere Gilbert mit Erfolg bestrebt, nicht nur die Zahlenrechnungen zu vereinfachen, sondern auch die Gesetze der Erscheinungen durch algebraische Discussion unmittelbar aus den Formeln zu entwickeln. Aber auch die schöne Arbeit Gilbert's vermochte nicht, den Schleier völlig zu lüften, welcher die verwickelten Gesetze der Vertheilung der Maxima und Minima in dem direct beleuchteten Gebiete des Beugungsbildes noch immer verhüllte. Eine ebenso übersichtliche Darstellung dieser Gesetze, wie ich sie für die Beugungserscheinungen der kreisförmigen Oeffnung und des kreisförmigen Schirmchens in einer früheren Abhandlung[1]) gegeben habe, blieb bis jetzt noch zu wünschen übrig. Einen solchen Ueberblick auch für die Beugung durch einen engen Spalt und durch einen schmalen undurchsichtigen Streifen zu geben, bildet die Aufgabe der Abhandlung, welche ich der Akademie hiemit vorzulegen die Ehre habe.

Derselbe Weg, welcher in der soeben citirten Arbeit betreten wurde, führt auch in diesen Fällen zum Ziel. Es ergibt sich sogar, dass die Erscheinungen bei geradliniger und bei kreisförmiger Begrenzung des beugenden Schirmes durch eine und dieselbe einfache Formel ausgedrückt werden, nämlich für die kreisrunde Oeffnung und den engen Spalt durch:

$$M^2 = \left(2^{3\nu-2} \cdot \frac{\Gamma(\nu)}{y^\nu}\right)^2 \left(U_\nu^2 + U_{\nu+1}^2\right),$$

für das kreisförmige Scheibchen und den schmalen Streifen durch:

$$M_1^2 = \left(2^{3\nu-2} \cdot \frac{\Gamma(\nu)}{y^\nu}\right)^2 \left(V_{-\nu+1}^2 + V_{-\nu+2}^2\right).$$

---

1) Lommel, Die Beugungserscheinungen einer kreisrunden Oeffnung und eines kreisrunden Schirmchens. Abhandl. der k. bayer. Akad. d. Wiss. XV. 2. p. 233. 1884.

Hierin ist U_ν eine durch die convergente nach Bessel'schen Functionen ($I_\nu(z)$) fortlaufende unendliche Reihe:

$$U_\nu = \left(\frac{y}{z}\right)^\nu I_\nu(z) - \left(\frac{y}{z}\right)^{\nu+2} I_{\nu+2}(z) + \left(\frac{y}{z}\right)^{\nu+4} I_{\nu+4}(z) - + \ldots$$

definirte transscendente Function zweier unabhängig Veränderlicher y, z und des Index ν, mit welcher die Function V_ν durch die Gleichung:

$$U_\nu - V_{-\nu+2} = \cos\left(\tfrac{1}{2}y + \frac{z^2}{2y} - \frac{\nu}{2}\pi\right)$$

zusammenhängt; während y von der Lage der Bildebene in Bezug auf die Lichtquelle und den Beugungsschirm abhängig ist, bestimmt z den Ort eines Punktes in der Bildfläche. Der Ausdruck M^2 wird zu einem Maximum oder Minimum, wenn entweder $I_\nu = o$ oder $U_{\nu+1} = o$ ist, der Ausdruck M_1^2 für $I_\nu = o$ und $V_{-\nu+1} = o$.

Je nachdem man nun in diesen Formeln $\nu = \frac{1}{2}$ oder $\nu = 1$ setzt, gelten sie für geradlinige oder für kreisförmige Begrenzung des Beugungsschirmes. Diese anscheinend so heterogenen Fälle zeigen sich also auf's innigste mit einander verknüpft, eine und dieselbe Betrachtungsweise findet auf beide Schritt für Schritt gleichmässige Anwendung, und die ganze Theorie der Beugung stellt sich dar wie aus einem Gusse hervorgegangen.

Die in einem besonderen Abschnitt der Abhandlung dargelegten einfachen analytischen Eigenschaften der Functionen U_ν und V_ν gestatten, die Gesetze der Erscheinungen durch allgemeine Discussion aus den obigen Formeln zu entwickeln. Wie die Functionen U_1 und U_2 der vorigen Abhandlung von den Bessel'schen Functionen mit ganzzahligem Index, so hängen $U_{\frac{1}{2}}$ und $U_{\frac{3}{2}}$ von denjenigen Bessel'schen Functionen ab, deren Indices ungerade Vielfache von $\frac{1}{2}$ sind. Der Betrachtung dieser letzteren Klasse von Bessel'schen Functionen, welche bisher weniger Beachtung gefunden hat, ist desshalb ein vorausgehender Abschnitt gewidmet. Am Schlusse der Abhandlung sind Tabellen dieser Functionen mitgetheilt.

In einem Abschnitt über die Fresnel'schen Integrale wird eine neue Art der Berechnung dieser Transscendenten gelehrt, welche, nachdem die eben erwähnten Tabellen der Bessel'schen Functionen vorlagen, mit Leichtigkeit zu deren numerischen Werthen führte, und zugleich Interpolationstafeln lieferte, die für jedes Argument die Zahlenwerthe dieser Integrale anzugeben gestatten.

Die Gesetze der Lichtvertheilung im Beugungsbilde sind den in der vorigen Abhandlung für kreisförmig begrenzte Schirme entwickelten ganz analog. Sie werden wie dort übersichtlich dargestellt durch zwei in der zy-Ebene verlaufende Linienschaaren, deren Gleichungen $I_{\frac{1}{2}} = o$ und $U_{\frac{1}{2}} = o$ für den Spalt, $I_{\frac{1}{2}} = o$ und $V_{\frac{1}{2}} = o$ für den Streifen sind. Der Gleichung $I_{\frac{1}{2}} = o$ entsprechen die geraden Linien $z = (n + 1)\pi$, den Gleichungen $U_{\frac{1}{2}} = o$ und $V_{\frac{1}{2}} = o$ transscendente Curven. Auch hier gibt es Wendepunkte der Intensitätscurve von zweierlei Art, deren erste Art den Durchschnittspunkten der Curven $U_{\frac{1}{2}} = o$ und $V_{\frac{1}{2}} = o$ mit den Geraden $I_{\frac{1}{2}} = o$ entspricht, während die zweite Art mit den Gipfelpunkten der Curvenschaar $U_{\frac{1}{2}} = o$ zusammentrifft.

In einem Schlussabschnitt wird eine spectrale Beobachtungsmethode beschrieben, welche die Linien der Minima, deren Gleichungen $I_{\frac{1}{2}} = o$ und $U_{\frac{1}{2}} = o$ sind, auf dem farbigen Grunde des Spectrums unmittelbar wahrzunehmen gestattet, und damit die experimentelle Bestätigung der vorgetragenen Theorie liefert.