Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XVIII. Jahrgang 1888.

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

München
Verlag der K. Akademie
1889.

In Commission bei G. Franz.

Digitized by Google

Zur Photometrie zerstreut reflectirender Substanzen.

Von H. Seeliger.

(Mit Tafel I.)

(Eingelaufen 5. Mai.)

Man hat sich seit längerer Zeit, besonders seit den Arbeiten Seidel's und Zöllner's daran gewöhnt, das Lambert'sche photometrische Grundgesetz für zerstreut reflectirende Substanzen als Grundlage nicht nur für die Reduction der an Planeten angestellten photometrischen Beobachtungen, sondern auch für gelegentlich auftretende Aufgaben der Physik anzunehmen. Obwohl nun seit längerer Zeit bekannt war und auch von Zöllner hervorgehoben wurde, dass sich dieses Gesetz keineswegs, wie Lambert dachte, als einfache Folgerung der allgemeinen Gesetze, welche bei der räumlichen Ausbreitung der Lichtbewegung eingehalten werden, auffassen lässt und dass eine eventuelle Bestätigung desselben nur auf experimentellem Wege zu erhalten sei, sind doch solche Versuche in genügender Ausdehnung bisher nicht gemacht worden. Denn die von Bouguer und Lambert mitgetheilten Beobachtungen sind zu wenig zahlreich und wohl auch zu wenig genau, um hier mitstimmen zu können. Nur für die analoge Frage bei der strahlenden Wärme liegt eine Beantwortung aus der neuesten Zeit[1]) vor mit dem Ergebnisse,

1) Knut Angström, Ueber die Diffusion der strahlenden Wärme von ebenen Flächen. Wiedemann's Annalen Band 26, 1885. — Sur la diffusion de la chaleur rayonnante etc. Bihang till K. Svenska Vet-Akad. Handlingar, Band 13, Afd. I Nr. 4, 1887.

Digitized by Google

dass das Lambert'sche Gesetz im Grossen und Ganzen den Beobachtungen keineswegs entspricht. Ich bin schon früher auf Grund vorläufiger Versuche[1]) für optische Strahlen zu demselben Resultate gelangt und kann jetzt durch genauere, während des Winters 1886—87 angestellte Versuche den näheren Nachweis für die damals ausgesprochenen Anschauungen beibringen.

Der Uebersichtlichkeit wegen will ich gleich hier die wesentlichen Resultate, welche die mitzutheilenden Messungen ergeben haben, anführen.

1. Das Lambert'sche Gesetz kann nur ausnahmsweise als eine Annäherung an die Wahrheit betrachtet werden. Namentlich bei grossen Emanationswinkeln entspricht es nicht den beobachteten Helligkeiten.

2. Selbst diejenigen Substanzen, welche man sonst zu den exquisit zerstreut reflectirenden rechnet (z. B. Gyps), zeigen sehr deutliche Reflexe, d. h. bei ihnen ist die Helligkeit wesentlich grösser, wenn Incidenz- und Emanationswinkel auf verschiedenen Seiten der Normalen liegen, als im andern Falle.

Der Fall, wo diese Reflexe sehr gering sind, kommt in der Natur ebenfalls vor (z. B. bei Sandstein) und es ist ganz plausibel, anzunehmen, dass sogar eine Umkehrung dieser Verhältnisse eintreten kann, so dass also die grössere Helligkeit dann stattfindet, wenn Incidenz- und Emanationswinkel auf derselben Seite der Normale des beleuchteten Flächenstückes liegen.

Es besagt dieses Ergebniss: die Lichtmenge eines ebenen Flächenelementes hängt auch von dem gegenseitigen Azimuth des einfallenden und ausfahrenden Strahlenbündels ab.

3. Einige Aehnlichkeit des Verlaufes der beobachteten Helligkeitscurven ist bei den untersuchten Substanzen wohl

1) Vierteljahrsschrift der A. G. Band 20, pg. 267 ff. 1885.

Digitized by Google

vorhanden. Jedoch ist auf der andern Seite die Verschiedenheit der einzelnen Fälle so gross (namentlich in Folge der Reflexe), dass man nicht erwarten darf, diese verwickelten Erscheinungen durch eine in allen Fällen zutreffende Theorie darzustellen. Schon a priori ist dies sehr wenig wahrscheinlich, denn die Diffusion ist offenbar zusammengesetzt aus den beiden physikalischen Vorgängen der Absorption und Reflexion. In welcher Weise beide in einander greifen, ist natürlich von der speciellen Beschaffenheit des Stoffes abhängig und es erscheint, gegenwärtig wenigstens, nicht sehr wahrscheinlich, allgemein gültige Beziehungen in dieser Richtung aufstellen zu können. Namentlich scheint es, wie in Art. 6 noch näher erörtert werden soll, nicht wahrscheinlich, dass es gelingen wird, die Möglichkeiten zu umspannen, die bei einem von der Sonne beleuchteten Planeten auftreten können.

1.

Die mitzutheilenden Versuche sind mit dem einfachen, auf der beigefügten Tafel abgebildeten Apparate angestellt worden, den ich nach vielfachen Versuchen in der Werkstätte der hiesigen Sternwarte habe zusammenstellen lassen. Die Beobachtungen selbst hat Herr K. Oertel auf meinen Wunsch ausgeführt. Diese sind durch die Geschicklichkeit des genannten Herrn so genau ausgefallen, als es nur zu erwarten war. Zum Theil hat der einfache Apparat sogar eine ganz überraschende Uebereinstimmung der Einzelresultate geliefert. Ich lasse nun eine kurze Beschreibung des Instrumentes und der Methode der Beobachtung folgen.

Aus der zu untersuchenden Substanz wurden zwei in allen Stücken möglichst ähnliche, ebene Platten geschnitten. Die eine wurde in den festen Rahmen B eingesetzt und diente. von der mit dem Letzeren fest verbundenen Petroleumlampe L beleuchtet, als Vergleichsobject. Die zweite Platte

Digitized by Google

im Rahmen A hingegen konnte in beliebige Incidenz- (i) und Emanationswinkel (ε) gebracht werden. Sie wurde von einer in die Figur nicht aufgenommenen, verschiebbaren Lampe beleuchtet. Die Beobachtung bestand dann darin, dass die Helligkeit beider, durchaus gleiches Aussehen darbietenden Platten gleich gemacht wurde. Die Möglichkeit, leicht und sicher innerhalb ziemlich weiter Grenzen beliebige Werthe von i und ε einzustellen, beruht auf folgender Einrichtung.

Der Apparat hat nach Art der Repetitionstheodolithen ein doppeltes Axensystem, so dass sowohl der innere Alhidadenkreis allein, der mit A in fester Verbindung steht, als auch der ganze Apparat von NN aufwärts drehbar ist. Die Drehung des inneren Kreises ändert also nur die Lage von A und bewirkt eine Aenderung von i und ε zu gleicher Zeit und im gleichen Betrage. Sie wird an den Nonien nn abgelesen. Um den Einfallswinkel i unabhängig hiervon verändern zu können, wird der ganze Apparat gedreht, wobei also auch die Normallampe mit B und das Sehrohr R mitgeht. Fest bleibt nur der Arm NN und der an ihm befestigte Index I, welcher die Veränderung von i angiebt. Um der in der Zeichnung der Deutlichkeit wegen fortgelassenen Klemme des Alhidadenkreises ausweichen zu können, wurde auch der Arm NN verstellbar eingerichtet. Dieser wurde aber selbtsverständlich innerhalb einer Messungsreihe fest gelassen. Bei der Bewegung des inneren Kreises bleibt B unverändert und es ändert sich also nur die Lage der mit der Feder f an A befestigten Platte.

Das Sehrohr R ist durch ein starkes Blech M an dem Scharniere, welches die Rahmen A und B verbindet, befestigt. Dieses Blech ist in das Rohr hinein bis etwa in die Mitte desselben fortgesetzt, wodurch bewirkt wird, dass links im Gesichtsfeld ein halbkreisförmiger Ausschnitt von A, rechts ein solcher von B erscheint und beide Ausschnitte können also leicht und sicher in Bezug auf ihre Helligkeit ver-

Digitized by Google

glichen werden. Die Beleuchtung von B durch die Lampe L geschah nicht direct, um nicht mit allzu grossen Helligkeiten operiren zu müssen. Es wurde vielmehr L zur Abhaltung falschen Lichtes in eine gut geschwärzte Blechhülse gesteckt, welche in der Höhe der Flamme eine kreisrunde Oeffnung von etwa $1^1/_2$ cm Durchmesser erhielt. Durch diese Oeffnung fiel das Licht auf die davor stehende Glasplatte G und von dieser auf B. G war ausserdem von den auf der Innenseite mit weissem Papier beklebten Pappendeckelstücken P umgeben, wodurch ein einfaches Mittel vorhanden war, die Stärke der Beleuchtung von B nach Belieben zu verändern. Das kleine Gegengewicht g balancirt den rechtsseitigen Theil des ganzen Apparates aus.

Alle Theile des Apparates waren entweder sorgfältig geschwärzt oder mit schwarzem Sammtpapier bedeckt. Von letzterem ist ein kleines, aber wesentliches Stück in der Figur unterhalb M sichtbar. Ueberhaupt war, wie bei allen photometrischen Experimenten, die völlige Abhaltung falschen Lichtes ein recht schwieriges Problem. Es gelang dies schliesslich durch Aufstellung geschwärzter Schirme in passenden Entfernungen, ferner durch schwarze Tücher u. dergl., welche über einzelne Theile des Instrumentes gedeckt wurden.

Die zweite in der Figur nicht abgebildete Petroleumlampe bewegte sich in einem geschwärzten Holzkasten von 130 cm Länge, 10 cm Breite und 18 cm Höhe. Die Stellung der Lampe war an einem in Centimeter getheilten Massstabe direct ablesbar. Die Entfernung des Nullpunktes dieser Theilung vom Centrum des Apparates wurde selbstverständlich für jede Reihe sorgfältig ermittelt. Ebenso selbstverständlich ist es, dass auch hier auf die Fernhaltung aller Reflexe etc. geachtet worden ist. Um auch den Fall der Gleichheit von i und ε (im Folgenden ist dieser Fall mit $i = -\varepsilon$ bezeichnet) beobachten zu können, wurde bei Q ein Spiegel befestigt, der das Licht der beweglichen Lampe nach A reflectirte. Ein Theil seiner

Digitized by Google

Belegung war, um dem Auge des Beobachters freie Aussicht auf A zu gewähren, entfernt worden. Ueber diese Anordnung wird weiter unten noch gesprochen.

Am Schluss dieses Aufsatzes sind die Mittelzahlen der beobachteten Entfernungen l der beweglichen Lampe von A gegeben, für welche gleiche scheinbare Helligkeit von A und B erzielt wurde. Jede solche Zahl ist das Mittel aus mindestens 4 Einstellungen und zwar wurde, um eine etwaige Veränderlichkeit der Lampenhelligkeit nicht zu übersehen, so verfahren, dass in der ersten Hälfte jeder Beobachtungsreihe in einer bestimmten Richtung (z. B. $i + \varepsilon$ wachsend oder bei constantem ε, i wachsend) vorwärts, dann in der zweiten Hälfte derselben Reihe bei denselben Winkelwerthen derselbe Weg in umgekehrter Richtung zurückgelegt wurde. Es hat sich hiebei von Neuem die bekannte Thatsache herausgestellt, dass die Helligkeit von mit Rundbrennern ausgestatteten Petroleumlampen einen hohen Grad von Constanz hat, wenn nur für gehörige Luftzufuhr gesorgt wird.

Zur Erklärung der Zusammenstellung der directen Beobachtungsresultate werden nur wenige Bemerkungen nöthig sein. Der Winkel ε wurde positiv angesetzt, wenn die Richtung von A nach dem Auge rechts (vom Beobachter aus) von der Normale der Platte A sich befand. Im anderen Falle wurde ε negativ angenommen. Für i ist die umgekehrte Zählweise adoptirt worden. Wenn also $i = \varepsilon$, so ist dies die Lage, wie sie bei der regelmässigen Reflexion vorkommt; $i = -\varepsilon$ bedeutet dagegen völlige Gleichheit des Incidenz- und Emanationswinkels.

Der Apparat liess mit besonderer Bequemlichkeit folgende 3 Arten von Beobachtungsreihen ausführen:

1. Spiegelbeobachtungen, die also $i = -\varepsilon$ voraussetzen,
2. Messungen, bei welchen $i + \varepsilon$ constant gelassen wird,
3. solche, bei denen ε constant bleibt und i variirt.

Digitized by Google

In der That sind im Folgenden nur diese 3 Messungsreihen in Anwendung gekommen. Der Umfang, in welchem die Reihen 2) und 3) ausgeführt werden konnten, sind aus der Mittheilung der directen Beobachtungsresultate zu ersehen.

Aus den gemessenen Grössen l findet man die Helligkeiten in einer willkürlichen Scala ausgedrückt sofort, indem diese proportional dem Quadrat von l sind. Da die Intensität der Lampen natürlich nur innerhalb einer Reihe als constant angesehen werden kann, so ist eine Verbindung der einzelnen Reihen nothwendig, die im Folgenden gegeben werden soll. Hierbei wird es, wie überhaupt bei der Reduction von photometrischen Beobachtungen, zweckmässig sein, immer die Logarithmen der Helligkeiten anzugeben. Dies soll im Folgenden ausnahmslos geschehen. Alle Zahlen werden auf 3 Stellen angegeben und die Kennziffer wird hierbei als unwesentlich fortgelassen. Ein Zweifel kann dadurch nirgends entstehen.

2.

Zunächst sollen die Resultate der mit dem Spiegel ausgeführten Messungen gegeben werden[1]). Ich habe gleich die Logarithmen der beiden Helligkeiten, welche den Emanationswinkeln $+\varepsilon$ und $-\varepsilon$ entsprechen, in ein Mittel vereinigt. Es kommt das auf die Annahme hinaus, dass die betreffende Substanz sich unter sonst gleichen Umständen nach allen Seiten hin gleich verhält. Es erscheint dies von vorneherein plausibel, auch sprechen alle angestellten Messungen dafür, dass diese Annahme wenigstens annähernd erfüllt ist.

Zur Vergleichung habe ich in der folgenden Zusammenstellung auch log cos ε angegeben. Wäre das Lambert'sche Gesetz den Beobachtungen entsprechend, so müssten die an-

1) Näheres über die betreffenden Substanzen findet sich in Art. 7.

Digitized by Google

geführten Zahlen nahe mit log cos ε übereinstimmen, weil mit Ausnahme von zwei Stoffen durch Hinzufügung einer Constanten die Helligkeitslogarithmen gleich so angesetzt sind, dass für $i = \varepsilon = 0$ dieser Logarithmus gleich 1000 wird.

Resultate der Beobachtungen mit dem Spiegel.

$i = -\varepsilon$	log cos i	1. Gyps	2. Porzellan	3. Weisser Marmor			4. Alabaster, durchschein.	5. Bräunliches Glaspapier	6. Getrockn. Lehm
				1.	2.	3.			
0°	1000	1000	1000	1000	934	1000	1000	1000	1000
10	993	991	999	904	904	986	990	982	982
20	973	974	978	862	859	969	966	964	971
30	938	947	953	825	819	916	938	916	937
40	884	890	906	775	762	867	897	862	905
50	808	813	851	692	694	798	845	825	862
60	699	733	762	583	576	698	774	689	812
70	534	—	—	400	401	532	605	564	743

$i = -\varepsilon$	7. Rother Ziegelstein	8. Weisse Kreide	9. Sandstein					
			1.	2a.	2.	3.	4.	5.
0°	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
10	990	981	985	994	990	994	996	988
20	977	956	975	984	974	985	983	977
30	965	919	947	968	953	958	969	952
40	932	870	914	945	914	925	941	919
50	898	810	873	919	866	879	908	867
60	841	712	821	848	810	816	854	800
70	780	613	731	769	708	735	760	723

$i = -\varepsilon$	10. Rothweisser Kalkstein	11. Milchglas			12. Gelbes, rauhes Papier	13. Schiefer		
		1.	2.	3.		1.	2.	3.
0°	1000	1000	1000	1000	1000	1029	1000	1000
10	989	955	991	990	983	976	973	971
20	973	932	967	973	941	942	932	930
30	927	895	925	947	882	897	888	897
40	867	845	875	881	819	868	859	865
50	789	772	806	805	730	825	832	812
60	695	664	708	697	620	772	775	764
70	543	491	551	533	464	709	716	702

Digitized by Google

Wenngleich auf den ersten Blick ersichtlich ist, welche Substanzen dem Lambert'schen Gesetz entsprechen und welche nicht, so wird vielleicht doch eine Uebersicht hierüber erleichtert, wenn folgende kleine Rechnung angestellt wird. Zu den Zahlen, welche derselben Substanz angehören, wird eine Constante addirt, die so gewählt wird, dass die auf diese Weise reducirten Helligkeitslogarithmen im Mittel gleich dem Mittel aller zugehörigen log cos ε sind. Bildet man dann das Mittel aus allen absoluten Werthen der Differenzen zwischen den reducirten Helligkeitslogarithmen und den betreffenden log cos ε und bezeichnet diese Zahl mit ϑ, so wird dieses ϑ immerhin einen Ueberblick gewähren, wie weit das Lambert'sche Gesetz den Beobachtungen entspricht.

Ich habe nun ϑ für die im Vorigen aufgeführten Substanzen abgeleitet. Es ergibt sich für:

Gyps	$\vartheta = 8$	Glaspapier	14	Schiefer	38	Sandstein	57
Porzellan	18	Lehm	58	Kalkstein	8		68
Marmor	27	Ziegel	64	Milchglas	9		49
	16	Kreide	21		7		54
	6	Papier	23		3		66
Alabaster	28						50

Zum Vergleich mag daran erinnert werden, dass 1 % der Helligkeit 4.3 Einheiten in den angeführten Logarithmen ausmacht. Es ergibt sich daraus, dass eigentlich nur bei Kalkstein, Milchglas und Gyps das Lambert'sche Gesetz als Näherung an die Wahrheit betrachtet werden darf. In den meisten andern Fällen sind die Abweichungen so stark, dass von einer Annäherung kaum mehr die Rede sein kann. Aber auch in den zuerst erwähnten Fällen tragen die Abweichungen durchaus den Charakter systematischer Fehler.

3.

Ich gehe nun zu der Bearbeitung der Reihen über, für welche $i + \varepsilon =$ Const. und $\varepsilon =$ Const. war. Die Durch-

Digitized by Google

beobachtung solcher Reihen, wenn sie einigermassen vollständig sein sollen, erfordert ziemlich viel Zeit. Es wurden deshalb nur einige der im Vorigen benutzten Substanzen vorgenommen. Ich glaube aber, dass dieses Material genügen dürfte, die an die Spitze dieses Aufsatzes gestellten Sätze ausreichend zu stützen. Ausgewählt für diesen Zweck wurden:

Lehm, Milchglas, Sandstein, Schiefer, Gyps und Porzellan.

Zuerst habe ich zu zeigen, wie die Einzelresultate ausgeglichen worden sind.

Es war dies strenge und in sehr einfacher Weise im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate möglich und zwar bei den vier zuerst genannten Substanzen auf rein rechnerischem Wege, während bei den zwei letzten Substanzen die Anordnung der Beobachtungen infolge eines Versehens, das natürlich die Sicherheit des Endresultates nicht beeinträchtigt, wenigstens theilweise eine Interpolation durch ein graphisches Verfahren nöthig machte. Der erste Weg hat den offenbaren Vortheil, dass er jede Willkür ausschliesst und auf ganz strengem Wege die Beurtheilung der Genauigkeit der Beobachtungen ermöglicht. Auch ist es hierbei ganz gleichgültig, ob sich die Helligkeiten mit i und ε stetig oder unstetig ändern. Das Letztere kann sehr wohl eintreten, wärend natürlich die graphische Interpolation nur bei stetigen Aenderungen angewandt werden kann.

Es erscheint nun am zweckmässigsten, wenn ich das angewandte Ausgleichungsverfahren nicht durch allgemeine Symbole kennzeichne, sondern gleich an einem ganz bestimmten Beispiele in Anwendung bringe. Ich wähle hierzu ganz willkürlich die an getrocknetem Lehm angestellten Beobachtungsreihen.

Die aus den Beobachtungsdaten folgenden Helligkeitslogarithmen sind hier:

Digitized by Google

ε	i	(1)
$+80^0$	-70^0	533
$+60$	-50	675
$+40$	-30	729
$+20$	-10	796
0	$+10$	814
-20	$+30$	755
-40	$+50$	661
-60	$+70$	522
		5485

ε	i	(2)
$+80^0$	-50^0	606
$+60$	-30	728
$+40$	-10	767
$+20$	$+10$	796
0	$+30$	731
-20	$+50$	626
-40	$+70$	393
		4647

ε	i	(3)
$+80^0$	-30^0	689
$+60$	-10	761
$+40$	$+10$	762
$+20$	$+30$	736
0	$+50$	601
-20	$+70$	359
		3908

ε	i	(4)
$+80^0$	-10^0	717
$+60$	$+10$	783
$+40$	$+30$	747
$+20$	$+50$	619
0	$+70$	346
		3212

ε	i	(5)
$+80^0$	$+10^0$	769
$+60$	$+30$	792
$+40$	$+50$	695
$+20$	$+70$	405
		2661

ε	i	(6)
$+80^0$	$+30^0$	802
$+60$	$+50$	743
$+40$	$+70$	458
		2003

$\varepsilon = +80^0$	(*a*)
i	
-70^0	498
-50	571
-30	629
-10	698
$+10$	755
$+30$	758
$+50$	736
	4645

$\varepsilon = +60^0$	(*b*)
i	
-50^0	652
-30	706
-10	739
$+10$	766
$+30$	764
$+50$	690
$+70$	533
	4850

$\varepsilon = +40^0$	(*c*)
i	
-30^0	831
-10	872
$+10$	875
$+30$	840
$+50$	752
$+70$	530
	4700

$\varepsilon = -20^0$	(*d*)
i	
-10^0	881
$+10$	879
$+30$	822
$+50$	699
$+70$	454
	3735

$\varepsilon = +0^0$	(*e*)
i	
$+10^0$	879
$+30$	817
$+50$	695
$+70$	427
	2818

$\varepsilon = -20^0$	(*f*)
i	
$+30^0$	836
$+50$	693
$+70$	415
	1944

Digitized by Google

Ich bezeichne nun mit — (1), — (2) etc., — (a), — (b) etc. die Correctionen, welche die mit denselben Symbolen bezeichneten Reihen zu erhalten haben. Diese Correctionen sind zum grössten Theile gleich der Reduction auf gleiche Lichtstärke der benutzten Lampen. Die ausgeglichenen Helligkeitswerthe, deren beobachtete Grössen in der Reihe (1) enthalten sind, seien der Reihe nach (1 a), (1 b) etc. bis (1 h), die der zweiten Reihe (2 a), (2 b) etc., schliesslich dieselben Werthe in den Reihen (a) etc. (a 1), (a 2) etc. so ist selbstverständlich

$$(1a) = (a1);\ (2a) = (a2) \text{ etc.}$$
$$(2a) = (a2);\ (2b) = (b2) \text{ etc.}$$

Die strengen Bedingungsgleichungen lassen sich leicht formiren. Ich schreibe nur die aus der Reihe (1) hervorgehenden in extenso hin:

$$\begin{aligned}
(1) + (1a) &= 533\\
(1) + (1b) &= 675\\
(1) + (1c) &= 729\\
(1) + (1d) &= 796\\
(1) + (1e) &= 814\\
(1) + (1f) &= 755\\
(1) + (1g) &= 661\\
(1) + (1h) &= 522
\end{aligned}$$

Hieraus ergeben sich folgende Normalgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
8\,(1) + \big((1a) + (1b) + \ldots\ldots + (1h)\big) &= 5485\\
7\,(2) + \big((2a) + (2b) + \ldots\ldots + (2g)\big) &= 4647\\
6\,(3) + \big((3a) + (3b) + \ldots\ldots + (3f)\big) &= 3908\\
5\,(4) + \big((4a) + (4b) + \ldots\ldots + (4e)\big) &= 3212\\
4\,(5) + \big((5a) + \ldots\ldots\ldots\ldots + (5d)\big) &= 2661\\
3\,(6) + \big((5a) + (5b) + (5c)\big) \qquad &= 2003\\
\hline
&\ 21916
\end{aligned}\right\} A.$$

Digitized by Google

$$\left.\begin{array}{l}
7\,(a) + \{(a1) + (a2) + \ldots . (a7)\} = 4645 \\
7\,(b) + \{(b1) + (b2) + \ldots . (b7)\} = 4850 \\
6\,(c) + \{(c1) + \ldots\ldots . + (c6)\} = 4700 \\
5\,(d) + \{(d1) + \ldots\ldots . + (d5)\} = 3735 \\
4\,(e) + \{(e1) + \ldots\ldots . + (e4)\} = 2818 \\
3\,(f) + \{(f1) + (f2) + (f3)\} \quad = 1944 \\
\hline
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 22692
\end{array}\right\} A.$$

$2\,(a1) + (1) + (a) = 1031$	$2\,(a2) + (2) + (a) = 1177$
$2\,(b1) + (1) + (b) = 1327$	$2\,(b2) + (2) + (b) = 1434$
$2\,(c1) + (1) + (c) = 1560$	$2\,(c2) + (2) + (c) = 1639$
$2\,(d1) + (1) + (d) = 1677$	$2\,(d2) + (2) + (d) = 1675$
$2\,(e1) + (1) + (e) = 1693$	$2\,(e2) + (2) + (e) = 1548$
$2\,(f1) + (1) + (f) = 1591$	$2\,(f2) + (2) + (f) = 1319$
$(g1) + (1) \quad = 661$	$(g2) + (2) \quad = 393$
$(h1) + (1) \quad = 522$	
10062	9185

$2\,(a3) + (3) + (a) = 1318$	$2\,(a4) + (4) + (a) = 1415$
$2\,(b3) + (3) + (b) = 1500$	$2\,(b4) + (4) + (b) = 1549$
$2\,(c3) + (3) + (c) = 1637$	$2\,(c4) + (4) + (c) = 1587$
$2\,(d3) + (3) + (d) = 1558$	$2\,(d4) + (4) + (d) = 1318$
$2\,(e3) + (3) + (e) = 1296$	$2\,(e4) + (4) + (e) = 773$
$2\,(f3) + (3) + (f) = 774$	
8083	6642

$$\begin{array}{l}
2\,(a5) + (5) + (a) = 1524 \\
2\,(b5) + (5) + (b) = 1556 \\
2\,(c5) + (5) + (c) = 1447 \\
2\,(d5) + (5) + (d) = 859 \\
\hline
\qquad\qquad\qquad\qquad 5386
\end{array}$$

$2\,(a6) + (6) + (a) = 1560$	$(a7) + (a) \quad = 736$
$2\,(b6) + (6) + (b) = 1433$	$(b7) + (b) \quad = 533$
$2\,(c6) + (6) + (c) = 988$	
3981	1269

Digitized by Google

Man kann hieraus sehr leicht die Symbole (1 *a*), (1 *b*) etc. eliminiren und sieht zugleich, dass nach Bestimmung der Correctionen (*a*), (*b*) etc., (1), (2) etc. und nachdem diese an die Helligkeitslogarithmen angebracht sind, die wahrscheinlichsten Werthe der Letzteren einfach die Mittel derjenigen Werthe sind, die demselben i und ε entsprechen.

Die erwähnte Elimination ergibt ohne weiters:

$$\begin{aligned}
6\,(1) - [(a) + (b) + \ldots + (f)] &= -\,275\\
6\,(2) - [(a) + (b) + \ldots + (f)] &= -\,284\\
6\,(3) - [(a) + (b) + \ldots + (f)] &= -\,267\\
5\,(4) - [(a) + \ldots\ldots + (e)] &= -\,218\\
4\,(5) - [(a) + \ldots + (d)] &= -\;\;64\\
3\,(6) - [(a) + (b) + (c)] &= +\;\;25\\
\hline
&\;\;-\,1083
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6\,(a) - [(1) + (2) + \ldots + (6)] &= -\,207\\
6\,(b) - [(1) + \ldots\ldots\ldots + (6)] &= -\,165\\
6\,(c) - [(1) + \ldots\ldots\ldots + (6)] &= +\,542\\
5\,(d) - [(1) + \ldots\ldots + (5)] &= +\,383\\
4\,(e) - [(1) + \ldots + (4)] &= +\,326\\
3\,(f) - [(1) + (2) + (3)] &= +\,204\\
\hline
&\;\;+\,1083
\end{aligned}$$

Die Summe aller Zahlen ist identisch $= 0$. Man kann also, was a priori klar war, eine der Unbekannten (1), (2) etc. (*a*), (*b*) etc. beliebig annehmen.

Ich habe

$$(1) = 0$$

gesetzt. Dann ergibt eine höchst einfache Rechnung:

Digitized by Google

(1) = 0	(a) = + 28
(2) = + 2	(b) = + 21
(3) = − 1	(c) = − 97
(4) = + 2	(d) = − 79
(5) = − 16	(e) = − 81
(6) = − 24	(f) = − 68

Und hiermit die Werthe der ausgeglichenen Helligkeitslogarithmen:

ε	i	(1)		ε	i	(2)	
80°	− 70°	533	525	80°	− 50°	608	599
60	− 50	675	673	60	− 30	730	727
40	− 30	729	734	40	− 10	769	775
20	− 10	796	802	20	+ 10	798	800
0	+ 10	814	798	0	+ 30	733	736
− 20	+ 30	755	768	20	+ 50	628	625
− 40	+ 50	661		40	+ 70	395	
− 60	+ 70	522					

ε	i	(3)		ε	i	(4)	
80°	− 30°	688	657	80°	− 10°	719	727
60	− 10	760	760	60	+ 10	785	787
40	+ 10	761	778	40	+ 30	749	743
20	+ 30	735	743	20	+ 50	621	620
0	+ 50	600	614	0	+ 70	348	346
− 20	+ 70	358	347				

ε	i	(5)		ε	i	(6)		ε	i	(7)
80°	+ 10°	753	783	80°	+ 30°	778	786	80°	+ 50°	764
60	+ 30	776	785	60	+ 50	719	711	60	+ 70	554
40	+ 50	679	655	40	+ 70	434	433			
20	+ 70	389	375							

Das arithmetische Mittel aus je zwei nebeneinanderstehenden Zahlen ist der wahrscheinlichste Werth der Helligkeitslogarithmen. Wie man sieht, ist die Uebereinstimmung eine ganz vorzügliche.

Auf diese oder wenigstens ganz ähnliche Weise wurden die an den vier zuerst genannten Substanzen angestellten Be-

Digitized by Google

obachtungen berechnet. Bei Porzellan und Gyps wurden durch Curvenzeichnen aus den beiderlei Reihen zunächst die Helligkeiten bestimmt, welche denselben Werthen von i und ε entsprechen und dann nach der soeben auseinandergesetzten Methode ausgeglichen.

Die im Folgenden mitgetheilten Tabellen, deren Anordnung keiner Erklärung bedarf, sind dann aus den ausgeglichenen Zahlen zusammengestellt worden. Es wurde auch hierbei eine Verschiedenheit der beiden Seiten der Platte, von der Normale aus, nicht angenommen, d. h. es wurde die Helligkeit, welche $+i$ und $+\varepsilon$ zugehört, gleich gesetzt derjenigen, welche bei den Winkeln $-i$ und $-\varepsilon$ stattfindet u. s. f.

Um zugleich einen Ueberblick über die völlig ausreichende Genauigkeit der Beobachtungen zu erhalten, wurde wieder die Grösse ϑ berechnet, d. i. das Mittel aller absoluten Fehlergrössen.

1. Lehm.

i \ $\varepsilon =$	-0^0	-20^0	-40^0	-60^0	-80^0	
-70	347	382	434	554	—	
-50	607	621	667	715	764	
-30	735	739	746	781	782	
-10	806	799	770	786	768	$\vartheta = 4.5 = 1\%$
$+10$	806	799	772	760	723	
$+30$	735	762	732	729	678	
$+50$	607	627	661	674	604	
$+70$	347	353	395	522	529	

2. Milchglas. (dicke Platte).

i \ $\varepsilon =$	-0^0	-20^0	-40^0	-60^0	-80^0	
-70^0	498	539	641	880	—	
-50	781	819	879	953	1002	
-30	940	937	971	981	940	
-10	992	997	989	984	937	$\vartheta = 4.6 = 1\%$
$+10$	992	986	954	972	904	
$+30$	940	929	895	890	824	
$+50$	781	787	776	754	670	
$+70$	498	503	524	545	412	

Digitized by Google

3. Sandstein IV.

i \ $\varepsilon =$	-0^0	-20^0	-40^0	-60^0	-80^0
-70^0	522	505	529	566	683
-50	764	753	741	759	793
-30	883	848	855	839	849
-10	937	905	885	882	854
$+10$	937	916	899	877	850
$+30$	883	909	883	863	802
$+50$	764	783	834	822	729
$+70$	522	534	572	664	660

$\vartheta = 6 = 1^1/_2{}^0/_0$

4. Schiefer.

i \ $\varepsilon =$	-0^0	-10^0	-20^0	-30^0	-40^0	-50^0	-60^0	-70^0	-80^0
-80^0	—	318	502	638	693	807	—	—	—
-70	639	658	759	942	939	1024	1209	—	—
-60	812	812	868	965	1031	1136	1248	1338	—
-50	909	936	969	1007	1093	1162	1257	1310	1341
-40	972	1002	1031	1062	1106	1161	1203	1261	1241
-30	1020	1004	1070	1111	1123	1120	1157	1183	1168
-20	1078	1087	1106	1086	1113	1103	1109	1129	1097
-10	1130	1110	1100	1090	1093	1080	1086	1091	1052
0	—	1129	1097	1065	1064	1054	1054	1061	1041
$+10$	1130	—	1080	1057	1022	1033	1034	1036	1019
$+20$	1078	1086	—	1045	1004	1004	1006	1005	990
$+30$	1020	1023	1045	—	984	984	989	959	956
$+40$	972	966	969	996	—	969	952	933	916
$+50$	909	911	899	912	957	—	921	904	873
$+60$	812	792	811	813	831	874	—	871	831
$+70$	639	639	646	667	692	682	780	—	818
$+80$	—	—	363	348	388	431	—	651	—

$\vartheta = 7 = 1^3/_4{}^0/_0$, [1])

1) Wurde nicht aus allen Abweichungen berechnet.

Digitized by Google

5. Gyps.

i	$\varepsilon =$ -0^0	-10^0	-20^0	-30^0	-40^0	-50^0	-60^0	-70^0	-80_0
-75^0	352	361	366	364	367	—	480	—	—
-65	523	535	548	544	566	559	622	—	—
-55	658	645	659	671	670	689	698	—	—
-45	745	738	727	735	749	741	755	774	766
-35	814	803	794	778	784	801	794	796	782
-25	875	840	836	828	824	823	824	817	798
-15	927	—	861	852	844	840	841	821	811
-5	—	—	881	868	854	846	849	840	808
$+5$	—	—	882	—	851	843	847	825	801
$+15$	927	—	—	—	823	845	826	795	769
$+25$	875	—	—	—	798	—	791	768	736
$+35$	814	—	810	—	—	—	732	710	682
$+45$	745	740	750	—	—	—	675	—	598
$+55$	658	661	659	—	—	—	—	—	527
$+65$	523	519	531	539	—	—	—	—	432
$+75$	352	357	—	331	346	—	—	—	—

$\vartheta = 4.1 = 1^0/_0$. Hier muss ϑ natürlich kleiner sein als in den späteren Fällen, weil durch Curvenzeichnen schon eine theilweise Ausgleichung stattgefunden hat.

6. Porzellan.

i	$\varepsilon =$ -0^0	-10^0	-20^0	-30^0	-40^0	-50^0	-60^0	-70^0	-80_0
-80^0	—	233	—	—	—	—	—	—	—
-70	491	482	527	518	—	—	—	—	—
-60	654	665	646	699	706	—	—	—	—
-50	745	744	784	779	789	841	—	—	—
-40	831	830	831	869	856	867	899	—	906
-30	893	—	909	896	923	903	895	922	—
-20	922	950	912	935	930	958	925	910	901
-10	943	952	965	—	959	940	987	946	898
0	—	—	959	975	970	955	949	976	919
$+10$	943	—	936	949	960	—	938	914	911
$+20$	922	—	—	—	934	932	908	895	841
$+30$	893	876	886	—	889	882	889	—	825
$+40$	831	848	836	—	—	—	803	806	744
$+50$	745	—	779	762	792	—	731	723	683
$+60$	654	651	661	668	669	—	—	—	533
$+70$	491	497	503	—	529	525	—	—	359
$+80$	—	341	—	—	—	—	238	—	—

$\vartheta = 3 = 0.7^0/_0$

Digitized by Google

Auch bei Porzellan hat, wie schon erwähnt, eine theilweise auf graphischem Wege erhaltene Ausgleichung stattgefunden, wodurch das kleine ϑ erklärt ist.

Von einer Mittheilung weiterer Ausgleichungsresultate sehe ich, obwohl ich dieselben durchgeführt habe, ab. Die mitgetheilten Tabellen reichen in vielen Fällen aus, um durch Curvenzeichnen in beliebig engen Intervallen interpoliren zu können. Auch möchte es nicht zweckmässig sein, die Abweichungen, welche die Zahlen von einem ganz regelmässigen Verlaufe zeigen, zu verdecken. Diese übersteigen sehr oft den reinen Beobachtungsfehler an Grösse und beweisen, dass ein völlig stetiger Verlauf der Helligkeitscurve nicht stattfindet. Das darf nicht verwundern, denn auch das anscheinend sehr homogene Material ist es thatsächlich weder an der Oberfläche noch in den der Oberfläche nahe gelegenen Schichten, die jedenfalls an der Lichtreflexion theilnehmen.

Auf den ersten Blick ist zu ersehen, dass die Helligkeiten im Allgemeinen bedeutend grösser sind, sobald Incidenz- und Emanationswinkel beide negative Werthe haben. Es entspricht das dem Fall, dass beide Winkel auf derselben Seite der Normalen liegen. Subtrahirt man vom Logarithmus der Helligkeit für die Werthe $-i$ und $-\varepsilon$ den für die Werthe $+i$ und $-\varepsilon$, so werden die Mittelwerthe für die einzelnen ε einen Ueberblick über die Grösse der stattfindenden Reflexe geben. Ich finde nun für diese Mittelwerthe:

	Lehm	Milchglas	Sandstein
$\varepsilon = 20^0$	0	+ 22	− 34
40	+ 14	+ 89	− 45
60	+ 35	+ 159	− 54
80	+ 77	+ 157	+ 34

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA
Digitized by Google

	Schiefer	Porzellan	Gyps
$\varepsilon = 10^0$	+ 14	− 32	+ 1
20	+ 69	+ 10	− 5
30	+ 136	+ 24	(+ 19)
40	+ 172	+ 6	+ 18
50	+ 207	+ 24	(− 1)
60	+ 223	+ 42	+ 38
70	+ 267	+ 24	+ 44
80	+ 191	+ 70	+ 76

Die Schwankungen in diesen Mittelwerthen sind zum grössten Theile dadurch verursacht, dass nicht bei allen dieselben Incidenzwinkel i vorkamen und im Allgemeinen bekanntlich die Stärke der Reflexe am grössten ist, wenn sowohl i als auch $-\varepsilon$ gross ist. Es ist ja bekannt, dass selbst Stoffe wie Gyps, Porzellan etc. bei sehr grossen Werthen von i und $-\varepsilon$ völlig wie Spiegel reflectiren.

Die Mittelzahlen für Gyps sind an sich sehr unsicher, weil oft nur wenige Differenzen benutzt werden konnten. Die unsichersten von Allen sind die in Klammern gesetzten. Aus den mitgetheilten Zahlen dürfte nun zu Genüge hervorgehen, dass die Reflexe zum Theil sehr bedeutend sind, dabei aber doch bei den verschiedenen Substanzen sehr verschieden.

Bei einem Stoffe, dem Sandsteine, findet gerade das Umgekehrte statt. Die negativen Vorzeichen der obigen Zahlen zeigen dies an.

Schon nach diesen Bemerkungen ist es klar, dass alle Theorien, welche die Helligkeiten nur von den Cosinussen von i und ε abhängig sein lassen, der Wirklichkeit nicht entsprechen können, weil sie von den so bedeutenden Reflexen keine Rechenschaft geben. Es könnte nun aber doch noch die Möglichkeit in den Vordergrund gestellt werden, dass solange i und $-\varepsilon$ in demselben Quadranten liegen, etwa das Lambert'sche Gesetz den beobachteten Thatsachen

Digitized by Google

wenigstens annähernd genügen könnte. Ich will dies in einer Form untersuchen, durch welche auch dann noch die Uebersicht erleichtert wird, wenn man sich nicht mehr allein auf eine Vergleichung mit Lambert's Gesetz (das ja doch nur aus historischen Rücksichten hier immer in den Vordergrund gestellt wird) beschränkt.

Ich habe nun alle beobachteten, in den vorhergehenden Tabellen aufgeführten Helligkeiten mit dem Lambert'schen Gesetze verglichen. Dabei zeigte sich sofort, dass man nicht daran denken kann, für $\varepsilon = 80^0$ von einer Aehnlichkeit im Verlaufe beider Zahlenreihen zu sprechen. Da nun bei so grossen ε in der That Verhältnisse stattfinden, die von einer jeden Theorie nur äusserst schwierig berücksichtigt werden können, habe ich nur einen möglichst guten Anschluss der Beobachtungen an das Lambert'sche Gesetz für Werthe von $\varepsilon < 80^0$ gesucht. Hierauf habe ich das bereits oben erklärte ϑ auch mit Ausschluss der Werthe für $\varepsilon = 80^0$ berechnet. Es ist noch zu erwähnen, dass in den Fällen, wo Beobachtungen für $i > 70^0$ vorliegen, auch diese Werthe bei der Berechnung von ϑ ausgeschlossen wurden. Aber auch so sind die gefundenen Werthe von ϑ derart, dass von einem Anschluss des Lambert'schen Gesetzes an die Beobachtungen wohl nicht die Rede sein kann, ganz abgesehen davon, dass die bei der Berechnung von ϑ ausgeschlossenen Helligkeiten in den allermeisten Fällen gar keine Aehnlichkeit mehr mit den aus jenem Gesetze gefolgerten haben.

Ich glaube also mit Recht, den oben ausgesprochenen Satz als durch die in München angestellten Beobachtungen erwiesen ansehen zu dürfen, dass nämlich das Lambert'sche Gesetz nur in Ausnahmefällen als eine Annäherung an die Wahrheit gelten darf.

Ich führe nun für die einzelnen Stoffe die Zahlen an, die zu log cos i (Lambert's Gesetz) addirt werden müssen, um die beobachteten Helligkeitslogarithmen zu geben:

Digitized by Google

1. Lehm.

i	$\varepsilon =$ -0^0	-20^0	-40^0	-60^0	-80^0
$+10^0$	-11	-18	-45	-57	-94
$+30$	-27	0	-30	-23	-84
$+50$	-25	-5	$+29$	$+42$	-28
$+70$	-11	-5	$+37$	$+164$	$+171$

$\vartheta = 33$

2. Milchglas.

i	$\varepsilon =$ -0^0	-20^0	-40^0	-60^0	-80^0
$+10^0$	$+22$	$+16$	-16	$+2$	-66
$+30$	$+25$	$+14$	-20	-25	-91
$+50$	-4	$+2$	-9	-32	-115
$+70$	-13	-9	$+13$	$+34$	-99

$\vartheta = 16$

3. Sandstein.

i	$\varepsilon =$ -0^0	-20^0	-40^0	-60^0	-80^0
$+10^0$	-29	-50	-67	-89	-126
$+30$	-28	-2	-28	-58	-109
$+50$	-17	$+2$	$+53$	$+41$	-50
$+70$	$+15$	$+27$	$+65$	$+157$	$+153$

$\vartheta = 46$

4. Schiefer.

i	$\varepsilon =$ -0^0	-10^0	-20^0	-30^0	-40^0	-50^0	-60^0	-70^0	-80^0
$+0^0$	—	—	$+7$	-25	-26	-36	-36	-29	-49
$+10$	$+47$	$+39$	$+3$	-26	-61	-50	-49	-47	-64
$+20$	$+15$	$+23$	—	-18	-59	-59	-57	-58	-78
$+30$	-8	-5	$+17$	—	-44	-44	-37	-69	-72
$+40$	-2	-8	-5	$+22$	—	-5	-22	-41	-67
$+50$	$+11$	-13	$+1$	$+14$	$+59$	—	$+23$	$+4$	-25
$+60$	$+23$	$+3$	$+22$	$+24$	$+42$	$+85$	—	$+82$	$+42$
$+70$	$+15$	$+15$	$+22$	$+43$	$+68$	$+58$	$+156$	—	$+74$
$+80$	—	—	$+33$	$+18$	$+58$	$+101$	—	$+32$	—

$\vartheta = 33$

Digitized by Google

5. Gyps.

i	$\varepsilon =$ -0^0	-10^0	-20^0	-30^0	-40^0	-50^0	-60^0	-70^0	-80^0
$+5^0$	—	—	+16	—	−15	−23	−19	−41	−65
+15	+74	—	—	—	−30	−8	−27	−58	−84
+25	+50	—	—	—	−27	—	−34	−57	−90
+35	+33	—	+29	—	—	—	−49	−71	−99
+45	+27	+22	+32	—	—	—	−53	—	−120
+55	+31	+34	+32	—	—	—	—	—	−100
+65	+29	+25	+37	+45	—	—	—	—	−62
+75	+61	+76	—	+50	+65	—	—	—	—

$\vartheta = 35$

6. Porzellan.

i	$\varepsilon =$ -0^0	-10^0	-20^0	-30	-40^0	-50	-60^0	-70^0	-80^0
$+0^0$	—	—	+5	+21	+16	+1	−5	+22	−35
+10	−4	—	−11	+2	+13	—	−9	−33	−36
+20	−5	—	—	—	+7	+5	−19	−32	−86
+30	+1	−16	−6	—	−3	−10	−3	—	−67
+40	−7	+10	−2	—	—	—	−35	−32	−94
+50	−17	—	+17	0	+30	—	−11	−39	−79
+60	−1	−2	+8	+15	+16	—	—	—	−120
+70	+2	+9	+15	—	+41	+37	—	—	−129
+80	—	+153	—	—	—	—	+50	—	—

$\vartheta = 14.$

4.

Von Wichtigkeit ist die Prüfung, ob die Spiegelbeobachtungen an jenen Substanzen, welche im Artikel (2) vorkommen, Resultate geliefert haben, die mit den zuletzt gefundenen übereinstimmen.

Mit Hülfe der Tabellen auf S. 216 ff. kann man allerdings in manchen Fällen, so bei Gyps und Porzellan, für grössere Werthe von i nur mit mässiger Sicherheit die Helligkeiten für $i = -\varepsilon$ interpoliren. Man erhält so Zahlen, die sich von den für dieselbe Substanz in Artikel 2 ge-

Digitized by Google

fundenen nur durch eine additive Constante unterscheiden sollen.

Ich habe diese Interpolation ausgeführt, indem ich die im letzten Artikel gefundenen Zahlen graphisch durch stetig verlaufende Curven darstellte und dann aus diesen Curven nach einem Verfahren, dessen Auseinandersetzung kaum nöthig sein dürfte, die Helligkeitslogarithmen T (wobei zur Vermeidung grosser Zahlen eine passend erscheinende Constante addirt worden ist) entnommen. Ich führe nun die solchergestalt sich ergebenden Differenzen $T - S$ an, wo S der betreffende in Artikel 2 gefundene Helligkeitslogarithmus ist, wie er aus den Spiegelversuchen hervorgegangen ist.

$T - S$

$i = -\varepsilon$	Lehm	Milchglas	Sandstein	Schiefer	Gyps	Porzellan
10^0	0	0	0	0	0	0
20	− 4	− 3	+ 1	− 2	− 5	+ 8
30	− 8	− 6	− 1	− 7	− 15	− 16
40	− 27	− 40	− 12	− 18	− 35	− 6
50	− 18	− 48	− 12	− 23	− 60	− 23
60	− 23	− 44	− 24	− 42	− 85 :	− 68 :
70	− 38	− 7	− 10	− 59	—	—

Diese Differenzen geben nun zu verschiedenen Bemerkungen Anlass. Die Genauigkeit der einzelnen Messungen, sowie der Verlauf der Zahlen $T - S$ dürfte es sofort klar machen, dass es sich hier nicht um zufällige Beobachtungsfehler handeln kann. Mit grosser Sicherheit ergibt sich vielmehr, dass die Spiegelversuche für grössere i durchschnittlich zu grosse Helligkeiten ergeben haben. Die Differenzen sind allerdings mit Ausnahme von Gyps und Porzellan, namentlich an den mit : bezeichneten Stellen, wo der Verlauf der Curve nur eine höchst unsichere Interpolation gestattete, nicht sehr gross. Jedoch übersteigen dieselben die voraussichtlichen Beobachtungsfehler bei Weitem und treten ausserdem in durchaus systematischer Weise auf. Es

Digitized by Google

müssen also entweder die Spiegelversuche oder die Interpolation aus den in Artikel 3 berechneten ausführlicheren Reihen systematische Fehler aufweisen. Nach der ganzen Art der Beobachtungsmethode glaube ich nicht, dass in den Resultaten des Artikel 3 irgend welche constante Fehler stecken können und ich war anfangs geneigt, den Spiegelversuchen nur ein geringes Gewicht zuzuschreiben. Dass diese in der That nicht völlig einwurfsfrei sind, werde ich näher begründen. Trotzdem aber wird man doch nicht ohne weiters überall, wo diese eine stärkere Abweichung zeigen, alles den Mängeln der angewandten Beobachtungsmethode zuschreiben dürfen. Es lassen sich nämlich Möglichkeiten anführen, die die gefundenen Differenzen sehr wohl erklären können. Wären diese Möglichkeiten nicht vorhanden, so hätte ich wahrscheinlich die Resultate der Spiegelversuche ganz unterdrückt, obwohl ich glaube, dass dieselben unter allen Umständen ein gewisses Interesse verdienen.

Ueberblicken wir zuerst die Umstände, welche die Resultate der Spiegelversuche in systematischer Weise beeinflussen können, so könnten hier etwa folgende Eventualitäten in Frage kommen:

1. Die linearen Abmessungen (l) könnten immer in demselben Sinne fehlerhaft ausgefallen sein. Wenn aber bedacht wird, dass es hier auf die Abmessung der gebrochenen Linie: Lampe — Spiegel — Platte ankommt und infolge der mehrfachen Verstellungen, welche der Apparat erfahren hat, sehr oft eine Aenderung der immer möglichst genau bestimmten Reductionsgrössen eingetreten ist, so muss diese Eventualität als sehr wenig wahrscheinlich abgewiesen werden.

2. Soll die Bedingung $i = -\varepsilon$ wirklich erfüllt sein, so muss die Normale des kleinen Spiegels, den Winkel zwischen den Richtungen nach der Lichtquelle und dem be-

Digitized by Google

leuchteten Theile der Platte halbiren. Hier genügt aber eine ungefähre Orientirung. Es können nämlich zweierlei Abweichungen von der genannten Lage auftreten. Erstens kann die Spiegelnormale ein klein wenig ausserhalb der durch die genannten beiden Richtungen definirten Ebene liegen. Zweitens aber kann die Spiegelnormale innerhalb der Ebene den erwähnten Winkel nicht genau halbiren. Der erste Fehler verfälscht nur die kleineren Winkelwerthe von i in merkbarem Betrage und wird, da die Helligkeit in diesem Falle stets wenig variirt, nicht von Belang sein können. Der zweite Fehler aber verschwindet, wenn man die bei positivem und einem gleich grossen negativen Werthe von i gemessenen Helligkeiten in ein Mittel vereinigt. Aus diesem Grunde wurden die Messungen stets völlig symmetrisch zu beiden Seiten der Normale der Platte ausgeführt. In den am Schlusse mitgetheilten Zahlen müsste also eine solche Fehlerquelle bemerkbar sein und im Mittel würde eine solche nahezu verschwinden. Die Beobachtungen zeigen überdies nichts Aehnliches.

3. Es ist nicht zu leugnen, dass nicht bei allen Einstellungen genau dieselben Spiegeltheile wirksam sind und da der angewandte Spiegel gewiss keiner war, der den höchsten Anforderungen entsprechen könnte, so können sehr wohl systematische Fehler dadurch verursacht worden sein. Daraus aber, dass wenn man die Abweichungen $T - S$ nach den abgelesenen l ordnet, ein ganz offenbarer Gang nicht ersichtlich ist, möchte ich doch schliessen, dass dieser Fehler nicht sehr bedeutend gewesen sein kann. Immerhin liegt hier in der That ein Punkt vor, welcher ernstere Zweifel an der völligen Richtigkeit der Spiegelbeobachtungen zulässt. Ich bin auch geneigt einen Theil der Abweichungen bei Porzellan und Gyps hierin zu suchen. Trotzdem möchte ich aber noch auf einen Umstand aufmerksam machen, der dieselbe Wirkung haben kann. Es ist sehr wohl möglich, dass

Digitized by Google

die Helligkeitscurven in der Nähe der Stellen $i = -\varepsilon$ anders geformt sein können, als die Interpolation aus den obigen Tabellen ergiebt. Mit andern Worten, die dort gewählten Intervalle sind in diesem Falle nicht ausreichend zu einer genügend zuverlässigen Interpolation. Ein ganz ähnliches Vorkommen zeigt, wie ich nachgewiesen habe,[1]) der Saturnring. Die Helligkeitscurve desselben zeigt in der Nähe der Stelle $i = -\varepsilon$ ein Anwachsen, auf das man durch Interpolation nicht schliessen würde. Dass ähnliche Verhältnisse auch bei den zerstreut reflectirenden Oberflächen vorkommen können, dürfte kaum zu bezweifeln sein.

5.

Es ist schon oben bemerkt worden, dass die optischen Vorgänge an zerstreut reflectirenden Substanzen sehr verwickelter Natur sind und dass es nicht wahrscheinlich ist, die beobachteten Eigenthümlichkeiten solcher Substanzen im Einzelnen durch eine allgemeine Theorie erklären zu können. Ganz von selbst drängt sich die Vorstellung auf, dass sowohl regelmässige Reflexionen an der Oberfläche der genannten Substanzen, als auch ein Zurückwerfen des Lichtes aus tiefer gelegenen Schichten stattfindet. Beide Vorgänge treten zu gleicher Zeit und in mehr oder weniger coordinirter Weise auf, weshalb es im Allgemeinen der Wirklichkeit nicht entsprechen dürfte, wenn nur einer derselben zur Erklärung der beobachteten Erscheinungen herangezogen wird. Im Allgemeinen werden nur Stoffe, die einen gewissen Grad von Rauhigkeit an der betrachteten Oberfläche zeigen, zu den zerstreut reflectirenden gerechnet werden, die Grenze aber, wo dies stattfindet, kann wohl in der Theorie, nicht aber in der Praxis definirt werden. Man weiss seit

1) Zur Theorie der Beleuchtung der grossen Planeten. Denkschriften der Münchener Akademie der Wissenschaften 1887.

Digitized by Google

Fresnel, dass bei grossen Einfalls- und Reflexionswinkeln Oberflächen von erheblicher Rauhigkeit vollständige Spiegelbilder ausgedehnterer Objecte liefern, woraus man den Schluss ziehen wird, dass solche Reflexionen, wenn auch nur von sehr kleinen Theilen der Fläche, auch bei andern Einfallswinkeln stattfinden werden. Solche Reflexionen werden sich dadurch bemerkbar machen, dass die betrachtete Fläche einen gewissen Glanz zeigt. In der Natur kommen alle Zwischenstufen zwischen vollkommen matten bis spiegelglatten Oberflächen vor, vielleicht nur mit der Ausnahme, dass beide Enden dieser Reihe niemals auftreten. Dass aber bei vielen Stoffen das Licht in gewisse Tiefen eindringt, ist schon durch das Vorhandensein der specifischen Körperfarbe erwiesen. Instructiv in dieser Beziehung ist die Betrachtung pulverisirter Farbstoffe. Je feiner das Pulver, desto weisslicher erscheint seine Farbe, weil das Licht eben nur von den obersten Schichten zurückgeworfen wird.

Bisher wurde die Photometrie zerstreut reflectirender Substanzen theoretisch nur in den beiden erwähnten einseitigen Richtungen verfolgt. Als die in ihrer Art consequentesten Betrachtungen sind die von Bouguer und neuerdings von Lommel angestellten anzusehen. Während jener Physiker die ganze Erscheinung auf einzelne regelmässige Reflexionen zurückzuführen sucht, verfolgt dieser die Bedingungen, welche die mit dem Eindringen des Lichtes in die Substanz auftretende Absorption nach sich zieht.

Ich möchte hier die Bouguer'sche Vorstellung, der in der Hauptsache freilich nur eine historische Bedeutung beigemessen werden kann, auf etwas allgemeinerer Grundlage verfolgen.

Die Oberfläche der zerstreut reflectirenden Substanz werde als eine Ebene betrachtet. Diese Ebene bezeichnet zwar die Grenze zwischen Substanz und Luft, aber sie thut es nur (wegen der Rauhheit der Oberfläche) im Grossen und

Digitized by Google

Ganzen. Die einzelnen Flächenelemente können über dieselbe hinausragen oder dieselbe auch nicht erreichen. Jedenfalls steht nichts im Wege, anzunehmen, dass die Flächenelemente als kleine Spiegel angesehen werden, welche sehr verschiedene und innerhalb gewisser Grenzen beliebige Neigungen gegen die genannte Ebene haben. Wird angenommen, dass diese Spiegel nach dem gewöhnlichen Reflexionsgesetz wirken, so werden nur jene Licht dem Beobachter zusenden, deren Normale den Winkel: Lichtquelle — Spiegel — Beobachter halbiren. Der letztere Winkel werde mit x bezeichnet, während n die Anzahl der kleinen Spiegel sei, welche die genannte Bedingung erfüllen. Dann wird das ganze betrachtete Flächenstück, wenn Licht und Beobachter in grosser Entfernung angenommen werden, die Lichtmenge

$$q = k\,n\,f\left(\frac{x}{2}\right)$$

dem Beobachter zusenden, wo k eine Constante ist und f die Abhängigkeit der Intensität des reflectirten Lichtstrahles vom Einfallswinkel $\frac{x}{2}$ ausdrückt. Bezeichnet ferner δ den Winkel der Normale der wirksamen Spiegel mit der Normalen der Grenzebene der Substanz und ω das Azimuth derselben in Bezug auf dieselbe Ebene und von einem beliebigen Anfang gerechnet, so wird

$$n = \varphi\,(\delta, \omega)$$

und das Functionszeichen φ ist für die betreffende Substanz characteristisch, weil es die Häufigkeit der verschiedenen Spiegelrichtungen angiebt. Es ergibt sich jetzt:

$$q = k\,\varphi\,(\delta, \omega)\;f\left(\frac{x}{2}\right) \qquad (1)$$

Es erübrigt nur noch, δ und ω durch die üblichen Grössen anzugeben. Ist ω_0 das Aizmuth des unter dem

Digitized by Google

Incidenzwinkel i einfallenden Strahlenbündels, $A + \omega_0$ und ε dieselben Grössen für die reflectirten Strahlen, so ergiebt sich sofort:

$$\cos x = \cos i \cos \varepsilon + \sin i \sin \varepsilon \cos A$$

$$\sqrt{2} \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{1 + \cos i \cos \varepsilon + \sin i \sin \varepsilon \cos A}$$

und mit Hilfe dieser Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} 2 \cos \frac{x}{2} \sin \delta \sin (\omega - \omega_0) &= \sin \varepsilon \sin A \\ 2 \cos \frac{x}{2} \sin \delta \cos (\omega - \omega_0) &= \sin i + \sin \varepsilon \cos A \\ 2 \cos \frac{x}{2} \cos \delta \qquad\qquad &= \cos i + \cos \varepsilon \end{aligned}\right\}$$

Bei den in den früheren Artikeln besprochenen Beobachtungen war $A = 0$ oder 180^0. Im ersten Falle ist

$$\delta = \frac{i + \varepsilon}{2}; \; x = \pm (i - \varepsilon)$$

Im zweiten Falle hat man

$$\delta = \pm \left(\frac{i - \varepsilon}{2}\right); \; x = i + \varepsilon$$

Die Beleuchtungsgesetze stellen sich also in den beiden Formen dar:

$$\left.\begin{aligned} q &= k \varphi \left(\frac{i + \varepsilon}{2}\right) f \left[\pm \left(\frac{i - \varepsilon}{2}\right)\right] \\ \text{oder} \qquad q &= k \varphi \left[\pm \left(\frac{i - \varepsilon}{2}\right)\right] f \left(\frac{i + \varepsilon}{2}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Hierin ist φ eine ganz willkürliche Function, während dies f nur insoweit ist, als man die Abhängigkeit der Intensität des reflectirten Lichtes von dem Einfallswinkel beliebig voraussetzen darf. Weitere Folgerungen an die an-

Digitized by Google

gestellten Betrachtungen zu knüpfen, scheint mir nicht am Platze. Die von Lommel[1]) zuerst consequent durchgeführte Absorptionstheorie führt auf die Formel

$$q = \gamma \cdot \frac{\cos i \cos \varepsilon}{k \cos i + \cos \varepsilon} \tag{3}$$

worin k eine positive constante Zahl bedeutet. Kürzlich[2]) hat derselbe Physiker die Vorstellungen, welche der Formel (3) zu Grunde liegen, verallgemeinert, indem er die Annahme verfolgte, dass jedes Volumenelement des in Frage kommenden Stoffes nicht nur von der Lichtquelle, sondern auch von den benachbarten Volumenelementen beleuchtet wird. Wie es scheint lässt sich dieser Vorgang nicht durch eine leicht berechenbare Formel ausdrücken. Begnügt man sich indessen mit den beiden ersten Gliedern einer gewissen Reihenentwicklung, zu der das Problem von selbst auffordert, so ergibt sich der Ausdruck (das in (3) vorkommende $k = 1$ gesetzt):

$$q = \gamma \cdot \frac{\cos i \cos \varepsilon}{\cos i + \cos \varepsilon} \left\{ 1 + \mu \log \left[(1 + \cos i)^{\cos i} (1 + \cos \varepsilon)^{\cos \varepsilon} \right] \right\} \tag{4}$$

Die Formeln (3) und (4) setzen eine ganz bestimmte Eigenschaft der einzelnen Theile der betrachteten Substanz voraus, nämlich, dass sie die Fähigkeit haben sollen, das empfangene Licht nach allen Seiten mit gleicher Intensität abzugeben; ferner ist die Annahme gemacht worden, dass die Absorption in allen Richtungen gleich stark sei. Es dürfte nun wohl kaum einem Zweifel unterliegen, dass diese Annahme alle in der Natur vorkommenden Fälle nicht umfassen kann. Lässt man sie aber fallen, so sieht man sofort,

1) Wiedemann's Annalen Bd. 10, S. 449 ff.; vergleiche auch: Vierteljahrsschr. d. Astron. Ges. Bd. 21, p. 217.

2) Sitzungsberichte der math.-phys. Classe der k. Akademie in München 1887 p. 95.

Digitized by Google

dass man ganz ohne Rechnung die Behauptung aufstellen kann: die Berücksichtigung nur der Absorption, auch ohne Rücksichtsnahme auf eine Oberflächenreflexion, erklärt jedes beobachtete photometrische Verhalten, wenn nur über die Art der Lichtabgabe in den tiefer gelegenen Schichten passende Annahmen gemacht werden. Ohne bestimmte Annahmen wird man wohl keine eigentliche Theorie der Beleuchtung zerstreut reflectirender Substanzen, die erst durch die Beobachtung verificirt werden soll, ausarbeiten können. Aber auch die gewöhnlichen photometrischen Beobachtungen, wie sie z. B. hier vorliegen, werden die physikalischen Vorgänge, welche bei der Beleuchtung der genannten Stoffe eintreten, kaum aufhellen können. Diese Vorgänge sind bisher noch wenig studirt worden und dürfen als noch sehr wenig bekannt bezeichnet werden.

Schiesslich wäre noch zu erwähnen, was ich schon vor längerer Zeit an verschiedenen Orten wiederholt hervorgehoben habe und was auch sonst ziemlich allgemein bekannt, wenngleich von manchen Seiten immer noch nicht gehörig berücksichtigt worden ist, dass das sogenannte Lambert'sche Gesetz bisher weder theoretisch aus zulässigen Betrachtungen abgeleitet worden ist, noch sich, wie die mitgetheilten Beobachtungen ergeben, empirisch bestätigt. Von einigem formalen Interesse wird es vielleicht sein, wenn ich hervorhebe, dass es sich nicht als specieller Fall aus den Bouguer'schen Vorstellungen, wie manchmal behauptet worden, ergibt. Es lässt sich leicht zeigen, dass die Formel (2) durch passende Wahl von φ und f nicht in die Lambert'sche Formel übergeführt werden kann, ausser für ganz specielle Werthe von i und ε.

6.

Zum Schlusse wird es nicht unpassend sein, noch einige Bemerkungen speciell über die Rolle, welche die Beleuchtung

Digitized by Google

zerstreut reflectirender Substanzen in der Astronomie spielt, zu machen.

Dass die weitgehenden Schlüsse in Bezug auf die physikalischen Eigenschaften der Planetenoberflächen, welche bis jetzt beinahe ausschliesslich auf Grundlage der Lambert'schen Formel und hieraus abgeleiteter Albedowerthe aufgebaut worden sind, zum grössten Theile illusorisch sind, habe ich an einem andern Orte[1]) näher beleuchtet. Die Photometrie der Planeten (mit Ausnahme einiger Fälle, zu denen ich das Saturnsystem[2]) rechne) bietet in der That solche Schwierigkeiten dar, dass ein Zweifel an der Möglichkeit der endgültigen Bewältigung derselben gerechtfertigt sein dürfte. Nur wenn der Planet von einer verhältnissmässig dichten Atmosphäre umgeben ist, dürften die Umstände günstiger liegen. Dort wird mit einiger Wahrscheinlichkeit das einfache Absorptionsgesetz (3) oder (4) den thatsächlichen Verhältnissen annähernd entsprechen, obwohl eine einwurfsfreie Begründung dieser Meinung bis jetzt noch nicht ausführbar ist. Dagegen wird eine theoretische Berechnung der Abhängigkeit der von einem Planeten ausgesandten Lichtmenge von der Phase kaum möglich sein, wenn jene in der Hauptsache von einer festen, etwa unserer Erde ähnlichen Oberfläche herrührt. Man stelle sich nur vor, welche photometrischen Verhältnisse unsere Erde einem Beobachter z. B. auf dem Planeten Mars darbieten muss! Die Oberfläche der Erde, wird zum grossen Theile von Wassermassen bedeckt, welche das Licht nicht nur zerstreut reflectiren, sondern auch zum grossen Theil nach den gewöhnlichen Spiegelgesetzen zurückwerfen. Aber auch der letztere Vorgang geschieht hier unter sehr verwickelten Umständen, denn die Meere bilden durchaus keine

---

1) Vierteljahresschrift der Astron. Ges. 21.

2) Zur Theorie der Beleuchtung der grossen Planeten etc. a. a. O.

Digitized by Google

glatten Flächen, sondern befinden sich fortwährend in einem Zustande mehr oder weniger grosser Unruhe. Welch' complicirte Lichtreflexe an einer unruhigen Wasserfläche auftreten, davon kann man sich aber, wenigstens im kleinen Massstabe, oft genug überzeugen. Hierzu kommen noch die anderen heterogenen Theile der Erdoberfläche mit ihren verschiedenen Farben- und Helligkeitsabstufungen. Welchen verschiedenen Anblick gewähren nicht ausgedehnte Schneemassen, bewaldete, mit Gras bedeckte oder sterile Landstriche etc., von den nicht zu vernachlässigenden Gebirgszügen mit ihren Schatten gar nicht zu reden. Nach welch' verschiedenen Gesetzen solche, in einiger Entfernung durchaus das Aussehen zerstreut reflectirender Flächen darbietende Landstrecken das Licht zurückwerfen, davon kann man sich sehr leicht durch den Augenschein überzeugen. Geht man über eine mit frisch gefallenem Schnee bedeckte Ebene, welche vom Monde[1]) beleuchtet wird, so fällt es auf den ersten Blick auf, dass die in gleichem Azimuth mit dem Mond sich befindenden Theile bei weitem am hellsten erscheinen. Von hier nimmt die Helligkeit nach beiden Richtungen ab und erreicht ihr Minimum in einem von dem früheren um 180° verschiedene Azimuthe. Gerade das Gegentheil bemerkt man mit gleicher Deutlichkeit, wenn man die Helligkeitsvertheilung auf einem etwa mit kurz geschnittenem Gras oder Stoppeln bewachsenen oder auch mit frisch aufgeworfener Ackererde bedeckten Felde studirt. Hier sind ganz entschieden diejenigen Theile die am wenigsten hellen, welche sich mit dem Monde in gleichem Azimuthe befinden und die Helligkeit nimmt von hier aus bis zum diametral gelegenen Puncte fortwährend zu. Eine Erklärung

1) Mondbeleuchtung ist günstiger als der helle Sonnenschein, weil bei ihr die Einzelheiten mehr zu Gunsten der allgemeinen Erscheinung in den Hintergrund treten.

Digitized by Google

dieser Erscheinung ist leicht gegeben. Sie beruht auf ganz gleichen Ueberlegungen, welche bekanntlich zur Erklärung des sogenannten „Heiligenscheines", der um den Kopf der Schattenfigur eines Beobachters auf freiem Felde unter Umständen bemerkt wird,[1]) herangezogen werden. Ein ähnliches Vorkommnis wurde oben am Sandstein beobachtet. — Nach dem Gesagten wird aber die von der Erde ausgesandte Lichtquantität sich in äusserst complicirter Weise zusammensetzen. Sie wird offenbar eine Periode von nahe 24 Stunden aufweisen und wenn die Beobachtungen so ausgeführt sind, dass diese Periode durch andere Umstände verwischt erscheint, wird sich in den Messungen ein gewisser mittlerer Zustand der Erdoberfläche aussprechen. Was wir aber darunter in physikalischem Sinne zu verstehen hätten, ist kaum zu definiren. Nur soviel ist sicher, dass ein solcher mittlerer Zustand photometrisch so zum Ausdruck kommen wird, dass ein Rückschluss auf die speciellere Beschaffenheit der Erdoberfläche kaum möglich sein dürfte.

Was hier von der Erde gesagt wurde, deren Lichtquantitäten einem Marsbewohner eine nicht sicher zu erklärende Lichtcurve darbieten werden, gilt voraussichtlich in ähnlicher Weise für den Beobachter auf der Erde, wenn derselbe die Planeten Mercur, Venus und Mars betrachtet, die wahrscheinlich keine sehr dichte Atmosphäre haben. Die Lichtcurven, welche die Abhängigkeit der Lichtmenge von der Phase angeben, werden hier in sehr verschiedener Form auftreten und eine dem betreffenden Planeten eigenthümliche Gestalt annehmen. Die Beobachtungen scheinen dies bei Mercur und Venus zu bestätigen und machen es also wenig

---

2) Vergl. u. A. v. Winterfeld: Gilbert's Annal. XVIII pg. 57, 1804; Brandes an demselben Orte XIX pg. 366; Lommel: Poggendorff's Annalen Bd. 150 pg. 10.

Digitized by Google

wahrscheinlich in Bezug auf diese Planeten mit Sicherheit mehr aussagen zu können, als dass bei ihnen keine so dichte Atmosphäre vorhanden ist, welche im Stande wäre die von den festen Oberflächentheilen ausgesandten Lichtmengen wesentlich zu verdecken.

7. Die Beobachtungen.

1. Lehm.

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
+80°	−70°	58.4	+80°	−50°	63.5	+80°	−30°	69.9
+60	−50	68.8	+60	−30	73.1	+60	−10	75.9
+40	−30	73.2	+40	−10	76.5	+40	+10	76.0
+20	−10	79.1	+20	+10	79.1	+20	+30	73.8
0	+10	80.7	0	+30	73.4	0	+50	63.2
−20	+30	75.4	−20	+50	65.0	−20	+70	47.8
−40	+50	67.7	−40	+70	49.7			
−60	+70	57.7						

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
+80°	−10°	72.2	+80°	+10°	76.6	+80°	+30	79.6
+60	+10	77.9	+60	+30	78.7	+60	+50	74.4
+40	+30	74.7	+40	+50	70.4	+40	+70	53.6
+20	+50	64.5	+20	+70	50.4			
0	+70	47.1						

$\varepsilon = +80°$		$\varepsilon = +60°$		$\varepsilon = +40°$	
i	l	i	l	i	l
−70°	56.1	−50°	67.0	−30°	82.3
−50	61.0	−30	71.3	−10	86.3
−30	65.2	−10	74.0	+10	86.6
−10	70.6	+10	76.4	+30	83.2
+10	75.4	+30	76.2	+50	75.2
+30	75.7	+50	70.0	+70	58.2
+50	73.8	+70	58.4		

Digitized by Google

$\varepsilon = +20^0$		$\varepsilon = 0^0$		$\varepsilon = -20^0$	
i	l	i	l	i	l
-10^0	87.2	$+10^0$	87.0	$+30^0$	82.8
$+10$	87.0	$+30$	81.0	$+50$	70.2
$+30$	81.5	$+50$	70.4	$+70$	51.0
$+50$	70.7	$+70$	51.7		
$+70$	53.3				

2. **Milchglas** (dicke Platte).

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
$+80^0$	-70^0	51.1	$+80^0$	-50^0	69.2	$+80^0$	-30^0	74.3
$+60$	-50	75.6	$+60$	-30	87.6	$+60$	-10	88.5
$+40$	-30	89.6	$+40$	-10	95.0	$+40$	$+10$	90.0
$+20$	-10	98.2	$+20$	$+10$	99.6	$+20$	$+30$	84.8
0	$+10$	98.2	0	$+30$	93.1	0	$+50$	71.4
-20	$+30$	91.1	-20	$+50$	78.4	-20	$+70$	52.3
-40	$+50$	77.3	-40	$+70$	57.9			
-60	$+70$	59.2						

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
$+80^0$	-10^0	82.6	$+80^0$	$+10^0$	83.6	$+80^0$	$+30^0$	86.9
$+60$	$+10$	91.4	$+60$	$+30$	90.2	$+60$	$+50$	88.5
$+40$	$+30$	88.4	$+40$	$+50$	80.0	$+40$	$+70$	61.6
$+20$	$+50$	74.6	$+20$	$+70$	54.7			
0	$+70$	52.4						

$\varepsilon = +80^0$		$\varepsilon = +60^0$		$\varepsilon = +40^0$	
i	l	i	l	i	l
-70^0	46.4	-50^0	71.4	-30^0	76.4
-50	62.2	-30	84.3	-10	82.7
-30	74.8	-10	92.4	$+10$	86.6
-10	82.4	$+10$	92.8	$+30$	85.3
$+10$	87.3	$+30$	92.6	$+50$	75.8
$+30$	85.5	$+50$	90.6	$+70$	57.6
$+50$	92.2	$+70$	82.9		

Digitized by Google

$\varepsilon = +20^0$		$\varepsilon = 0^0$		$\varepsilon = -20^0$	
i	l	i	l	i	l
-10^0	87.4	$+10^0$	88.4	$+30^0$	81.9
$+10$	88.5	$+30$	82.8	$+50$	68.7
$+30$	83.0	$+50$	68.7	$+70$	49.1
$+50$	72.4	$+70$	49.1		
$+70$	51.4				

3. Sandstein IV.

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
$+80^0$	-70^0	62.2	$+80^0$	-50^0	69.7	$+80^0$	30^0	79.3
$+60$	-50	75.0	$+60$	-30	80.8	$+60$	-10	84.3
$+40$	-30	81.2	$+40$	-10	85.2	$+40$	$+10$	84.7
$+20$	-10	85.6	$+20$	$+10$	85.5	$+20$	$+30$	81.6
0	$+10$	88.2	0	$+30$	81.8	0	$+50$	74.7
-20	$+30$	84.3	-20	$+50$	74.4	-20	$+70$	56.5
-40	$+50$	77.1	-40	$+70$	58.1			
-60	$+70$	63.4						

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
$+80^0$	-10^0	80.2	$+80^0$	$+10^0$	80.9	$+80^0$	$+30^0$	78.8
$+60$	$+10$	83.2	$+60$	$+30$	80.1	$+60$	$+50$	72.1
$+40$	$+30$	81.4	$+40$	$+50$	71.1	$+40$	$+70$	54.2
$+20$	$+50$	72.3	$+20$	$+70$	52.9			
0	$+70$	54.6						

$\varepsilon = +80^0$		$\varepsilon = +60^0$		$\varepsilon = +40^0$	
i	l	i	l	i	l
-70^0	75.2	-50^0	92.8	-30^0	88.0
-50	80.1	-30	96.5	-10	88.7
-30	87.3	-10	97.6	$+10$	88.4
-10	92.4	$+10$	98.4	$+30$	84.3
$+10$	92.2	$+30$	92.4	$+50$	74.1
$+30$	92.4	$+50$	84.2	$+70$	58.8
$+50$	86.4	$+70$	68.2		
$+70$	76.1				

Digitized by Google

$\varepsilon = +20^0$		$\varepsilon = 0^0$		$\varepsilon = -20^0$	
i	l				
-10^0	92.0	$+10^0$	94.2	$+30^0$	94.5
$+10$	91.5	$+30$	91.3	$+50$	81.7
$+30$	86.3	$+50$	78.0	$+70$	62.0
$+50$	76.6	$+70$	60.0		
$+70$	59.1				

4. Schiefer.

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
$+80^0$	-70^0	73.6	$+80^0$	-60^0	56.8	$+80^0$	-50^0	66.1
$+70$	-60	79.5	$+70$	-50	62.2	$+70$	-40	71.6
$+60$	-50	84.1	$+60$	-40	64.2	$+60$	-30	74.1
$+50$	-40	88.4	$+50$	-30	67.2	$+50$	-20	75.5
$+40$	-30	92.7	$+40$	-20	69.9	$+40$	-10	77.9
$+30$	-20	97.5	$+30$	-10	73.3	$+30$	0	81.5
$+20$	-10	102.3	$+20$	0	76.9	$+20$	$+10$	83.9
$+10$	0	107.4	$+10$	$+10$	77.9	$+10$	$+20$	83.6
0	$+10$	106.9	0	$+20$	74.5	0	$+30$	77.4
-10	$+20$	102.2	-10	$+30$	70.5	-10	$+40$	72.8
-20	$+30$	98.0	-20	$+40$	65.8	-20	$+50$	67.4
-30	$+40$	92.8	-30	$+50$	61.4	-30	$+60$	60.6
-40	$+50$	88.1	-40	$+60$	55.9	-40	$+70$	52.9
-50	$+60$	80.0	-50	$+70$	47.6	-50	$+80$	39.3
-60	$+70$	71.8						
-70	$+80$	61.9						

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
$+80^0$	-40^0	72.1	$+80^0$	-30^0	78.3	$+80^0$	-20^0	76.0
$+70$	-30	75.9	$+70$	-20	82.8	$+70$	-10	81.6
$+60$	-20	79.7	$+60$	-10	85.6	$+60$	0	82.5
$+50$	-10	82.4	$+50$	0	87.4	$+50$	$+10$	85.4
$+40$	0	86.2	$+40$	$+10$	89.9	$+40$	$+20$	87.9
$+30$	$+10$	88.6	$+30$	$+20$	90.5	$+30$	$+30$	88.3
$+20$	$+20$	90.5	$+20$	$+30$	88.8	$+20$	$+40$	81.4
$+10$	$+30$	84.0	$+10$	$+40$	82.1	$+10$	$+50$	72.2
0	$+40$	78.6	0	$+50$	73.5	0	$+60$	63.4
-10	$+50$	72.1	-10	$+60$	64.5	-10	$+70$	51.3
-20	$+60$	63.9	-20	$+70$	53.5	-20	$+80$	35.1
-30	$+70$	54.7	-30	$+80$	36.9			
-40	$+80$	37.4						

Digitized by Google

ε	i	l
$+80^0$	-10^0	82.6
$+70$	0	86.8
$+60$	$+10$	89.7
$+50$	$+20$	91.3
$+40$	$+30$	91.1
$+30$	$+40$	86.4
$+20$	$+50$	76.7
$+10$	$+60$	64.8
0	$+70$	52.4

ε	i	l
$+80^0$	$+0^0$	85.2
70	10	89.6
60	20	91.5
50	30	91.7
40	40	90.2
30	50	81.1
20	60	67.6
10	70	54.3

ε	i	l
$+80^0$	$+10^0$	81.5
$+70$	$+20$	88.5
$+60$	$+30$	93.8
$+50$	$+40$	93.7
$+40$	$+50$	86.5
$+30$	$+60$	74.5
$+20$	$+70$	58.1
$+10$	$+80$	39.6

ε	i	l
$+80^0$	$+20^0$	87.9
$+70$	$+30$	95.9
$+60$	$+40$	99.6
$+50$	$+50$	96.2
$+40$	$+60$	81.5
$+30$	$+70$	65.5
$+20$	$+80$	44.6

ε	i	l
$+80^0$	$+30^0$	93.4
$+70$	$+40$	102.1
$+60$	$+50$	103.9
$+50$	$+60$	92.6
$+40$	$+70$	72.9
$+30$	$+80$	50.7

ε	i	l
$+80^0$	$+40^0$	118.2
$+70$	$+50$	127.0
$+60$	$+60$	116.8
$+50$	$+70$	92.7
$+40$	$+80$	62.2

ε	i	l
$+80^0$	$+50^0$	131.6
$+70$	$+60$	128.0
$+60$	$+70$	112.1
$+50$	$+80$	72.1

$\varepsilon = +80^0$	
i	l
-70^0	81.8
-60	81.8
-50	85.4
-40	91.2
-30	94.5
-20	100.0
-10	101.7
0	103.9
$+10$	107.1
$+20$	112.0
$+30$	121.4
$+40$	131.7
$+50$	148.0

$\varepsilon = +70^0$	
i	l
-60^0	84.2
-50	86.0
-40	90.0
-30	93.1
-20	97.2
-10	100.5
0	103.7
$+10$	107.7
$+20$	114.3
$+30$	121.6
$+40$	130.4
$+50$	139.3
$+60$	146.9

$\varepsilon = +60^0$	
i	i
-50^0	82.3
-40	86.0
-30	89.3
-20	91.2
-10	93.0
0	95.7
$+10$	98.2
$+20$	101.5
$+30$	106.3
$+40$	113.2
$+50$	120.0
$+60$	121.3
$+70$	115.2

Digitized by Google

$\varepsilon = +50^0$

i	l
-40^0	91.0
-30	91.7
-20	94.3
-10	97.5
0	99.1
$+10$	102.1
$+20$	104.1
$+30$	107.8
$+40$	111.5
$+50$	110.9
$+60$	105.9
$+70$	94.8
$+80$	73.8

$\varepsilon = +40^0$

i	l
-30^0	82.6
-20	84.9
-10	87.7
0	92.0
$+10$	96.7
$+20$	98.3
$+30$	100.4
$+40$	97.6
$+50$	95.1
$+60$	90.0
$+70$	78.7
$+80$	60.6

$\varepsilon = +20^0$

i	l
-10^0	101.8
0	104.4
$+10$	106.3
$+20$	105.3
$+30$	101.3
$+40$	95.9
$+50$	91.4
$+60$	82.2
$+70$	71.5
$+80$	52.5

$\varepsilon = 0^0$

i	l
$+10^0$	100.6
$+20$	94.8
$+30$	88.1
$+40$	81.9
$+50$	77.9
$+60$	68.5
$+70$	57.5

$\varepsilon = -20^0$

i	l
$+30^0$	97.2
$+40$	90.0
$+50$	82.4
$+60$	74.9
$+70$	62.8
$+80$	47.3

$\varepsilon = -30^0$

i	l
$+40^0$	95.2
$+50$	87.9
$+60$	78.1
$+70$	65.3
$+80$	47.6

$\varepsilon = -40^0$

i	l
$+50^0$	89.4
$+60$	78.1
$+70$	66.0
$+80$	49.0

Digitized by Google

5. Gyps.

ε	i	l
$+80^0$	-45^0	62.2
$+75$	-40	67.0
$+70$	-35	70.8
$+65$	-30	75.3
$+60$	-25	80.3
$+55$	-20	82.1
$+45$	-10	84.3
$+35$	0	86.0
$+25$	$+10$	84.7
$+15$	$+20$	84.4
$+5$	$+30$	82.6
0	$+35$	80.3
-5	$+40$	76.4
-10	$+45$	74.8
-15	$+50$	71.3
-20	$+55$	67.5
-25	$+60$	63.7
-30	$+65$	58.8
-35	$+70$	53.9
-40	$+75$	47 1

ε	i	l
$+75^0$	-30^0	74 8
$+70$	-25	78.3
$+65$	-20	80.0
$+55$	-10	83.9
$+45$	0	86.8
$+35$	$+10$	86.3
$+25$	$+20$	85.6
$+15$	$+30$	83.5
$+10$	$+35$	82.2
$+5$	$+40$	79.3
0	$+45$	75.3
-5	$+50$	73.1
-10	$+55$	70.1
-15	$+60$	63.5
-20	$+65$	59.5
-25	$+70$	54.6
-30	$+75$	47.8

ε	i	l
$+80^0$	-25^0	68.3
$+75$	-20	70.1
$+65$	-10	74.8
$+55$	0	76.4
$+45$	$+10$	78.2
$+35$	$+20$	77.0
$+30$	$+25$	75.9
$+25$	$+30$	74.4
$+20$	$+35$	73.4
$+15$	$+40$	71.3
$+10$	$+45$	68.9
$+5$	$+50$	66.1
0	$+55$	62.1
-5	$+60$	57.6
-10	$+65$	53.2
-15	$+70$	47.2

ε	i	l
$+80^0$	-15^0	83.2
$+75$	-10	86.1
$+65$	0	90.8
$+55$	$+10$	90.5
$+45$	$+20$	88.2
$+35$	$+30$	86.3
$+25$	$+40$	82.1
$+15$	$+50$	77.1
$+10$	$+55$	72.2
$+5$	$+60$	67.7
0	$+65$	63.4
-5	$+70$	57.4
-10	$+75$	51.7
-15	$+80$	43.5

ε	i	l
$+80^0$	-5^0	90.5
$+75$	0	94.8
$+65$	$+10$	95.2
$+55$	$+20$	92.5
$+45$	$+30$	90.3
$+35$	$+40$	87.3
$+25$	$+50$	79.2
$+20$	$+55$	75.6
$+15$	$+60$	70.4
$+10$	$+65$	67.2
$+5$	$+70$	61.2
0	$+75$	54.2
-5	$+80$	45.6

ε	i	l
$+80^0$	$+5^0$	86.4
$+75$	$+10$	86.8
$+70$	$+15$	87.5
$+65$	$+20$	86.2
$+55$	$+30$	85.6
$+45$	$+40$	82.5
$+40$	$+45$	80.5
$+35$	$+50$	76.8
$+30$	$+55$	73.5
$+25$	$+60$	68.8
$+20$	$+65$	63.6
$+15$	$+70$	58.6
$+10$	$+75$	51.0
$+5$	$+80$	43.5

Digitized by Google

ε	i	l
$+80^0$	$+15^0$	89.0
$+75$	$+20$	89.2
$+70$	$+25$	88.5
$+65$	$+30$	87.2
$+60$	$+35$	86.7
$+55$	$+40$	84.4
$+50$	$+45$	81.5
$+45$	$+50$	78.8
$+40$	$+55$	74.2
$+35$	$+60$	70.2
$+30$	$+65$	65.8
$+25$	$+70$	59.5
$+20$	$+75$	52.9
$+15$	$+80$	42.7

ε	i	l
$+80^0$	$+25^0$	88.6
$+75$	$+30$	87.8
$+70$	$+35$	87.7
$+65$	$+40$	86.4
$+60$	$+45$	83.9
$+55$	$+50$	82.3
$+50$	$+55$	77.9
$+45$	$+60$	73.4
$+40$	$+65$	66.4
$+35$	$+70$	61.0
$+30$	$+75$	53.4
$+25$	$+80$	45.2

ε	i	l
$+80^0$	$+35^0$	85.6
$+75$	$+40$	86.8
$+70$	$+45$	84.3
$+65$	$+50$	82.6
$+60$	$+55$	76.9
$+55$	$+60$	72.7
$+50$	$+65$	66.8
$+45$	$+70$	60.8
$+40$	$+75$	53.3
$+35$	$+80$	45.1

$\varepsilon = +80^0$	
i	l
-70^0	48.6
-60	54.9
-50	61.2
-40	66.3
-30	70.9
-20	74.7
-10	77.5
0	78.6
$+10$	78.8
$+20$	78.7
$+30$	78.8
$+40$	77.3
$+50$	76.1
$+60$	73.8
$+70$	74.2

$\varepsilon = +60^0$	
i	l
-50^0	70.6
-40	75.2
-30	79.2
-20	85.2
-10	88.0
0	88.4
$+10$	88.2
$+20$	87.4
$+30$	85.4
$+40$	81.1
$+50$	77.4
$+60$	72.5
$+70$	64.5
$+80$	50.1

$\varepsilon = +40^0$	
i	l
-30^0	79.6
-20	81.9
0	85.4
$+20$	84.8
$+40$	78.8
$+60$	67.9
$+70$	55.8

$\varepsilon = +20^0$	
i	l
-10^0	88.8
0	89.6
$+20$	86.0
$+40$	77.8
$+60$	65.4
$+70$	54.1

$\varepsilon = 0^0$	
i	l
$+10^0$	91.5
$+30$	84.0
$+50$	71.7
$+70$	51.6

$\varepsilon = -20^0$	
i	l
$+30^0$	84.5
$+50$	73.0
$+70$	52.3

$\varepsilon = -40^0$	
i	
$+50^0$	72.2
$+70$	53.3

Digitized by Google

6. Porzellan.

ε	i	l
$+70^0$	-50^0	69.4
$+60$	-40	76.1
$+50$	-30	83.4
$+40$	-20	87.5
$+30$	-10	90.1
$+20$	$+0$	92.0
$+10$	$+10$	90.4
0	$+20$	87.5
-10	$+30$	82.8
-20	$+40$	79.1
-30	$+50$	72.6
-40	$+60$	65.2
-50	$+70$	55.3
-60	$+80$	39.7

ε	i	l
$+80^0$	-50^0	59.7
$+70$	-40	68.8
$+60$	-30	75.7
$+50$	-20	79.5
$+40$	-10	82.1
$+30$	0	83.6
$+20$	$+10$	82.6
$+10$	$+20$	81.2
0	$+30$	76.0
-10	$+40$	71.4
-20	$+50$	66.7
-30	$+60$	58.7
-40	$+70$	50.0

ε	i	l
$+80^0$	-40^0	64.2
$+70$	-30	70.8
$+60$	-20	76.9
$+50$	-10	79.6
$+40$	0	81.8
$+30$	$+10$	80.4
$+20$	$+20$	78.3
$+10$	$+30$	75.3
0	$+40$	70.4
-10	$+50$	64.9
-20	$+60$	57.8
-30	$+70$	49.4

ε	i	l
$+80^0$	-30^0	71.7
$+70$	-20	77.7
$+60$	-10	81.7
$+50$	0	83.3
$+40$	$+10$	83.7
$+30$	$+20$	81.4
$+20$	$+30$	79.0
$+10$	$+40$	72.1
0	$+50$	65.4
-10	$+60$	58.7
-20	$+70$	49.5
-25	$+75$	41.4

ε	i	l
$+80^0$	-20^0	73.3
$+70$	-10	79.4
$+60$	0	82.6
$+50$	$+10$	81.8
$+40$	$+20$	80.5
$+30$	$+30$	77.7
$+20$	$+40$	72.3
$+10$	$+50$	65.2
0	$+60$	58.7
-10	$+70$	49.1
-15	$+75$	41.9

ε	i	l
$+80^0$	-10^0	76.5
$+70$	0	82.4
$+60$	$+10$	83.5
$+50$	$+20$	80.7
$+40$	$+30$	77.6
$+30$	$+40$	72.9
$+20$	$+50$	66.1
$+10$	$+60$	57.6
0	$+70$	47.2
-5	$+75$	39.7

ε	i	l
$+80^0$	0^0	82.2
$+70$	$+10$	84.7
$+60$	$+20$	82.8
$+50$	$+30$	80.7
$+40$	$+40$	77.3
$+30$	$+50$	70.0
$+20$	$+60$	59.4
$+10$	$+70$	49.7
$+5$	$+75$	42.0

ε	i	l
$+80^0$	$+10^0$	83.8
$+75$	$+15$	84.2
$+70$	$+20$	85.0
$+65$	$+25$	84.7
$+60$	$+30$	83.6
$+55$	$+35$	82.6
$+50$	$+40$	80.9
$+45$	$+45$	78.3
$+40$	$+50$	74.0
$+35$	$+55$	69.8
$+30$	$+60$	66.7
$+25$	$+65$	60.6
$+20$	$+70$	54.7
$+15$	$+75$	47.3
$+10$	$+80$	39.0

ε	i	l
$+80^0$	$+20^0$	83.9
$+70$	$+30$	86.3
$+60$	$+40$	84.0
$+50$	$+50$	78.6
$+40$	$+60$	67.6
$+30$	$+70$	54.2
$+25$	$+75$	44.9

Digitized by Google

ε	i	l
$+80^0$	$+30^0$	85.2
$+70$	$+40$	87.4
$+60$	$+50$	82.6
$+50$	$+60$	72.7
$+40$	$+70$	57.7
$+30$	$+80$	38.8

$\varepsilon = +80^0$	
i	l
-70^0	48.2
-60	58.9
-40	75.1
-20	83.6
-0	91.8
$+20$	90.4
$+40$	90.5

$\varepsilon = +60^0$	
i	l
-50^0	75.0
-40	81.5
-20	92.0
0	96.4
$+20$	93.8
$+40$	91.1

$\varepsilon = +40^0$	
i	l
-30^0	94.4
-20	100.7
0	103.9
$+20$	99.3
$+40$	90.0
$+60$	76.0
$+80$	49.5

$\varepsilon = +20^0$	
i	l
-10^0	98.8
0	100.3
$+20$	96 0
$+40$	87.3
$+60$	71.5
$+70$	61.7

$\varepsilon = 0^0$	
i	l
$+10^0$	96.1
$+20$	93.6
$+40$	84.4
$+60$	69.0
$+70$	57.1

$\varepsilon = -20^0$	
i	l
$+30^0$	84.7
$+40$	80.0
$+60$	65.4
$+70$	54.5

$\varepsilon = -40^0$	
i	l
$+50^0$	73.6
$+60$	63.9
$+70$	54.4

Digitized by Google

Beobachtungen mit dem Spiegel.

$\varepsilon = -i$	Porzellan	Gyps	Marmor 1.	Marmor 2.	Marmor 3.	Alabaster	Glaspapier	Lehm	Ziegelstein
$+70^0$	—	—	38.5	46.4	44.0	45.9	42.2	52.8	59.4
$+60$	62.1	59.8	47.6	56.5	52.9	52.2	49.3	56.9	63.6
$+50$	69.6	65.6	53.9	65.2	59.6	56 5	54.5	60.5	67.8
$+40$	73.9	71.9	59.5	70.1	64.4	58.9	59.5	63.3	70.0
$+30$	78.4	75.9	63.7	74.5	68.2	62.1	63.5	66.2	72.6
$+20$	80.5	77.9	65.4	78.8	71.4	64.2	66.8	68.9	74.2
$+10$	81.5	79.5	68.7	83.6	73.5	66.0	68.0	69.6	75.5
0	81.2	80.0	76.4	85.4	74.5	67.1	69.2	71.2	76.0
-10	80.3	78.6	68.1	82.8	73.2	66.3	67.6	69.9	74.7
-20	77.7	77.2	65.0	78.3	70.8	64.9	66.0	68.8	73.9
-30	75.4	74.2	61.2	75.5	67.0	62.8	62.1	66.2	73.3
-40	71.8	68.9	58.4	70.4	63.4	60.2	58.6	64.3	70.5
-50	66.3	64.0	53.3	64.6	58.5	55.7	53.6	60.9	67.3
-60	61.4	57.7	47.0	57.0	52.3	51.2	47.5	57.7	63.0
-70	—	—	38.0	46.3	42.9	43.3	41.5	53.1	58.6

$\varepsilon = -i$	Kreide	Sandstein 1.	Sandstein 2a.	Sandstein 2.	Sandstein 3.	Sandstein 4.	Sandstein 5.	Kalkstein
$+70^0$	60.5	57.3	51.6	57.3	64.2	49.9	58.3	41.8
$+60$	67.8	63.3	57.0	62.4	69.8	55.5	63.3	49.9
$+50$	75.9	67.6	61.6	66.7	74.8	59.3	68.2	55.0
$+40$	81.6	70.7	65.2	70.1	79.1	61.1	72.8	60.6
$+30$	85.9	73.6	68.1	71.4	82.3	63.2	75.4	65.0
$+20$	89.6	76.7	69.4	73.2	83.7	64.3	77.4	68.6
$+10$	92.4	77.3	71.4	74.0	84.7	65.4	78.4	69.6
0	94.6	78.4	71.9	74.6	85.4	65.8	79.5	70.6
-10	92.8	76.9	70.8	74.2	85.0	65.6	78.4	69.8
-20	90.2	75.6	70.1	73.2	84.1	64.8	77.4	68.3
-30	86.4	73.8	68.2	72.3	80.4	63.8	75.1	64.9
-40	81.3	71.4	65.0	70.1	77.6	61.8	72.0	60.5
-50	76.1	67.9	61.6	67.6	73.8	59.1	68.2	55.7
-60	68.0	64.3	58.6	62.9	68 3	55.7	63.0	49.4
-70	60.6	57.7	51.2	57.0	61.8	50.0	57.2	41.6

Digitized by Google

$\varepsilon = -i$	Milchglas			Schiefer			Papier	
	1.	2.	3.	1.	2.	3.	1.	2.
+ 70	46.5	45.1	49.4	55.1	60.2	57.6	46.0	44.0
+ 60	56.2	53.4	59.5	59.3	65.1	62.1	55.0	53.3
+ 50	63.6	60.3	67.1	63.2	69.1	65.7	61.7	60.3
+ 40	69.3	64.8	73.1	66.7	71.0	70.0	67.7	66.9
+ 30	73.7	68.4	78.5	68.8	73 9	72.5	73.3	71.7
+ 20	76.8	71.8	80.4	72.4	77.3	75.0	78.1	77.0
+ 10	78.5	73.8	81.8	75.7	81.4	78.3	80.9	80.2
0	82.4	74.3	82.6	80.0	83.7	81.0	82.5	81.6
— 10	78.0	73.5	81.5	75.0	80.7	78.4	—	79.8
— 20	75.5	71.2	79.7	72.4	77.5	74.5	—	75.4
— 30	72.3	67.9	76.8	68.7	73.1	71.4	—	70.8
— 40	68.6	63.9	71.0	66.3	71.2	68.7	—	65.6
— 50	63.2	58.5	64.9	63.3	68.8	64.8	—	59.3
— 60	55.7	52.8	57.1	59.8	65.5	61.6	—	52.1
— 70	45.2	43.6	47.1	55.7	60.5	57.4	—	44.0

Bemerkungen:

Alle Substanzen wurden so abgeschliffen, dass sie möglichst matt erschienen. Oefters, so bei Gyps, Marmor, Schiefer, treten namentlich bei grossen i und $-\varepsilon$ störende Reflexe auf.

Marmor: Die zweite Reihe ist eine Wiederholung der ersten. Bei der 3. Reihe wurde der Marmor neu abgeschliffen, so dass er weniger Reflexe zeigte. In diesem Zustande sind mit ihm die ausführlicheren Reihen beobachtet.

Alabaster war sehr durchscheinend.

Glaspapier war von bräunlich gelber Farbe.

Lehm war an der Luft gut getrocknet, der Ziegelstein hart gebrannt, roth.

Von Sandstein lagen 5 Varietäten vor:
der 1. war von feinkörniger Structur und röthlich,
der 2. braungraue und grobkörnige war am Tage der Reihe 2a feucht. Am nächsten Tage war er trocken geworden und hatte seine Farbe in Folge dessen ein wenig verändert. In diesem Zustande wurde an ihm die Reihe 2 beobachtet.

Die Reihe 3 bezieht sich auf einen feinkörnigen röthlichgrauen, die 4. Reihe auf einen graugrünen, mittelkörnigen, die 5. Reihe schliesslich auf einen ebensolchen ziemlich dunkel (grau) gefärbten Sandstein.

Digitized by Google

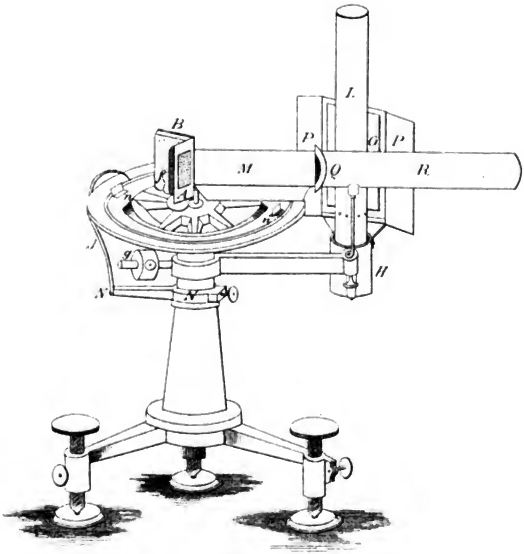
Der Kalkstein hatte eine röthliche Färbung.

Das Milchglas lag in dicken und dünnen Platten vor. 1 und 2 ist dieselbe dickere Platte; sie wurde vor der 2. Messungsreihe neu abgeschliffen, weil sie bei der ersten noch störende Reflexe zeigte. In diesem letzteren Zustande sind auch die ausführlichen Messungen gemacht.

Der Schiefer war ein schöner blaugrauer Schiefer, wie er zum Dachdecken benutzt wird. Die Platten wurden durch Reiben aneinander rauh gemacht. Die Reihen 2 und 3 beziehen sich auf dieselben Platten, nachdem diese noch einmal abgerieben und der dadurch entstandene Staub abgewischt worden war. 3 ist nur eine Wiederholung von 2.

Das gelbliche Papier wurde durch Reiben mit einem Radirgummi rauh gemacht. In die Zusammenstellung auf pag. 208 wurde nur die 2. Reihe aufgenommen.

Digitized by Google



Digitized by Google

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der Bayerischen Akademie der Wissenschaften München

Jahr/Year: 1889

Band/Volume: 1888

Autor(en)/Author(s): Seeliger Hugo Johann

Artikel/Article: Zur Photometrie zerstreut reflectirender Substanzen 201-248